

# Sommaire

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1 Étude bibliographique : vol animal et biomimétisme</b>	<b>11</b>
1.1 Généralités sur le vol stationnaire . . . . .	11
1.2 Analyse et modélisation . . . . .	17
1.2.1 Vol des oiseaux . . . . .	17
1.2.2 Drosophile et colibri . . . . .	19
1.2.3 Chauve-souris . . . . .	23
1.3 <i>Bumblebees can fly</i> : la fin d'un paradoxe . . . . .	26
1.3.1 Observations et approche théorique . . . . .	26
1.3.2 Méthode expérimentale . . . . .	40
1.3.3 Méthodes numériques . . . . .	45
1.4 Vers des drones à ailes battantes . . . . .	49
1.4.1 Intérêts et concepts à l'étude . . . . .	49
1.4.2 Difficultés technologiques et solutions proposées . . . . .	52
<b>2 Modèle de simulation OSCAB</b>	<b>61</b>
2.1 Hypothèses pour l'écriture du modèle . . . . .	62
2.2 Cinématique . . . . .	62
2.2.1 Repères et orientations . . . . .	62
2.2.2 Définition des différents angles . . . . .	63
2.2.3 Matrices de passage . . . . .	66
2.2.4 Vecteurs vitesses instantanées de rotation . . . . .	67
2.3 Calcul de la vitesse aérodynamique et de l'incidence locale stationnaire . . . . .	69
2.3.1 Choix du point d'application - Approche par tranches . . . . .	69
2.3.2 Synthèse . . . . .	71
2.4 Coefficients et efforts aérodynamiques . . . . .	72
2.4.1 Aérodynamique stationnaire . . . . .	72
2.4.2 Aérodynamique instationnaire . . . . .	73

2.4.3	Synthèse . . . . .	76
2.5	Équations mécaniques . . . . .	77
2.5.1	Efforts . . . . .	77
2.5.2	Moments . . . . .	77
2.5.3	Théorème de la résultante cinétique . . . . .	78
2.5.4	Théorème du moment cinétique . . . . .	78
2.5.5	Synthèse . . . . .	79
2.6	Codage de la simulation . . . . .	80
2.6.1	Choix de l'architecture . . . . .	80
2.6.2	Diagramme des classes . . . . .	81
2.7	Validation du modèle . . . . .	81
2.7.1	Choix des entrées . . . . .	83
2.7.2	Effet de la fréquence de battement . . . . .	84
2.7.3	Évolution en envergure des vitesses . . . . .	87
2.7.4	Prise en compte de la circulation rotationnelle . . . . .	88
2.7.5	Influence du déphasage de la rotation . . . . .	89
2.8	Conclusion . . . . .	89
<b>3</b>	<b>Optimisation des cinématiques</b>	<b>95</b>
3.1	Position du problème - Modélisation des signaux d'entrée . . . . .	96
3.1.1	Transformée de Fourier . . . . .	96
3.1.2	Réseaux de neurones . . . . .	97
3.2	Optimisation des paramètres du réseau . . . . .	102
3.2.1	Méthode numérique . . . . .	102
3.2.2	Étude du comportement au voisinage de l'optimum . . . . .	107
3.2.3	Méthodes heuristiques . . . . .	112
3.3	Conclusion . . . . .	127
<b>4</b>	<b>Commande en boucle fermée</b>	<b>129</b>
4.1	Modèle longitudinal simplifié . . . . .	129
4.1.1	Hypothèses . . . . .	129
4.1.2	Synthèse . . . . .	133
4.2	Commande selon l'axe vertical . . . . .	135
4.2.1	Présentation de l'approche . . . . .	135
4.2.2	Recherche d'un modèle vertical moyen . . . . .	136
4.2.3	Calcul de la commande par backstepping . . . . .	141
4.2.4	Résultats . . . . .	143
4.3	Commande en tangage . . . . .	151

4.3.1	Modélisation de la dynamique en tangage . . . . .	151
4.3.2	Recherche du modèle de synthèse . . . . .	152
4.3.3	Commande par backstepping . . . . .	155
4.4	Commande selon l'axe horizontal . . . . .	162
4.4.1	Modèle des efforts horizontaux . . . . .	162
4.4.2	Résultats . . . . .	162
4.5	Reconstruction d'états par modes glissants . . . . .	164
4.5.1	Structure de l'observateur . . . . .	164
4.5.2	Application au modèle vertical . . . . .	165
4.6	Commande avec cinématiques optimales . . . . .	167
4.6.1	Objectif . . . . .	167
4.6.2	Résultats . . . . .	169
4.7	Conclusion . . . . .	169
<b>Discussion</b>		<b>171</b>
<b>Conclusion et perspectives</b>		<b>177</b>
<b>Références</b>		<b>180</b>



# Introduction

Le domaine des microdrones (engins volants autonomes, d'une envergure inférieure à 15 cm) est aujourd'hui en plein essor, du fait des nombreux intérêts que ceux-ci offrent dans les domaines de l'observation ou de la reconnaissance. Trois principaux concepts ont été étudiés jusqu'à présent : les microdrones à voilure fixe (de type avion), les microdrones à voilure tournante (de type hélicoptère) et tout particulièrement ces dernières années les microdrones à voilure battante, qui s'inspirent naturellement du vol des oiseaux ou des insectes. Ce dernier concept présente d'indéniables avantages vis-à-vis des deux autres : d'une part, contrairement aux voitures fixes, un engin à ailes battantes pourrait accomplir un vol stationnaire ou à basses vitesses, à la manière des insectes ou du colibri (ou oiseau-mouche, seul oiseau capable de vol stationnaire maîtrisé). Cette caractéristique se révèle particulièrement utile pour des utilisations aussi bien civiles (surveillance de feux de forêts, du trafic routier, inspection d'ouvrages d'art) que militaires (missions à l'intérieur de bâtiments). D'autre part, un microdrone à voilure tournante présente un spectre acoustique fortement marqué par la présence de la fréquence de rotation des pales. Au contraire, le spectre d'un engin à ailes battantes se révèle beaucoup plus diffus, garantissant ainsi une plus grande discrétion, ce qui représente un autre avantage certain pour les missions militaires de reconnaissance ou de surveillance.

Les nombreuses difficultés de modélisation — liées notamment à la découverte récente de phénomènes aérodynamiques instationnaires spécifiques au vol animal — rendent délicate la simulation du comportement d'un tel engin, *a fortiori* la réalisation d'un microdrone entièrement autonome. De nombreux auteurs ont par le passé travaillé sur la compréhension du vol animal. Parmi eux Weis-Fogh [Weis-Fogh 1972, Weis-Fogh 1973], qui fut le premier à mettre en évidence la présence de mécanismes aérodynamiques instationnaires dans le vol des insectes. Citons également les travaux d'Ellington [Ellington 1984], qui a étudié le vol stationnaire des insectes du point de vue morphologique et cinématique. Norberg [Norberg 1990, Norberg 1993] a appliqué avec succès la théorie du disque sustentateur de Rankine-Froude à une chauve-souris dans le but d'estimer les puissances nécessaires aux cas de vol stationnaire et d'avancement. Les dernières avancées notables dans le domaine sont dues à l'équipe de Dickinson à l'université de Berkeley [Dickinson et Götz 1993, Dickinson 1994], qui a reproduit de manière expérimentale l'écoulement aérodynamique autour d'une aile d'insecte. Le dispositif employé consiste en une maquette d'aile de mouche à l'échelle 100, battant dans une cuve remplie d'huile, ceci afin de respecter le faible nombre de Reynolds (de l'ordre de quelques centaines) caractéristique du vol des insectes.

Cependant aucun de ces travaux n'a proposé de modèle complet de la dynamique du vol d'un engin artificiel dont le vol serait calqué sur celui des insectes. Il serait pourtant utile de disposer d'un tel modèle, de même que l'on dispose aujourd'hui abondamment de modèles d'avions ou d'hélicoptères : cela permettrait d'une part d'étudier son comportement (stabilité, performances) et d'autre part d'envisager des méthodes de commande en boucle

fermée. L'étude entreprise durant cette thèse a donc consisté à proposer un modèle de simulation orienté mécanique du vol pour un microdrone à ailes battantes et à utiliser celui-ci en vue de la recherche de méthodes de contrôle du vol. Ces travaux ont été menés en parallèle du *Projet de Recherches Fédérateur* intitulé *REMANTA* (pour *REsearch program on Microvehicles And New Technologies Applications* : programme de recherches sur les micro-véhicules et l'application des nouvelles technologies) [Boyer 2002, Luc-Bouhali *et al.* 2005], et conduit à l'ONERA (*Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales*). Ce projet fortement pluridisciplinaire a pour but de développer de nouvelles méthodes et compétences sur les plans scientifique et technique dans le domaine des microdrones à voilure battante. Entamé en janvier 2002, il s'articule selon trois axes principaux : un axe mécanique du vol et contrôle, un axe aérodynamique expérimentale (mettant en œuvre un banc d'essai hydrodynamique pour l'identification des efforts sur une aile battante) et un axe matériaux, structures et actionneurs.

Le travail de thèse que l'on présente ici s'est déroulé de la manière suivante : en premier lieu, une étude bibliographique a été menée dans le but de mettre en évidence les principaux résultats concernant la compréhension et la modélisation du vol animal, ainsi que son application à la conception d'engins volants. Ensuite, un modèle de simulation nommé *OS CAB* (*Outil de Simulation de Concept à Ailes Battantes*) a été écrit et programmé en langage objet, à partir de travaux entrepris par Thierry Le Moing à l'ONERA. Le développement de ce modèle s'est dès le départ orienté vers une approche générique, qui peut être adaptée à la simulation de diverses configurations d'engins à ailes battantes. Ce code a pu être validé par comparaison notamment avec des résultats expérimentaux présents dans la littérature. Bien que *OS CAB* se veuille représentatif d'un concept inspiré du vol animal, il n'est pas calqué sur une espèce précise, et les mouvements d'ailes les plus efficaces — que ce soit en termes d'efforts exercés ou bien de rendement mécanique — restent indéterminés. C'est pourquoi une recherche des cinématiques optimales a été conduite dans une troisième partie, à l'aide de méthodes d'optimisation adaptées à la nature fortement non-linéaire du système. Enfin la dernière partie de l'étude a été consacrée à l'étude de lois de contrôle en boucle fermée du modèle *OS CAB*, l'objectif étant d'asservir le microdrone à une consigne en position donnée. À cet effet, une stratégie de commande hybride a été développée pour tenir compte de la nature périodique des entrées, en combinant une représentation du système par le biais de modèles moyens à une stabilisation des états par *backstepping*.

# Chapitre 1

## Étude bibliographique : vol animal et biomimétisme

Le vol animal a de tous temps fasciné l'homme, qui y a vu naturellement une source d'inspiration pour l'accomplissement de son plus vieux rêve. Ainsi les premières « machines volantes » dessinées par Léonard de Vinci reproduisaient la structure des ailes des chauves-souris. Les échecs de ce type de concepts furent toutefois nombreux autant que déourageants et, sitôt mis en évidence les mécanismes de génération de portance sur une aile mise en incidence au sein d'un écoulement uniforme, on se tourna alors vers les voilures dites fixes pour s'arracher à la pesanteur. Cependant, pendant que l'aviation ne cessait de progresser avec les succès que l'on connaît, nombreux étaient ceux qui s'interrogeaient encore sur les mystères du vol animal, en tentant d'en percer les secrets à la lumière des nouvelles découvertes dans le domaine de la mécanique des fluides.

Depuis le vol plané des grands rapaces jusqu'au vol acrobatique des plus petits insectes, les études couvrant le sujet furent multiples et variées, et même si de nombreuses zones d'ombre subsistent encore aujourd'hui, des découvertes considérables ont jalonné le siècle dernier, résolvant des paradoxes sur lesquels achoppaient les chercheurs durant longtemps. Ces dernières années, les recherches actives menées dans le domaine des microdrones ont suscité un supplément d'intérêt pour l'étude du vol des insectes, vus comme autant de concepts prometteurs de par leur taille et leur maniabilité. Une des caractéristiques les plus utiles étant la capacité à faire du vol stationnaire (*hovering*), défini comme un vol durant lequel la position de l'animal en l'air reste constante. Une telle aptitude se révélerait indispensable pour des engins destinés à des missions d'observation, *a fortiori* si celles-ci se déroulent dans des espaces clos.

L'étude du vol animal dans son ensemble représente une somme considérable de travaux, envisagés sous des angles aussi variés que la simulation numérique de l'écoulement autour d'ailes battantes, ou encore le calcul de puissances par la mesure de la consommation d'oxygène d'oiseaux en vol. C'est pourquoi nous proposons ici un aperçu de ces travaux centré essentiellement sur le vol des insectes et le vol stationnaire.

### 1.1 Généralités sur le vol stationnaire

Tous les animaux volants n'ont pas la possibilité de faire du vol stationnaire. Une première approche séparerait grossièrement les insectes — qui en sont capables — des

oiseaux. Ce dernier ordre peut lui même être subdivisé suivant le type de vol : les plus gros oiseaux, tels les rapaces ou les grands oiseaux de mer, effectuent la majorité de leur vol en planant, c'est-à-dire que les ailes restent fixes et s'appuient sur les courants ascendants pour gagner de l'altitude. Certaines espèces sont d'ailleurs incapables, de par leur masse, de décoller du sol, et il leur est nécessaire de plonger depuis une falaise ou un arbre puis d'effectuer une ressource pour prendre leur envol [Ritchison 2003]. Les plus petits oiseaux, tels les passereaux, ont quant à eux un vol qui alterne très rapidement des phases de battement d'ailes et des phases « propulsées » durant lesquelles l'oiseau garde ses ailes rabattues le long du corps et utilise son inertie pour avancer tout en réduisant sa traînée aérodynamique. Entre ces deux extrêmes, on trouve la quasi-totalité de l'ordre, qui bat ses ailes régulièrement à fréquence moyenne dans un plan proche de la verticale.

Cette classification simpliste serait bien évidemment à nuancer : d'une part certains oiseaux sont capables de vol stationnaire : on voit ainsi des espèces de rapaces rester plusieurs secondes en vol stationnaire, que ce soit en vol contre le vent (il ne s'agit dans ce cas que d'un vol stationnaire relativement au sol) ou bien pour repérer une proie avant de fondre sur celle-ci, comme le balbuzard pêcheur (*Pandion haliaetus*) [Flemming *et al.* 1992]. Plus remarquable est la famille des trochilidés, comprenant le colibri ou oiseau-mouche : il s'agit en effet de la seule espèce d'oiseau capable d'effectuer un vol stationnaire stabilisé, par exemple pour se nourrir du nectar de fleur en fleur [Greenewalt 1960, Carpentier 2000]. D'autre part certains insectes n'accomplissent pas de vol stationnaire au sens strict du terme, mais oscillent très rapidement autour d'un point fixe. À l'échelle d'un observateur humain, ce type de vol pourra tout de même être considéré comme stationnaire. Enfin, des animaux autres que les oiseaux ou les insectes peuvent voler : ainsi la chauve-souris, qui est le seul mammifère ailé et qui est capable qui plus est de courtes phases de vol stationnaire. L'exocet (*Exocoetus volitans*) ou poisson volant est également capable de voler hors de l'eau sur de très courtes distances, bien que ce vol s'apparente en réalité plus à une trajectoire balistique.

Une distinction supplémentaire pourrait être réalisée au sein même des espèces capables de vol stationnaire, et ce en fonction de la cinématique de battement. La différence se base sur l'angle  $\beta$  entre le plan dans lequel battent les ailes et l'horizontale (voir fig. 1.1). Le type le plus couramment observé est le vol stationnaire où les ailes battent dans un plan horizontal, soit  $\beta = 0^\circ$ . Ce type de vol pourra être qualifié de vol stationnaire normal, en référence à l'appellation *normal hovering*, introduite par Weis-Fogh en 1972 [Weis-Fogh 1972]. Il se caractérise également par une symétrie entre les battements montant (*upstroke*) et descendant (*downstroke*), l'intérêt étant de générer de la portance à l'aller comme au retour de l'aile. On comprend mieux dès lors pourquoi ce type de cinématique est privilégié dans la nature pour le vol stationnaire, qui nécessite une portance quasi-constante tout en limitant les déplacements du corps de l'animal. Par ailleurs, ce mouvement symétrique nécessite que le profil de l'aile le soit également : l'aile se retourne en effet à la fin de chaque battement, et l'intrados<sup>1</sup> devient l'extrados du battement suivant. On rencontrera donc en pratique pour ce type de vol des espèces munies de profils d'ailes minces, comme par exemple la plupart des insectes.

Une autre contrainte découle de ce retournement de l'aile : l'animal doit en effet être morphologiquement capable d'un tel mouvement. Chez la plupart des oiseaux, des limitations articulaires restreignent l'amplitude des mouvements de supination (rotation augmentant l'incidence) et de pronation (rotation diminuant l'incidence) de l'aile. Seul le colibri [Greenewalt 1960] possède un squelette lui permettant des mouvements combinés

---

<sup>1</sup>Intrados (resp. extrados) : face inférieure (resp. supérieure) d'une aile

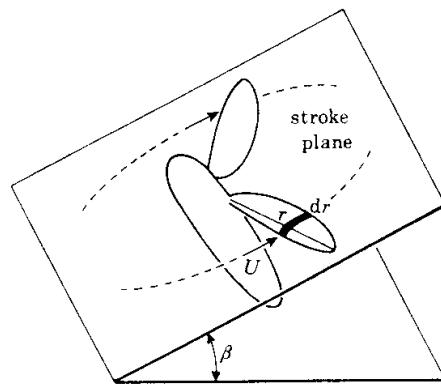


FIG. 1.1 – Angle  $\beta$  repérant la position du plan de battement (*stroke plane*) [Ellington 1984]

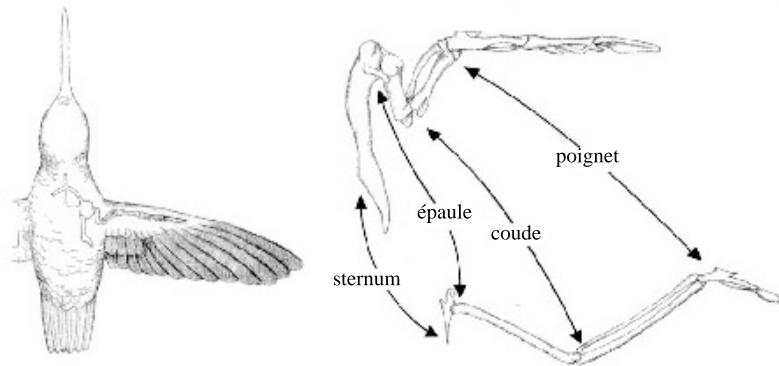


FIG. 1.2 – Comparaison entre une aile de pélican (à droite en bas) et une aile de colibri (à droite en haut), échelle non respectée [Greenewalt 1960]

de translation et de retournement de l'aile. En guise d'illustration, on a reproduit sur la figure 1.2, une comparaison entre les squelettes de l'aile d'un pélican et de celle d'un colibri. On remarque que chez le premier, les trois segments composant l'aile, à savoir le bras, l'avant-bras et la main (par analogie avec l'anatomie humaine), sont clairement visibles. De plus, les articulations joignant ces os donnent à l'aile toute sa flexibilité, mais la fine jointure de l'épaule l'empêche de faire des rotations d'amplitude importante. *A contrario* chez le colibri, les deux premiers segments sont quasi atrophiés en comparaison avec la main, qui constitue donc l'essentiel de l'aile et assure sa rigidité. Les articulations du coude et du poignet sont figées, mais l'épaule, dont la structure s'avère beaucoup plus complexe que dans le cas des autres oiseaux, permet à l'aile des rotations suivant les trois axes par rapport au corps, et autorise en particulier des retournements complets de l'aile en fin de battement. De par cette analyse morphologique et cinématique, il apparaît donc que le vol du colibri se rapproche bien plus de celui des insectes que des autres oiseaux, d'où bien évidemment son surnom d'oiseau-mouche en français.

La spécificité de ce genre au sein des animaux volants ne s'arrête pas là. En examinant d'un point de vue statistique les corrélations entre l'envergure et le poids (fig. 1.3), ainsi qu'entre l'envergure et la fréquence de battement (fig. 1.4), on s'aperçoit que les colibris sont véritablement à mi-chemin entre les insectes et les oiseaux, représentant ainsi à eux seuls une classe intermédiaire : il s'agit, suivant le point de vue que l'on choisit d'adopter,

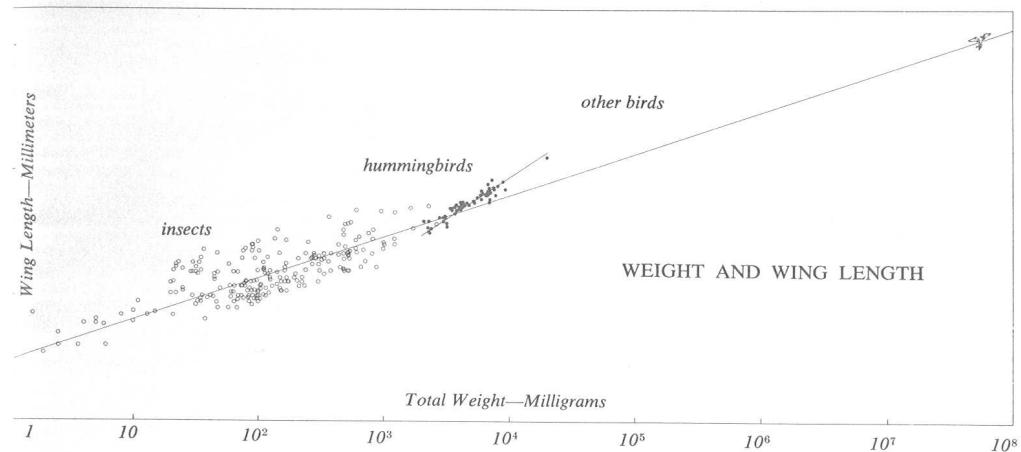


FIG. 1.3 – Rapport entre le poids (*weight*) et la demi-envergure (*wing length*) au sein des animaux volants [Greenewalt 1960]

des plus petits oiseaux ou bien des plus gros animaux capables de vol stationnaire, et ils représentent donc une source d'inspiration potentielle à ne pas négliger.

En réalité, le plan de battement n'est pas tout à fait horizontal dans la plupart des cas : chez la plupart des insectes ainsi que chez le colibri,  $\beta$  oscille de quelques degrés autour de 0, à une fréquence identique à celle du mouvement de battement des ailes. Le résultat de la composition de ces deux mouvements est une trajectoire « en huit » décrite par l'extrémité de l'aile, comme représenté sur la figure 1.5 page 16. Cependant, dans beaucoup d'études, cette oscillation est négligée dans un but de simplification.

On rencontre ensuite le vol stationnaire avec un plan de battement incliné, opéré notamment par quelques espèces de passereaux et de chauves-souris durant de courtes phases, ainsi que par certaines espèces d'insectes, les libellules (ordre des Odonates) en particulier. Dans ce cas, le plan de battement est incliné à environ  $60^\circ$  et les ailes pivotent lors de la remontée de façon à annuler leur incidence aérodynamique. L'intérêt est de minimiser à la fois la déportance associée, qui ferait chuter l'animal, mais également la traînée liée à l'apparition de cette déportance : ce type de vol est d'ordinaire employé lors des phases de sustentation ou de butinage, et nécessite donc d'annuler les mouvements horizontaux pour assurer une plus grande précision à l'animal. Les espèces d'oiseaux et de chauves-souris accomplissant ce type de vol mettent à profit les changements de forme et de surface que leur autorisent les articulations de leurs ailes pour diminuer la surface portante lors de la remontée de l'aile, toujours dans le but de réduire autant que faire se peut la déportance. La décomposition d'un cycle de battement de chauve-souris est représentée sur la figure 1.6.

Enfin le dernier type de battement se rencontre chez un petit nombre d'espèces seulement, qui battent leurs ailes dans un plan vertical. Il est représenté sur la figure 1.7 page 17 la piéride du chou (*Pieris brassicae*) au décollage, pour laquelle on voit que le mouvement des ailes est perpendiculaire à la corde, ce qui signifie que la sustentation est assurée par la traînée aérodynamique des ailes. D'autres mécanismes peuvent également favoriser la portance dans ce cas précis, en particulier le claquement des ailes au début de chaque battement ; ce point sera examiné plus en détail par la suite.

De manière générale, on pourra employer une terminologie différente pour distinguer les typologies rencontrées jusqu'ici. On appellera ainsi vol battu le vol généralement pratiqué

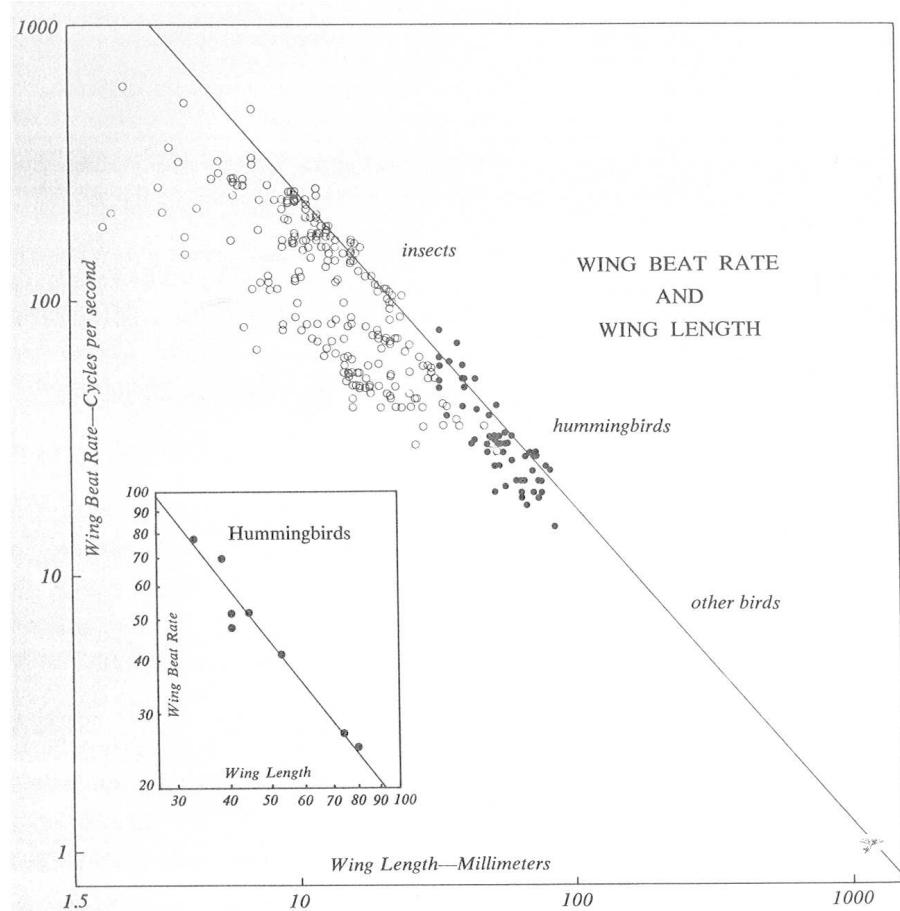


FIG. 1.4 – Rapport entre la demi-envergure (*wing length*) et la fréquence de battement (*beat rate*) au sein des animaux volants [Greenewalt 1960]

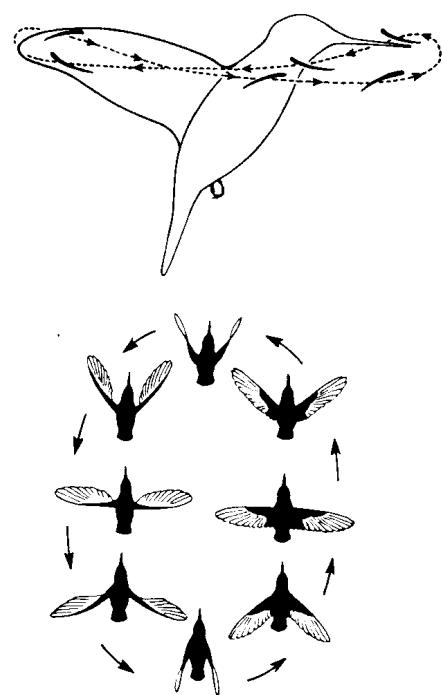


FIG. 1.5 – Mouvement en huit résultant de l'oscillation du plan de battement [Ellington 1984]

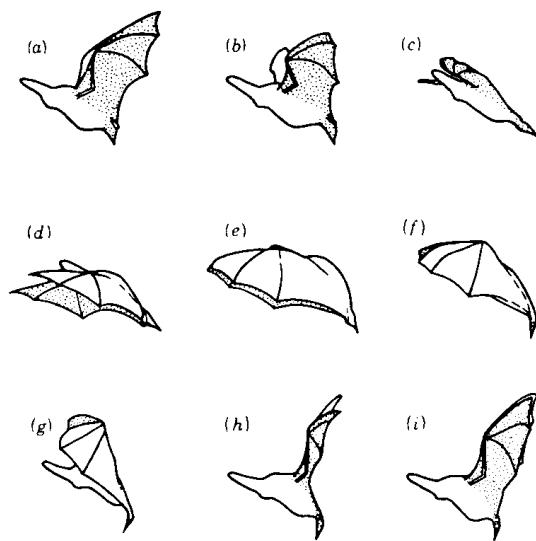


FIG. 1.6 – Battement dans un plan incliné chez la chauve-souris [Ellington 1984]

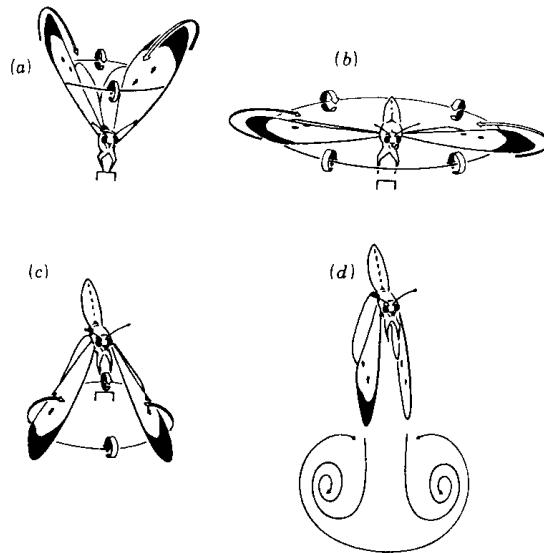


FIG. 1.7 – Battement dans un plan vertical chez la piéride du chou [Ellington 1984]

par les oiseaux, caractérisé par des ailes repliables, un battement dans un plan voisin de la verticale et une incapacité à faire du vol stationnaire maîtrisé. À l’opposé, on qualifiera de vol vibrant la cinématique du colibri et de la plupart des insectes en vol stationnaire, pour lequel le plan de battement est voisin de l’horizontale et où la portance est générée à l’aller et au retour de l’aile. Lorsqu’une telle distinction ne s’impose pas, on confondra par abus de langage ces deux dénominations sous le terme générique de vol battant (ou ailes battantes), en référence à l’appellation anglo-saxonne unique *flapping wings*.

## 1.2 Analyse et modélisation

Les premières études scientifiques du vol animal datent du début du XX<sup>e</sup> siècle. Cependant elles ne consistaient pour la plupart qu’en des analyses purement cinématiques des mouvements de battement. Il faudra attendre quelques dizaines d’années pour qu’une passerelle soit établie entre les domaines de l’ornithologie et de l’aérodynamique, apportant ainsi un nouvel éclairage aux études antérieures. Les premiers obstacles et controverses apparurent lorsque certaines études démontrèrent que l’application immédiate des théories aérodynamiques classiques à une aile d’insecte en mouvement fournissait une portance bien inférieure à celle nécessaire à l’animal pour équilibrer son poids. Ce résultat donna naissance au fameux paradoxe “*Bumblebees can’t fly*” (les bourdons ne peuvent pas voler), et l’une des principales préoccupations des entomologistes et des aérodynamiciens serait désormais de débusquer la faille dans cette démonstration.

### 1.2.1 Vol des oiseaux

Dans un article publié dans le *Journal of Experimental Biology* [Pennycuick 1968], Pennycuick a le premier l’idée d’appliquer les théories des hélices et rotors au vol animal. Il constate en effet que lors du vol battu, la surface balayée par les ailes lorsque le plan de battement est voisin de l’horizontale peut être assimilée à celle décrite par les pales d’un

rotor d'hélicoptère (voir fig. 1.8(a)), et suggère donc la possibilité d'appliquer la théorie du moment de Rankine-Froude [Rankine 1865], qui donne une relation entre la portance et la vitesse induite à la traversée du disque rotor. Considérons en effet un oiseau — en l'occurrence un pigeon biset (*Columba livia*, voisin du pigeon des villes) — en vol vertical, et assimilons-le entièrement à un rotor parfait de surface balayée<sup>2</sup>  $S_d$  (fig. 1.8(b)). La pression et la vitesse aérodynamique valent respectivement  $(p_0, V_0)$  à l'infini amont et  $(p_0, V_a)$  à l'infini aval, et soient respectivement  $p_1, p_2$  les pressions immédiatement avant et après le disque rotor, et  $V_{iz}$  la vitesse à la traversée de celui-ci. Dans l'hypothèse d'un écoulement de fluide parfait incompressible, l'application du principe de Bernouilli aux régions amont et aval donne :

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho V_0^2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho V_{iz}^2 \quad (1.1)$$

$$p_2 + \frac{1}{2}\rho V_{iz}^2 = p_0 + \frac{1}{2}\rho V_a^2 \quad (1.2)$$

d'où, par combinaison :

$$\frac{1}{2}\rho(V_a^2 - V_0^2) = p_2 - p_1 \triangleq \Delta p \quad (1.3)$$

On peut écrire par ailleurs la portance  $L$  sous deux formes différentes :

$$L = S_d \Delta p \quad (1.4a)$$

$$L = \frac{d}{dt}[m(V_a - V_0)] \quad (1.4b)$$

$$= \dot{m}(V_a - V_0) \quad (1.4c)$$

$$= \rho S_d V_{iz} (V_a - V_0) \quad (1.4d)$$

d'où, par combinaison avec éq. (1.3) :

$$V_{iz} = \frac{1}{2}(V_a + V_0) \quad (1.5)$$

En supposant enfin comme c'est le cas ici que la vitesse à l'infini amont est nulle, soit  $V_0 = 0$ , on obtient finalement l'expression de la vitesse induite à la traversée du disque rotor et de la portance fonction de celle-ci :

$$V_{iz} = \frac{1}{2}V_a \quad (1.6)$$

$$L = 2\rho S_d V_{iz}^2 \quad (1.7)$$

Pennycuick précise toutefois que cette assimilation de l'animal à un disque actuateur n'est qu'une approximation, remise en cause dès lors que le mouvement des ailes n'est plus symétrique : ainsi, durant la remontée de l'aile (*upstroke*), celle-ci se fléchit légèrement afin de ne pas générer trop de déportance, ce qui tend à éloigner le mouvement de battement d'un disque actuateur. Le modèle choisi permet néanmoins à Pennycuick d'estimer la puissance nécessaire au pigeon pour voler à des vitesses variées, et les résultats obtenus sont en accord avec des études antérieures basées cette fois-ci sur des mesures directes des consommations en oxygène et nourriture faites sur des spécimens volant en soufflerie.

---

<sup>2</sup>Note : dans ce chapitre, les différentes notations seront reprises des articles originaux afin que l'on puisse facilement s'y reporter.

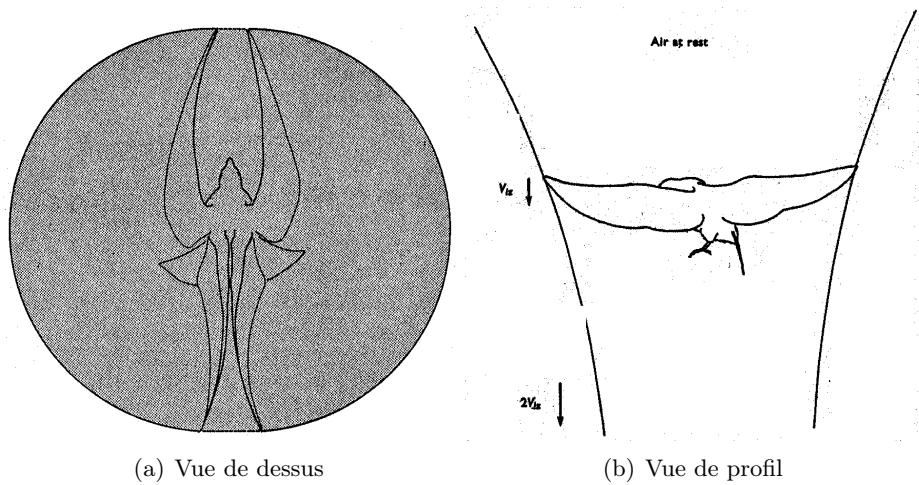


FIG. 1.8 – Application de la théorie du moment de Rankine-Froude à un oiseau en vol *Columba livia* [Pennycuick 1968]

### 1.2.2 Drosophile et colibri

Fort des résultats probants obtenus par Pennycuick, T. Weis-Fogh [Weis-Fogh 1972] s'est intéressé à travers une démarche similaire à la nature stationnaire ou non des mécanismes aérodynamiques mis en jeu lors du vol stationnaire de certains insectes et du colibri, couvrant ainsi une gamme de nombre de Reynolds<sup>3</sup> ( $Re$ ) allant de  $10^2$  à  $10^4$ . Il a en outre cherché à obtenir une première estimation du travail des efforts aérodynamiques mis en jeu et de la puissance correspondante, à partir notamment de données morphologiques relatives à une grande variété d'insectes. Une modélisation de la cinématique de battement des espèces étudiées a donc été entreprise en premier lieu, afin d'obtenir des expressions analytiques simples mais le plus représentatives possibles des différents effets mis en jeu. L'une des premières hypothèses à consisté à négliger les mouvements des ailes situés en-dehors du plan principal de battement. En effet, si l'on examine un insecte diptère<sup>4</sup> ou un colibri en vol stationnaire, on constate que ses ailes battent dans un plan quasi-horizontal, avec toutefois de légères déviations verticales. On pourrait interpréter ces petits mouvements comme une oscillation régulière du plan de battement autour d'un axe transversal, de même période que le battement, et qui est responsable de l'allure « en huit » de la trajectoire décrite par le bout de l'aile (voir figure 1.9).

Weis-Fogh a donc décidé de négliger ces oscillations du plan de battement et de ne prendre en compte que la valeur moyenne  $\beta$  de l'orientation de celui-ci par rapport à l'horizontale. Le mouvement des ailes est donc uniquement décrit par sa trajectoire à l'intérieur de ce plan, modélisée sous la forme :

$$\gamma = \frac{1}{2}\pi + \frac{1}{2}\phi \sin(2\pi t/t_0) \quad (1.8)$$

$\gamma$  étant l'angle repérant la position de l'axe longitudinal de l'aile dans le plan de battement,  $\phi$  le débattement angulaire total de l'aile et  $t_0$  la période du mouvement. La vitesse et

<sup>3</sup>Ce nombre est défini comme le rapport entre les forces de pression et les forces dues à la viscosité ; plus celui-ci est faible, plus les effets visqueux sont sensibles.

<sup>4</sup>Qui possède une seule paire d'ailes.

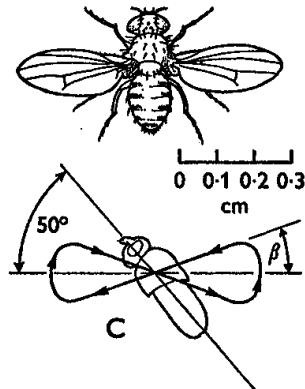


FIG. 1.9 – Allure de la cinématique de battement en vol stationnaire vue de profil (Drosophile) [Weis-Fogh 1972]

l'accélération angulaires s'obtiennent par simple dérivation :

$$\dot{\gamma} = \pi\phi n \cos(2\pi nt) \quad (1.9)$$

$$\ddot{\gamma} = -2\phi\pi^2 n^2 \sin(2\pi nt) \quad (1.10)$$

avec  $n = 1/t_0$  la fréquence de battement. En appelant  $C$  le point d'attache de l'aile au corps, le moment créé en  $C$  du fait de l'accélération angulaire vaut :

$$Q_i = \ddot{\gamma} = -2I\phi\pi^2 n^2 \sin(2\pi nt) \quad (1.11)$$

où  $I$  est le moment d'inertie en  $C$  de l'aile.

Pour calculer la vitesse aérodynamique, Weis-Fogh choisit comme son prédecesseur d'établir une analogie entre les ailes battant à fréquence élevée et un disque actuateur, selon la théorie de Rankine-Froude. La vitesse aérodynamique en un point de l'aile se compose donc de la vitesse due au battement  $v_r$ , définie par :

$$v_r^2 = r^2\phi^2\pi^2 n^2 \cos^2(2\pi nt) \quad (1.12)$$

en un point situé à une distance  $r$  de l'emplanture, et de la vitesse induite par le disque actuateur, obtenue grâce à la relation :

$$w^2 = W/(2\pi\rho R^2) \quad (1.13)$$

$W$  étant le poids de l'animal,  $\rho$  la masse volumique de l'air et  $R$  le rayon du disque actuateur, égal dans ce cas à la demi-envergure. On pourrait remarquer que la surface balayée par les ailes ne couvre pas en toute rigueur un disque entier, étant donné d'une part la présence du corps de l'animal entre les ailes, et d'autre part le fait que l'amplitude totale du battement  $\phi$  est bien souvent inférieure à  $180^\circ$  (par exemple  $120^\circ$  pour le colibri *Amazilia fimbriata fluviatilis* et  $150^\circ$  pour la mouche *Drosophila virilis*). Toutefois, l'auteur rappelle qu'il s'agit de calculs visant à obtenir des valeurs moyennes, et que les valeurs calculées de la sorte diffèrent peu de celles mesurées à l'aide de dispositifs expérimentaux (anémométrie par fil chaud).

On a reproduit sur la figure 1.10 l'orientation des différents efforts et vitesses mis en jeu. On obtient en particulier à l'aide de ce schéma l'expression de la vitesse aérodynamique  $V_r$  :

$$V_r^2 = v_r^2 + w^2 - 2wv_r \sin \beta \quad (1.14)$$

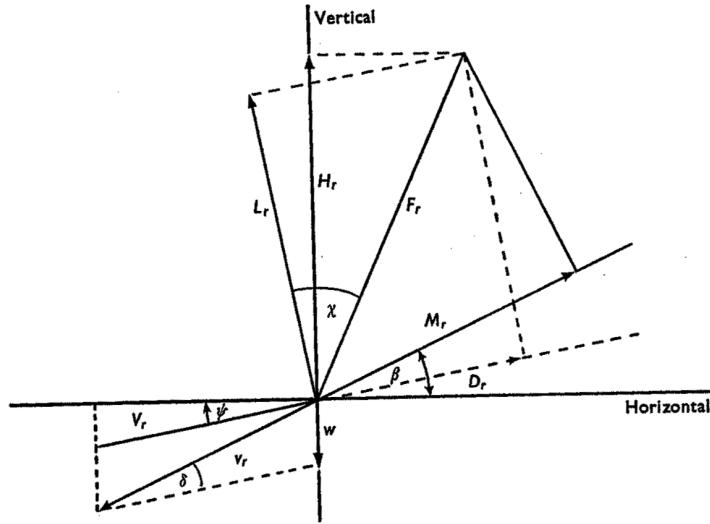


FIG. 1.10 – Angles utilisés pour les calculs [Weis-Fogh 1972]

La valeur de l'effort aérodynamique  $F_r$  à une distance  $r$  de l'emplanture est alors calculée de manière classique à partir des coefficients aérodynamiques de portance  $C_L$  et de traînée  $C_D$  :

$$F_r = \frac{1}{2} \rho V_r^2 A_r \sqrt{C_L^2 + C_D^2} \quad (1.15)$$

ou encore, en définissant  $\tan \chi = C_D/C_L$  :

$$F_r = \frac{1}{2} \rho V_r^2 A_r \frac{C_L}{\cos \chi} \quad (1.16)$$

On a alors accès à la composante verticale de cet effort, c'est-à-dire celle qui équilibre le poids en vol stationnaire :

$$H_r = \frac{1}{2} \rho V_r^2 A_r C_L \frac{\cos(\chi + \psi)}{\cos \chi} \quad (1.17)$$

avec

$$\psi = \delta - \beta \quad (1.18)$$

$$\sin \delta = \frac{w \cos \beta}{V_r} \quad (1.19)$$

De même, la composante des efforts dans le plan de battement à pour expression :

$$M_r = \frac{1}{2} \rho V_r^2 A_r C_L \frac{\sin(\chi + \psi + \beta)}{\cos \chi} \quad (1.20)$$

Et enfin le couple dû à l'effort s'exerçant à la distance  $r$  de l'emplanture :

$$Q_{a,r} = \frac{1}{2} \rho V_r^2 A_r r C_L \frac{\sin(\chi + \psi + \beta)}{\cos \chi} \quad (1.21)$$

La démarche a alors consisté à calculer le terme  $\frac{1}{2} \rho V_r^2 A_r \frac{\cos(\chi+\psi)}{\cos \chi}$ , puis à en déduire le coefficient de portance  $C_L$  d'après (1.17), sachant que la composante verticale  $H_r$  équilibre

	<i>Amazilia fimbriata flaviatilis</i>	<i>Drosophila virilis</i>
Masse du corps (g)	5,1	$2,0 \cdot 10^{-3}$
Demi-envergure (cm)	5,85	$3,0 \cdot 10^{-3}$
Surface alaire totale $A_r$ (cm <sup>2</sup> )	17,0	$5,8 \cdot 10^{-2}$
Masse alaire totale (g)	0,309	$4,8 \cdot 10^{-6}$
Moment d'inertie total $I$ (g.cm.s <sup>2</sup> )	$8,2 \cdot 10^{-4}$	$10,0 \cdot 10^{-10}$
Amplitude de battement $\phi$ (°)	120	150
Fréquence de battement $n$	35	240
Angle du plan de battement $\beta$ (°)	11	20
Rapport $C_L/C_D$	1,8/0,3	0,86/0,54
Vitesse de métabolisme (cal.g <sup>-1</sup> .h <sup>-1</sup> )	200	120
Vitesse induite $w$ (cm.s <sup>-1</sup> )	137	76
Charge alaire moyenne (kg.m <sup>-2</sup> )	3	0,35

TAB. 1.1 – Données morphologiques pour le vol stationnaire [Weis-Fogh 1972]

le poids de l'animal en vol stationnaire. La valeur obtenue est alors reportée dans (1.21) afin d'avoir l'expression du moment aérodynamique en fonction du temps. Ce dernier est alors intégré au cours d'un battement complet pour obtenir le travail et la puissance dus aux efforts aérodynamiques :

$$W_a = \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} Q_a d\gamma + \int_{\gamma_{\max}}^{\gamma_{\min}} Q_a d\gamma \quad (1.22)$$

$$P_a = n W_a \quad (1.23)$$

La puissance totale s'obtient en rajoutant le moment inertiel calculé en (1.11) :

$$P = n \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} (Q_a + Q_i) d\gamma + \int_{\gamma_{\max}}^{\gamma_{\min}} (Q_a + Q_i) d\gamma \quad (1.24)$$

L'étude a été menée sur deux espèces : le colibri *Amazilia fimbriata flaviatilis* et la mouche *Drosophila virilis*. Les données morphologiques utilisées pour les calculs sont résumées dans le tableau 1.1. S'il est aisément de mesurer des grandeurs statiques comme la masse et les inerties sur les spécimens réels, la détermination de la cinématique de battement, c'est-à-dire la loi  $\gamma(t)$ , s'avère naturellement plus délicate. Weis-Fogh s'est pour cela appuyé sur des études antérieures, effectuées notamment par Stolpe et Zimmer [Stolpe et Zimmer 1939] ainsi que Hertel [Hertel 1966]. Ceux-ci ont réalisé des enregistrements vidéo de colibris en vol stationnaire, dont la visualisation au ralenti a pu à la fois confirmer l'hypothèse de la nature sinusoïdale du battement de l'animal, et renseigner quant à l'amplitude maximale du battement ainsi que l'incidence aérodynamique moyenne. Se basant d'une part sur les travaux antérieurs de Greenewalt [Greenewalt 1960], notamment sur la régression statistique que celui-ci a établie entre l'envergure et la fréquence de battement (fig. 1.4 p. 15) et l'observation détaillée des cinématiques de battements de certaines espèces (figs 1.11(a) et 1.11(b)), et d'autre part sur des visions stroboscopiques, Weis-Fogh a ainsi pu estimer que son spécimen volait à une fréquence d'environ 35 Hz. En ce qui concerne la drosophile, la plupart des données sont issues des travaux de Vogel [Vogel 1966] et de Nachtigall [Nachtigall 1966] sur le vol captif de cet insecte, après un recalage visant à estimer correctement les différentes grandeurs dans le cas du vol réel.

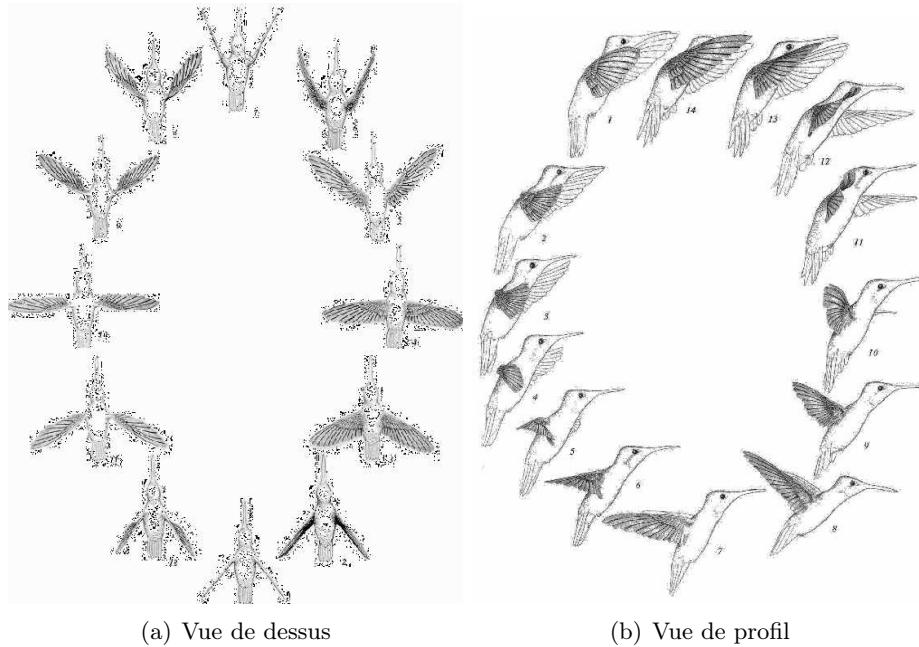


FIG. 1.11 – Allure de la cinématique du colibri en vol stationnaire [Greenewalt 1960]

En appliquant les formules présentées auparavant pour calculer les coefficients de portance, le travail des forces aérodynamiques ainsi que la puissance consommée lors du mouvement stationnaire, Weis-Fogh a alors montré que les mécanismes aérodynamiques stationnaires classiques suffiraient à expliquer la portance en vol stationnaire chez le colibri et la drosophile, ce qui signifie en d'autres termes que l'existence de phénomènes instationnaires spécifiques ne saurait être justifiée d'après cette étude par des efforts insuffisants pour soutenir le poids de l'animal.

### 1.2.3 Chauve-souris

Norberg [Norberg 1976] a réalisé une étude similaire pour le vol horizontal de la chauve-souris *Plecotus auritus* (oreillard commun). La méthode globale est identique à celle employée par Weis-Fogh : à partir de photos et de visualisations au ralenti du vol de l'animal, Norberg a modélisé la cinématique des ailes puis a calculé les différents coefficients et efforts aérodynamiques afin de voir si ceux-ci sont ou non compatibles avec l'hypothèse d'une aérodynamique stationnaire.

Le contenu de l'étude présente toutefois quelques différences vis-à-vis des travaux de Weis-Fogh : d'une part, l'étude de Norberg porte non pas sur le vol stationnaire, mais sur le vol horizontal à faible vitesse ( $2,35 \text{ m.s}^{-1}$ ), ce qui implique que la traînée aérodynamique devra être prise en compte. D'autre part, la morphologie d'une aile de chauve-souris est plus complexe que celle d'une aile d'insecte ou de colibri : alors que ces dernières peuvent être considérées globalement comme rigides ou du moins déformées par les seuls effets aéroélastiques, l'aile de la chauve-souris se compose d'une surface de peau (*patagium*) séparée en plusieurs sections par les doigts longs et fins de l'animal. Le mouvement global sera donc la combinaison des trajectoires des différents éléments de l'aile, comme on peut le voir sur les figures 1.12(a) et 1.12(b).

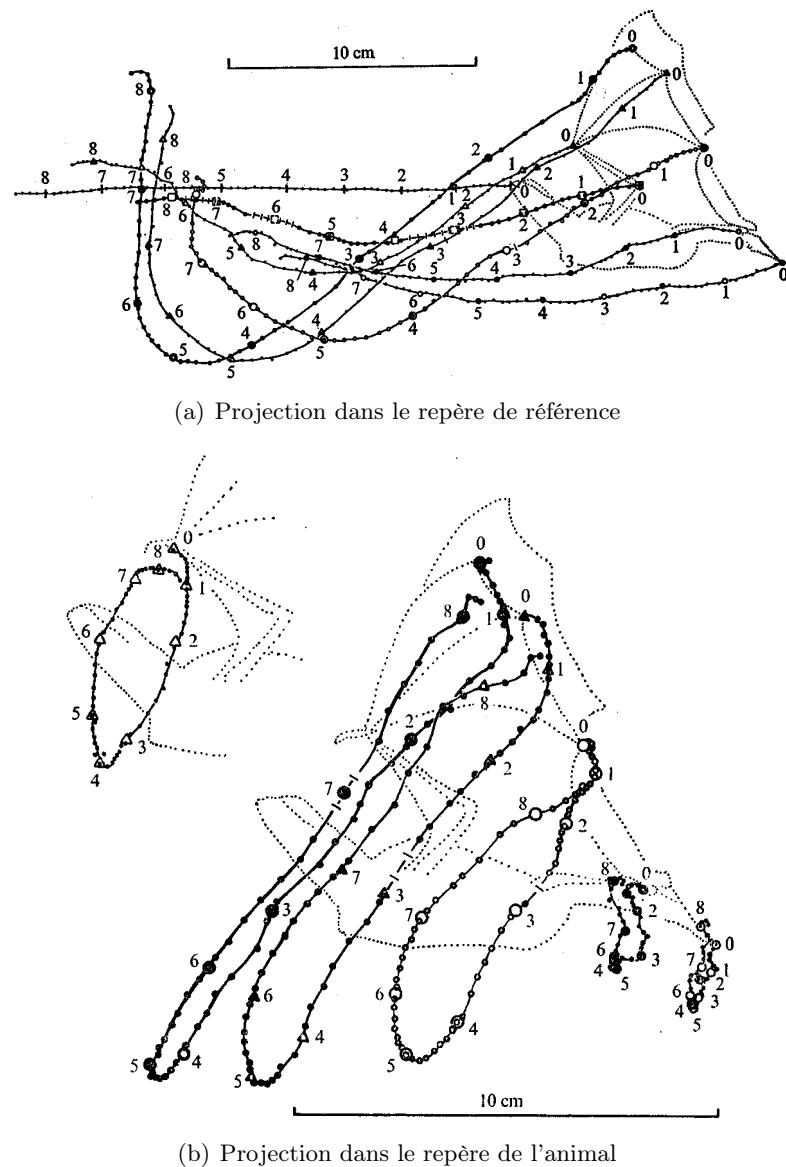


FIG. 1.12 – Traces de différents points de l'aile de l'oreillard commun en vol horizontal.  
 ● : 3<sup>e</sup> doigt, ▲ : 4<sup>e</sup> doigt, ○ : 5<sup>e</sup> doigt, △ : pouce, □ : coude, • : patte postérieure,  
 ○ : queue [Norberg 1976]

La traînée aérodynamique totale est quant à elle donnée par la formule suivante :

$$D_b = \frac{1}{2} \rho (A_b + A_e) V^2 \quad (1.25)$$

où  $A_e$  et  $A_{ear}$  sont les surfaces de plaque plane équivalente respectivement pour le corps et les oreilles (surface de la plus grande section  $\times$  coefficient de traînée).  $A_e$  peut être estimé à l'aide de la formule empirique obtenue par Pennycuick [Pennycuick 1972] :

$$A_e = 6,2 \cdot 10^{-4} W^{2/3} \quad (1.26)$$

$W$  étant le poids de l'animal. Norberg a par ailleurs considéré que les oreilles ont un coefficient de traînée de 1. Pour tenir compte de la géométrie variable de l'aile, celle-ci est divisée en  $N$  tranches en envergure, et on note  $A'(r), r \in \{1, 2, \dots, N\}$  l'aire de la section courante. La formulation complète du problème aboutit finalement au système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} \int_{t=0}^{t=T} W dt &= C_L \int_{t=0}^{t=T} \left[ \sum_{r=1}^{r=N} \frac{1}{2} \rho V_R(r, t)^2 A'(r) \cos \psi (1 - \cos^2 \gamma \sin^2 \beta)^{1/2} \right] dt \\ &\quad + C_D \int_{t=0}^{t=T} \left[ \sum_{r=1}^{r=N} \frac{1}{2} \rho V_R(r, t)^2 A'(r) \sin \psi (1 - \cos^2 \gamma \sin^2 \beta)^{1/2} \right] dt \quad (1.27) \\ \int_{t=0}^{t=T} D_b dt &= C_L \int_{t=0}^{t=T} \left[ \sum_{r=1}^{r=N} \frac{1}{2} \rho V_R(r, t)^2 A'(r) \sin \psi \left( \frac{1 - \cos^2 \gamma}{1 - \cos^2 \gamma \sin^2 \beta} \right)^{1/2} \right] dt \\ &\quad + C_D \int_{t=0}^{t=T} \left[ \sum_{r=1}^{r=N} \frac{1}{2} \rho V_R(r, t)^2 A'(r) \cos \psi \left( \frac{1 - \cos^2 \gamma}{1 - \cos^2 \gamma \sin^2 \beta} \right)^{1/2} \right] dt \quad (1.28) \end{aligned}$$

dans lesquelles les différents angles de calcul sont repris de l'étude de Weis-Fogh (cf. figure 1.10).

L'hypothèse stationnaire a alors été testée en résolvant le système ci-dessus pour obtenir les coefficients aérodynamiques. Le coefficient de portance est cohérent avec l'aérodynamique stationnaire, mais le coefficient de traînée atteint des valeurs très importantes, de l'ordre de 1,2. L'auteur a alors choisi de lever le doute en examinant le rendement mécanique à partir de calculs de puissance comme l'avait fait Weis-Fogh, (voir éq. (1.24)). La conclusion rejoint finalement celle de Weis-Fogh, à savoir que les mécanismes aérodynamiques stationnaires seuls peuvent expliquer le vol horizontal de la chauve-souris.

Une approche similaire a été employée par la suite pour estimer la dépense énergétique d'une autre espèce, la glossophage de Pallas (*Glossophaga soricina*), en vol stationnaire et d'avancement [Norberg 1993]. L'animal en vol est toujours assimilé à un disque sustentateur engendrant une vitesse induite  $w$ . À la puissance induite correspondante  $P_{ind}$  s'ajoutent les puissances parasite  $P_{par}$  et de profil  $P_{pro}$ , nécessaires pour compenser les traînées respectives des ailes et du corps, ainsi que la puissance inertielle  $P_{iner}$  pour accélérer les ailes à chaque battement. Les résultats de cette étude ont été mis en comparaison avec des études similaires effectuées par Pennycuick [Pennycuick 1972] et Rayner [Rayner 1979]. Les différences obtenues furent imputées au fait que celles-ci ne prenaient pas en compte la puissance inertielle, et considéraient donc que les ailes fonctionnaient comme un système mécanique résonnant parfait (sans dissipation), hypothèse peu applicable au cas des chauves-souris.

### 1.3 *Bumblebees can fly* : la fin d'un paradoxe

Ces premières considérations tendraient donc à prouver que les mécanismes aérodynamiques stationnaires classiques suffisent à expliquer le vol de certains animaux. Cependant, les auteurs n'affirment nullement que cela équivaudrait à considérer que l'aérodynamique instationnaire est totalement absente : il s'agit en effet d'une approche moyenne, qui ne reflète pas le caractère instantané de certains phénomènes. Par conséquent, les efforts de portance et de propulsion peuvent être dus à une combinaison d'effets stationnaires et instationnaires en proportion variable suivant les espèces, les phases de vol voire l'instant considéré au sein d'un battement. C'est pourquoi les investigations ont été poussées davantage pour examiner de manière détaillée les caractéristiques de l'écoulement aérodynamique du vol animal.

#### 1.3.1 Observations et approche théorique

##### 1.3.1.1 Le *clap and fling*

Weis-Fogh étendit ses travaux sur le vol stationnaire à d'autres animaux, parmi lesquels différentes espèces de chauves-souris, d'oiseaux, ainsi que des représentants des principaux ordres d'insectes : coléoptères (scarabées), lépidoptères (papillons), hyménoptères (guêpes, abeilles) et diptères (mouches, moustiques). L'objectif principal était de calculer les différentes grandeurs aérodynamiques (coefficients de portance, de traînée, nombre de Reynolds,...) ainsi qu'une estimation de la puissance consommée. La méthode appliquée est similaire aux études précédentes, à savoir une modélisation simplifiée du vol sous l'hypothèse aérodynamique stationnaire. Dans la plupart des cas, les résultats sont cohérents avec les mécanismes aérodynamiques stationnaires comme auparavant, sauf pour quelques espèces, notamment le papillon *Pieris napi* (piéride du navet), et la guêpe *Encarsia formosa*. Pour cette dernière, le coefficient de portance  $C_L$  atteint une valeur de 3, ce qui est très au-dessus des valeurs ordinaires dans le cadre stationnaire. Il s'agit d'un insecte possédant deux paires d'ailes, mais les ailes avant et arrière sont solidarisées par un crochet à la manière des lépidoptères, ce qui fait qu'elles bougent ensemble comme une seule surface.

L'auteur évoque alors l'éventualité que les données morphologiques soient incorrectes ou bien que le modèle choisi soit mal adapté à cette espèce. Cette dernière hypothèse est appuyée par l'observation d'un phénomène particulier : à la fin de la remontée des ailes (*upstroke*), celles-ci se rejoignent en une sorte de claquement, dénommé *clap* par Weis-Fogh, et l'allure globale du mouvement s'éloigne d'une sinusoïde idéale du fait de la durée non négligeable de cette étape. Toutefois, même en corrigeant le modèle de mouvement, il ne serait pas possible selon l'auteur de descendre en-dessous de  $C_L = 2$ , ce qui reste très élevé sous l'hypothèse d'effets aérodynamiques stationnaires.

Un observation plus détaillée de ce phénomène révèle qu'il est en réalité plus complexe qu'il n'y paraît. Après cette phase de claquement qui voit les extrémités des ailes se toucher complètement, le battement suivant débute par une « ouverture » de celles-ci à la manière d'un livre, l'axe longitudinal des ailes arrières représentant le dos du livre. La succession du *clap* et de ce mouvement dénommé *fling* est représenté sur la figure 1.13.

À l'aide d'une analyse image par image des mouvements de battement, corrélée à un enregistrement de l'évolution de la position verticale de l'insecte (montée ou descente), Weis-Fogh veut alors mettre en évidence un lien entre certaines phases du mouvement et la génération instantanée de portance. Il mesure alors la durée du *fling*, soit 0,1 ms (sur

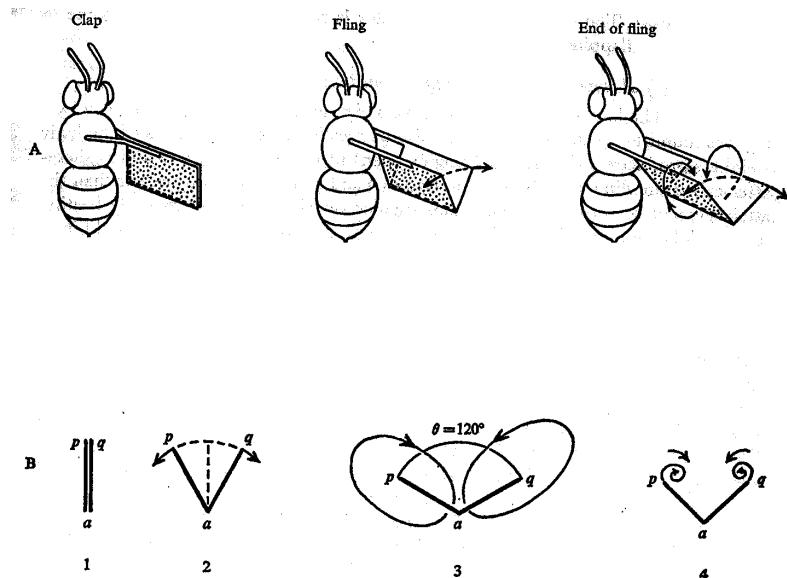


FIG. 1.13 – Mécanisme de *clap and fling* chez la guêpe *Encarsia formosa* [Weis-Fogh 1973]

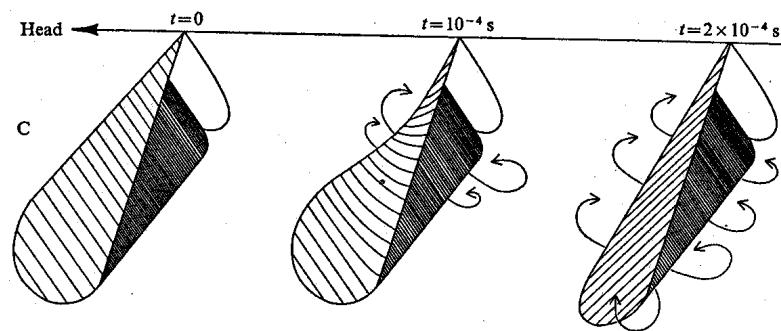


FIG. 1.14 – Mécanisme de *flip* chez la guêpe *Encarsia formosa* [Weis-Fogh 1973]

les 2,5 ms que dure une période complète de battement), et note que celui-ci s'accompagne d'une montée importante de l'insecte. Il en conclut donc que cet effet est en lui-même générateur d'une certaine portance, phénomène qui n'a jamais été rencontré jusqu'à présent, dans le cadre stationnaire en particulier. L'explication suivante est alors proposée : lors de la séparation des ailes, l'air s'engouffre dans l'espace ainsi créé, et la circulation aérodynamique peut alors s'établir immédiatement dès la séparation des ailes, sans avoir à attendre de parcourir une certaine distance (effet Wagner). Cela suppose toutefois que la couche limite soit suffisamment mince pour ne pas gêner cet effet. L'épaisseur de celle-ci en fonction du temps peut-être modélisée de la façon suivante :

$$\delta = \sqrt{\nu t} \quad (1.29)$$

où  $\nu$  est ici la viscosité cinématique de l'air. D'après les enregistrements, le *fling* dure au plus  $3.10^{-4}$  s, ce qui correspond à une épaisseur maximale de  $65\ \mu\text{m}$ , une quantité qui reste négligeable au vu des dimensions des ailes. Une estimation grossière du nombre de Reynolds montre que celui-ci est plus important au tout début de l'ouverture des ailes, ce qui dans ce cas favoriserait l'apparition des structures tourbillonnaires *ad hoc*. Une hypothèse supplémentaire est même avancée, selon laquelle les fins poils qui bordent l'aile serviraient entre autres à empêcher ou à retarder l'apparition de tourbillons au bord de fuite, qui dissiperaient une partie de la circulation. D'autres espèces sembleraient utiliser ce mécanisme de *fling* pour prendre leur envol, par exemple les papillons, dont les ailes sont souvent jointes lorsqu'ils sont au repos, et peut-être même les pigeons, idée avancée par l'auteur étant donné le claquement sonore de leurs ailes lorsqu'ils prennent leur envol précipitamment.

Avec plus de circonspection, Weis-Fogh évoque enfin l'éventualité d'un autre nouveau mécanisme dénommé *flip*, qui se manifeste notamment toujours chez la guêpe *Encarsia formosa* ainsi que chez la sous-famille de diptères *Syrphinae*. Il s'agit d'une rotation de l'aile autour de son axe longitudinal, intervenant vers le milieu du battement ( $\gamma = \pi/2$ ). Cette rotation est initiée par un mouvement du bord d'attaque et, du fait de la flexibilité de l'aile chez de nombreuses espèces, le bord de fuite ne suit pas immédiatement ce mouvement, entraînant ainsi une déformation antéropostérieure de l'aile comme représenté sur la figure 1.14. Chez les insectes présentant deux paires d'ailes rigides et rapprochées, comme c'est notamment le cas chez *Encarsia formosa*, un phénomène similaire peut avoir lieu, l'aile arrière jouant le rôle de partie flexible. Dans les deux cas, l'intérêt est de nouveau de générer une circulation instantanée et donc une portance supplémentaire. L'effet du *flip* est illustré sur la figure 1.15. L'analyse image par image des mouvements de ces diverses espèces confirme que celles-ci subissent comme au moment du *clap and fling* une légère accélération verticale à l'instant où l'aile accomplit cette rotation.

Weis-Fogh a donc franchi un pas dans l'étude du vol animal : auparavant, la tendance était de montrer que celui-ci pouvait être expliqué entièrement ou presque par des mécanismes aérodynamiques stationnaires, sans exclure la présence éventuelle d'effets instationnaires localisés. La nouvelle voie qu'il emprunte pose désormais ces effets instationnaires au centre des considérations : il prend exemple sur les plus petites espèces d'insectes, chez lesquelles une aile se résume uniquement à une tige souple bordée de minuscules poils, pour montrer que l'aérodynamique stationnaire classique trouve ici une de ses limites.

### 1.3.1.2 Les travaux d'Ellington

Ellington [Ellington 1984, Ellington 1995] poursuit dans ce sens, dans une série de six articles au long desquels il s'efforcera de poser de nouvelles bases pour la compréhension et

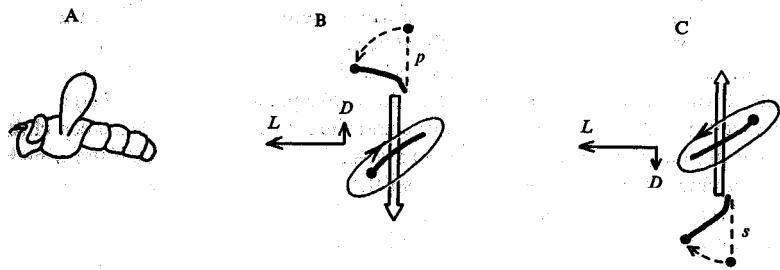


FIG. 1.15 – Illustration du mécanisme de *flip* en vol d'avancement [Weis-Fogh 1973]

la modélisation du vol des insectes. Il constate en premier lieu que l'hypothèse stationnaire est généralement d'autant plus valide que la fréquence réduite — définie comme le quotient de la vitesse de battement des ailes sur la vitesse d'avancement du corps — est faible. À mesure que celle-ci augmente, on s'attend donc à ce que les effets instationnaires dus au mouvement des ailes prennent le pas sur l'aérodynamique classique correspondant au mouvement de translation global. Le cas extrême étant de fait le vol stationnaire, pour lequel la vitesse d'avancement est nulle, et la fréquence réduite infinie. Ellington choisit alors de concentrer son étude sur le vol stationnaire, afin de mettre davantage en évidence ces effets instationnaires. Un autre avantage est que, du fait de l'immobilité du corps en vol stationnaire, la portance et la traînée de celui-ci (qui sont souvent difficilement estimées à l'aide de formules empiriques) sont nulles et ne contribuent donc plus aux efforts aérodynamiques totaux.

Ses travaux portent sur un grand nombre d'espèces, et consistent en premier lieu en un relevé précis des différents paramètres géométriques et cinématiques pour celles-ci. Ellington approfondit les méthodes utilisées auparavant pour ce genre d'études en distinguant notamment les paramètres globaux des paramètres de forme, qui décrivent de manière plus précise la géométrie de l'animal. Ainsi, pour comparer la forme des ailes de différentes espèces, il peut être utile de faire intervenir, en sus des paramètres classiques tels que la corde ou l'envergure, le moment d'ordre  $k$ , défini par :

$$S_k = 2 \int_0^R cr^k dr \quad (1.30)$$

$R$  étant la demi-envergure (longueur d'une aile),  $c$  la corde et  $r$  la distance à l'emplanture. En notant  $\hat{c}$  et  $\hat{r}$  les valeurs de ces deux dernières variables normalisées respectivement par la corde moyenne  $\bar{c}$  et la demi-envergure  $R$ , soit  $\hat{c} = c/\bar{c}$  et  $\hat{r} = r/R$ , on obtient l'expression suivante :

$$S_k = SR^k \int_0^1 \hat{c}\hat{r}^k d\hat{r} \quad (1.31)$$

avec  $S = 2\bar{c}R$ . On remarque donc que ce moment dépend essentiellement du terme intégral. En normalisant par  $SR^k$ , on définit donc le rayon associé au moment d'ordre  $k$  :

$$\hat{r}_k^k = \frac{S_k}{SR^k} = \int_0^1 \hat{c}\hat{r}^k d\hat{r} \quad (1.32)$$

L'utilité de ces moments réside dans la recherche de fonctions permettant de décrire analytiquement la forme d'une aile, par exemple par interpolation du contour géométrique de

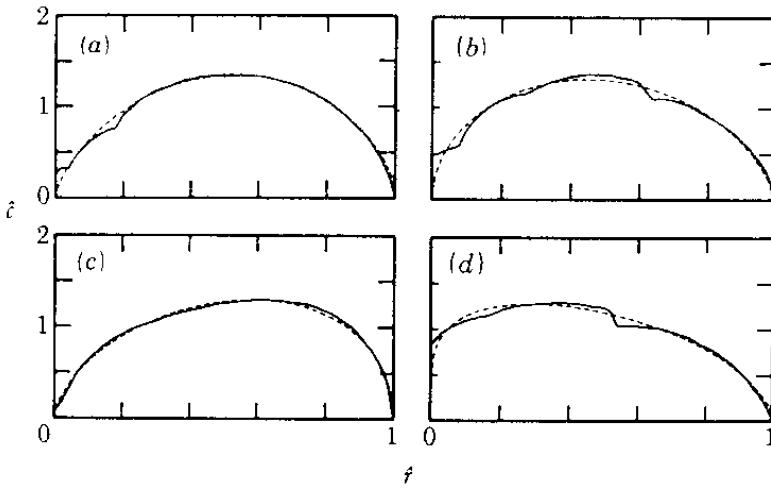


FIG. 1.16 – Comparaison entre la distribution réelle (trait plein) de  $\hat{c}$  en fonction de  $\hat{r}$  et la modélisation par une loi Beta (trait pointillé) - (a) *Episyphus balteatus*, (b) *Bombus hortorum*, (c) Aile avant de *Chrysopa carnea*, (d) *Manduca sexta* [Ellington 1984]

l'aile par une fonction de  $r$ . Ellington a ainsi montré que la relation entre  $\hat{c}$  et  $\hat{r}$  pouvait être approchée à l'aide d'une distribution Beta, largement utilisée en modélisation statistique :

$$\hat{c} = \frac{\hat{r}^{p-1}(1-\hat{r})^{q-1}}{B(p, q)} \quad (1.33)$$

$B(p, q)$  est la fonction Beta de paramètres  $p$  et  $q$  :

$$B(p, q) = \int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1} dx \quad (1.34)$$

Les paramètres de cette fonction sont obtenus en égalant les moments d'ordre 1 et 2 de la distribution aux moments géométriques de l'aile :

$$p = \hat{r}_1 \left( \frac{\hat{r}_1(1-\hat{r}_1)}{\hat{r}_2^2 - \hat{r}_1^2} - 1 \right) \quad (1.35)$$

$$q = (1-\hat{r}_1) \left( \frac{\hat{r}_1(1-\hat{r}_1)}{\hat{r}_2^2 - \hat{r}_1^2} - 1 \right) \quad (1.36)$$

Comme on peut le voir sur la figure 1.16, la loi approchée représente extrêmement bien la distribution réelle, et ce pour la plupart des espèces observées.

Enfin, en référence aux études antérieures d'Osborne [Osborne 1951], Ellington introduit la notion de masse virtuelle appliquée au vol animal. Lorsqu'une aile est accélérée, son inertie est augmentée de celle de la masse d'air mise en mouvement, et donc sa masse apparente s'accroît d'une quantité appelée masse virtuelle. Celle-ci peut être approchée par la masse d'un cylindre d'air ayant pour diamètre la corde de l'aile et pour hauteur la longueur de celle-ci. La masse virtuelle  $v'$  par unité de longueur vaut donc :

$$v' = \frac{1}{4} \rho \pi c^2 \quad (1.37)$$

soit, pour une paire d'ailes :

$$v = 2 \int_0^R v' dr \quad (1.38a)$$

$$= \frac{1}{2} \rho \pi \bar{c}^2 R \int_0^1 \hat{c}^2 d\hat{r} \quad (1.38b)$$

$$= \frac{2 \rho \pi R^3}{AR^2} \int_0^1 \hat{c}^2 d\hat{r} \quad (1.38c)$$

où l'allongement  $AR$  est défini par  $AR = 4R^2/S = 2R/\bar{c}$ .

