

Théorie et évolution de l'accélération d'électrons par laser

L'accélération d'électrons par interaction laser-plasma débute en 1979 lorsque des ondes plasmas sont proposées pour accélérer des particules (Tajima et Dawson, 1979). Depuis cet instant, des progrès rapides et importants ont été réalisés, donnant naissance à différents régimes d'accélération. Cette évolution est retracée dans ce chapitre. Pour commencer, les grandeurs physiques utilisées dans la suite sont présentées et un exemple d'accélération dans un cas linéaire unidimensionnel est détaillé. Vient ensuite la liste de certains phénomènes non-linéaires qui serviront à expliquer l'histoire de l'accélération d'électrons par laser. Enfin, dans l'esprit d'atteindre des énergies encore plus élevées, les derniers modèles d'accélération sont présentés.

Pour commencer, les deux sections suivantes reprennent les équations et les grandeurs physiques utiles pour décrire l'interaction. Les formules sont présentées dans le système d'unités internationales (MKSA).

1.1 Propagation d'une onde électromagnétique

1.1.1 Les équations de Maxwell

Une onde électromagnétique est une vibration qui se propage dans l'espace et qui possède une composante électrique et une composante magnétique. Une impulsion laser est une onde électromagnétique. La propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu est décrite par les équations de Maxwell :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{j} \end{array} \right. \quad (1.1)$$

où \vec{E} et \vec{B} désignent respectivement le champ électrique et le champ magnétique de l'onde, ρ et \vec{j} décrivent le milieu et représentent la densité locale et la densité de courant respectivement. ϵ_0 et μ_0 sont la permittivité et la perméabilité du vide. c est la célérité de

la lumière. L'opérateur $\vec{\nabla}$ correspond au vecteur des dérivées partielles spatiales

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (1.2)$$

A partir de cet ensemble d'équations, on dérive l'équation de propagation du champ électrique. Si on se place dans le vide ($\rho = 0$ et $\vec{j} = \vec{0}$), on obtient :

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{x}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}(\vec{x}, t) = \vec{0} \quad (1.3)$$

Si on la réécrit dans le domaine des fréquences (pour la variable temporelle), cela devient :

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{x}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{x}, \omega) = \vec{0} \quad (1.4)$$

Dans le cas plus général d'une propagation dans un milieu isotrope, on introduit l'indice optique η dans l'équation de propagation, qui contient la réponse du milieu

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{x}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \eta^2(\omega) \vec{E}(\vec{x}, \omega) = \vec{0} \quad (1.5)$$

1.1.2 Paramètres laser

En général, on utilise des potentiels pour décrire ces champs. Il existe un potentiel vecteur \vec{A} et un potentiel scalaires Φ qui vérifient :

$$\begin{cases} \vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \\ \vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \end{cases} \quad (1.6)$$

Ces potentiels ne sont pas définis de façon unique. Il est possible de trouver d'autres solutions en effectuant une transformation de jauge. On se place en général dans la jauge de Coulomb $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$.

Dans la suite de ce document, on parlera généralement du potentiel vecteur normalisé \vec{a} , défini par :

$$\vec{a} = \frac{e\vec{A}}{m_e c} \quad (1.7)$$

où e est la charge de l'électron et m_e la masse de l'électron.

On introduit aussi en général l'intensité I (par abus de langage, on désigne ainsi cet éclairage), qui est la moyenne du vecteur de Poynting sur un cycle optique :

$$I = c^2 \epsilon_0 \langle \vec{E} \wedge \vec{B} \rangle_t \quad (1.8)$$

où les crochets désignent la moyenne temporelle sur un cycle de l'impulsion.

1.1.3 Faisceaux gaussiens

Les impulsions de courte durée délivrées par les installations laser ont un spectre large qui englobe de nombreux modes. Pour simplifier les calculs, on représente l'impulsion dans le domaine spectral, et par conséquent dans le domaine temporel, par une gaussienne, ce qui est assez proche de la réalité. De même, on représente le profil spatial transverse d'intensité près du plan focal par une gaussienne. Le champ électrique prend alors la forme suivante pour une impulsion polarisée linéairement :

$$\vec{E}(r, z, t) = \frac{E}{2} f(r, z) g(t, z) \exp[-i(k_0 z - \omega_0 t)] \vec{e}_x + \vec{c} \quad (1.9)$$

On distingue dans l'équation 1.9 une porteuse de vecteur d'onde k_0 et de pulsation ω_0 et les informations spatiales et temporelles contenues dans $f(r, z)$ et $g(t)$ respectivement. Les expressions gaussiennes suivantes (Eq. 1.10) vérifient l'équation de propagation du champ électrique dans le vide dans l'approximation paraxiale. Ces expressions reproduisent bien le champ électrique du laser dans le cas où les optiques de focalisation ont des ouvertures faibles.