L'observation et l'enregistrement du vol naturel de différentes espèces ont permis à Ellington d'obtenir quelques renseignements préliminaires. Tout d'abord, très peu d'individus accomplissent un vol stationnaire au sens littéral du terme (*hovering* en anglais), c'est-à-dire un vol dans lequel la position du corps de l'animal reste parfaitement constante au cours du temps. Dans la pratique, de très légers mouvements sont observés, et l'on pourra donc qualifier de vol stationnaire les phases de vol à très basse vitesse, par opposition aux phases de mouvement rapides et brusques qui constituent l'essentiel du vol des insectes. À partir de séquences de vol qu'il estime suffisamment représentatives d'un vol stationnaire, Ellington relève donc la trajectoire décrite par l'aile dans l'air, les angles  $\beta$  et  $\xi$  repérant les orientations respectives du plan de battement et du corps par rapport à l'horizontale, ainsi que l'évolution sur une période de l'angle  $\phi$  repérant la position de l'axe longitudinal de l'aile dans le plan de battement. Les résultats pour quatre espèces différentes sont reproduits sur la figure 1.17.

L'auteur tire de ces observations quelques résultats intéressants. Il constate que les changements de direction ou de vitesse sont toujours précédés d'un changement d'inclinaison du plan de battement :  $\beta$  augmente et se rapproche de la verticale lorsque l'insecte accélère horizontalement, et inversement  $\beta$  tend vers  $0^\circ$  ou moins si celui-ci ralentit voire recule. De manière analogue, les déplacements latéraux sont assortis d'un mouvement de roulis du plan de battement, ce qui suggère une analogie entre le vol stationnaire ou quasi-stationnaire des insectes et celui des hélicoptères, pour lequel les déplacements longitudinaux sont liés à l'inclinaison du plan du rotor [Bramwell 1986]. De telles considérations sur la mécanique du vol global des insectes seront également développées dans d'autres études, notamment celle de Taylor [Taylor 2001], comme nous le verrons par la suite.

Les polaires représentant le coefficient de portance  $C_L$  en fonction du coefficient de traînée  $C_D$  ont été obtenues à partir de mesures en soufflerie sur différents profils d'ailes d'insectes, et sont représentées sur la figure 1.18. Le nombre de Reynolds vaut respectivement 2000 pour le criquet pèlerin *Schistocerca gregaria*, 1500 pour la tipule *Tipula oleracea* et 200 pour la mouche *Drosophila virilis*. Il est intéressant de noter chez ces deux dernières l'absence du décrochage (perte de portance) abrupt communément observé dans le cas de profils standard à  $Re$  élevé. Au contraire,  $C_L$  décroît lentement après avoir atteint son maximum  $C_{L_{\max}}$ , vers  $30^\circ$  d'incidence. Ce décrochage progressif est caractéristique des profils minces pour un  $Re$  inférieur ou égal à  $10^5$ . Le contournement du bord d'attaque provoque le décollement de la couche limite laminaire de la surface de l'aile. Cette couche décollée se mélange alors à l'air ambiant au repos, et l'accroissement de l'énergie cinétique qui en découle provoque la transition vers le régime turbulent, puis le réattachement de la couche limite plus en aval. Dans la zone décollée se produit alors une recirculation du fluide, connue sous le nom de bulle de séparation (fig. 1.19(a)). La création de ce bulbe se remarque habituellement par un saut de  $C_L$ , comme celui présent autour de  $20 - 25^\circ$  pour

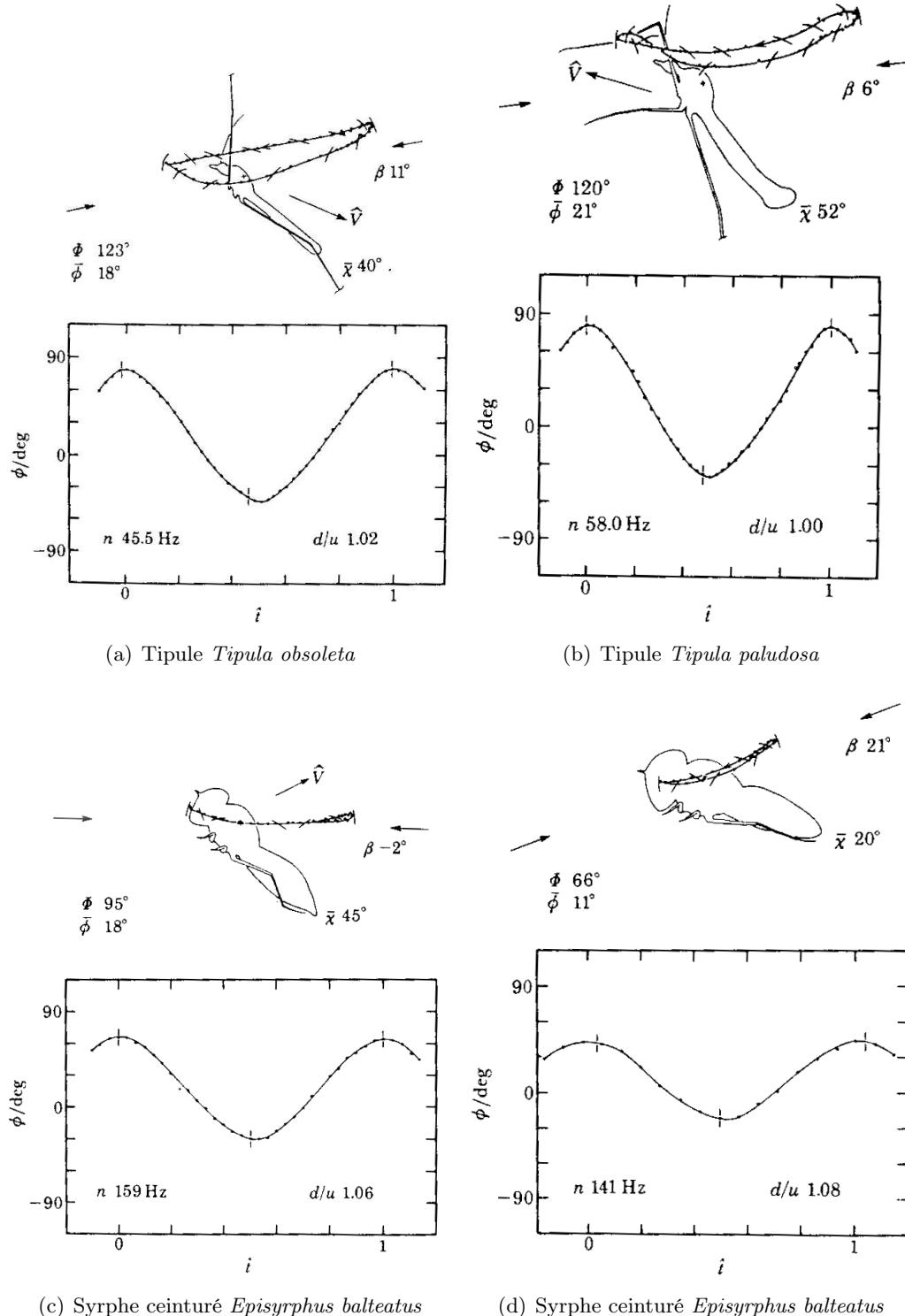


FIG. 1.17 – Relevé des cinématiques de battement de différentes espèces [Ellington 1984]

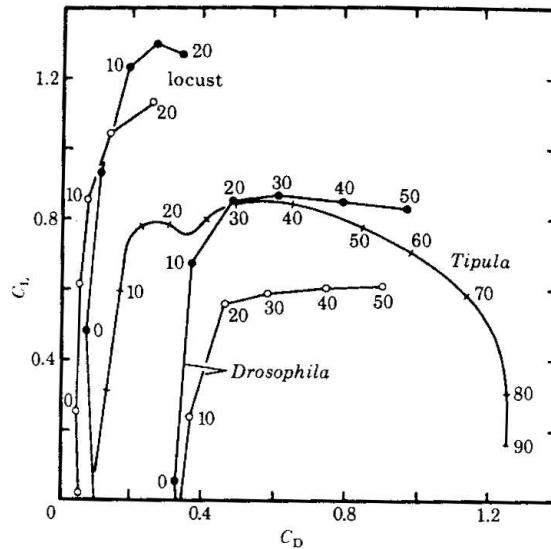


FIG. 1.18 – Polaires obtenues en soufflerie pour différentes ailes d'insectes [Ellington 1984]

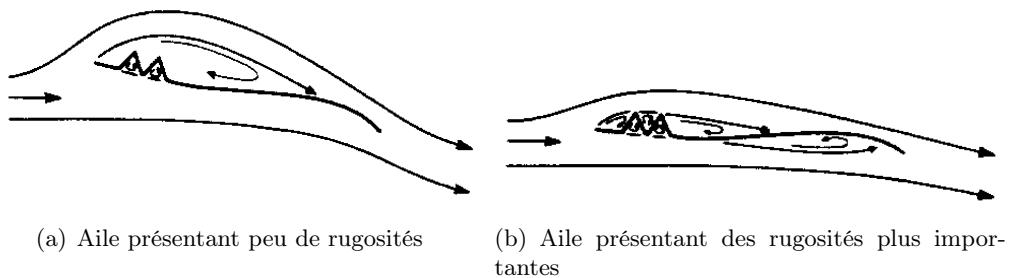


FIG. 1.19 – Création d'un bulbe de séparation par recirculation [Ellington 1984]

l'aile de *Tipula*. En présence de rugosités, comme par exemple des veines à la surface de l'aile, des bulbes plus petits peuvent se former, et les différentes recirculations contribuent à épaissir artificiellement le profil (fig. 1.19(b)). Ces considérations théoriques n'ont toutefois été validées que pour des Reynolds suffisamment élevés : il serait en toute rigueur difficile de parler de couche limite turbulente à des valeurs de  $Re$  de l'ordre de  $10^3$ , même si les observations réalisées par Ellington tendent à confirmer un comportement similaire.

Une analyse approfondie des différents effets aérodynamiques pouvant être mis en jeu est ensuite proposée. Ceux-ci sont classés en deux types par Ellington : stationnaires et instationnaires. Ces derniers sont définis comme les effets dépendant explicitement des variations instantanées ou des valeurs passées des différentes grandeurs caractéristiques de l'écoulement. Parmi les effets stationnaires, Ellington compte naturellement la génération de portance classique issue de la mise en incidence de l'aile, mais également la circulation créée par la rotation de l'aile autour de son grand axe. Comme nous l'avons vu, une des caractéristiques du vol stationnaire normal est le retournement de l'aile entre chaque demi-battement. Ce mouvement de rotation, dont l'amplitude ainsi que la vitesse ne sont pas négligeables, génère une circulation dépendant de la position relative de l'axe de rotation.

Ce phénomène avait été modélisé par Fung [Fung 1993] dans le cas des profils en rota-

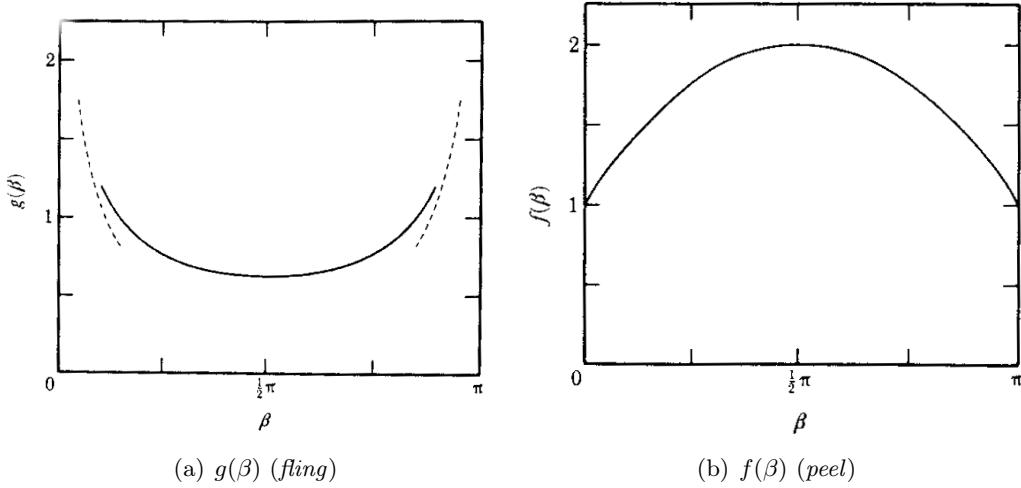


FIG. 1.20 – Allure des fonctions utilisées pour la modélisation du *fling* et du *peel* [Ellington 1984]

tion. Il a montré que cet effet contribuait à générer un supplément de circulation autour du profil égal à :

$$\Gamma_r = \pi\omega c^2 \left( \frac{3}{4} - \frac{l_x}{c} \right) \quad (1.39)$$

où  $\omega$  est la vitesse de rotation de l'aile,  $c$  la corde et  $l_x$  la position de l'axe de rotation comptée à partir du bord d'attaque. La portance associée est supposé normale à la corde, et égale à :

$$L_r = \rho V \Gamma_r \quad (1.40)$$

par unité d'envergure,  $V$  étant la vitesse aérodynamique. Norberg [Norberg 1990] a également employé cette modélisation pour l'appliquer au vol animal.

Les effets instationnaires que cite Ellington sont plus nombreux. Il revient en premier lieu sur les phénomènes de *clap and fling* mis en évidence par Weis-Fogh. Lighthill [Lighthill 1973] avait déjà proposé en 1973 une modélisation du *fling*, en montrant que la circulation correspondante pouvait être exprimée en fonction notamment du demi-angle  $\beta_w$  entre les ailes :

$$\Gamma_f = \omega^2 c g(\beta_w) \quad (1.41)$$

$\omega$  étant la vitesse de rotation des ailes et  $g$  la fonction représentée sur la figure 1.20(a).

Ellington a en outre remarqué que certaines espèces accomplissaient une variante du *fling* : plutôt que de se séparer de manière rigide à la manière d'un livre que l'on ouvre, les ailes s'écartent en se déformant progressivement, en ramenant progressivement le point de séparation du bord d'attaque vers le bord de fuite. Ce *fling* graduel a été dénommé *peel* par Ellington et Williamson, qui ont montré que la circulation associée pouvait se mettre sous la forme :

$$\Gamma_p = ux f(\beta_w) \quad (1.42)$$

où  $u$  est la vitesse de séparation,  $x$  la longueur de corde déjà ouverte et  $f$  la fonction représentée sur la figure 1.20(b). Il est à noter que, contrairement au *fling*, le *peel* voit la circulation croître à mesure de l'ouverture des ailes. Il s'avérerait en outre plus intéressant que le *fling*, car il éviterait la formation d'un bulbe de bord d'attaque trop important,

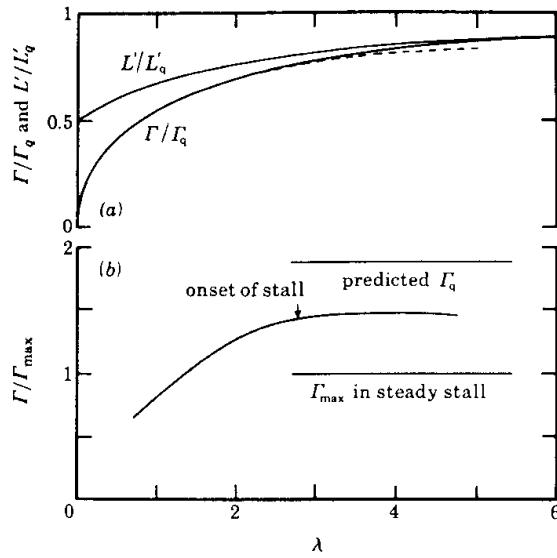


FIG. 1.21 – Effet Wagner : évolution de la portance et de la circulation en fonction de la distance parcourue - Trait plein : théorie - Pointillés : résultats expérimentaux de Walker [Ellington 1984]

susceptible de déstabiliser l'écoulement. Un modèle pour le *clap* est également proposé, pour lequel la force résultante par unité de largeur  $\bar{F}'$  est approchée par la variation de la quantité de mouvement  $p$  de l'air présent entre les deux ailes :

$$\bar{F}' = \frac{\delta p}{\delta t} \quad (1.43a)$$

$$= \frac{\rho \beta c^2 u}{c/u} \quad (1.43b)$$

$$= \rho \beta c u^2 \quad (1.43c)$$

Un autre effet rapporté par Ellington est l'effet Wagner [Wagner 1925], mis en évidence par ce dernier en 1925 et confirmé expérimentalement par Walker en 1931 [Walker 1931]. Sous cette appellation réside le retard dans l'établissement de la circulation autour d'un profil lorsque celui-ci est mis en mouvement au sein d'un fluide initialement au repos. Cet effet, dû à la dissipation de vorticité dans le sillage, influence également la croissance de la portance, comme illustré sur la figure 1.21. On peut y voir l'évolution de la portance et de la traînée normalisées par les valeurs en régime permanent,  $\lambda$  étant la distance parcourue. Il serait pertinent de croire que cet effet s'applique au cas des insectes ; le mouvement de battement peut en effet être vu comme une succession de phases au début desquelles l'aile démarre avec une vitesse nulle. Sous cette hypothèse, l'effet Wagner serait néfaste à l'établissement de portance : on voit en effet que celle-ci ne commence qu'à 50% seulement de la valeur en régime stationnaire

Ellington cite enfin les travaux de Francis et Cohen [Francis et Cohen 1933], qui ont mis en évidence un phénomène particulier lors de l'étude de l'effet Wagner. Ils ont en effet montré que lorsque le profil était mis en translation à grande incidence, le décrochage apparaissait plus tard que dans le cas d'un mouvement en régime permanent, et la circulation de même que la portance associée pouvaient alors atteindre des valeurs supérieures à

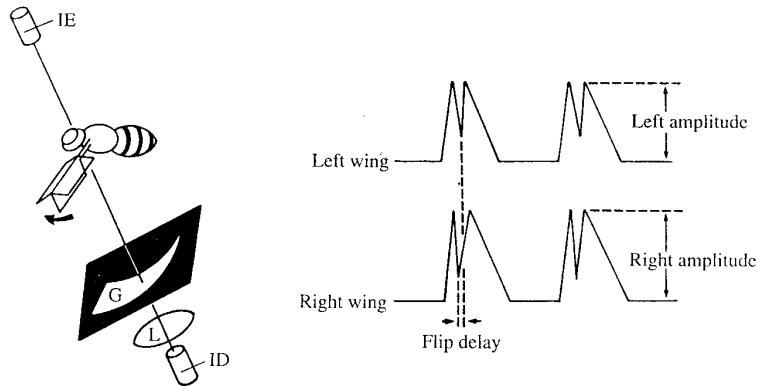


FIG. 1.22 – Enregistrement des mouvements des ailes de drosophile en vol simulé - Mise en évidence de retards entre les rotations des ailes [Dickinson *et al.* 1993]

celles prédictes par les théories stationnaires. Cet effet appelé décrochage retardé ou décrochage dynamique sera étudié plus en détail par d'autres auteurs, comme nous le verrons ultérieurement.

En guise de synthèse à cette étude, Ellington prouve alors que, chez la plupart des espèces étudiées, le coefficient de portance moyen  $\bar{C}_L$  nécessaire à assurer la sustentation de l'animal, est supérieur à la valeur maximale du  $C_L$  instantané calculé *via* la théorie stationnaire. Cela prouve bien que, selon l'argumentaire développé précédemment par Weis-Fogh et Norberg, d'autres mécanismes nécessairement instationnaires sont mis en jeu lors du vol des insectes.

### 1.3.1.3 De l'aérodynamique à la mécanique du vol

À mesure que le voile se levait sur les origines des efforts de portance jusqu'alors inexpliqués chez les insectes, il devenait de plus en plus tentant d'intégrer ces aspects purement aérodynamiques dans des modèles plus complets, visant à comprendre et plus tard à reproduire le plus exactement possible la mécanique du vol de ces animaux. Taylor [Taylor 2001] a publié une étude très intéressante à ce sujet, dans laquelle il s'attache aux différents moyens et stratégies de contrôle du vol chez les insectes.

Deux types d'approches sont tout d'abord évoquées : la première consiste à filmer les insectes en vol naturel ou simulé (c'est-à-dire que l'animal immobile est soumis à un stimulus visuel lui donnant l'illusion qu'il se déplace). Les déplacements dans l'espace sont alors corrélés aux mouvements des ailes, étant donné qu'il s'agit des seuls actionneurs dont ils disposent. Ainsi, Dickinson, Lehmann et Götz [Dickinson *et al.* 1993] ont étudié l'influence de la rotation ventrale (ou supination) de l'aile durant la transition entre les battements arrière et avant. Le dispositif expérimental pour l'observation est représenté sur la figure 1.22. La position et la largeur de l'ombre projetée des ailes d'une drosophile sont enregistrées, et les différences éventuelles entre chaque aile sont corrélées aux mouvements fictifs suggérés à l'animal par le déplacement d'un repère visuel.

Les auteurs ont observé en particulier que, lors d'un virage simulé, la supination de l'aile externe intervenait légèrement en avance par rapport à celle de l'aile interne, et le délai entre ces deux instants était fortement lié à des changements d'amplitude de battement.

La question reste toutefois posée de savoir si ces mouvements sont corrélés de manière active ou passive par l'insecte. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle ne donne pas de relation fonctionnelle entre les cinématiques de battement et les déplacements : cette méthode pourra donc seulement indiquer des tendances, qui devront être examinées plus en détail par d'autres voies. Ainsi, dans ce cas on peut subodorer le fait que la rotation retardée de l'aile interne génère plus de traînée, et facilite ainsi la manœuvre de virage.

L'autre méthode envisageable revient à mesurer directement les efforts et moments sur des insectes en vol captif, mais les résultats ainsi obtenus ne sont par définition pas représentatifs du vol naturel libre, étant donné que l'on rajoute une contrainte en immobilisant l'animal. De telles études ne pourraient pas non plus définir avec exactitude les points d'application des différents efforts, ni les directions exactes de ceux-ci. Taylor choisit alors plutôt de réaliser une synthèse de différentes études antérieures basées sur des observations, pour formuler à partir de celles-ci diverses hypothèses sur le contrôle du vol des insectes. En constatant l'extrême manœuvrabilité des insectes, il émet en premier lieu l'idée selon laquelle la stabilisation du vol se ferait davantage de manière active que passive. Cela signifie que, en réponse à des perturbations externes (rafales de vent, etc.), l'insecte conserverait son attitude en générant des forces et des moments tendant à le faire revenir à la position souhaitée, plutôt que de recourir à des effets inertIELS, tels des couples de rappel dus à la pesanteur.

L'une des questions essentielles que se pose Taylor durant cette étude est de savoir si les insectes sont ou non des mobiles holonomes, c'est-à-dire si ils peuvent contrôler indépendamment les six degrés de liberté repérant leur position dans l'espace : trois translations suivant respectivement l'axe horizontal, l'axe latéral et l'axe vertical, et trois rotations, correspondant aux mouvements en roulis, tangage et lacet couramment employés en mécanique du vol (voir fig. 1.23). Un avion conventionnel à voilure fixe constitue par exemple un système non-holome, car il ne peut pas se déplacer suivant l'axe latéral uniquement. Si les insectes sont holonomes, alors ils doivent disposer d'autant d'actionneurs indépendants que de degrés de liberté. La réponse à cette question est en réalité plus complexe, et dépend fortement des espèces considérées. Une synthèse des résultats obtenus est reproduite dans les tableaux 1.2 page 38 et 1.3 page 39. Les paramètres étudiés sont la trajectoire de battement (ou en d'autres termes la position et l'orientation du plan de battement), l'amplitude du battement, la fréquence, le *clap and peel* ou *clap and fling*, la supination (resp. pronation), qui est un mouvement de rotation de l'aile dans le sens d'une augmentation (resp. diminution) de l'incidence géométrique, et enfin le déphasage éventuel entre les ailes avant et arrière pour les espèces possédant deux paires d'ailes. Parmi les conclusions tirées de cette étude, on notera en particulier la redondance apparente de certains paramètres, probablement dans le but d'offrir un contrôle plus fin suivant les différents degrés de liberté. Taylor constate également que, bien que la plupart des insectes soient capables de générer des moments suivant les trois axes de roulis, tangage et lacet, seuls quelques espèces de mouches et de libellules maîtrisent leurs déplacements indépendamment autour de ces trois axes.

De tels résultats s'avéreront fort précieux pour les tentatives ultérieures de réalisation et de contrôle d'« insectes artificiels », comme nous le verrons par la suite. Mais à côté de ces méthodes essentiellement basées sur l'observation, d'autres techniques furent développées, visant cette fois-ci la reconstitution, que ce soit de manière expérimentale ou numérique, de l'aérodynamique d'un insecte.

Diptera : calyptérée	Trajettoire de battement	Amplitude du battement	Fréquence de battement	<i>Clap and peel ou clap and fling</i>	Supination : vitesse et instant de rotation	Pronation	Déphasage ailes avant/arrière
Diptera : drosophile	Position longitudinale du plan de batttement variant indépendamment de l'amplitude, inclinaison du plan de batttement apparemment liée à l'amplitude	Amplitude réduite en réponse à un couple perturbateur à turbateur à cabrer, augmentée lors de l'accroissement des efforts de contraintes physiologiques	Pourrait être utilisée pour le contrôle longitudinal, mais vraisemblablement lié à l'amplitude Fréquence augmentée lors de l'accroissement des efforts, mais décroît lorsque ceux-ci atteignent des pics, probablement du fait de contraintes physiologiques	Pourrait être ? utilisée pour le contrôle longitudinal	Paramètre indépendant, pourrait être utilisée pour le contrôle longitudinal	Paramètre indépendant, pourrait être utilisée pour le contrôle longitudinal	Non applicable
Orthoptères : criquet	Paramètres de contrôle probablement peu importants	Amplitude normalement augmentée lors de l'accroissement des efforts	Fréquence non applicable	Les ailes se rapprochent davantage en réponse à un couple perturbateur, peut-être directement lié à l'amplitude?	Paramètre indépendant, pourrait être utilisé pour le contrôle longitudinal	Pronation apparemment constante	Non applicable
							38

TAB. 1.2 – Paramètres indépendants (en gras) contrôlant le vol longitudinal pour différentes espèces [Taylor 2001]

Trajectoire de battement	Amplitude du battement	<i>Clap and peel ou clap and fling</i>	Supination : vitesse et instant de rotation	Pronation	Déphasage avant/arrière	ailes
Paramètres indépendants, pourraient être utilisés pour le contrôle latéral	Amplitude réduite pour l'aile interne	?	Supination retardée pour l'aile interne	Pronation parfois augmentée pour l'aile interne	Non applicable	
Diptera : calyptérée	Paramètre indépendant, pourraient être utilisés pour le contrôle latéral	Amplitude réduite pour l'aile interne	Les ailes se rejoignent dans le plan sagittal durant les virages	Supination retardée pour l'aile interne, vitesse de supination augmentée pour l'aile externe	Paramètre contrôle probablement peu important	Non applicable
Diptera : drosophile	Paramètre indépendant, pourrait être utilisé pour le contrôle latéral, inclinaison du plan de battement apparemment liée à l'amplitude	Amplitude réduite pour l'aile interne	Les ailes se rejoignent dans le plan sagittal durant les virages	Supination retardée pour l'aile interne, vitesse de supination augmentée pour l'aile externe	Paramètre contrôle probablement peu important	Non applicable
Orthoptères : criquet	Paramètres de contrôle probablement peu importants	Paramètre de contrôle probablement peu important	Généralement applicable	Paramètre de contrôle probablement peu important	Pronation augmentée pour l'aile interne	Semblé important, effets encore inconnus
Odonates : libellules	?	Amplitude réduite pour l'aile interne durant les virages inclinés	Non applicable	?	Pronation augmentée pour l'aile interne, en particulier durant les virages à plat	Semblé important, effets encore inconnus

TAB. 1.3 – Paramètres indépendants (en gras) contrôlant le vol latéral pour différentes espèces [Taylor 2001]

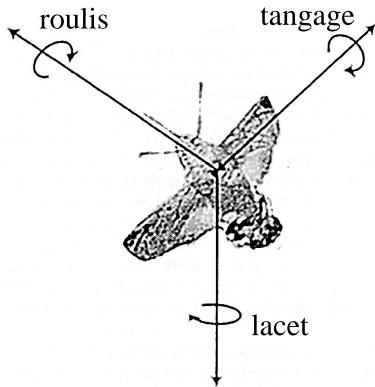


FIG. 1.23 – Degrés de liberté en rotation d'un insecte, par analogie avec la mécanique du vol classique [Taylor 2001]

### 1.3.2 Méthode expérimentale

#### 1.3.2.1 Robofly

Au sein du projet MFI (*Micromechanical Flying Insect*) mené à l'université de Berkeley et visant à développer un insecte artificiel, Dickinson, Lehmann, Götz et Sane ont eu l'idée d'examiner les phénomènes aérodynamiques mis en jeu au cours du vol des insectes en reproduisant artificiellement celui-ci à l'aide de différents dispositifs expérimentaux. Ainsi, ils ont étudié les efforts instationnaires sur une aile initialement au repos et mise en translation dans une solution à 54% de sucre [Dickinson et Götz 1993, Dickinson 1994]. L'intérêt d'opérer dans un tel milieu est d'augmenter la viscosité et conjointement de diminuer le nombre de Reynolds, afin de se rapprocher des valeurs caractéristiques du vol des insectes (de  $Re = 10^2$  à  $10^4$ ). Le fluide utilisé a ainsi une viscosité cinématique de 0,23 stokes environ, contre  $1.10^{-2}$  stokes pour l'eau. Le schéma du dispositif expérimental est reproduit sur la figure 1.24. On voit également sur celle-ci la présence de deux parois immergées de part et d'autre de l'aile, et destinées à limiter les effets transversaux.

Les coefficients de portance et de traînée sont calculés à partir des mesures des efforts instantanés  $L(t)$  et  $D(t)$  suivant les deux axes :

$$C_L(t) = \frac{2L(t)}{\rho SU^2} \quad (1.44)$$

$$C_D(t) = \frac{2D(t)}{\rho SU^2} \quad (1.45)$$

$S$  étant la surface de l'aile et  $U$  la vitesse de translation. Il a ainsi été mis en évidence que pour des incidences supérieures à  $13,5^\circ$ , le caractère instationnaire de l'écoulement au départ de l'aile augmentait fortement la portance, comme on peut le voir sur la figure 1.26. L'explication proposée est la création d'un tourbillon de bord d'attaque décollé, comme on peut en rencontrer sur les voitures delta. En régime stationnaire, le contournement du bord d'attaque produit un effort d'aspiration, noté  $F_s$  sur la figure 1.25(a), et qui s'ajoute à l'effort normal  $F_n$  dû à la circulation autour du profil pour donner la portance globale  $L$ . Lorsqu'un tourbillon décollé se forme (fig. 1.25(b)), l'effort d'aspiration est dirigé vers le haut pour maintenir l'attachement de la structure tourbillonnaire, et la portance totale se voit ainsi augmentée. Comme on peut le voir sur les mesures reproduites fig. 1.26, cet effet

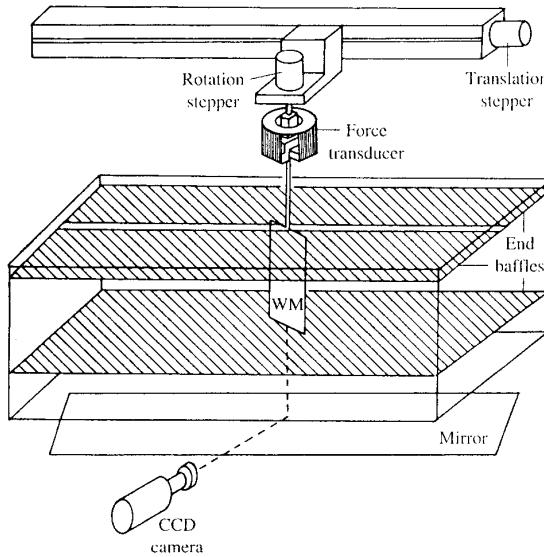


FIG. 1.24 – Dispositif expérimental employé par Dickinson *et al.* pour la mesure d’efforts sur une aile en translation [Dickinson et Götz 1993]

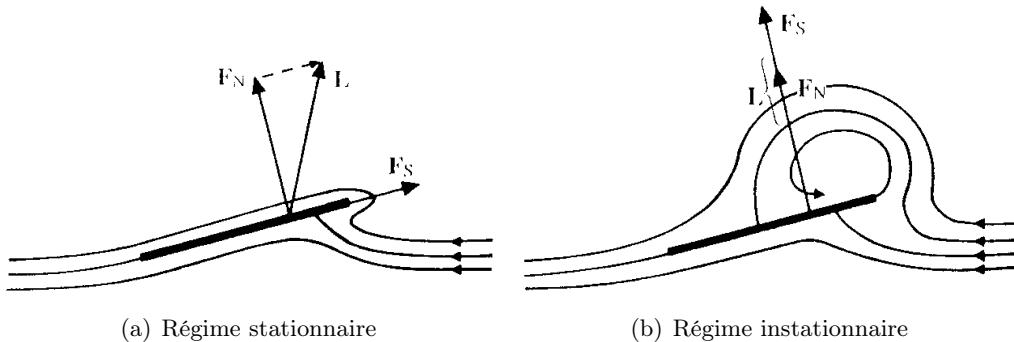


FIG. 1.25 – Génération d’un tourbillon de bord d’attaque décollé [Dickinson et Götz 1993]

diminue avec la longueur parcourue, étant donné que le tourbillon de bord d’attaque se détache par la suite dans ce qui devient une allée de von Karman. Cet effet peut néanmoins être profitable aux insectes, étant donné que les ailes ne parcourent qu’un court trajet durant chaque battement, typiquement de l’ordre de 4 à 6 longueurs de corde.

Suite à ces résultats probants, les investigations furent approfondies et le montage complexifié [Dickinson *et al.* 1999, Sane et Dickinson 2001, Sane et Dickinson 2002]. De façon à reproduire de la manière la plus précise possible la cinématique de battement des insectes, deux ailes furent employées, chacune ayant la possibilité de se mouvoir indépendamment selon les trois degrés de liberté en rotation par rapport au repère de référence. Les ailes en plexiglas reproduisent à l’échelle 100 celles de la mouche drosophile *Drosophila melanogaster*. Celles-ci sont immergées dans une cuve d’huile minérale de viscosité cinématique 115 cSt, toujours dans le but d’abaisser le nombre de Reynolds et de se rapprocher des conditions de vol d’un insecte. Afin de ne pas entraver le débattement des ailes, les actionneurs sont déportés à l’extérieur de la cuve, et la transmission est assurée par des arbres

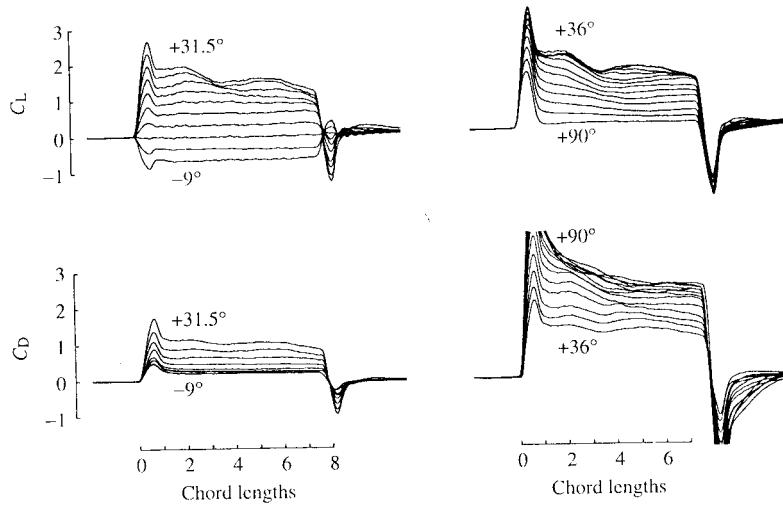


FIG. 1.26 – Mesures des coefficients aérodynamiques sur une aile en translation [Dickinson et Götz 1993]

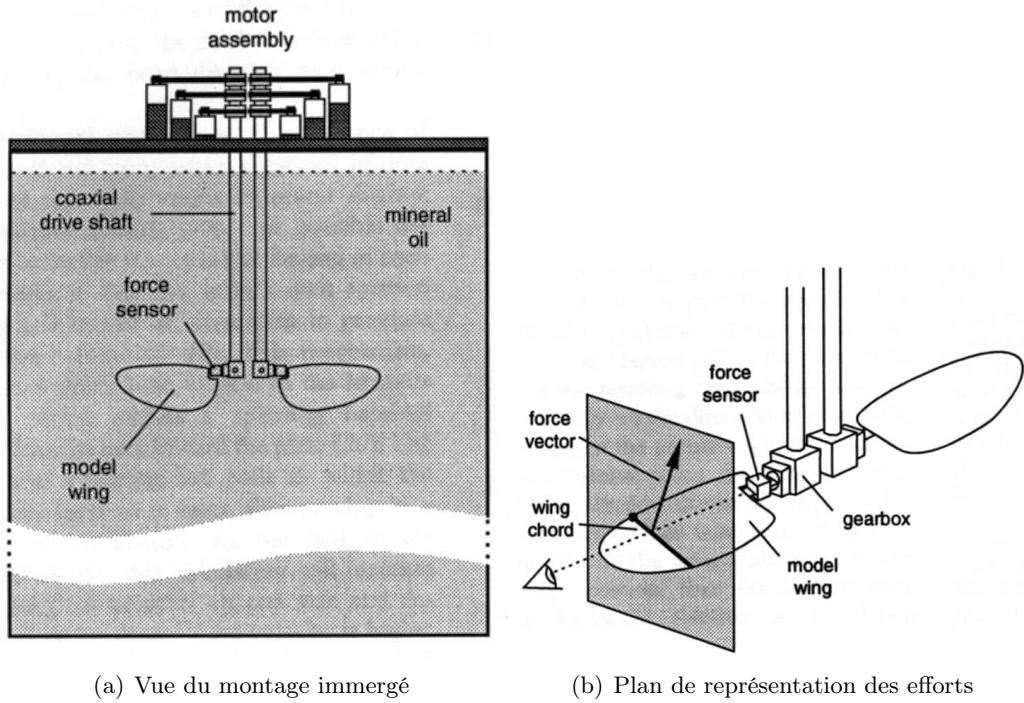
coaxiaux. Une vue d'ensemble du dispositif est reproduite sur la figure 1.27(a). Des capteurs situés à l'emplanture permettent de mesurer les efforts instantanés et de visualiser ensuite l'évolution du vecteur d'efforts, tel que représenté sur la fig. 1.27(b), en fonction du temps.

Les résultats de cette étude ont permis de distinguer clairement trois effets aérodynamiques instationnaires mis en jeu lors du vol de la drosophile :

- Le décrochage dynamique (*delayed stall*), dû à l'accélération de l'aile durant les phases de translation ;
- La circulation rotationnelle (*rotational circulation*) produite par le retournement rapide de l'aile autour de son grand axe entre chaque battement ;
- La capture de sillage (*wake capture*), lorsque l'aile repasse dans le sillage qu'elle a elle-même perturbé lors du battement précédent.

Si les deux premiers phénomènes ont déjà été étudiés par le passé ([Francis et Cohen 1933, Dickinson et Götz 1993] et [Ellington 1984] par exemple), le troisième semble relativement nouveau et surtout propre au vol battu ou vibrant. Il est montré que l'aile peut ainsi, sous certaines conditions, gagner un supplément de portance si elle repasse dans son sillage au bon moment, un effet qui pourrait encore une fois contribuer à expliquer l'origine de la « portance manquante » des insectes.

Enfin, Dickinson, Lehmann et Sane ont étudié l'influence du déphasage de la rotation de l'aile par rapport au battement. On a vu en effet que lors d'un vol stationnaire où la portance était générée à l'aller et au retour des ailes, celles-ci devaient se retourner entre chaque battement de manière à ce que le bord d'attaque aérodynamique soit conservé. L'angle repérant la position de l'aile autour de son grand axe est donc une fonction périodique du temps, de fréquence identique à celle du battement. Il a alors été montré que si la rotation était en avance de phase par rapport au battement, c'est-à-dire si l'aile effectue son retournement peu avant la fin du battement, il se produisait un pic instantané de portance sous l'effet des phénomènes instationnaires. Si ce déphasage est nul, ce qui correspond à une rotation ayant lieu exactement à la fin d'un battement et juste avant le suivant, alors ce pic de portance est moins prononcé. Enfin, on observe un effet inverse, c'est-à-dire une


 FIG. 1.27 – Montage expérimental *Robofly* [Dickinson et al. 1999]

déportance, si la rotation intervient après que l'aile a entamé son mouvement de retour. Les tracés expérimentaux correspondants sont reproduits sur la figure 1.28. Ces résultats s'avèrent extrêmement intéressants en matière de commande du vol d'un microdrone inspiré par le vol des insectes, car ils montrent qu'un seul paramètre, en l'occurrence le déphasage entre la rotation et le battement, est susceptible de modifier la portance globale.

### 1.3.2.2 LE PRF REMANTA

Dans le but de développer de nouvelles techniques et méthodes nécessaires à la réalisation d'un futur engin volant basé sur le vol animal, l'ONERA a entamé en 2002 un PRF (pour *Projet de Recherches Fédérateur*) intitulé *REMANTA* : *R*esearch program on *Micravehicles And New Technologies Applications* [Boyer 2002, Luc-Bouhali et al. 2005]. Ce projet ne vise pas la réalisation d'un prototype complet, mais plutôt de démonstrateurs partiels, visant à démontrer la pertinence d'un tel concept et regroupés selon trois axes :

- un axe mécanique du vol et contrôle, en parallèle duquel ce travail de thèse s'est déroulé ;
- un axe aérodynamique instationnaire à bas Reynolds ;
- un axe matériaux, structures et actionneurs.

Concernant le deuxième axe en particulier, un dispositif expérimental a été développé dans le but d'une part d'approfondir la compréhension des phénomènes aérodynamiques mis en jeu sur une aile battant à faible Reynolds, et d'autre part d'obtenir des modèles précis de coefficients d'efforts qui puissent être utilisés par la suite pour simuler la dynamique du vol d'un tel engin [Paquet 2004]. Ce dispositif se compose d'une aile battant dans de l'eau afin de reproduire l'écoulement de faible Reynolds caractéristique du vol des insectes, comme dans le cas de *Robofly*. À la différence de ce dernier, l'aile est toutefois capable

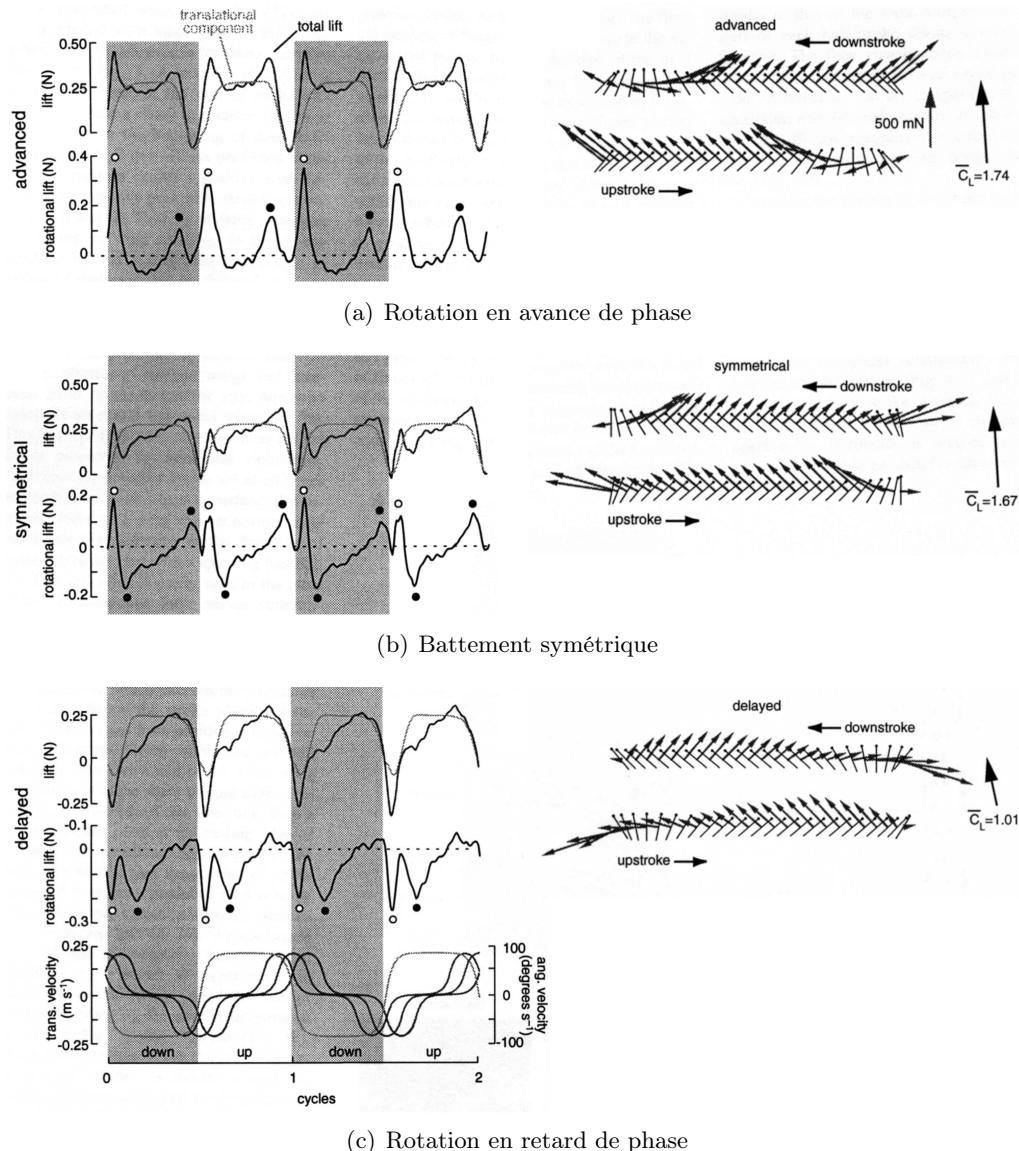


FIG. 1.28 – Effet du déphasage de la rotation sur la portance (à gauche : mesures expérimentales, à droite : visualisation de l'effort instantané) [Dickinson *et al.* 1999]

d'effectuer un mouvement de translation au sein d'un tunnel hydrodynamique, ce qui rend possible aussi bien l'étude du vol vibrant que celle du vol battu d'avancement. Une vue d'ensemble du dispositif est donnée sur la figure 1.29. Le dépouillement et l'analyse complète de ces essais sont actuellement en cours, et l'application de ceux-ci à la recherche de modèles aérodynamiques fait l'objet des travaux de thèse d'Antonin Peray [Peray *et al.* 2005].



FIG. 1.29 – Vue d'ensemble du tunnel hydrodynamique utilisé dans le cadre du projet REMANTA

### 1.3.3 Méthodes numériques

En parallèle aux études expérimentales qui viennent d'être décrites, d'autres équipes ont approché le vol des insectes à l'aide de codes d'aérodynamique numérique, calculant ainsi le champ de vitesse ou de pression autour d'une aile battant à faible Reynolds. On pourra notamment évoquer les résultats de Sun et Tang [Sun et Tang 2002], qui ont résolu les équations de Navier-Stokes dans le cas tridimensionnel afin d'étudier l'influence du mouvement de rotation de l'aile entre les battements avant et arrière. À cet effet, la vitesse de translation  $u_t$  de l'aile a été écrite sous la forme :

$$u_t/U = 0,5[1 + \cos \pi(\tau - \tau_1)/\Delta\tau_1] \quad (1.46)$$

pour  $\tau \in [\tau_1; \tau_1 + \Delta\tau_1]$ .  $U$  est la vitesse de l'aile durant les phases de translation uniforme,  $\tau = tU/c$  est le temps adimensionné par  $U$  et la corde moyenne  $c$ ,  $\tau_1$  est l'instant de début de décélération à la fin d'un battement, et  $\tau_1 + \Delta\tau_1$  est l'instant de fin d'accélération au début du battement suivant. De manière similaire, la vitesse de rotation de l'aile définie ici comme la dérivée de l'incidence géométrique est donnée par :

$$\dot{\alpha}c/U = 0,5\dot{\alpha}_0[1 - \cos 2\pi(\tau - \tau_r)/\Delta\tau_r] \quad (1.47)$$

pour  $\tau \in [\tau_r; \tau_r + \Delta\tau_r]$ .  $\tau_r$  est l'instant de début de la rotation et  $\Delta\tau_r$  la durée de celle-ci. Les équations de Navier-Stokes en écoulement instationnaire incompressible s'écrivent quant à elles :

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \quad (1.48)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} \quad (1.49)$$

avant le passage en coordonnées curvilignes,  $\mathbf{u}$  étant le vecteur vitesse aérodynamique et  $p$  la pression.

Les résultats confirment les études expérimentales menées par Dickinson *et al.* : on retrouve le fait qu'une rotation de l'aile en avance sur la fin du battement augmente fortement la portance,  $C_L$  pouvant même atteindre des valeurs plus de 2 fois supérieures au cas stationnaire.

Jane Wang, Birch et Dickinson [Jane Wang 2000, Jane Wang *et al.* 2004] ont réalisé quant à eux une étude comparative intéressante entre les mesures expérimentales en trois dimensions (3D) du montage *Robofly* et des calculs numériques bidimensionnels (2D) autour d'une aile de profil elliptique accomplissant un mouvement identique. Les équations de Navier-Stokes ont été écrites en coordonnées elliptiques  $(\mu, \theta)$ , afin de pouvoir utiliser un maillage resserré au voisinage de la surface de l'aile :

$$\frac{\partial(S\omega)}{\partial t} + (\sqrt{S}\mathbf{u} \cdot \nabla)\omega = \nu \Delta \omega \quad (1.50)$$

$$\nabla \cdot (\sqrt{S}\mathbf{u}) = 0 \quad (1.51)$$

où  $\omega$  est la vorticité,  $\nu$  la viscosité cinématique et  $S$  un facteur d'échelle :  $S(\mu, \theta) = \cosh^2 \mu - \cos^2 \theta$ . Les résultats montrent que, en régime permanent, les coefficients aérodynamique ( $C_L$  notamment) diffèrent sensiblement entre les calculs 2D et les mesures 3D. L'explication avancée réside dans la création et la séparation de deux tourbillons en bidimensionnel : comme on peut le voir sur les calculs du champ de vorticité fig. 1.30, le mouvement de translation de l'aile génère une paire de tourbillons, respectivement au bord d'attaque et au bord de fuite (a,b). Ceux-ci sont ensuite combinés en un dipôle lors de la rotation (c), puis détachés de l'aile au début du battement suivant (d). À l'opposé, il a été montré à plusieurs reprises que le tourbillon de bord d'attaque en 3D était stabilisé par l'écoulement axial qui évacuait une partie de la vorticité, et contribuait ainsi à augmenter la portance instantanée en retardant le décrochage.

Cependant, les résultats 2D se rapprochent davantage des mesures 3D sous certaines conditions, notamment lorsque l'aile ne parcourt qu'un trajet réduit à chaque battement. L'explication avancée est que le dipôle tourbillonnaire n'aurait alors pas le temps de se détacher, ce qui rejoindrait l'hypothèse proposée par Dickinson [Dudley 1999].

Rayner [Rayner 1979, Rayner 1995] a proposé quant à lui un modèle numérique de l'évolution du sillage d'un animal en vol stationnaire. Ce sillage est représenté par un empilement de  $n$  vortex en anneaux concentriques, chacun de ces vortex étant généré par un cycle de battement (fig. 1.31). Le rayon d'un vortex est calculé en fonction de la distribution de la circulation sur l'aile, la circulation étant elle-même fonction du poids et de la durée d'un battement.

En un point de coordonnées  $\mathbf{x}$  situé suffisamment loin d'un vortex d'intensité  $\kappa$ , la vitesse  $\mathbf{u}$  induite par celui-ci peut s'exprimer grâce à la formule de Biot et Savart :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = -\frac{\kappa}{4\pi} \oint \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{X}(s)) \wedge \mathbf{t}(s)}{|\mathbf{x} - \mathbf{X}(s)|^3} ds \quad (1.52)$$

$\mathbf{X}$  étant la position du point courant sur le vortex de rayon  $R$  :  $\mathbf{X} = R(\cos \theta \ \sin \theta \ 0)$  en coordonnées cylindriques, avec  $\theta = s/R$ . De plus  $\mathbf{x}$  est supposé appartenir à l'axe du vortex :  $\mathbf{x} = (r \ 0 \ h)$ , et  $\mathbf{t} = d\mathbf{X}/ds$  (voir schéma 1.32).

En repérant chaque anneau par le vecteur  $\bar{\mathbf{p}} = (\bar{R}, \bar{Z})$ , où  $\bar{R}$  et  $\bar{Z}$  sont respectivement le rayon et l'ordonnée en coordonnées réduites, Rayner montre alors que la vitesse générée

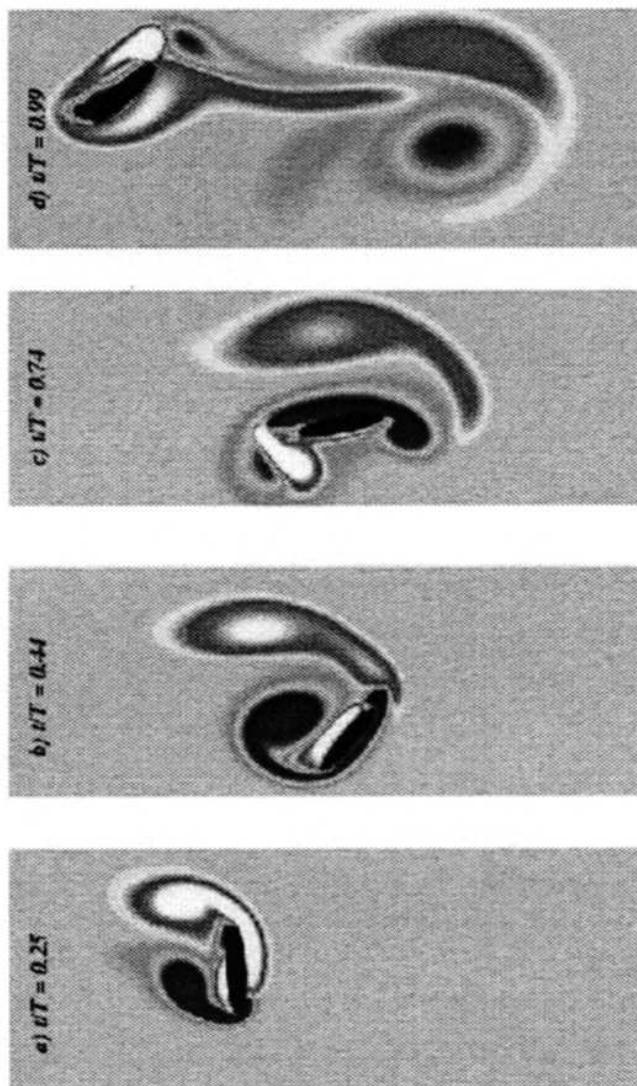


FIG. 1.30 – Crédit à Jane Wang pour la simulation numérique [Jane Wang 2000]

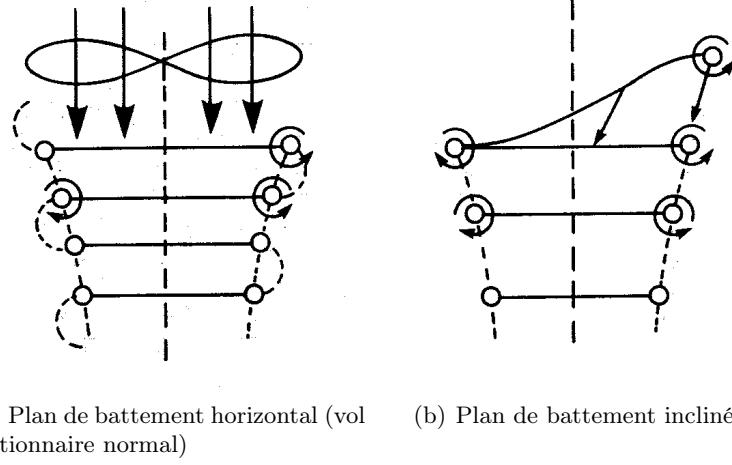


FIG. 1.31 – Représentation du sillage sous forme d'une succession d'anneaux tourbillonnaires [Rayner 1979]

en un point  $\bar{\mathbf{x}}$  par l'empilement tourbillonnaire est égale à :

$$\mathbf{u}(\bar{\mathbf{x}}) = \frac{\kappa}{4\pi b R'} \sum_{i=1}^n \bar{\mathbf{U}}(\bar{\mathbf{x}}; \bar{\mathbf{p}}_i) \quad (1.53)$$

avec

$$\bar{\mathbf{U}}.\hat{\mathbf{x}} = \frac{4\bar{R}(\bar{z} - \bar{Z})H(e)}{[(\bar{r} + \bar{R})^2 + (\bar{z} - \bar{Z})^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (1.54)$$

$$\bar{\mathbf{U}}.\hat{\mathbf{z}} = \frac{4\bar{R}(\bar{R}G(e) - \bar{r}H(e))}{[(\bar{r} + \bar{R})^2 + (\bar{z} - \bar{Z})^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (1.55)$$

$$e^2 = 4\bar{r}\bar{R}[(\bar{r} + \bar{R})^2 + (\bar{z} - \bar{Z})^2]^{-1} \quad (1.56)$$

$H$  et  $G$  sont des fonctions obtenues à partir d'intégrales elliptiques. Quant à la formation de l'empilement, une construction itérative est proposée, en divisant la durée  $T_w$  d'un battement en  $L$  pas de calcul,  $l$  étant le pas courant ( $0 < l < L$ ). L'évolution de l'anneau  $\mathbf{p}_j$  est alors donnée par :

$$\bar{\mathbf{p}}_j^l = \bar{\mathbf{p}}_j^{l-1} + \frac{\pi f'}{2L} \left\{ \bar{\mathbf{U}}_s(\bar{\mathbf{p}}_j^{l-1})\mathbf{z} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \bar{\mathbf{U}}(\bar{\mathbf{p}}_j^{l-1}; \bar{\mathbf{p}}_i^{l-1}) + f_v \left( \frac{(l-1)T_w}{L} \right) \bar{\mathbf{U}}(\bar{\mathbf{p}}_j^{l-1}; \bar{\mathbf{p}}_{n+1}) \right\} \quad (1.57)$$

où  $\bar{\mathbf{U}}_s$  désigne la vitesse induite par un anneau sur lui-même,  $f'$  un paramètre lié à la cinématique et la morphologie de l'animal, et où  $f_v$  représente l'effet de la vorticité du disque sustentateur modélisant les ailes sur les anneaux du sillage.

Les résultats de la simulation pour un insecte et un oiseau sont reproduits respectivement fig. 1.33(a) et fig. 1.33(b). Il est intéressant de noter que pour un insecte, caractérisé en particulier par une valeur du paramètre  $f'$  comprise entre  $5.10^{-3}$  et  $15.10^{-3}$ , le sillage est plutôt resserré au voisinage de l'animal, alors que les anneaux sont plus espacés dans le cas d'un oiseau. Cela porte indirectement Rayner à conclure que la théorie du disque

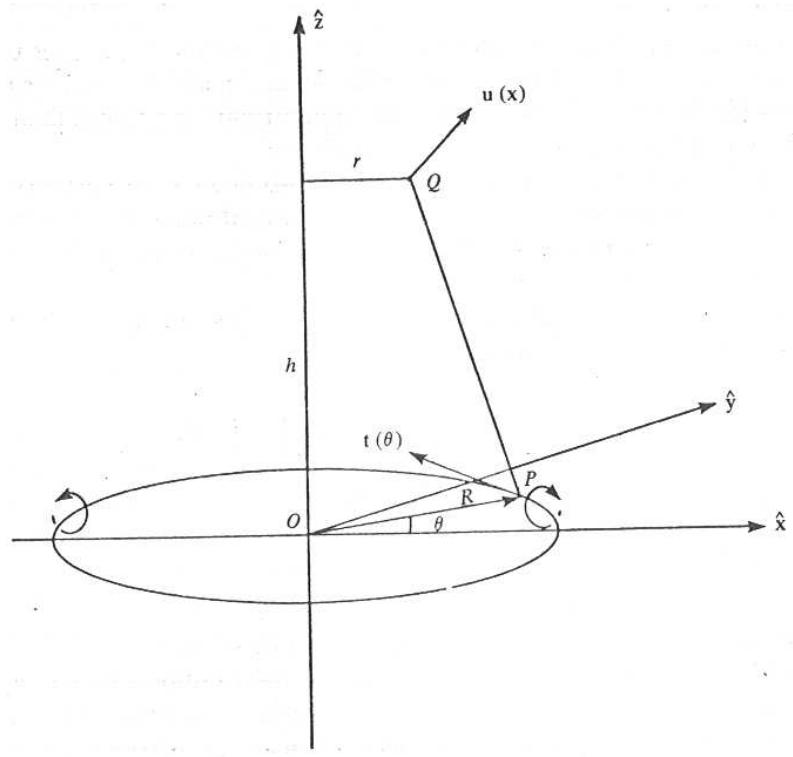


FIG. 1.32 – Notations pour le calcul de la vitesse induite par un anneau tourbillonnaire [Rayner 1979]

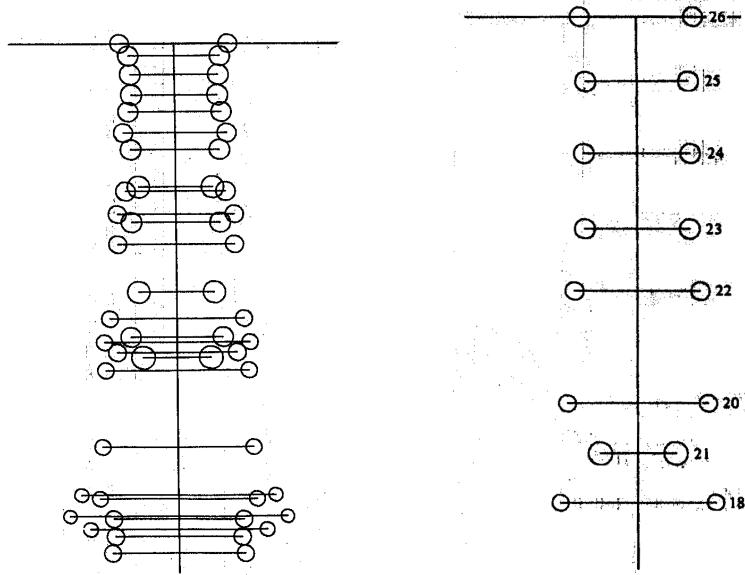
sustentateur, modélisant l'écoulement aval comme un tube de courant continu (cf. fig. 1.8 p. 19) est une bonne approximation dans le cas du vol des insectes seulement. On note en outre que dans le cas d'un oiseau, la dynamique lente de certains anneaux font que ceux-ci peuvent se retrouver dépassés par d'autres, ce qui modifie en permanence la structure du sillage : on voit en particulier que l'anneau 19 est sorti du champ de la figure avant le 18. Enfin, on remarque une interruption en aval dans le sillage de l'insecte, et Rayner y voit une explication possible pour les légères oscillations verticales de la position d'un insecte en vol stationnaire.

## 1.4 Vers des drones à ailes battantes

Toutes ces études ont grandement contribué à dévoiler un peu du mystère entourant la physique du vol animal. Cependant, alors que la plupart des entomologistes et ornithologues n'y voyaient qu'un pas de plus vers l'approfondissement des connaissances dans leurs domaines, d'autres envisageaient déjà l'application de ces résultats pour concevoir des engins volants d'un nouveau type : les microdrones.

### 1.4.1 Intérêts et concepts à l'étude

Un drone ou UAV (*Unmanned Air Vehicle*) est un engin volant autonome, utilisé principalement à des fins d'observation. Les modèles Global Hawk et Predator, d'envergures



(a) Cas d'un insecte standard,  $f' = 0,015$  (b) Cas d'un oiseau standard,  $f' = 0,15$

FIG. 1.33 – Résultats de simulation représentant la structure du sillage [Rayner 1979]

respectives de 30 et 15 m, ont ainsi été employés avec profit par l'armée américaine durant les derniers conflits armés pour des missions de renseignement, voire d'élimination de cibles. L'intérêt est en premier lieu de ne pas risquer la vie d'un pilote humain ; de plus ces engins s'avèrent beaucoup plus économiques en termes de maintenance sur le long terme que des appareils classiques. Durant les dernières années, la recherche dans le secteur des drones s'est toutefois concentrée vers une nouvelle dimension : celle de la miniaturisation. Le but est de concevoir des engins autonomes de taille suffisamment réduite pour pouvoir être emportés et opérés par un seul fantassin, ce qui reste impossible avec les drones actuels. Le but est d'offrir à celui-ci des « jumelles volantes » qui lui permettent de voir au-delà des obstacles immédiats constitués par le relief, la végétation ou les constructions [Davis *et al.* 1996]. On passerait alors d'une reconnaissance globale pour les drones actuels HALE (Haute Altitude Longue Endurance) et MALE (Moyenne Altitude Longue Endurance) à une reconnaissance locale immédiate, le drone miniature étant équipé de divers capteurs et caméras visible, infrarouge, etc. De tels engins trouveraient également leur utilité dans des applications civiles, par exemple pour la surveillance du trafic routier, des risques d'incendies, pour l'inspection d'ouvrages d'art ou plus généralement pour des interventions dans des milieux risqués ou difficiles d'accès. Les notions de minidrone et de microdrone, désignant des appareils d'envergures respectivement inférieures à 50 et 15 cm, firent alors leur apparition, et les recherches furent initiées et supportées par exemple par la DGA (Délégation Générale pour l'Armement) en France ou la DARPA (*Defense Advanced Research Projects Agency*) aux États-Unis.

Plusieurs concepts furent alors envisagés. Le premier, et le plus simple à mettre en œuvre, est celui des microdrones à voilure fixe. Ils ne se résument toutefois pas à une simple miniaturisation de leurs homologues de grande taille, et optent la plupart du temps pour une conception de type aile volante : c'est l'ensemble de l'engin qui fait office de surface portante, la propulsion étant assurée par une ou plusieurs hélices. Parmi les projets actuels, mentionnons Carolo, de la Technische Universität Braunschweig [Kordes *et al.* 2003],



FIG. 1.34 – Quelques exemples de microdrones à voilure fixe

Black Widow d’AeroVironment [Grasmeyer et Keenon 2000] ou encore MIRADOR, collaboration entre l’ONERA et l’École Royale Militaire de Bruxelles [Keuter *et al.* 2002], représentés chacun sur la figure 1.34.

L’inconvénient principal de ce concept est qu’il n’autorise pas le vol stationnaire, au contraire des microdrones basés sur des voitures tournantes. Dans ce cas, un ou plusieurs rotors assurent la portance, et les déplacements latéraux sont générés par des dispositifs annexes (volets ou autres) ou bien en imposant des vitesses de rotation différentes aux rotors. Parmi les études en cours, citons le MICOR [Bohorquez *et al.* 2003] de l’université du Maryland basé sur deux rotors coaxiaux contrarotatifs, ou bien les nombreux projets basés sur une configuration à 4 rotors dénommée X4-Flyer [Eich *et al.* 2004] (voir fig. 1.35).

À côté de ces microdrones classiques en regard de leurs équivalents de grande taille, un troisième type a vu le jour il y a quelques années : celui des microdrones à ailes battantes, qui s’efforcent pour beaucoup d’imiter le vol animal, en particulier celui des insectes. De façon générale, la science visant à analyser les phénomènes vivants afin de concevoir des procédés qui s’en inspirent ouvertement a connu un essor certain ces derniers temps, à tel point qu’on lui a donné un nom : le biomimétisme ou bionique [Nachtigall 2005, Coineau et Kresling 1987].

Le concept de microdrone basé sur le vol des insectes n’a pas été envisagé par hasard : il offre en premier lieu l’avantage de pouvoir faire du vol stationnaire, ce qui est intéressant pour des missions en intérieur ou dans des espaces réduits [Szmelter et Źbikowski 2000]. Les microdrones à voilure tournante présentent aussi cette capacité, mais leur spectre acoustique est fortement marqué par la fréquence de rotation du rotor, ce qui en fait des

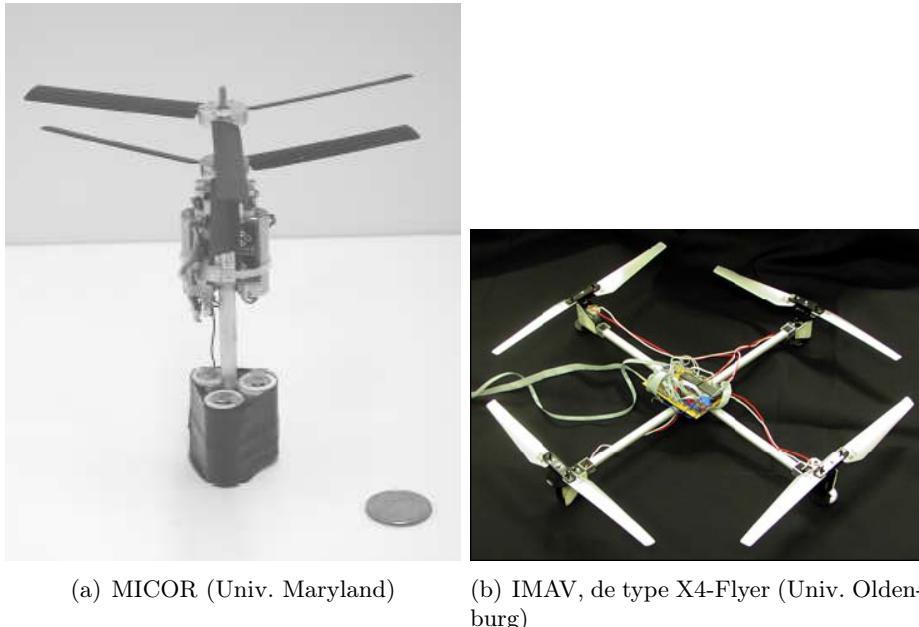


FIG. 1.35 – Microdrones basés sur des voilures tournantes

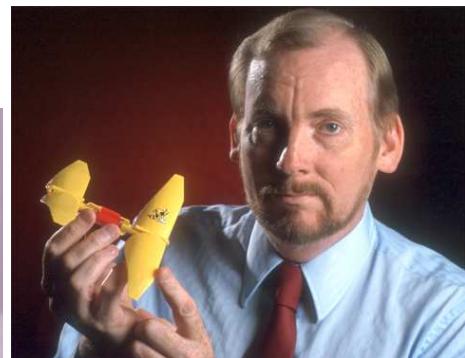
engins très reconnaissables de par leur signature sonore. De par la variété des phénomènes aérodynamiques mis en jeu, le spectre acoustique d'un microdrone à ailes battantes serait quant à lui beaucoup plus étalé et diffus, ce qui lui assurerait une supériorité certaine sur les concepts à voilure tournante pour les missions de reconnaissance où la discréetion est de mise. Ajoutons enfin qu'un drone à ailes battantes serait capable, à l'instar des insectes et oiseaux dont il s'inspire, d'une agilité appréciable aux basses vitesses, contrairement aux deux autres types de microdrones. De nombreux concepts ont ainsi vu le jour à travers le monde, aucun d'entre eux n'est réellement finalisé et opérationnel à l'heure actuelle, mais tous sont les vecteurs d'une activité de recherche intense. Nous avons déjà mentionné le projet MFI, citons par ailleurs l'entomoptère de GeorgiaTech [Michelson 1998] qui est un concept hybride volant/rampant, Microbat de Caltech [Pornsirak et al. 2001], basé davantage sur le vol battu des oiseaux et des chauves-souris, ou encore BITE-Wing (pour *Biplane Insectoid Travel Engine*) [Jones et Platz 2000], un projet mené au Naval Research Laboratory et basé sur deux paires d'ailes battant l'une sur l'autre, un mécanisme encore inédit dans la nature. Ces exemples sont illustrés sur la figure 1.36. En France, outre le PRF REMANTA, on peut mentionner les projets de développement de drones à ailes battantes ROBUR de l'équipe AnimatLab du LIP6 [Doncieux et al. 2004], ou bien les activités menées au LAG (Laboratoire d'Automatique de Grenoble).

#### 1.4.2 Difficultés technologiques et solutions proposées

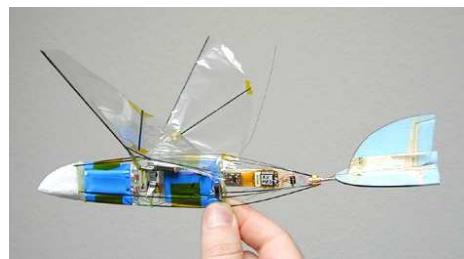
Outre les difficultés inhérentes à la compréhension du vol battu que l'on a résumées auparavant, le concept de microdrone à ailes battantes est aujourd'hui celui qui propose le plus de défis technologiques à relever : il demande de proposer un moyen inédit dans l'aviation pour générer simultanément les efforts de portance et de traînée, tout en concentrant les constituants du système tels les actionneurs, les capteurs, les batteries, etc. dans un volume le plus réduit possible. Sans prétendre couvrir de manière exhaustive l'ensemble



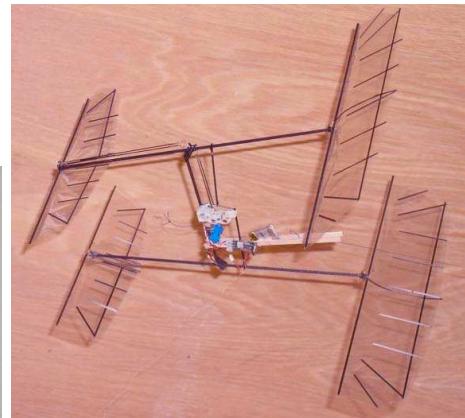
(a) MFI (Univ. Berkeley)



(b) Entomopter (GeorgiaTech)



(c) Microbat (Caltech)



(d) BITE-Wing (Naval Research Lab.)

FIG. 1.36 – Quelques projets en cours de microdrones à voilure battante

des problèmes technologiques posés, nous allons examiner quelques-unes des solutions envisagées dans le domaine des actionneurs, des matériaux, des capteurs ainsi que du contrôle du vol.

#### 1.4.2.1 Actionneurs

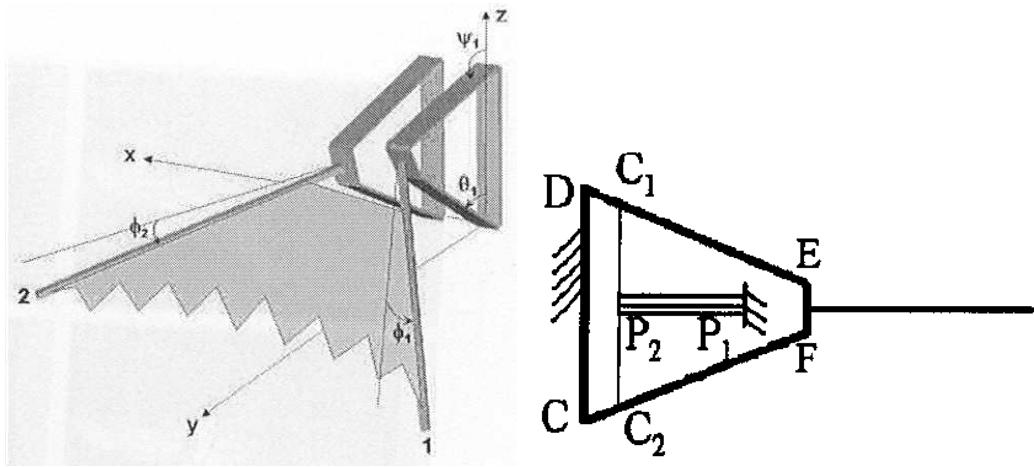
L'un des principaux problèmes est la réalisation de dispositifs d'entraînement pour les ailes, capables de faire battre celles-ci à des fréquences suffisantes tout en conservant des dimensions réduites. Ici encore, les idées sont venues naturellement de l'observation de la source d'inspiration originale. On envisage en effet difficilement la construction de micro-moteurs suffisamment précis et rapides pour faire battre correctement les ailes, étant donné que les spécifications requises semblent hors de portée des technologies disponibles à l'heure actuelle. Dickinson, Lighton et McNeill Alexander [[Dickinson et Lighton 1995](#), [McNeill Alexander 1995](#)] ont alors étudié avec attention le rendement musculaire  $\eta$  d'une drosophile *Drosophila hydei* en calculant celui-ci de deux manières différentes. Dans un premier temps, il a été supposé que les ailes étaient mues par des muscles exclusivement : ces derniers auraient alors la charge à chaque battement de s'opposer à la traînée mais également à l'inertie des ailes, en les accélérant en début de battement et en les freinant à la fin. En désignant respectivement par  $W_a$  et  $W_i$  les travaux des efforts aérodynamiques et inertiels, et par  $E$  la consommation énergétique métabolique, le rendement s'exprime alors sous la forme :

$$\eta = \frac{W_a + W_i}{E} \quad (1.58)$$

Toutefois plusieurs études antérieures [[Luo 2002](#)] ont montré que de nombreuses espèces d'insectes possédaient également des structures semi-rigides et élastiques, susceptibles de contribuer aux mouvements des ailes. Chez la drosophile, c'est le thorax qui peut ainsi emmagasiner en fin de battement une partie de l'énergie cinétique des ailes sous forme d'énergie potentielle élastique avant de la restituer pour le battement suivant, comme un système masse-ressort classique. Dans l'hypothèse où les ailes sont actionnées uniquement par un tel système résonnant, et en supposant de plus que celui-ci est parfait (c'est-à-dire sans amortissement), les travaux inertiels ne sont plus pris en compte dans le calcul du rendement :

$$\eta = \frac{W_a}{E} \quad (1.59)$$

Dickinson, Lighton et McNeill Alexander ont alors calculé le rendement sous ces deux hypothèses, en mesurant le métabolisme à partir de la consommation en oxygène de l'insecte. Dans le premier cas, le rendement trouvé est de 54%, soit une valeur physiologiquement impossible. Sous l'hypothèse d'actionneurs élastiques parfaits, on trouve 9%, ce qui représente une valeur beaucoup plus plausible. Les auteurs en ont alors conclu qu'environ 90% de l'énergie nécessaire au battement était fournie par des structures élastiques, contre 10% seulement par les muscles de l'insecte. Ces résultats ont été mis à profit pour la réalisation du dispositif d'entraînement des ailes du projet MFI de l'université de Berkeley [[Yan et al. 2001](#)] : chaque aile est mise en mouvement par l'action conjuguée de deux mécanismes de type 4 barres (fig. 1.37(a)) afin d'assurer à la fois le battement et la rotation. La déformation d'un de ces mécanismes 4 barres *CDEF* (voir fig. 1.37(b)) est assurée par la tension d'un câble  $C_1C_2$ , elle-même provoquée par les mouvements de translation d'un actionneur piézo-électrique  $P_1P_2$ , de type PZN-PT. Le tout fait ainsi office de structure résonante au voisinage de la fréquence propre de l'actionneur [[Rakotomamonjy 2002](#)]. Deux difficultés majeures subsistent toutefois : d'une part, l'amplitude de translation des actionneurs piézo-électriques actuellement disponibles reste trop limitée pour pouvoir envisager



(a) Aile entraînée par deux mécanismes 4 barres (b) La déformation d'un mécanisme 4 barres est assurée par la contraction du translateur piézoélectrique  $P_1P_2$

FIG. 1.37 – Actionneurs choisis pour le MFI (Berkeley) [Fearing *et al.* 2000, Yan *et al.* 2001]

des déplacements angulaires suffisants, même à l'aide de dispositifs mécaniques d'amplification. D'autre part, même si de tels actionneurs sont en principe capables d'entraîner les ailes en battement, il demeurerait délicat de contrôler en temps réel la forme des mouvements accomplis, dans le but de moduler les efforts aérodynamique et donc de permettre le contrôle du vol.

Mentionnons également dans un genre similaire l'utilisation de polymères diélectriques [Kornbluh *et al.* 1998], particulièrement performants vis-à-vis des déformations obtenues et des contraintes générées : ceux-ci offrent notamment des amplitudes de mouvement jusqu'à 100 fois supérieures à celles des translateurs piézoélectriques. On peut voir sur la figure 1.38 le fonctionnement de ce type de matériau, utilisé en tant que « muscle artificiel » (EPAM, pour *Electrostrictive Polymer Artificial Muscle*) dans plusieurs projets de robotique.

D'autres concepts de muscles artificiels ont été étudiés, parmi lesquels le RCM ou *Reciprocating Chemical Muscle* [Michelson 1998]. Celui-ci se base sur des réactions non plus électriques mais chimiques, ce qui présente un avantage certain étant donné que celles-ci fournissent une quantité d'énergie par unité de masse très supérieure, et que la masse admissible est justement un facteur critique dans la conception des microdrones. De telles réactions se déroulent sans combustion (d'où le terme de muscle et non de moteur), ce qui rendrait le fonctionnement du RCM possible sous l'eau, et elles pourraient également fournir l'électricité nécessaire à l'avionique embarquée. Les dernières évolutions en date de RCM (4<sup>e</sup> génération) offrent une bande passante allant de 15 à 68 Hz.

#### 1.4.2.2 Matériaux

Plusieurs études, dont celle menée par Okamoto, Yasuda et Azuma [Okamoto *et al.* 1996], ont porté sur la structure des ailes des insectes et la relation entre celle-ci et les performances aérodynamiques. Étant donné la portance très supérieure aux prédictions stationnaires, on

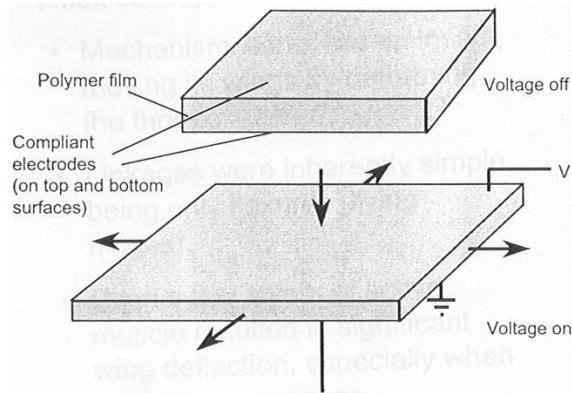


FIG. 1.38 – Déformation d'un polymère diélectrique soumis à une différence de potentiel [Kornbluh *et al.* 1998]

peut en effet légitimement supposer que les micro-rugosités à la surface de l'aile contribuent elles aussi d'une certaine manière à accroître cet effort, en modifiant de manière favorable les caractéristiques de l'écoulement aérodynamique. Okamoto et son équipe ont alors comparé les performances d'ailes de libellule *Anax parthenope julius* avec celle de profils standards, et ont conclu que le relief caractéristique en « zig-zag » du profil de l'aile de libellule, reproduit sur la figure 1.39, contribue à augmenter le coefficient de portance maximum ainsi que la finesse.

Il reste difficile à l'heure actuelle de reproduire avec précision un profil aussi complexe pour en équiper un microdrone. Certaines équipes ont toutefois tourné davantage leurs recherches vers les matériaux et techniques de construction les plus adaptées. Au sein du projet Microbat, Pornsin-Sirirak, Tai, Nassef et Ho [Pornsin-Sirirak *et al.* 2000] ont ainsi réussi à concevoir des ailes en alliage à 88% de titane en utilisant les technologies MEMS (*Micro-Electro-Mechanical Systems*). L'avantage de celles-ci sur les méthodes plus traditionnelles est qu'elles autorisent une précision et surtout une répétabilité beaucoup plus importante lors de la réalisation. Il devient dès lors très facile de fabriquer une série d'ailes en ne faisant varier qu'un seul paramètre, comme par exemple l'épaisseur du bord d'attaque. De plus, les caractéristiques aérodynamiques semblent suffisamment intéressantes pour que ces technologies ne soient pas perdues de vue.

#### 1.4.2.3 Capteurs

Le biomimétisme a également influencé la conception de différents types de capteurs destinés à fournir aux microdrones des informations sur leur environnement extérieur. On n'évoquera pas ici les capteurs propres à la mission de l'engin, tels que des caméras infrarouges ou divers dispositifs de reconnaissance radar, mais plutôt les senseurs permettant au microdrone de s'orienter et d'assurer ainsi sa navigation de manière autonome.

Les insectes utilisent naturellement leur vision pour se repérer, et ce de deux manières différentes. En premier lieu, il a été montré qu'un insecte en mouvement de translation uniforme maintient sa trajectoire en s'assurant que le flux optique reçu reste constant. En considérant un insecte en vol dont le regard maintient une direction fixe vers le sol, ce flux optique peut être défini par [Ruffier *et al.* 2003] :

$$\Omega = \frac{v}{D} \sin \phi \quad (1.60)$$

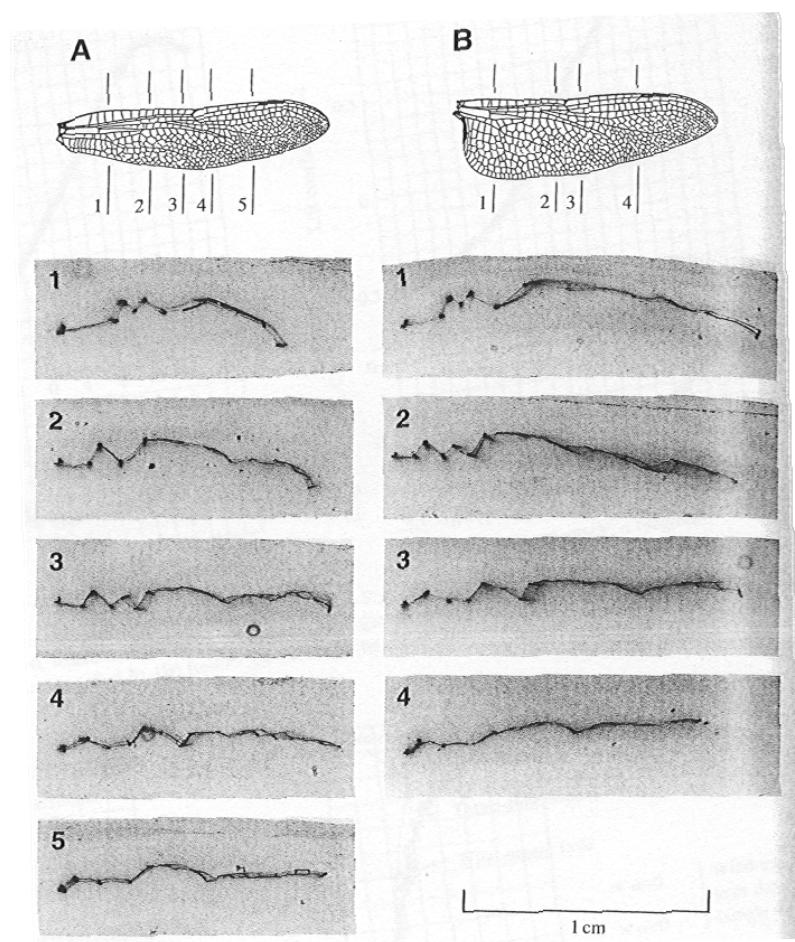


FIG. 1.39 – Profil d'aile de libellule suivant différentes sections - **A** aile avant - **B** aile arrière [Kesel 2000]

$v$  étant la vitesse de translation par rapport au sol,  $D$  la distance entre l'insecte et le point visé au sol et  $\phi$  l'angle entre la direction du regard et la vitesse. Des capteurs de flux basés sur cette modélisation ont été utilisés avec succès pour le contrôle de microdrones de type hélicoptère.

Outre les organes assurant leur vision principale, les insectes disposent également d'yeux simplifiés nommés ocelles, généralement au nombre de trois, et sensibles aux variations de luminosité. On pense à l'heure actuelle que ces ocelles sont utilisés par l'animal pour déterminer son attitude en repérant la luminosité du ciel. Enfin, à côté de ces capteurs visuels, les insectes disposent également de senseurs inertIELS. En effet, chez certaines espèces, les ailes arrière ont progressivement dégénéré au cours de l'évolution de l'espèce pour donner naissance à des organes sensoriels appelés haltères. Celles-ci battent en opposition de phase avec les ailes, et la conséquence de la combinaison de ce mouvement relatif avec les changements d'attitude de l'insecte est la génération d'une force de Coriolis. Des études [Chan *et al.* 1998] ont alors montré que le système nerveux de l'insecte était capable de mesurer cette force et d'en extraire les vitesses de rotation par rapport au repère terrestre : l'animal disposerait ainsi d'un gyroscope naturel et précis. Tous ces différents types de capteurs ont été reproduits artificiellement par les chercheurs du projet MFI [Wu *et al.* 2003], afin d'en comparer les efficacités respectives dans le cadre du contrôle du vol de microdrones.

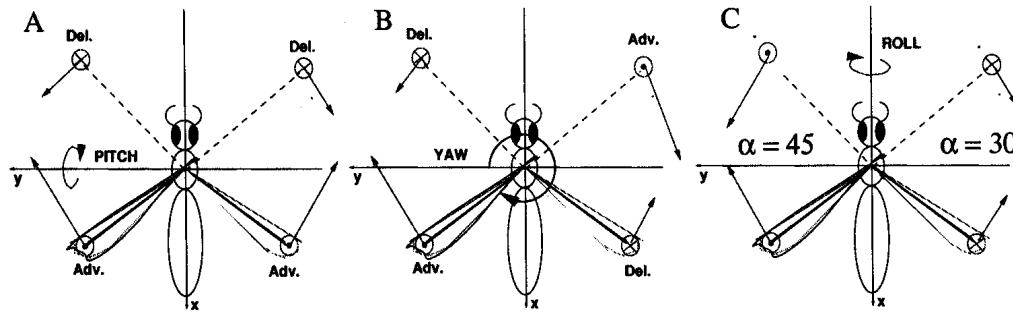
#### 1.4.2.4 Contrôle du vol

Dans le cadre du projet MFI (*Micromechanical Flying Insect*) de l'université de Berkeley, Schenato et Sastry se sont également intéressés au vol des insectes du point de vue de la mécanique du vol. La stratégie de contrôle qu'ils proposent est toutefois plus simple que les précédentes, puisqu'ils évoquent la possibilité de contrôler l'attitude *via* des couples appliqués sur les trois axes par dissymétrisation du battement. Ainsi, pour obtenir un moment de tangage, il est nécessaire d'accroître la portance sur la partie arrière du battement. D'après Dickinson [Sane et Dickinson 2001], il suffit pour cela que la rotation ait lieu en avance par rapport à la fin du battement lors du battement arrière, et en retard lors du battement avant. En procédant ainsi, un supplément de portance (resp. une déportance) sera produit à la fin du battement arrière (resp. avant), ce qui aura pour effet de produire un moment de tangage négatif, c'est-à-dire à piquer.

Une démarche similaire peut être appliquée pour la génération de moments en roulis et en lacet. Pour le roulis, la portance doit être supérieure sur une aile donnée, par exemple sur l'aile gauche pour un roulis positif. Il suffit donc pour cela d'avancer le déphasage de la rotation de l'aile gauche par rapport à celle de l'aile droite durant tout le mouvement. Enfin pour le lacet on mettra à profit les efforts de traînée en créant des déphasages symétriques par rapport au centre du microdrone. Toutes ces stratégies de commande en boucle ouverte sont illustrées sur la figure 1.40.

Pour finir, la commande en boucle fermée d'un modèle du MFI [Schenato *et al.* 2002], dénommé VIFS (*Virtual Insect Flight Simulator*), a été entreprise. La démarche choisie consiste à exprimer dans un premier temps la relation entre les dérivées des variables de position du modèle et les efforts extérieurs appliqués à l'aide des théorèmes de la mécanique newtonienne. Ainsi, le principe fondamental de la dynamique permet d'écrire la relation suivante entre le vecteur  $\Theta = {}^t[\phi \theta \psi]$  des angles d'Euler repérant l'attitude du corps et les couples exercés  $\tau^b$  :

$$\ddot{\Theta} = (IW)^{-1}[\tau^b - W\dot{\Theta} \times IW\dot{\Theta} - IW\ddot{\Theta}] \quad (1.61)$$

FIG. 1.40 – Contrôle d'attitude *via* les déphasages des rotations [Deng *et al.* 2001]

dans laquelle  $W$  est le tenseur associé au pseudo-vecteur rotation et  $I$  est le tenseur d'inertie. Puis les mouvements des ailes sont paramétrés afin de définir les entrées du système, et celles-ci sont reliées aux couples exercés par des relations obtenues de manière empirique à l'aide de simulations. La fonction reliant les couples moyens aux paramètres de commande  $\alpha_r$ ,  $\alpha_l$  et  $\gamma$  est de la forme :

$$\Psi : \begin{cases} \bar{\tau}_\psi &= a_{11}\alpha_r + a_{12}\alpha_l + \delta_\psi \\ \bar{\tau}_\theta &= a_{21}\alpha_r + a_{22}\alpha_l + \delta_\theta \\ \bar{\tau}_\eta &= c\gamma^3 + \delta_\eta \end{cases} \quad (1.62)$$

où les différents coefficients sont constants. Connaissant l'attitude à atteindre, on en déduit alors les couples à exercer *via* la relation (1.61), puis la commande à appliquer est calculée à l'aide de la paramétrisation inverse  $\Psi^{-1}(.)$ . La linéarisation de ces équations permet l'utilisation des méthodes classiques de commande, allant du retour d'état à la commande robuste.



## Chapitre 2

# Modèle de simulation *OS CAB*

Comme nous venons de le voir, de nombreux travaux ont été réalisés afin de développer une meilleure compréhension du vol animal, dans l'optique d'appliquer à plus ou moins long terme ces connaissances au domaine des drones. Toutefois, il se dégage de cette étude bibliographique qu'une très grande majorité des méthodes employées focalisent leur attention sur une modélisation précise des différents phénomènes aérodynamiques mis en jeu, et ce pour des configurations de vol quasi-statiques : l'écoulement est généralement pris au repos, et les paramètres définissant la cinématique du mouvement sont constants au cours du temps. Pour connaître la position et la vitesse instantanée d'un micro-véhicule à ailes battantes, il serait nécessaire d'intégrer les efforts de portance et de traînée au cours du temps en fonction des mouvements d'ailes accomplis, ce qui n'est pas le but des approches basées sur des codes de calcul CFD<sup>1</sup> par exemple.

En d'autres termes, peu d'études ont proposé jusqu'à présent un modèle complet orienté *mécanique du vol* d'un microdrone basé sur le vol naturel. Et lorsque ce fut le cas, notamment pour le VIFS de l'université de Berkeley [Deng *et al.* 2001, Schenato *et al.* 2002], le modèle employé était obtenu de manière empirique à partir de mesures expérimentales : l'exactitude de celui-ci était donc subordonnée à l'exhaustivité du protocole d'essais. D'autre part, l'utilisation de méthodes de contrôle linéaires nécessitait que le domaine de vol de l'engin soit restreint à un voisinage d'un point d'équilibre, et les propriétés non linéaires inhérentes à ce type de vol étaient alors négligées.

C'est dans le but de pallier ce manque que ce travail de thèse a été entrepris. Celui-ci a en effet consisté à développer un modèle de simulation de microdrone à ailes battantes sous une approche mécanique du vol, et à rechercher des méthodes de stabilisation et de commande en boucle fermée adaptées à la dynamique non linéaire du modèle. Cette réflexion a été menée en parallèle du PRF REMANTA, afin de dégager de nouveaux axes d'études pour la dynamique et la commande du vol des micro engins à ailes battantes ou vibrantes. L'autre spécificité de cette approche est que celle-ci est de type *locale*, c'est-à-dire que les différentes grandeurs aérodynamiques sont calculées en plusieurs points précis de l'aile, ce qui offre la possibilité de représenter instantanément l'évolution en envergure des vitesses et des efforts. C'est une démarche contraire aux modélisations *globales* basées par exemple sur la théorie du moment de Rankine-Froude, qui ne donnent accès qu'à l'effort de portance total exercé sur le disque sustentateur, et qui, bien que puissantes, restent limitatives selon Ellington car elles masquent délibérément certaines complexités [Ellington 1984].

---

<sup>1</sup>Computational Fluid Dynamics, ou aérodynamique numérique

## 2.1 Hypothèses pour l'écriture du modèle

La présentation de ce modèle de simulation a fait l'objet d'une communication au 1<sup>er</sup> congrès EMAV (*First European Micro Air Vehicle Conference and Flight Competition*) [Rakotomamonjy et al. 2004b]. L'objectif de ce modèle est de déterminer à chaque instant la position et la vitesse du microdrone en fonction des mouvements des ailes. On définira donc un vecteur d'état comprenant dans le cas le plus général 6 variables de position et leurs dérivées, soit 12 variables caractérisant le mouvement de l'engin. On verra que dans certains cas de vol la prise en compte des vitesses seules s'avérera suffisante, étant donné que les positions s'en déduiront par simple intégration<sup>2</sup>. À ces variables cinétiques s'ajouteront éventuellement des variables internes issues de la dynamique des différents modèles aérodynamiques. Les entrées du système seront quant à elles constituées des variables définissant la cinématique des ailes, c'est-à-dire des angles repérant leurs positions respectives en fonction du temps. Afin de simplifier l'étude, différentes hypothèses ont été posées pour la formulation du modèle :

- la masse d'air dans laquelle évolue le microdrone est supposée au repos. Ce n'est souvent pas le cas dans la réalité, mais on pourra néanmoins prendre en compte des perturbations dans le modèle pour étudier le comportement de celui-ci en présence de rafales de vent par exemple ;
- la masse et par conséquent l'inertie des ailes sont négligées. La masse totale de l'engin est donc uniquement constituée de celle du corps ;
- les ailes sont supposées rigides, en l'absence de modèles aéroélastiques suffisamment adaptés ;
- enfin les efforts aérodynamiques exercés sur le corps sont supposés négligeables. La portance et la traînée seront donc dues uniquement aux efforts exercés sur les ailes.

## 2.2 Cinématique

### 2.2.1 Repères et orientations

Les différents repères utilisés, tous directs, seront les suivants :

- $\mathcal{R}_n$  repère terrestre de référence, supposé fixe et galiléen, dont l'origine est un point arbitraire fixe  $P$  lié au sol ;
- $\mathcal{R}_b$  repère lié au corps du microdrone, d'origine le centre géométrique  $O$  du corps ;
- $\mathcal{R}_1$ , repère lié à l'aile droite en regardant vers l'avant du microdrone, d'origine le point d'attache  $C_1$  de l'aile au corps ;
- $\mathcal{R}_2$ , repère lié à l'aile gauche en regardant vers l'avant du microdrone, d'origine le point d'attache  $C_2$  de l'aile au corps ;
- $\mathcal{R}_m$ , repère lié à une aile quelconque lorsqu'il n'est pas nécessaire de préciser laquelle ;  $\mathcal{R}_m$  peut donc être égal soit à  $\mathcal{R}_1$ , soit à  $\mathcal{R}_2$ .

On choisit de noter les vecteurs composant la base canonique d'un repère  $\mathcal{R}_i$  donné sous la forme  $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ , et les composantes d'un vecteur  $\vec{X}$  dans  $\mathcal{R}_i$  sous la forme  $(\vec{X})_{\mathcal{R}_i}$  :

$$(\vec{X})_{\mathcal{R}_i} = \begin{pmatrix} \vec{X} \cdot \vec{x}_i \\ \vec{X} \cdot \vec{y}_i \\ \vec{X} \cdot \vec{z}_i \end{pmatrix}$$

---

<sup>2</sup>Ce ne sera pas le cas en général, du fait de la présence de couplages non linéaires

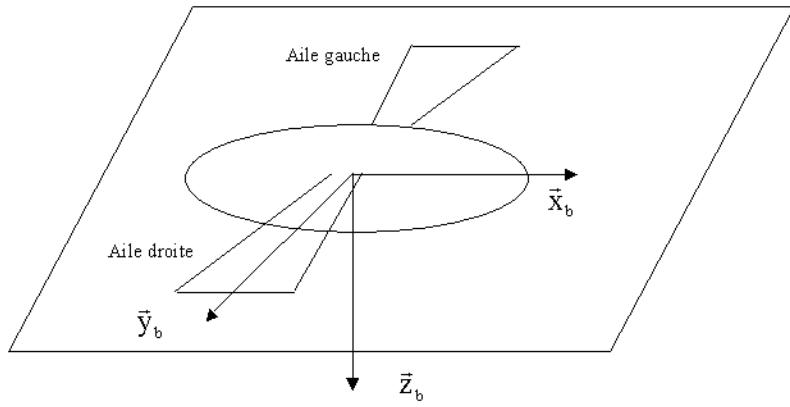


FIG. 2.1 – Configuration du modèle au repos

	Axe de rotation	Angle de rotation	Repère d'arrivée
1 <sup>re</sup> rotation	$\vec{z}_n$	$\psi$	$\mathcal{R}_{n1}$
2 <sup>e</sup> rotation	$\vec{y}_{n1}$	$\theta$	$\mathcal{R}_{n2}$
3 <sup>e</sup> rotation	$\vec{x}_{n2}$	$\phi$	$\mathcal{R}_b$

TAB. 2.1 – Passage du repère terrestre au repère corps

La configuration du microdrone au repos est la suivante : l'axe longitudinal du corps ainsi que les ailes sont situés dans un même plan horizontal, l'axe d'envergure des ailes étant perpendiculaire à l'axe longitudinal du corps, comme représenté sur la figure 2.1. À partir de cette position initiale, on peut choisir de définir l'orientation des repères  $\mathcal{R}_b$ ,  $\mathcal{R}_1$  et  $\mathcal{R}_2$  de la même façon : l'axe  $\vec{x}$  est orienté vers l'avant, l'axe  $\vec{z}$  vers le bas, comme il est d'usage en mécanique du vol, et par conséquent l'axe  $\vec{y}$  est orienté vers la droite en regardant vers l'avant du microdrone. Ce choix d'orientation présente l'avantage de conserver une définition identique des axes  $\vec{x}$  et  $\vec{z}$  pour chaque aile (ainsi les valeurs algébriques de vitesse et d'effort aérodynamiques s'interpréteront de la même manière pour les deux ailes) ; il faudra par contre noter que pour la voilure gauche l'axe  $\vec{y}$  est dirigé vers l'intérieur, et donc les points de cette aile auront une coordonnée négative suivant  $\vec{y}$ .

## 2.2.2 Définition des différents angles

### 2.2.2.1 Repérage absolu du corps

L'attitude du microdrone par rapport au repère terrestre est définie par les angles repérant  $\mathcal{R}_b$  dans  $\mathcal{R}_n$ . Par convention, on reprend le système d'angles de Cardan  $(\phi, \theta, \psi)$  classiquement utilisés en mécanique du vol [Boiffier 1998], dont on rappelle ici la signification : on passe du repère terrestre au repère du corps en effectuant trois rotations successives d'angles  $\psi$ ,  $\theta$  et  $\phi$ , dénommés respectivement cap, assiette et gîte. Deux repères intermédiaires, notés  $\mathcal{R}_{n1}$  et  $\mathcal{R}_{n2}$ , interviendront donc dans la décomposition du passage de  $\mathcal{R}_n$  à  $\mathcal{R}_b$ , décomposition que l'on peut résumer dans le tableau 2.1 page 63.

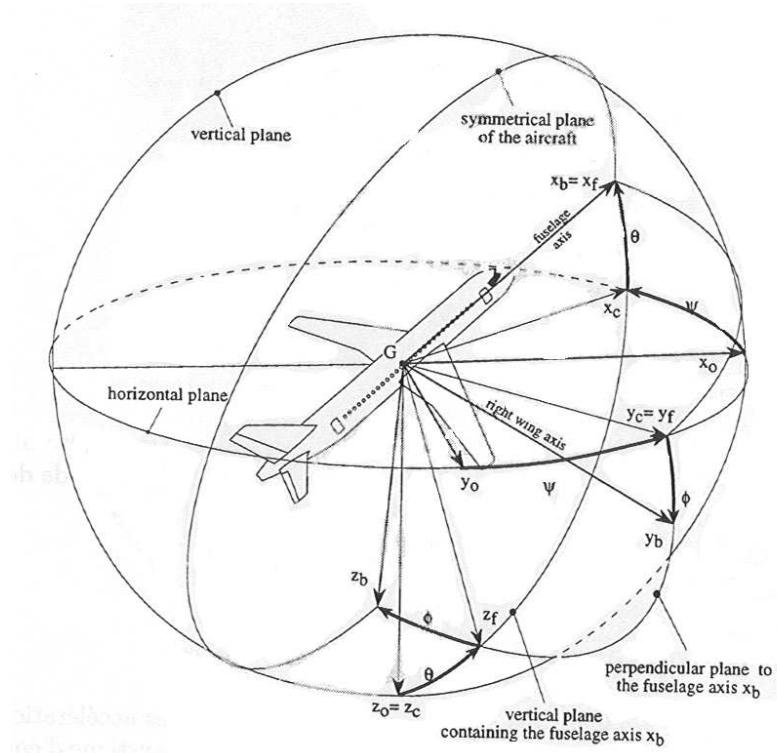


FIG. 2.2 – Passage du repère terrestre au repère avion en mécanique du vol [Boiffier 1998]

### 2.2.2.2 Repérage d'une aile

L'orientation d'une aile par rapport au repère du corps pourrait être définie de manière similaire par la donnée de trois angles. Toutefois, la diversité du vol animal nous amène à complexifier quelque peu ce paramétrage. Le modèle de simulation doit en effet être capable de reproduire des cinématiques de type vol vibrant et vol battu. On a vu que la cinématique de battement du colibri et de la plupart des insectes en vol stationnaire (vol vibrant) était définie à l'aide de trois angles : l'angle entre le plan de battement et l'horizontale, l'angle repérant la position du grand axe de l'aile dans ce plan (angle de battement), et l'angle entre la corde à l'emplanture de l'aile et le plan de battement (angle de rotation). L'observation du vol d'avancement des oiseaux (vol battu) montre par ailleurs que l'aile est susceptible d'effectuer des mouvements d'avancement et de recul en dehors du plan de battement vertical [Pennycuick 1968, Ritchison 2003]. Il serait alors utile de définir un paramètre supplémentaire, ce qui donne un total de 4 angles, respectivement dénommés ( $\xi, \lambda, \mu, \nu$ ).  $\xi$  représente l'orientation du plan de battement des ailes par rapport au corps,  $\lambda$  la position du grand axe de l'aile dans ce plan de battement,  $\mu$  l'avancement ou le recul de l'aile par rapport à ce plan et enfin  $\nu$  la rotation de l'aile autour de son grand axe. On note immédiatement qu'un tel paramétrage est redondant, dans la mesure où trois angles indépendants sont nécessaires et suffisants pour repérer l'orientation d'un repère par rapport à un autre. Si l'on veut caractériser les changements de repère par des applications bijectives, il conviendra donc de préciser au moment opportun la configuration choisie (ailes battantes ou ailes vibrantes), ce qui revient à figer la valeur d'un de ces paramètres. L'intérêt d'un tel choix est d'accroître la souplesse du modèle en permettant de réduire le nombre de paramètres pour la représentation de cinématiques variées. Ainsi, dans le cas où

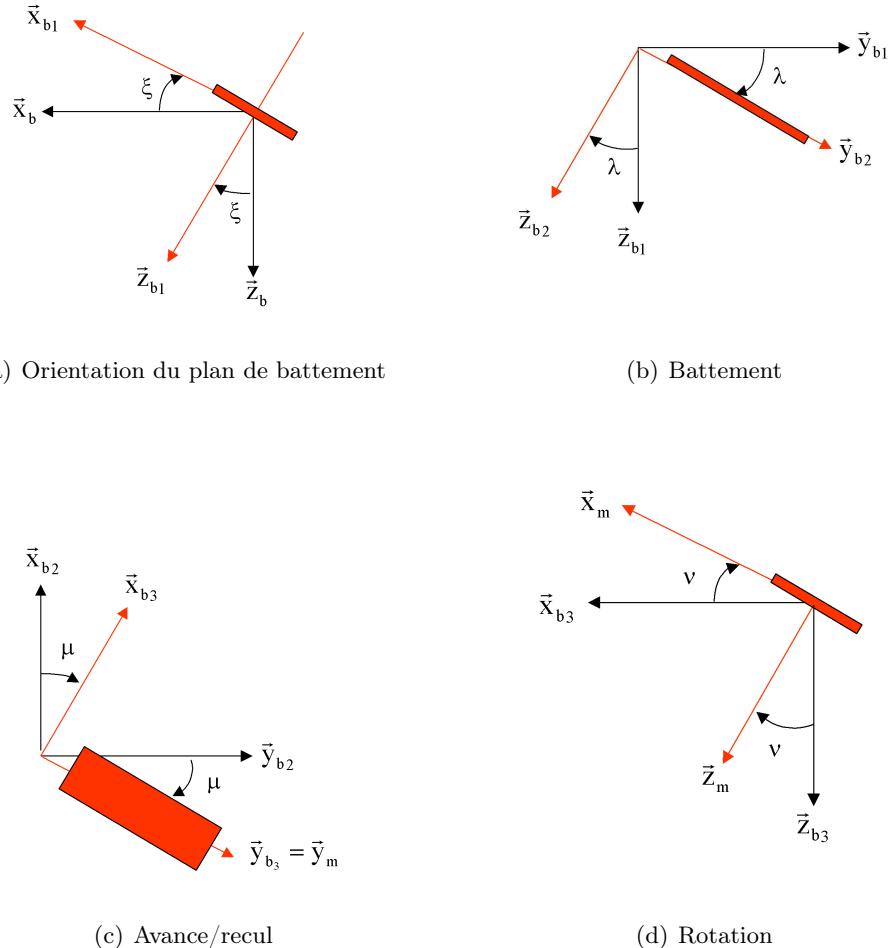


FIG. 2.3 – Angles intermédiaires utilisés pour le passage du repère corps au repère aile

le mouvement d'une aile n'aurait été décrit que par le paramétrage nécessaire et suffisant  $(\xi, \lambda, \nu)$ , un mouvement d'avancée et de recul de l'aile aurait requis la variation combinée de ces trois paramètres. Avec le choix adopté ici, il suffira de contrôler uniquement  $\mu$ .

Comme précédemment, on passe du repère corps au repère aile à l'aide de différentes rotations intermédiaires, représentées sur la figure 2.3 et dans le tableau 2.2. Notons que, d'après les définitions ci-dessus,  $\xi = 0$  si le plan de battement est vertical (vol battu) et  $\xi = \pi/2$  si celui-ci est horizontal (vol vibrant). Si l'on veut un battement symétrique, on déduit la position angulaire de l'aile 2 de celle de l'aile 1 d'après les relations :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \xi_2 & = & +\xi_1 \\ \lambda_2 & = & -\lambda_1 \\ \mu_2 & = & -\mu_1 \\ \nu_2 & = & +\nu_1 \end{array} \right. \quad (2.1)$$

	Axe de rotation	Angle de rotation	Repère d'arrivée
1 <sup>re</sup> rotation	$\vec{y}_b$	$\xi$	$\mathcal{R}_{b1}$
2 <sup>e</sup> rotation	$\vec{x}_{b1}$	$\lambda$	$\mathcal{R}_{b2}$
3 <sup>e</sup> rotation	$\vec{z}_{b2}$	$\mu$	$\mathcal{R}_{b3}$
4 <sup>e</sup> rotation	$\vec{y}_{b3}$	$\nu$	$\mathcal{R}_m$

TAB. 2.2 – Décomposition du passage du repère corps au repère aile

### 2.2.3 Matrices de passage

Soient deux repères  $\mathcal{R}_a$  et  $\mathcal{R}_b$ . On définit la matrice de passage de  $\mathcal{R}_a$  vers  $\mathcal{R}_b$ , notée  $\mathbf{B}_{ba}$ , comme la matrice dont les colonnes sont formées des composantes des vecteurs de base de  $\mathcal{R}_a$  exprimés dans  $\mathcal{R}_b$  [Libre 2002]. Cette matrice permet alors d'exprimer les composantes dans  $\mathcal{R}_b$  d'un vecteur  $\vec{X}$  dont on connaît les composantes dans  $\mathcal{R}_a$ , grâce à la relation :

$$(\vec{X})_{\mathcal{R}_b} = \mathbf{B}_{ba} \cdot (\vec{X})_{\mathcal{R}_a}$$

Considérons par exemple une rotation d'angle  $\alpha$  autour de l'axe  $\vec{x}_a$  dans le sens direct (c'est-à-dire que pour  $\alpha = \pi/2$ ,  $\vec{y}_a$  devient  $\vec{z}_a$  et  $\vec{z}_a$  devient  $-\vec{y}_a$ ). Alors la matrice de passage de  $\mathcal{R}_a$  vers  $\mathcal{R}_b$  s'écrit :

$$\mathbf{B}_{ba} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

On définirait de même la matrice de passage de  $\mathcal{R}_b$  vers  $\mathcal{R}_a$  telle que :

$$(\vec{X})_{\mathcal{R}_a} = \mathbf{B}_{ab} \cdot (\vec{X})_{\mathcal{R}_b}$$

et on montre que :

$$\mathbf{B}_{ab} = \mathbf{B}_{ba}^{-1}$$

Enfin, si les bases sont orthonormées — ce qui est le cas pour cette étude —, l'inverse d'une matrice de passage est égale à sa transposée :

$$\mathbf{B}_{ba}^{-1} = {}^t \mathbf{B}_{ba}$$

Dans le cas de plusieurs rotations successives, transformant par exemple  $\mathcal{R}_a$  en  $\mathcal{R}_b$  puis en  $\mathcal{R}_c$ , la matrice de la rotation composée s'exprime comme le produit des matrices de rotation intermédiaires :

$$\mathbf{B}_{ca} = \mathbf{B}_{cb} \cdot \mathbf{B}_{ba}$$

On peut alors écrire la matrice de passage  $\mathbf{B}_{nb}$  de  $\mathcal{R}_b$  vers  $\mathcal{R}_n$ , soit en calculant directement ses composantes, soit en effectuant le produit des trois matrices de rotation élémentaires, pour obtenir tous calculs faits :

$$\mathbf{B}_{nb} = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Pour la matrice de passage de  $\mathcal{R}_b$  vers  $\mathcal{R}_m$ , il est nécessaire de supprimer la redondance en fixant un angle suivant la cinématique de vol considérée. Comme on l'a vu, deux cas principaux sont à identifier :

- le vol vibrant des insectes et du colibri, pour lequel le mouvement de l'aile reste contenu dans un plan normal à  $\vec{x}_{b1}$  (on rappelle que  $\vec{x}_{b1}$  se déduit de  $\vec{x}_b$  par rotation d'un angle  $\xi$  autour de  $\vec{y}_b$ ), auquel cas on a  $\mu \equiv 0$ . La matrice de rotation s'écrit alors :

$$\mathbf{B}_{mb} = \begin{pmatrix} \cos \xi \cos \nu - \sin \xi \cos \lambda \sin \nu & \sin \lambda \sin \nu & -\sin \xi \cos \nu - \cos \xi \cos \lambda \sin \nu \\ \sin \xi \sin \lambda & \cos \lambda & \cos \xi \sin \lambda \\ \cos \xi \sin \nu + \sin \xi \cos \lambda \cos \nu & -\sin \lambda \cos \nu & -\sin \xi \sin \nu + \cos \xi \cos \lambda \cos \nu \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

- le vol battu des oiseaux, où l'on prend en compte l'avancement et le recul de l'aile par rapport au plan moyen de battement : on peut alors considérer cette fois-ci  $\xi \equiv 0$ , et  $\mathbf{B}_{mb}$  devient :

$$\mathbf{B}_{mb} = \begin{pmatrix} \cos \mu \cos \nu & \cos \lambda \sin \mu \cos \nu + \sin \lambda \sin \nu & \sin \lambda \sin \mu \cos \nu - \cos \lambda \sin \nu \\ -\sin \mu & \cos \lambda \cos \mu & \sin \lambda \cos \mu \\ \cos \mu \sin \nu & \cos \lambda \sin \mu \sin \nu - \sin \lambda \cos \nu & \sin \lambda \sin \mu \sin \nu + \cos \lambda \cos \nu \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

#### 2.2.4 Vecteurs vitesses instantanées de rotation

On cherche ensuite à exprimer les vecteurs vitesses instantanées de rotation pour les mouvements respectifs du corps par rapport au repère terrestre, et de l'aile par rapport au corps. Pour la rotation du corps dans le repère terrestre, on utilise à nouveau les conventions employées en mécanique du vol [Livre 2002] :

$$(\vec{\Omega}_{\mathcal{R}_b/\mathcal{R}_n})_{\mathcal{R}_b} \triangleq (\vec{\Omega}_{nb})_{\mathcal{R}_b} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Avec respectivement  $p$  : vitesse de roulis,  $q$  : vitesse de tangage et  $r$  : vitesse de lacet.

On peut d'autre part faire le lien avec les dérivées des angles de position  $(\phi, \theta, \psi)$ . En effet, ce vecteur rotation se décompose de la façon suivante, en utilisant les notations du tableau 2.1 :

$$\vec{\Omega}_{nb} = \dot{\psi} \vec{z}_n + \dot{\theta} \vec{y}_{n1} + \dot{\phi} \vec{x}_b \quad (2.6)$$

On exprime alors les vecteurs du second membre en fonction des vecteurs de base de  $\mathcal{R}_b$  :

$$\begin{aligned} \vec{z}_n &= -\sin \theta \vec{x}_b + \cos \theta \vec{z}_{n2} \\ &= -\sin \theta \vec{x}_b + \cos \theta (\sin \phi \vec{y}_b + \cos \phi \vec{z}_b) \\ \vec{y}_{n1} &= \cos \phi \vec{y}_b - \sin \phi \vec{z}_b \end{aligned} \quad (2.7)$$

Et on obtient en reportant dans (2.6) la relation matricielle entre les vitesses de rotation et les dérivées angulaires :

$$\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Notons au passage que le déterminant de la matrice vaut  $\cos \theta$ . La relation ci-dessus est donc susceptible de ne plus être inversible pour  $\theta = \frac{\pi}{2}(\pi)$  (configurations dites singulières). On pourra éventuellement s'affranchir de ces singularités en exprimant cette relation *via*

le formalisme des quaternions [Lur' é 1968], qui permettent la représentation analytique de rotations grâce à quatre paramètres.

On procède de même pour le vecteur vitesse de rotation de l'aile par rapport au corps  $\vec{\Omega}_{bm} = \vec{\Omega}_{\mathcal{R}_m/\mathcal{R}_b}$ , que l'on peut directement décomposer en faisant apparaître les dérivées des angles  $(\xi, \lambda, \mu, \nu)$  positionnant l'aile :

$$\vec{\Omega}_{bm} = \dot{\xi} \vec{y}_b + \dot{\lambda} \vec{x}_{b1} + \dot{\mu} \vec{z}_{b2} + \dot{\nu} \vec{y}_{b3} \quad (2.9)$$

en se plaçant dans le cas le plus général où les angles  $(\xi, \lambda, \mu, \nu)$  ne sont pas supposés identiquement nuls, de même que leurs dérivées.

On exprime alors tous les vecteurs en fonction des vecteurs de base de  $\mathcal{R}_m$  :

$$\begin{aligned} \vec{y}_{b3} &= \vec{y}_m \\ \vec{z}_{b2} &= \vec{z}_{b3} \\ &= -\sin \nu \vec{x}_m + \cos \nu \vec{z}_m \\ \vec{x}_{b1} &= \vec{x}_{b2} \\ &= \cos \mu \vec{x}_{b3} - \sin \mu \vec{y}_{b3} \\ &= \cos \mu (\cos \nu \vec{x}_m + \sin \nu \vec{z}_m) - \sin \mu \vec{y}_m \\ \vec{y}_b &= \vec{y}_{b1} \\ &= \cos \lambda \vec{y}_{b2} - \sin \lambda \vec{z}_{b2} \\ &= \cos \lambda (\sin \mu \vec{x}_{b3} + \cos \mu \vec{y}_{b3}) - \sin \lambda \vec{z}_{b3} \\ &= \cos \lambda (\sin \mu (\cos \nu \vec{x}_m + \sin \nu \vec{z}_m) + \cos \mu \vec{y}_m) - \sin \lambda (-\sin \nu \vec{x}_m + \cos \nu \vec{z}_m) \end{aligned}$$

Soit, en remplaçant dans (2.9) pour exprimer les composantes de  $\vec{\Omega}_{bm}$  dans  $\mathcal{R}_m$  :

$$(\vec{\Omega}_{bm})_{\mathcal{R}_m} = \begin{pmatrix} \dot{\xi}(\cos \lambda \sin \mu \cos \nu + \sin \lambda \sin \nu) + \dot{\lambda} \cos \mu \cos \nu - \dot{\mu} \sin \nu \\ \dot{\xi} \cos \lambda \cos \mu - \dot{\lambda} \sin \mu + \dot{\nu} \\ \dot{\xi}(\cos \lambda \sin \mu \sin \nu - \sin \lambda \cos \nu) + \dot{\lambda} \cos \mu \sin \nu + \dot{\mu} \cos \nu \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

On peut d'ores et déjà simplifier cette expression, en remarquant que  $\dot{\xi}$  représente la vitesse angulaire de rotation du plan de battement, rotation qui interviendra à priori principalement lors des changements de phase de vol (stationnaire/avancée, etc.). On peut donc supposer que cette vitesse de rotation sera très faible comparée aux autres (battement et rotation), et qu'on peut par conséquent la négliger. L'équation (2.10) s'écrit alors :

$$(\vec{\Omega}_{bm})_{\mathcal{R}_m} = \begin{pmatrix} \dot{\lambda} \cos \mu \cos \nu - \dot{\mu} \sin \nu \\ -\dot{\lambda} \sin \mu + \dot{\nu} \\ \dot{\lambda} \cos \mu \sin \nu + \dot{\mu} \cos \nu \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

D'autre part, on peut remarquer que  $\dot{\nu}$  représente la vitesse de rotation de l'aile autour de son axe propre. Il a été montré que le retournement rapide de l'aile en fin de battement influait sur la portance instantanée à travers un phénomène dénommé circulation rotationnelle (cf. § 1.3.2.1). Or Walker [Walker 2002] a émis l'hypothèse selon laquelle ce mécanisme ne serait pas nouveau et pourrait être modélisé à l'aide d'une approche classique stationnaire. En d'autres termes, la contribution de la circulation rotationnelle apparaîtrait par l'intermédiaire de la vitesse de rotation propre  $\dot{\nu}$  de l'aile dans (2.10). Lors de l'écriture du modèle de simulation, le choix a été fait de modéliser séparément les différents effets aérodynamiques — dont la circulation rotationnelle — dans le but de pouvoir étudier séparément la contribution de ceux-ci à la portance totale. Pour éviter une redondance dans

le calcul des efforts, il est par conséquent nécessaire de ne pas prendre en compte  $\dot{\nu}$  dans l'expression des vitesses :

$$\left( \vec{\Omega}_{bm} \right)_{\mathcal{R}_m} = \begin{pmatrix} \dot{\lambda} \cos \mu \cos \nu - \dot{\mu} \sin \nu \\ -\dot{\lambda} \sin \mu \\ \dot{\lambda} \cos \mu \sin \nu + \dot{\mu} \cos \nu \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Cette hypothèse sera vérifiée ultérieurement par le biais de simulations (§ 2.7.4).

## 2.3 Calcul de la vitesse aérodynamique et de l'incidence locale stationnaire

Connaissant d'une part les différents paramètres cinématiques définissant le mouvement de ailes, et d'autre part l'état courant (position et vitesse) du microdrone, on cherche alors à exprimer la vitesse aérodynamique de l'aile, définie comme la vitesse de l'air dans le repère lié à celle-ci.

### 2.3.1 Choix du point d'application - Approche par tranches

La détermination de la répartition des vitesses aérodynamiques sur l'aile permet de connaître la résultante des efforts exercés par l'air sur l'aile. Un calcul exact nécessiterait la connaissance du champ des vitesses en chaque point de la surface de l'aile, ainsi qu'une intégration analytique des efforts. La complexité des mouvements et des phénomènes réserve toutefois cette approche aux codes évolués d'aérodynamique numérique, et réclame un temps de calcul conséquent. Pour l'élaboration d'un modèle de simulation en temps réel orienté mécanique du vol, une approche dite bidimensionnelle (ou 2D) par tranches — déjà utilisée par ailleurs pour modéliser le vol animal [Watts *et al.* 2001, Kamakoti *et al.* 2000, Ellington 1984] — sera donc suffisante.

Cette approche consiste à supposer en premier lieu que l'écoulement est localement bidimensionnel, c'est-à-dire que les vitesses et efforts aérodynamiques sur l'aile n'ont pas de composante transversale (c'est-à-dire selon l'axe  $\vec{y}_m$ ). Chaque aile est alors découpée suivant l'envergure en  $n$  tranches rectangulaires constituées d'un même profil mince. Le calage entre deux tranches adjacentes est supposé nul, de manière à obtenir un vrillage global de l'aile égal à 0. La répartition des cordes locales en envergure  $c(i)_{i=1\dots n}$  figure la forme globale de l'aile : rectangulaire pour  $c(i) = \text{constante } \forall i$ , elliptique pour  $c(i) = \sqrt{a - b(i - \frac{n}{2})^2}$  avec  $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ , etc. On pourra de plus envisager de réduire la largeur des tranches à mesure que l'on progresse vers l'extrémité de l'aile afin de resserrer le maillage, étant donné que les variations de vitesse y seront plus importantes. On suppose enfin que pour chaque tranche la résultante aérodynamique s'exerce au foyer, et que celle-ci ne dépend que de la vitesse aérodynamique et de l'incidence en ce point. Le calcul des efforts et moments aérodynamiques exercés sur chaque aile passe donc par la connaissance des  $n$  vecteurs vitesse aérodynamique au foyer de chaque tranche, et des incidences correspondantes.

#### 2.3.1.1 Vitesse aérodynamique

On cherche à exprimer la vitesse locale  $\vec{V}_{a_i}$  au foyer aérodynamique  $F_i$  de la tranche courante  $i$ . Soit  $C$  l'origine du repère  $\mathcal{R}_m$  (point d'attache de l'aile), les coordonnées dans

ce repère de  $F_i$  sont données par :

$$\left(\overrightarrow{CF_i}\right)_{\mathcal{R}_m} = {}^t(x_{F_i} \ y_{F_i} \ 0) \quad (2.13)$$

ces coordonnées étant supposées connues pour chaque tranche. De même, on connaît les composantes du vecteur  $\overrightarrow{OC}$  dans  $\mathcal{R}_b$  correspondant à la position du point d'attache de l'aile dans le repère du corps :

$$\left(\overrightarrow{OC}\right)_{\mathcal{R}_b} = {}^t(x_C \ y_C \ z_C) \quad (2.14)$$

ces composantes étant des constantes propres à la géométrie du microdrone.

On écrit alors l'hypothèse suivant laquelle la masse d'air dans laquelle évolue le microdrone est immobile par rapport au sol :

$$\vec{V}_{\text{air/sol}} = \vec{0} \quad (2.15)$$

$$\Leftrightarrow \vec{V}_{\text{air}/F_i} + \vec{V}_{F_i/\text{sol}} = \vec{0} \quad (2.16)$$

et donc

$$\vec{V}_{a_i} \triangleq \vec{V}_{\text{air}/F_i} = -\vec{V}_{F_i/\text{sol}} \quad (2.17a)$$

$$= -\frac{d}{dt}_{/\text{sol}} (\overrightarrow{PF_i}) \quad (2.17b)$$

$$= -\frac{d}{dt}_{/\text{sol}} (\overrightarrow{PO}) - \frac{d}{dt}_{/\text{sol}} (\overrightarrow{OC}) - \frac{d}{dt}_{/\text{sol}} (\overrightarrow{CF_i}) \quad (2.17c)$$

$\frac{d}{dt}_{/\text{sol}} (\overrightarrow{PO})$  est la vitesse de translation  $\vec{V}_O$  du microdrone, que l'on peut exprimer dans la base liée au sol :  $(\vec{V}_O)_{\mathcal{R}_n} = {}^t(u \ v \ w)$ .

D'où, d'après les formules de dérivation vectorielle [Llibre 2002] :

$$\vec{V}_{a_i} = -\vec{V}_O - \underbrace{\frac{d}{dt}_{/\mathcal{R}_b} (\overrightarrow{OC})}_{=\vec{0}} - \vec{\Omega}_{nb} \wedge \overrightarrow{OC} - \frac{d}{dt}_{/\mathcal{R}_b} (\overrightarrow{CF_i}) - \vec{\Omega}_{nb} \wedge \overrightarrow{CF_i} \quad (2.18a)$$

$$= -\vec{V}_O - \vec{\Omega}_{nb} \wedge \overrightarrow{OC} - \underbrace{\frac{d}{dt}_{/\mathcal{R}_m} (\overrightarrow{CF_i})}_{=\vec{0}} - \vec{\Omega}_{bm} \wedge \overrightarrow{CF_i} - \vec{\Omega}_{nb} \wedge \overrightarrow{CF_i} \quad (2.18b)$$

soit finalement, en exprimant directement tous les vecteurs dans leur base de référence :

$$(\vec{V}_{a_i})_{\mathcal{R}_m} = -\mathbf{B}_{mn} \cdot (\vec{V}_O)_{\mathcal{R}_n} - \mathbf{B}_{mb} \cdot (\vec{\Omega}_{nb})_{\mathcal{R}_b} \wedge [\mathbf{B}_{mb} \cdot (\overrightarrow{OC})_{\mathcal{R}_b} + (\overrightarrow{CF_i})_{\mathcal{R}_m}] - (\vec{\Omega}_{bm})_{\mathcal{R}_m} \wedge (\overrightarrow{CF_i})_{\mathcal{R}_m} \quad (2.19)$$

Pour alléger la notation, on conviendra désormais que l'on peut omettre les repères en indice des vecteurs dès lors que ceux-ci seront exprimés dans leur base de référence. L'équation (2.19) ci-dessus s'écrira alors :

$$\vec{V}_{a_i} = -\mathbf{B}_{mn} \cdot \vec{V}_O - \mathbf{B}_{mb} \cdot \vec{\Omega}_{nb} \wedge [\mathbf{B}_{mb} \cdot \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CF_i}] - \vec{\Omega}_{bm} \wedge \overrightarrow{CF_i} \quad (2.20)$$

### 2.3.1.2 Incidence

On définit l'incidence aérodynamique locale  $\alpha_i$  comme l'angle orienté que fait la corde du profil dans le repère aérodynamique. D'après ce qui vient d'être calculé d'une part, et les conventions adoptées pour définir les différents repères d'autre part, on peut écrire :

$$\alpha_i = \angle(-\vec{V}_{a_i} \cdot \vec{x}_m - j \vec{V}_{a_i} \cdot \vec{z}_m) \quad (j^2 = -1) \quad (2.21a)$$

$$= \angle(-V_{a_{ix}} - j V_{a_{iz}}) \quad (2.21b)$$

$$(2.21c)$$

en notant  $\vec{V}_{a_i} = {}^t(V_{a_{ix}} \ V_{a_{iy}} \ V_{a_{iz}})$  les composantes de la vitesse aérodynamique. On ne peut pas dans ce cas poser simplement  $\alpha_i = \arctan \frac{V_{a_{iz}}}{V_{a_{ix}}}$ , étant donné que cette relation conduit à des valeurs de  $\alpha_i$  comprises entre  $-\pi/2$  et  $\pi/2$  seulement. On utilisera plutôt avec profit les formules de trigonométrie :

$$\sin \alpha_i = \frac{2t}{1+t^2} \quad (2.22)$$

$$\cos \alpha_i = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad (2.23)$$

avec  $t = \tan \frac{\alpha_i}{2}$ . En combinant ces relations, et en notant que :

$$-V_{a_{ix}} = \cos \alpha_i \sqrt{V_{a_{ix}}^2 + V_{a_{iz}}^2} \quad (2.24)$$

$$-V_{a_{iz}} = \sin \alpha_i \sqrt{V_{a_{ix}}^2 + V_{a_{iz}}^2} \quad (2.25)$$

on obtient finalement la relation suivante, vraie  $\forall \alpha_i \in [0;2\pi[$  :

$$\alpha_i = 2 \arctan \frac{-V_{a_{iz}}}{-V_{a_{ix}} + \sqrt{V_{a_{ix}}^2 + V_{a_{iz}}^2}} \quad (2.26)$$

### 2.3.2 Synthèse

On peut alors résumer le calcul des vitesses aérodynamiques et incidences locales pour une tranche donnée sur le schéma 2.4, avec pour le cas de vol  $\mu = 0$  (ailes vibrantes) le système d'équations suivant :

$$\begin{pmatrix} V_{a_{ix}} \\ V_{a_{iy}} \\ V_{a_{iz}} \end{pmatrix} = -\mathbf{B}_{mn} \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} - \mathbf{B}_{mb} \cdot \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \wedge \left[ \mathbf{B}_{mb} \cdot \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{F_i} \\ y_{F_i} \\ 0 \end{pmatrix} \right] - \vec{\Omega}_{bm} \wedge \begin{pmatrix} x_{F_i} \\ y_{F_i} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

$$\alpha_i = 2 \arctan \frac{-V_{a_{iz}}}{-V_{a_{ix}} + \sqrt{V_{a_{ix}}^2 + V_{a_{iz}}^2}} \quad (2.28)$$

$$\mathbf{B}_{mb} = \begin{pmatrix} \cos \xi \cos \nu - \sin \xi \cos \lambda \sin \nu & \sin \lambda \sin \nu & -\sin \xi \cos \nu - \cos \xi \cos \lambda \sin \nu \\ \sin \xi \sin \lambda & \cos \lambda & \cos \xi \sin \lambda \\ \cos \xi \sin \nu + \sin \xi \cos \lambda \cos \nu & -\sin \lambda \cos \nu & -\sin \xi \sin \nu + \cos \xi \cos \lambda \cos \nu \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

$$\vec{\Omega}_{bm} = \begin{pmatrix} \dot{\lambda} \cos \nu \\ 0 \\ \dot{\lambda} \sin \nu \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

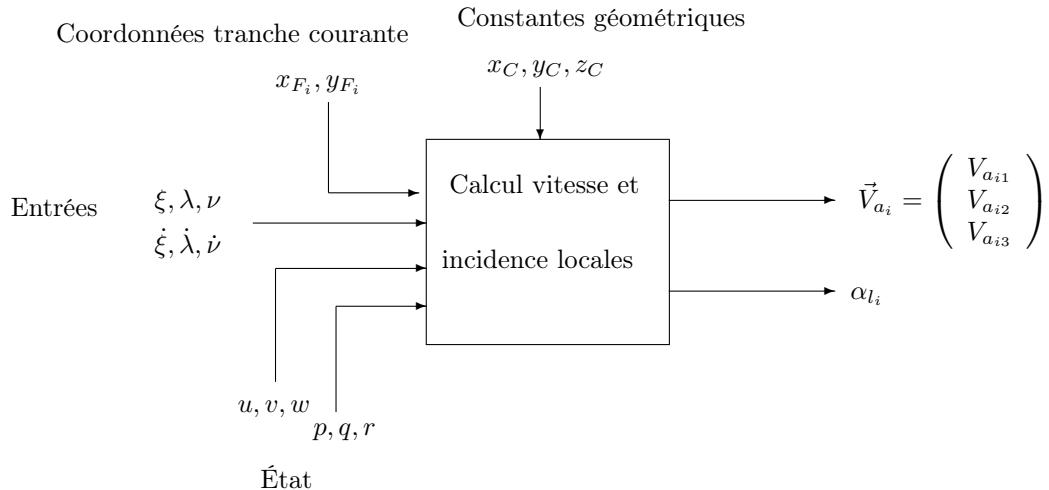


FIG. 2.4 – Calcul des vitesses aérodynamiques et incidences pour une tranche donnée

## 2.4 Coefficients et efforts aérodynamiques

Connaissant l'incidence et le vecteur vitesse aérodynamique courants, on peut alors calculer l'effort résultant sur la tranche courante, à partir de modèles analytiques des différents effets aérodynamiques (stationnaires et instationnaires). Précisons avant tout un point de terminologie : par aérodynamique stationnaire, certains auteurs comme Ellington [Ellington 1984] entendent des phénomènes où la connaissance des différentes variables d'état à un instant donné ne nécessite pas leur valeur aux instants précédents. On dirait en théorie des systèmes que ces effets possèdent une dynamique nulle. D'après cette définition, la circulation rotationnelle ferait partie intégrante de l'aérodynamique stationnaire. Le point de vue que nous adopterons ici sera quelque peu différent, dans la mesure où nous définirons comme stationnaires les effets ne faisant pas intervenir les dérivées des angles de mouvement des ailes, soit encore, aérodynamiquement parlant, les effets que l'on rencontrera sur un profil fixe en présence d'un écoulement permanent.

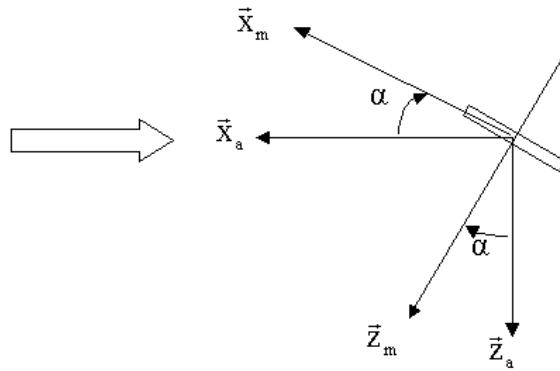
### 2.4.1 Aérodynamique stationnaire

Rappelons en premier lieu les formules et notations usuellement employées pour la représentation des efforts en aérodynamique classique. On se place dans le repère aérodynamique  $\mathcal{R}_a$ , dont l'axe  $\vec{x}_a$  est colinéaire à la vitesse de l'aile par rapport à l'air, et dont l'axe  $\vec{z}_a$  est orienté de telle sorte que  $(\vec{x}_a, \vec{z}_a)$  soit direct dans le plan du profil. Le repère aile  $\mathcal{R}_m$  s'en déduit par rotation d'un angle égal à l'incidence locale  $\alpha$  comme sur la figure 2.5.

On nomme traînée  $T$  et portance  $P$  les projections de l'effort aérodynamique exercé sur l'aile respectivement sur  $\vec{x}_a$  et  $\vec{z}_a$ , et on les met sous la forme :

$$T = \frac{1}{2} \rho S_{\text{ref}} V_a^2 C_x(\alpha) \quad (2.31a)$$

$$P = \frac{1}{2} \rho S_{\text{ref}} V_a^2 C_z(\alpha) \quad (2.31b)$$


 FIG. 2.5 – Repères aile  $\mathcal{R}_m$  et aérodynamique  $\mathcal{R}_a$ 

où  $\rho$  est la masse volumique de l'air,  $S_{\text{ref}}$  une surface de référence (en l'occurrence la surface de l'aile ou de la tranche courante) et  $V_a$  la norme de la vitesse aérodynamique.  $C_x$  et  $C_z$  sont des grandeurs sans dimension, appelées coefficients de traînée et de portance, et représentent l'expression des efforts normalisés par la quantité  $\frac{1}{2}\rho S_{\text{ref}} V_a^2$ . Ces coefficients dépendent uniquement de l'incidence locale  $\alpha$  dans le cadre de l'aérodynamique classique. Les courbes  $C_x(\alpha)$  et  $C_z(\alpha)$  sont issues de divers modèles théoriques (ligne portante ou autres), ou bien peuvent être obtenues à partir de mesures expérimentales sur des profils réels. De telles mesures sont prévues dans le cadre du PRF REMANTA, afin d'améliorer la compréhension des mécanismes spécifiques au vol battu à faible Reynolds. En attendant ces résultats, le modèle analytique choisi pour les effets stationnaires se base sur celui obtenu par Dickinson *et al.* par interpolation à partir du dispositif *Robofly* [Dickinson *et al.* 1999, Sane et Dickinson 2002] :

$$C_{x_{\text{sta}}} = k_{C_{x0}} - k_{C_{x1}} \cos 2\alpha \quad (2.32a)$$

$$C_{z_{\text{sta}}} = k_{C_{z1}} \sin 2\alpha \quad (2.32b)$$

Avec  $k_{C_{x0}} = 1,92$ ,  $k_{C_{x1}} = 1,55$  et  $k_{C_{z1}} = 1,75$ . Ces différentes valeurs pourront être ensuite ajustées sur la base de nouvelles données ou mesures. Il apparaît à travers ce modèle que le coefficient de portance  $C_{z_{\text{sta}}}$  peut atteindre des valeurs très importantes, bien au-delà de celles rencontrées en aérodynamique classique. Ceci est en réalité dû au fait que cette écriture inclut l'effet du tourbillon de bord d'attaque, qui comme on l'a vu (§ 1.3.2.1, [Dickinson et Götz 1993]) peut rester attaché si le mouvement de translation n'excède pas quelques longueurs de corde, et augmenter durant ce temps la portance<sup>3</sup>.

## 2.4.2 Aérodynamique instationnaire

### 2.4.2.1 Circulation rotationnelle

Il a été montré que la rotation rapide de l'aile lors de chaque changement de sens de battement entraîne une circulation de l'air de sens opposé, qui accroît également la

<sup>3</sup>La stabilisation du tourbillon de bord d'attaque est due à l'écoulement transversal, qui évacue une partie de l'énergie cinétique : en toute rigueur, les effets tridimensionnels ne sont donc pas totalement absents de cette étude 2D par tranches.

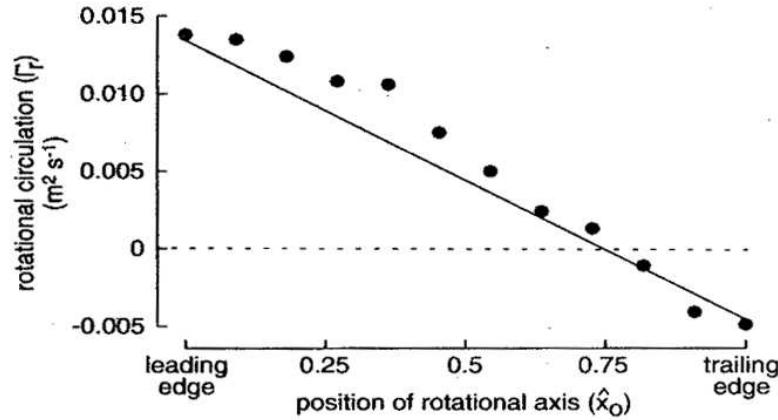


FIG. 2.6 – Validation du modèle analytique de circulation rotationnelle

portance. La modélisation choisie pour cet effet est reprise des travaux de Fung [Fung 1993], Ellington [Ellington 1984] et Norberg [Norberg 1990] :

$$\Gamma_r = \pi \dot{\nu} c^2 \left( \frac{3}{4} - \frac{l_x}{c} \right) \quad (2.33)$$

où  $\Gamma_r$  est la circulation rotationnelle,  $c$  la corde du profil et  $l_x$  la distance entre le bord d'attaque et l'axe de rotation. Ce modèle a par ailleurs été validé avec succès par les chercheurs de Berkeley à l'aide du *Robofly* [Dickinson *et al.* 1999] : on voit sur la figure 2.6 que le modèle linéaire (2.33) représenté en trait continu constitue une bonne interpolation des points expérimentaux.

On en déduit ensuite directement l'effort exercé sur la tranche, effort supposé dans ce cas normal au profil et égal à :

$$P_r = \rho V_a b \Gamma_r \quad (2.34)$$

où  $b$  est la largeur de l'élément ou tranche considéré. D'où l'expression des coefficients  $C_{x_{\text{rot}}}$  et  $C_{z_{\text{rot}}}$ , après projection dans le repère aérodynamique :

$$C_{x_{\text{rot}}} = 2\pi \sin \alpha \frac{1}{V_a} \dot{\nu} c \hat{x}_r \quad (2.35a)$$

$$C_{z_{\text{rot}}} = 2\pi \cos \alpha \frac{1}{V_a} \dot{\nu} c \hat{x}_r \quad (2.35b)$$

en posant  $\hat{x}_r = \frac{3}{4} - \frac{l_x}{c}$ .

#### 2.4.2.2 Masse ajoutée

Une autre composante des efforts aérodynamiques pouvant être prise en compte est l'effet de masse ajoutée, correspondant à la réaction due à l'accélération de la masse de fluide entourant l'aile, et dont la modélisation (donnée ici aussi en termes de circulation supplémentaire) se base sur les travaux de Sane [Sane et Dickinson 2002], Walker [Walker 2002] et Fung [Fung 1993]. En conservant le terme prépondérant dû au battement, on a :

$$\Gamma_m = \frac{\pi}{4} c^2 y_F \frac{1}{V_a} \ddot{\lambda} \quad (2.36)$$

où  $y_F$  est l'abscisse du foyer en tant que point de calcul des efforts aérodynamiques. De même que précédemment, on en déduit l'effort de portance :

$$P_m = \rho V_a b \Gamma_m \quad (2.37)$$

Comme précédemment, les coefficients aérodynamiques sont obtenus après projection dans  $\mathcal{R}_a$  :

$$C_{x_{\text{mas}}} = \frac{\pi}{2} \sin \alpha \frac{1}{V_a^2} c y_F \ddot{\lambda} \quad (2.38a)$$

$$C_{z_{\text{mas}}} = \frac{\pi}{2} \cos \alpha \frac{1}{V_a^2} c y_F \ddot{\lambda} \quad (2.38b)$$

#### 2.4.2.3 Décrochage dynamique

En ce qui concerne le décrochage dynamique (retard au décrochage, entraînant un accroissement de portance aux grandes incidences), peu d'études adaptées sont disponibles. Goman et Khrabrov [Goman et Khrabrov 1994] ont proposé un modèle semi-empirique applicable aux voilures delta, puis étendu aux ailes de plus grand allongement. Ce modèle fait intervenir l'abscisse normalisée  $x_{\text{dec}}$  du point de décollement, dont la dynamique est fonction de celle de l'incidence :

$$\tau_1 \frac{x_{\text{dec}}}{dt} + x_{\text{dec}} = x_0(\alpha - \tau_2 \dot{\alpha}) \quad (2.39)$$

$\tau_1$  et  $\tau_2$  étant deux constantes de temps. Le supplément de portance entraîné peut alors se mettre sous la forme :

$$C_{z_{\text{dec}}} = k_p \sin \alpha \cos^2 \alpha + x_{\text{dec}}^2 k_v \sin^2 \alpha \cos \alpha \quad (2.40)$$

avec  $k_p \approx 2\pi b^2 S_{\text{ref}}$  et  $k_v \approx \pi$ . Ce modèle est toutefois difficilement utilisable pour notre étude, étant donné que les valeurs de  $\dot{\alpha}$  sont ici beaucoup plus faibles que dans le cas d'un avion de chasse.

#### 2.4.2.4 Capture de sillage

Cet effet reste le plus complexe à modéliser. Ici encore, aucun modèle exact ou semi-empirique n'est disponible pour représenter la propagation des tourbillons de bord d'attaque et leur effet lorsque l'aile les rencontre. Une première stratégie avait toutefois été envisagée, consistant à modéliser une vitesse induite par le déplacement de l'aile, qui est ensuite retardée puis ajoutée à la vitesse aérodynamique locale lorsque celles-ci sont de sens opposés. Le but est de générer une impulsion de portance lorsque l'aile change de sens de battement, de manière à retrouver le comportement global observé de manière expérimentale. Dans l'hypothèse où une telle méthode serait effectivement mise en œuvre, il serait alors nécessaire lors du calcul des efforts aérodynamique d'appliquer celle-ci avant les autres effets, de manière à ce que ces derniers utilisent les vitesses et incidences modifiées par la capture de sillage.

### 2.4.3 Synthèse

On peut résumer l'ensemble des relations intervenant pour le calcul des grandeurs aérodynamiques sur le schéma 2.7 page 76. Les blocs représentés en pointillés correspondent aux effets pour lesquels aucun modèle exact ou semi-empirique satisfaisant n'est disponible à l'heure actuelle. Toutefois, comme le montre cet agencement modulaire, il sera aisément de les incorporer ultérieurement dans le simulateur *OS CAB*. De manière similaire, cette même structure par blocs offre avantageusement la possibilité d'activer ou non chacun des blocs présentés ici, pour pouvoir étudier séparément l'influence de chaque effet spécifique sur les efforts globaux. On pourra envisager d'avoir par exemple un modèle basé sur de l'aérodynamique stationnaire uniquement, en inhibant les blocs de décrochage dynamique, masse ajoutée, circulation rotationnelle et capture de sillage. Enfin, précisons que l'on n'a pas fait figurer par souci de clarté l'indice  $i$  (repérant la tranche d'aile courante) dans la vitesse  $\vec{V}_a$  et l'incidence  $\alpha$ . Il ne faut pas oublier cependant que ces deux grandeurs (et par conséquent le schéma 2.7 dans son ensemble) dépendent bien des coordonnées caractérisant la tranche courante.

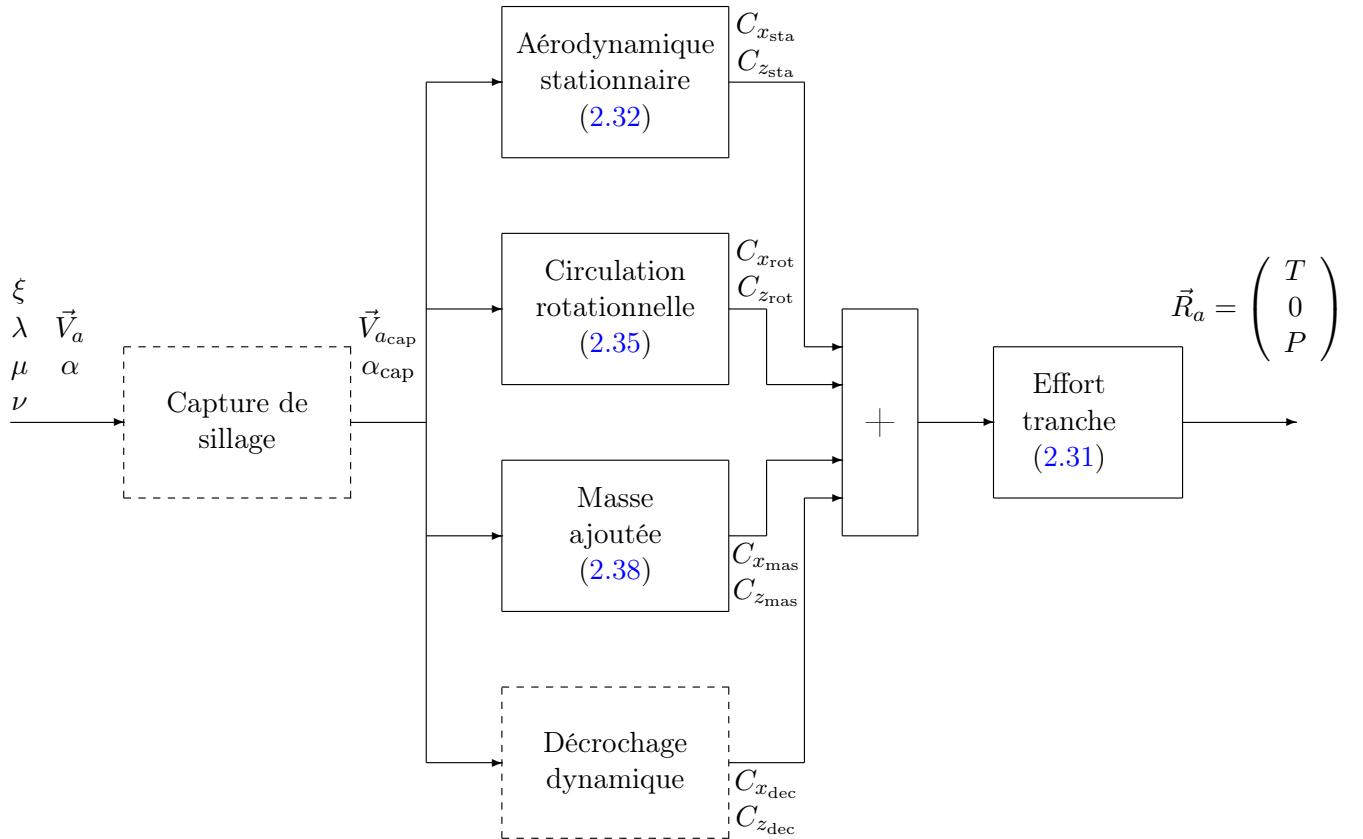


FIG. 2.7 – Calcul des grandeurs aérodynamiques

## 2.5 Équations mécaniques

L'évolution du microdrone est déterminée à chaque instant en utilisant le principe fondamental de la dynamique, connaissant les forces et moments extérieurs appliqués. On rappelle que dans un premier temps on néglige d'une part les masses et inerties des ailes, et d'autre part les efforts aérodynamiques exercés sur le corps central. On appliquera donc les théorèmes de la dynamique en assimilant à chaque instant le microdrone à un corps rigide, de centre de gravité  $G$  de coordonnées  $(x_G \ y_G \ z_G)$  dans  $\mathcal{R}_b$ , de masse  $m$ , de tenseur d'inertie  $\mathbf{I}$  dans le repère  $\mathcal{R}_b$  (supposé repère principal d'inertie pour des raisons de symétrie). On note  $\vec{V}_G = {}^t(u_G \ v_G \ w_G)$  les composantes de la vitesse de  $G$  dans le repère galiléen  $\mathcal{R}_n$ .

### 2.5.1 Efforts

D'après ce qui a été dit précédemment, les efforts extérieurs exercés sur le microdrone se résument donc au poids  $m\vec{g}$  et à la somme des efforts aérodynamiques exercés sur les ailes. Le calcul des efforts sur une tranche d'aile nécessite l'ensemble des calculs présentés sur le schéma 2.7. On ne pourra donc pas calculer directement de manière analytique la somme de ces efforts, et il faudra faire intervenir une boucle calculant successivement les efforts élémentaires sur chaque tranche, avant de les sommer. Notons que les efforts  $\vec{R}_{a_i}$  calculés auparavant sont exprimés par définition dans le repère aérodynamique  $\mathcal{R}_a$ , il est nécessaire pour pouvoir les sommer sur une aile de tous les exprimer dans le repère de cette aile, ce qui se fait par rotation d'un angle  $\alpha_i$  (cf. fig. 2.5 p. 73) :

$$\vec{R}_i = \begin{pmatrix} \cos \alpha_i & 0 & -\sin \alpha_i \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha_i & 0 & \cos \alpha_i \end{pmatrix} \cdot \vec{R}_{a_i} \quad (2.41)$$

On peut ensuite calculer la résultante aérodynamique sur chaque aile en sommant directement :

$$\begin{aligned} \vec{R}_1 &= \sum_{i=1}^n \vec{R}_{i_1} && (\text{aile 1}) \\ \vec{R}_2 &= \sum_{i=1}^n \vec{R}_{i_2} && (\text{aile 2}) \end{aligned} \quad (2.42)$$

d'où l'effort total appliqué sur le microdrone, exprimé dans le repère terrestre :

$$\vec{R} = \mathbf{B}_{n1} \cdot \vec{R}_1 + \mathbf{B}_{n2} \cdot \vec{R}_2 + m\vec{g} \quad (2.43)$$

avec  $\mathbf{B}_{n1} = \mathbf{B}_{nb} \cdot \mathbf{B}_{b1}$  (resp.  $\mathbf{B}_{n2} = \mathbf{B}_{nb} \cdot \mathbf{B}_{b2}$ ) matrice de passage du repère  $\mathcal{R}_1$  (resp.  $\mathcal{R}_2$ ) au repère terrestre.

### 2.5.2 Moments

On doit ensuite connaître les moments exercés par les efforts extérieurs. On peut d'ores et déjà envisager le fait que le centre de gravité  $G$  soit mobile dans  $\mathcal{R}_b$ , afin par exemple d'améliorer la stabilisation et le contrôle du mouvement. On choisira donc d'exprimer les moments par rapport à un point fixe du repère lié au corps, par exemple le centre  $O$  de ce repère. Figure alors en premier lieu le moment  $\vec{\mathcal{M}}_p$  dû au poids :

$$\vec{\mathcal{M}}_p = \overrightarrow{OG} \wedge m\vec{g} \quad (2.44)$$

Il reste ensuite à évaluer les moments créés par les efforts aérodynamiques, qui seront la somme des moments élémentaires dus à chaque tranche autour de  $O$ , soit pour l'aile 1 par exemple :

$$\vec{\mathcal{M}}_1 = \sum_{i=1}^n \vec{\mathcal{M}}_{i_1} \quad (2.45)$$

avec :

$$\vec{\mathcal{M}}_{i_1} = \overrightarrow{OF}_{i_1} \wedge \vec{R}_{i_1} \quad (2.46a)$$

$$= (\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CF}_{i_1}) \wedge \vec{R}_{i_1} \quad (2.46b)$$

$$= \left[ \mathbf{B}_{1b} \cdot \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{F_{i_1}} \\ y_{F_{i_1}} \\ 0 \end{pmatrix} \right] \wedge \vec{R}_{i_1} \quad (2.46c)$$

### 2.5.3 Théorème de la résultante cinétique

Connaissant la somme des efforts appliqués, le théorème de la résultante cinétique permet d'obtenir la dérivée de la quantité de mouvement  $m\vec{V}_G$  :

$$\vec{R} = m \frac{d}{dt}_{/\mathcal{R}_n} (\vec{V}_G) = m \begin{pmatrix} \dot{u}_G \\ \dot{v}_G \\ \dot{w}_G \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

On en déduit donc les composantes de la vitesse du centre de gravité du microdrone à l'instant  $t$  par intégration.

### 2.5.4 Théorème du moment cinétique

On cherche de même à exprimer les dérivées des vitesses de rotation en fonction des moments extérieurs appliqués. On utilise pour cela le théorème du moment cinétique, qui appliqué en  $O$  centre du repère lié au corps s'écrit [Livre 2002] :

$$\vec{\mathcal{M}} = \mathbf{B}_{b1} \cdot \vec{\mathcal{M}}_1 + \mathbf{B}_{b2} \cdot \vec{\mathcal{M}}_2 + \vec{\mathcal{M}}_p = \frac{d}{dt}_{/\mathcal{R}_n} (\vec{H}_O) + m\vec{V}_O \wedge \vec{V}_G \quad (2.48)$$

où  $\vec{H}_O$  est le moment cinétique en  $O$ . Il peut être utile de faire intervenir le moment cinétique en  $G$ , en écrivant pour cela que :

$$\vec{\mathcal{M}} = \vec{\mathcal{M}}_G + \overrightarrow{OG} \wedge \vec{R} \quad (2.49a)$$

$$= \frac{d}{dt}_{/\mathcal{R}_n} (\vec{H}_G) + \overrightarrow{OG} \wedge \vec{R} \quad (2.49b)$$

Or, étant donné les hypothèses faites, le moment cinétique du microdrone se ramène à celui du corps, et on a donc :

$$\vec{H}_G = \mathbf{I}_G \cdot \vec{\Omega}_{nb} \quad (2.50)$$

$\mathbf{I}_G$  est le tenseur d'inertie en  $G$  du microdrone, qui dépend uniquement de sa masse et de sa géométrie. Suivant la forme, le centrage et les symétries éventuelles du corps, ce tenseur pourra se simplifier en un tenseur diagonal (cas où le repère  $\mathcal{R}_b$  est dit repère principal d'inertie). On peut alors écrire :

$$\frac{d}{dt}_{/\mathcal{R}_n} (\mathbf{I}_G \cdot \vec{\Omega}_{nb}) = \mathbf{I}_G \cdot \frac{d}{dt}_{/\mathcal{R}_b} (\vec{\Omega}_{nb}) + \vec{\Omega}_{nb} \wedge \mathbf{I}_G \cdot \vec{\Omega}_{nb} \quad (2.51)$$

On choisira d'exprimer les vecteurs dans le repère du corps  $\mathcal{R}_b$ , de façon à faire apparaître les variables d'état  $p, q, r$  qui nous intéressent, d'où finalement :

$$\vec{\mathcal{M}} = \mathbf{I}_G \cdot \begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \wedge \mathbf{I}_G \cdot \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + \overrightarrow{OG} \wedge \vec{R} \quad (2.52)$$

### 2.5.5 Synthèse

La vitesse du microdrone est définie comme la vitesse du point  $O$  centre du repère du corps. Si l'engin est centré, c'est-à-dire si  $O \equiv G$ , alors cette vitesse est égale à celle de  $G$ , et l'intégration de (2.47) suffit pour obtenir les variables d'état désirées. Sinon,  $\vec{V}_O = {}^t(u\ v\ w)$  se déduit de  $\vec{V}_G$  d'après les propriétés du champ des vitesses d'un solide [Laroze 1999] :

$$\vec{V}_O = \vec{V}_G + \overrightarrow{OG} \wedge \vec{\Omega}_{nb} \quad (2.53)$$

soit encore

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_G \\ v_G \\ w_G \end{pmatrix} + \mathbf{B}_{nb} \cdot \left[ \begin{pmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \right] \quad (2.54)$$

De même pour l'accélération de  $O$ , obtenue en dérivant (2.53) :

$$\vec{\Gamma}_O = \vec{\Gamma}_G + \overrightarrow{OG} \wedge \dot{\vec{\Omega}}_{nb} + \vec{\Omega}_{nb}^2 \cdot \overrightarrow{OH} \quad (2.55)$$

$H$  étant la projection de  $O$  sur l'axe ( $G, \vec{\Omega}_{nb}$ ). Les coordonnées  $(x_H\ y_H\ z_H)$  de  $H$  dans  $\mathcal{R}_b$  peuvent se calculer de la manière suivante :

- les vecteurs  $\overrightarrow{OH}$  et  $\vec{\Omega}_{nb}$  sont orthogonaux, d'où :

$$\overrightarrow{OH} \cdot \vec{\Omega}_{nb} = 0 \quad (2.56a)$$

$$\Leftrightarrow px_H + qy_H + rz_H = 0 \quad (2.56b)$$

- les vecteurs  $\overrightarrow{GH}$  et  $\vec{\Omega}_{nb}$  sont colinéaires, d'où :

$$\overrightarrow{GH} \wedge \vec{\Omega}_{nb} = \vec{0} \quad (2.57a)$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_H - x_G \\ y_H - y_G \\ z_H - z_G \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.57b)$$

qui fournit deux équations linéairement indépendantes, par exemple

$$r(y_H - y_G) - q(z_H - z_G) = 0 \quad (2.58)$$

$$p(z_H - z_G) - r(x_H - x_G) = 0 \quad (2.59)$$

La combinaison de (2.56b), (2.58) et (2.59) conduit à la résolution du système suivant :

$$\begin{pmatrix} p & q & r \\ 0 & r & -q \\ r & 0 & -p \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_H \\ y_H \\ z_H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ ry_G - qz_G \\ rx_G - pz_G \end{pmatrix} \quad (2.60)$$

L'ensemble des relations permettant de relier les variables d'état cinématiques aux efforts élémentaires issus du schéma 2.7 est représenté sur la figure 2.8.

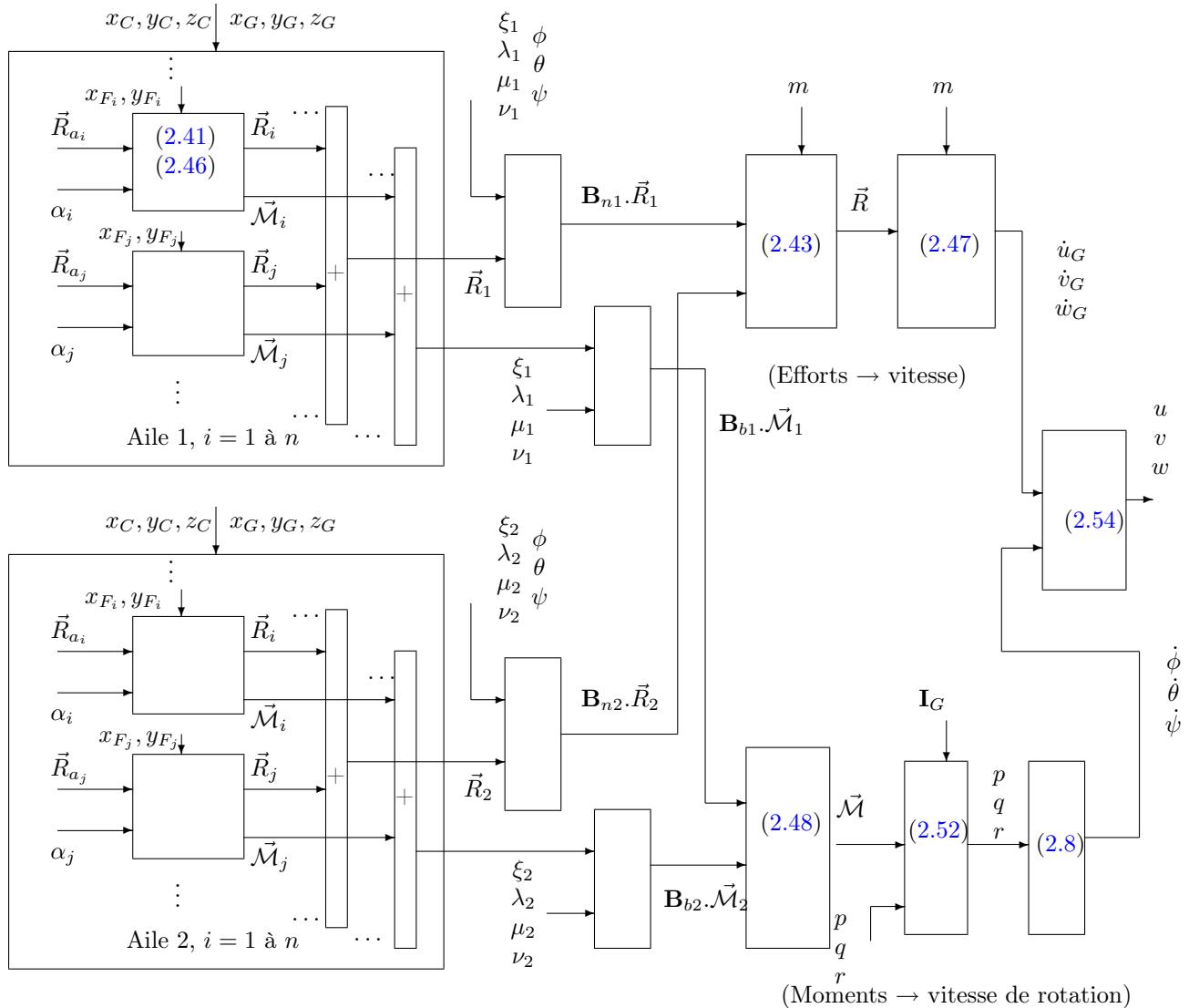


FIG. 2.8 – Calcul des grandeurs cinématiques (intégration des efforts)

## 2.6 Codage de la simulation

### 2.6.1 Choix de l'architecture

La structure informatique du modèle a été définie par Th. Le Moing [Luc-Bouhali 2004] dans le cadre du Projet de Recherches Fédératuer REMANTA. Dans le but de bénéficier d'une architecture modulaire, celui-ci a été programmé en langage C++. L'intérêt de ce choix est double : d'une part, en regroupant les variables et fonctions relatives à une seule aile (par exemple l'orientation ou la répartition en envergure des efforts et incidences) au sein d'une classe `aile.C`, il devient alors aisément de définir à partir du concept standard de microdrone à deux ailes de nouvelles configurations à quatre ou six ailes, en modifiant

simplement dans le programme principal le nombre d'instances de la classe correspondante<sup>4</sup>. D'autre part on peut étudier l'influence séparée des différents phénomènes aérodynamiques, en choisissant d'activer ou non les blocs correspondants. Les différentes classes ainsi définies ont alors été encapsulées sous un programme codé en langage MATLAB®, afin de bénéficier des facilités offertes par ce logiciel en termes de visualisation et d'autres fonctions déjà existantes. L'interface entre les deux langages a été rendue possible par l'utilisation de *MEX-files*, permettant de générer des fichiers MATLAB exécutables à partir de code source C. Toutes ces considérations ont abouti au développement du programme baptisé *OS CAB*, pour *Outil de Simulation de Concept à Ailes Battantes*.

La complexité du modèle rend bien évidemment impossible une intégration analytique directe des équations, il sera donc nécessaire d'utiliser une résolution numérique. De par la simplicité de sa mise en œuvre assortie de sa précision en comparaison de méthodes plus élémentaires, un schéma de Runge-Kutta d'ordre 2 a été employé. Considérons le système mis sous la forme d'état générale :

$$\frac{dX}{dt} = f(X, U) \quad (2.61)$$

et soient  $x_n$  et  $u_n$  les valeurs respectives de l'état et de la commande échantillonnés à  $t_n = t_0 + n\Delta t$ ,  $\Delta t$  désignant le pas constant d'intégration. La méthode de Runge-Kutta d'ordre 2 modifiée (appelée également méthode de Heun) permettant le calcul de l'état au pas de temps suivant s'écrit alors [Crouzeix et Mignot 1989, Brooks 2004] :

$$\tilde{x}_{n+1} = x_n + \Delta t f(x_n, u_n) \quad (2.62)$$

$$x_{n+1} = x_n + \frac{\Delta t}{2} [f(x_n, u_n) + f(\tilde{x}_{n+1}, u_{n+1})] \quad (2.63)$$

### 2.6.2 Diagramme des classes

Au sommet de la hiérarchie des classes composant le modèle se trouve la classe principale `mecavo`, qui calcule à chaque instant la dérivée du vecteur d'état en fonction des efforts et moments. Celle-ci inclut également la définition de la géométrie du corps, à savoir les dimensions ainsi que la position du centre de gravité. Cette classe comprend deux instances de la classe `aile`, laquelle définit la forme de l'aile via un tableau contenant les cordes des différentes tranches. Au sein de cette classe sont calculées les vitesses et incidences aérodynamiques ainsi que les efforts et moments, en faisant appel aux modèles des différents phénomènes aérodynamiques inclus dans la classe `aero`. Une version simplifiée du diagramme des classes est représentée dans le tableau 2.3 page 82.

## 2.7 Validation du modèle

Le modèle *OS CAB* a ensuite été validé par le biais de différentes simulations en boucle ouverte. Le but est de s'assurer que les résultats fournis sont cohérents vis-à-vis du comportement attendu, ce dernier pouvant être estimé à travers des mesures expérimentales disponibles dans la littérature. Précisons en premier lieu que la dynamique du système en boucle ouverte est instable : étant donné que celui-ci comporte deux intégrateurs, on ne peut pas trouver d'entrée (c'est-à-dire de cinématique de battement) assurant une stabilité

<sup>4</sup>Sous réserve de disposer de modèles décrivant les interactions aérodynamiques entre les différentes paires d'ailes [Wakeling et Ellington 1997b].

Classe	<b>mecavo.C</b>
Variables	<pre>ailes : AILE[2] ; masse : double position centre de gravité : vecteur dimensions du corps : double, double, double matrice d'inertie corps : matrice état : vecteur commande : vecteur</pre>
Fonctions	<p>application du PFD (calcul de la dérivée du vecteur d'état en fonction des efforts et moments totaux) :</p> <pre>void Modele (vecteur&amp; X, vecteur&amp; U)</pre> <p>évolution des états (permet d'autoriser ou non les mouvements selon les différents degrés de liberté) :</p> <pre>void Evolution (vecteur&amp; Xp)</pre>

Classe	<b>aile.C</b>
Variables	<p>inclusion des modèles aérodynamiques : <b>AERO</b></p> <p>nombre de tranches par aile : <b>int</b></p> <p>cordes : <b>double*</b></p> <p>position de l'axe de rotation : <b>double*</b></p> <p>efforts : <b>vecteur*</b></p> <p>moments : <b>vecteur*</b></p> <p>point d'attache : <b>vecteur</b></p>
Fonctions	<p>calcul des incidences locales, des efforts et moments en fonction des cinématiques :</p> <pre>void Modele (vecteur&amp; U, vecteur&amp; Xm, vecteur&amp; Xa)</pre> <p>évolution des états aérodynamiques :</p> <pre>void Evolution (vecteur&amp; Xp)</pre>

Classe	<b>aero.C</b>
Variables	<p>constantes intervenant dans la définition des modèles aérodynamiques : <b>double</b>, ...</p> <p>coefficients aérodynamiques locaux : <b>double</b>, ...</p>
Fonctions	<p>calcul des différents coefficients aérodynamiques :</p> <pre>void Sta (double, ...)</pre> <pre>void Rot (double, ...)</pre> <pre>void MasseAjoutee (double, ...)</pre> <p>évolution de états aérodynamiques :</p> <pre>void Evolution (vecteur&amp; Xp)</pre>

TAB. 2.3 – Diagramme des classes simplifié de *OS CAB*

au sens strict du terme. Dans le but d'autoriser toutefois l'étude en boucle ouverte, qui servira de préambule à la recherche de méthodes de stabilisation et de commande, il a été introduit la possibilité d'activer ou non chacun des 6 degrés de liberté (trois en translation, trois en rotation) que possède l'engin. Ainsi, lorsque tous ceux-ci sont figés, le microdrone ne peut se déplacer et on obtient une configuration statique, représentative par exemple d'un montage en cuve tel que *Robofly*. Pour l'étude du mouvement suivant un axe donné, par exemple l'évolution en montée/descente ou bien le vol horizontal, on pourra de même désactiver tous les degrés de liberté sauf ceux correspondants à ces axes respectifs, ce qui revient à brider les déplacements du microdrone suivant certaines directions.

L'absence de modèles pour les effets de décrochage dynamique et de capture de sillage ne semble pas *a priori* préjudiciable à la validité globale des simulations effectuées avec *OS CAB*. En effet, si les modèles de circulation rotationnelle et de masse ajoutée semblent relativement pertinents et rendent bien compte des effets instationnaires sur la portance totale [Norberg 1990, Sane et Dickinson 2002], les interprétations diffèrent au sein de la littérature en ce qui concerne le décrochage dynamique [Ellington 1984, McNeill Alexander 1996] et la capture de sillage. En particulier, il reste aujourd'hui encore difficile de déterminer l'action conjuguée du décrochage dynamique avec l'effet Wagner. Dans la mesure où ces deux phénomènes ont des conséquences opposées, l'un augmentant la portance maximale et l'autre limitant l'établissement de la circulation autour du profil, on a choisi dans le cadre de cette approche simplifiée d'un point de vue aérodynamique de considérer que leurs contributions mutuelles se compensent en moyenne, et donc de ne pas les prendre en compte dans les simulations. De même en ce qui concerne la capture de sillage : certaines études [Walker 2002] montrent que celle-ci peut dans certains cas se confondre avec l'effet de masse ajoutée. Plus généralement, les modèles actuels de ces deux phénomènes semblent peu précis, faute d'une compréhension suffisante de la nature exacte des mécanismes mis en jeu, et on choisira par conséquent de les mettre provisoirement de côté, dans l'attente de données plus représentatives issues des expériences programmées dans le cadre de *REMANTA*.

### 2.7.1 Choix des entrées

Différents signaux de référence ont été définis pour modéliser les entrées, qui sont par nature périodiques. En dehors des classiques fonctions trigonométriques, il s'avérera utile de considérer des fonctions d'allure carrée (ou créneau) pour représenter l'évolution de l'angle de rotation. On a en effet noté que l'incidence géométrique était pratiquement constante au sein d'un battement [Dickinson et Götz 1993], l'angle de rotation de l'aile  $\nu(t)$  pourra donc être modélisé à l'aide d'une fonction constante par morceaux de la forme :

$$\nu_{\text{car}}(t) = \nu_m \tanh[k_{\text{car}} \cos(\omega t + \Phi)] \quad (2.64)$$

où  $\nu_m$  est la valeur du plateau,  $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$  est la pulsation du mouvement,  $\Phi$  le déphasage et  $k_{\text{car}}$  un paramètre servant à régler la raideur des fronts montants et descendants : pour  $k_{\text{car}} \rightarrow +\infty$ , le signal se rapproche d'un créneau idéal. De même, afin de représenter des battements dont la vitesse linéaire est constante sur une demi-période, on pourra modéliser l'angle de battement à l'aide d'une fonction triangulaire, définie simplement en intégrant le signal carré précédent :

$$\lambda_{\text{tri}}(t) = \lambda_m \int_0^t \tanh(k_{\text{tri}} \cos \omega u) du \quad (2.65)$$

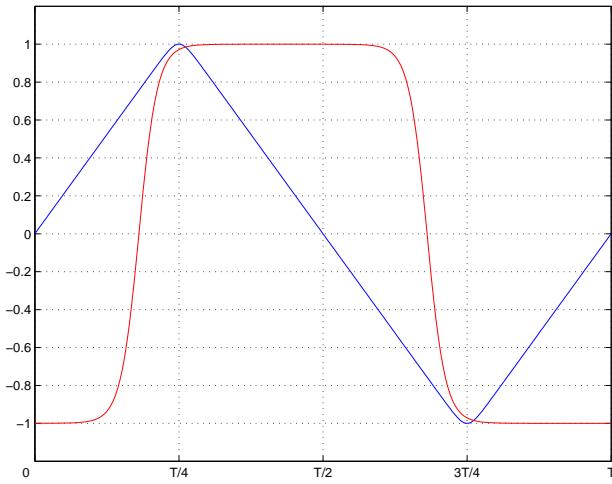


FIG. 2.9 – Allure sur une période des signaux de référence carré et triangle,  $\nu_m = \lambda_m = 1$ ,  $k_{\text{car}} = 5$ ,  $\Phi = 25^\circ$ ,  $k_{\text{tri}} = 10$

L'allure de ces signaux est représentée sur la figure 2.9. En sus de ces fonctions, il a été développé un modèle de la cinématique de rotation adoptée par Dickinson *et al.* dans leur expérimentation, ceci évidemment dans le but de pouvoir comparer ultérieurement les résultats fournis par OSCAB et Robofly en présence des mêmes entrées. En l'absence de données exactes concernant la cinématique utilisée, celle-ci a été approchée en assimilant les variations « en cloche » de  $\dot{\nu}$  à des concaténations d'arcs de cubiques, ce qui donne sur une demi-période  $t \in [0; \frac{T}{2}]$  :

$$\dot{\nu}_{\text{rot}}(t) = \begin{cases} \frac{2}{\Delta t_r} t^{*3} & \text{avec } t^* = t - \frac{t_{r1} - \Delta t_r / 2}{\Delta t_r / 4} \quad \text{si } t_{r1} - \frac{\Delta t_r}{2} \leq t < t_{r1} - \frac{\Delta t_r}{4} \\ \frac{2}{\Delta t_r} [2 - (1 - t^*)^3] & \text{avec } t^* = t - \frac{t_{r1} - \Delta t_r / 4}{\Delta t_r / 4} \quad \text{si } t_{r1} - \frac{\Delta t_r}{4} \leq t < t_{r1} \\ \frac{2}{\Delta t_r} (2 - t^{*3}) & \text{avec } t^* = t - \frac{t_{r1}}{\Delta t_r / 4} \quad \text{si } t_{r1} \leq t < t_{r1} + \frac{\Delta t_r}{4} \\ \frac{2}{\Delta t_r} (1 - t^{*3}) & \text{avec } t^* = t - \frac{t_{r1} + \Delta t_r / 4}{\Delta t_r / 4} \quad \text{si } t_{r1} + \frac{\Delta t_r}{4} \leq t < t_{r1} + \frac{\Delta t_r}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.66)$$

Dans cette description analytique par morceaux,  $t_{r1}$  désigne l'instant auquel la vitesse de rotation est maximale (sommet de la cloche), et  $\Delta t_r$  la durée de la commutation. La représentation de  $\dot{\nu}_{\text{rot}}$  sur la deuxième moitié de période  $t \in [\frac{T}{2}; T]$  est obtenue par symétrie par rapport au milieu de la période, soit  $\dot{\nu}_{\text{rot}}(t) = -\dot{\nu}_{\text{rot}}(t - T/2)$  pour  $t \in [\frac{T}{2}; T]$ . L'angle de rotation  $\nu_{\text{rot}}$  en est déduit par intégration, pour obtenir finalement les allures reproduites sur la figure 2.10.

### 2.7.2 Effet de la fréquence de battement

De manière immédiate, les efforts aérodynamiques sont reliés aux vitesses locales, lesquelles dépendent notamment de la fréquence de battement : plus les ailes battent vite, plus la portance totale devrait être importante, et plus le microdrone devrait accélérer vers le haut. On peut vérifier ce comportement suivant l'axe vertical en recherchant en

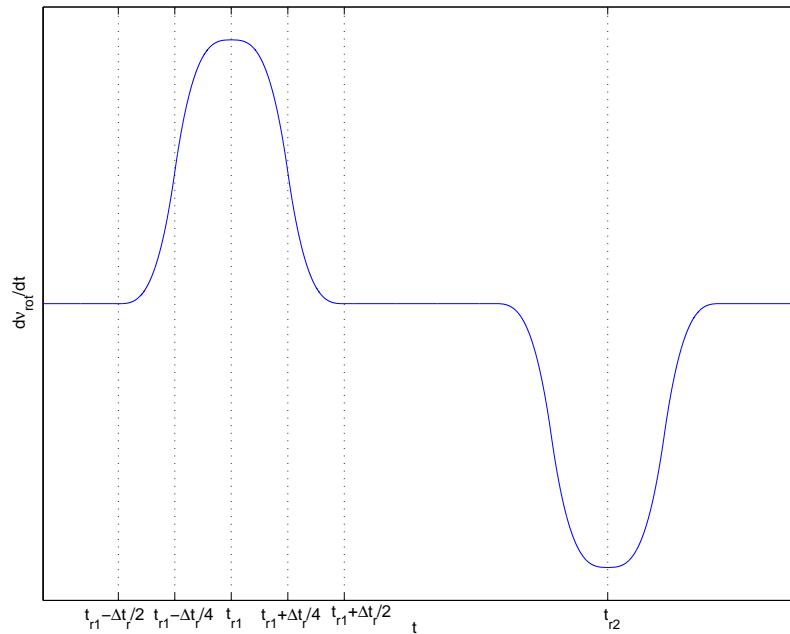
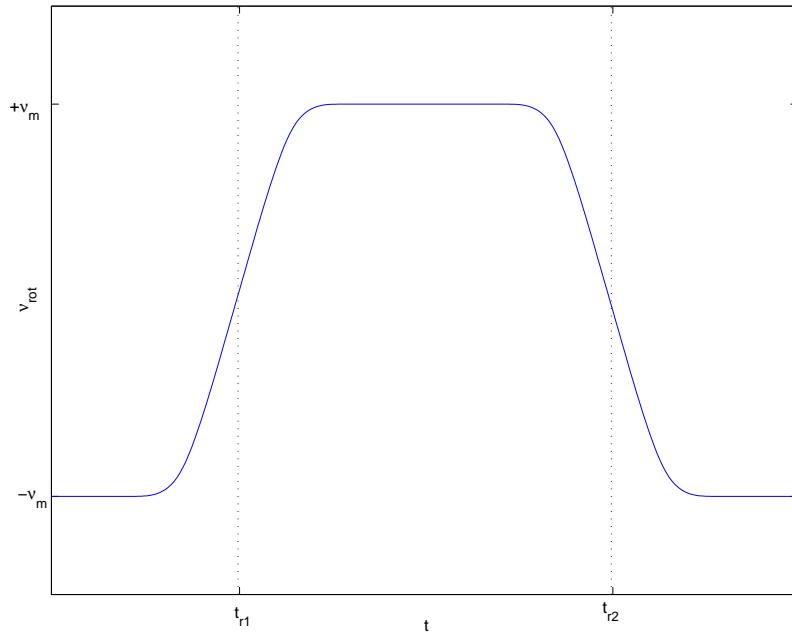

 (a) Vitesse de rotation  $\dot{\nu}_{\text{rot}}(t)$ 

 (b) Angle de rotation  $\nu_{\text{rot}}(t)$ 

 FIG. 2.10 – Allure de l’angle de rotation modélisé d’après *Robofly*

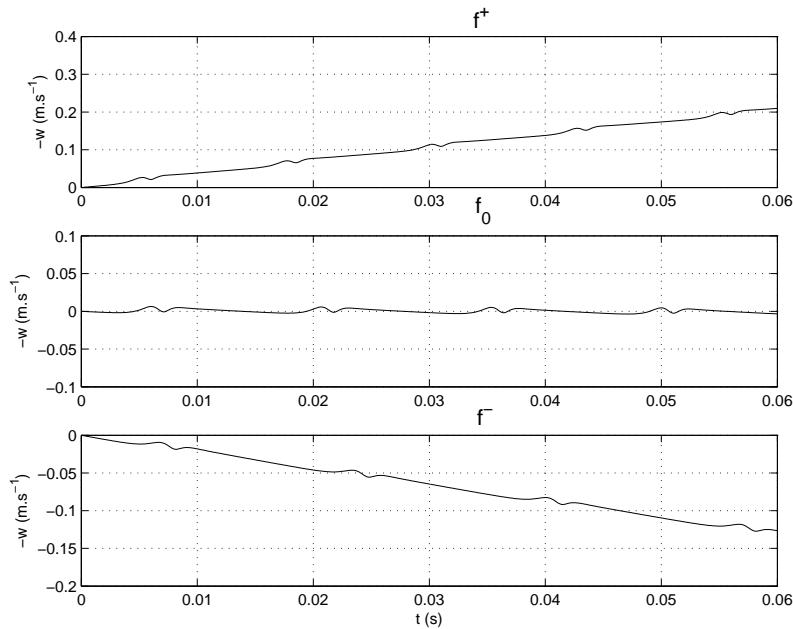


FIG. 2.11 – Évolution de la vitesse verticale en fonction de la fréquence

premier lieu la fréquence pour laquelle les déplacements verticaux sont pratiquement nuls, en minimisant par exemple la vitesse quadratique moyenne sur une période  $T$  :

$$f_0 = \arg \min_f \left( \frac{1}{T} \int_T w^2 dt \right) \quad (2.67)$$

on définit ainsi un point de « pseudo » équilibre<sup>5</sup>, et on peut alors étudier le comportement du modèle pour des fréquences respectivement inférieures et supérieures à cette valeur. La masse de la configuration étudiée est de  $m = 30$  g.

La recherche du minimum s'est faite de manière numérique à l'aide d'un algorithme de type quasi-Newton (fonction `fminunc` disponible sous MATLAB). On obtient une fréquence  $f_0 = 34.1239$  Hz. L'évolution de la vitesse verticale  $w$  pour  $f^+ = 40$  Hz et  $f^- = 30$  Hz est alors tracée (voir fig. 2.11). Notons que l'on a encore une fois inversé l'orientation de l'axe des ordonnées afin de faciliter l'interprétation des courbes.

On vérifie alors bien que pour une fréquence supérieure (resp. inférieure),  $w$  décroît (resp. croît) linéairement, ce qui correspond à une accélération constante vers le haut (resp. le bas). La fréquence de battement pourrait donc constituer un paramètre de contrôle pour la commande du modèle en boucle fermée. Mais les stratégies envisagées jusqu'ici pour l'entraînement des ailes semblent d'ores et déjà privilégier l'utilisation de structures résonnantes en guise d'actionneurs pour augmenter le rendement mécanique, auquel cas la fréquence de battement sera fixée par la pulsation propre de ces dispositifs. On ne retiendra donc pas le choix de la fréquence de battement en tant que paramètre de contrôle, ce qui revient à fixer celle-ci à une valeur donnée pour la recherche de méthodes de commande par exemple.

<sup>5</sup>Rappelons que le système est naturellement instable, et que l'équilibre ainsi défini n'est qu'une approximation sur un intervalle de temps donné.

### 2.7.3 Évolution en envergure des vitesses

Conformément à l'approche bidimensionnelle par tranches adoptée, chaque aile se voit divisée en un nombre donné de tranches, supposés rectangulaires, de largeur constante mais de corde variable, l'intérêt étant de pouvoir définir la géométrie globale d'une aile *via* la répartition en envergure des cordes. Sans exigence particulière quant à la forme de l'aile, on peut dans un premier temps supposer celle-ci de forme rectangulaire (toutes les tranches étant donc identiques) et étudier l'évolution des vitesses en envergure. L'écoulement étant supposé bidimensionnel sur chaque tranche, la composante locale de la vitesse selon l'axe  $\vec{y}_a$  sera par conséquent nulle. On a alors représenté sur les figures 2.12(a), 2.12(b) et 2.12(c) respectivement les vitesses aérodynamiques horizontale et verticale  $V_{a_{ix}}$  et  $V_{a_{iz}}$  en fonction de la tranche courante  $i$  ( $i = 1$  correspondant à la tranche la plus proche de l'implanture), ainsi que le module de la vitesse, défini par :

$$V_{a_i} = \sqrt{V_{a_{ix}}^2 + V_{a_{iz}}^2} \quad (2.68)$$

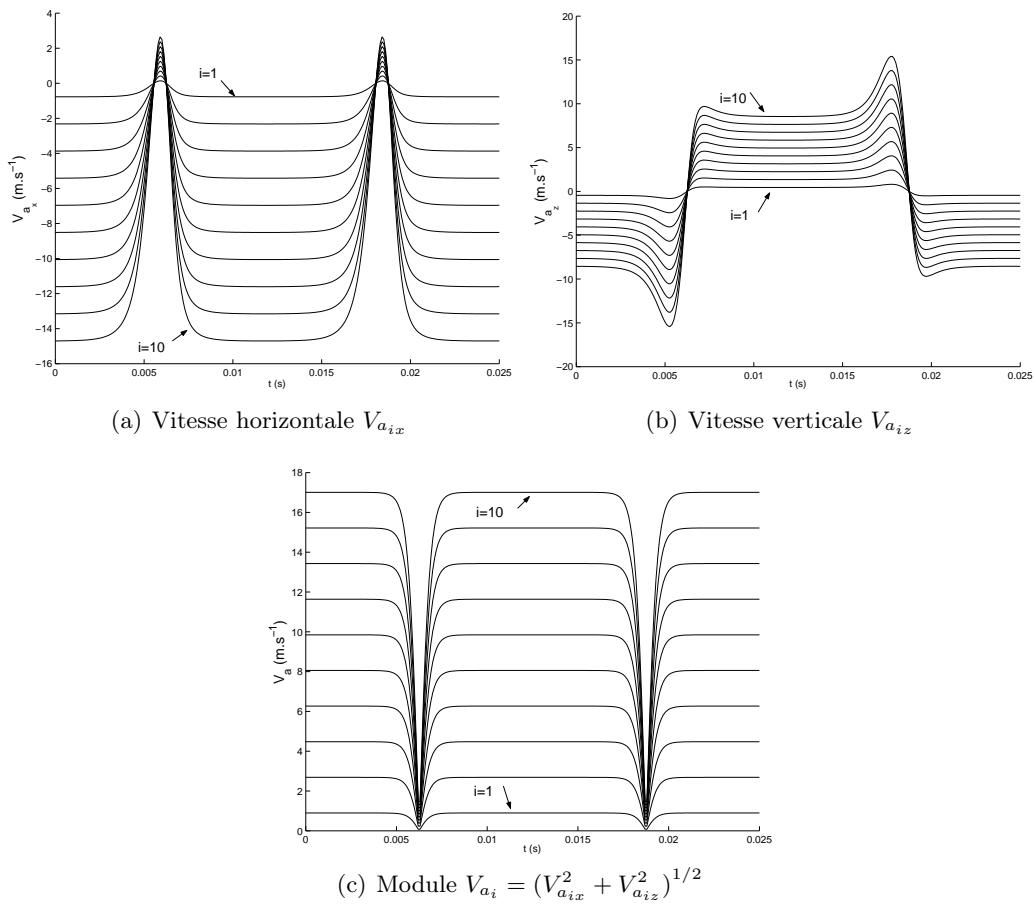


FIG. 2.12 – Évolution sur une période des vitesses aérodynamiques locales en envergure

On observe alors que les vitesses augmentent fortement en valeur absolue lorsqu'on se déplace en envergure, d'un facteur 15 environ, ce qui justifie le choix d'une approche par tranches dans le but d'accroître la précision du modèle.

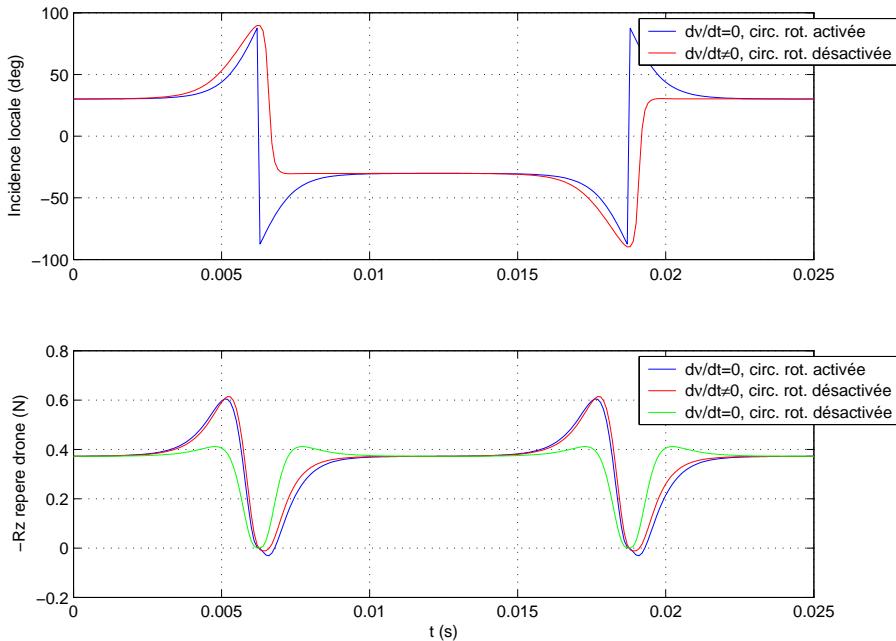


FIG. 2.13 – Effets comparés de la vitesse de rotation  $\dot{\nu}$  et de la circulation rotationnelle

#### 2.7.4 Prise en compte de la circulation rotationnelle

L'une des hypothèses faites lors de l'écriture du modèle a consisté à négliger les termes en  $\dot{\nu}$  dans le calcul des vitesses aérodynamiques, cf. éq. (2.12). On a en effet supposé que la vitesse de rotation de l'aile autour de son grand axe était déjà modélisée à travers l'effet de circulation rotationnelle (2.33), évitant ainsi une redondance. Une simulation a été réalisée afin de tester la pertinence de cette hypothèse. Dans un premier cas, on a fixé  $\dot{\nu} \equiv 0$  dans le calcul de l'incidence aérodynamique au sein de la classe `aile` et activé la circulation rotationnelle. Le deuxième cas représente la situation inverse, c'est-à-dire que  $\dot{\nu}$  est laissé non nul, alors que le module contenant la circulation rotationnelle est désactivé. Enfin le dernier cas correspond à  $\dot{\nu} \equiv 0$  et une circulation rotationnelle désactivée. Les résultats sur une période sont présentés sur la figure 2.13, pour une vitesse et une incidence calculées aux trois-quarts de la corde ( $x_{F_i}/c = 3/4$ ) [Fung 1993, DeLaurier 1993, Walker 2002], et en prenant comme entrées des cinématiques en battement et en rotation telles que décrites en (2.64) et (2.65). Sur la figure du haut est représentée l'incidence en milieu d'aile, et sur celle du bas la portance totale due aux efforts aérodynamiques dans le repère du corps. Notons que l'on a choisi de visualiser en réalité l'opposé de cette portance, étant donné que les axes  $\vec{z}_b$  et  $\vec{z}_n$  sont orientés vers le bas : ce choix a pour conséquence le fait qu'un effort portant aura une valeur algébrique négative une fois projeté dans les repères corps et terre<sup>6</sup>. La fréquence de battement est de 40 Hz, l'envergure totale de 15 cm, l'amplitude du battement vaut  $80^\circ$ , celle de la rotation  $60^\circ$  et le déphasage entre ces deux angles est nul.

On constate alors que les deux premiers cas (courbes bleue et rouge) sont très similaires en termes de portance, tandis que le troisième (courbe verte) présente un premier pic moins prononcé. Ce résultat vient donc confirmer *a posteriori* l'hypothèse faite de négliger la

<sup>6</sup>De manière générale, on parlera de résultante verticale (ou d'effort vertical) pour désigner la projection directe de l'effort sur l'axe  $\vec{z}_n$ , et de portance pour l'opposée de celle-ci

vitesse de rotation  $\dot{\nu}$  dans les vitesses et incidences aérodynamiques, l'effet de celle-ci étant exactement équivalent à celui de la circulation rotationnelle.

### 2.7.5 Influence du déphasage de la rotation

Dans l'attente des résultats de l'expérimentation prévue par *REMANTA*, les résultats d'*OS CAB* ont été comparés à ceux obtenus par l'équipe de l'université de Berkeley et leur maquette *Robofly*. Ceux-ci ont notamment mis en évidence, comme on l'a vu sur la figure 1.28 page 44, l'influence du déphasage de la rotation de l'aile. On rappelle que, suite à des mesures d'efforts instantanés sur une aile d'insecte à l'échelle 100 battant dans de l'huile, il est apparu qu'un retournement de l'aile intervenant avant la fin du battement (en avance de phase par rapport à celui-ci) entraînait un pic instantané d'effort vertical, et augmentait de ce fait la portance moyenne. À l'opposé, si ce retournement débute après que l'aile a entamé son retour (soit une rotation en retard de phase), on observe au contraire une déportance instantanée. Les cinématiques des ailes tout comme les conditions expérimentales ont été reproduites à l'identique, à savoir une demi-envergure de 25 cm, une masse volumique de  $880 \text{ kg.m}^{-3}$  et une fréquence de battement de 0,168 Hz. De même, des déphasages identiques entre le battement et la rotation ont été considérés :  $+15^\circ$  (avance de phase),  $0^\circ$  et  $-15^\circ$  (retard de phase). Les résultats de la simulation *OS CAB* comparés avec les mesures expérimentales fournies par *Robofly* sont présentés sur les figures 2.14 à 2.16.

On note alors que les résultats sont très similaires dans chacun des cas reproduits. En particulier la décomposition de la portance totale en une composante rotationnelle et une composante due à la translation (en l'occurrence pour *OS CAB* l'aérodynamique dite stationnaire) met bien en évidence dans les deux cas l'effet du déphasage de la rotation. Dans le premier cas (fig. 2.14), les pics de portance sont bien reproduits, ceux-ci sont moins présents pour une rotation symétrique (fig. 2.15), et le creux de déportance est également très similaire dans les deux cas si la rotation est en retard (fig. 2.16).

Tous ces résultats se révèlent donc largement satisfaisants sur le plan qualitatif, et constituent ainsi une bonne validation pour le modèle de simulation *OS CAB*. Celui-ci est capable de reproduire convenablement l'évolution des efforts aérodynamiques exercés par un engin à ailes battantes, et pourra donc servir de modèle pour l'étude de la commande du vol en boucle fermée.

## 2.8 Conclusion

Nous venons donc de présenter le modèle développé pour la simulation de la mécanique du vol d'un microdrone à ailes battantes. Ce modèle a été validé à partir de mesures expérimentales obtenues dans la littérature, et les premiers résultats en boucle ouverte ont montré, sous réserve de la validité des modèles aérodynamiques employés, qu'un microdrone à ailes battantes d'une envergure de 15 cm et de masse égale à 30 g était capable de soulever son poids en utilisant uniquement les forces aérodynamiques dues au battement de ses ailes. Cette première partie de l'étude constitue donc une démonstration de la faisabilité (au sens des capacités de vol) et de la pertinence d'un tel concept, et justifie les recherches qui seront faites par la suite sur le contrôle en boucle fermée.

On peut d'ores et déjà remarquer que le découpage en tranches d'une part ainsi que les fortes non-linéarités qu'il comporte rendent *a priori* très difficile l'écriture directe de

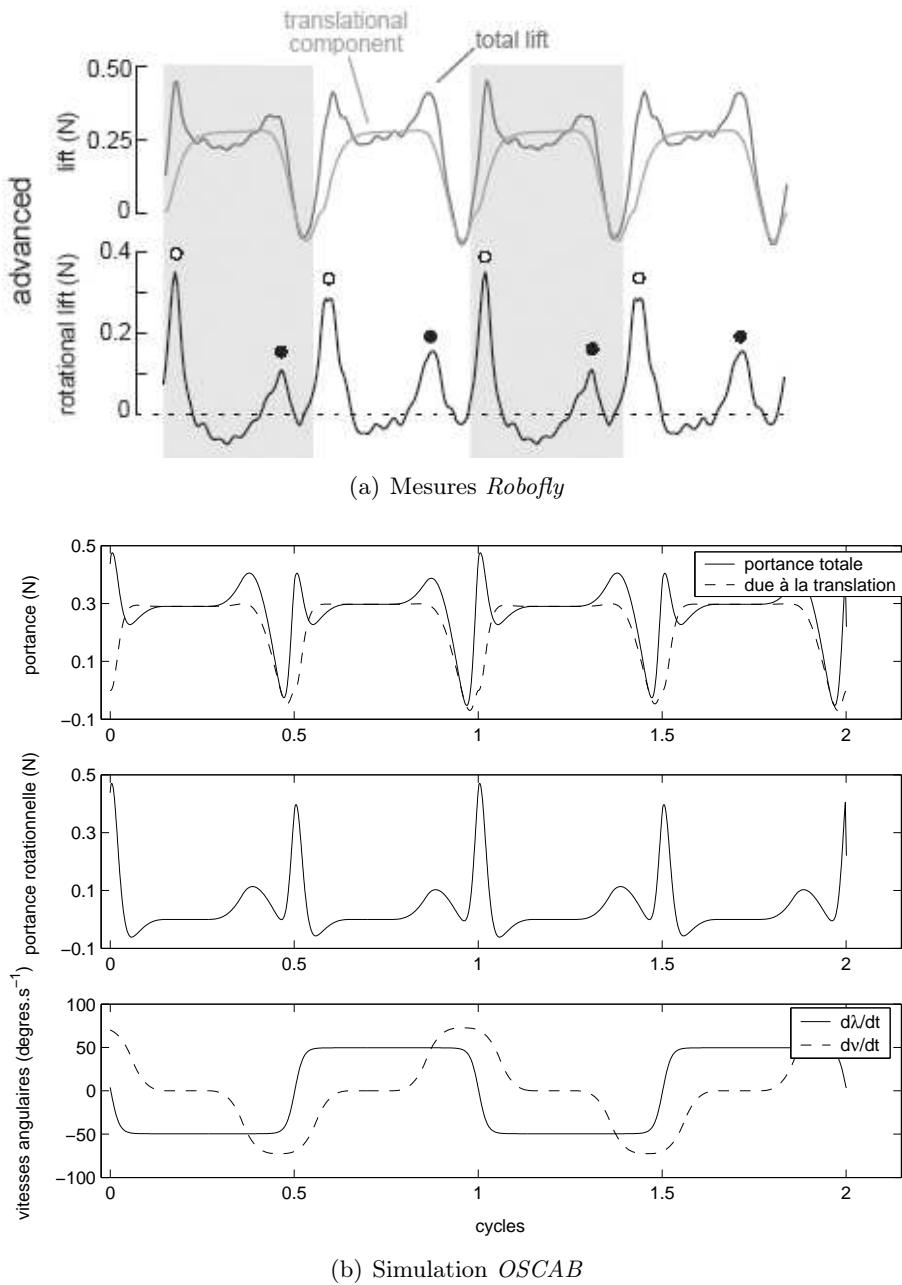
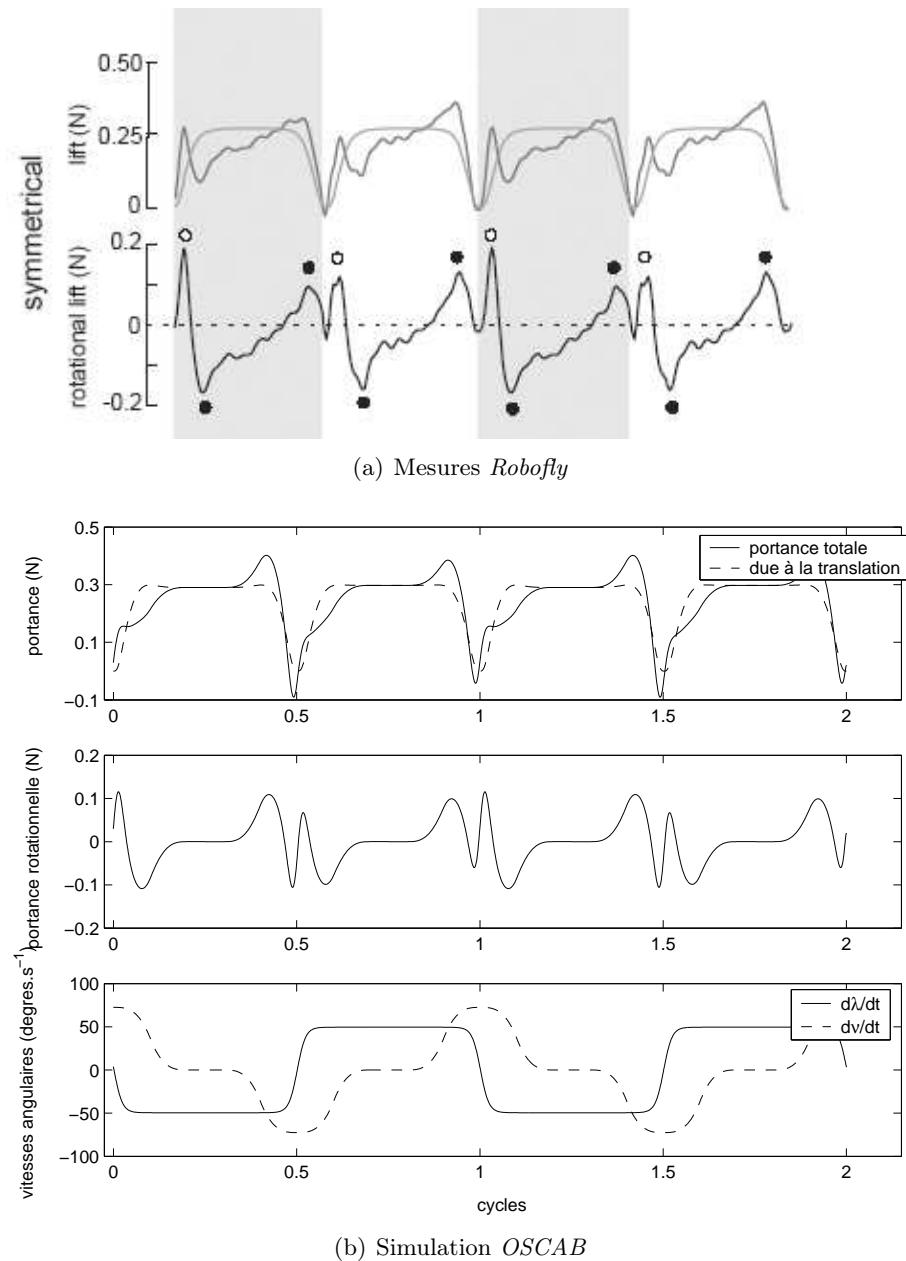


FIG. 2.14 – Effet de la rotation sur la portance totale,  $\Phi = +15^\circ$

FIG. 2.15 – Effet de la rotation sur la portance totale,  $\Phi = 0^\circ$

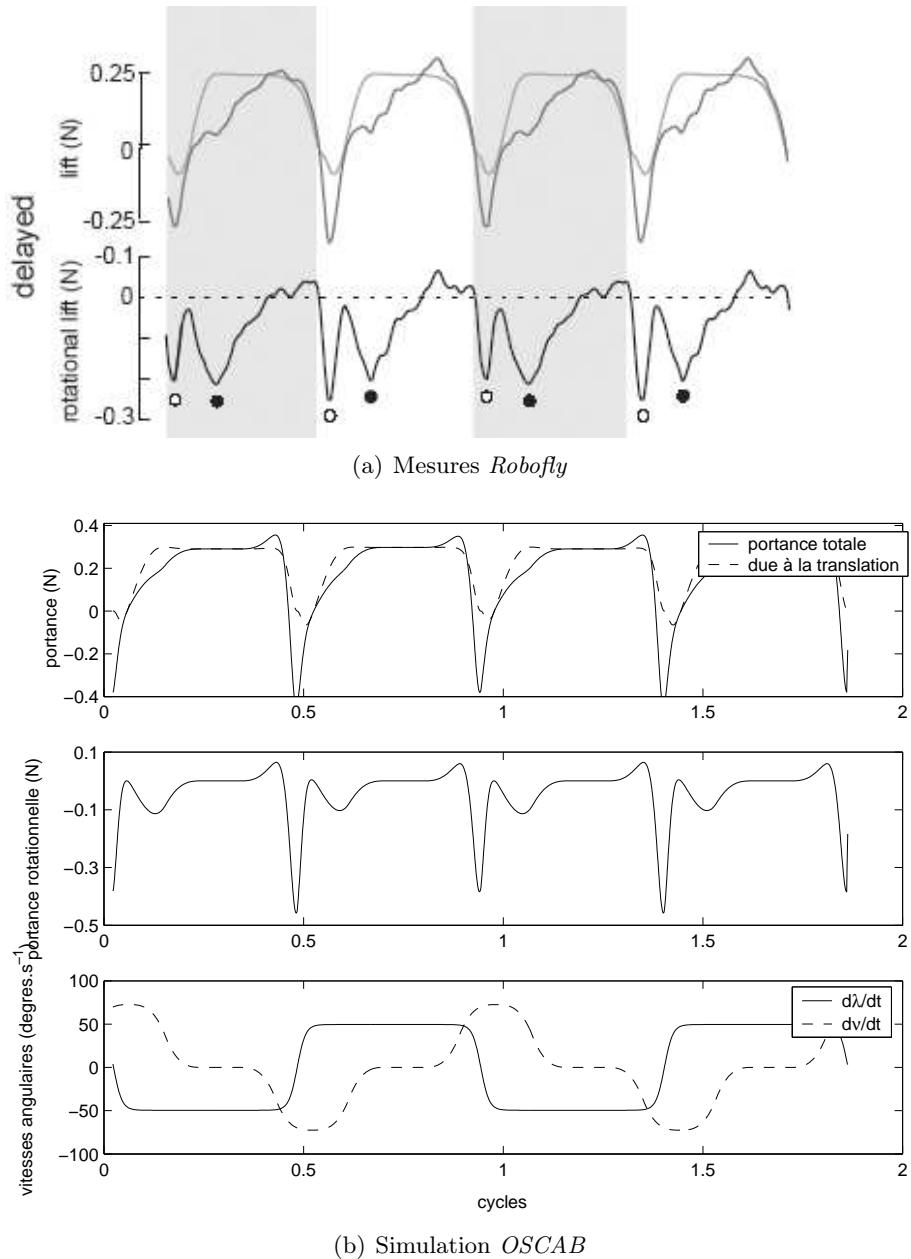


FIG. 2.16 – Effet de la rotation sur la portance totale,  $\Phi = -15^\circ$

la dynamique de ce modèle sous forme d'équations d'état. La recherche d'un modèle de synthèse pour l'étude en boucle fermée passera donc vraisemblablement par de nouvelles simplifications par rapport à l'aérodynamique complexe du vol battu ou vibrant.

Toutefois, il est utile de rappeler encore une fois qu'*OS CAB* n'a pas pour but la reproduction précise des différents phénomènes ni leur compréhension, mais davantage la recherche de méthodes de stabilisation et de commande en boucle fermée adaptées à cette catégorie de systèmes, fortement non-linéaires et aux entrées périodiques. Comme l'ont fait remarquer Sane et Dickinson [[Sane et Dickinson 2002](#)], un tel modèle simplifié permet d'être exploité de manière immédiate dans des applications orientées contrôle et dynamique du vol, sans nécessiter la lourdeur de calcul des méthodes CFD.



## Chapitre 3

# Optimisation des cinématiques

Le modèle tel qu'il a été défini dans le chapitre précédent prend en entrée les différents angles repérant la position des ailes en fonction du temps. Dans le cas le plus général, le vecteur d'entrée aura donc huit composantes indépendantes :

$$U(t) = {}^t(\xi_1(t) \ \xi_2(t) \ \lambda_1(t) \ \lambda_2(t) \ \mu_1(t) \ \mu_2(t) \ \nu_1(t) \ \nu_2(t)) \quad (3.1)$$

On a vu qu'il était toutefois possible de réduire ce nombre en supposant le mouvement des ailes symétrique, et en négligeant certains déplacements pour des configurations de vol particulières. Ainsi, le cas de vol le plus souvent considéré lors de cette étude est celui du vol vibrant longitudinal (incluant le cas particulier du vol stationnaire). L'hypothèse de vol vibrant signifie d'une part que  $\mu \equiv 0$  (cf. éq. (2.3) p. 67), et d'autre part que  $\xi$  reste voisin de  $\pi/2$ . Le vol longitudinal est quant à lui défini en mécanique du vol par des déplacements confinés dans un plan vertical, qui tient également lieu de plan de symétrie pour l'engin [Boiffier 1998]. Sous ces deux hypothèses, les degrés de liberté des ailes du microdrone ne sont alors plus définis que par les variables  $\lambda_1 = -\lambda_2 \triangleq \lambda$  et  $\nu_1 = \nu_2 \triangleq \nu$ .

Pour la validation d'*OSCAF* par comparaison avec les résultats expérimentaux publiés par l'université de Berkeley, les cinématiques des ailes ont naturellement été choisies de façon à reproduire les mouvements de *Robofly*. Mais en dehors de ces essais, le choix de la forme de ces signaux reste totalement libre, la seule exigence étant bien évidemment que ceux-ci soient périodiques et que leur amplitude ne dépasse pas un certain seuil : l'amplitude du battement en particulier ne saurait excéder 180° pour des raisons physiques.

Si la morphologie d'*OSCAF* était calquée sur un animal volant précis, il serait légitime d'adopter également dans la simulation les cinématiques de l'espèce en question. On est en effet en droit de supposer que, suite à l'évolution et l'adaptation fonctionnelle qu'ont connues ces animaux<sup>1</sup>, leurs mouvements d'ailes sont définis « au mieux », c'est-à-dire qu'ils maximisent l'efficacité en termes d'efforts et de manœuvrabilité tout en réduisant les besoins énergétiques nécessaires.

Or les dimensions du microdrone virtuel représenté par *OSCAF* ne sont pas définies de manière exacte : comme on l'a vu, l'objet du PRF *REMANTA* tient davantage en une étude ouverte dans le domaine des micro-engins, et il est donc prématûr à ce stade de l'étude de souhaiter travailler sur une configuration figée. Par conséquent, on ignore si

<sup>1</sup>À ce sujet, rappelons que les insectes font partie des plus anciennes espèces vivantes présentes sur Terre, et ont ainsi prouvé leur résistance et leur faculté d'adaptation à leur environnement [Grassé *et al.* 1961, Clarkson 1986].

les cinématiques arbitrairement définies jusqu'à présent constituent une manière optimale pour l'engin de battre des ailes.

La problématique posée peut alors s'énoncer de la manière suivante : étant donné une configuration particulière, comment faire battre les ailes du microdrone dans le but d'obtenir les meilleures performances ? Cette question se ramène intuitivement à un problème d'optimisation, lequel suppose la définition d'un critère à maximiser ou à minimiser. De manière triviale, on pourra poser dans un premier temps celui-ci comme égal à la portance moyenne en vol stationnaire. En effet, l'observation est l'une des applications visées avec ce nouveau concept. Il sera donc intéressant de maximiser la charge utile (capteurs, caméras visible et infrarouge, etc. [Szmelter et Żbikowski 2000]) que peut soulever l'engin en vol stationnaire. En remarquant que le poids total du microdrone (poids de la charge utile + poids propre) est équilibré par la portance dans le cas du vol stationnaire, on pourra donc se ramener à maximiser celle-ci.

### 3.1 Position du problème - Modélisation des signaux d'entrée

Ce problème d'optimisation est singulier car il nécessite *a priori* la recherche d'une fonction optimale : en appelant  $J$  le critère à minimiser<sup>2</sup> et  $\mathcal{C}_T^\infty$  l'ensemble des fonctions réelles lisses périodiques de période  $T$ , on cherche :

$$(\lambda^*, \nu^*) = \arg \min_{(\lambda, \nu) \in (\mathcal{C}_T^\infty)^2} J(\lambda, \nu) \quad (3.2)$$

Les outils permettant de résoudre de manière analytique ce type de problème sont relativement rares en mathématiques, et souvent applicables uniquement à des « cas d'école » très simples et peu représentatifs de véritables modèles physiques [Cherruault 1999]. On ne s'attardera pas non plus sur les méthodes basées sur le principe du maximum de Pontryagin, dont le domaine d'application reste la commande optimale des processus sous contraintes [Boudarel et al. 1969]. Il semble donc nécessaire de devoir se ramener d'un problème d'*optimisation fonctionnelle* à un problème plus classique d'*optimisation paramétrique* :

$$(\Theta_1^*, \Theta_2^*) = \arg \min_{(\Theta_1, \Theta_2) \in (\mathbb{R}^n)^2} J(\lambda_{\Theta_1}, \nu_{\Theta_2}) \quad (3.3)$$

$$\text{avec } \lambda_{\Theta_1}(t) = \lambda(\Theta_1(1), \dots, \Theta_1(n), t) \quad (3.4)$$

$$\nu_{\Theta_2}(t) = \nu(\Theta_2(1), \dots, \Theta_2(n), t) \quad (3.5)$$

Chaque fonction est définie par un vecteur de paramètres scalaires  $\Theta$ , et c'est sur les composantes de celui-ci que porte l'optimisation. Les méthodes d'optimisation paramétrique sont quant à elles plus répandues, et différents algorithmes de résolution numérique sont disponibles, comme nous le verrons plus en détail.

#### 3.1.1 Transformée de Fourier

La première étape consiste à rechercher une paramétrisation satisfaisante pour les fonctions  $\lambda$  et  $\nu$ . On peut songer naturellement à prendre en premier lieu les amplitudes respectives  $\lambda_m$  et  $\nu_m$  ainsi que le déphasage relatif  $\Phi$ , tels que définis en (2.64) et (2.65).

<sup>2</sup>La définition exacte de ce critère sera précisée par la suite. Notons par ailleurs que le fait de choisir un critère à minimiser n'est absolument pas restrictif pour la suite des calculs, étant donné que la minimisation de  $J$  est équivalente à la maximisation de  $-J$ .

Toutefois, ce choix impose l'allure des signaux  $\frac{\lambda}{\lambda_m}(t)$  et  $\frac{\nu}{\nu_m}(t)$ , et restreint donc l'espace solution. C'est pourquoi on cherchera non pas à optimiser ces paramètres usuels mais plutôt la forme globale des signaux.

Considérons donc une fonction  $f \in \mathcal{C}_T^\infty$ . Les coefficients de Fourier de  $f$  sont définis par [Papoulis 1962] :

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(u) du \quad (3.6a)$$

$$a_p = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(u) \cos \frac{2\pi p u}{T} du \quad \forall p \in \mathbb{N}^* \quad (3.6b)$$

$$b_p = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(u) \sin \frac{2\pi p u}{T} du \quad \forall p \in \mathbb{N}^* \quad (3.6c)$$

et la série de Fourier de  $f$  est égale à la fonction de  $\mathcal{C}_T^\infty$  :

$$S_f(t) = a_0 + \sum_{p=1}^{\infty} a_p \cos \frac{2\pi p t}{T} + b_p \sin \frac{2\pi p t}{T} \quad (3.7)$$

On montre alors que la série de Fourier de  $f$  converge uniformément vers  $f$  sur  $\mathbb{R}$  :

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \|S_f - f\| = 0 \quad (3.8)$$

En d'autres termes, en définissant la somme partielle :

$$S_f^n(t) = a_0 + \sum_{p=1}^n a_p \cos \frac{2\pi p t}{T} + b_p \sin \frac{2\pi p t}{T} \quad \forall p \in \mathbb{N}^* \quad (3.9)$$

on peut considérer que  $S_f^n$  représente une bonne approximation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  pour un ordre  $n$  suffisamment grand. La décomposition en série de Fourier constitue donc un moyen rapide d'approcher une fonction périodique — tels les angles de battement et de rotation  $\lambda(t)$  et  $\nu(t)$  — à l'aide d'une représentation paramétrique de la forme  $(a_n, b_n)$ ,  $n$  fini. Le principal inconvénient de cette méthode réside dans les oscillations rencontrées au voisinage de « pseudo-discontinuités » (par exemple lors de la commutation de  $-\nu_m$  à  $+\nu_m$  pour la rotation<sup>3</sup>), effet connu sous le nom de phénomène de Gibbs [Labarrère et al. 1993]. Cette méthode a toutefois été appliquée par Th. Le Moing et B. Dang Vu pour la recherche de cinématiques optimales dans le cadre du PRF REMANTA [Luc-Bouhali et al. 2005].

### 3.1.2 Réseaux de neurones

L'approche développée durant ce travail de thèse est quelque peu différente, puisqu'elle se base sur des réseaux de neurones pour modéliser les cinématiques des ailes. Nous allons présenter rapidement cet outil et les méthodes associées, avant de revenir sur son application au problème qui nous intéresse.

---

<sup>3</sup>Les fonctions  $\lambda$  et  $\nu$  sont des angles physiques, donc continus par nature, et les discontinuités ne seront qu'apparentes : le passage de  $-\nu_m$  à  $+\nu_m$  correspondra en réalité à un front montant de forte pente.

### 3.1.2.1 Présentation générale

Les premières recherches sur les réseaux de neurones artificiels datent des années soixante [Minsky et Papert 1969], et furent motivées par le constat que les organismes vivants les plus simples, tels les invertébrés, réalisent aisément des tâches que les ordinateurs de l'époque n'accomplissaient qu'au prix de lourds calculs, telles la reconnaissance d'objets indépendamment de leur taille ou de leur position. L'idée de s'inspirer du fonctionnement des systèmes nerveux pour concevoir des machines plus habiles que les ordinateurs conventionnels a donc émergé. Ces techniques ont connu un regain d'intérêt dans les années quatre-vingts [Hopfield et Tank 1985, Kawamoto et Anderson 1985], avec le développement d'outils plus puissants en informatique aussi bien qu'en mathématiques. Les réseaux de neurones constituent aujourd'hui un pan très actif de la recherche dans le domaine de l'informatique et de l'intelligence artificielle.

Un neurone artificiel peut être simplement défini comme une fonction non linéaire, paramétrée et à valeurs bornées [Dreyfus et al. 2004] :

$$y = f(x_1, \dots, x_n; w_1, \dots, w_p) \quad (3.10)$$

Les variables  $\{x_i\}_{i=1\dots n}$  sur lesquelles opère le neurone sont habituellement désignées sous le terme d'entrées du neurone, et la valeur  $y$  de la fonction sous celui de sortie. Deux types de paramétrages sont fréquemment utilisés pour  $f$  :

- les paramètres sont attachés aux entrées du neurone : la sortie de celui-ci est une fonction non linéaire d'une combinaison des entrées  $\{x_i\}$  pondérées par les paramètres  $\{w_i\}$ , qui sont alors désignés sous le terme de poids. Cette combinaison linéaire est quant à elle appelée potentiel, en raison de l'inspiration biologique sous-jacente. La fonction  $f$  est appelée fonction d'activation, et est souvent prise égale à une fonction arctangente ou sigmoïde :

$$f(u) = \frac{1}{1 + e^{-u}} \quad (3.11)$$

- les paramètres sont attachés à la non-linéarité du neurone : ils interviennent directement dans la fonction d'activation  $f$ . Celle-ci peut être une ondelette, ou bien encore une fonction à base radiale (RBF, *Radial Basis Function*), par exemple de la forme :

$$y = \exp \left[ -\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - w_i)^2}{2w_{n+1}^2} \right] \quad (3.12)$$

La différence pratique essentielle entre ces deux types de neurones est que les derniers ont des non-linéarités locales, qui tendent vers zéro dans toutes les directions de l'espace des entrées : leur zone d'influence est donc limitée, ce qui n'est pas le cas des neurones à potentiel et fonction d'activation sigmoïde.

L'intérêt des neurones réside dans les propriétés qui résultent de leur association en réseau, c'est-à-dire de la composition des fonctions non linéaires réalisées par chacun des neurones. Là encore on distingue deux types de réseaux : les réseaux non bouclés et les réseaux bouclés. Un réseau non bouclé est représenté graphiquement par un ensemble de neurones connectés entre eux, l'information circulant des entrées vers les sorties, comme illustré sur la figure 3.1(a). Le graphe d'un tel réseau est acyclique, c'est-à-dire qu'on ne peut pas revenir à son point de départ en suivant le trajet des connexions depuis un neurone quelconque. Les neurones qui effectuent le dernier calcul de la composition de fonctions sont appelés neurones de sortie, ceux qui effectuent les calculs intermédiaires sont les neurones cachés (cf. fig. 3.1(a)). Les réseaux non bouclés à couches dont les neurones cachés ont une

fonction d'activation sigmoïde sont souvent appelés perceptrons multicouches, ou MLP (*Multi-Layer Perceptron*). Un cas particulier est celui des réseaux à une couche cachée et un seul neurone de sortie linéaire : un tel réseau réalise ainsi une fonction non linéaire des paramètres de la première couche de connexions (cf. fig. 3.1(b)).

Les réseaux bouclés, quant à eux, présentent une structure cyclique, ce qui implique la prise en compte du temps afin que l'entrée d'un neurone ne dépende pas de sa sortie au même instant. Ainsi, à chaque connexion d'un tel réseau est attaché, outre un poids comme pour les réseaux non bouclés, un retard, sous forme de multiple entier de l'unité de temps choisie : le réseau ainsi défini réalise une ou plusieurs équations aux différences non linéaires. Toutefois, on peut montrer que tout réseau de neurones bouclé peut être mis sous une forme canonique comprenant un réseau non bouclé dont certaines sorties sont ramenées aux entrées par des bouclages de retard unité.

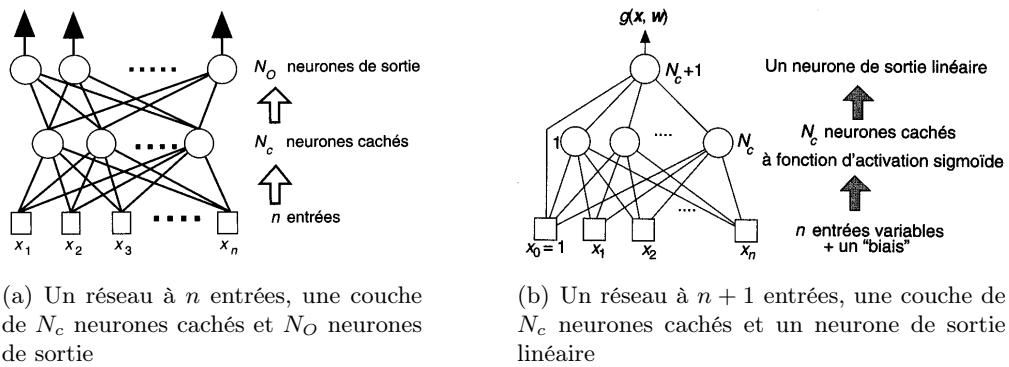


FIG. 3.1 – Schéma de réseaux de neurones non bouclés

Une notion fondamentale dans l'étude et l'utilisation de réseaux de neurones est celle d'apprentissage. On désigne sous ce terme, toujours en référence à la biologie, la procédure qui consiste à estimer les paramètres des différents neurones du réseau afin que celui-ci remplisse au mieux la tâche qui lui est affectée. Deux types d'apprentissage sont à distinguer : l'apprentissage supervisé et l'apprentissage non supervisé. Dans le premier cas, on suppose que l'on connaît les valeurs que doit avoir la sortie du réseau pour des valeurs données des entrées : il s'agit alors pour un « professeur » (en l'occurrence un algorithme d'optimisation) d'apprendre au réseau quelles sont les bonnes valeurs, sous-entendu celles à reproduire. L'apprentissage non supervisé est quant à lui utilisé principalement pour des tâches d'agrégation, c'est-à-dire de regroupement de données, représentées par des vecteurs de grande dimension, dans des espaces de dimension beaucoup plus petite, selon des critères de ressemblance inconnus *a priori*. Il n'y a donc pas là de professeur, puisque c'est au réseau de découvrir par lui-même les similitudes entre les données. Les réseaux à apprentissage non supervisé les plus utilisés dans ce but sont les cartes auto-organisatrices de Kohonen.

Pour ce qui est des domaines d'application des réseaux de neurones, ceux-ci sont également très variés. On rencontre ainsi, comme on l'a vu, la classification de données, suivant des critères qui peuvent être connus à l'avance (reconnaissances de formes, *data mining*), ou non. Ils peuvent également être utilisés pour la modélisation de systèmes non linéaires : dans le cas où tout ou partie de ceux-ci peut être difficilement décrit par des équations physiques (modèle de connaissance), ou bien en présence d'incertitudes importantes sur les paramètres du modèle, un réseau de neurones pourra fournir une bonne modélisation du comportement du système, pourvu que l'apprentissage ait été effectué sur un domaine de

fonctionnement suffisamment grand. L'autre intérêt d'utiliser des réseaux de neurones pour la modélisation des processus est que ceux-ci pourront ensuite être commandés en boucle fermée toujours grâce à des réseaux de neurones, soit par inversion directe du modèle, soit par utilisation d'un modèle de référence comme en commande adaptative.

Toutefois, l'une des utilisations les plus efficaces des réseaux de neurones — qui nous préoccupe directement dans le cadre de cette thèse — est celle de la modélisation statique et de l'approximation de fonction. On montre en effet que toute fonction bornée suffisamment régulière peut être approchée uniformément, avec une précision arbitraire, dans un domaine fini de l'espace de ses variables, par un réseau de neurones comportant une couche cachée de neurones possédant tous la même fonction d'activation, et un neurone de sortie linéaire [Hornik *et al.* 1989]. Il sera donc possible de représenter chaque fonction  $\lambda(t)$  et  $\nu(t)$  à l'aide d'un réseau ayant une telle structure, dont les paramètres auront été ajustés par un apprentissage de la fonction à reproduire. Mais l'avantage de cette méthode par rapport à d'autres méthodes d'approximation est que les réseaux de neurones sont des approximateurs parcimonieux [Dreyfus *et al.* 2004] : en d'autres termes ils nécessitent, pour une précision d'approximation donnée, moins de paramètres qu'une autre méthode (en particulier les méthodes linéaires).

L'intérêt de cette propriété des réseaux de neurones est loin d'être négligeable : dans le cas général, un nombre plus réduit de paramètres allégera les temps de calcul ; dans le cadre d'un problème d'optimisation comme c'est le cas ici, cela entraînera de meilleures performances des algorithmes en termes de rapidité et de convergence, et augmentera par conséquent les chances de trouver la solution optimale. En ce qui concerne le choix du type de neurones, la sortie des réseaux de RBF à centres et écarts-types fixés est linéaire par rapport aux poids, tandis que celle des réseaux de neurones à fonction d'activation sigmoïde est non linéaire. Or il a été montré que si une approximation dépend des paramètres ajustables de manière non linéaire, elle est plus parcimonieuse que si elle dépend linéairement de ceux-ci [Barron 1993]. On peut donc en déduire qu'un réseau de neurones cachés à fonction d'activation sigmoïde est un meilleur approximateur qu'un réseau à RBF.

Toutes ces considérations permettent de conclure qu'un réseau de type perceptron multicouches est un bon choix pour la modélisation des cinématiques d'entrée, étant donné qu'il garantit un compromis entre le nombre de paramètres requis et la variété des allures représentées.

### 3.1.2.2 Application à la modélisation de signaux

La démarche va donc consister à modéliser les fonctions  $\lambda(t)$  et  $\nu(t)$  par des réseaux de neurones à une entrée ( $t$ ), dont les paramètres (poids des connexions et biais des neurones) seront ensuite optimisés vis-à-vis d'un critère donné. Dans le cas du vol stationnaire, on peut supposer que l'équilibre est atteint et donc supprimer les degrés de liberté en translation et rotation : toutes les grandeurs sont alors périodiques, ce qui nous permet de réduire l'étude du problème à une seule période  $t \in [0; T]$ . Le critère à optimiser peut donc être défini comme la valeur moyenne de l'effort vertical  $R_z$  :

$$\bar{R}_z = \frac{1}{T} \int_0^T R_z dt \quad (3.13)$$

L'axe  $\vec{z}$  étant dirigé vers le bas, la portance moyenne sur un cycle est égale à  $-\bar{R}_z$  (cf. note 6 p. 88). En posant dans un premier temps  $J = \bar{R}_z$ , maximiser la portance moyenne revient donc à minimiser le critère  $J$ .

Il s'agit ensuite de déterminer une structure minimale pour chacun des réseaux. Pour ce faire, on considère un réseau de base comportant une couche cachée et une couche de sortie, cette dernière se résumant à un neurone linéaire (qui agit en tant que simple sommateur), et on cherche dans chacun des cas le nombre minimal de neurones permettant de représenter la plus grande variété d'allures de fonctions. On soumet pour cela un certain nombre de fonctions « types » (c'est-à-dire que l'on souhaitera voir éventuellement reproduire par la suite) au réseau, et on vérifie si celui-ci est capable de les apprendre correctement, ou en d'autres termes s'il existe une réalisation du vecteur des paramètres telle que la sortie du réseau constitue une bonne approximation de la fonction modèle. La création du réseau et son apprentissage ont été réalisées sous MATLAB, à l'aide de la boîte à outils dédiée *Neural Network*. Compte-tenu de sa rapidité et son efficacité, l'algorithme choisi pour l'apprentissage fut celui de Levenberg-Marquardt [Bonnans *et al.* 2003, Dreyfus *et al.* 2004], qui consiste à calculer itérativement le vecteur des poids  $\Theta$  par la formule :

$$\Theta(i) = \Theta(i-1) - [H(\Theta(i-1)) + \mu_i I]^{-1} \nabla C(\Theta(i-1)) \quad (3.14)$$

où  $\nabla$  représente l'opérateur gradient. Il s'agit en fait d'un algorithme de minimisation d'une fonction de coût quadratique  $C$  associée à l'erreur  $e$  entre la sortie obtenue et la sortie désirée. L'expression de la matrice hessienne de cette fonction de coût est :

$$H(\Theta(i)) = \sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial e^k}{\partial \Theta(i)} \right)^t \left( \frac{\partial e^k}{\partial \Theta(i)} \right) + \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 e^k}{\partial \Theta(i)^t \partial \Theta(i)} e^k \quad (3.15a)$$

$$\approx \sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial e^k}{\partial \Theta(i)} \right)^t \left( \frac{\partial e^k}{\partial \Theta(i)} \right) \quad (3.15b)$$

en négligeant le deuxième terme, étant donné que celui-ci est proportionnel à l'erreur  $e^k$  au pas de temps  $k$ .

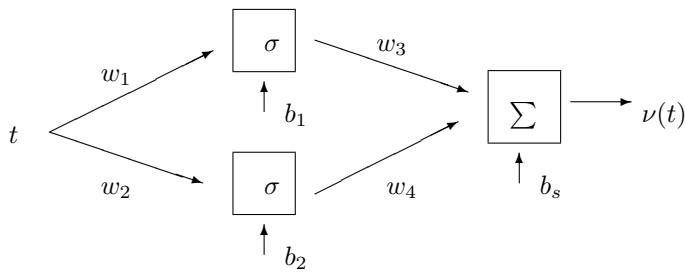
Considérons en premier lieu la modélisation de l'angle de rotation de l'aile  $\nu(t)$ . Comme on l'a vu, l'observation du vol stationnaire animal, chez les insectes et le colibri, montre que cet angle est à peu près constant sur une demi-période : une famille de solutions possible sera donc la base de fonctions carrées  $\nu_{\text{car}}$  définies en (2.64) p. 83. On ne souhaite toutefois pas écarter les fonctions plus classiques de type trigonométrique par exemple : le réseau choisi devra donc être capable de reproduire par exemple les fonctions carré  $\nu_{\text{car}}(t) = \nu_m \tanh(k_{\text{car}} \cos \omega t)$  et cosinus  $\nu_{\text{cos}}(t) = \nu_m \cos \omega t$  (le paramètre  $k_{\text{car}}$  définissant la raideur des fronts montants et descendants).

Après plusieurs essais, il s'avère que le réseau minimal capable de reproduire ces formes de signaux comporte deux neurones sur sa couche cachée (voir schéma 3.2). Les poids  $\{w_i\}_{i=1 \dots 4}$  sur chaque connexion plus les biais  $\{b_j\}_{j=1 \dots 3}$  que l'on peut affecter à chaque fonction de transfert donnent un total de  $4 + 3 = 7$  paramètres à optimiser. Étant donné la simplicité de ce réseau, la fonction de transfert globale de celui-ci peut s'écrire directement de manière analytique :

$$f(t) = \sum_{i=1}^2 \frac{w_{i+2}}{1 + e^{-(w_i t + b_i)}} + b_s \quad (3.16)$$

L'entrée du réseau est naturellement le vecteur temps  $t \in [0; T]$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  sont les biais des neurones de la couche cachée,  $b_s$  est le biais de la couche de sortie.

On a représenté sur les figures 3.3(a) à 3.3(e) le résultat de l'apprentissage des fonctions  $\nu_{\text{car}}$  et  $\nu_{\text{cos}}$  sus-citées, ainsi que d'autres allures de signaux :  $\nu_{\text{rot1}}$  et  $\nu_{\text{rot2}}$ , fonctions


 FIG. 3.2 – Structure du réseau choisi pour modéliser  $\nu(t)$ 

trapézoïdales, où la jonction entre les paliers se fait à l'aide d'arcs de sinusoïdes (allures inspirées des cinématiques du dispositif *Robofly*), et enfin  $\nu_{\text{comp}}$ , composition de fonctions carrée et cosinus :

$$\nu_{\text{comp}}(t) = \begin{cases} \nu_{\text{car}}(t), & t \in [0; T/2[ \\ \nu_{\text{cos}}(t), & t \in [T/2; T[ \end{cases} \quad (3.17)$$

On constate que cette structure de réseau est capable de reproduire parfaitement les différentes fonctions proposées, ce qui suggère donc que l'espace des solutions atteignables sera suffisamment vaste.

Une démarche exactement similaire a été employée pour l'angle de battement de l'aile  $\lambda(t)$ , dont l'allure est susceptible d'évoluer entre la sinusoïde pure  $\lambda(t) = \lambda_m \sin \omega t$  et le signal triangulaire  $\lambda_{\text{tri}}(t) = \lambda_m \int_0^t \tanh(k_{\text{tri}} \cos \omega u) du$ . Une couche cachée comportant cette fois-ci 4 neurones s'est avérée nécessaire (étant donné par la plus grande complexité des fonctions à apprendre), ce qui correspond à  $4 \times 3 + 1 = 13$  paramètres.

## 3.2 Optimisation des paramètres du réseau

Une fois la structure minimale des réseaux de neurones déterminée, la recherche des formes de cinématiques maximisant le critère proposé se fait en optimisant le vecteur des paramètres (poids et biais) des réseaux modélisant respectivement  $\lambda$  et  $\nu$ . Différentes méthodes de résolution ont été employées : on a choisi en premier lieu une méthode numérique, basée sur une estimation des dérivées successives (gradient et hessien) tout au long de la progression vers l'optimum. Toutefois, nous verrons que cette méthode ne s'est pas avérée concluante, du fait de la présence de plusieurs optimums locaux. C'est pourquoi nous nous sommes tournés par la suite vers des méthodes dites métahéuristiques, qui présentent l'avantage de converger en théorie vers l'optimum absolu (ou *optimum optimorum*) du critère.

### 3.2.1 Méthode numérique

#### 3.2.1.1 Principe et algorithme

Soit  $\Theta = (w_1 \ w_2 \ w_3 \ w_4 \ b_1 \ b_2 \ b_s)$  le vecteur contenant les paramètres à optimiser et  $f_\Theta$  le transfert du réseau de neurones associé. La recherche d'une réalisation optimale  $\Theta^*$  de  $\Theta$  a été effectuée dans un premier temps à l'aide de la fonction d'optimisation sous contrainte `fmincon` disponible sous MATLAB. Pour ce type de problème, cette fonction utilise un algorithme de programmation quadratique itérative ou SQP (*Sequential Quadratic Programming*), que l'on décrit brièvement ci-après.

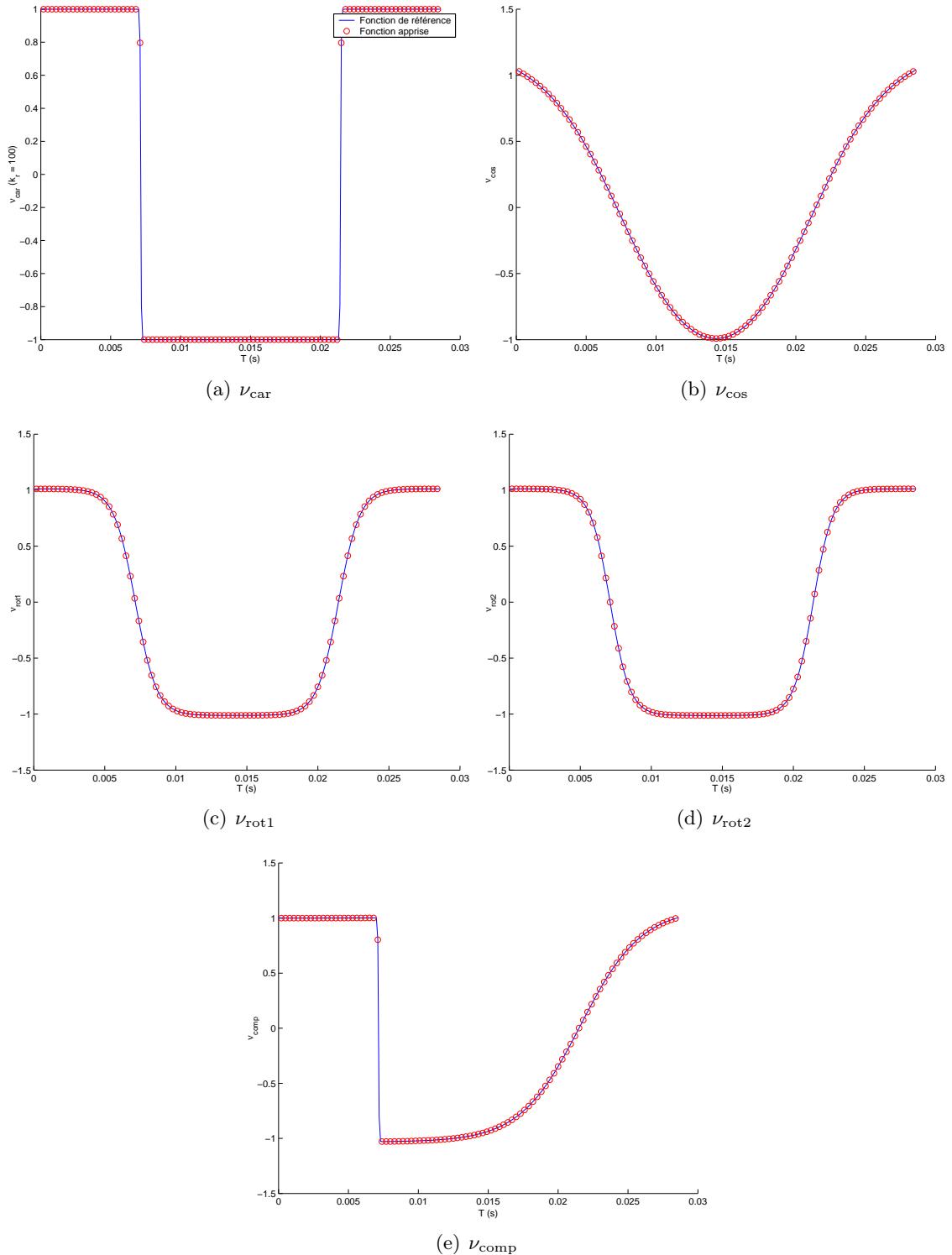


FIG. 3.3 – Apprentissage de différentes fonctions de base

Le principe est le suivant : soit le problème général de la minimisation sous contraintes d'une fonction  $J$  :

$$\begin{cases} \min_{x \in \Omega} J(x) \\ c_E(x) = 0 \\ c_I(x) \leq 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

$\Omega$  étant un ouvert de  $\mathbb{R}^n$ ,  $c_E$  et  $c_I$  représentant respectivement les équations des contraintes d'égalité et d'inégalité. Pour une écriture plus concise, on peut supposer que ces contraintes peuvent être regroupées en une seule contrainte  $c$ , telle que  $c(x) = 0$  si et seulement si  $c_E(x) = 0$  et  $c_I(x) \leq 0$ . On peut ensuite définir le lagrangien associé à ce problème :

$$L(x, \ell) = J(x) + {}^t \ell c(x) \quad (3.19)$$

où  $\ell$  est le vecteur des multiplicateurs de Lagrange. La solution de (3.18) est alors approchée de manière itérative [Bonnans *et al.* 2003] :

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k \quad (3.20)$$

La direction de descente  $d_k$  est calculée à chaque itération par résolution d'un sous-problème quadratique (d'où le nom de la méthode) :

$$\begin{cases} \min_{d \in \mathbb{R}^n} {}^t \nabla J(x_k) d + \frac{1}{2} {}^t d H_k d \\ {}^t \nabla c_E(x_k) d + c_E(x_k) = 0 \\ {}^t \nabla c_I(x_k) d + c_I(x_k) = 0 \end{cases} \quad (3.21)$$

dans lequel  $H_k$  est une approximation de la matrice hessienne du lagrangien, calculé par exemple à l'aide de la méthode de BFGS (Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno) :

$$H_{k+1} = H_k + \frac{q_k {}^t q_k}{{}^t q_k s_k} - \frac{{}^t H_k H_k}{{}^t s_k H_k s_k} \quad (3.22)$$

$$\text{avec } s_k = x_{k+1} - x_k \quad (3.23)$$

$$q_k = \nabla J(x_{k+1}) - \nabla J(x_k) + \sum_{i=1}^n \ell_i [\nabla c_i(x_{k+1}) - \nabla c_i(x_k)] \quad (3.24)$$

Le pas de descente  $\alpha_k$  est quant à lui déterminé de manière à obtenir une diminution suffisante d'une fonction de mérite donnée [Powell 1978].

### 3.2.1.2 Résultats

L'optimisation a concerné dans un premier temps l'angle de rotation seulement, le battement ayant une forme fixe. La périodicité des entrées permet de restreindre le problème à une seule période  $[0;T]$ , et l'algorithme d'optimisation aura à prendre en compte la contrainte exprimant la continuité des signaux en fin de période, c'est-à-dire :

$$f_\Theta(0) - f_\Theta(T) = 0 \quad (3.25)$$

Dans un premier temps le réseau est initialisé de manière arbitraire, et la fonction d'optimisation n'atteint pas son but (non-convergence de l'algorithme, ou contraintes non respectées). On choisit alors d'initialiser les poids du réseau de façon à reproduire une fonction connue, par exemple la fonction carrée représentée sur la figure 3.3(a) page 103. Cette fois-ci l'optimisation converge et une solution est trouvée. Mais la répétition du

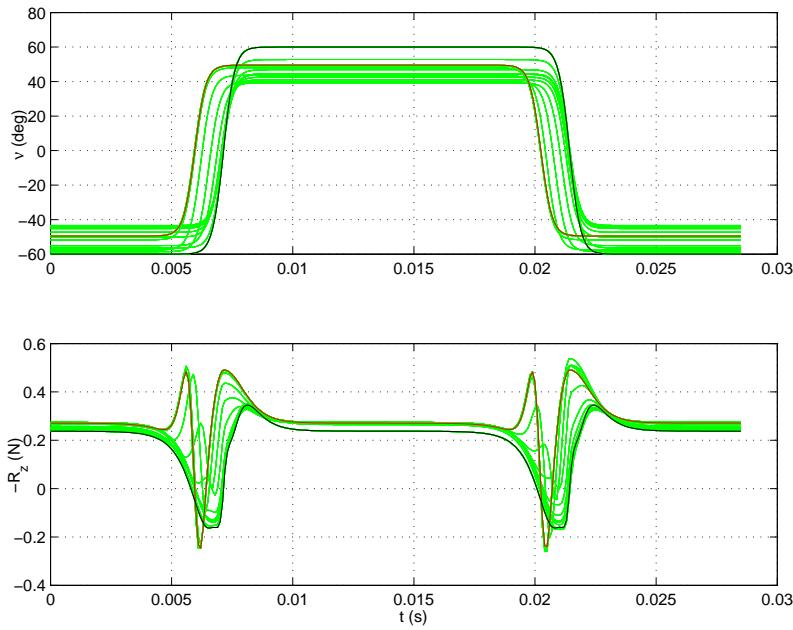
$k_{\text{car}}$	$\Theta^0$ vecteur des poids d'initialisation du réseau						
	$w_1^0$	$w_2^0$	$w_3^0$	$w_4^0$	$b_1^0$	$b_2^0$	$b_s^0$
1	541,47	541,79	1,6352	-1,6347	-11,575	-3,8988	0,80696
3	-1312,3	1312,2	-1,9847	-1,9848	28,12	-9,373	2,9771
5	-2178	-2178	-1,9979	1,9979	46,672	15,557	0,99894
10	-4366,5	-4367	-1,9996	1,9996	93,568	31,193	0,99982
20	-8727,6	8727,5	-1,9998	-1,9998	187,02	-62,34	2,9998
30	-13169	13169	-2	-2	282,2	-94,067	3
40	17416	-17422	1,9999	1,9999	-373,2	124,44	-0,99995
50	21377	21431	1,9998	-1,9997	-458,09	-153,08	0,99986
75	-32637	32829	-2	-2	699,37	-234,49	3
100	41846	-43016	1,9999	1,9999	-896,75	307,28	-0,99997

$k_{\text{car}}$	$\Theta^*$ vecteur des poids optimisés							$J^*$	$ \Theta^* - \Theta^0 $
	$w_1^*$	$w_2^*$	$w_3^*$	$w_4^*$	$b_1^*$	$b_2^*$	$b_s^*$		
1	541,5	541,8	2,0013	-2,0892	-10,611	-2,9557	1,0534	-0,23732	1,4904
3	-1312,3	1312,2	-1,7355	-1,7365	26,228	-7,4804	2,6039	-0,26736	2,7252
5	-2178,1	-2178	-1,6881	1,6881	43,87	12,767	0,84375	-0,2768	3,9826
10	-4366,6	-4367	-1,6501	1,6501	88,373	26,018	0,82482	-0,27981	7,3522
20	-8727,8	8727,6	-1,6327	-1,6327	176,51	-51,853	2,4488	-0,27906	14,868
30	-13170	13170	-1,6285	-1,6285	266,14	-78,127	2,4425	-0,2786	22,644
40	17416	-17422	1,6266	1,6266	-351,87	103,44	-0,81375	-0,27839	29,947
50	21378	21431	1,6272	-1,6272	-431,01	-126,83	0,81294	-0,27825	37,724
75	-32638	32829	-1,6265	-1,6265	657,34	-196,97	2,439	-0,27812	56,351
100	41848	-43017	1,6554	1,6554	-804,56	235,27	-0,83126	-0,26742	117,01

TAB. 3.1 – Influence de l'initialisation du réseau sur l'optimisation

processus pour différentes fonctions d'initialisation, en l'occurrence la même fonction carrée, mais avec différentes valeurs du paramètre de forme  $k_{\text{car}}$ , conduit à des résultats différents, qu'il s'agisse du vecteur optimal  $\Theta^*$  ou du critère  $J^*$ . On présente dans le tableau 3.1 les résultats d'optimisations pour diverses valeurs du paramètre  $k_{\text{car}}$  de la fonction ayant servi à initialiser le réseau.

Le premier tableau détaille les composantes du vecteur d'initialisation  $\Theta^0$ . Ces poids et biais ont été obtenus *via* l'apprentissage de fonctions carrées de paramètre de forme  $k_{\text{car}}$ , et constituent le point de départ de l'optimisation. Le second tableau montre respectivement les composantes du vecteur optimal  $\Theta^*$  obtenu à l'issue de l'optimisation pour chaque paramètre caractérisant la fonction initialement apprise, le critère  $J^*$  à l'optimum ainsi que la « distance » entre les points de départ et d'arrivée, exprimée à l'aide de la norme  $|\Theta^* - \Theta^0|$ . On constate donc que, si la procédure d'optimisation converge à chaque fois, l'allure de la rotation optimale  $f_{\Theta^*}$  tout comme la valeur du critère  $J^*$  sont différents, selon le paramètre  $k_{\text{car}}$  caractérisant la forme de la fonction d'initialisation du réseau. En d'autres termes, l'optimum trouvé dépend du point d'initialisation. On peut donc supposer que tous les optimums trouvés sont en fait des optimums locaux, qui n'ont pu être franchis par la fonction d'optimisation. Il apparaît que certains poids varient moins que d'autres durant l'optimisation, tels  $w_1$  et  $w_2$ . Mais d'un autre côté les valeurs de ces mêmes poids sont très différentes suivant l'initialisation : la modélisation d'un signal par réseau de neurones est liée en effet à un processus d'apprentissage qui reste par nature opaque pour l'utilisateur ; un même signal pourra être reproduit de la même façon avec des jeux de poids complètement différents, c'est ce qui rend très délicate l'interprétation de ces poids comme des paramètres « classiques » caractérisant une fonction.


 FIG. 3.4 – Évolution de l'entrée  $\nu$  et de la portance

Les résultats obtenus sont néanmoins significatifs : on a reproduit sur la figure 3.4 p. 106 l'évolution de l'entrée  $\nu$  et de la portance correspondante au fur et à mesure des itérations de l'algorithme d'optimisation. En noir est représentée la courbe initiale, soit une fonction carrée avec un paramètre de forme  $k_{\text{car}} = 10$ , en vert les courbes correspondant aux itérations successives, et en rouge le résultat final de l'optimisation. On note alors que,

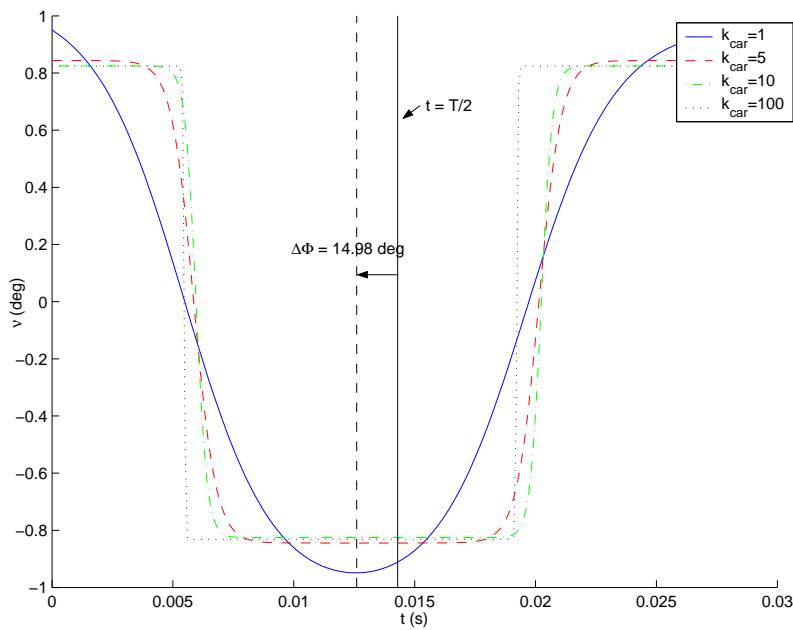


FIG. 3.5 – Rotations optimales obtenues par SQP, en fonction du paramètre de forme de la fonction d'initialisation

si l'allure en elle-même de la fonction n'est pas modifiée, l'optimisation des poids du réseau de neurones a tout de même permis de retrouver des résultats intuitifs ou bien issus d'optimisations plus empiriques. En effet, l'amplitude de la fonction optimale est plus faible que celle de la fonction initiale ( $\pm 49,5^\circ$  contre  $\pm 60^\circ$ ), ce qui correspond, du fait du plan de battement incliné à l'horizontale, à une incidence aérodynamique (et donc une portance) plus importante. En outre, cet optimum est en avance de phase par rapport à la courbe initiale (déphasage  $\Delta\Phi = +14,98^\circ$ ) sans que l'on ait pour autant joué explicitement sur un déphasage global, ce qui corrobore le fait qu'une rotation en avance de phase par rapport au battement engendre un supplément de portance, résultat apparaissant dans la littérature (montage *Robofly*) et retrouvé par le biais d'autres simulations en jouant sur le déphasage comme seul paramètre. On retrouve ce résultat sur la figure 3.5, qui représente les rotations optimales obtenues pour différentes valeurs du paramètre de forme  $k_{\text{car}}$  utilisé pour l'initialisation. Il est clair que, si toutes les fonctions présentent des allures différentes (et similaires dans chaque cas à la fonction d'initialisation), elles possèdent toutes un déphasage  $\Delta\Phi$  identique. La modélisation de la rotation de l'aile sous forme de réseau de neurones a donc permis, malgré la sensibilité de l'optimisation à la fonction initialisant l'apprentissage, de retrouver des résultats connus par des méthodes expérimentales : le signal ainsi modélisé vient se placer « naturellement » en avance de phase durant l'optimisation, générant ainsi le supplément de portance que l'on connaît bien.

### 3.2.2 Étude du comportement au voisinage de l'optimum

Afin de corroborer l'hypothèse de l'existence d'optimums locaux, on peut visualiser l'allure du critère au voisinage des optimums trouvés. L'espace de recherche étant de dimension 7, on ne pourra donc visualiser l'influence des divers paramètres que 2 par 2, à l'aide de coupes de la surface  $J(\Theta)$  par des sous-espaces plans.

La procédure choisie est la suivante : on attribue au paramètre de forme  $k_{\text{car}}$  de la fonction carré modélisant la rotation de l'aile 3 valeurs différentes :  $k_{\text{car}} \in \{1; 10; 101\}$ . On réalise alors un apprentissage de ces signaux par un réseau de neurones comme précédemment, et les poids du réseau ainsi obtenu constituent le vecteur d'initialisation de l'algorithme d'optimisation. Lorsque ce dernier a convergé et trouvé un optimum (*a priori* non global), on trace la surface  $\mathcal{S}$  représentant le critère  $J$  en fonction des paramètres du réseau regroupés 2 par 2 selon leur position au sein du réseau, soit :  $(w_1, w_2)$  (poids d'entrée),  $(w_3, w_4)$  (poids de sortie) et  $(b_1, b_2)$  (biais). Le biais de sortie total  $b_s$  n'a pas été utilisé, car il correspond à une translation verticale pure du signal, et n'a donc pas d'effet sur sa forme. Les résultats sont présentés sur les figures 3.6 à 3.14.

Pour chaque figure, l'optimum calculé se trouve au centre, et l'intervalle choisi pour faire varier chaque paramètre  $\Theta_i$  est défini arbitrairement de la façon suivante :

$$\Theta_i \in [\Theta_i^* - d_i; \Theta_i^* + d_i]$$

avec :

$$d_i = 10|\Theta_i^0 - \Theta_i^*|$$

où  $\Theta^0$  est le vecteur initial et  $\Theta^*$  le vecteur optimisé. On constate sur ces figures que la sensibilité du critère n'est pas la même pour les différents paramètres : celui-ci se montre très peu sensible aux variations des poids  $w_1$  et  $w_2$ , et ce pour les différentes valeurs du paramètre de forme  $k_{\text{car}}$ . À l'inverse, on note de nombreux vallonnements dans le plan  $(w_3; w_4)$  (figs. 3.9, 3.10, 3.11), traduisant ainsi la présence de plusieurs optimums locaux.

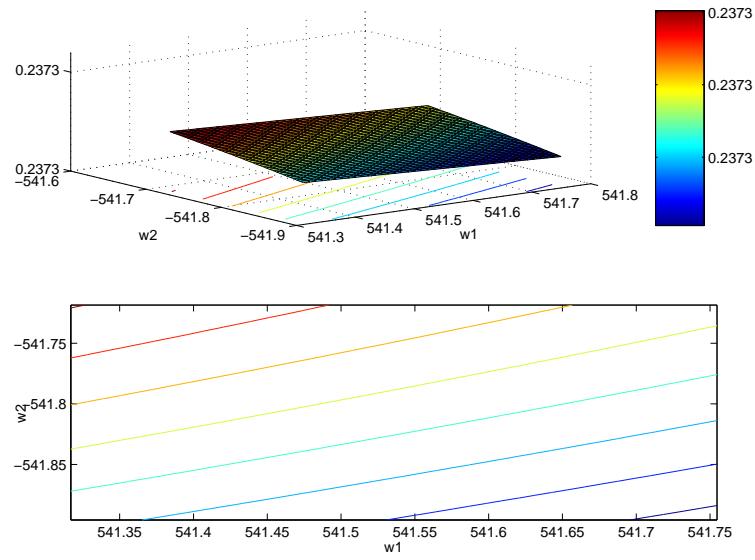


FIG. 3.6 – Plan  $(w_1; w_2)$ ,  $k_{\text{car}} = 1$

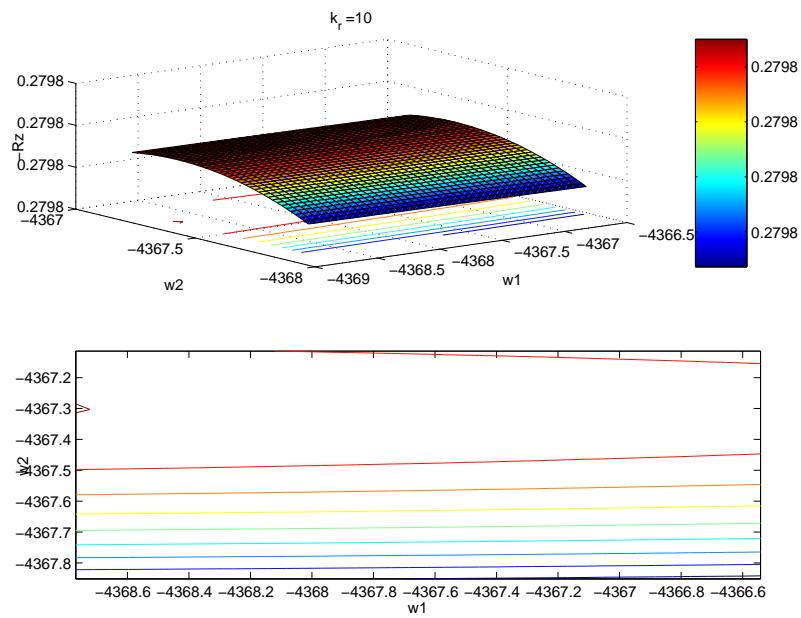
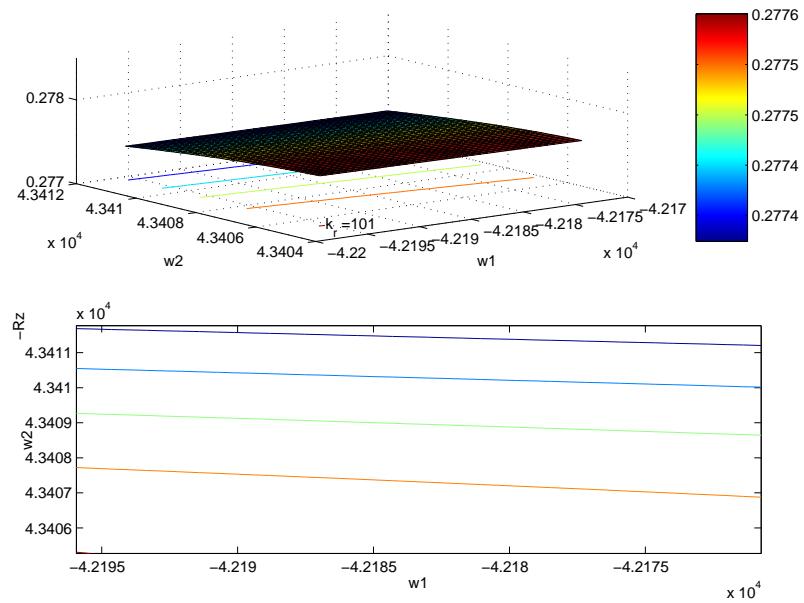
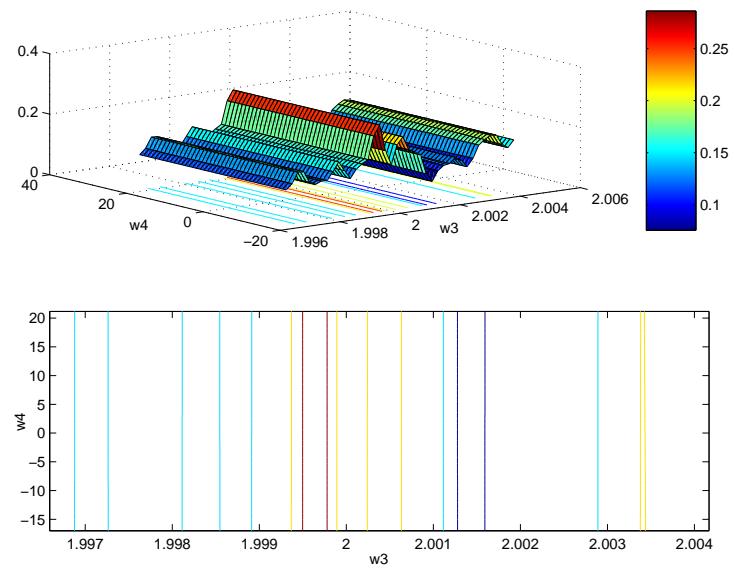


FIG. 3.7 – Plan  $(w_1; w_2)$ ,  $k_{\text{car}} = 10$


 FIG. 3.8 – Plan  $(w_1; w_2)$ ,  $k_{\text{car}} = 101$ 

 FIG. 3.9 – Plan  $(w_3; w_4)$ ,  $k_{\text{car}} = 1$

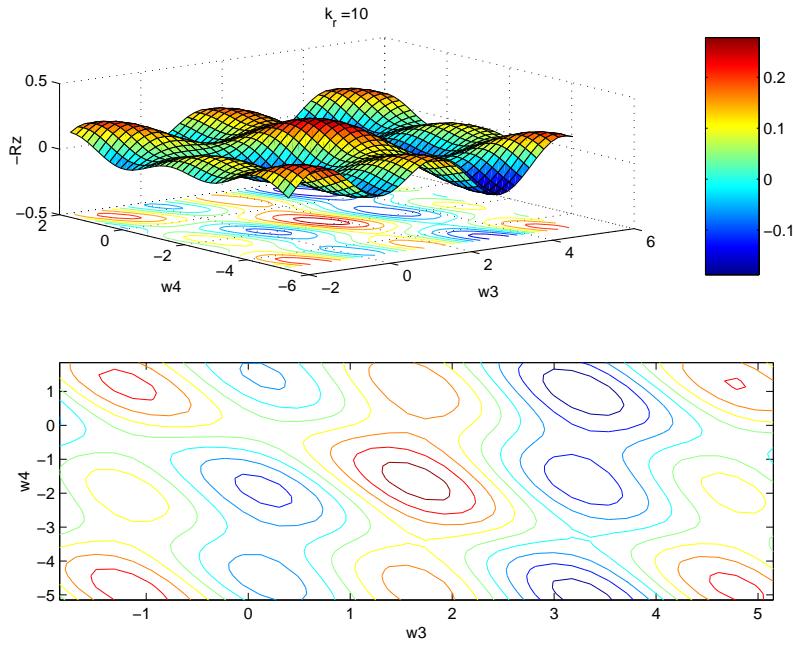


FIG. 3.10 – Plan  $(w_3; w_4)$ ,  $k_{\text{car}} = 10$

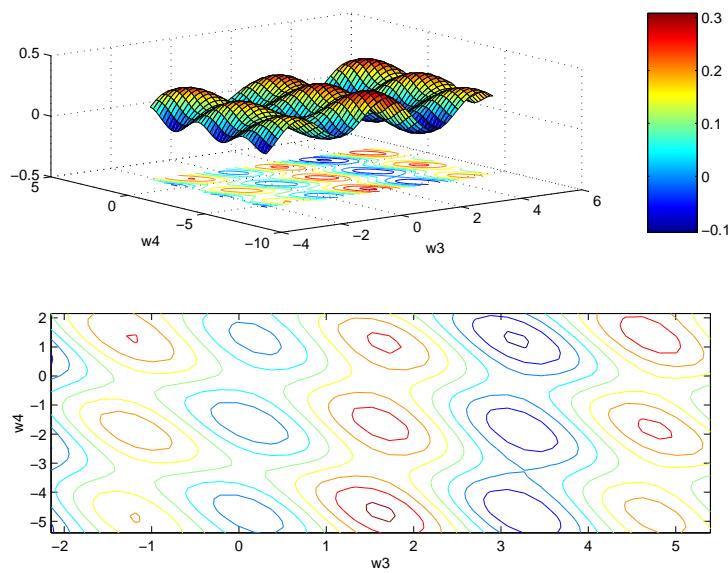
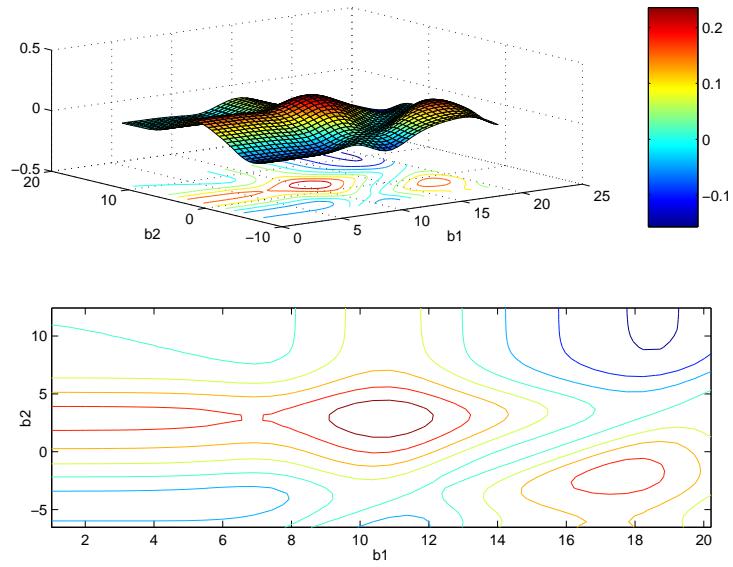
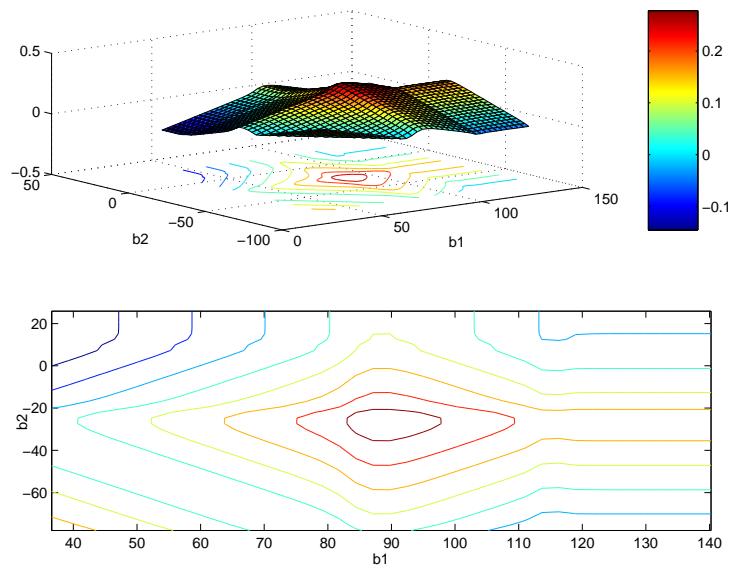
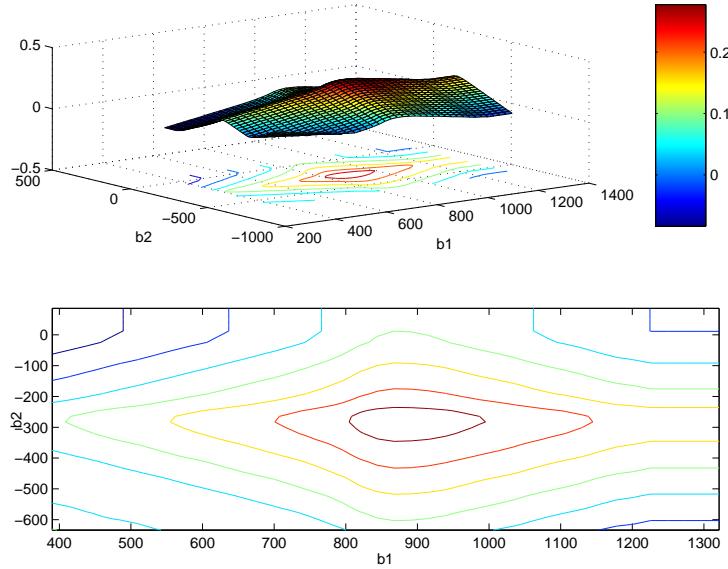


FIG. 3.11 – Plan  $(w_3; w_4)$ ,  $k_{\text{car}} = 101$


 FIG. 3.12 – Plan  $(b_1; b_2)$ ,  $k_{\text{car}} = 1$ 

 FIG. 3.13 – Plan  $(b_1; b_2)$ ,  $k_{\text{car}} = 10$


 FIG. 3.14 – Plan  $(b_1; b_2)$ ,  $k_{\text{car}} = 101$ 

Ce relief dans les surfaces de critère  $J(\Theta)$  confirme donc qu'une méthode d'optimisation numérique « classique » comme celles utilisées jusqu'alors risquerait de rester bloquée sur un optimum local, et donc de ne pas fournir l'*optimum optimorum* recherché.

Pour pallier cet inconvénient, il s'avérerait utile de considérer des algorithmes d'optimisation métahéuristiques, c'est-à-dire des méthodes qui ne s'appuient pas sur une connaissance *a priori* des caractéristiques du problème à résoudre (par exemple en nécessitant le calcul des dérivées du critère), mais plutôt sur une expérience acquise au cours du cheminement vers l'optimum.

### 3.2.3 Méthodes heuristiques

Les méthodes d'optimisation heuristiques s'avèrent être des outils particulièrement efficaces dans la résolution de problèmes d'optimisation combinatoire, tels ceux du voyageur de commerce ou bien du sac à dos, problèmes de classe NP pour lesquels l'exploration de tout l'espace des solutions possibles prendrait un temps considérable au-delà d'une certaine dimension [Johnson et Mc Geoch 1997]. Un autre avantage de ces méthodes est qu'elles ne nécessitent aucune condition sur la régularité du critère, ni même l'expression exacte de celui-ci [Renders 1995], ce qui se révèle très adapté au problème posé ici, pour lequel on a vu qu'une expression analytique du modèle (et donc du critère) est extrêmement délicate. Toutefois, elles présentent l'inconvénient d'un grand nombre de paramètres de convergence à régler, ce qui peut influer grandement sur les performances : il n'existe pour cela pas de règle générale, ni même en ce qui concerne le choix d'un algorithme plutôt qu'un autre pour un problème donné<sup>4</sup>.

<sup>4</sup>De manière plus générale encore, on montre qu'il n'existe pas de méthode supérieure aux autres pour résoudre l'ensemble des problèmes existants (théorème "No free lunch" [Wolpert et Macready 1997]).

### 3.2.3.1 Description des algorithmes

Les méthodes employées ici sont au nombre de trois : deux méthodes dites de recherche aléatoire adaptative et un algorithme génétique, que nous allons rapidement présenter dans un premier temps. L'une des caractéristiques principales de celles-ci est l'introduction d'éléments stochastiques dans le processus de recherche : la « remontée » vers des valeurs apparemment moins intéressantes est ainsi autorisée de temps en temps, ce qui permet éventuellement le franchissement de cuvettes locales.

#### 3.2.3.1.1 Recherche aléatoire adaptative

La première version de recherche aléatoire adaptative (que nous appellerons RAA1) est basée sur des travaux de Ye et Kalyanaraman [[Ye et Kalyanaraman 2001](#)], qui ont conçu un algorithme pour l'optimisation de paramètres d'un réseau de télécommunications. La recherche aléatoire adaptative est basée sur l'alternance de phases d'exploration (phase globale) et d'exploitation (phase locale). L'exploration consiste comme son nom l'indique à déterminer des régions encore inconnues, tandis que l'exploitation a pour but de converger vers un optimum local au sein d'une région sélectionnée. Le principe de l'algorithme de Ye et Kalyanaraman est d'explorer l'ensemble de l'espace des paramètres  $D$ , et d'exploiter seulement les régions définies par :

$$A_D(r) = \{\Theta \in D | J(\Theta) \leq y_r\} \quad (3.26)$$

pour un  $r$  donné, avec

$$\phi_D(y_r) = r \quad (3.27)$$

où  $\phi_D(y_r)$  est la mesure définie par :

$$\phi_D(y_r) = \frac{m(\{\Theta \in D | J(\Theta) \leq y_r\})}{m(D)} \quad (3.28)$$

$m$  étant la mesure de Lebesgue. La phase d'exploitation est quand à elle basée sur un tirage aléatoire des valeurs de  $\Theta$ , associée à une réduction progressive de l'espace atteignable, de manière à converger vers un optimum. Cet algorithme a donné de bonnes performances sur les fonctions tests de Rastrigin et de Schwefel en dimension 2. Un autre algorithme de recherche aléatoire adaptative (RAA2) a été développé en parallèle par Th. Le Moing à l'ONERA, suivant une démarche qui alterne globalement des phases d'exploration aléatoire et des phases de recherche plus fine dans un voisinage des points sélectionnés.

#### 3.2.3.1.2 Algorithme génétique

Les premières apparitions des stratégies dites évolutionnistes en tant qu'outils d'optimisation datent des années soixante, avec les travaux de Rechenberg [[Rechenberg 1973](#)] notamment. L'idée sous-jacente était de faire évoluer une population de solutions candidates à la résolution d'un problème donné, en utilisant des opérateurs inspirés par les altérations génétiques et la sélection naturelle. Dans le même temps, les algorithmes génétiques proprement dits furent inventés par Holland [[Holland 1975](#)]. Contrairement aux stratégies évolutionnistes, ceux-ci ne visaient pas au départ à la résolution de problèmes spécifiques, mais étaient plutôt envisagés comme un moyen d'étude formelle des mécanismes d'évolution et d'adaptation tels qu'ils apparaissent dans la nature. Ces deux approches se sont rapprochées et complétées, pour donner naissance au concept générique d'algorithmes génétiques que l'on rencontre aujourd'hui [[Mitchell 1996](#)].

Tout comme pour les méthodes de recherche aléatoire adaptative, il existe une infinie variété d'implémentations d'algorithmes génétiques. Celles-ci présentent néanmoins des bases communes : on considère une population initiale composée d'un certain nombre  $n$  d'*individus*. Chacun de ces individus est une réalisation du vecteur des paramètres (les *gènes*), en d'autres termes une solution candidate. À chaque itération ou *génération*, la population est en partie reconstituée grâce au croisement (ou *crossover*) de deux individus *parents*, résultant en un *enfant* dont les gènes sont hérités de ses parents. De plus, afin d'élargir l'espace de recherche, des *mutations* interviennent aléatoirement, correspondant à l'altération de tout ou partie des gènes d'un individu donné. Enfin, à chaque génération intervient le processus de *sélection naturelle*, qui ne conserve que les  $n$  meilleurs individus, c'est-à-dire ceux dont l'adéquation vis-à-vis du problème considéré est la plus forte : l'effectif initial est ainsi renouvelé, et la sélection naturelle garantit la convergence de la population vers des individus de plus en plus « aptes » à résoudre le problème posé.

Étant donnée la nature continue du problème ( $\Theta \in \mathbb{R}^n$ ), différentes stratégies sont envisageables pour définir l'opération de croisement. En effet, dans le cas d'un problème binaire, c'est-à-dire si  $\Theta \in \{0; 1\}^n$ , les gènes transmis à un enfant peuvent être déterminés simplement à l'aide de règles d'échange entre les gènes des deux parents. Mais si l'espace de recherche est continu, d'autres possibilités sont envisageables : on peut encore procéder par échanges stricts de portions du génotype, mais on peut également imaginer des règles plus complexes, basées par exemple sur une combinaison convexe des gènes :

$$\Theta'(i) = \Theta^1(i) + r.[\Theta^2(i) - \Theta^1(i)] \quad (3.29)$$

où  $\Theta'$  désigne le génotype de l'enfant,  $\Theta^1$  et  $\Theta^2$  ceux de ses parents respectifs et  $r$  un coefficient aléatoire compris entre 0 et 1. C'est justement cette dernière méthode, dont les performances pour l'optimisation dans le domaine continu ont été prouvées [Ali et Törn 2004], qui a été employée au sein de l'algorithme génétique utilisé ici. Ce dernier est dérivé d'un algorithme initialement utilisé par M. Ouladsine *et al.* pour l'identification de systèmes [Ouladsine *et al.* 1995]. Le détail de l'algorithme est présenté page 115, et l'organigramme correspondant page 116. Précisons enfin que l'association d'algorithmes génétiques et de réseaux de neurones avait déjà été mise en œuvre par le passé, mais pour la résolution de problèmes plus formels, tels que l'amélioration des méthodes d'apprentissage [Branke 1995] ou bien de la topologie de réseaux [Radcliffe 1993].

### 3.2.3.2 Prise en compte de la contrainte

Les méthodes heuristiques employées ici ne permettent pas de considérer une contrainte sur les paramètres telle que l'équation de continuité (3.25). Il faut donc prendre en compte celle-ci de manière implicite dans le problème d'optimisation. Pour ce faire, deux solutions se présentent : on peut exprimer l'un des paramètres en fonction des autres *via* l'expression de  $f_\Theta$ , et de réduire ce faisant d'une dimension la taille de l'espace de recherche. L'alternative consiste à modifier le critère en rajoutant un terme de pénalisation correspondant à cette contrainte :

$$\tilde{J} = J + \beta |f_\Theta(0) - f_\Theta(T)| \quad (3.30)$$

où  $\beta$  est une pondération ajustable. Compte-tenu que l'on dispose ici de l'expression exacte de la fonction de transfert du réseau, et qu'il est donc aisément d'exprimer un paramètre en fonction des autres, on choisira la première méthode, dont on donne le détail ci-après.

$N$  : taille de la population ; *[paramètres de la recherche]*  
 $n_g\max$  : nombre maximal de générations ;  
 $G$  : probabilité de survie ;  
 $M$  : probabilité de mutation ;  
**Pour**  $i$  de 1 à  $N$  faire  
     $\Theta \leftarrow \Theta_{\min} + \text{rand.}(\Theta_{\max} - \Theta_{\min})$  ;  
     $J \leftarrow \bar{R}_z(\Theta)$  ;  
     $\Phi(i) \leftarrow \Theta$  ; *[création de la population initiale]*  
     $\Psi(i) \leftarrow J$  ;  
**Fin Pour**  
 $n_g \leftarrow 1$  ;  
 $\Phi \leftarrow \{\arg(\min(\Psi)), \dots, \arg(\max(\Psi))\}$  ;  
*[tri de la population par valeurs croissantes du critère]*  
 $\Psi \leftarrow \{\min(\Psi), \dots, \max(\Psi)\}$  ;  
 $\epsilon \leftarrow \Psi(N) - \Psi(1)$  ;  
**Tant que** ( $\epsilon > \epsilon_{\text{stop}}$  ET  $n_g < n_g\max$ ) faire  
    *[début de la recherche]*  
     $k \leftarrow NG + 1$  ;  
     $J^* \leftarrow \bar{R}_z(\Phi(NG))$  ;  
    **Tant que** ( $k \leq N$ ) faire  
         $k_1, k_2 \leftarrow \text{rand}(NG)$  ; *[sélection aléatoire de deux parents]*  
         $\Phi(k) \leftarrow \Phi(k_1) + \text{rand.}(\Phi(k_2) - \Phi(k_1))$  ;  
         $J \leftarrow \bar{R}_z(\Phi(k))$  ;  
        **Si** ( $J \leq J^*$ ) **Alors**  
             $k \leftarrow k + 1$  ;  
        **Sinon**  
            **Si** ( $\text{rand} \leq M$ ) **Alors**  
                 $\Phi(k) \leftarrow \Theta_{\min} + \text{rand.}(\Theta_{\max} - \Theta_{\min})$  ;  
                *[mutation aléatoire]*  
                 $J \leftarrow \bar{R}_z(\Phi(k))$  ;  
                **Si** ( $J \leq J^*$ ) **Alors**  
                     $k \leftarrow k + 1$  ;  
                **Fin Si**  
            **Fin Si**  
        **Fin Si**  
    **Fait**  
 $\Psi \leftarrow \{\min(\Psi), \dots, \max(\Psi)\}$  ;  
 $\Phi \leftarrow \{\arg(\min(\Psi)), \dots, \arg(\max(\Psi))\}$  ;  
 $\epsilon \leftarrow \Psi(N) - \Psi(1)$  ;  
 $n_g \leftarrow n_g + 1$  ;  
**Fait**  
 $\Theta^* = \Phi(1)$  ; *[individu optimum, fin de la recherche]*

Algorithme 1: Détail de l'algorithme génétique employé

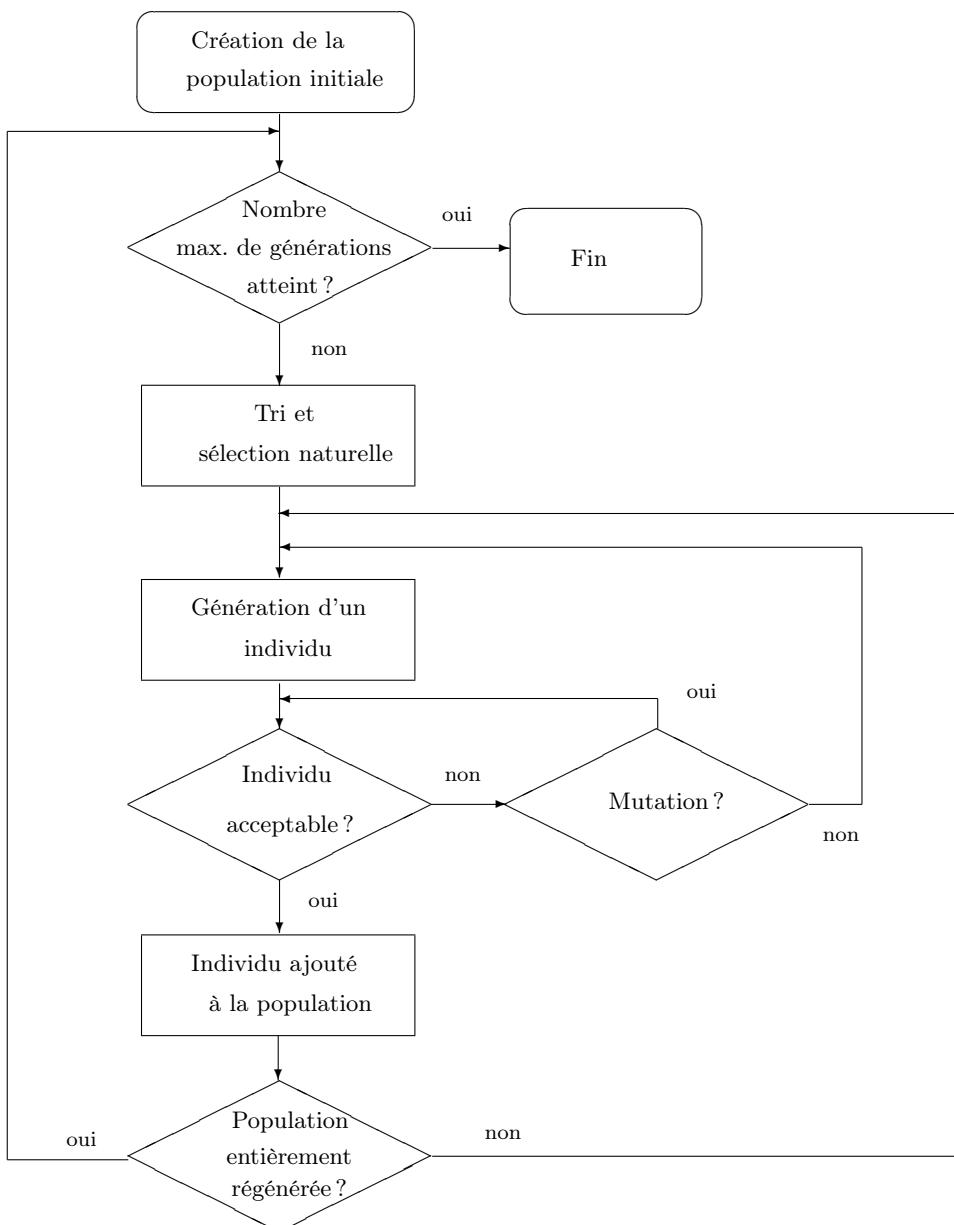


FIG. 3.15 – Organigramme de l'algorithme génétique

On a vu que le transfert associé à un réseau de type perceptron à une couche cachée tel que celui employé pour représenter  $\lambda(t)$  et  $\nu(t)$  pouvait se mettre sous la forme :

$$f_\Theta(t) = \sum_{i=1}^{n_n} \frac{w_{i+n_n}}{1 + e^{-(w_i t + b_i)}} + b_s \quad (3.31)$$

$n_n$  étant le nombre de neurones dans la couche cachée,  $\{w_i\}_{i=1 \dots n}$  les poids d'entrée,  $\{w_{i+n_n}\}_{i=1 \dots n}$  les poids de sortie,  $\{b_i\}_{i=1 \dots n}$  les biais des neurones de la couche cachée et  $b_s$  le biais de sortie. L'expression de la contrainte de périodicité  $f_\Theta(0) = f_\Theta(T)$  équivaut alors à :

$$\sum_{i=1}^{n_n} \frac{w_{i+n_n}}{1 + e^{-(w_i T + b_i)}} - \sum_{i=1}^{n_n} \frac{w_{i+n_n}}{1 + e^{-b_i}} = 0 \quad (3.32)$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n_n} w_{i+n_n} \left( \frac{1}{1 + e^{-(w_i T + b_i)}} - \frac{1}{1 + e^{-b_i}} \right) = 0 \quad (3.33)$$

On peut alors exprimer un paramètre en fonction des autres, par exemple  $w_{2n_n}$  :

$$w_{2n_n} \left( \frac{1}{1 + e^{-(w_{n_n} T + b_{n_n})}} - \frac{1}{1 + e^{-b_{n_n}}} \right) + \sum_{i=1}^{n_n-1} w_{i+n_n} \left( \frac{1}{1 + e^{-(w_i T + b_i)}} - \frac{1}{1 + e^{-b_i}} \right) = 0 \quad (3.34)$$

d'où

$$w_{2n_n} = - \frac{\sum_{i=1}^{n_n-1} w_{i+n_n} \left( \frac{1}{1 + e^{-(w_i T + b_i)}} - \frac{1}{1 + e^{-b_i}} \right)}{\left( \frac{1}{1 + e^{-(w_{n_n} T + b_{n_n})}} - \frac{1}{1 + e^{-b_{n_n}}} \right)} \quad (3.35)$$

On s'est donc ramené d'une contrainte que l'algorithme d'optimisation ne pouvait pas prendre en compte à une relation directe entre les différentes composantes de  $\Theta$ .

### 3.2.3.3 Cas d'étude

Différents cas d'étude ont été envisagés ; dans un premier temps, les deux entrées  $\lambda$  et  $\nu$  ont été optimisées chacune séparément, l'autre entrée étant prise égale à l'une des fonctions de référence  $\lambda_{\text{tri}}$  ou  $\nu_{\text{car}}$  définies respectivement en (2.65) et (2.64), avec les valeurs suivantes :  $\lambda_m = 80^\circ$ ,  $\nu_m = 60^\circ$ ,  $k_{\text{tri}} = 4$ ,  $k_{\text{car}} = 10$ ,  $\Phi = 0^\circ$ . On donne sur les figures 3.16(a) et 3.16(b) les tracés correspondant à ces cinématiques de référence. La portance moyenne correspondante est  $-J = 0.1994$  N.

Les algorithmes métahéuristiques n'imposant pas de restrictions quand à la forme (quadratique, etc.) du critère à adopter, on pourra donc définir le critère de base comme étant la portance moyenne au cours d'un cycle, comme dans le cas précédent :  $J = \bar{R}_z$  (on rappelle qu'il s'agit bien d'un critère à minimiser, étant donné que  $R_z < 0$  lorsque la portance est dirigée vers le haut). Ce critère pourra toutefois être modifié, pour prendre en compte par exemple la nécessité de limiter les vitesses de rotations  $\dot{\lambda}$  et  $\dot{\nu}$ , comme c'est le cas avec des actionneurs réels.

### 3.2.3.4 Résultats

Ces résultats ont été publiés à l'occasion du 16<sup>e</sup> congrès IFAC (*International Federation of Automatic Control*) [Rakotomamonjy *et al.* 2005].

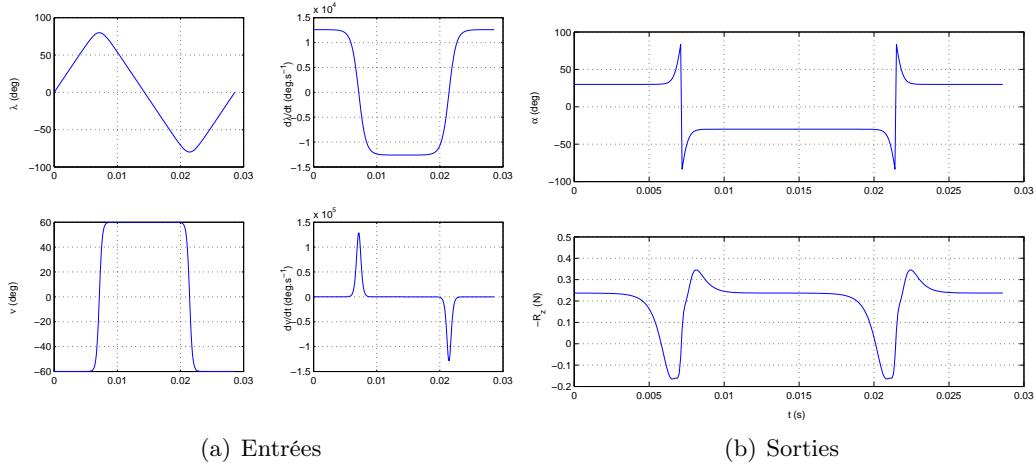


FIG. 3.16 – Entrées de référence  $\lambda_r$  et  $\nu_r$ , incidence et portance correspondantes

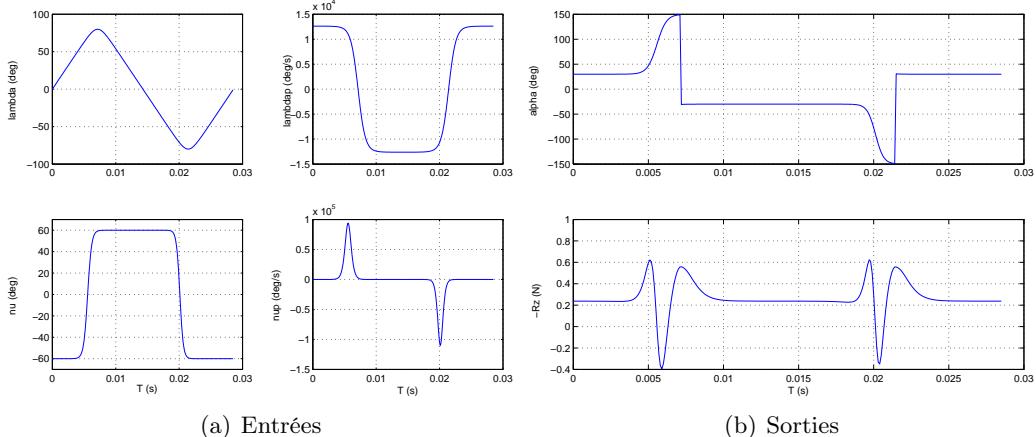


FIG. 3.17 – Optimisation de  $\nu$  par AG

### 3.2.3.4.1 Critère simple $J = \bar{R}_z$

Les résultats obtenus avec l'algorithme génétique pour l'optimisation de la rotation de l'aile  $\nu(t)$  sont représentés sur les figures 3.17(a) et 3.17(b). La portance optimale est de  $-J^* = 0,2649$  N. On peut s'étonner que cette valeur soit inférieure à certains optimums trouvés précédemment par l'algorithme de SQP : il convient donc de préciser que les amplitudes des entrées ont été normalisées durant les optimisations heuristiques afin de faciliter la convergence des algorithmes (60° pour  $\nu_m$  en l'occurrence). On perd le degré de liberté fourni par la variation d'amplitude de l'entrée, mais l'avantage est que l'on concentre la recherche sur la forme uniquement du signal, pour une amplitude donnée.

Les résultats menés avec la recherche aléatoire adaptative sont présentés respectivement sur les figures 3.18(a) et 3.18(b) pour RAA1, et les figures 3.19(a) et 3.19(b) pour RAA2. On constate que la forme optimale est dans les deux cas celle d'un signal carré, en avance de phase sur le battement, et induisant des portances de  $-J^* = 0,2592$  N (RAA1) et de  $-J^* = 0,2307$  N (RAA2). Ces portances sont légèrement inférieures à celle obtenue par algorithme génétique (figs. 3.17(a) et 3.17(b)), toutefois l'allure optimale reste dans tous

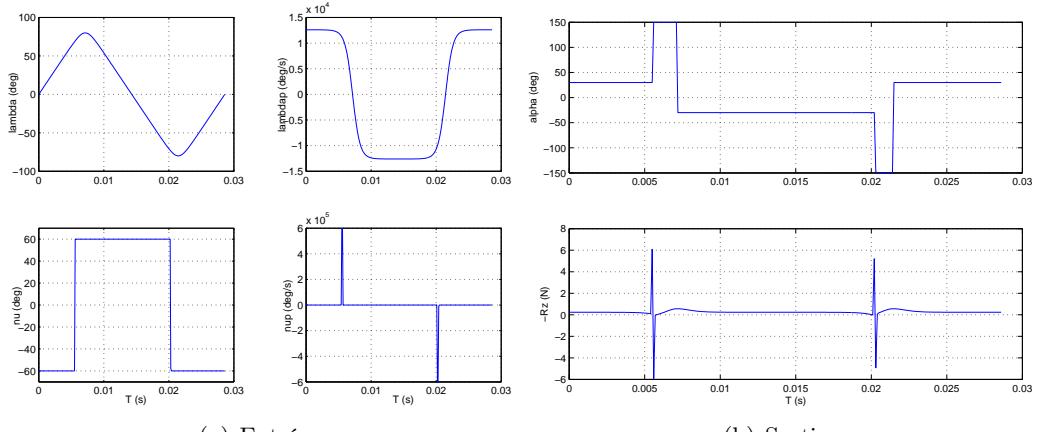


FIG. 3.18 – Optimisation de  $\nu$  par BAA1

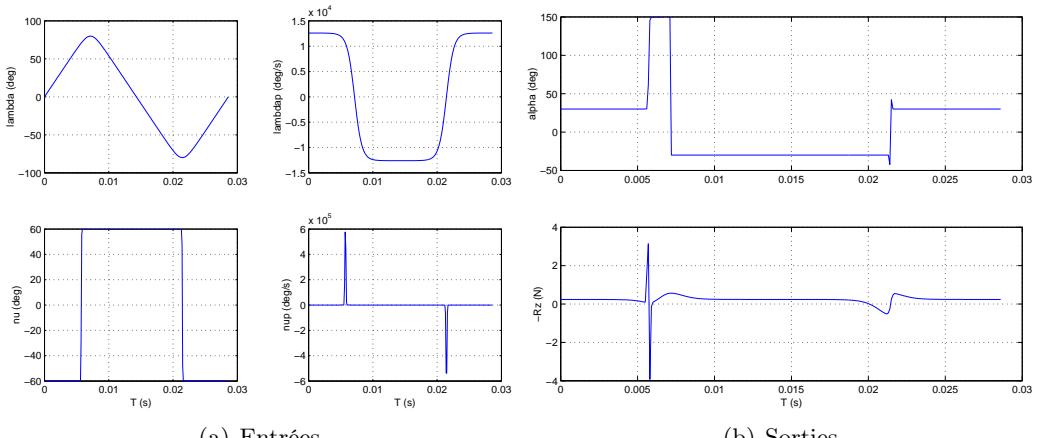


FIG. 3.19 – Optimisation de  $\nu$  par RAA2

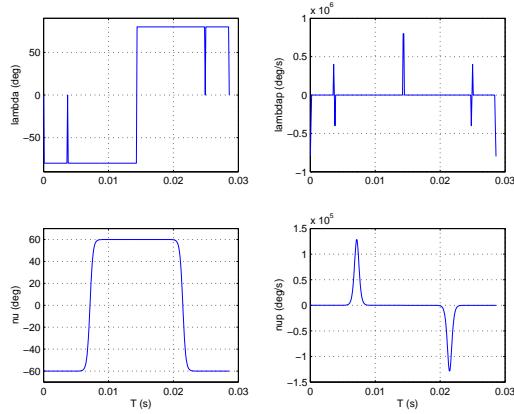


FIG. 3.20 – Optimisation de  $\lambda$  par AG (seules les entrées sont représentées, les sorties correspondantes étant de type non numérique)

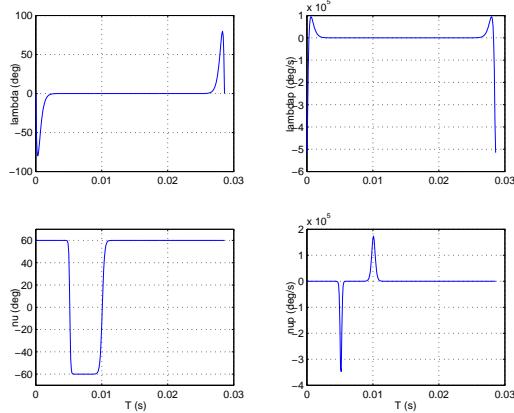


FIG. 3.21 – Optimisation simultanée de  $\lambda$  et  $\nu$  par AG

les cas en avance de phase par rapport au battement, et le gain de portance par rapport au cas de référence est d'environ 33%.

À l'opposé, pour ce qui est de la recherche d'une forme optimale pour le battement  $\lambda(t)$ , aucun des trois algorithmes n'a fourni de résultat satisfaisant, non pas parce qu'ils ne convergeaient pas, mais plutôt du fait que la solution proposée n'était pas physiquement acceptable : on voit sur la figure 3.20 que l'entrée  $\lambda$  optimale présente des variations très brusques, ce qui, couplé avec la très forte non-linéarité du modèle, entraîne au niveau des sorties la présence de nombreuses valeurs non numériques ("Not-a-Number" sous MATLAB). Nous verrons par la suite comment une modification du critère pourra fournir une solution acceptable.

Il a semblé également intéressant de rechercher à optimiser simultanément les deux entrées  $\lambda$  et  $\nu$ . Pour ce faire, on a considéré comme vecteur des paramètres la concaténation des vecteurs définissant respectivement  $\lambda$  et  $\nu$  :  $\Theta = (\Theta_\lambda \Theta_\nu)$ . Ici encore, on note (fig. 3.21) que les solutions trouvées ne sont pas acceptables, sans doute pour les mêmes raisons que précédemment (auxquelles on ajoutera un espace de recherche de dimension plus importante).

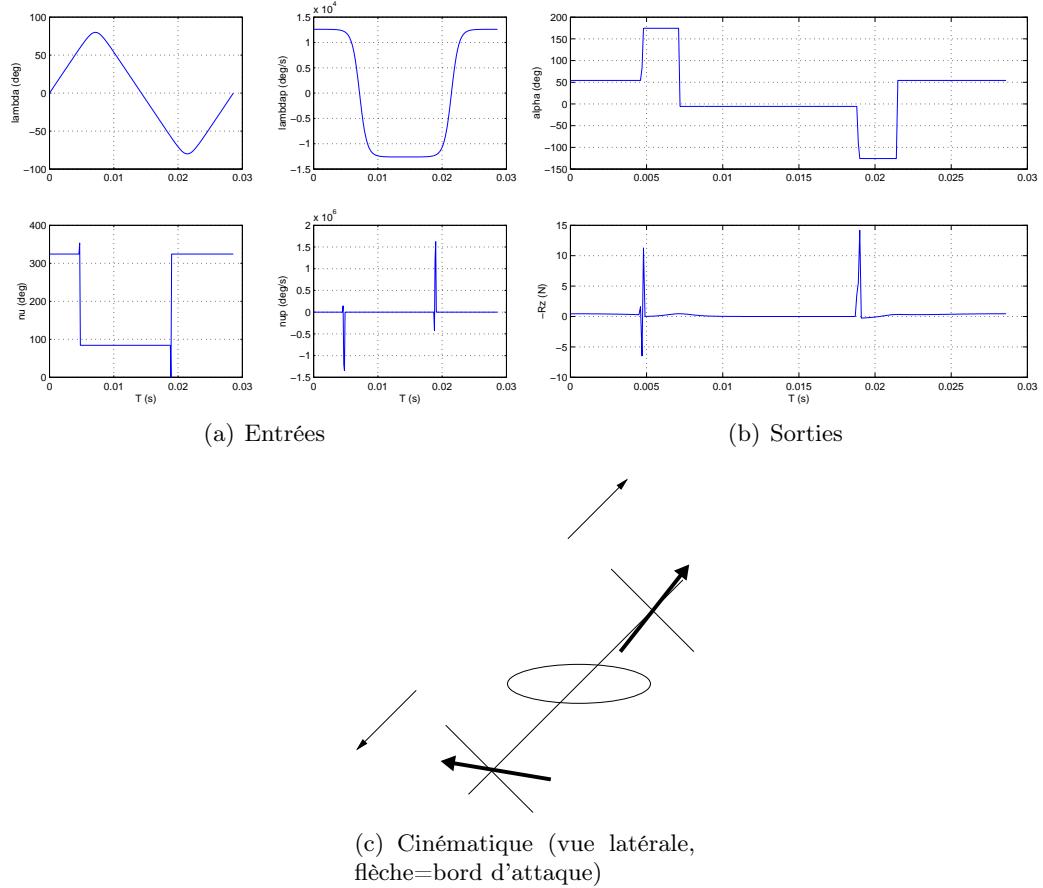


FIG. 3.22 – Optimisation de  $\nu$ ,  $\xi = 45^\circ$  (AG)

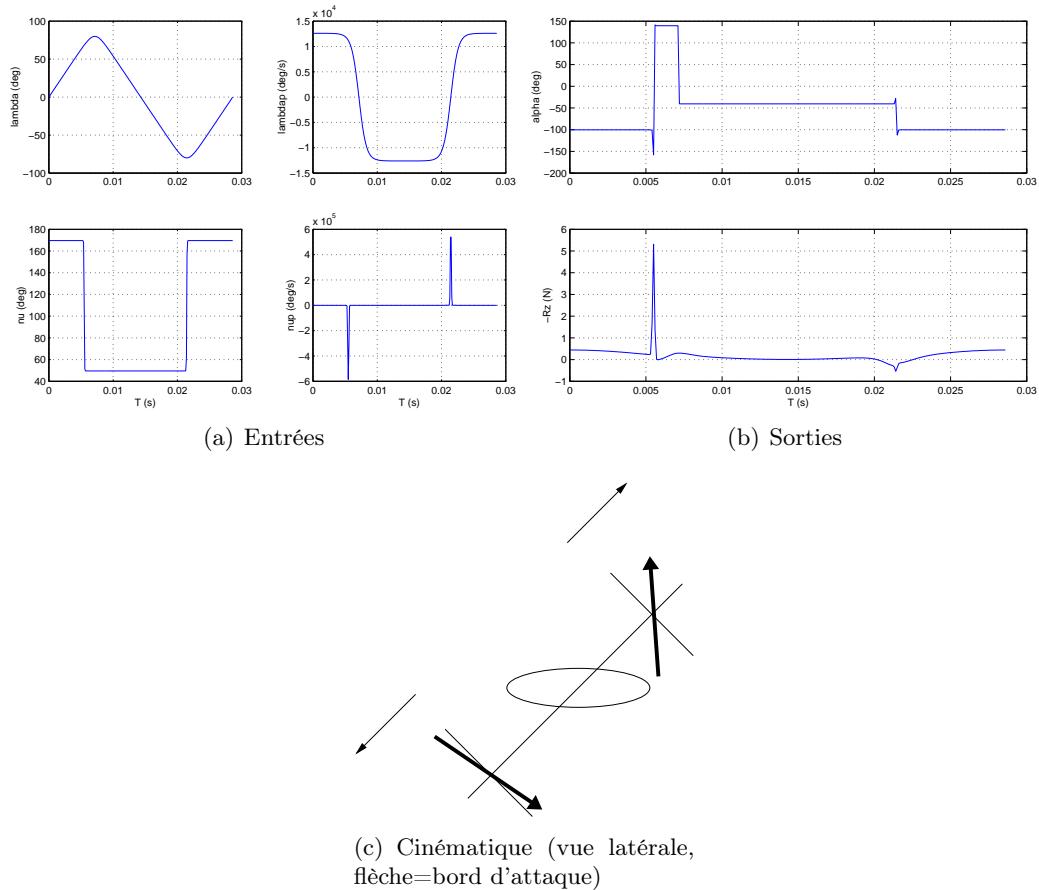


FIG. 3.23 – Optimisation de  $\nu$ ,  $\xi = 45^\circ$  (RAA2)

On a testé ces méthodes pour une configuration de vol souvent vue dans le monde animal, à savoir un vol avec un plan de battement incliné à  $45^\circ$ . On s'attend à obtenir une rotation de l'aile dissymétrique ( $\max(\nu) \neq -\min(\nu)$ ), afin de compenser l'inclinaison du plan de battement, et comme c'est le cas dans la nature pour le vol des libellules par exemple [Wakeling et Ellington 1997a, Savage *et al.* 1979]. On constate que c'est globalement le cas sur les figures 3.22(b) et 3.23(b), avec toutefois des résultats différents suivant la méthode choisie. On obtient en particulier une portance moyenne supérieure avec l'algorithme génétique ( $-J^* = 0,2980$  N contre  $-J^* = 0,1902$  N pour la recherche aléatoire adaptative). On a également représenté sur les figures 3.22(c) et 3.23(c) l'allure des cinématiques correspondantes : on constate notamment dans le cas de l'optimisation par algorithme génétique un retournement de l'aile très important, d'une amplitude de  $240^\circ$ . Un tel mouvement ne se retrouve pas dans le vol naturel animal, étant donné qu'aucune espèce ne dispose d'articulations suffisamment souples pour permettre une telle excursion angulaire. Cette solution originale mériterait donc d'être étudiée plus en détail, de manière expérimentale par exemple.

### 3.2.3.4.2 Critère composé

Jusqu'à présent seule la portance moyenne avait fait l'objet d'une optimisation. Des situations plus complexes peuvent être envisagées, pour lesquelles on souhaitera optimiser non plus un seul, mais plusieurs critères. Ainsi, durant le vol stationnaire, il serait utile d'adopter des cinématiques qui réduisent les oscillations horizontales, dans le but de faciliter les diverses mesures et acquisitions que le microdrone aurait à accomplir : on passe alors d'un problème d'optimisation mono-objectif à un problème multi-objectif, les grandeurs à minimiser étant d'une part l'opposée de la portance et d'autre part la moyenne quadratique des déplacements horizontaux. Les approches les plus évoluées dans le domaine de l'optimisation multi-objectifs font intervenir la notion d'optimums au sens de Pareto : par définition il s'agit des points en lesquels on ne peut plus améliorer un critère sans en dégrader un autre [Meunier 2002]. Toutefois, la recherche de la frontière Pareto (constituée de l'ensemble des optimums au sens de Pareto) se révélerait dans notre cas assez coûteuse en temps de calcul, sans oublier les risques d'obtenir des résultats numériquement singuliers ou physiquement inacceptables. C'est la raison pour laquelle une méthode d'agrégation a été préférée, qui consiste de manière basique à combiner les différents critères en un seul. Pour ce cas d'étude, on a souhaité conserver la portance moyenne en tant que composante principale du critère final, c'est pourquoi le terme concernant les mouvements horizontaux a été incorporé sous forme d'une pénalisation exponentielle :

$$J' = J + e^{\beta u^2} \quad (3.36)$$

$\beta$  étant un coefficient de pondération. Les résultats sont donnés fig. 3.24 avec  $\beta = 0,1$ . On constate que la forme du signal est très peu différente de celle obtenue avec le critère standard, ce qui suggère d'ores et déjà qu'il existerait au niveau de la mécanique du vol un découplage entre les efforts verticaux et horizontaux.

On a vu par ailleurs que l'optimisation de la forme du battement  $\lambda$  ne conduisait pas à des résultats exploitables, du fait des trop brusques variations de l'entrée. Afin d'obtenir des résultats physiques, on a limité cette fois-ci l'amplitude de la dérivée de  $\lambda$ , en définissant le nouveau critère :

$$J'' = J + e^{\beta_{\max}^{[0;T]}(\lambda)} \quad (3.37)$$

On constate sur la figure 3.25 que la forme optimale obtenue se rapproche davantage de la sinusoïde que du signal triangulaire initial, avec un gain de portance conséquent

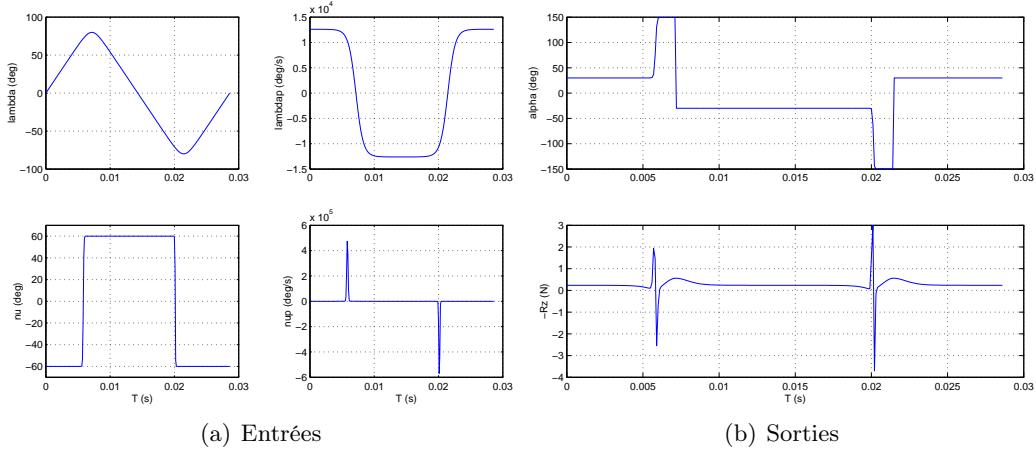


FIG. 3.24 – Optimisation de  $\nu$ , minimisation de la vitesse quadratique horizontale  $u^2$

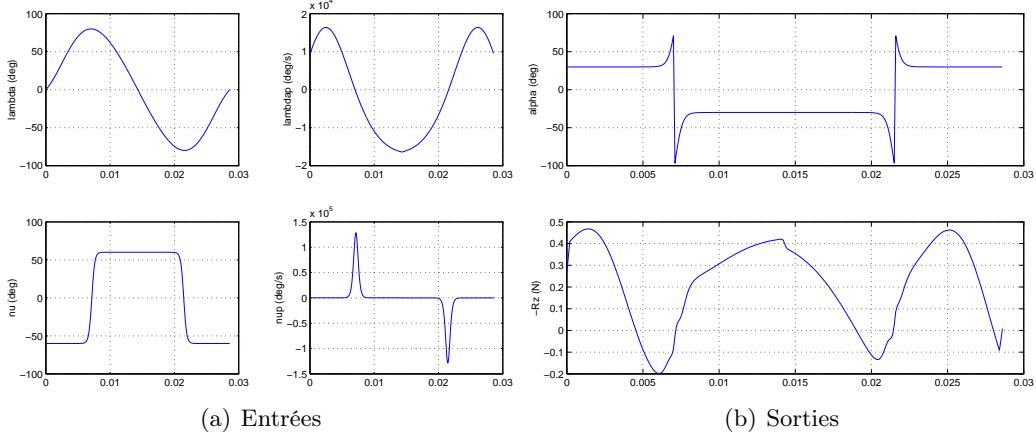


FIG. 3.25 – Optimisation de  $\lambda$ , minimisation de  $\max(\dot{\lambda})$

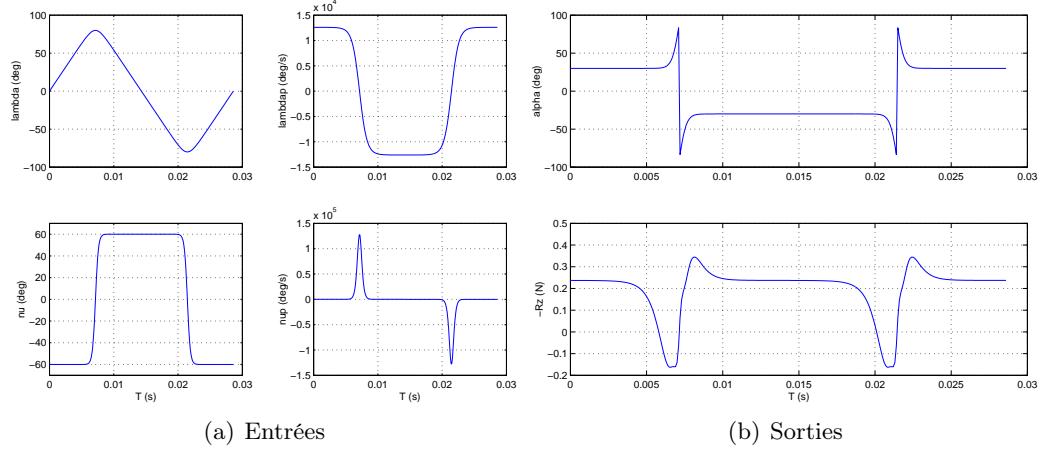
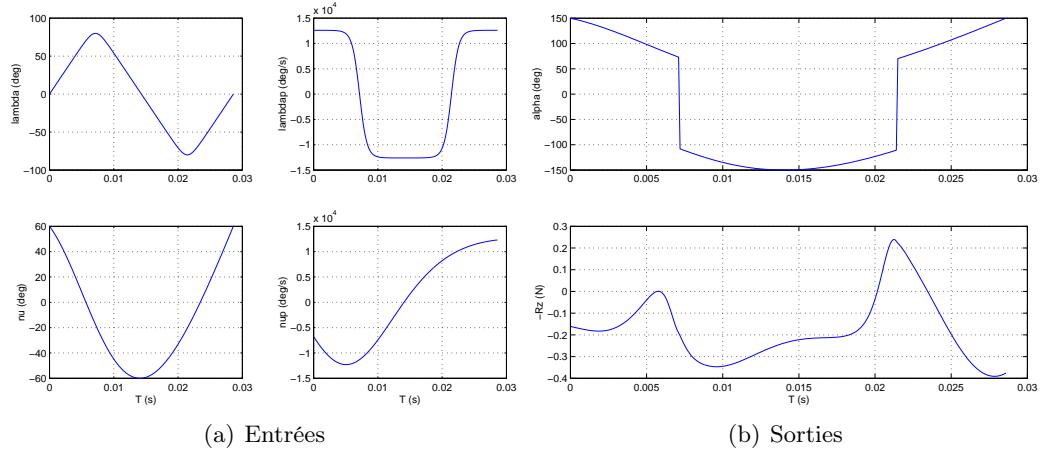
( $-J^* = 0,2794$  N), soit un gain de 40% : cette allure sera donc à privilégier pour les essais ultérieurs.

On a procédé de même pour la rotation  $\nu$ , en pénalisant le critère de départ par l'amplitude de la dérivée  $\dot{\nu}$  :

$$J''' = J + e^{\beta \max_{[0;T]}(\dot{\nu})} \quad (3.38)$$

Cette fois-ci, on ne réussit pas à améliorer l'allure initiale (fig. 3.26), ce qui est sans doute dû au fait que c'est la rotation rapide de l'aile (et donc les pics de  $\dot{\nu}$ ) qui est à l'origine d'une part non négligeable de la portance, *via* l'effet de circulation rotationnelle. On sera dans ce cas davantage limité par les capacités physiques (vitesse de rotation) des actionneurs utilisés pour accomplir ce mouvement. Il en est de même pour la figure 3.27, qui présente les résultats pour une pénalisation simultanée de la vitesse horizontale  $u^2$  et de la vitesse de rotation  $\max(\dot{\nu})$ .

Enfin on a de nouveau considéré un plan de battement incliné à  $45^\circ$ , avec cette fois la contrainte supplémentaire de réduire la vitesse horizontale, toujours dans le même but que précédemment (fig. 3.28). On obtient une cinématique très proche de celle obtenue dans le


 FIG. 3.26 – Optimisation de  $\nu$ , minimisation de  $\max(\dot{\nu})$ 

 FIG. 3.27 – Optimisation de  $\nu$ , minimisation de  $u^2$  et de  $\max(\dot{\nu})$

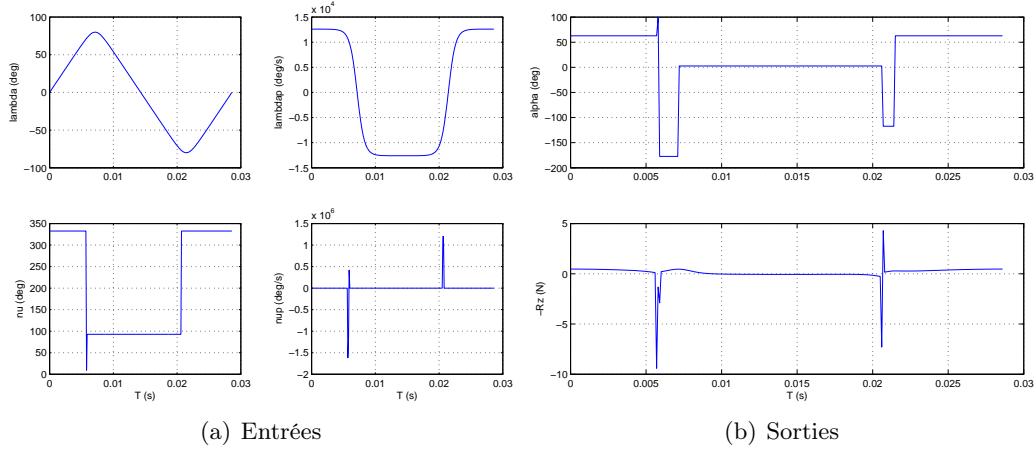


FIG. 3.28 – Optimisation de  $\nu$ ,  $\xi = 45^\circ$ , minimisation de  $\|u\|$

cas 3.22(c).

### 3.2.3.5 Aspects énergétiques

Pour finir, une étude comparative d'un point de vue énergétique a été envisagée. En effet, il a été montré qu'un angle de battement sinusoïdal permet d'améliorer sensiblement la portance, toutefois on ignore si ce gain s'accompagne ou non d'une consommation énergétique accrue. En d'autres termes, on souhaiterait étudier l'influence des différentes cinématiques de battement sur le rendement mécanique du microdrone. Plusieurs grandeurs peuvent être introduites à cet effet. On définira en premier lieu la portance efficace comme la moyenne quadratique de la portance :

$$R_{z\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T R_z^2(t) dt} \quad (3.39)$$

Cette grandeur permet de caractériser l'efficacité « absolue » du battement, sans tenir compte des compensations liées aux changements de signe. On peut également introduire la puissance instantanée des efforts aérodynamiques, égale au produit scalaire de la vitesse aérodynamique par l'effort engendré :

$$P = \vec{V}_a \cdot \vec{R}_m \quad (3.40)$$

On en déduit alors la consommation énergétique par intégration :

$$E = \int_0^T P dt \quad (3.41)$$

On peut enfin définir un rendement aérodynamique par le rapport de la portance moyenne sur la portance efficace :

$$\eta = \frac{\bar{R}_z}{R_{\text{eff}}} \quad (3.42)$$

On vérifie que ce rendement est bien inférieur à 1 par construction. On a ensuite calculé ce rendement pour différentes cinématiques de battement, la rotation étant à chaque fois

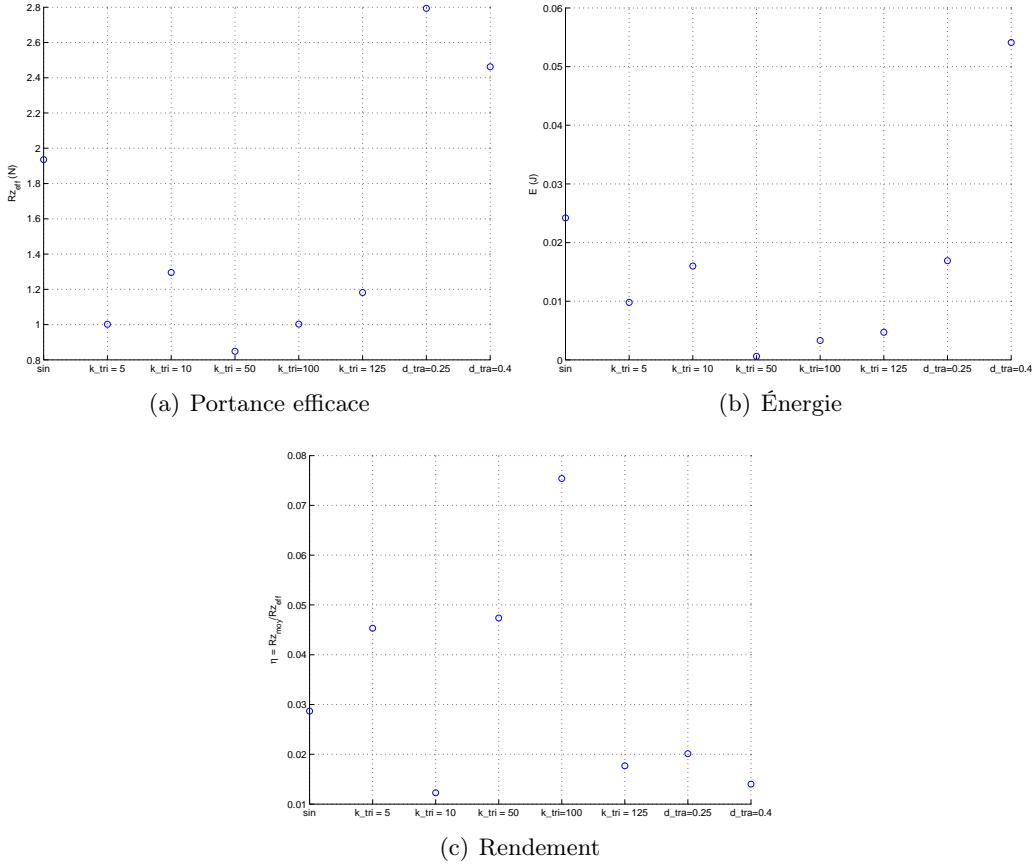


FIG. 3.29 – Influence de la forme du battement sur le rendement

optimisée par rapport à la portance efficace  $R_{z\text{eff}}$ . Les résultats sont reproduits sur la figure 3.29.

Des battements définis à l'aide d'une fonction trapézoïdale ont en outre été introduits. Il s'agit d'un signal composé de plateaux reliés par une sinusoïde, le paramètre  $d_{tra}$  représentant la durée des commutations. Ce type de battement ne se rencontre pas dans la nature, toutefois nous avons voulu juger de son efficacité en termes de rendement énergétique. La figure 3.29 montre clairement qu'un battement triangulaire pour une valeur du paramètre de forme  $k_{tri} = 100$  offre un rendement supérieur aux autres cinématiques : une allure sinusoïdale, même si elle correspond à une portance moyenne plus élevée, ne sera donc peut-être pas à privilégier si l'on souhaite avant tout maximiser le rendement aérodynamique. Rappelons ici que ces résultats sont en toute rigueur fortement liés à la modélisation aérodynamique adoptée dans *OS CAB*, et pourront être confirmés ultérieurement par le biais de mesures expérimentales.

### 3.3 Conclusion

En l'absence à l'heure actuelle de données précises quant à la configuration d'un futur microdrone issu de *REMANTA*, il n'est pas possible de calquer les mouvements des ailes d'*OS CAB* sur ceux d'une espèce animale donnée. Pour pallier cet inconvénient, nous avons donc, au cours de cette partie de l'étude, trouvé des fonctions optimales pour les

cinématiques des ailes à l'aide d'une approche originale associant réseaux de neurones et métahéuristiques. Parmi les différentes méthodes d'optimisation employées ici, l'algorithme génétique a fourni des résultats légèrement supérieurs, en termes de convergence et de performance, tandis que la première méthode de recherche aléatoire adaptative (RAA1) n'a que peu souvent convergé. Précisons toutefois que l'utilisation de ces algorithmes est rendue délicate par le nombre important de paramètres de réglages, qui conditionnent le comportement de la méthode et qui nécessitent une bonne connaissance préalable de la fonction critère (probabilité d'atteindre un domaine d'une taille donnée, etc.). La complexité et le caractère fortement non-linéaire de notre problème rendent donc difficile cette connaissance *a priori*.

Les résultats ont toutefois confirmé la nécessité d'accomplir la rotation  $\nu$  en avance de phase par rapport au battement  $\lambda$ . Quant à ce dernier, un choix devra être fait quant à la grandeur à privilégier : la portance seule ou bien le rendement énergétique. Dans le premier cas, c'est une forme sinusoïdale qui devra être employée tandis que dans le deuxième un battement plus raide donnera de meilleurs résultats.

## Chapitre 4

# Commande en boucle fermée

Les études en boucle ouverte, à savoir la validation du modèle par comparaison avec des résultats expérimentaux et l'optimisation des cinématiques, ont mis en évidence une certaine influence des mouvements des ailes vis-à-vis de la génération d'efforts aérodynamiques. Ceux-ci étant liés aux déplacements de l'engin par intégration, il apparaît donc envisageable de contrôler les mouvements du microdrone à travers les entrées du modèle, définies comme les angles positionnant à chaque instant les ailes par rapport au corps. La présence de deux intégrateurs dans le schéma de la boucle ouverte (cf. § 2.5) rend celui-ci naturellement instable, il sera donc nécessaire de concevoir une loi de commande adaptée pour la stabilisation et le contrôle des déplacements, dans le but final d'asservir la position du microdrone à une consigne imposée par l'opérateur ou plus généralement le système de guidage.

Deux difficultés surgissent toutefois : d'une part, la complexité du modèle de simulation *OS CAB* présenté dans le chapitre 2. En effet, l'architecture modulaire de celui-ci, l'approche par tranches ainsi que les non-linéarités omniprésentes (dans les effets aérodynamiques ainsi que dans les matrices de changements de repère) rendent impossible l'écriture directe de celui-ci sous une forme canonique du type  $\dot{X} = f(X, U, t)$ . D'autre part, la nature périodique des entrées devra être prise en compte lors de la recherche de la loi de commande. En effet, l'utilisation des méthodes usuelles de contrôle non-linéaire pour le calcul d'une commande  $U$  stabilisant l'état  $X$  vers un état à atteindre (état de référence)  $X_r$  pour  $t \rightarrow \infty$  ne conduirait pas nécessairement à des expressions périodiques pour les cinématiques de mouvement composant  $U$ . Une solution envisageable consiste alors à choisir une paramétrisation correcte de ces entrées, après leur avoir au préalable imposé une forme périodique.

Ces problèmes devront donc être résolus conjointement pour la recherche d'une méthode de commande. Dans un premier temps, une première simplification du modèle complet est proposée, puis la stratégie de contrôle adoptée, basée sur l'utilisation d'un modèle moyen et de la stabilisation par *backstepping*, sera développée.

### 4.1 Modèle longitudinal simplifié

#### 4.1.1 Hypothèses

La première simplification consiste à supposer que chaque aile ne comporte qu'une seule tranche, afin de s'affranchir d'une boucle numérique de calcul. Les autres hypothèses

opérées concernent différents aspects de la mécanique du vol. En premier lieu, on se place dans le cas d'un vol vibrant longitudinal tel que présenté au début du chapitre 3. On rappelle que celui-ci revient à considérer que les déplacements de l'engin ont lieu uniquement dans un plan vertical fixe, qui joue également le rôle de plan de symétrie pour les mouvements des ailes et du corps : il n'y aura ainsi pas de rotation en roulis ni en lacet, mais seulement en tangage (axe normal au plan de vol) le cas échéant. En particulier, les vitesses latérales sont nulles, en translation comme en rotation :

$$v(t) = p(t) = r(t) = 0 \quad \forall t \quad (4.1)$$

On en déduit notamment la relation simplifiée  $\dot{\theta} \equiv q$  entre vitesse de tangage et assiette, propre au vol longitudinal [Boiffier 1998]. Par ailleurs, le plan de battement reste horizontal, ce qui entraîne :

$$\begin{cases} \mu(t) &= 0 \\ \xi(t) &= \pi/2 \end{cases} \quad \forall t \quad (4.2)$$

Le nombre de degrés de liberté commandables pour les ailes est donc de 2 :  $\lambda(t)$  et  $\nu(t)$ . Concernant la géométrie de l'engin, on peut supposer dans un premier temps que le micro-drone est centré d'une part, et d'autre part que le point d'attache de chaque aile coïncide avec le centre du repère du corps :

$$G \equiv C \equiv O \quad (4.3)$$

La première de ces hypothèses est tout à fait envisageable, dans la mesure où il sera possible de modifier de manière active ou passive la position du centre de gravité de l'engin. Par contre,  $C \equiv O$  constitue nécessairement une approximation, dans la mesure où il est matériellement impossible de confondre les points d'emplanture des deux ailes. Cette hypothèse s'avère néanmoins largement plausible, dans la mesure où la largeur du corps est réduite, tout comme les vitesses aérodynamiques autour de l'emplanture. Enfin on peut supposer pour simplifier l'écriture que les mouvements en tangage restent limités :

$$\theta \ll 1 \quad (4.4)$$

Cette dernière hypothèse est très restrictive, et on pourra revenir par la suite sur celle-ci, notamment pour l'étude de la dynamique en tangage.

#### 4.1.1.1 Incidence

Les notations employées par la suite reprennent celles introduites au chapitre 2 lors de l'écriture de OSCAB. On rappelle brièvement celles-ci :  $\vec{V}_a$  est l'incidence aérodynamique sur l'aile (l'approche 2D par tranches n'a plus lieu d'être puisque chaque aile est réduite à une seule tranche) et  $F$  le foyer aérodynamique. Les repères attachés respectivement à l'aile, au corps et au référentiel terrestre sont dénommés respectivement  $\mathcal{R}_m$ ,  $\mathcal{R}_b$  et  $\mathcal{R}_n$ . La matrice de passage d'un repère  $\mathcal{R}_i$  vers un repère  $\mathcal{R}_j$  ainsi que le vecteur de rotation instantanée de  $\mathcal{R}_j$  par rapport à  $\mathcal{R}_i$  sont notés respectivement  $\mathbf{B}_{ji}$  et  $\vec{\Omega}_{ij}$ . On se reporterà aux paragraphes 2.3 à 2.5 pour plus de détails.

Sous toutes les hypothèses énoncées plus haut, l'équation (2.27) p. 71 donnant l'incidence aérodynamique peut alors s'écrire :

$$\vec{V}_a = \begin{pmatrix} V_{a_x} \\ V_{a_y} \\ V_{a_z} \end{pmatrix} = -\mathbf{B}_{mn} \cdot \begin{pmatrix} u \\ 0 \\ w \end{pmatrix} - \mathbf{B}_{mb} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ q \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x_F \\ y_F \\ 0 \end{pmatrix} - \vec{\Omega}_{bm} \wedge \begin{pmatrix} x_F \\ y_F \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

D'après l'hypothèse de vol longitudinal et l'équation (4.4), il vient :

$$\mathbf{B}_{bn} = \mathbb{I}_3 \quad (4.6)$$

d'où  $\mathbf{B}_{mn} = \mathbf{B}_{mb}$ , qui s'écrit :

$$\mathbf{B}_{mb} = \begin{pmatrix} -\cos \lambda \sin \nu & \sin \lambda \sin \nu & -\cos \nu \\ \sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \lambda \cos \nu & -\sin \lambda \cos \nu & -\sin \nu \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

étant donné que  $\xi = \frac{\pi}{2}$ . En outre, le vecteur rotation du repère aile par rapport au repère corps est défini dans ce cas par :

$$\vec{\Omega}_{bm} = \begin{pmatrix} \dot{\lambda} \cos \nu \\ 0 \\ \dot{\lambda} \sin \nu \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

En reportant le tout dans (4.5) on obtient tous calculs faits l'expression de la vitesse aérodynamique dans le repère de l'aile :

$$\begin{pmatrix} V_{ax} \\ V_{ay} \\ V_{az} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \cos \lambda \sin \nu + w \cos \nu - (q \sin \lambda \cos \nu - \dot{\lambda} \sin \nu) y_F \\ -u \sin \lambda + (q \sin \lambda \cos \nu - \dot{\lambda} \sin \nu) x_F \\ -u \cos \lambda \cos \nu + w \sin \nu - (q \sin \lambda \sin \nu + \dot{\lambda} \cos \nu) y_F + q \cos \lambda x_F \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

L'incidence s'obtient ensuite avec :

$$\alpha = 2 \arctan \frac{-V_{az}}{-V_{ax} + \sqrt{V_{ax}^2 + V_{az}^2}} \quad (4.10)$$

#### 4.1.1.2 Coefficients aérodynamiques

Comme on l'a vu, les coefficients d'efforts normal  $C_n$  et tangentiel  $C_t$ , relatifs à l'expression de l'effort aérodynamique dans le repère de l'aile, se déduisent des coefficients aérodynamiques totaux  $C_x$  et  $C_z$  par rotation d'un angle  $\alpha$  :

$$\begin{pmatrix} C_t \\ C_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_x \\ C_z \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

avec :

$$C_x = C_{x,sta} + C_{x,rot} + C_{x,mas} \quad (4.12a)$$

$$C_z = C_{z,sta} + C_{z,rot} + C_{z,mas} \quad (4.12b)$$

Les expressions des coefficients aérodynamiques  $C_{x,z,sta}$ ,  $C_{x,z,rot}$  et  $C_{x,z,mas}$  sont données respectivement par les équations (2.32), (2.35) et (2.38) pp. 73 à 75. Après réduction et simplification, on obtient :

$$C_t = k_{C_{t1}} \cos \alpha + k_{C_{t3}} \cos 3\alpha \quad (4.13a)$$

$$C_n = k_{C_{n1}} \sin \alpha + k_{C_{n3}} \sin 3\alpha + 2\pi \dot{\nu} \frac{1}{V_a} c \hat{x}_r + \frac{\pi}{2} \ddot{\lambda} \frac{1}{V_a^2} c y_F \quad (4.13b)$$

avec

$$k_{C_{t1}} = k_{C_{x0}} - \frac{1}{2}(k_{C_{x1}} + k_{C_{z1}}) \quad (4.14a)$$

$$k_{C_{n1}} = k_{C_{x0}} + \frac{1}{2}(k_{C_{x1}} + k_{C_{z1}}) \quad (4.14b)$$

$$k_{C_{t3}} = k_{C_{n3}} = \frac{1}{2}(k_{C_{z1}} - k_{C_{x1}}) \quad (4.14c)$$

### 4.1.1.3 Effort et moment

L'effort aérodynamique exprimé dans le repère de l'aile se calcule à l'aide des coefficients aérodynamiques :

$$\vec{R}_m = - \underbrace{\frac{1}{2}}_{2 \text{ ailes}} \rho V_a^2 S \begin{pmatrix} C_t \\ 0 \\ C_n \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

le signe – provenant du choix de l'orientation des axes  $\vec{x}_a$  et  $\vec{z}_a$ . En posant  $\vec{R}_m = {}^t(R_{m_x} \ 0 \ R_{m_z})$ , cette expression équivaut à :

$$\begin{aligned} R_{m_x} &= -\rho V_a^2 S (k_{C_{t1}} \cos \alpha + k_{C_{t3}} \cos 3\alpha) \\ R_{m_z} &= -\rho V_a^2 S \left( k_{C_{n1}} \sin \alpha + k_{C_{n3}} \sin 3\alpha + 2\pi \dot{\nu} \frac{1}{V_a} c \hat{x}_r + \frac{\pi}{2} \ddot{\lambda} \frac{1}{V_a^2} c y_F \right) \end{aligned} \quad (4.16)$$

En effet, du fait de la symétrie des mouvements, l'incidence aérodynamique est la même sur chacune des ailes. On peut ensuite exprimer le moment exercé par cet effort au centre  $O$  du repère du corps, dans le repère de l'aile dans un premier temps :

$$\vec{\mathcal{M}}_m = 2 \cdot \frac{1}{2} \overrightarrow{OF} \wedge \overrightarrow{R_m} \quad (4.17a)$$

$$= \begin{pmatrix} x_F \\ y_F \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} R_{m_x} \\ 0 \\ R_{m_z} \end{pmatrix} \quad (4.17b)$$

$$= \begin{pmatrix} y_F R_{m_z} \\ -x_F R_{m_z} \\ -y_F R_{m_x} \end{pmatrix} \quad (4.17c)$$

### 4.1.1.4 Intégration des équations de la dynamique

On exprime la résultante des efforts aérodynamiques appliqués sur le corps dans le repère terrestre par un changement de base :

$$\vec{R} = \mathbf{B}_{nm} \cdot \vec{R}_m \quad (4.18a)$$

$$= {}^t \mathbf{B}_{mb} \cdot \vec{R}_m \quad (4.18b)$$

$$= \begin{pmatrix} -\cos \lambda \sin \nu & \sin \lambda & \cos \lambda \cos \nu \\ \sin \lambda \sin \nu & \cos \lambda & -\sin \lambda \cos \nu \\ -\cos \nu & 0 & -\sin \nu \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R_{m_x} \\ 0 \\ R_{m_z} \end{pmatrix} \quad (4.18c)$$

Puisque l'on se situe dans des hypothèses de vol longitudinal, les efforts suivant l'axe  $y_b$  du corps ne seront pas pris en compte. On conservera donc uniquement les composantes de  $\vec{R}$  suivant les axes horizontal  $\vec{x}_n$  et vertical  $\vec{z}_n$  du repère terrestre. En notant respectivement  $R_x$  et  $R_z$  ces composantes, on a alors :

$$R_x = -\cos \lambda \sin \nu R_{m_x} + \cos \lambda \cos \nu R_{m_z} \quad (4.19a)$$

$$R_z = -\cos \nu R_{m_x} - \sin \nu R_{m_z} \quad (4.19b)$$

On en déduit les équations du mouvement de translation, donnant les dérivées des vitesses  $u$  et  $w$  du microdrone, suivant les axes inertIELS  $\vec{x}_n$  et  $\vec{z}_n$  :

$$\dot{u} = \frac{1}{m} (-\cos \lambda \sin \nu R_{m_x} + \cos \lambda \cos \nu R_{m_z}) \quad (4.20a)$$

$$\dot{w} = \frac{1}{m} (-\cos \nu R_{m_x} - \sin \nu R_{m_z}) + g \quad (4.20b)$$

où  $m$  est la masse du microdrone et  $g$  l'accélération de la pesanteur (comptée positivement puisque  $\vec{z}_n$  est dirigé vers le bas).

On procède de même pour l'expression du moment cinétique, en remarquant que seule la composante selon  $\vec{y}_n$  sera nécessaire, et que les axes  $\vec{y}_n$  (repère terrestre) et  $\vec{y}_b$  (repère corps) coïncident de par la nature du mouvement longitudinal. Il suffit alors d'exprimer le moment calculé en (4.17) dans le repère du corps :

$$\vec{\mathcal{M}}_b = \begin{pmatrix} -\cos \lambda \sin \nu & \sin \lambda & \cos \lambda \cos \nu \\ \sin \lambda \sin \nu & \cos \lambda & -\sin \lambda \cos \nu \\ -\cos \nu & 0 & -\sin \nu \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_F R_{m_z} \\ -x_F R_{m_z} \\ -y_F R_{m_x} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

avant d'en extraire la seconde composante :

$$\mathcal{M}_y = (\sin \lambda \sin \nu y_F R_{m_z} - \cos \lambda x_F R_{m_z} + \sin \lambda \cos \nu y_F R_{m_x}) \quad (4.22)$$

d'où l'équation dynamique de tangage :

$$\dot{q} = \frac{1}{I_y} [(\sin \lambda \sin \nu y_F R_{m_z} - \cos \lambda x_F R_{m_z} + \sin \lambda \cos \nu y_F R_{m_x})] \quad (4.23)$$

où  $I_y$  est l'inertie en tangage du microdrone (constante dépendant de la masse et de la géométrie du corps). Remarquons que le moment dû au poids n'intervient pas, d'après l'hypothèse (4.4).

### 4.1.2 Synthèse

On peut alors résumer l'écriture sous la forme  $\dot{X} = f(X, U)$ . Cette version synthétisée du modèle a été présentée à l'occasion de la 3<sup>e</sup> Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA) [Rakotomamonjy *et al.* 2004a]. Étant donné que ce modèle ne fait pas intervenir les positions, le vecteur d'état peut être défini dans ce cas précis à l'aide des vitesses seules :

$$X = \begin{pmatrix} u \\ w \\ q \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

et le vecteur commande vaut ici :

$$U = \begin{pmatrix} \lambda \\ \nu \\ \dot{\lambda} \\ \dot{\nu} \\ \ddot{\lambda} \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

On a alors l'expression suivante pour  $\dot{u}$  :

$$\begin{aligned}
 m\dot{u} = & \cos \lambda \sin \nu \rho V_a^2 S \left[ k_{C_{t1}} \cos \left( 2 \arctan \frac{-V_{az}}{-V_{ax} + \sqrt{V_{ax}^2 + V_{az}^2}} \right) \right. \\
 & + k_{C_{t3}} \cos \left( 6 \arctan \frac{-V_{az}}{-V_{ax} + \sqrt{V_{ax}^2 + V_{az}^2}} \right) \left. \right] \\
 - & \cos \lambda \cos \nu \rho V_a^2 S \left[ k_{C_{n1}} \sin \left( 2 \arctan \frac{-V_{az}}{-V_{ax} + \sqrt{V_{ax}^2 + V_{az}^2}} \right) \right. \\
 & + k_{C_{n3}} \sin \left( 6 \arctan \frac{-V_{az}}{-V_{ax} + \sqrt{V_{ax}^2 + V_{az}^2}} \right) \\
 & \left. + 2\pi\nu \frac{1}{\sqrt{V_{ax}^2 + V_{az}^2}} c\hat{x}_r + \frac{\pi}{2} \ddot{\lambda} \frac{1}{(V_{ax}^2 + V_{az}^2)} cy_F \right] \quad (4.26)
 \end{aligned}$$

soit encore, avec les conventions adoptées :

$$\dot{u} = E_1(U).F_1(X, U) + E_2(U).F_2(X, U) \quad (4.27)$$

avec :

$$E_1(U) = \frac{1}{m} (\cos \lambda \sin \nu) \quad (4.28a)$$

$$E_2(U) = -\frac{1}{m} (\cos \lambda \cos \nu) \quad (4.28b)$$

$$\begin{aligned}
 F_1(X, U) = & \rho(V_{ax}^2 + V_{az}^2) S \left[ k_{C_{t1}} \cos \left( 2 \arctan \frac{-V_{az}}{-V_{ax} + \sqrt{V_{ax}^2 + V_{az}^2}} \right) \right. \\
 & \left. + k_{C_{t3}} \cos \left( 6 \arctan \frac{-V_{az}}{-V_{ax} + \sqrt{V_{ax}^2 + V_{az}^2}} \right) \right] \quad (4.29a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_2(X, U) = & \rho(V_{ax}^2 + V_{az}^2) S \left[ k_{C_{n1}} \sin \left( 2 \arctan \frac{-V_{az}}{-V_{ax} + \sqrt{V_{ax}^2 + V_{az}^2}} \right) \right. \\
 & + k_{C_{n3}} \sin \left( 6 \arctan \frac{-V_{az}}{-V_{ax} + \sqrt{V_{ax}^2 + V_{az}^2}} \right) \\
 & \left. + \frac{2\pi c\hat{x}_r \nu}{\sqrt{V_{ax}^2 + V_{az}^2}} + \frac{\pi c y_F \ddot{\lambda}}{2(V_{ax}^2 + V_{az}^2)} \right] \quad (4.29b)
 \end{aligned}$$

$$V_{ax} = u \cos \lambda \sin \nu + w \cos \nu - (q \sin \lambda \cos \nu - \dot{\lambda} \sin \nu) y_F \quad (4.30a)$$

$$\begin{aligned}
 V_{az} = & -u \cos \lambda \cos \nu + w \sin \nu - (q \sin \lambda \sin \nu + \dot{\lambda} \cos \nu) y_F \\
 & + q \cos \lambda x_F \quad (4.30b)
 \end{aligned}$$

Remarquons au passage que (4.27) peut également s'écrire sous la forme condensée :

$$\dot{u} = E(U).F(X, U) \quad (4.31)$$

en ayant posé :

$$E(U) = [E_1(U) \ E_2(U)] \quad (4.32)$$

$$F(X, U) = {}^t[F_1(X, U) \ F_2(X, U)] \quad (4.33)$$

On procède de manière similaire pour l'accélération verticale  $\dot{w}$  et on obtient :

$$\ddot{w} = G_1(U).F_1(X, U) + G_2(U).F_2(X, U) + g \quad (4.34)$$

avec :

$$G_1(U) = \frac{1}{m} \cos \nu \quad (4.35a)$$

$$G_2(U) = \frac{1}{m} \sin \nu \quad (4.35b)$$

et  $g$  est la constante d'accélération de la pesanteur. Enfin pour la vitesse de tangage :

$$\dot{q} = H_1(U).F_1(X, U) + H_2(U).F_2(X, U) \quad (4.36)$$

avec :

$$H_1(U) = -\frac{1}{I} y_F \sin \lambda \cos \nu \quad (4.37a)$$

$$H_2(U) = \frac{1}{I} (x_F \cos \lambda - y_F \sin \lambda \sin \nu) \quad (4.37b)$$

On peut alors regrouper les équations (4.27), (4.34) et (4.36) sous forme matricielle :

$$\dot{X} = J(U).F(X, U) + C_g \quad (4.38)$$

avec :

$$J(U) = \begin{bmatrix} E_1(U) & E_2(U) \\ G_1(U) & G_2(U) \\ H_1(U) & H_2(U) \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

$$F(X, U) = {}^t [F_1(X, U) \ F_2(X, U)] \quad (4.40)$$

$$C_g = {}^t [0 \ g \ 0] \quad (4.41)$$

## 4.2 Commande selon l'axe vertical

### 4.2.1 Présentation de l'approche

L'écriture (4.27) à (4.37) du modèle, si elle présente l'avantage de formaliser et de simplifier la structure au départ modulaire de celui-ci, ne permet toutefois pas la recherche directe de lois de commande. En effet, il a déjà été précisé que la nature périodique des entrées devait être prise en compte de manière implicite, dans l'expression du modèle ou le calcul de la commande. Mais l'introduction de fonctions périodiques pour représenter  $\lambda$  et  $\nu$  dans les équations du modèle rajouterait davantage de non-linéarités, qui ne pourraient être linéarisées du fait des amplitudes de mouvement relativement importantes.

Pour franchir cette difficulté, nous avons eu l'idée de considérer une approche à base de modèles moyens. La méthode élaborée dans le cadre de cette thèse, que l'on pourrait rapprocher des techniques de moyennisation pour la commande des systèmes périodiques en électrotechnique [Valentin-Roubinet *et al.* 2001], consiste à remplacer l'équation d'état par son équivalent moyen sur une période :

$$\frac{1}{T} \int_{kT}^{(k+1)T} \dot{X} dt = \frac{1}{T} \int_{kT}^{(k+1)T} f(X, U, t) dt \quad k \in \mathbb{N} \quad (4.42a)$$

$$\Leftrightarrow X((k+1)T) = X(kT) + T \bar{f}(X, U) \quad (4.42b)$$

$T$  étant la période d'échantillonnage. On se ramène ce faisant d'un modèle continu instationnaire à un modèle moyen stationnaire. Les entrées  $\lambda$  et  $\nu$  sont quant à elles périodiques, de formes données, et on suppose que l'on contrôle à chaque période les amplitudes  $\lambda_m$ ,  $\nu_m$  et le déphasage  $\Phi$  entre celles-ci : en d'autres termes, bien que les entrées soient continues, la commande n'est calculée et appliquée qu'une fois par période, comme c'est par exemple le cas sur les hélicoptères [Bramwell 1986].

Plusieurs raisons viennent étayer ces choix. En premier lieu, la fréquence de battement de l'ordre de 40 Hz est suffisamment rapide en regard de la dynamique propre de l'engin pour que les variables d'état (positions et vitesses) puissent être considérées comme quasiment constantes au sein d'une période. Ceci implique en particulier qu'on ne perdra pas d'information si l'on choisit de supposer que l'état reste constant sur une période, et évolue ainsi de manière discontinue :

$$\forall t \in [kT; (k+1)T[ \quad k \in \mathbb{N}^*, \quad X(t) = X(kT) \quad (4.43)$$

Par ailleurs, on peut d'ores et déjà imaginer qu'il sera très difficile de concevoir pour le microdrone réel des actionneurs capables d'être commandés librement et de générer à chaque instant  $t$  des angles  $\lambda$  et  $\nu$  quelconques. Cette dernière considération s'avère encore plus vraie dans l'hypothèse où les ailes seraient entraînées par des dispositifs résonnantes de type piézo-électrique, dont la fréquence et la forme temporelle des vibrations seraient imposées.

Il s'agit alors d'exprimer le modèle moyen des efforts  $\bar{R}$  en fonction des paramètres effectivement commandés à chaque période. On peut supposer en outre que les mouvements suivant les différents degrés de liberté disponibles en vol longitudinal sont découplés, ce qui permet d'étudier indépendamment la commande suivant l'axe vertical, l'axe horizontal et l'axe de tangage.

#### 4.2.2 Recherche d'un modèle vertical moyen

Pour permettre le calcul analytique des intégrales des efforts, on suppose ici que le battement est de forme triangulaire, défini de la façon suivante sur une période :

$$\lambda(t) = \begin{cases} \lambda_p t & 0 \leq t < t_{b1} \\ -\lambda_p(t - T/2) & t_{b1} \leq t < t_{b2} \\ \lambda_p(t - T) & t_{b2} \leq t < T \end{cases} \quad (4.44)$$

Ce battement est centré, par conséquent on a  $t_{b1} = T/4$  et  $t_{b2} = 3T/4$ .  $\lambda_p$  représente le coefficient directeur de la courbe sur un quart de période («pente» du triangle), et peut être relié immédiatement à la valeur maximale  $\lambda_m$  :

$$\lambda_p = \frac{4\lambda_m}{T} \quad (4.45)$$

La rotation sera quant à elle assimilée à un signal carré :

$$\nu(t) = \begin{cases} -\nu_m & 0 \leq t < t_{r1} \\ \nu_m & t_{r1} \leq t < t_{r2} \\ -\nu_m & t_{r2} \leq t < T \end{cases} \quad (4.46)$$

Ces signaux pourront être obtenus en choisissant des valeurs suffisamment élevées pour les paramètres de forme  $k_{\text{tri}}$  et  $k_{\text{car}}$  des fonctions triangulaire et carrée définies en (2.64) et

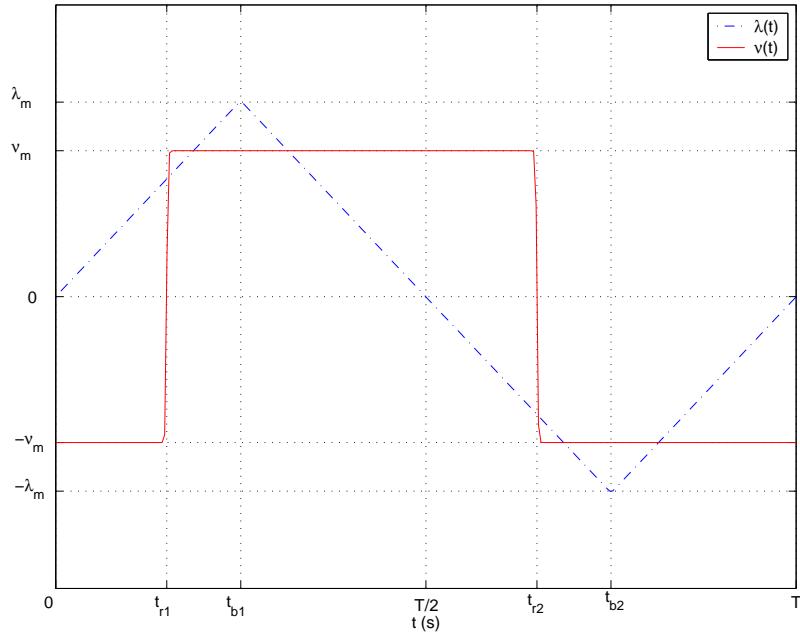


FIG. 4.1 – Allure des entrées  $\lambda$  et  $\nu$  pour la recherche du modèle moyen

(2.65) page 83 (en pratique on a choisi  $k_{\text{tri}} = k_{\text{car}} = 100$ ). Les instants de commutation  $t_{r1}$  et  $t_{r2}$  sont corrélés à  $t_{b1}$  et  $t_{b2}$  via le déphasage  $\Phi$  :

$$\frac{t_{b1} - t_{r1}}{T} = \frac{\Phi}{2\pi} \quad (4.47)$$

$$t_{r2} = t_{r1} + T/2 \quad (4.48)$$

Ces allures sont représentées sur la figure 4.1.

D'après (4.34), (4.29) et (4.35), le système continu décrivant la dynamique verticale du microdrone est le suivant :

$$\begin{aligned} \dot{z} &= w \\ \dot{w} &= \gamma_z(w, U, t) = \frac{\rho S}{m} V_a^2 (\zeta_{zs} + \zeta_{zi}) + g \end{aligned} \quad (4.49)$$

avec :

$$\zeta_{zs} = \cos \nu (k_{C_{t1}} \cos \alpha + k_{C_3} \cos 3\alpha) + \sin \nu (k_{C_{n1}} \sin \alpha + k_{C_3} \sin 3\alpha) \quad (4.50)$$

$$\zeta_{zi} = \sin \nu \left( 2\pi \dot{\nu} \frac{1}{V_a} c \hat{x}_r + \frac{\pi}{2} \ddot{\lambda} \frac{1}{V_a^2} c y_F \right) \quad (4.51)$$

L'équivalent moyenné de ce système est donc, en convenant de noter désormais  $X(kT) = X$  et  $X((k+1)T) = X^+$  :

$$\begin{aligned} z^+ &= z + Tw \\ w^+ &= w + T\bar{\gamma}_z \end{aligned} \quad (4.52)$$

où  $\bar{\gamma}_z = \int_T \frac{\rho S}{m} V_a^2 (\zeta_{zs} + \zeta_{zi}) dt + g$ , terme homogène à une accélération moyenne.

#### 4.2.2.1 Vitesse aérodynamique $V_a$

Sous l'hypothèse de découplage des mouvements, et puisque l'on s'intéresse dans un premier temps à la commande selon l'axe vertical seul, on peut supposer ici que  $u \equiv q \equiv 0$ . En reportant dans l'expression du vecteur vitesse aérodynamique (4.9), il vient :

$$\begin{aligned} V_{a_x} &= w \cos \nu + \dot{\lambda} \sin \nu y_F \\ V_{a_z} &= w \sin \nu - \dot{\lambda} \cos \nu y_F \end{aligned} \quad (4.53)$$

ce qui donne :

$$V_a = \sqrt{w^2 + \dot{\lambda}^2 y_F^2} \quad (4.54)$$

Or ici,  $\forall t \in [0; T]$ ,  $\dot{\lambda}(t) = \pm \lambda_p$  :

$$V_a = \sqrt{w^2 + \lambda_p^2 y_F^2} \quad (4.55)$$

De plus, on rappelle que  $w$  reste constant sur une période. Ceci implique notamment que  $V_a$  reste constant sur une période, on pourra donc par la suite l'extraire des intégrales pour le calcul des valeurs moyennes :

$$\bar{\gamma}_z = \frac{\rho S}{m} V_a^2 (\bar{\zeta}_{z_s} + \bar{\zeta}_{z_i}) + g \quad (4.56)$$

Il reste donc à évaluer les valeurs moyennes des termes  $\zeta_{z_s}$  et  $\zeta_{z_i}$ , respectivement proportionnels aux efforts aérodynamiques stationnaires et instationnaires.

#### 4.2.2.2 Composante liée à l'aérodynamique stationnaire $\bar{\zeta}_{z_s}$

On a, d'après (4.50) :

$$\zeta_{z_s} = k_{C_{t1}} \cos \nu \cos \alpha + k_{C_{n1}} \sin \nu \sin \alpha + k_{C_3} (\cos \nu \cos 3\alpha + \sin \nu \sin 3\alpha) \quad (4.57a)$$

$$= \frac{k_{C_{t1}} + k_{C_{n1}}}{2} \cos(\nu - \alpha) + \frac{k_{C_{t1}} - k_{C_{n1}}}{2} \cos(\nu + \alpha) + k_{C_3} \cos(\nu - 3\alpha) \quad (4.57b)$$

L'expression des coefficients  $k_{C_{t1}}$ ,  $k_{C_{n1}}$  et  $k_{C_3}$  est donnée en (4.14) p. 131. Après remplacement par les valeurs numériques correspondantes, on obtient  $k_{C_{t1}} = 0,27$   $k_{C_{n1}} = 3,57$   $k_{C_3} = 0,1$ . On peut alors faire l'hypothèse suivante :

**Hypothèse 1**  $k_{C_{t1}}, k_{C_3} \ll k_{C_{n1}}$

Ce qui conduit à :

$$\zeta_{z_s} = \frac{k_{C_{n1}}}{2} [\cos(\nu - \alpha) - \cos(\nu + \alpha)] \quad (4.58)$$

D'autre part, plusieurs simulations en boucle ouverte ont conduit à l'identification des modèles suivants pour les quantités  $\nu \pm \alpha$  (cf. fig 4.2(a) et 4.2(b)), ceci en fonction des instants  $t_{b1}$  (resp.  $t_{b2}$ ) correspondant au début du battement montant (resp. descendant), et  $t_{r1}$  (resp.  $t_{r2}$ ) correspondant à la supination (resp. pronation) de l'aile :

$$\text{Hypothèse 2} \quad \nu - \alpha = \begin{cases} -\pi/2 & 0 \leq t < t_{b1} \\ \pi/2 & t_{b1} \leq t < t_{b2} \\ -\pi/2 & t_{b2} \leq t < T \end{cases}$$

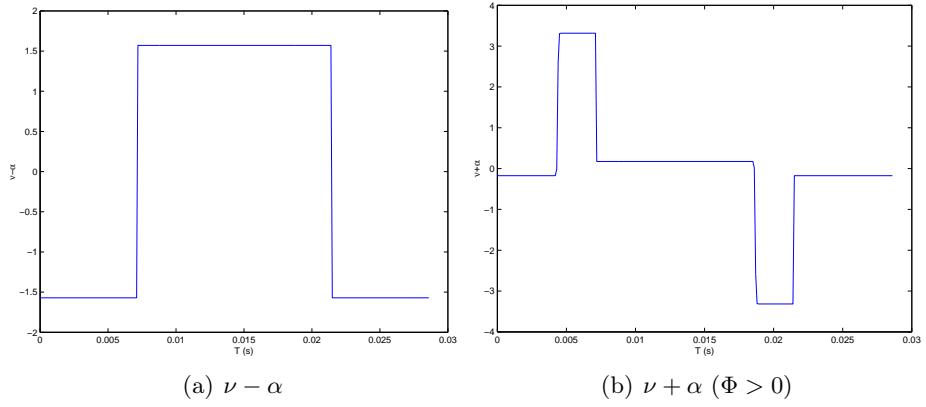


FIG. 4.2 – Allure de  $\nu - \alpha$  et  $\nu + \alpha$

**Hypothèse 3**

$$\nu + \alpha = \begin{cases} c_\nu \nu_m & t_{r1} < t < t_{b1} \\ -c_\nu \nu_m & t_{r2} < t < t_{b2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad \text{si } \Phi > 0$$

$$\nu + \alpha = \begin{cases} -c_\nu \nu_m & t_{b1} < t < t_{r1} \\ c_\nu \nu_m & t_{b2} < t < t_{r2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad \text{si } \Phi < 0$$

avec  $c_\nu = 3,80$

Ces modèles approchés pourront éventuellement être raffinés par la suite. Il vient alors, pour  $\Phi > 0$  :

$$\zeta_{zs} = \frac{k_{Cn1}}{2} \underbrace{[\cos(\nu - \alpha) - \cos(\nu + \alpha)]}_{0} \quad (4.59a)$$

$$= -\frac{kC_{n1}}{2} \frac{1}{T} \int_0^T \cos(\nu + \alpha) dt \quad (4.59b)$$

$$= -\frac{k_{C_{n1}}}{2T} [t_{r1} + \cos(c_\nu \nu_m)(t_{b1} - t_{r1}) + (t_{r2} - t_{b1}) \\ + \cos(-c_\nu \nu_m)(t_{b2} - t_{r2}) + (T - t_{b2})] \quad (4.59c)$$

Soit, d'après (4.47) et (4.48) :

$$\bar{\zeta}_{z_s} = -\frac{k_{C_{n1}}}{2T} \left[ 2 \cos(c_\nu \nu_m) \left( \frac{\Phi T}{2\pi} \right) - \left( \frac{\Phi T}{\pi} \right) + T \right] \quad (4.60a)$$

$$= -\frac{k_{Cn1}}{2} \left[ 1 + \frac{\Phi}{\pi} (\cos(c_\nu \nu_m) - 1) \right] \quad (4.60b)$$

Pour  $\Phi < 0$ , un calcul analogue donne :

$$\bar{\zeta}_{zs} = -\frac{k_{C_{n1}}}{2} \left[ 1 - \frac{\Phi}{\pi} (\cos(c_\nu \nu_m) - 1) \right] \quad (4.61)$$

#### 4.2.2.3 Composante liée à l'aérodynamique instationnaire $\bar{\zeta}_{z_i}$

D'après (4.51) et (4.56), on peut écrire :

$$\bar{\zeta}_{z_i} = 2\pi \frac{1}{V_a} c \hat{x}_r \frac{1}{T} \int_T \sin \nu \dot{\nu} dt + \frac{\pi}{2} \frac{1}{V_a^2} c y_F \frac{1}{T} \int_T \sin \nu \ddot{\lambda} dt \quad (4.62)$$

Or on a supposé dans (4.44) que  $\lambda$  est de forme triangulaire. On peut donc dans une première approche assimiler sa dérivée seconde à une combinaison d'impulsions de Dirac :

$$\ddot{\lambda}(t) = -\delta_{t_{b1}}(t) + \delta_{t_{b2}}(t) \quad (4.63)$$

Ce qui donne alors :

$$\bar{\zeta}_{z_i} = 2\pi \frac{1}{V_a} c \hat{x}_r \frac{1}{T} \underbrace{[-\cos \nu]_t^{t+T}}_0 + \frac{\pi}{2} \frac{1}{V_a^2} c y_F \frac{1}{T} (-\sin \nu(t_{b1}) + \sin \nu(t_{b2})) \quad (4.64)$$

Or, toujours d'après la définition de  $\lambda$  et  $\nu$  (cf. fig. 4.1), on voit que :

$$\nu(t_{b1}) = \text{sign}(\Phi) \nu_m \quad (4.65)$$

$$\nu(t_{b2}) = -\nu(t_{b1}) \quad (4.66)$$

dont on déduit :

$$\bar{\zeta}_{z_i} = -\text{sign}(\Phi) \frac{\pi c y_F}{T V_a^2} \sin \nu_m \quad (4.67)$$

Finalement, en combinant (4.52), (4.56), (4.55), (4.60), (4.61) et (4.67), on obtient l'expression du modèle vertical moyen :

$$z^+ = z + T w \quad (4.68)$$

$$w^+ = w - T \left[ \frac{\rho S k_{C_{n1}}}{2m} \left( w^2 + \frac{16 \lambda_m^2 y_F^2}{T^2} \right) \left( 1 + \frac{|\Phi|}{\pi} (\cos(c_\nu \nu_m) - 1) \right) + \frac{\pi \rho S c y_F}{T m} \text{sign}(\Phi) \sin \nu_m - g \right] \quad (4.69)$$

soit, écrit autrement :

$z^+ = z + a_{z1} w$	(4.70)
$w^+ = w + f_z(w, U)$	(4.71)

avec :

$$\begin{aligned} f_z(w, U) &= a_{z2}(w^2 + U_1)[1 + |U_3|(\cos(c_\nu U_2) - 1)] + a_{z3}\text{sign}(U_3)\sin(U_2) + a_{z4} \\ U_1 &= 16 \lambda_m^2 y_F^2 / T^2 \\ U_2 &= \nu_m \\ U_3 &= \Phi / \pi \\ a_{z1} &= T \\ a_{z2} &= -\frac{\rho S k_{C_{n1}} T}{2m} \\ a_{z3} &= -\frac{\pi \rho S c y_F}{m} \\ a_{z4} &= T g \end{aligned}$$

Remarquons que les composantes  $U_2$ ,  $U_3$  du vecteur commande sont proportionnelles respectivement à  $\nu_m$  et  $\Phi$ , alors que  $U_1$  est proportionnel à  $\lambda_m^2$ . Toutefois,  $\lambda_m$  est strictement positif, donc la relation entre  $U_1$  et ce dernier est bien biunivoque.

### 4.2.3 Calcul de la commande par backstepping

La structure du système ainsi dégagée suggère l'utilisation de techniques inspirées du *backstepping* pour calculer la commande de manière récursive [Krstić *et al.* 1995a]. L'idée développée est la suivante : on souhaite atteindre l'altitude de référence (ou consigne)  $z_c$ . On considère alors pour cela  $w$  comme une commande virtuelle dans (4.70), et on calcule la valeur  $w_c$  de celle-ci telle que  $z \rightarrow z_c$ . Puis on cherche  $u$  tel que  $w \rightarrow w_c$  à travers (4.71). La définition de commandes virtuelles intermédiaires pour la stabilisation des états de manière récursive garantit donc par propagation la convergence du premier état vers la valeur désirée. Des méthodes analogues ont été employées avec succès pour le contrôle de systèmes mécaniques non-linéaires, comme des turbomachines par exemple [Krstić *et al.* 1995b, Benaskeur *et al.* 2000].

La recherche des commandes successives assurant la convergence des états vers les états de référence peut se faire par le biais de fonctions de Lyapunov. Considérons dans le cas général l'erreur  $\tilde{X}$  définie par :

$$\tilde{X} = X - X_c \quad (4.72)$$

et la fonction de Lyapunov

$$V(\tilde{X}) = {}^t \tilde{X} P \tilde{X} \quad (4.73)$$

avec  $P$  matrice strictement définie positive. Alors  $V$  est également strictement définie positive par construction, et la condition suivante en temps discret :

$$V^+ - V < 0 \quad (4.74)$$

est une condition suffisante pour que  $\tilde{X}$  tende en norme vers 0, et par conséquent pour que  $X$  tende vers  $X_r$  [Vidal 1969, Dahleh *et al.* 2003].

Nous avons alors appliqué cette méthode au cas du mouvement vertical du microdrone : soit  $z_c$  la consigne en altitude à atteindre. On définit alors  $\tilde{z} = z - z_c$ , et la fonction de Lyapunov associée  $V_1 = {}^t \tilde{z} P_1 \tilde{z}$ . On est ici en dimension 1, donc  $P_1$  se ramène à un scalaire strictement positif, et pourra donc être omis par la suite, et on peut alors poser  $V_1 = \tilde{z}^2$ . On a alors :

$$\Delta V_1 = V_1^+ - V_1 = (z^+ - z_c)^2 - (z - z_c)^2 \quad (4.75a)$$

$$= (z^+ - z)(z^+ + z - 2z_c) \quad (4.75b)$$

$$= a_{z1}w[a_{z1}w + 2(z - z_c)] \quad (4.75c)$$

$\Delta V_1$  est donc un polynôme de degré 2 en  $w$ , dont les racines sont 0 et  $-\frac{2(z-z_c)}{a_{z1}}$ . De plus  $a_{z1} = T > 0$ , d'où l'allure de  $\Delta V_1(w)$ , représentée sur la figure 4.3.

On voit donc que pour  $w$  strictement compris entre 0 et  $-\frac{2(z-z_c)}{a_{z1}}$ ,  $\Delta V_1$  est strictement négatif. On pourra donc poser

$$w_c = -\frac{2\alpha_z(z - z_c)}{a_{z1}} \quad (4.76)$$

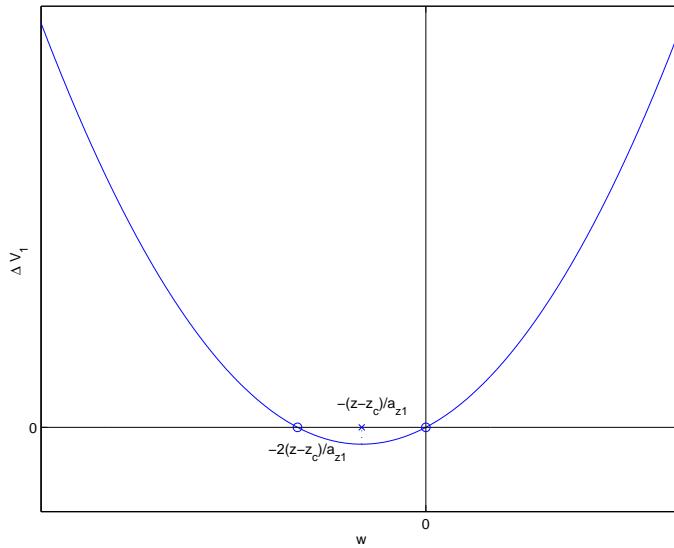
avec  $\alpha_z \in ]0; 1[$ .

On procède de même dans la deuxième étape : soit  $\tilde{w} = w - w_c$  et  $V_2 = \tilde{w}^2$ , alors :

$$\Delta V_2 = V_2^+ - V_2 = (w^+ - w_c)^2 - (w - w_c)^2 \quad (4.77a)$$

$$= (w^+ - w)(w^+ + w - 2w_c) \quad (4.77b)$$

$$= f_z[f_z + 2(w - w_c)] \quad (4.77c)$$

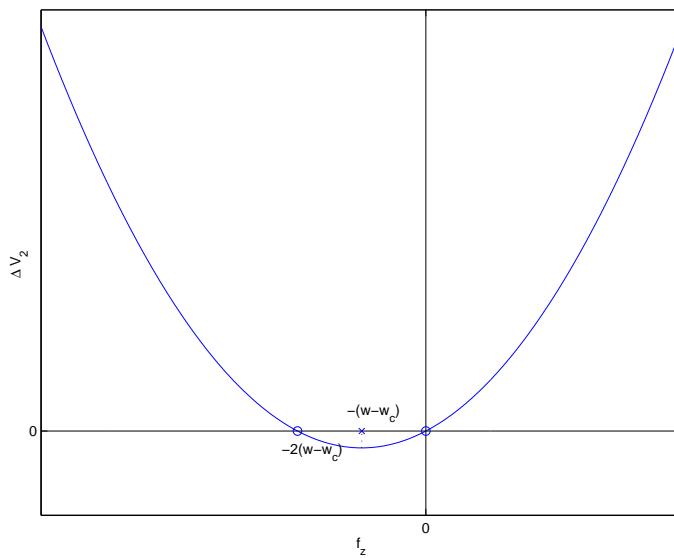

 FIG. 4.3 – Allure de  $\Delta V_1(w)$ 

L'allure de  $\Delta V_2(f_z)$  est représentée sur la fig. 4.4, on voit de même que  $f_z$  compris entre 0 et  $-2(w - w_c)$  garantit  $\Delta V_2 < 0$ . On pourra ainsi chercher pour obtenir la commande  $U$  à résoudre l'équation :

$$f_z(w, U) = -2\beta_z(w - w_c) \quad (4.78)$$

avec  $\beta_z \in ]0; 1[$ . Sur le plan numérique, on pourra faciliter cette résolution en formulant ce problème sous forme d'optimisation quadratique, c'est-à-dire que l'on cherchera le vecteur de commande  $U = {}^t(U_1 \ U_2 \ U_3)$  qui minimise le critère :

$$C = [f_z(w, U) + 2\beta_z(w - w_c)]^2. \quad (4.79)$$


 FIG. 4.4 – Allure de  $\Delta V_2(f_z)$

#### 4.2.4 Résultats

##### 4.2.4.1 Commande du modèle moyen

Cette commande a été testée sur le modèle moyen (4.70,4.71) pour différentes valeurs du couple  $(\alpha_z, \beta_z)$ , en demandant à l'engin de rejoindre une altitude de consigne  $z_c$  depuis une altitude initiale  $z_0$  nulle (ce qui correspond à une consigne en échelon). En ce qui concerne la résolution numérique, l'optimisation (4.79) est effectuée à chaque période à l'aide d'une méthode numérique standard d'optimisation non-linéaire sous contraintes basée sur la programmation quadratique itérative (cf. § 3.2.1.1). La fréquence de battement est fixée à  $f = 40$  Hz, et les bornes suivantes ont été choisies pour la commande dans un premier temps (valeurs en degrés) :

$$\begin{aligned}\lambda_m &\in [40; 80] \\ \nu_m &\in [40; 80] \\ \Phi &\in [0; 30]\end{aligned}\quad (4.80)$$

La portance moyenne calculée à l'aide du modèle moyen pour une valeur standard de la commande  $(\lambda_m \nu_m \Phi) = (60 50 10)$  est de 0,1619 N. En rapportant cet effort à l'accélération de la pesanteur, on obtient la masse soulevée en vol stationnaire équilibré pour ce point de fonctionnement, ce qui donne ici 16,5 g. On peut toutefois prendre une légère marge vis-à-vis de cette valeur théorique afin de s'assurer que le microdrone ne sera pas globalement trop lourd sur l'ensemble du domaine de commande, et on choisira par conséquent de réajuster la masse de l'engin à 15 g pour la suite des essais.

L'influence des paramètres  $\alpha_z$  et  $\beta_z$  peut s'analyser de manière théorique dans un premier temps, si l'on suppose que la résolution de (4.78) est faite de manière exacte, et que l'on reporte cette expression dans le modèle continu. En se ramenant par translation du repère terrestre à une altitude de consigne égale à 0, on obtient l'expression suivante de la dynamique verticale en boucle fermée :

$$\dot{z} = w \quad (4.81)$$

$$\dot{w} = -2 \frac{\beta_z}{a_{z1}} \left( w + 2 \frac{\alpha_z}{a_{z1}} z \right) \quad (4.82)$$

En posant  $\tilde{\alpha}_z = \alpha_z/a_{z1}$ ,  $\tilde{\beta}_z = \beta_z/a_{z1}$  et en définissant le vecteur d'état  $X_z = {}^t(z \ w)$ , on a alors les équations d'état suivantes :

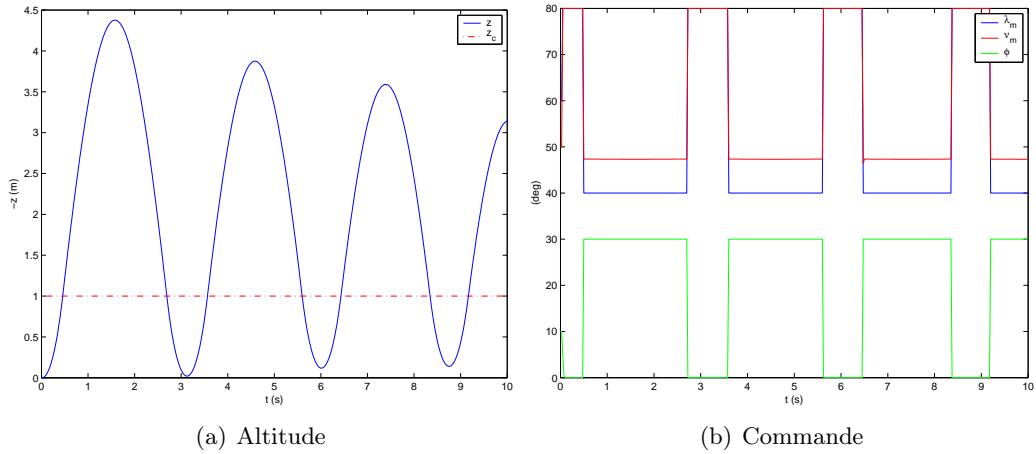
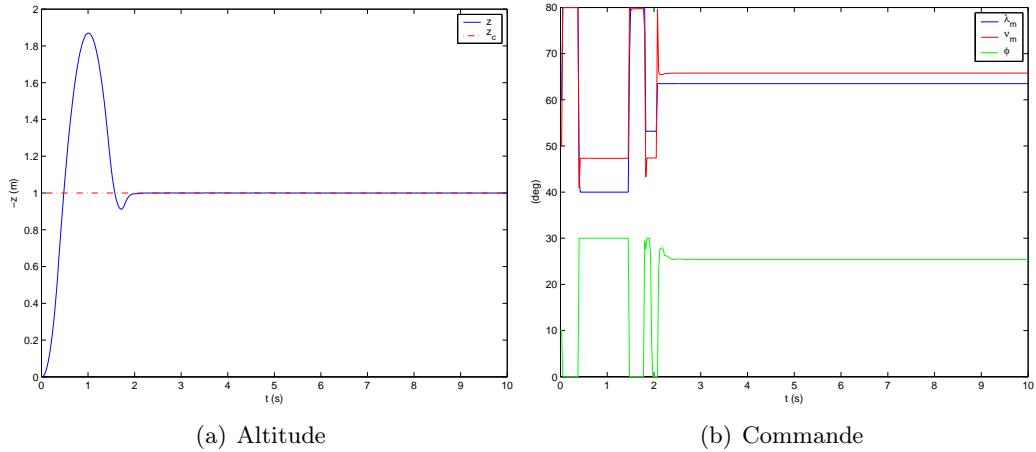
$$\dot{X}_z = \begin{pmatrix} \dot{z} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4\tilde{\alpha}_z\tilde{\beta}_z & -2\tilde{\beta}_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ w \end{pmatrix} \quad (4.83)$$

On a ainsi réalisé une pseudo-linéarisation par bouclage, et les valeurs propres en boucle fermée sont  $-\tilde{\beta}_z \pm \sqrt{\tilde{\beta}_z^2 - 4\tilde{\alpha}_z\tilde{\beta}_z}$ . En notant en premier lieu que  $\tilde{\beta}_z > 0$  et que  $\tilde{\beta}_z^2 - 4\tilde{\alpha}_z\tilde{\beta}_z < \tilde{\beta}_z^2$ , on constate que ces valeurs propres ont une partie réelle strictement négative, ce qui confirme la stabilité inconditionnelle théorique du système ainsi bouclé. D'autre part, si  $\tilde{\alpha}_z < \tilde{\beta}_z/4$ , ces valeurs propres sont réelles (amortissement réduit égal à 1), et si  $\tilde{\alpha}_z > \tilde{\beta}_z/4$ , ce système admet une dynamique de type second ordre résonnant, de pulsation propre :

$$\omega_n = \sqrt{\tilde{\beta}_z^2 + 4\tilde{\alpha}_z\tilde{\beta}_z - \tilde{\beta}_z^2} = 2\sqrt{\tilde{\alpha}_z\tilde{\beta}_z} \quad (4.84)$$

et d'amortissement réduit :

$$\delta = \frac{\tilde{\beta}_z}{\omega_n} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tilde{\beta}_z}{\tilde{\alpha}_z}} \quad (4.85)$$

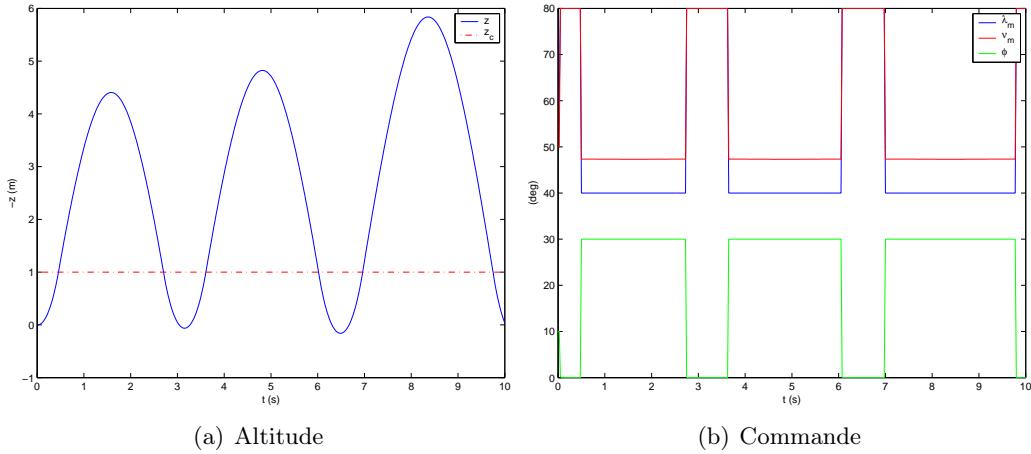

 FIG. 4.5 – Modèle moyen –  $\alpha_z = \beta_z = 0,5$ 

 FIG. 4.6 – Modèle moyen –  $\alpha_z = 0,1 - \beta_z = 0,5$ 

Il apparaît alors que l'amortissement est d'autant plus faible (et donc le risque d'instabilité plus élevé) que le rapport  $\tilde{\beta}_z/\tilde{\alpha}_z$  est réduit. Cette tendance se confirme en partie sur les résultats observés : pour  $\alpha_z = \beta_z = 0,5$  la réponse converge, mais en oscillant fortement autour de la valeur de consigne (fig. 4.5). Si l'on diminue  $\alpha_z$ , alors l'amortissement augmente et les oscillations disparaissent (malgré la présence d'un dépassement initial) : l'altitude converge alors rapidement et exactement vers la valeur de consigne (fig. 4.6). *A contrario*, en augmentant  $\alpha_z$ , l'amortissement diminue et le système tend vers l'instabilité (fig. 4.7).

Les différences que l'on pourra observer entre ces considérations théoriques et les résultats obtenus seront vraisemblablement imputables au fait que la résolution de (4.78) ne se fait pas de manière exacte, ce que l'on traduirait en rajoutant un terme d'incertitude dans (4.82) :

$$\dot{z} = w \quad (4.86)$$

$$\dot{w} = -2\frac{\beta_z}{a_{z1}} \left( w + 2\frac{\alpha_z}{a_{z1}} z \right) + \Delta w \quad (4.87)$$


 FIG. 4.7 – Modèle moyen –  $\alpha_z = 0,9 - \beta_z = 0,5$ 

Notons enfin que l'on a fait figurer dans chacun des cas la commande correspondante. Il est important de rappeler que les signaux ainsi représentés ne correspondent pas aux valeurs des angles  $\lambda$  et  $\nu$  en fonction du temps, mais bien aux paramètres effectifs choisis pour commander le système, c'est-à-dire les amplitudes  $\lambda_m$ ,  $\nu_m$  du battement et de la rotation ainsi que le déphasage relatif  $\Phi$  entre ceux-ci, définis sur une période par :

$$\begin{aligned}\lambda(t) &= \lambda_m(i) \int_0^t \tanh(k_{\text{tri}} \cos \omega u) du \\ \nu(t) &= \nu_m(i) \tanh[k_{\text{car}} \cos(\omega t + \Phi(i))]\end{aligned} \quad \forall t \in [iT; (i+1)T] \quad (4.88)$$

On a par ailleurs représenté la réponse dans le cas d'un échelon négatif, pour  $\alpha_z = 0,1$  et  $\beta_z = 0,5$  (fig. 4.8). La dynamique est identique à celle observée pour un échelon positif, à savoir un dépassement initial puis une convergence rapide. Le caractère non-linéaire du modèle ressurgit toutefois pour des consignes supérieures à 1,8 m en valeur absolue, auquel cas la réponse diverge très rapidement quel que soit le choix de  $\alpha_z$  et  $\beta_z$ . Pour contourner cette limitation, on peut songer à introduire une consigne en rampe : on constate alors sur la figure 4.9 que le modèle suit bien une consigne linéaire de pente  $\pm 0,5 \text{ m.s}^{-1}$ , avec une très légère erreur de traînage (de l'ordre de  $6 \cdot 10^{-2}$  m). Il devient dès lors possible d'imposer n'importe quelle altitude à atteindre au système, pourvu que la pente à suivre ne soit pas trop importante.

Enfin on a testé les performances en réjection de perturbation, en rajoutant une constante  $\delta p$  à  $w^+$  à l'instant  $t = 5$  s (équivalent à une impulsion d'accélération). On constate sur les figures 4.10 ( $\delta p = 1 \text{ m.s}^{-2}$ ) et 4.11 ( $\delta p = 5 \text{ m.s}^{-2}$ ) que de telles perturbations sont bien rejetées.

#### 4.2.4.2 Commande du modèle continu

Après avoir vérifié la validité de la commande obtenue sur le modèle moyen, on peut alors la mettre en œuvre sur le modèle continu complet OSCAB. Le principe est de réaliser une boucle fermée dans laquelle l'évolution de l'état au sein d'une période est calculée à l'aide du modèle continu, et la commande est calculée au début de chaque période grâce au modèle moyen. Le schéma montrant cette boucle de commande hybride est représenté sur la figure 4.12 page 147.

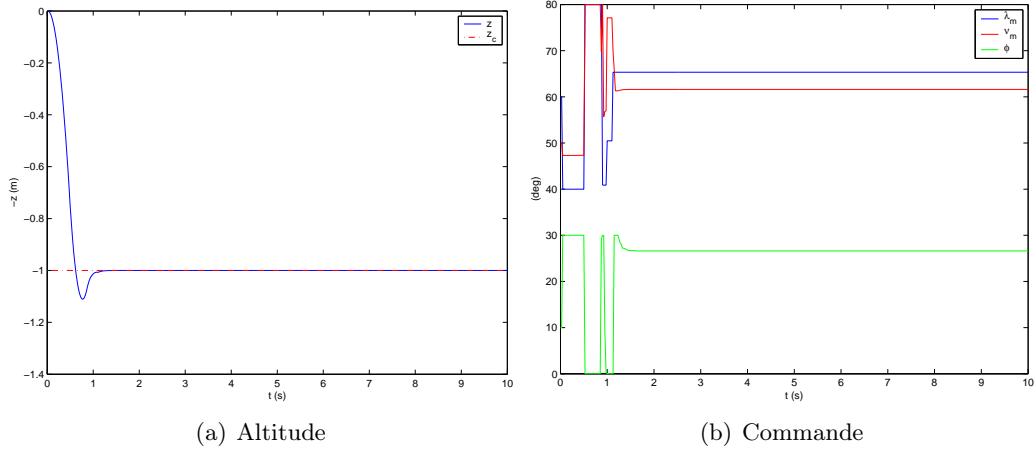


FIG. 4.8 – Modèle moyen –  $\alpha_z = 0,1$  –  $\beta_z = 0,5$  – échelon de consigne négatif

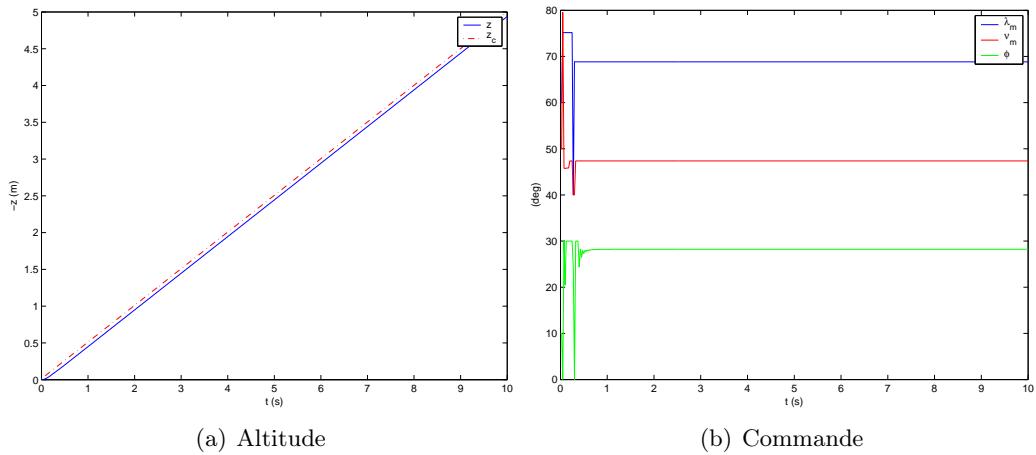


FIG. 4.9 – Modèle moyen –  $\alpha_z = 0,1$  –  $\beta_z = 0,9$  – consigne en rampe croissante

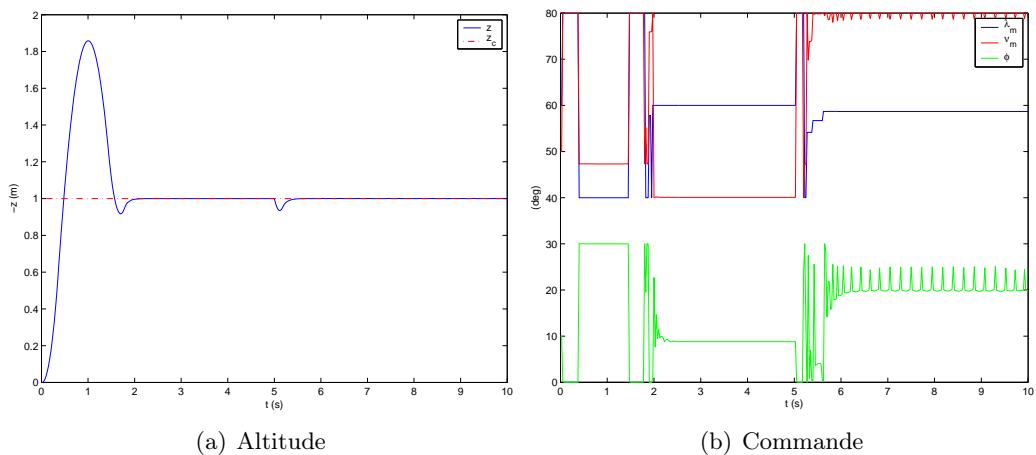


FIG. 4.10 – Modèle moyen –  $\alpha_z = 0,1$ ,  $\beta_z = 0,9$  – perturbation  $\delta p = 1 \text{ m.s}^{-2}$  à  $t = 5 \text{ s}$

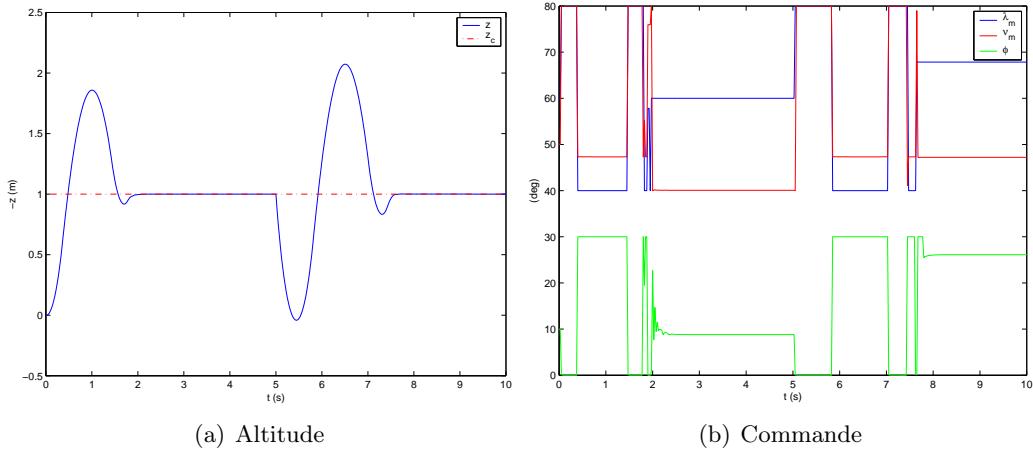


FIG. 4.11 – Modèle moyen –  $\alpha_z = 0,1$ ,  $\beta_z = 0,9$  – perturbation  $\delta = 5 \text{ m.s}^{-2}$  à  $t = 5 \text{ s}$

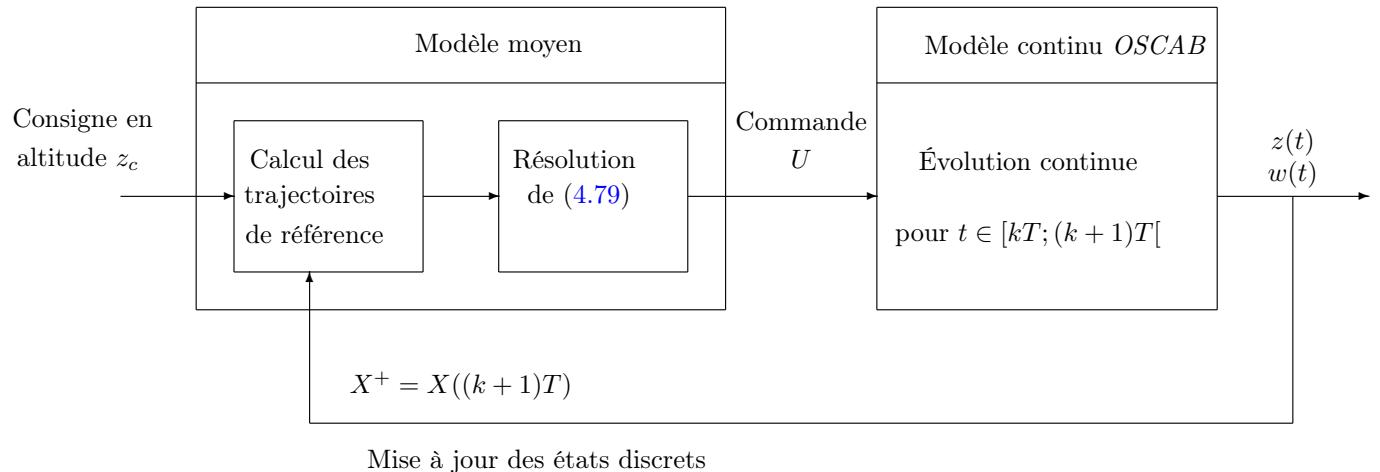


FIG. 4.12 – Boucle de commande du modèle continu à l'aide du modèle discret

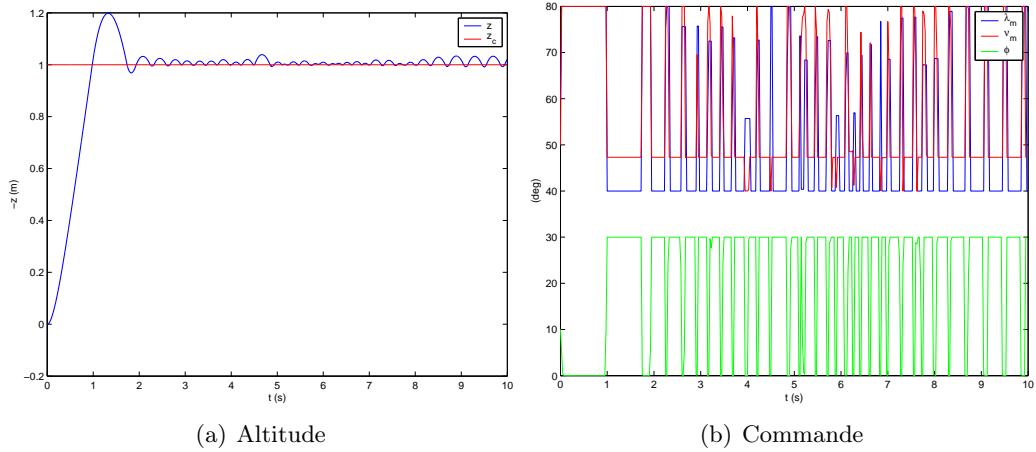


FIG. 4.13 – Modèle hybride (modèle continu commandé par le modèle discret),  $\alpha_z = \beta_z = 0,5$

Le modèle moyen a été formulé en supposant des déplacements verticaux uniquement, on choisira donc de restreindre également l'évolution du modèle continu à des mouvements selon l'axe vertical  $\vec{z}_n$ . On choisit naturellement des configurations strictement identiques pour les deux modèles en termes de masse et d'envergure. L'une des principales différences entre les deux modèles réside toutefois dans le nombre de tranches par aile : on a vu en effet que chaque aile du modèle complet pouvait être découpée en un nombre arbitraire d'éléments en vertu de la modélisation aérodynamique bidimensionnelle par tranches adoptée. Or le modèle moyen ne compte qu'une seule tranche par aile : la méthode de commande devra donc s'avérer suffisamment robuste pour prendre en compte ces écarts entre les deux modèles.

On présente ci-après la réponse du modèle hybride (modèle continu commandé par le modèle moyen) à des échelons de commande unitaires, et ce pour différentes valeurs des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  (figures 4.13 à 4.15). Le système converge assez rapidement (temps de réponse de 1 à 2 s) pour tous les jeux de paramètres étudiés, alors que dans le cas de la commande du modèle discret seul,  $\alpha_z = 0,5$  conduisait à la limite de la stabilité (réponse oscillante non amortie) et  $\alpha_z = 0,9$  à une divergence du système. On observe toutefois des oscillations de faible amplitude (de l'ordre de 1 à 2%) autour de la valeur de consigne en régime permanent, ainsi qu'un broutement (*chattering*) sensible de la commande (on rappelle ici encore que la commande ainsi visualisée ne correspond pas aux mouvements effectivement accomplis par les actionneurs angulaires des ailes). Ces oscillations possèdent une fréquence plus faible que les mouvements de battement, et traduisent donc la dynamique propre du système. Le broutement pourrait être dû quant à lui à la nécessité pour la loi de commande de compenser à chaque instant l'accélération de la pesanteur exercée sur l'engin, en sus de la stabilisation autour de la consigne désirée, d'où ces sollicitations rapides. Par ailleurs, il avait été montré plus haut que le modèle moyen divergeait rapidement en présence d'une consigne en échelon trop importante. Ce n'est plus le cas pour le modèle hybride : sur les figures 4.16(a) et 4.16(b) on constate que la réponse à un échelon d'amplitude  $\pm 5$  m est stable, bien que naturellement plus lente que dans le cas d'un échelon unitaire.

Les valeurs idéales en termes de performances de la réponse (rapidité, dépassement et

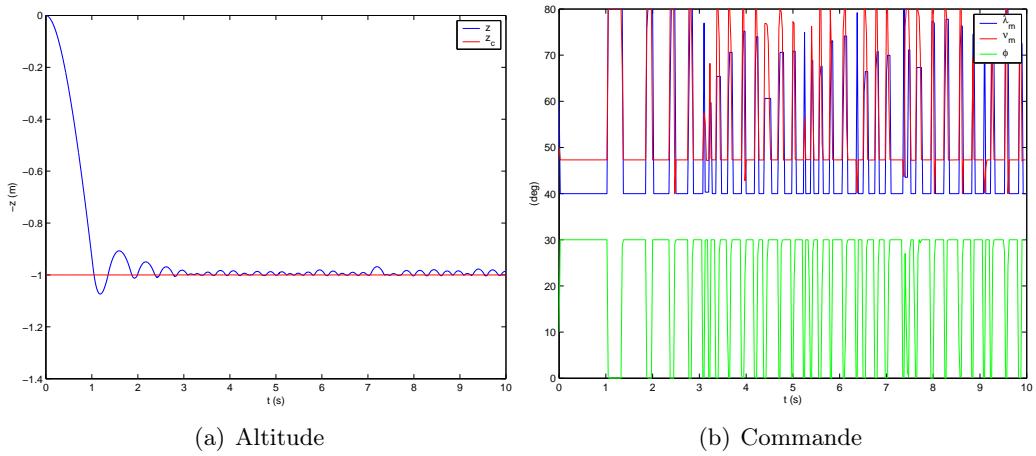


FIG. 4.14 – Modèle hybride –  $\alpha_z = \beta_z = 0,5$  – échelon de commande négatif

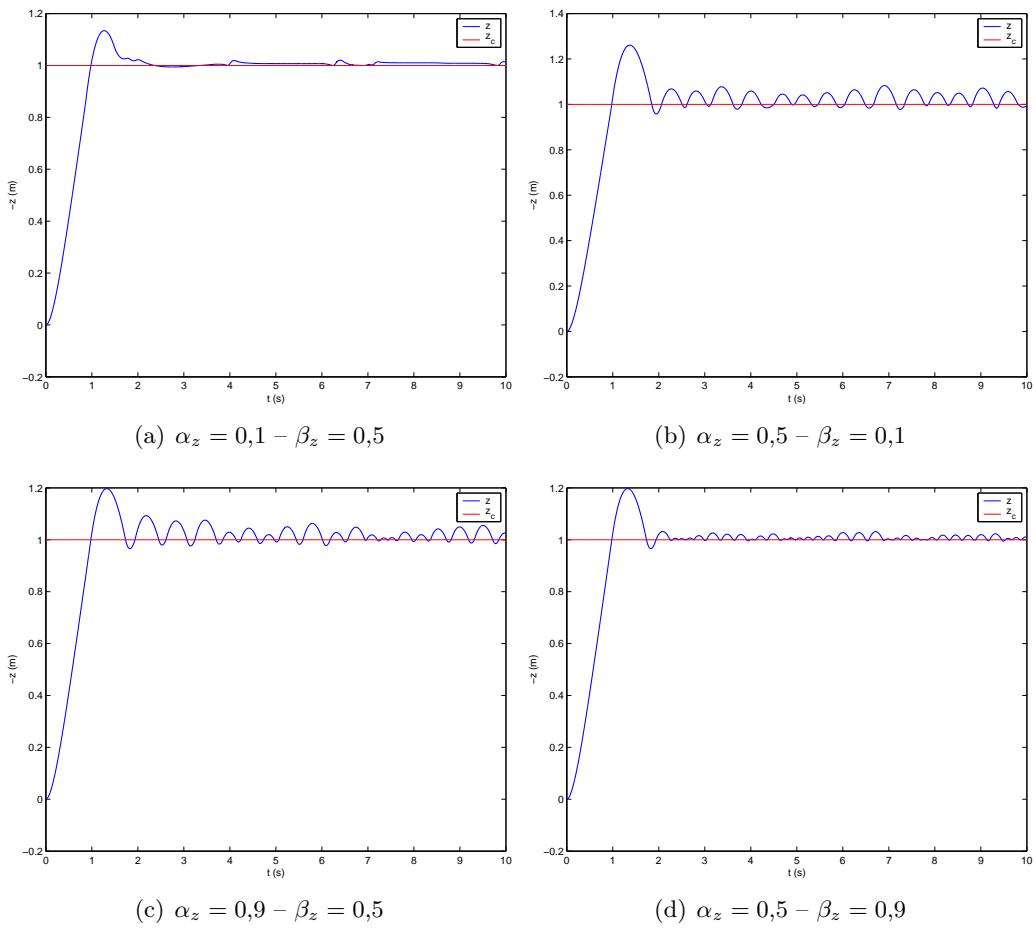
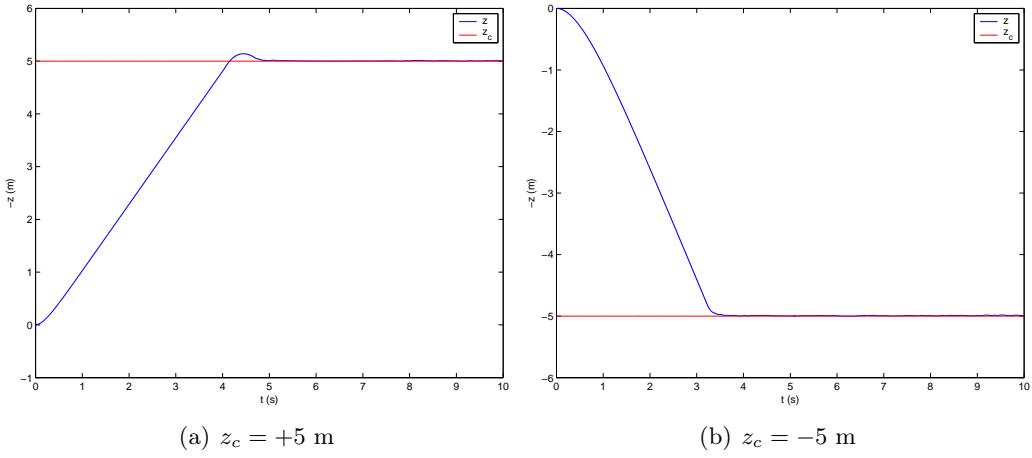
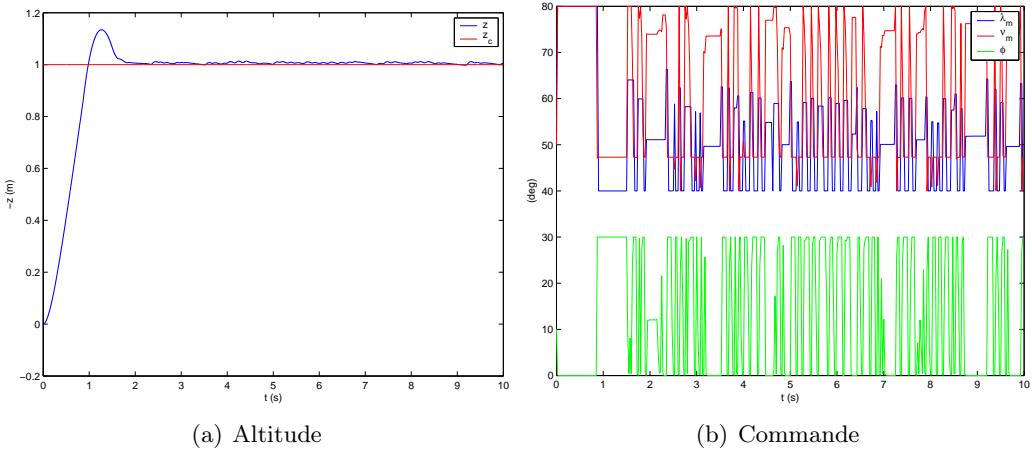


FIG. 4.15 – Modèle hybride – Réponse indicielle pour différentes valeurs de  $(\alpha_z, \beta_z)$


 FIG. 4.16 – Modèle hybride – Réponse à une consigne en échelon d'amplitude  $\pm 5 \text{ m}$ 

 FIG. 4.17 – Modèle hybride –  $\alpha_z = 0,1$  –  $\beta_z = 0,9$ 

précision) semblent être  $\alpha_z = 0,1$  et  $\beta_z = 0,9$  (fig. 4.17). Mais on remarque de manière générale que le fait d'accroître la précision augmente également le *chattering* de la commande, et donc l'énergie consommée par les actionneurs. On peut d'ores et déjà songer à la définition d'un compromis entre les performances et les variations de la commande, à la manière des techniques de commande optimale que l'on rencontre dans le domaine linéaire. Enfin, le comportement vis-à-vis d'une consigne en rampe et de perturbations a été testé (cf. respectivement fig. 4.18(a) et 4.18(b)). Les allures sont globalement similaires à ce qui avait été obtenu dans le cas du modèle moyen, à savoir que le système suit une consigne en rampe (avec une erreur de traînage plus faible que précédemment) et rejette de manière très efficace les perturbations.

La méthode de commande que nous avons développée ici, alliant utilisation d'un modèle moyen et stabilisation par backstepping, a donc permis de commander le microdrone selon l'axe vertical (en incluant de fait le cas du vol stationnaire). La commande ainsi calculée s'est avérée robuste, fournissant de bonnes performances non seulement pour le contrôle du modèle moyen de synthèse, mais également pour celui du modèle continu non simplifié

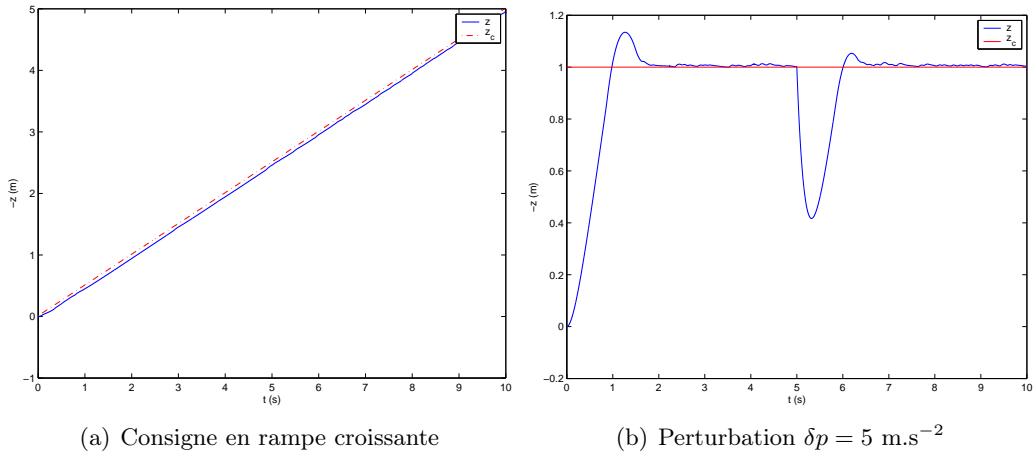


FIG. 4.18 – Modèle hybride – Réponse à une consigne en rampe et à des perturbations

*OS CAB*, malgré les écarts entre les deux modèles dus aux simplifications lors de l'écriture du modèle moyen. L'efficacité prouvée de cette méthode nous permet donc d'envisager d'étendre celle-ci aux déplacements suivant les autres axes du vol longitudinal, à savoir le mouvement en tangage et le vol d'avancement horizontal.

## 4.3 Commande en tangage

### 4.3.1 Modélisation de la dynamique en tangage

La même démarche a été appliquée pour la commande autour de l'axe de tangage. On reste dans le cadre du vol longitudinal, qui consiste à supposer que les mouvements de l'engin sont entièrement contenus dans un plan vertical fixe. Cette hypothèse impose en particulier la relation suivante entre l'angle d'assiette  $\theta$  et la vitesse de tangage  $q$  :

$$\dot{\theta} = q \quad (4.89)$$

En faisant les hypothèses supplémentaires de considérer d'une part que les axes du repère  $\mathcal{R}_b$  lié au corps sont également des axes principaux d'inertie — ce qui revient à dire que le tenseur d'inertie en  $G$   $\mathbf{I}_G$  est diagonal — et d'autre part que le microdrone est centré, c'est-à-dire que  $O \equiv G$ , on a pu exprimer à l'aide du théorème du moment cinétique la relation entre le moment résultant des efforts appliqués  $\vec{\mathcal{M}}$  et les vitesses de rotation :

$$\vec{\mathcal{M}} = \mathbf{I}_G \cdot \begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \wedge \mathbf{I}_G \cdot \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (4.90)$$

Dans le cas du vol longitudinal, cette relation se réduit à sa projection suivant l'axe de tangage  $\vec{y}_b = \vec{y}_n$  :

$$\mathcal{M}_y = I_y \dot{q} \quad (4.91)$$

En supposant comme précédemment que les mouvements selon les différents axes sont découpés, et si l'on ne fait plus l'hypothèse de négliger  $\theta$ , la dynamique en tangage est

donc donnée par :

$$\dot{\theta} = q \quad (4.92)$$

$$\dot{q} = \frac{\mathcal{M}_y}{I_y} \quad (4.93)$$

et le modèle moyen correspondant est :

$$\theta^+ = \theta + a_{\theta 1} q \quad (4.94)$$

$$q^+ = q + f_\theta \quad (4.95)$$

avec  $a_{\theta 1} = T$  et  $f_\theta = \frac{T}{I_y} \bar{\mathcal{M}}_y$ .

### 4.3.2 Recherche du modèle de synthèse

#### 4.3.2.1 Choix des variables de commande

L'étape suivante consiste à obtenir une expression analytique de  $f_\theta$  en fonction des différentes variables choisies pour commander le système. Il s'agit ici de générer un moment moyen de tangage non nul, positif (moment à cabrer) ou négatif (moment à piquer). Il est aisément de voir qu'un battement dont les mouvements vers l'avant (*downstroke*) et vers l'arrière (*upstroke*) sont symétriques produira un moment moyen nul : en effet, même en introduisant un déphasage entre la rotation de l'aile et le battement, le moment généré par le battement avant sera exactement compensé par celui du battement arrière, d'où une contribution nulle en moyenne. Le seul moyen de générer un moment à partir des efforts aérodynamiques consiste à dissymétriser le mouvement, par exemple en imposant une rotation de l'aile en avance sur le battement durant l'avancée de l'aile et en retard durant le recul, ce qui devrait générer un moment moyen à cabrer.

Il s'agit donc de faire apparaître ce nouveau paramètre dans la modélisation des entrées. Une méthode simple consiste à considérer une rotation de l'aile de forme carrée définie par :

$$\nu(t) = \begin{cases} -\nu_m & t \in [0; t_r[ \\ +\nu_m & t \in [t_r; T - t_r[ \\ -\nu_m & t \in [T - t_r; T[ \end{cases} \quad (4.96)$$

et de définir ensuite le paramètre relatif  $\tau_c = 2t_r/T$  compris entre 0 et 1 (que l'on appellera rapport cyclique) en tant que variable à commander. On a représenté sur la figure 4.19 l'allure de  $\nu$  pour différentes valeurs de  $\tau_c$ .

La détermination de  $f_\theta$  passe par la recherche d'une expression analytique du moment de tangage moyen  $\bar{\mathcal{M}}_y$  à partir des équations complètes du modèle, ce qui s'avère plus délicat qu'auparavant. En effet, il serait nécessaire de multiplier au sein des intégrales les efforts par des termes en  $\sin \lambda$  et  $\cos \lambda$ , correspondant aux bras de levier entre l'axe des forces aérodynamiques et le centre du repère  $\mathcal{R}_b$ , ce qui engendrerait des simplifications et approximations supplémentaires. On a donc choisi ici de fixer les valeurs des amplitudes  $\lambda_m$ ,  $\nu_m$  ainsi que du déphasage  $\Phi$  à des valeurs constantes, et de considérer que le mouvement en tangage sera obtenu en contrôlant  $\tau_c$  uniquement. Cette hypothèse se justifie dans la mesure où, comme on l'a vu, la génération d'un moment moyen non nul implique nécessairement de faire varier ce paramètre. On se ramène alors à un problème d'identification d'une fonction de deux variables  $\bar{\mathcal{M}}_y(\tau_c, q)$ , étant donné que la vitesse de tangage intervient *a priori* dans l'expression des grandeurs aérodynamiques (cf. éq. (2.27) p. 71).

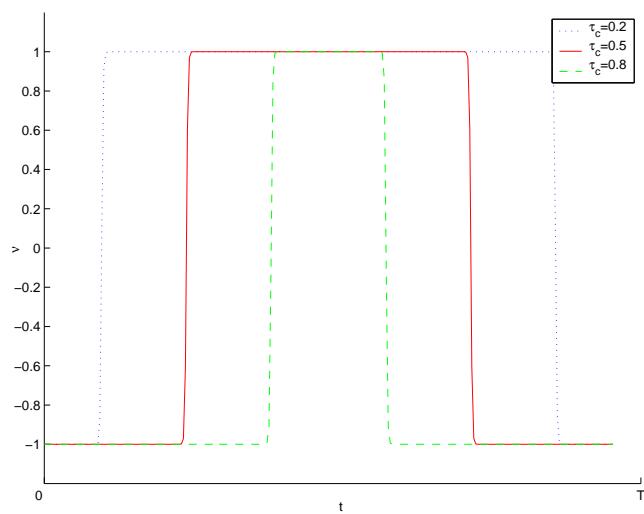
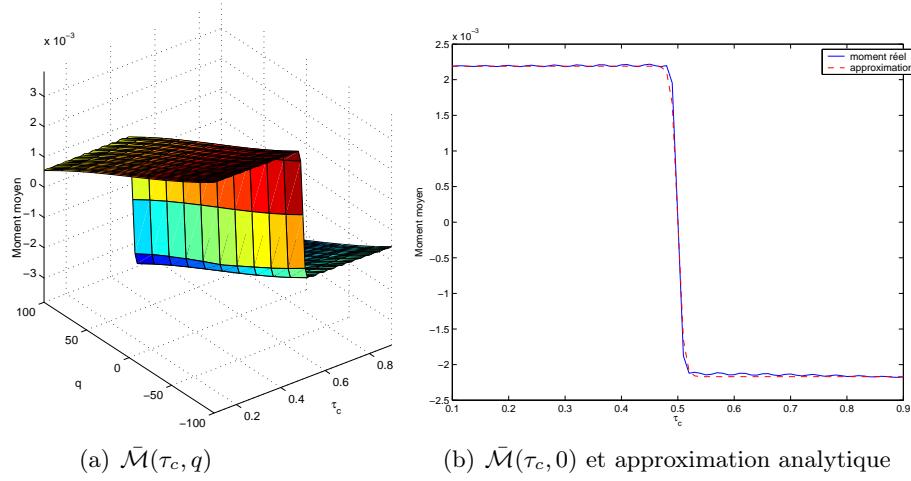


FIG. 4.19 – Allure de  $\nu(t)$  pour différentes valeurs de  $\tau_c$


 FIG. 4.20 – Allure du moment moyen en tangage en fonction de  $\tau_c$  et  $q$ 

#### 4.3.2.2 Identification de $\bar{\mathcal{M}}_y(\tau_c, q)$

Les entrées  $(\lambda_m \nu_m \Phi)$  sont fixées respectivement à  $(60 \ 50 \ 0)$  (en degrés)<sup>1</sup>. On trace alors l'évolution du moment de tangage moyen  $\bar{\mathcal{M}} = \frac{1}{T} \int_T \mathcal{M}_y dt$  pour différentes valeurs de  $(\tau_c, q)$ , et on obtient la surface représentée sur la figure 4.20(a). Étant donné que le modèle en boucle ouverte s'avère naturellement instable, l'identification doit se faire en «statique», c'est-à-dire en forçant à zéro toutes les variables d'état, ce qui revient à figer artificiellement les déplacements du microdrone. On note aussitôt que la dépendance en  $q$  est affine, ce qui pourra par conséquent s'écrire :

$$\bar{\mathcal{M}}(\tau_c, q) = f_\theta(\tau_c, q) \quad (4.97)$$

$$\text{avec } f_\theta(\tau_c, q) = a_{\theta 2}q + g_\theta(\tau_c) \quad (4.98)$$

La pente  $a_{\theta 2}$  est donnée à l'aide d'une régression linéaire dans un plan de coupe à  $\tau_c$  constant. Numériquement, on obtient  $a_{\theta 2} = -5,07 \cdot 10^{-2}$ . L'identification de  $g_\theta$  se fait ensuite en remarquant que  $\bar{\mathcal{M}}(\tau_c, 0) = g_\theta(\tau_c)$  d'après (4.98). Le tracé de  $\bar{\mathcal{M}}(\tau_c, 0)$  est représenté sur la figure 4.20(b).

L'allure de cette courbe était globalement prévisible : pour  $\tau_c = 0,5$  le battement est symétrique donc le moment moyen est nul, pour  $\tau_c < 0,5$  on obtient un moment positif donc à cabrer (puisque la rotation de l'aile est en avance à l'aller et en retard au retour), et inversement pour  $\tau_c > 0,5$ . Il est toutefois intéressant de noter que la valeur du moment moyen reste quasiment constante sur ces deux intervalles, un phénomène qui n'est pas intuitif. La modélisation en est d'autant plus simplifiée, car cette allure se rapproche d'une fonction tangente hyperbolique. Plusieurs ajustements nous donnent le modèle analytique suivant, représenté en pointillés sur la figure 4.20(b) :

$$g_\theta(\tau_c) = a_{\theta 3} \tanh[a_{\theta 4}(\tau_c - 1/2)] + a_{\theta 5} \quad (4.99)$$

<sup>1</sup>L'introduction de la notion de rapport cyclique en (4.96) présuppose en effet que le déphasage global  $\Phi$  est nul

avec :

$$\begin{aligned} a_{\theta 3} &= -6,99 \\ a_{\theta 4} &= 100 \\ a_{\theta 5} &= -3,21 \cdot 10^{-2} \end{aligned}$$

### 4.3.3 Commande par backstepping

#### 4.3.3.1 Rappel de la méthode

Les équations du modèle discret en tangage (4.94) et (4.95) page 152 suggèrent l'emploi d'une démarche exactement analogue à celle utilisée lors de la recherche de la commande selon l'axe vertical par backstepping. Conformément à cette approche, on pourra donc chercher en premier lieu la vitesse de tangage  $q_c$  telle que l'angle  $\theta$  tende vers la consigne  $\theta_c$ , et on obtient comme auparavant :

$$q_c = -\frac{2\alpha_\theta(\theta - \theta_c)}{a_{\theta 1}} \quad (4.100)$$

puis on cherche à faire tendre  $q$  vers  $q_c$  à travers (4.95), ce qui donne :

$$f_\theta(\tau_c) = -2\beta_\theta(q - q_c) \quad (4.101)$$

$a_\theta$  et  $\beta_\theta$  étant deux paramètres de réglage strictement compris entre 0 et 1.

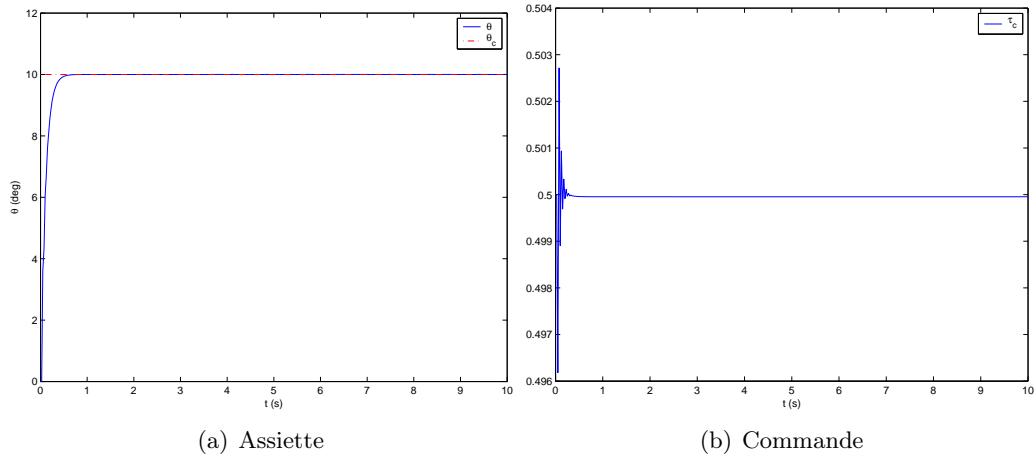
Une différence importante par rapport à la commande suivant l'axe vertical est que, du fait du nombre d'entrées plus réduit et de non linéarités moins complexes, (4.101) peut ici se résoudre par inversion analytique directe en remplaçant  $f_\theta$  par son expression issue de (4.98) et (4.99) : la commande est alors égale à :

$$\tau_c = \frac{1}{2} + \frac{1}{a_{\theta 4}} \operatorname{arctanh} \left[ \frac{-(2\beta_\theta + a_{\theta 2})q + 2\beta_\theta q_c - a_{\theta 5}}{a_{\theta 3}} \right] \quad (4.102)$$

Remarquons qu'il n'est plus possible ici de contraindre la commande à appartenir à un certain domaine : il conviendra donc de s'assurer que les valeurs de  $\tau_c$  obtenues sont physiquement acceptables, c'est-à-dire comprises entre 0 et 1 (en rajoutant des saturations à la commande calculée si besoin).

#### 4.3.3.2 Résultats – Modèle moyen

Les résultats de cette commande appliquée au modèle moyen montrent des résultats analogues au cas du mouvement vertical : la réponse en tangage oscille fortement autour de la consigne  $\theta_c$  (fixée à  $10^\circ$ ) pour  $\alpha_\theta = 0,5$  (fig. 4.22(c)), diverge pour  $\alpha_\theta = 0,9$  (fig. 4.22(d)) et converge rapidement pour  $\alpha_\theta = 0,1$  avec plus ou moins de dépassement suivant les valeurs de  $\beta_\theta$  (figs. 4.21(a), 4.22(a) et 4.22(b)). On peut en outre vérifier dans ce dernier cas (fig. 4.21(b)) que les valeurs de la commande  $\tau_c$  sont bien comprises dans l'intervalle admissible  $]0 ; 1[$  : les très faibles excursions autour de la valeur moyenne 0,5 révèlent de plus une forte sensibilité de la sortie vis-à-vis de cette commande.


 FIG. 4.21 – Modèle moyen –  $\alpha_\theta = 0,1$  –  $\beta_\theta = 0,9$ 

### 4.3.3.3 Modèle continu

Comme précédemment, une boucle fermée hybride est ensuite réalisée, en simulant le comportement en tangage de l'engin à l'intérieur d'une période  $[(k-1)T; kT]$ ,  $k \in \mathbb{N}$  à l'aide du modèle continu OSCAB, puis en appliquant à  $t = kT$  la commande (4.102) pour la période suivante  $[kT; (k+1)T]$ , cette commande étant calculée à l'aide du modèle moyen. Les résultats pour différentes valeurs de  $(\alpha_\theta, \beta_\theta)$  sont présentés sur les figures 4.23 à 4.25. La réponse en tangage est stable mais fortement imprécise : pour toutes les valeurs de  $\alpha_\theta$  et  $\beta_\theta$  une erreur importante est observée en régime permanent (variant entre 50 et 300%). De plus, l'angle de tangage oscille à la fréquence de battement, avec une amplitude d'environ  $3,14^\circ$  : on peut vérifier sur les figures (4.24) et (4.25) que celles-ci perdurent même lorsque le paramètre de commande  $\tau_c$  se stabilise en régime permanent. Ce mouvement oscillatoire rapide est donc uniquement dû à la nature périodique du mouvement des ailes : les impulsions de portance générées à chaque aller et retour engendrent une alternance de moments de tangage à cabrer et à piquer à une fréquence égale à la fréquence des entrées.

Afin d'améliorer la précision du système bouclé, on peut songer à rajouter une intégration dans la chaîne. Dans ce cas, cela se ramène à augmenter le vecteur d'état en rajoutant une composante égale à l'intégrale de l'erreur :

$$\varepsilon_\theta(t) = \int_T \theta - \theta_c \, du \quad (4.103)$$

On réécrit alors les équations d'état (4.93), qui deviennent :

$$\dot{\varepsilon}_\theta = \theta - \theta_c \quad (4.104)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (4.105)$$

$$\dot{q} = \frac{\mathcal{M}_y}{I_y} \quad (4.106)$$

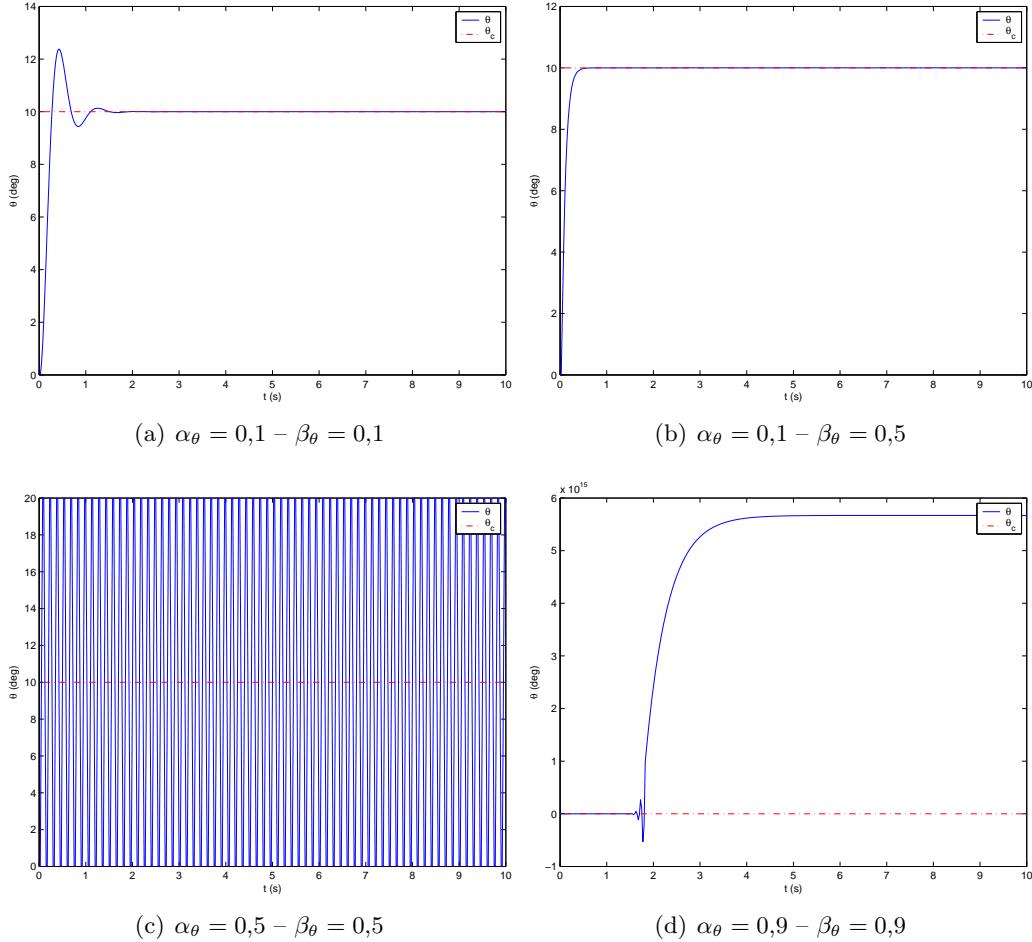


FIG. 4.22 – Modèle moyen – Réponse indicielle en tangage pour différentes valeurs de  $(\alpha_\theta, \beta_\theta)$

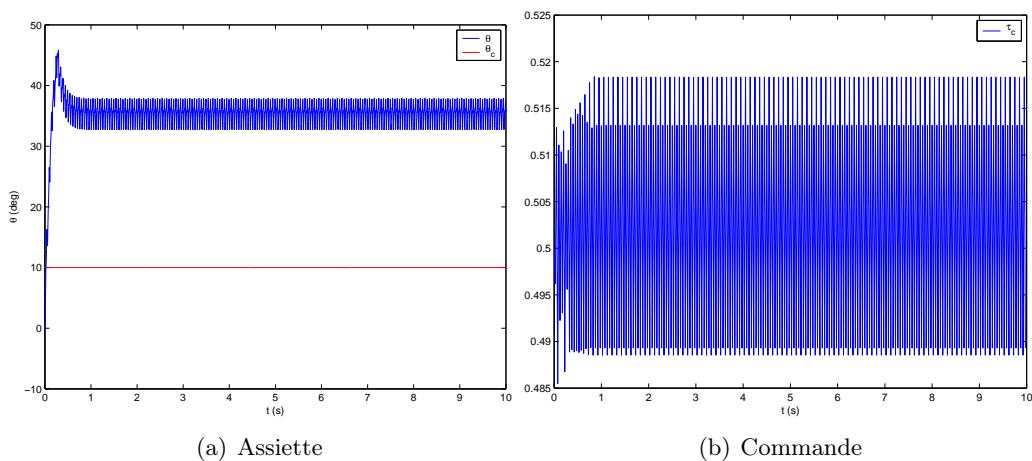


FIG. 4.23 – Modèle hybride –  $\alpha_\theta = 0,1 - \beta_\theta = 0,9$

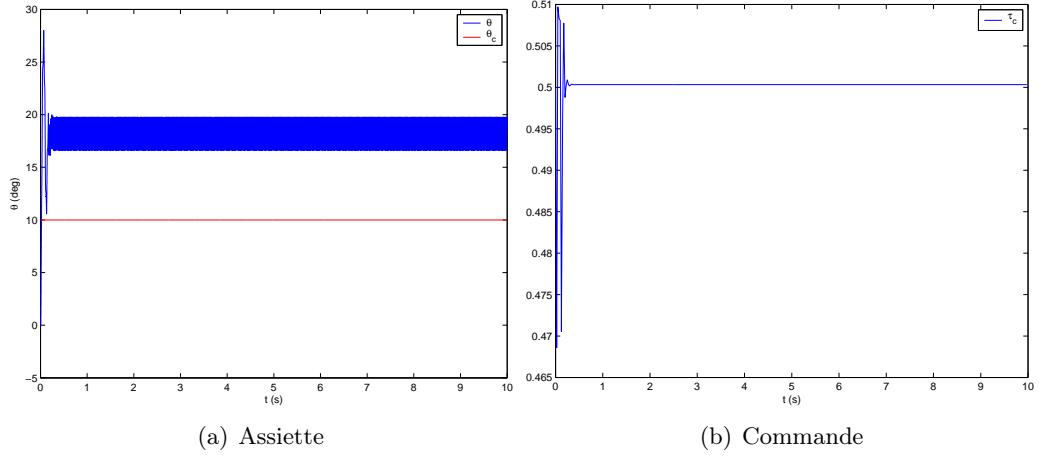


FIG. 4.24 – Modèle hybride –  $\alpha_\theta = 0,5$  –  $\beta_\theta = 0,5$

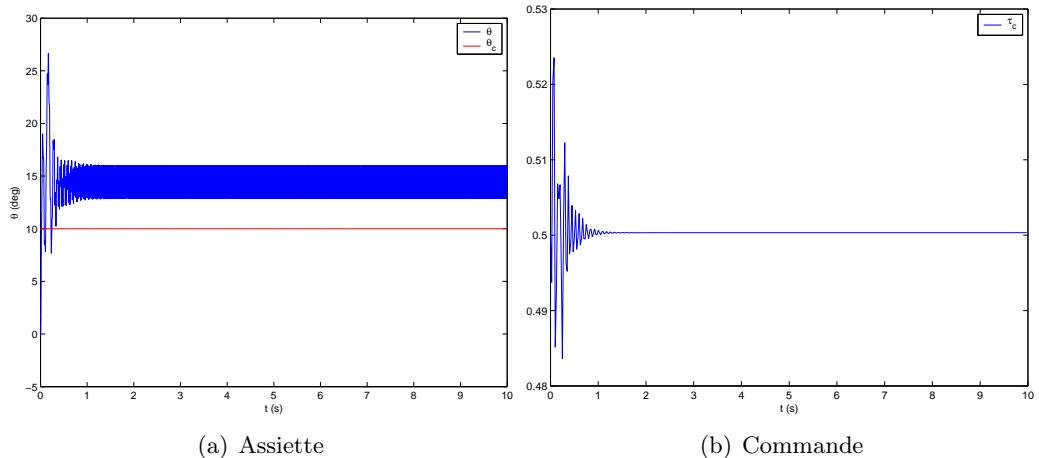


FIG. 4.25 – Modèle hybride –  $\alpha_\theta = 0,9$  –  $\beta_\theta = 0,5$

soit, sous forme discrète :

$$\varepsilon_\theta^+ = \varepsilon_\theta + a_{\theta 1}(\theta - \theta_c) \quad (4.107a)$$

$$\theta^+ = \theta + a_{\theta 1}q \quad (4.107b)$$

$$q^+ = q + f_\theta \quad (4.107c)$$

Le système augmenté respecte la structure en cascade utilisée auparavant pour appliquer le backstepping. On définit alors  $\theta_c$  comme la valeur de  $\theta$  telle que  $\varepsilon_\theta$  tende vers sa valeur de référence  $\varepsilon_{\theta c}$  à travers (4.107a). Posons donc  $\tilde{\varepsilon}_\theta = \varepsilon_\theta - \varepsilon_{\theta c}$  : on cherche alors à faire tendre  $\tilde{\varepsilon}_\theta$  vers 0. Comme précédemment, une condition suffisante est de trouver une fonction de Lyapunov de  $\tilde{\varepsilon}_\theta$ , et de chercher quelles sont les valeurs de  $\theta$  qui rendent la dérivée de cette fonction négative.

Remarquons avant tout que l'objectif est d'annuler l'intégrale de l'erreur en régime permanent, ce qui définit  $\varepsilon_{\theta c} = 0$  d'où  $\tilde{\varepsilon}_\theta = \varepsilon_\theta$ . Posons alors  $V_{\varepsilon_\theta} = \varepsilon_\theta^2$ , et écrivons la variation de cette fonction entre les instants  $i$  et  $i + 1$  :

$$\Delta V_{\varepsilon_\theta} = \varepsilon_\theta^{+2} - \varepsilon_\theta^2 \quad (4.108a)$$

$$= [\varepsilon_\theta + a_{\theta 1}(\theta - \theta_c)]^2 - \varepsilon_\theta^2 \quad (4.108b)$$

$$= [2\varepsilon_\theta + a_{\theta 1}(\theta - \theta_c)]a_{\theta 1}(\theta - \theta_c) \quad (4.108c)$$

Cette quantité est négative si  $\theta - \theta_c$  est compris entre 0 et  $-\frac{2\varepsilon_\theta}{a_{\theta 1}}$ . On peut donc définir la nouvelle valeur de la référence à atteindre par  $\theta$  :

$$\theta_c^* = \theta_c - \frac{2\gamma_\theta \varepsilon_\theta}{a_{\theta 1}} \quad (4.109)$$

avec  $\gamma_\theta$  paramètre strictement compris entre 0 et 1. On vérifie bien que cette méthode revient simplement à rajouter un terme intégral à la consigne. Les résultats de la simulation pour  $\gamma_\theta = 0,5$  sont représentés sur la figure 4.26, et on constate que la précision a été grandement améliorée.

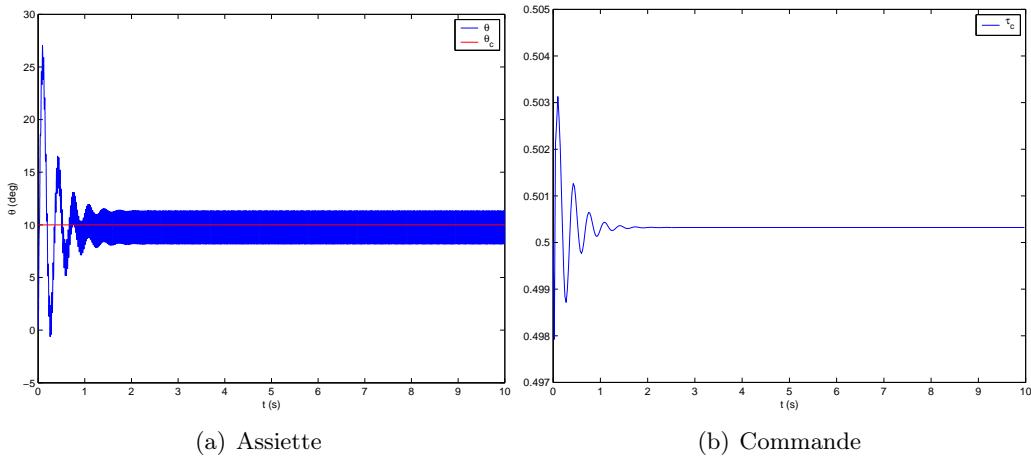


FIG. 4.26 – Modèle hybride avec intégrateur –  $\alpha_\theta = 0,1$  –  $\beta_\theta = 0,5$  –  $\gamma_\theta = 0,5$

Les oscillations très rapides autour de la valeur à l'équilibre sont néanmoins toujours présentes. Pour tenter d'atténuer celles-ci, deux solutions sont envisageables. La première

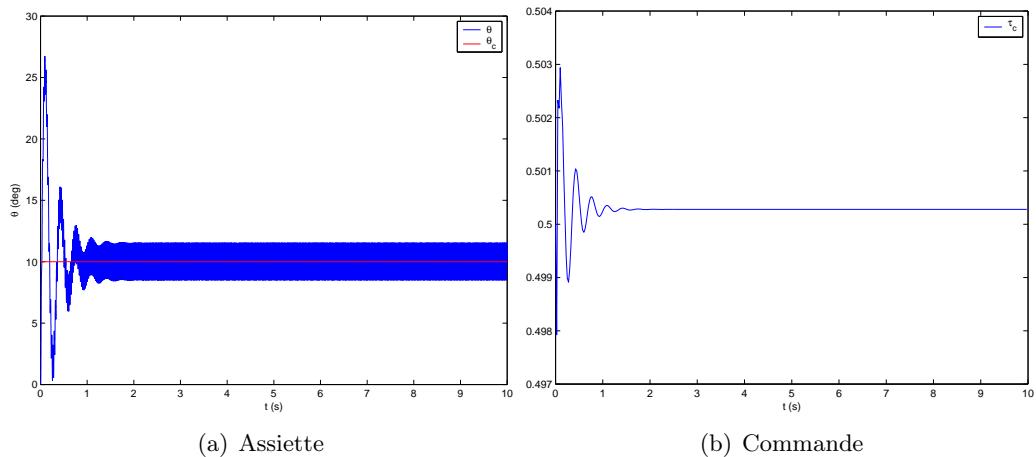


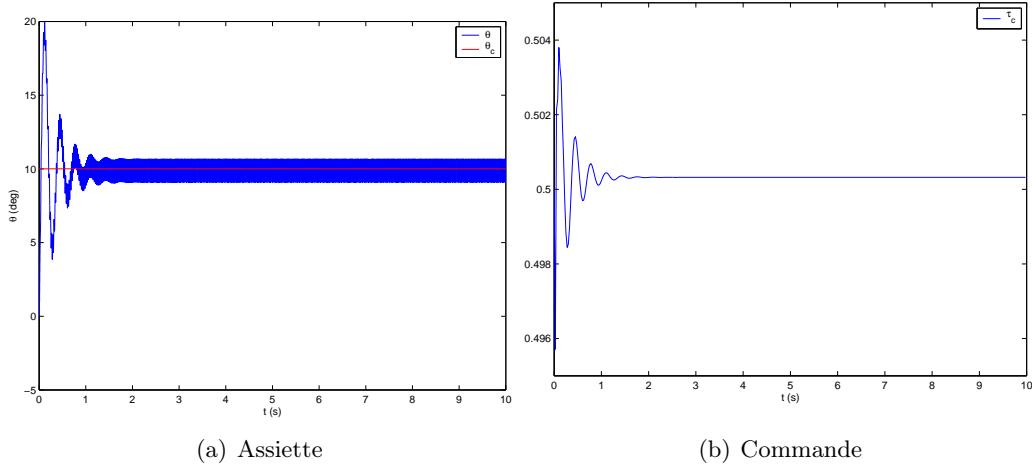
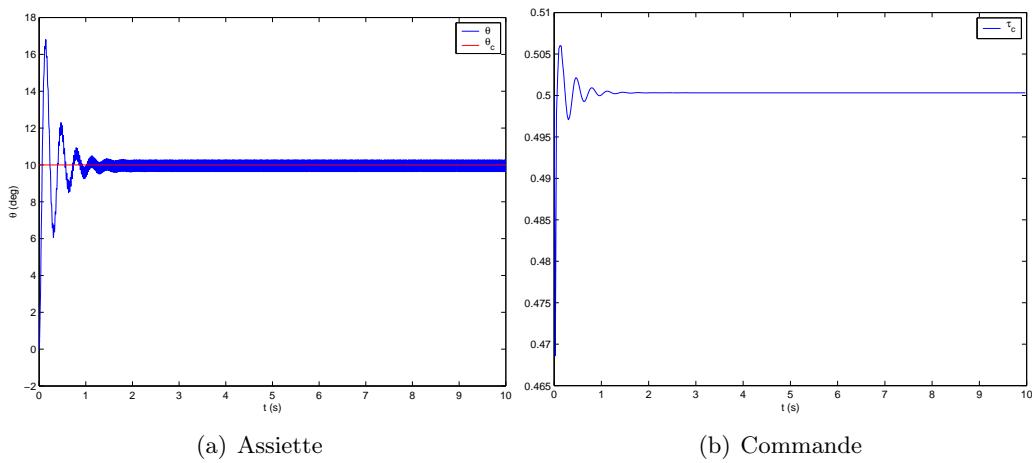
FIG. 4.27 – Modèle hybride avec intégrateur –  $OG = 10^{-2}$  m

d'entre elles consiste à modifier la position du centre de gravité. On a en effet vu que *OS-CAB* pouvait prendre en compte les variations de centrage du microdrone, en définissant indépendamment les déplacements du centre géométrique  $O$  du corps et ceux du centre de gravité  $G$  (§ 2.5.5). Il est donc naturel de penser que l'on augmentera la stabilité naturelle en tangage si l'on abaisse  $G$  par rapport au corps, et que les oscillations observées seront par conséquent réduites. Ceci nécessite de rajouter dans le modèle des moments en tangage  $f_\theta$  un terme lié au couple de rappel dû au poids :

$$\Gamma_q = -mgz_G \sin \theta \quad (4.110)$$

Remarquons que le fait d'introduire une variable supplémentaire, en l'occurrence  $\theta$ , dans  $f_\theta$  ne permet plus l'inversion directe de celui-ci pour le calcul de la commande comme il avait été fait en (4.102) : il sera nécessaire de calculer celle-ci de manière numérique comme dans le cas du vol vertical. Les résultats montrent que l'amplitude des oscillations est réduite de peu (3,03 ° contre 3,14 précédemment) pour un centre de gravité abaissé de 1 cm (fig. 4.27). Pour des valeurs supérieures de  $OG$ , le système oscille fortement puis diverge : une stabilisation par décentrage passif s'avère donc peu efficace, on pourra songer par la suite à une stabilisation active, où la position du centre de gravité serait modifiée dynamiquement et constituerait ainsi un actionneur supplémentaire pour le contrôle en tangage.

La deuxième méthode consiste simplement à accroître l'inertie en tangage, ce qui correspondrait physiquement à augmenter la masse (difficilement envisageable étant donné les fortes contraintes liées à la charge utile), ou bien à augmenter les dimensions du corps suivant les axes  $\vec{x}_b$  ou  $\vec{z}_b$ . Ce dernier choix s'avèrerait d'ailleurs plus efficace, puisqu'un moment d'inertie est proportionnel au carré des dimensions pour un solide homogène. On constate alors que ce moyen se révèle efficace (figs. 4.28 et 4.29) : en définissant une nouvelle valeur de l'inertie en tangage  $I_y^*$  égale à 2 fois et 5 fois la valeur initiale  $I_y$ , les amplitudes des oscillations se voient respectivement réduites à  $1,57^\circ$  et  $0,63^\circ$ . L'inertie du corps fait donc bien office de «filtre» mécanique comme on pouvait s'y attendre.


 FIG. 4.28 – Modèle hybride avec intégrateur –  $I_y^* = 2I_y$ 

 FIG. 4.29 – Modèle hybride avec intégrateur –  $I_y^* = 5I_y$

## 4.4 Commande selon l'axe horizontal

### 4.4.1 Modèle des efforts horizontaux

La comparaison des équations (4.26) et (4.34) régissant la dynamique selon respectivement les axes  $\vec{x}_n$  et  $\vec{z}_n$  montre que la recherche d'un modèle analytique des efforts suivant  $\vec{x}_n$  nécessiterait d'introduire des termes supplémentaires en  $\cos \lambda$  et  $\sin \lambda$  dans les valeurs moyennes calculées auparavant. Ainsi, comme pour l'établissement d'un modèle des moments en tangage, on pourra avantageusement choisir un seul paramètre de contrôle, puis identifier directement un modèle des efforts à partir de simulations en statique. Pour générer un effort moyen non nul selon l'axe horizontal, il convient comme pour le tangage de dissymétriser le battement, en générant davantage de traînée aérodynamique dans un sens que dans l'autre. En supposant ici encore que les études selon les différents axes peuvent être découplées, une stratégie de contrôle envisageable consiste à introduire un décalage (*offset*) de l'angle de rotation  $\nu$  constant sur une période. L'idée est d'obtenir une incidence géométrique (liée aux valeurs  $\max(\nu)$  et  $\min(\nu)$ ) différente entre les battements aller et retour, et par conséquent une traînée moyenne non nulle. On rajoutera donc à l'angle de battement  $\nu(t)$  un terme constant par périodes  $\nu_0$  :

$$\nu(t) = \nu_m(i) \tanh(k_{\text{car}} \cos \omega t) + \nu_0(i) \quad \forall t \in [iT; (i+1)T] \quad (4.111)$$

L'identification à l'aide d'*OS CAB* donne tous calculs faits le modèle moyen suivant :

$$x^+ = x + a_{x1}u \quad (4.112)$$

$$u^+ = u + f_x \quad (4.113)$$

avec :

$$\begin{aligned} f_x(\nu_0) &= a_{x2} \sin(a_{x3}\nu_0) + a_{x4}u + a_{x5} \\ a_{x1} &= T \\ a_{x2} &= 2,10 \cdot 10^{-1} \\ a_{x3} &= 1,98 \\ a_{x4} &= -6,17 \cdot 10^{-2} \\ a_{x5} &= 1,23 \cdot 10^{-2} \end{aligned}$$

### 4.4.2 Résultats

Le calcul de la commande en boucle fermée se fait comme dans les deux autres cas, on présente sur les figures 4.30 à 4.33 l'évolution de la position horizontale  $x$  ainsi que de la commande  $\nu_0$ . Les résultats sont globalement très similaires aux autres cas d'étude, on vérifie notamment que la commande appliquée au modèle moyen fournit une réponse qui converge rapidement pour  $\alpha_x = 0,1$  et qui oscille fortement en limite de stabilité pour  $\alpha_x = 0,5$ . En ce qui concerne le modèle hybride, il apparaît comme dans le cas vertical qu'un compromis sera à définir entre les variations de la commande et la précision du système bouclé. Celui-ci pourrait se résumer de la manière suivante : si la précision désirée est inférieure au déplacement accompli durant une période<sup>2</sup>, alors la commande oscillera en permanence à la fréquence de battement dans le but de rattraper l'erreur (fig. 4.32). Inversement, si l'on tolère une certaine erreur en régime permanent, la commande se stabilisera alors autour de sa valeur d'équilibre, ici 0 (fig. 4.33).

<sup>2</sup>Par définition, le modèle moyen ignore ces variations au sein d'une période, il y aura donc en toute rigueur en permanence une erreur à rattraper à chaque instant  $t = kT$  où la commande est calculée.

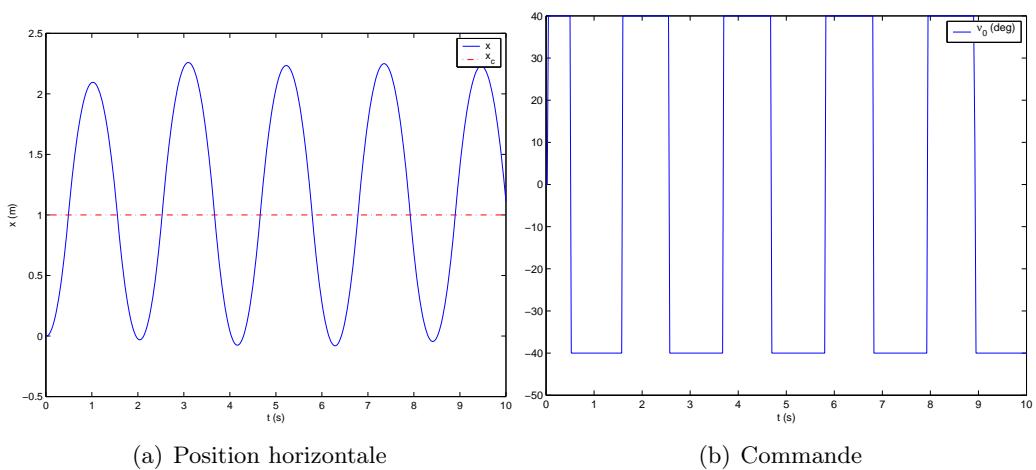


FIG. 4.30 – Modèle moyen –  $\alpha_x = \beta_x = 0,5$

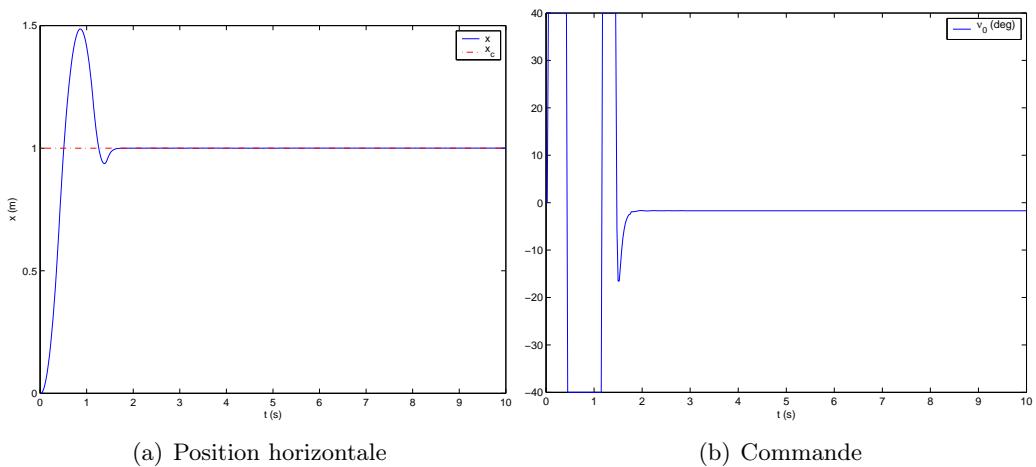


FIG. 4.31 – Modèle moyen –  $\alpha_x = 0,1$  –  $\beta_x = 0,5$

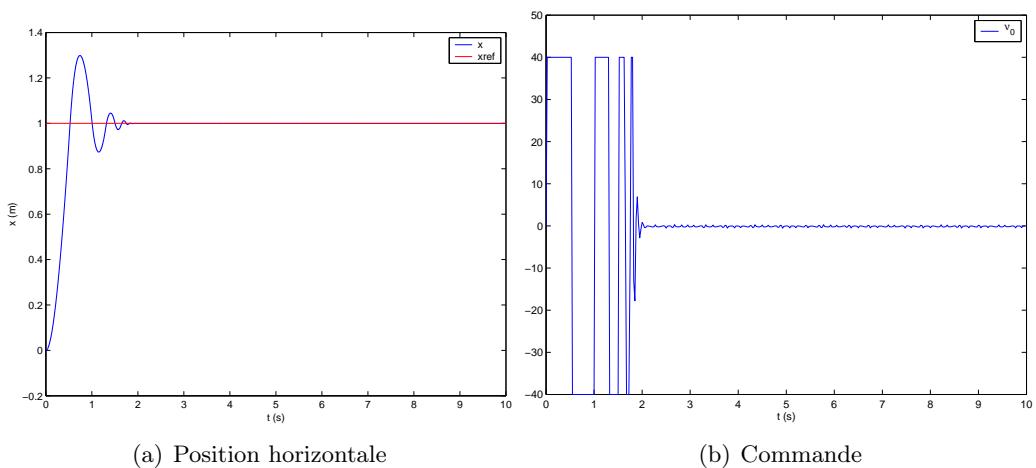
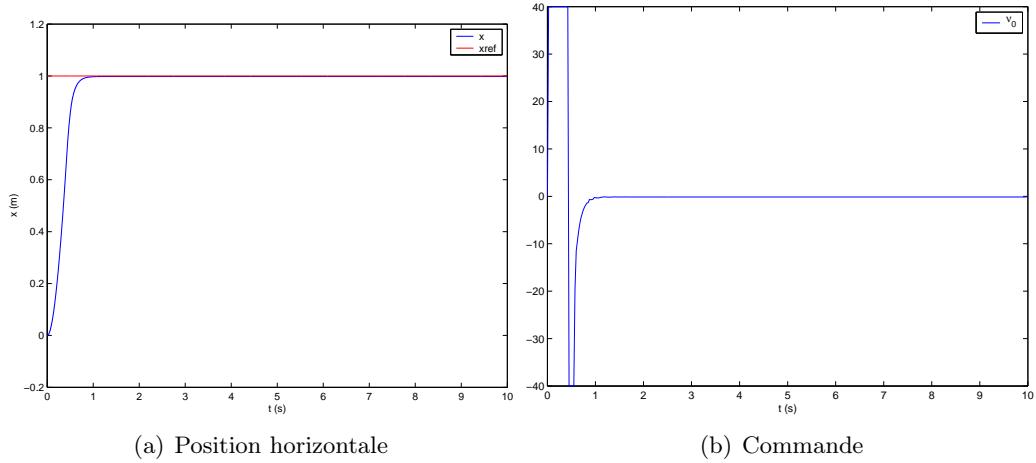


FIG. 4.32 – Modèle hybride –  $\alpha_x = \beta_x = 0,5$


 FIG. 4.33 – Modèle hybride –  $\alpha_x = 0,1$  –  $\beta_x = 0,5$ 

## 4.5 Reconstruction d'états par modes glissants

La méthode de commande employée jusqu'ici supposait dans chacun des cas que l'ensemble des variables d'état (position et vitesse) était mesuré, ce qui présuppose que le microdrone devra être équipé des capteurs adéquats. Or, comme on l'a vu auparavant, le dimensionnement et le devis de masse sont des questions critiques pour un engin de cette taille : l'une des priorités sera d'alléger le plus possible les composants structurels et avioniques afin d'autoriser une charge utile (capteurs et autres dispositifs destinés à l'accomplissement d'une mission donnée) plus importante. Il pourrait par conséquent être utile de remplacer un ou plusieurs capteurs matériels par des capteurs logiciels (ou observateurs), qui reconstruisent un état donné en fonction d'autres mesures.

Le problème de l'observation et de la reconstruction d'état n'est pas nouveau en automatique, et des méthodes anciennes et éprouvées sont disponibles. On peut citer notamment les observateurs de Luenberger ou de Kalman, techniques largement employées pour l'estimation d'états de systèmes linéaires. Ces outils peuvent également être écrits dans le cadre non linéaire, mais il est dans ce cas nécessaire de linéariser au premier ordre les fonctions d'état et de mesure [Labarrère *et al.* 1993]. Les différents modèles étudiés ici comportent comme on l'a vu de fortes non-linéarités, c'est pourquoi de telles techniques semblent relativement peu adaptées.

À l'opposé, Davila, Fridman et Levant [Davila *et al.* 2005] ont développé un observateur par modes glissants adapté aux systèmes mécaniques non linéaires. Cette méthode se révèle particulièrement adaptée à notre cas d'étude étant donné qu'il est possible d'isoler les termes incertains dans l'écriture de l'observateur. Nous allons présenter rapidement celui-ci, avant de l'appliquer au modèle vertical.

### 4.5.1 Structure de l'observateur

L'observateur proposé par Davila *et al.* est basé sur l'algorithme *super-twisting*, qui est à l'origine une commande par modes glissants d'ordre 2 pour des systèmes non linéaires affines en commande [Levant et Fridman 2002]. La déclinaison de cet algorithme pour la

reconstruction d'état se formule de la manière suivante : considérons dans le cas général un système d'ordre 2 décrit par les équations discrètes :

$$x_1^+ = x_1 + Tx_2 \quad (4.114)$$

$$x_2^+ = x_2 + T[f(x_1, x_2, u) + \chi(x_1, x_2, u)] \quad (4.115)$$

$$u = U(X) \quad (4.116)$$

où  $X = {}^t(x_1 \ x_2)$ ,  $T$  est la période d'échantillonnage,  $f$  représente la partie connue du modèle, et  $\chi$  la composante regroupant les incertitudes. L'observateur présenté ici a pour but de reconstituer l'état complet  ${}^t(x_1 \ x_2)$  lorsque seule la position  $x_1$  est mesurée. Les équations d'état de l'état estimé  $\hat{X}$  s'écrivent :

$$\hat{x}_1^+ = \hat{x}_1 + T\hat{x}_2 + Tz_1 \quad (4.117)$$

$$\hat{x}_2^+ = \hat{x}_2 + Tf(x_1, \hat{x}_2, u) + Tz_2 \quad (4.118)$$

où les variables de recalage  $z_1$  et  $z_2$  sont calculées à l'aide de l'algorithme *super-twisting* :

$$z_1 = \kappa_1 |x_1 - \hat{x}_1|^{1/2} \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \quad (4.119)$$

$$z_2 = \kappa_2 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \quad (4.120)$$

L'intérêt réside donc dans le fait que la composante incertaine  $\chi$  n'est pas utilisée pour reconstituer l'état, la seule condition étant que la quantité  $F$ , définie par :

$$F(x_1, x_2, \hat{x}_2) = f(x_1, x_2, U(x_1, x_2)) - f(x_1, \hat{x}_2, U(x_1, x_2)) + \chi(x_1, x_2, U(x_1, x_2)) \quad (4.121)$$

soit bornée par une constante finie  $f^+$ . Par ailleurs, si  $\kappa_1$  et  $\kappa_2$  vérifient les inégalités suivantes :

$$\kappa_1 > \sqrt{\frac{2}{\kappa_2 - f^+}} \frac{(\kappa_2 + f^+)(1 + \varpi)}{1 - \varpi} \quad (4.122a)$$

$$\kappa_2 > f^+ \quad (4.122b)$$

avec  $\varpi \in ]0 ; 1[$ , alors on montre que l'erreur d'estimation  $X - \hat{X}$  converge vers 0 en valeur moyenne en un temps fini.

### 4.5.2 Application au modèle vertical

Ce type d'observateur constitue donc un choix judicieux pour remplacer le capteur délivrant l'information de vitesse verticale par un estimateur en ligne. Si l'on veut l'appliquer au modèle vertical décrit par le système (4.70,4.71) page 140, il convient en premier lieu de vérifier l'observabilité de celui-ci, puis d'identifier et de regrouper les termes incertains.

#### 4.5.2.1 Observabilité du système

Considérons un système non linéaire d'ordre  $n$  dans le cas le plus général, mis sous la forme canonique :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= h(x(t)) \end{aligned} \quad (4.123)$$

Dans le cas où ce système ne possède qu'une sortie ( $\dim y = 1$ ), on montre alors [Stéphant 2004, Hermann et Krener 1977] qu'il est observable au voisinage de  $x_0$  si la matrice d'observabilité :

$$\mathbf{O} = \begin{pmatrix} dh \\ d(L_f h) \\ \vdots \\ d(L_f^{n-1} h) \end{pmatrix} \quad (4.124)$$

est de rang plein<sup>3</sup> en  $x_0$ .  $dh$  désigne ici la matrice correspondant à la différentielle de l'application  $h$  (ou jacobienne), de terme général  $\frac{\partial h_i}{\partial x_j}$ , et  $L_f h$  la dérivée de Lie de  $h$  dans la direction  $f$ , définie par [Lafontaine 1996, Fossard et Normand-Cyrot 1993] :

$$L_f h = dh.f \quad (4.125)$$

$$L_f^k h = L_f(L_f^{k-1} h) \quad \forall k \geq 1 \quad (4.126)$$

Pour le modèle vertical étudié ici il vient alors, si l'on suppose que seule l'altitude est mesurée :

$$h = z \quad (4.127)$$

$$f_1 = w \quad (4.128)$$

$$f_2 = \frac{1}{T} f_z \quad (4.129)$$

d'où  $dh = (1 \ 0)$ ,  $L_f h = dh.f = w$  et  $d(L_f h) = (0 \ 1)$  : la matrice d'observabilité est donc égale à  $\mathbf{O} = \mathbb{I}_2 \ \forall x$ , de rang 2, et le système est par conséquent globalement observable.

#### 4.5.2.2 Écriture de l'observateur

On a vu lors de l'écriture de ce modèle que de fortes hypothèses avaient dû être effectuées pour la modélisation des quantités  $\nu \pm \alpha$  (p. 139) : il est donc légitime de considérer que les quantités issues de ces hypothèses simplificatrices sont connues avec moins de certitude. En reprenant les notations de (4.70, 4.71), il vient alors :

$$f(w, U) = w + \frac{a_{z3}}{a_{z1}} \text{sign}(U_3) \sin(U_2) + \frac{a_{z4}}{a_{z1}} \quad (4.130)$$

$$\chi(w, U) = \frac{a_{z2}}{a_{z1}} (w^2 + U_1)[1 + |U_3|(\cos(c_\nu U_2) - 1)] \quad (4.131)$$

On en déduit l'expression de  $F$  en reportant dans (4.121) :

$$F(x_2, U) = w - \hat{w} + \chi(w, U) \quad (4.132)$$

Il n'existe pas à proprement parler de majorant de la vitesse verticale  $w$ . Toutefois, on note d'après les résultats obtenus en boucle fermée que les valeurs atteintes ne dépassent pas les  $2 \text{ m.s}^{-1}$  ce qui, combiné aux contraintes imposées sur la commande en (4.80), permet de majorer grossièrement  $F$ .

---

<sup>3</sup>C'est l'équivalent du critère d'observabilité de Kalman pour les systèmes linéaires :  $\text{rang}^t(C \ CA \dots \ CA^{n-1}) = n$

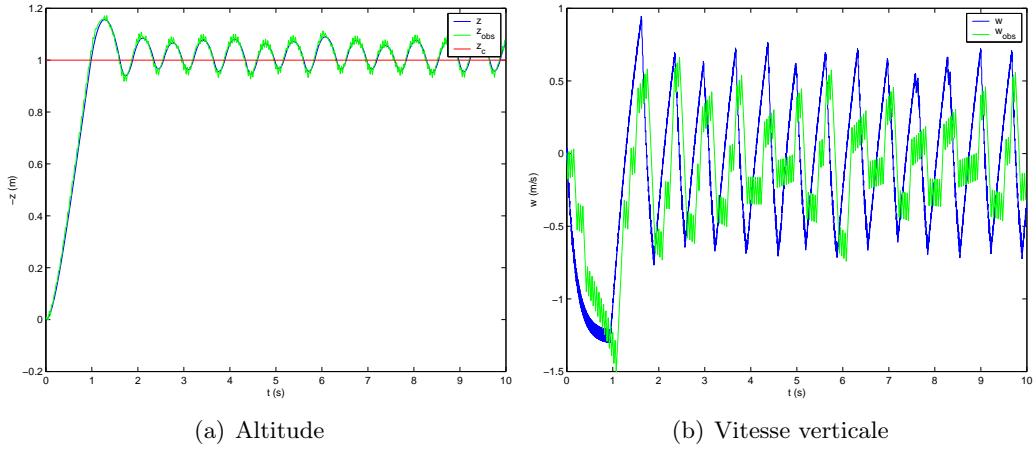


FIG. 4.34 – Reconstruction de la vitesse verticale

On peut alors utiliser l'état reconstitué  ${}^t(\hat{z} \hat{w})$  pour calculer la commande  $U$  à travers les équations (4.76) et (4.78) :

$$w_c = -\frac{2\alpha_z(\hat{z} - z_c)}{a_{z1}} \quad (4.133)$$

$$f_z(\hat{w}, U) = -2\beta_z(\hat{w} - w_c) \quad (4.134)$$

La figure 4.34 représente les résultats obtenus en boucle fermée hybride, avec le réglage suivant des paramètres de l'observateur :

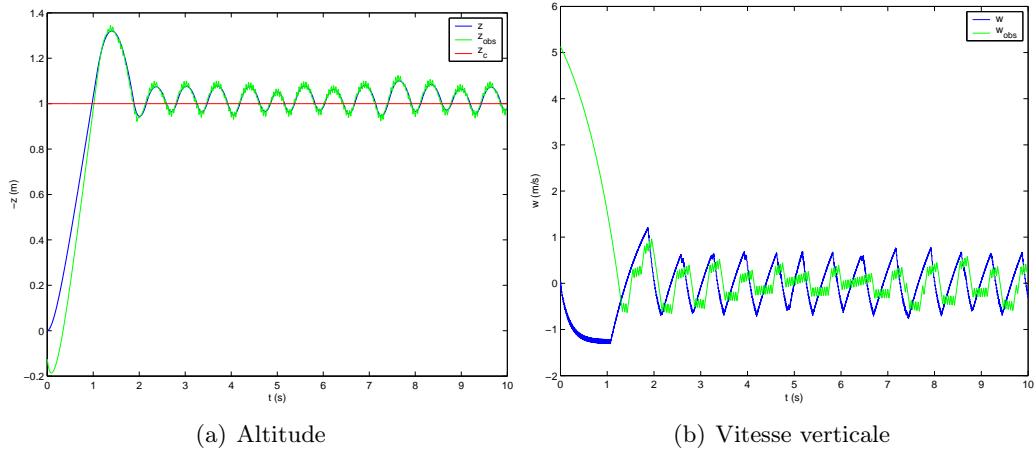
$$\begin{aligned} \varpi &= 0,01 \\ \kappa_1 &= 2\sqrt{\frac{2}{\kappa_2 - f^+}} \frac{(\kappa_2 + f^+)(1 + \varpi)}{1 - \varpi} \\ \kappa_2 &= 5f^+ \end{aligned}$$

On constate en comparant les valeurs de la vitesse réelle non mesurée  $w$  et de la vitesse observée  $\hat{w}$  que l'estimation suit bien l'allure globale de l'état réel, et que le système ainsi bouclé est stable, malgré la présence d'oscillations autour de la consigne en régime permanent. Le temps de réponse de l'observateur semble relativement rapide, dans le but de vérifier ce point le même essai a été réalisé en changeant l'initialisation de l'observateur : la valeur de la vitesse estimée à l'instant  $t = 0$  n'est plus égale à la vitesse réelle — c'est-à-dire  $0 \text{ m.s}^{-1}$  — mais est fixée à  $5 \text{ m.s}^{-1}$ . Il apparaît alors (fig. 4.35) que l'estimation converge rapidement (temps de réponse de l'ordre de la seconde) vers l'état réel. Ce comportement se répercute dans l'altitude  $z$ , pour laquelle on note un léger écart à l'instant initial, mais qui est vite rattrapé pour finalement donner une allure très proche du cas précédent. Les oscillations en régime permanent pourraient vraisemblablement être atténuées avec un réglage plus fin des différents paramètres de l'observateur et de la commande.

## 4.6 Commande avec cinématiques optimales

### 4.6.1 Objectif

Les équations aboutissant à l'écriture du modèle moyen vertical ont été écrites en supposant que le battement  $\lambda(t)$  et la rotation  $\nu(t)$  avaient respectivement des allures triangulaire et carrée (fig. 4.1), ceci dans le but de permettre le calcul analytique de l'accélération


 FIG. 4.35 – Reconstruction de la vitesse verticale,  $\hat{w}_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$ 

moyenne  $\bar{\gamma}_z$ . Or l'étude réalisée dans le chapitre 3 montrait que les cinématiques optimales en termes de maximisation de portance étaient quelque peu différentes : en particulier le battement optimal se rapprochait davantage d'une sinusoïde (p. 124). Les fonctions correspondant à ces cinématiques optimales ont été obtenues à travers des réseaux de neurones à 2 ou 4 éléments. Il serait donc intéressant d'introduire ces cinématiques optimales dans le modèle continu, et de tester les performances en boucle fermée. D'un point de vue technologique, il serait très difficile de faire varier en temps réel ou même d'une période à l'autre la forme des cinématiques, comme on l'a vu à plusieurs reprises. C'est pourquoi la démarche adoptée ici consiste à conserver les paramètres de commande utilisés auparavant pour le contrôle vertical, à savoir les amplitudes  $\lambda_m$  et  $\nu_m$  ainsi que le déphasage  $\Phi$ , et à appliquer ceux-ci aux cinématiques optimales modélisées auparavant à l'aide de réseaux de neurones. Ceci suppose que l'on puisse établir une relation  $\Xi$  liant l'amplitude  $f_m$  et le déphasage  $\Phi$  de la fonction  $f(t)$  représentée par un réseau de neurones aux différents paramètres de ce réseau (poids et biais) :

$$(f_m, \Phi) = \Xi (\{w_j^i\}_{j=1 \dots n} \{w_j^o\}_{j=1 \dots n} \{b_j\}_{j=1 \dots n} b_s) \quad (4.135)$$

où  $\{w_j^i\}_{j=1 \dots n}$  représente les poids d'entrée,  $\{w_j^o\}_{j=1 \dots n}$  les poids de sortie,  $\{b_j\}_{j=1 \dots n}$  les biais de chaque neurone et  $b_s$  le biais de sortie. Il serait alors possible de générer les mouvements des ailes  $\lambda$  et  $\nu$  en boucle fermée à partir des commandes  $\lambda_m$ ,  $\nu_m$  et  $\Phi$ , tout en conservant la forme optimale obtenue précédemment, comme représenté sur le schéma 4.36 page suivante.

Soit donc une fonction  $\varphi(t)$  (dans notre cas  $\varphi = \lambda$  ou  $\nu$ ), modélisée par un perceptron à une couche cachée. On a vu p. 101 que  $\varphi$  pouvait s'exprimer directement en fonction des paramètres de ce réseau :

$$\varphi(t) = \sum_{j=1}^n \frac{w_j^o}{1 + e^{-(w_j^i t + b_j)}} + b_s \quad (4.136)$$

On cherche alors à déterminer le vecteur des paramètres  $\Theta_h$  définissant la fonction  $\varphi_h$ , obtenue à partir de  $\varphi$  par homothétie de rapport  $k$  :

$$\varphi_h(t) = k\varphi(t) \quad \forall t \quad (4.137)$$

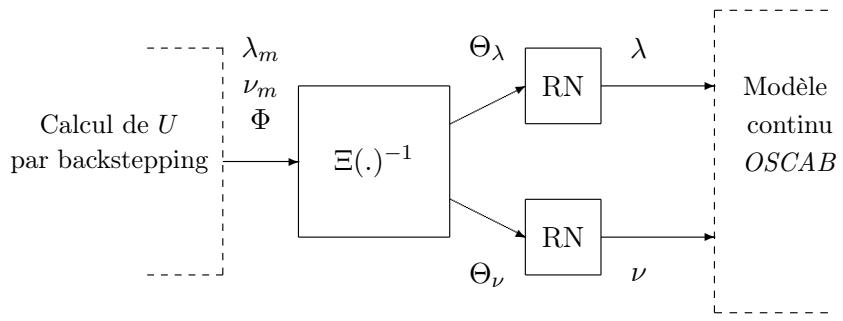


FIG. 4.36 – Calcul des cinématiques par l’intermédiaire de réseaux de neurones

c'est-à-dire, en utilisant (4.136) :

$$\varphi_h(t) = \sum_{j=1}^n \frac{kw_j^o}{1 + e^{-(w_j^i t + b_j)}} + kb_s \quad (4.138)$$

Il apparaît donc immédiatement par identification que le vecteur  $\Theta_h$  est égal à :

$$\Theta_h = (\{w_j^i\}_{j=1 \dots n} \{kw_j^o\}_{j=1 \dots n} \{b_j\}_{j=1 \dots n} kb_s) \quad (4.139)$$

De même, considérons  $\varphi_d(t)$  obtenue à partir de  $\varphi(t)$  par un déphasage de  $\Phi$ . On peut alors écrire :

$$\varphi_d(t) = \varphi\left(t + \frac{\Phi}{\omega}\right) = \sum_{j=1}^n \frac{w_j^o}{1 + e^{-(w_j^i(t + \frac{\Phi}{\omega}) + b_j)}} + b_s \quad (4.140)$$

avec  $\omega = 2\pi/T$ . D'où le vecteur associé à  $y_d$  :  $\Theta_d = (\{w_j^i\}_{j=1 \dots n} \{w_j^o\}_{j=1 \dots n} \{b_j + w_j^i \frac{\Phi}{\omega}\}_{j=1 \dots n} b_s)$ .

#### 4.6.2 Résultats

Le résultat est représenté sur la figure 4.37. Il apparaît globalement que les performances sont légèrement dégradées par rapport au cas standard (cinématiques «non optimales»), en termes de précision notamment. Ceci s’explique naturellement par le fait que le modèle moyen utilisé pour le calcul de la commande ne prenait pas en compte les cinématiques optimales issues des réseaux de neurones : l’écart entre le modèle de synthèse et le système à commander se révèle alors trop important, et la commande n’est pas suffisamment robuste pour compenser celui-ci. Néanmoins, cette première approche s’est révélée utile pour l’orientation des futurs travaux relatifs à la commande par réseaux de neurones. On peut notamment supposer qu’une commande neuronale ne donnera des résultats probants qu’à la condition que le modèle soit lui aussi sous forme entièrement neuronale.

### 4.7 Conclusion

Cette dernière partie, axée autour de la recherche de modèles de synthèse et de méthodes de commandes adaptées aux fortes non-linéarités rencontrées, a permis de prouver l’efficacité de techniques inspirées du backstepping pour la stabilisation et la commande «en cascade» d’un modèle de microdrone à ailes battantes, qui s’avère naturellement

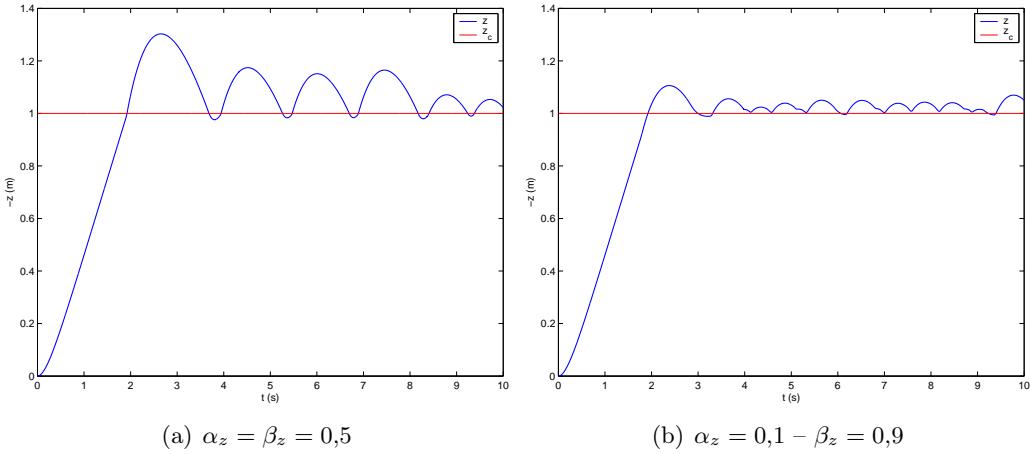


FIG. 4.37 – Calcul des cinématiques par l'intermédiaire de réseaux de neurones, résultats en boucle fermée

instable selon chacun des axes de mouvement. La spécificité du travail effectué réside dans le fait qu'à aucun moment une approche de linéarisation autour d'un point d'équilibre n'a été envisagée, comme c'est très souvent le cas pour la commande d'engins de dynamique non linéaire. Ceci est particulièrement vrai lors du vol vertical, pour lequel le microdrone est constamment soumis à l'accélération de la pesanteur : l'état de repos du système ne correspond donc pas à un état d'équilibre. Les efforts que celui-ci doit alors accomplir pour se stabiliser à chaque instant à l'altitude de consigne peuvent donc expliquer l'allure de l'évolution des paramètres de commande, qui commutent souvent entre les deux bornes fixées (comportement de type « bang bang »).

La méthode de commande employée s'est avérée suffisamment robuste pour compenser les écarts entre le modèle *OS CAB* et les modèles moyens, obtenus soit de manière analytique soit par identification. En ce qui concerne les performances proprement dites de l'engin ainsi bouclé, elles sont tout à fait satisfaisantes vis-à-vis du cahier des charges potentiel d'un microdrone destiné à la reconnaissance et l'observation : variation d'altitude de  $\pm 1$  m en un temps de réponse avoisinant 1 s, précision en vols vertical et horizontal de l'ordre du cm. Les faibles oscillations en tangage, éventuellement préjudiciables pour la prise de vues réelles, pourront être réduites comme on l'a vu en augmentant l'inertie naturelle en tangage. On pourra également envisager à cet effet des méthodes de commande plus complexes, basées sur un contrôle actif de la position longitudinale ou verticale du centre de gravité.

# Discussion

On se propose de revenir ici sur quelques-uns des points traités au cours de cette étude, concernant en particulier la commande en boucle fermée. En premier lieu, il est utile de rappeler que les lois de commande calculées dans le cadre du vol longitudinal présupposent que les mouvements selon les trois degrés de liberté (horizontal, vertical, et tangage) sont découplés. Le contrôle complet du microdrone en vol longitudinal nécessiterait donc de prendre en compte ces couplages éventuels. La difficulté posée par la modélisation exacte de ceux-ci laisse donc apparaître les approches multimodèles comme une direction de recherche à ne pas négliger pour les travaux futurs : ces méthodes considèrent en effet que le processus à commander est représenté par plusieurs modèles correspondant chacun à un cas de fonctionnement précis. La commande est ensuite calculée par le biais d'un automate qui réalise une commutation entre les modèles suivant les variables définissant l'environnement, ou bien en fusionnant directement plusieurs commandes calculées à partir des différents modèles. Cette dernière technique a d'ailleurs connu une certaine expansion grâce aux avancées récentes dans le domaine de la commande floue ou neuro-floue [Takagi et Sugeno 1985]. Les approches multimodèles ont été utilisées récemment avec succès dans des domaines tels que la dynamique du vol [Jung et al. 2005] ou le contrôle de processus chimiques [Fayeche et al. 2004]. On pourra donc envisager le contrôle complet du vol longitudinal grâce à ces techniques, en définissant pour cela des sous-modèles modélisant respectivement les dynamiques horizontale, verticale et en tangage.

Dans un deuxième temps, la commande en boucle fermée du vol vertical a été définie comme une commande en modulation d'amplitude et de fréquence des angles de mouvement. En effet, on a vu que les variables contrôlées étaient les amplitudes  $\lambda_m$ ,  $\nu_m$  des angles de battement et de rotation ainsi que le déphasage relatif  $\Phi$ , les formes de ces signaux restant fixées par ailleurs. Il serait intéressant de visualiser l'allure temporelle des entrées effectives du modèle, c'est-à-dire les signaux  $\lambda$  et  $\nu$  en fonction du temps, dont la relation avec les variables de commande est donnée par l'équation (4.88) page 145.

Ces allures sont représentées sur la figure 4.38. On constate que le fait d'avoir défini  $\nu(kT) = +\nu_m(k) \forall k \in \mathbb{N}$  entraîne nécessairement des discontinuités de l'allure temporelle de l'angle de rotation (fig. 4.38(b)) lors du passage d'une période à une autre : celles-ci ne correspondent en rien aux retournements de l'aile générant la circulation rotationnelle, et ne relèvent donc pas directement du contrôle du vol vertical. On pourrait alors envisager que ces légers sauts puissent être par la suite atténusés par un filtre de type passe-bas, présent naturellement à travers la dynamique intrinsèque des actionneurs en rotation, ou bien rajouté en amont lors du calcul de la loi de commande<sup>4</sup>. Dans tous les cas, cela n'invaliderait pas la méthode employée pour le calcul de la commande : cette dernière est en effet basée sur un modèle moyen, un choix pertinent dans la mesure où la fréquence de battement est très supérieure à la dynamique propre de l'engin. Ceci a pour conséquence de mettre en évidence

---

<sup>4</sup>Des méthodes plus élaborées de raccordement et d'interpolation pourraient évidemment être envisagées.

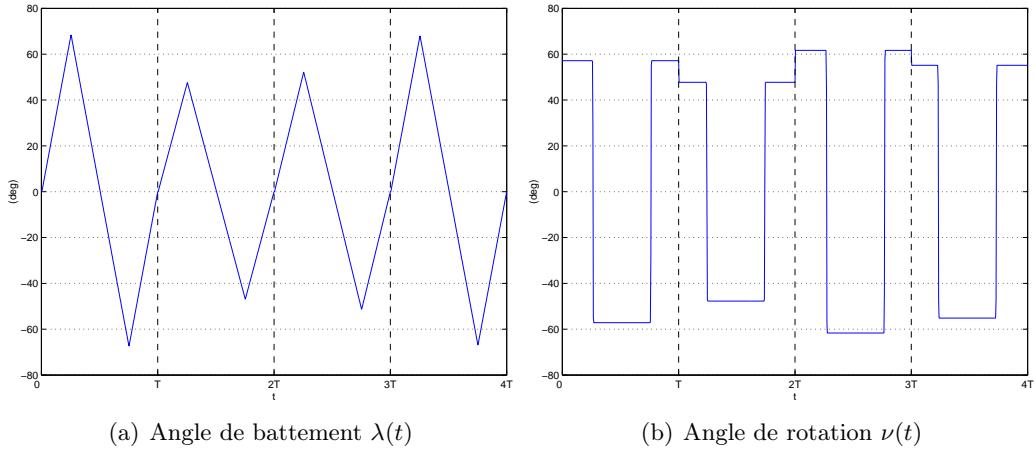


FIG. 4.38 – Allure des entrées du modèle en boucle fermée

deux échelles de temps pour le système : une échelle de temps courte (dynamique rapide), correspondant aux mouvements des ailes durant une période et une échelle de temps plus longue (dynamique lente), caractérisant les déplacements dans l'espace du microdrone. Les légères variations induites par la prise en compte de ces discontinuités ne seront donc pas ou très peu sensibles à travers les mouvements de l'engin. Enfin, rappelons que la loi de commande en elle-même s'est révélée par ailleurs suffisamment robuste pour prendre en compte de légères différences de modélisation.

Pour finir, il a été montré que le réglage des paramètres \$\alpha\_z\$ et \$\beta\_z\$ de la loi de commande permettait de gérer le compromis entre la précision en boucle fermée et les variations rapides (*chattering*) des variables de commande \$(\lambda\_m \nu\_m \Phi)\$. Or ces variations peuvent être reliées à la consommation énergétique des actionneurs : un *chattering* important accroîtra celle-ci, et inversement. L'énergie \$E\$ consommée par les actionneurs apparaîtra donc de manière intuitive comme directement proportionnelle à l'intégrale des variations de la commande :

$$E \propto \sum_i \left( \frac{u(i+1) - u(i)}{T} \right)^2 T \quad (4.141a)$$

$$\propto \frac{1}{T} \left( \sum_i [\lambda_m(i+1) - \lambda_m(i)]^2 + \sum_i [\nu_m(i+1) - \nu_m(i)]^2 + \sum_i [\Phi(i+1) - \Phi(i)]^2 \right) \quad (4.141b)$$

Ceci fait apparaître deux voies possibles pour réduire \$E\$ : augmenter la période \$T\$ de calcul de la commande ou supprimer l'un des trois termes du membre de droite de (4.141b). Le premier choix revient à réduire la fréquence de la commande sans changer celle du battement : la fréquence de calcul de la commande \$f\_U\$ serait alors définie comme un sous-multiple de la fréquence de battement \$f\$ :

$$f_U = \frac{f}{k_U} \quad k_U \in \mathbb{N}^* \quad (4.142)$$

ce qui revient à calculer et appliquer la commande tous les \$k\_U\$ battements. La seconde possibilité consiste à réduire le nombre de degrés de liberté en commande, en figeant une ou deux des composantes de \$U\$.

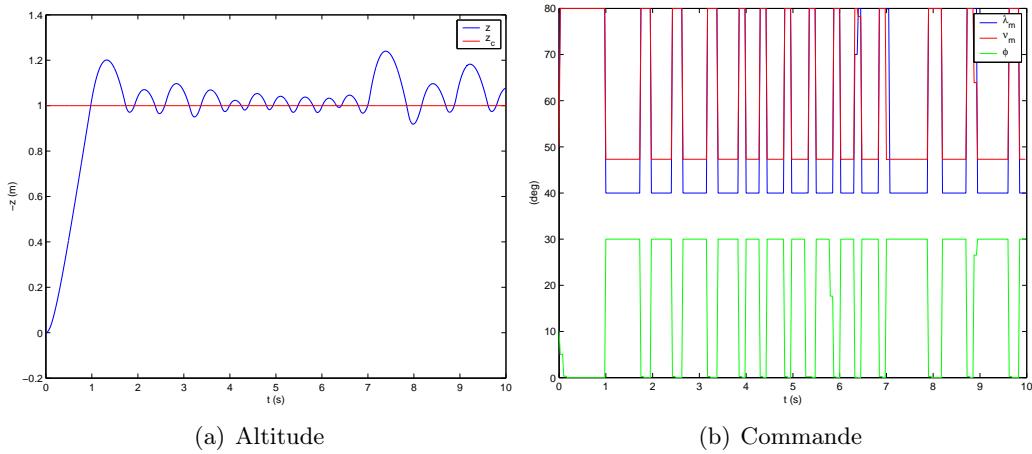


FIG. 4.39 – Commande calculée à  $f/3$

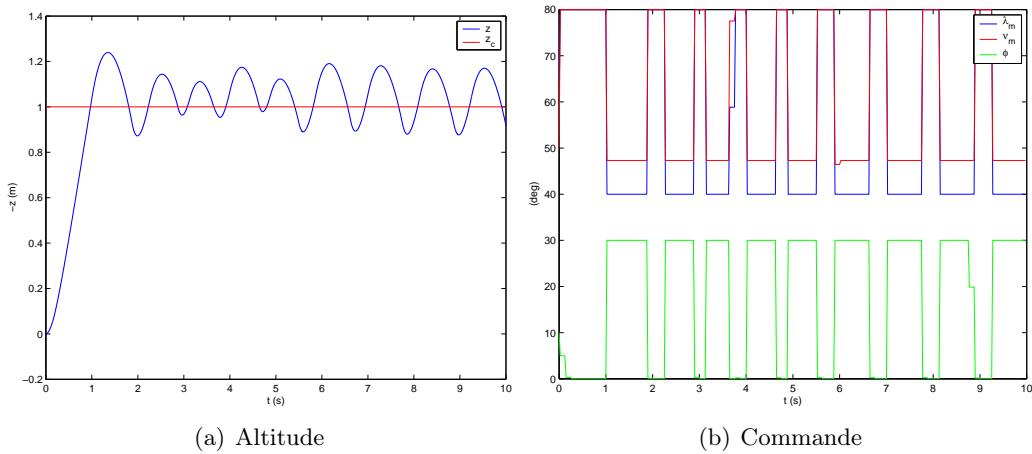


FIG. 4.40 – Commande calculée à  $f/5$

On présente sur les figures 4.39 et 4.40 les résultats pour des valeurs de  $k_U$  respectivement égales à 3 et à 5 : on constate que le système reste stable, mais que la précision s'en trouve naturellement dégradée, avec une erreur oscillant avec une amplitude pouvant atteindre 30%. L'énergie consommée est pour sa part réduite de respectivement 52 et 70%. Ici encore, la pertinence de cette solution sera déterminée en fonction du cahier des charges du microdrone : pour certaines missions (observation en haute altitude par exemple), des oscillations de 30 cm à environ 1 Hz seront vraisemblablement acceptables, tandis qu'elles se révéleront plus problématiques pour des missions à l'intérieur de bâtiments.

La figure 4.41 montre la réponse du système lorsque seule l'amplitude du battement  $\lambda_m$  est commandée, la rotation et le déphasage étant fixés à des valeurs respectivement égales à  $\nu_{m_0} = 60^\circ$  et  $\Phi_0 = 15^\circ$ . On constate que l'allure en boucle fermée reste stable, au prix ici encore d'une légère dégradation des performances (dépassement initial et temps de réponse accrus). La réduction de la consommation énergétique est de 64%. Par contre, une commande en rotation ou en battement seuls (figs. 4.42 et 4.43) ou bien en rotation et déphasage (fig. 4.44) ne parvient pas à stabiliser le système, qui diverge plus ou moins

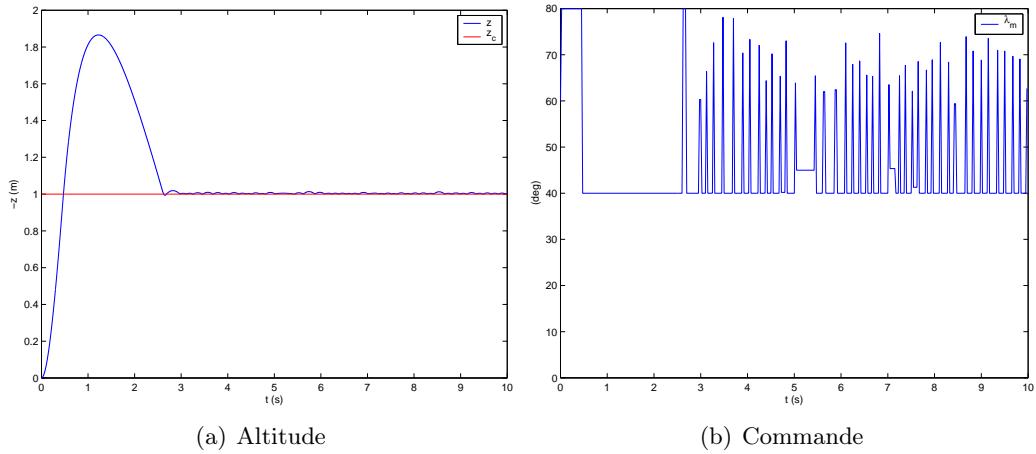


FIG. 4.41 – Commande en battement seul :  $U = (\lambda_m)$

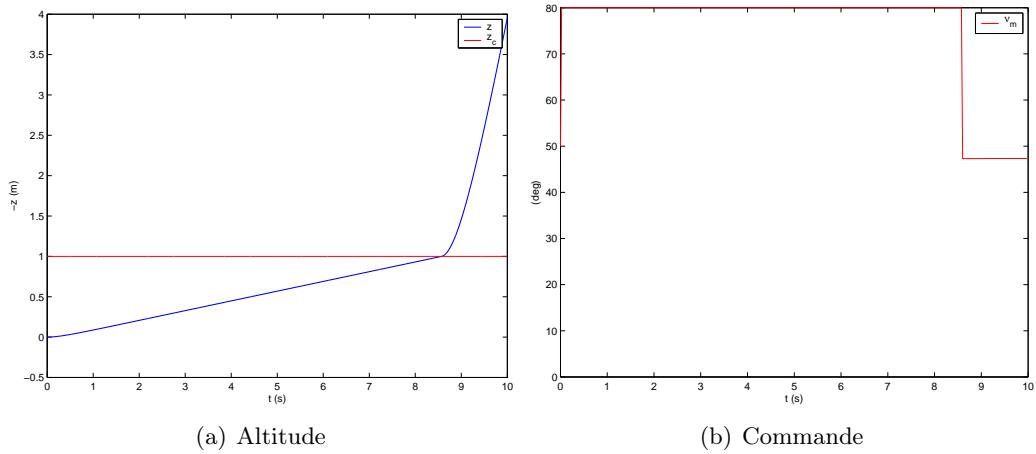


FIG. 4.42 – Commande en rotation seule :  $U = (\nu_m)$

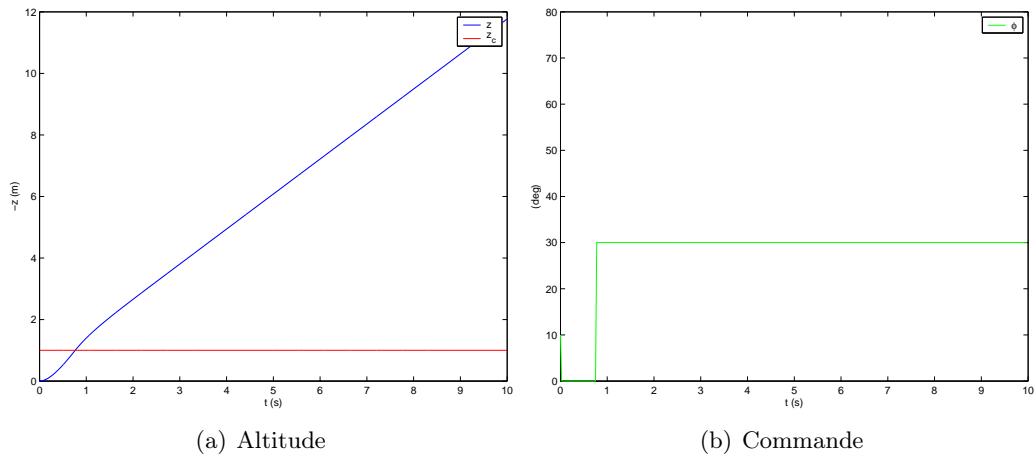


FIG. 4.43 – Commande en déphasage seul :  $U = (\Phi)$

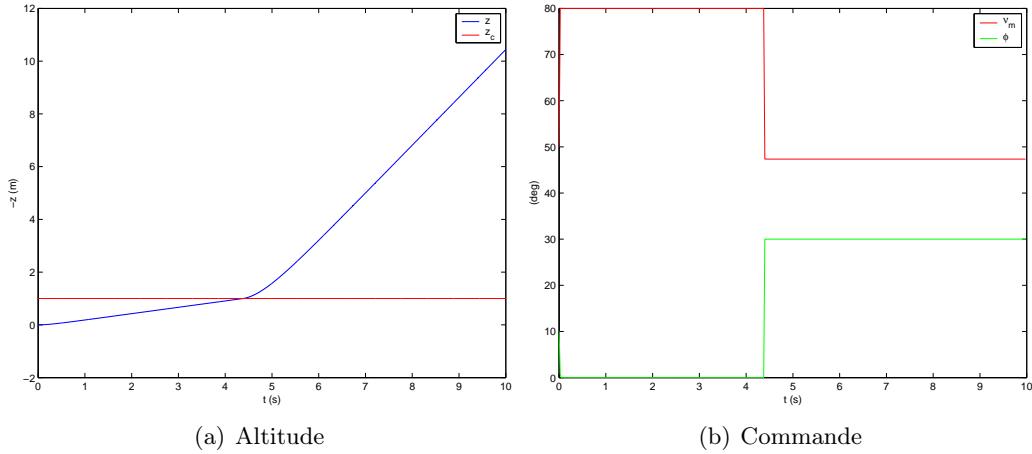


FIG. 4.44 – Commande en rotation et en déphasage :  $U = {}^t(\nu_m \Phi)$

rapidement. Il semble donc à l'étude de ces résultats que l'amplitude du battement soit un paramètre essentiel pour la stabilisation et le contrôle selon l'axe vertical par backstepping. Toutefois, il serait bon de rappeler pour finir que selon l'approche employée au cours de cette étude la loi de contrôle doit assurer simultanément les deux tâches *a priori* indépendantes que sont l'équilibrage du modèle, c'est-à-dire la génération d'un effort moyen équilibrant le poids, et la stabilisation autour d'une consigne donnée. En supposant que l'équilibrage soit assuré par le biais d'un moyen annexe (commande indépendante par exemple), un contrôle ne mettant en œuvre qu'une seule entrée pourrait alors s'avérer plus efficace que dans le cas présent.



# Conclusion et perspectives

Le travail mené tout au long de ces trois années de thèse a permis de dégager des résultats probants dans le domaine émergent de la modélisation et du contrôle des microdrones à ailes battantes, et d'ouvrir différentes perspectives pour l'orientation des travaux futurs. Durant la première partie de cette étude il a été développé un modèle de simulation *OS CAB* de la mécanique du vol d'un microdrone à ailes battantes. La configuration choisie pour cette thèse s'inspire du vol du colibri et de certains insectes battant leurs ailes dans un plan quasi-horizontal, ce qui leur offre la possibilité d'accomplir un vol stationnaire ou à basses vitesses. Ce modèle admet comme entrées les mouvements de chaque aile en fonction du temps, et fournit en sortie les déplacements dans l'espace selon les 6 degrés de liberté de l'engin. L'approche choisie, basée sur un calcul local des vitesses aérodynamiques couplé à des modèles analytiques ou semi-empiriques des efforts générés, contraste avec les méthodes globales rencontrées auparavant pour modéliser le vol stationnaire, et qui assimilent le plan de battement des ailes à un disque sustentateur. L'intérêt du choix opéré ici réside dans la possibilité d'étudier l'influence détaillée des cinématiques selon les trois degrés de liberté de chaque aile, et donc de permettre par la suite un contrôle plus fin de la dynamique du vol.

La difficulté inhérente à la modélisation exacte des phénomènes aérodynamiques mis en jeu ont amené à faire certaines hypothèses lors de l'écriture d'*OS CAB*. Parmi celles-ci, on a fait le choix de ne pas prendre en compte certains phénomènes pour lesquels il n'existe pas de modèle satisfaisant à l'heure actuelle ou dont les effets peuvent se compenser mutuellement. Ces hypothèses seront naturellement susceptibles d'être remises en question, et c'est pourquoi il ne semble pas préférable de poursuivre davantage sur la voie de la modélisation théorique des phénomènes aérodynamiques sans un recalage préalable à l'aide de mesures expérimentales adéquates. Ainsi il s'avérerait utile de coupler les résultats obtenus ici avec ceux de la thèse menée actuellement à l'ONERA par A. Peray [Peray *et al.* 2005], qui exploite les résultats des installations de mesures hydrodynamiques de *REMANTA* à des fins de modélisation et d'identification.

Toutefois, rappelons ici encore que l'objectif de *OS CAB* n'est pas d'améliorer la compréhension et l'étude du vol battu d'un point de vue strictement aérodynamique, mais bien de servir comme outil de base à des simulations orientées mécanique du vol. En ce sens, des comparaisons avec des résultats expérimentaux pour des configurations identiques ont montré que l'allure des efforts instantanés simulés à travers *OS CAB* était suffisamment proche des efforts réels mesurés pour pouvoir considérer celui-ci comme un modèle exploitable à des fins de synthèse de lois de commande en boucle fermée.

Les ailes ont été supposées complètement rigides dans *OS CAB*, on pourrait par conséquent envisager d'améliorer la modélisation en incorporant les effets de couplage aéroélastique, c'est-à-dire les relations entre les déformations des ailes supposées souples et l'écoulement aérodynamique environnant. Distinguons ici l'aéroélasticité « passive », qui

modéliseraient les déformations des ailes sous les efforts exercés par l'écoulement, de l'aéroélasticité « active », où les déformations de ailes seraient générées par des actionneurs et modifieraient en conséquence l'écoulement alentour. Si cette dernière semble plus intéressante en termes de contrôle et de gain de performances (voir le *flip* de certains insectes), elle nécessiterait de raffiner davantage les modèles aérodynamiques ; de plus on ignore à l'heure actuelle si la structure ainsi que les actionneurs de l'aile du futur microdrone seront capables d'un tel contrôle actif des déformations. À l'opposé, l'aéroélasticité passive nécessiterait seulement la connaissance des caractéristiques mécaniques des matériaux pouvant constituer l'aile, ainsi que la valeur des efforts aérodynamiques appliqués : les différents mécanismes qui génèrent en amont ces dits efforts n'auraient donc pas à intervenir à ce niveau. Des études récentes [Combes et Daniel 2003] semblent néanmoins montrer que la déformation des ailes est principalement d'origine inertielle, et que l'influence des forces aérodynamiques sur celles-ci peut être négligée en première approximation. Le couplage aéroélastique n'interviendrait donc que dans un seul sens, les déformations des ailes — liées à leur mouvement et à leur inertie — modifiant les efforts aérodynamiques. Une étude est par conséquent programmée en 2006 dans le cadre de *REMANTA* afin d'enrichir le code *OS CAB* avec une modélisation de la souplesse des ailes et de son effet dans le calcul des forces aérodynamiques. Plus généralement, un bouclage avec les activités des autres départements impliqués dans le PRF permettra ainsi d'insérer dans le simulateur les différents modèles d'actionneurs, de matériaux, etc. à mesure que ceux-ci seront disponibles.

La modélisation des cinématiques au moyen de réseaux de neurones et l'optimisation des paramètres de ces derniers par des algorithmes génétiques ont permis de retrouver certains résultats expérimentaux, en particulier le fait qu'une rotation en avance de phase par rapport au battement engendre un supplément de portance. Les cinématiques optimales en battement et en rotation ainsi déterminées ont permis d'améliorer sensiblement la portance globale, et donc d'augmenter la charge utile potentielle du drone en vol stationnaire. Il s'est toutefois avéré délicat de choisir un seul paramètre pour l'optimisation, et c'est pourquoi des études se concentreront plus spécifiquement sur la recherche de méthodes d'optimisation multicritères adaptées, notamment dans le cadre d'un stage de master encadré par Th. Le Moing à l'ONERA.

*OS CAB* est un modèle orienté essentiellement à des fins de simulation, et sa structure modulaire ainsi que l'approche bidimensionnelle par tranches ne permettent pas la mise en forme de celui-ci sous une forme canonique de type  $\dot{X} = F(X, U)$  pour la recherche de lois de commande en boucle fermée. Il a donc été nécessaire d'élaborer plusieurs modèles de synthèse simplifiés, correspondant aux déplacements suivant les différents axes en vol longitudinal. La nature nécessairement périodique des entrées a orienté les recherches vers l'utilisation de modèles moyens, qui supposent que les variables d'état sont égales sur une période à leur valeur moyenne, hypothèse justifiée dans le cas d'une fréquence de battement suffisamment élevée comme c'est le cas ici (35-40 Hz). Le contrôle a ensuite été obtenu par *backstepping*, en assurant la stabilisation des différents états vers des valeurs entraînant la convergence de l'erreur  $X - X_c$  vers 0. La boucle fermée ainsi réalisée se compose donc d'un modèle de synthèse moyen, utilisé pour calculer à  $t = kT$  ( $k \in \mathbb{N}$ ) la commande appliquée durant la période suivante  $t \in [kT; (k+1)T]$  au modèle continu *OS CAB*. Cette méthode a fourni d'excellents résultats, tant en termes de performances dynamiques (temps de réponse et dépassement) que statiques (précision). La reconstruction de la vitesse par un observateur à modes glissants a également donné de très bons résultats, et permet d'envisager de remplacer sur le futur microdrone certains capteurs de vitesse matériels par des observateurs (capteurs logiciels) de ce type. Les cinématiques optimales obtenues auparavant ont par ailleurs été insérées dans la boucle de commande, et les performances

restent bonnes, malgré les différences entre les entrées adoptées dans les modèles de synthèse et ces cinématiques optimales. Le travail accompli durant cette partie a mis en évidence le manque relatif d'outils méthodologiques adaptés à la commande de systèmes fortement non-linéaires à entrées périodiques. C'est pourquoi un autre stage de master — encadré par M. Ouladsine au LSIS — aura pour but d'approfondir ce domaine, en adoptant pour cela un point de vue essentiellement théorique.

La poursuite des travaux dans le domaine de la commande passerait naturellement par la synthèse des différents sous-cas de vol étudiés en un seul modèle représentant l'ensemble du vol longitudinal. À cet effet, on peut songer aux approches multi-modèles [Pedrycz 1996] ou à la commande floue. Une autre possibilité, qui permettrait de s'affranchir des difficultés rencontrées lors de la recherche de modèles de synthèse sous forme analytique, consisterait à utiliser un modèle entièrement neuronal (de type « boîte noire ») [Doncieux 2003]. L'apprentissage serait réalisé en fonction des sorties de *OS CAB* soumis à différentes entrées. L'avantage offert par cette approche est qu'elle permettrait d'incorporer directement les réseaux de neurones modélisant les cinématiques optimales : les paramètres commandés seraient alors directement les poids et biais de ces réseaux, qui influeraient sur les cinématiques de battement en temps réel. On ne devra toutefois pas perdre de vue le fait que les dispositifs employés pour les actionneurs des ailes devront s'avérer dans ce cas capables de modifier en temps réel la forme des signaux de battement, ce qui semble à l'heure actuelle très délicat compte-tenu de la taille réduite de l'ensemble du dispositif et des technologies actuellement disponibles. Un autre inconvénient est que la pertinence du modèle serait fortement corrélée à la qualité de l'apprentissage : ce dernier devra donc s'effectuer sur une variété d'exemples suffisamment importante. D'un point de vue plus général, l'objectif global à plus long terme sera la stabilisation et la commande du modèle dans l'ensemble de son domaine de vol, c'est-à-dire suivant tous les degrés de liberté, ceci afin de profiter de toute l'agilité offerte par un tel concept.



# Références

- [Ali et Törn 2004] M.M. Ali et A. Törn (2004). Population set-based global optimization algorithms : some modifications and numerical studies. *Computers & Operations Research*, 31 : 1703–1725.
- [Anderson *et al.* 1998] J.M. Anderson, K. Streitlien, D.S. Barrett et M.S. Triantafyllou (1998). Oscillating foils of high propulsive efficiency. *J. Fluid Mech.*, 360 : 41–72.
- [Barron 1993] A. Barron (1993). Universal approximation bounds for superposition of a sigmoidal function. *IEEE Transactions on Information Theory*, 39 : 930–945.
- [Benaskeur *et al.* 2000] A. Benaskeur, L.-N. Paquin et A. Desbiens (2000). Toward industrial process control applications of the backstepping. Dans *Process control and instrumentation*, Glasgow.
- [Bohorquez *et al.* 2003] F. Bohorquez, P. Samuel, J. Sirohi, D. Pines, L. Rudd et R. Perel (2003). Design, analysis and hover performance of a rotary wing Micro Air Vehicle. *AHS Journal*, pages 80–90.
- [Boiffier 1998] J.-L. Boiffier (1998). *The dynamics of flight : the equations*. Wiley.
- [Bonnans *et al.* 2003] J.-F. Bonnans, J.-C. Gilbert, C. Lemaréchal et C. Sagastizábal (2003). *Numerical optimization*. Springer-Verlag.
- [Boudarel *et al.* 1969] R. Boudarel, J. Delmas et P. Guichet (1969). *Commande optimale des processus*. Dunod.
- [Boyer 2002] G. Boyer (2002). Projet REMANTA : une initiative ONERA sur les drones miniatures à comportement biomimétique. Dans *Journées Micro-drones*, Toulouse.
- [Bramwell 1986] A.R.S. Bramwell (1986). *Helicopter Dynamics*. Edward Arnold, London, 2<sup>e</sup> édition.
- [Branke 1995] J. Branke (1995). Evolutionary Algorithms in Neural Network Design and Training. Dans *First Nordic Workshop on Genetic Algorithms and their Applications (1NWGA)*, volume 95-1, pages 145–163, Vaasa.
- [Brooks 2004] S. Brooks (2004). *Solving an initial value problem for an ordinary differential equation*. University of St Andrews.
- [Carpentier 2000] J. Carpentier (2000). Le vol animal et l'aéronautique. *Revue Scientifique et Technique de la Défense*, 46 : 205–229.
- [Chan *et al.* 1998] W.P. Chan, F. Prete et M.H. Dickinson (1998). Visual input to the efferent control system of a fly's gyroscope. *Science*, 280 : 289–292.
- [Cherruault 1999] Y. Cherruault (1999). *Optimisation, méthodes locales et globales*. Mathématiques. Presses Universitaires de France.
- [Choi *et al.* 2003] H. Choi, D. Kim et J. Kim (2003). On the two-dimensional mechanism of high lift by a single flapping wing. Dans *56<sup>th</sup> Annual Meeting of the division of fluid dynamics*. The American Physical Society.

- [Clarkson 1986] E.N.K. Clarkson (1986). *Invertebrate palaeontology and evolution*. Allen and Unwin, London, 2<sup>e</sup> édition.
- [Coineau et Kresling 1987] Y. Coineau et B. Kresling (1987). *Les inventions de la nature et la bionique*. Le Temps de la découverte. Muséum national d'histoire naturelle, Paris.
- [Combes et Daniel 2003] S.A. Combes et T.L. Daniel (2003). Into thin air : contributions of aerodynamic and inertial-elastic forces to wing bending in the hawkmoth *Manduca sexta*. *J. Exp. Biol.*, 206 : 2999–3006.
- [Crouzeix et Mignot 1989] M. Crouzeix et A.L. Mignot (1989). *Analyse numérique des équations différentielles*. Masson, 2<sup>e</sup> édition.
- [Dahleh et al. 2003] M. Dahleh, M. A. Dahleh et G. Verghese (2003). *Lectures on dynamics systems and control*. Department of Electrical Engineering and Computer Science, Massachusetts Institute of Technology.
- [Davila et al. 2005] J. Davila, L. Fridman et A. Levant (2005). Second order sliding mode observer for mechanical systems. *À paraître*.
- [Davis et al. 1996] W. Davis, B. Kosicki, D. Boroson et D. Kostishack (1996). Micro Air Vehicles for optical surveillance. *The Lincoln Laboratory Journal*, 9(2) : 197–213.
- [DeLaurier 1993] J.D. DeLaurier (1993). An aerodynamic model for flapping-wing flight. *The Aeronautical Journal of the Royal Aeronautical Society*, 97 : 125–130.
- [DeLaurier et Harris 1993] J.D. DeLaurier et J.M. Harris (1993). A study of mechanical flapping-wing flight. *The Aeronautical Journal of the Royal Aeronautical Society*, 97 : 277–286.
- [Deng et al. 2001] X. Deng, L. Schenato et S. Sastry (2001). Hovering flight control of a micromechanical flying insect. Dans *IEEE International Conference on Decision and Control*, Orlando.
- [Dickinson 1994] M.H. Dickinson (1994). The effects of wing rotation on unsteady aerodynamic performance at low Reynolds numbers. *J. Exp. Biol.*, 192 : 179–206.
- [Dickinson et Götz 1993] M.H. Dickinson et K.G. Götz (1993). Unsteady aerodynamic performance of model wings at low Reynolds numbers. *J. Exp. Biol.*, 174 : 45–64.
- [Dickinson et al. 1993] M.H. Dickinson, F.-O. Lehmann et K. Götz (1993). The active control of wing rotation by *Drosophila*. *J. Exp. Biol.*, 182 : 173–189.
- [Dickinson et al. 1999] M.H. Dickinson, F.-O. Lehmann et S.P. Sane (1999). Wing rotation and the aerodynamic basis of insect flight. *Science*, 284 : 1954–1960.
- [Dickinson et Lighton 1995] M.H. Dickinson et J.R.B. Lighton (1995). Muscle efficiency and elastic storage in the flight motor of drosophila. *Science*, 268 : 87–90.
- [Doncieux 2003] S. Doncieux (2003). *Évolution de contrôleurs neuronaux pour animaux volants : méthodologie et applications*. Thèse de Doctorat, Université Paris VI.
- [Doncieux et al. 2004] S. Doncieux, J.-B. Mouret, L. Muratet et J.-A. Meyer (2004). Projet ROBUR : vers un animat autonome à ailes battantes. Dans *Journées Micro-drones*, Toulouse.
- [Dreyfus et al. 2004] G. Dreyfus, J.-M. Martinez, M. Samuelides, M. B. Gordon, F. Badran, S. Thiria et L. Hérault (2004). *Réseaux de neurones - Méthodologie et applications*. Eyrolles, Paris, 2<sup>e</sup> édition.
- [Dudley 1999] R. Dudley (1999). Unsteady aerodynamics. *Science*, 284 : 1937–1939.
- [Eich et al. 2004] M. Eich, M. Kemper et S. Fatikow (2004). A navigation system concept for an indoor Micro Air Vehicle. Dans *First European Micro Air Vehicle Conference and Flight Competition (EMAV)*, Braunschweig. DGON.

- [Ellington 1984] C.P. Ellington (1984). The aerodynamics of hovering insect flight. *Philosophical transactions of the Royal Society of London. Biological sciences*, 305(1122) : 1–181.
- [Ellington 1995] C.P. Ellington (1995). Unsteady aerodynamics of insect flight. Dans [Ellington et Pedley 1995], pages 109–129.
- [Ellington et Pedley 1995] C.P. Ellington et T.J. Pedley, éditeurs (1995). *Biological fluid dynamics*. Numéro 49 dans *Symposia of the Society for Experimental Biology*. The Company of Biologists Limited, Cambridge.
- [Ellington *et al.* 1996] C.P. Ellington, C. van den Berg, A.P. Willmott et A.L.R Thomas (1996). Leading-edge vortices in insect flight. *Nature*, 384 : 626–630.
- [Fayeche *et al.* 2004] C. Fayeche, M. M’sahli, R. Ben Abdennour et M. Ksouri (2004). Application d’une approche multi-modèle pour l’identification d’un réacteur d’estérification d’huiles d’olives. Dans *Conférence Internationale Francophone d’Automatique*, Douz.
- [Fearing *et al.* 2000] R.S. Fearing, K.H. Chiang, M.H. Dickinson, D.L. Pick, M. Sitti et J. Yan (2000). Wing transmission for a micromechanical flying insect. Dans *International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco. IEEE.
- [Flemming *et al.* 1992] S. Flemming, P. Smith, N. Seymour et R. Bancroft (1992). Ospreys use local enhancement and flock foraging to locate prey. *The Auk*, 109(3) : 649–654.
- [Fossard et Normand-Cyrot 1993] A.J. Fossard et D. Normand-Cyrot, éditeurs (1993). *Systèmes non linéaires*. Série automatique. Masson, Paris.
- [Francis et Cohen 1933] R.H. Francis et J. Cohen (1933). The flow near a wing which starts suddenly from rest and then stalls. *Rep. Memo. aeronaut. Res. Comm. (Coun.)*, 1561.
- [Fung 1993] Y.C. Fung (1993). *An introduction to the theory of aeroelasticity*. Dover Publications, New York.
- [Goman et Khrabrov 1994] M. Goman et A. Khrabrov (1994). State-space representation of aerodynamic characteristics of an aircraft at high angles of attack. *Journal of Aircraft*, 31(5) : 1109–1115.
- [Grasmeyer et Keenon 2000] J. Grasmeyer et M. Keenon (2000). Development of the Black Widow Micro Air Vehicle. Dans *39<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, Reno. AIAA.
- [Grassé *et al.* 1961] P.-P. Grassé, R. Poisson et O. Tuzet (1961). *Précis de zoologie - Tome I - Invertébrés*. Masson, Paris.
- [Greenewalt 1960] C.H. Greenewalt (1960). *Hummingbirds*. Garden City, New York.
- [Hermann et Krener 1977] R. Hermann et A. Krener (1977). Nonlinear controllability and observability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22(5) : 728–740.
- [Hertel 1966] H. Hertel (1966). *Structure, Form and Movement*. Reinhold, New York.
- [Ho *et al.* 2002] S. Ho, H. Nassef, N. Pornsin-Sirirak, Y.C. Tai et C.M. Ho (2002). Flight dynamics of small vehicles. Dans *23<sup>rd</sup> Congress of the International Council for the Aeronautical Sciences*, Toronto.
- [Holland 1975] J.H. Holland (1975). *Adaptation in natural and artificial systems*. University of Michigan Press.
- [Hopfield et Tank 1985] J. J. Hopfield et D. W. Tank (1985). Neural Computation of Decisions in Optimization Problems. *Biological Cybernetics*, 52 : 141–152.
- [Hornik *et al.* 1989] K. Hornik, M. Stinchcombe et H. White (1989). Multilayer feedforward networks are universal approximators. *Neural Networks*, 2 : 359–366.

- [Isogai et Shinmoto 2001] K. Isogai et Y. Shinmoto (2001). Study on aerodynamic mechanism of hovering insects. Dans *19<sup>th</sup> Applied Aerodynamics Conference*. AIAA.
- [Jane Wang 2000] Z. Jane Wang (2000). Two dimensional mechanism for insect hovering. *Physical Review Letters*, 85(10) : 2216–2219.
- [Jane Wang *et al.* 2004] Z. Jane Wang, J. Birch et M. Dickinson (2004). Unsteady forces and flows in low Reynolds number hovering flight : two-dimensional computations *vs* robotic wing experiments. *J. Exp. Biol.*, 207 : 449–460.
- [Johnson et Mc Geoch 1997] D.S. Johnson et L.A. Mc Geoch (1997). The traveling salesman problem : a case study in local optimization. Dans E.H.L. Aarts et J.K. Lenstra, éditeurs, *Local search in combinatorial optimization*, pages 215–230. Wiley, London.
- [Jones et Platzer 2000] K.D. Jones et M.F. Platzer (2000). Flapping-wing propulsion for a Micro Air Vehicle. Dans *38<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, Reno. AIAA.
- [Jung *et al.* 2005] B. Jung, S. Jeong, D. Lee et Y. Kim (2005). Adaptive reconfigurable flight control system using multiple model mode switching. Dans *16<sup>th</sup> IFAC World Congress*, Prague.
- [Kamakoti *et al.* 2000] R. Kamakoti, M. Berg, D. Ljungqvist et W. Shyy (2000). A computational study for biological flapping wing flight. *Transactions of the Aeronautical Society of the Republic of China*, 32(4) : 265–279.
- [Kawamoto et Anderson 1985] A. Kawamoto et J. Anderson (1985). A neural network model of multistable perception. *Acta Psychologica*, 59 : 35–65.
- [Kesel 2000] A. Kesel (2000). Aerodynamic characteristics of dragonfly wing sections compared with technical aerofoils. *J. Exp. Biol.*, 203 : 3125–3135.
- [Keuter *et al.* 2002] T. Keuter, D. Hermans, D. Jérôme, R. Decuyper et G. Boyet (2002). Aerodynamic research on lifting surfaces for micro & mini UAVs. Dans *Unmanned Air Vehicle Systems*, Bristol.
- [Kim et Choi 2003] D. Kim et H. Choi (2003). Vortical motion caused by two flapping wings. Dans *2<sup>nd</sup> International Symposium on Aqua Bio-Mechanisms (ISABMEC)*, Hawaii.
- [Kordes *et al.* 2003] T. Kordes, M. Buschmann, S. Winkler, H. Schulz et P. Vörsmann (2003). Progresses in the Development of the Fully Autonomous MAV CAROLO. Dans *2<sup>nd</sup> AIAA Unmanned Unlimited Conference and Workshop and Exhibit*, San Diego.
- [Kornbluh *et al.* 1998] R. Kornbluh, R. Pelrine, J. Eckerle et J. Joseph (1998). Electrostrictive polymer artificial muscle actuators. Dans *International Conference on Robotics and Automation*, volume 3, pages 2147–2154, Leuven. IEEE.
- [Krstić *et al.* 1995a] M. Krstić, I. Kanellakopoulos et P. Kokotović (1995). *Nonlinear and adaptive control design*. Adaptive and learning systems for signal processing, communications, and control. Wiley, New York.
- [Krstić *et al.* 1995b] M. Krstić, J.M. Protz, J.D. Paduano et P. Kokotović (1995). Backstepping designs for jet engine stall and surge control. Dans *Conference on Decision and Control*.
- [Labarrère *et al.* 1993] M. Labarrère, J.P. Krief et B. Gimonet (1993). *Le filtrage et ses applications*. Cépaduès, Toulouse, 3<sup>e</sup> édition.
- [Lafontaine 1996] J. Lafontaine (1996). *Introduction aux variétés différentielles*. Collection Grenoble Sciences. Presses Universitaires de Grenoble.
- [Laroze 1999] S. Laroze (1999). *Mécanique générale*. Cours ENSAE, Toulouse.

- [Levant et Fridman 2002] A. Levant et L. Fridman (2002). Higher order sliding modes. Dans W. Perruquetti et J.-P. Barbot, éditeurs, *Sliding mode control in engineering*. Marcel Dekker, New York.
- [Lighthill 1973] M.J. Lighthill (1973). On the Weis-Fogh mechanism of lift generation. *J. Fluid Mech.*, 60 : 1–17.
- [Llibre 2002] Michel Llibre (2002). *Modélisation et commande des systèmes mécaniques articulés*. Cours ENSAE, Toulouse.
- [Luc-Bouhali 2004] A. Luc-Bouhali (2004). PRF REMANTA : Rapport d’activités 2003. Rapport technique 3/08088, ONERA / DPRS — Ressources générales.
- [Luc-Bouhali *et al.* 2005] A. Luc-Bouhali, B. Danet et P. May (2005). PRF REMANTA : Compte-rendu du 2<sup>e</sup> conseil scientifique. Rapport Technique 1/10370, ONERA / DPRS.
- [Luo 2002] X.Y. Luo (2002). Fundamental biomechanics. Rapport Technique, The University of Sheffield - Department of Mechanical Engineering.
- [Luré 1968] L. Luré (1968). *Mécanique analytique*, volume 1. Masson, Paris.
- [McNeill Alexander 1995] R. McNeill Alexander (1995). Springs for wings. *Science*, 268 : 50–51.
- [McNeill Alexander 1996] R. McNeill Alexander (1996). Smokescreen lifted on insect flight. *Nature*, 384 : 609–610.
- [Meunier 2002] H. Meunier (2002). *Algorithmes évolutionnaires parallèles pour l’optimisation multi-objectifs de réseaux de télécommunications mobiles*. Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille.
- [Michelson 1998] R.C. Michelson (1998). Update on flapping wing Micro Air Vehicle research. Dans *13<sup>th</sup> Bristol International RPV Conference*.
- [Minsky et Papert 1969] M. Minsky et S. Papert (1969). *Perceptrons*. The MIT Press.
- [Mitchell 1996] M. Mitchell (1996). *An introduction to genetic algorithms*. The MIT Press.
- [Mueller 2001] T. Mueller, éditeur (2001). *Fixed and flaping wing aerodynamics for Micro Air Vehicles*. Progress in Astronautics and Aeronautics. AIAA.
- [Nachtigall 1966] W. Nachtigall (1966). Die Kinematik der Schlagflügelbewegungen von Dipteren. Methodische und analytische Grundlagen zur Biophysik des Insektenflugs. *Zeitschrift für vergleichende Physiologie*, 52 : 155–211.
- [Nachtigall 2005] W. Nachtigall (2005). *Biologisches Design*. Springer-Verlag.
- [Norberg 1976] U.M. Norberg (1976). Aerodynamics, kinematics, and energetics of horizontal flapping flight in the long-eared bat *Plecotus Auritus*. *J. Exp. Biol.*, 65 : 179–212.
- [Norberg 1990] U.M. Norberg (1990). *Vertebrate Flight*, volume 27 de *Zoophysiology*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- [Norberg 1993] U.M. Norberg (1993). The cost of hovering and forward flight in a nectar feeding bat, *Glossophaga Soricina*, estimated from aerodynamic theory. *J. Exp. Biol.*, 182 : 207–227.
- [Okamoto *et al.* 1996] M. Okamoto, K. Yasuda et A. Azuma (1996). Aerodynamic characteristics of the wings and body of a dragonfly. *J. Exp. Biol.*, 199 : 281–294.
- [Osborne 1951] M.F.M. Osborne (1951). Aerodynamics of flapping flight with application to insects. *J. Exp. Biol.*, 28 : 221–245.
- [Ouladsine *et al.* 1995] M. Ouladsine, F. Bickling et G. Bloch (1995). Identification of constrained dynamic-systems by genetic type algorithm. Dans *Proceedings of the Artificial Intelligence in Real Time Control*, Bled.

- [Papoulis 1962] A. Papoulis (1962). *The Fourier integral and its applications*. Mc Graw Hill.
- [Paquet 2004] J.B. Paquet (2004). Characterization of flapping wings in water tank for  $\mu$ UAV. Dans *First European Micro Air Vehicle Conference and Flight Competition (EMAV)*, Braunschweig. DGON.
- [Pedrycz 1996] W. Pedrycz (1996). Fuzzy multimodels. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 4(2) : 139–148.
- [Pennycuick 1968] C.J. Pennycuick (1968). Power requirements for horizontal flight in the pigeon *Columba livia*. *J. Exp. Biol.*, 49(3) : 527–555.
- [Pennycuick 1972] C. J. Pennycuick (1972). *Animal flight*. Numéro 33 dans Studies in Biology. Edward Arnold, London.
- [Peray *et al.* 2005] A. Peray, L. Planckaert, G. Dauphin-Tanguy et P. Vanheeghe (2005). Modelling and identification of unsteady aerodynamics at low angle of attack around a flapping wing. Dans *International Mediterranean Modeling Multiconference*, Marseille.
- [Porntsin-Sirirak *et al.* 2001] N. Porntsin-Sirirak, Y.-C. Tai, C.-M. Ho et M. Keennon (2001). Microbat : a palm-sized electrically powered ornithopter. Dans *NASA/JPL Workshop on Biomorphic Robotics*, Pasadena.
- [Porntsin-Sirirak *et al.* 2000] N. Porntsin-Sirirak, Y.-C. Tai, H. Nassef et C.-M. Ho (2000). Unsteady-state aerodynamic performance of MEMS wings. Dans *International Symposium on Smart Structure and Microsystems*, Hong Kong.
- [Powell 1978] M.J.D. Powell (1978). A fast algorithm for nonlinearly constrained optimization calculations. Dans G.A. Watson, éditeur, *Numerical analysis*, volume 630 de *Lecture notes in mathematics*. Springer-Verlag.
- [Radcliffe 1993] N. Radcliffe (1993). Genetic set recombination and its application to neural network topology optimisation. *Neural computing and applications*, 1(1) : 67–90.
- [Rakotomamonjy 2002] T. Rakotomamonjy (2002). Utilisation d'actionneurs piézo-électriques dans des boucles d'asservissement en effort. Mémoire de D.E.A., Supaéro.
- [Rakotomamonjy *et al.* 2004a] T. Rakotomamonjy, T. Le Moing et M. Ouladsine (2004). Développement d'un modèle de simulation d'un microdrone à ailes vibrantes. Dans *Conférence Internationale Francophone d'Automatique*, Douz.
- [Rakotomamonjy *et al.* 2004b] T. Rakotomamonjy, T. Le Moing et M. Ouladsine (2004). Simulation model of a flapping-wing Micro Air Vehicle. Dans *First European Micro Air Vehicle Conference and Flight Competition (EMAV)*, Braunschweig. DGON.
- [Rakotomamonjy *et al.* 2005] T. Rakotomamonjy, T. Le Moing et M. Ouladsine (2005). Kinematics optimization for a flapping-wing Micro Air Vehicle. Dans *16<sup>th</sup> IFAC World Congress*, Prague.
- [Rankine 1865] W.J.M. Rankine (1865). On the mechanical principles of the action of propellers. *Transactions of the Institution of Naval Architects*, 6 : 13–30.
- [Rayner 1979] J.M.V. Rayner (1979). A vortex theory of animal flight. Part 1. The vortex wake of a hovering animal. *J. Fluid Mech.*, 91(4) : 697–730.
- [Rayner 1995] J.M.V. Rayner (1995). Dynamics of the vortex wakes of flying and swimming vertebrates. Dans [Ellington et Pedley 1995], pages 131–155.
- [Rechenberg 1973] I. Rechenberg (1973). *Evolutionsstrategie : Optimierung Technischer Systeme nach Prinzipien der Biologischen Evolution*. Frommann-Holzboog, Stuttgart.

- [Renders 1995] J.-M. Renders (1995). *Algorithmes génétiques et réseaux de neurones*. Hermès, Paris.
- [Ritchison 2003] G. Ritchison (2003). Ornithology lecture notes - Bird flight. <http://people.eku.edu/ritchisong/554notes3.html>.
- [Ruffier *et al.* 2003] F. Ruffier, S. Viollet, S. Amic et N. Franceschini (2003). Bio-inspired optical flow circuits for the visual guidance of Micro-Air Vehicles. Dans *International Symposium on Circuits And Systems*, volume 3, Bangkok. IEEE.
- [Sane et Dickinson 2001] S.P. Sane et M.H. Dickinson (2001). The control of flight force by a flapping wing : lift and drag production. *J. Exp. Biol.*, 204 : 2607–2626.
- [Sane et Dickinson 2002] S.P. Sane et M.H. Dickinson (2002). The aerodynamic effects of wing rotation and a revised quasi-steady model of flapping flight. *J. Exp. Biol.*, 205 : 1087–1096.
- [Savage *et al.* 1979] S. Savage, B. Newman et D. Wong (1979). The role of vortices and unsteady effects during the hovering flight of dragonflies. *J. Exp. Biol.*, 83 : 59–77.
- [Schenato *et al.* 2002] L. Schenato, X. Deng et S. Sastry (2002). Hovering flight for a micromechanical flying insect : modeling and robust control synthesis. Dans *15<sup>th</sup> IFAC World Congress on Automatic Control*, Barcelona.
- [Stéphant 2004] J. Stéphant (2004). *Contribution à l'étude et à la validation expérimentale d'observateurs appliqués à la dynamique du véhicule*. Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne.
- [Stolpe et Zimmer 1939] M. Stolpe et K. Zimmer (1939). Der Schwirrflug des Kolibri im Zeitlupenfilm. *Journal für Ornithologie*, 87 : 136–155.
- [Sun et Tang 2002] M. Sun et J. Tang (2002). Unsteady aerodynamic force generation by a model fruit fly wing in flapping motion. *J. Exp. Biol.*, 205 : 55–70.
- [Szmelter et Żbikowski 2000] J. Szmelter et R. Żbikowski (2000). Aerodynamic aspects of flapping wing Micro Air Vehicles. Dans *Proceedings of the 22<sup>th</sup> Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences*, pages 134.1–134.8, Harrogate, UK.
- [Takagi et Sugeno 1985] T. Takagi et M. Sugeno (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 15(1) : 116–132.
- [Taylor 2001] G.K. Taylor (2001). Mechanics and aerodynamics of insect flight control. *Biological Reviews of the Cambridge Philosophical Society*, 76(4) : 449–471.
- [Valentin-Roubinet *et al.* 2001] C. Valentin-Roubinet, P. Riedinger, J. Daafouz, J. Buisson et C. Iung (2001). Commande des systèmes dynamiques hybrides. Dans J. Zaytoon, éditeur, *Systèmes dynamiques hybrides*, Systèmes automatisés. Hermès Science, Paris.
- [Vidal 1969] P. Vidal (1969). *Non-linear sampled-data systems*. Gordon and Breach Science, New York.
- [Vogel 1966] S. Vogel (1966). Flight in *Drosophila*. *J. Exp. Biol.*, 44 : 567–578.
- [von Kármán et Burgers 1976] T. von Kármán et J.M. Burgers (1976). *General aerodynamic theory - Perfect fluids*, volume 2 de *Aerodynamic theory. A general review of progress*. Peter Smith, Gloucester.
- [Wagner 1925] H. Wagner (1925). Über die Entstehung des dynamischen Auftriebes von Tragflügeln. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 5 : 17–35.
- [Wakeling et Ellington 1997a] J.M. Wakeling et C.P. Ellington (1997). Dragonfly flight. II. Velocities, accelerations and kinematics of flapping flight. *J. Exp. Biol.*, 200 : 557–582.

- [Wakeling et Ellington 1997b] J.M. Wakeling et C.P. Ellington (1997). Dragonfly flight. III. Lift and power requirements. *J. Exp. Biol.*, 200 : 583–600.
- [Walker 2002] J.A. Walker (2002). Rotational lift : something different or more of the same ? *J. Exp. Biol.*, 205 : 3783–3792.
- [Walker 1931] P. B. Walker (1931). A new instrument for the measurement of fluid motion ; with an application to the development of the flow around a wing started impulsively from rest. *Rep. Memo. aeronaut. Res. Coun.*, 1402.
- [Watts *et al.* 2001] P. Watts, E. Mitchell et S. Swartz (2001). A computational model for estimating the mechanics of horizontal flapping in bats : model description and validation. *J. Exp. Biol.*, 204 : 2873–2898.
- [Weis-Fogh 1972] T. Weis-Fogh (1972). Energetics of hovering flight in hummingbirds and in drosophila. *J. Exp. Biol.*, 56 : 79–104.
- [Weis-Fogh 1973] T. Weis-Fogh (1973). Quick estimates of flight fitness in hovering animals, including novel mechanisms for lift production. *J. Exp. Biol.*, 59 : 169–230.
- [Wolpert et Macready 1997] D. Wolpert et W. Macready (1997). No free lunch theorems for optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1 : 67–82.
- [Wu *et al.* 2003] W.C. Wu, L. Schenato, R.J. Wood et R.S. Fearing (2003). Biomimetic sensor suite for flight control of a micromechanical flight insect : design and experimental results. Dans *International Conference on Robotics and Automation*, Taipei. IEEE.
- [Yan *et al.* 2001] J. Yan, R.J. Wood, S. Avadhanula, M. Sitti et R.S. Fearing (2001). Towards flapping wing control for a micromechanical flying insect. Dans *International Conference on Robotics and Automation*, Seoul. IEEE.
- [Ye et Kalyanaraman 2001] T. Ye et S. Kalyanaraman (2001). An adaptive random search algorithm for optimizing network protocol parameters. Rapport Technique, Rensselaer Polytechnic Institute, New York.
- [Żbikowski 2002] R. Żbikowski (2002). On aerodynamic modelling of an insect-like flapping wing in hover for Micro Air Vehicles. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 360 : 273–290.



# Modélisation et contrôle du vol d'un microdrone à ailes battantes

## Résumé

Les récents progrès des microtechnologies permettent le développement de drones d'envergure inférieure à 15 cm, susceptibles de réaliser des missions d'observation ou d'intervention en milieu risqué. La possibilité de vol en présence d'obstacles ou en espace fermé nécessite une grande agilité à basse vitesse et des capacités de déplacement silencieux, pour lesquelles un concept à ailes battantes — inspiré du vol des insectes et du colibri — semble être le plus prometteur. Dans le cadre de cette thèse, nous avons donc développé un modèle de simulation de type mécanique du vol d'un tel engin, à partir de résultats antérieurs concernant l'aérodynamique du vol des insectes. Nous avons ensuite déterminé les cinématiques de battement optimales à l'aide d'algorithmes heuristiques, avant de chercher à commander en boucle fermée ce système non linéaire naturellement instable. Une technique inspirée du backstepping a permis d'obtenir de très bonnes performances, en statique comme en dynamique.

**Mots-clés :** microdrone, ailes battantes, modélisation, simulation, aérodynamique instationnaire, optimisation, commande non-linéaire

## Modelization and flight control of a flapping-wing Micro Air Vehicle

## Abstract

Recent progress made in the domain of microtechnologies allow the design of very small-sized Micro Air Vehicles (MAVs), whose wingspan is inferior than 15 cm, suitable for observation or intervention in hazardous environments. The ability to fly among obstacles or indoor requires both a great agility at low speed and silent displacements, for which the concept of flapping wings — inspired by the flight of insects and hummingbirds — seems to be the most promising. During this thesis, a flight-dynamics-oriented simulation model has been programmed, based upon previous results about the unsteady aerodynamics of insect flight. An optimization of the flapping kinematics through heuristical methods has then been performed, as well as a closed-loop control of this nonlinear and naturally unstable system. A backstepping-based approach has given very good performances for both static and dynamic domains.

**Keywords :** Micro Air Vehicle, flapping wings, modelization, simulation, unsteady aerodynamics, optimization, nonlinear control

**Discipline :** automatique

**Laboratoires d'accueil :**

ONERA/DCSD, Base aérienne 701, 13661 SALON AIR

LSIS (UMR CNRS 6168), domaine universitaire de Saint-Jérôme, avenue Escadrille Normandie-Niemen, 13397 MARSEILLE CEDEX 20