$$\begin{aligned} g(t, z) &= \exp \left[-2 \ln 2 \left(\frac{t - z/c}{\tau_0} \right)^2 \right] \\ f(r, z) &= \frac{w_0}{w(z)} \exp \left[-\frac{r^2}{w^2(z)} - i \frac{k_0 r^2}{2R(z)} \right] \exp i\phi(z) \end{aligned} \quad (1.10)$$

où τ_0 est la durée de l'impulsion à mi-hauteur, w_0 est le waist de l'impulsion (le rayon du faisceau en $1/e$ du champ électrique dans le plan focal $z = 0$). $\phi(z)$ est la phase de Gouy. Les fonctions $w(z)$ et $R(z)$ représentent respectivement le rayon du faisceau en $1/e$ du champ électrique et le rayon de courbure du front d'onde. Ces fonctions prennent la forme suivante :

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{Z_r^2}} \quad (1.11)$$

$$R(z) = z \left(1 + \frac{Z_r^2}{z^2} \right) \quad (1.12)$$

$Z_r = \pi w_0^2 / \lambda_0$ est la longueur de Rayleigh. Cette grandeur physique représente la distance pour laquelle l'intensité est divisée d'un facteur 2 par rapport à son maximum au plan focal ($z = 0$).

A partir de cette expression du champ électrique, la relation suivante existe entre l'intensité maximale I_0 et la puissance P :

$$I_0 = \frac{2P}{\pi w_0^2} \quad (1.13)$$

avec $P = 2 \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \frac{U}{\tau_0} \sim \frac{U}{\tau_0}$, où U est l'énergie de l'impulsion.

De même, la relation suivante lie l'intensité maximale I_0 et le maximum du potentiel vecteur normalisé a_0

$$a_0 = \left(\frac{e^2}{2\pi^2 \epsilon_0 m_e^2 c^5} \lambda_0^2 I_0 \right)^{1/2} \quad (1.14)$$

Ces grandeurs physiques seront utilisées dans la suite pour décrire les expériences menées.

Application numérique

Le laser du Laboratoire d'Optique Appliqué délivre en général une énergie de $U = 1$ J sur cible en $\tau_0 = 30$ fs, ce qui correspond à une puissance effective $P = 33$ TW. Sa longueur d'onde λ_0 vaut 820 nm. Une parabole de focale $f = 1$ m permet de le focaliser à la limite de diffraction $w_0 \sim \alpha \lambda_0 f / d = 18 \mu\text{m}$, où $d = 55$ mm est le diamètre du faisceau avant focalisation. Pour un faisceau homogène circulaire en champ proche, le coefficient α vaut 1.22. On estime qu'environ 50% de l'énergie est contenue dans la tâche focale. On en déduit une intensité maximale $I_0 = 3 \times 10^{18}$ W/cm², ce qui conduit à $a_0 = 1.3$.

Lorsque a_0 dépasse l'unité, les oscillations d'un électron dans le champ laser deviennent relativistes. Dans nos conditions expérimentales, le mouvement des électrons est donc relativiste.

1.2 Les ondes plasmas

Un plasma est un état de la matière constitué d'électrons libres, d'ions partiellement ou complètement ionisé et éventuellement d'atomes ou de molécules neutres, le tout formant un ensemble globalement neutre (autant de charges positives que négatives). Les plasmas sont présents dans notre vie quotidienne (écrans à plasma, lampes à plasma par exemple). Plus généralement, ils composent une grande partie de l'univers : plasmas interstellaires, les étoiles (comme le soleil)...

1.2.1 Paramètres plasmas

Considérons un plasma initialement uniforme non-collisionnel dans lequel on déplace une tranche d'électrons de leur position au repos. La force de rappel qui s'applique sur cette tranche d'électrons tend à les ramener vers leur position d'équilibre. Sur les échelles de temps correspondant aux électrons, on néglige le mouvement des ions du fait de leur inertie. Ceci donne naissance à des oscillations autour de la position d'équilibre à une pulsation caractéristique appelée la pulsation plasma électronique ω_{pe}

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}} \quad (1.15)$$

où n_e est la densité électronique initiale du plasma.

Cette pulsation est à comparer à la pulsation du laser : si $\omega_{pe} < \omega_0$ alors le temps de réponse caractéristique du plasma est plus long que la période d'oscillation incidente. Le milieu ne peut s'opposer à la propagation de l'onde électromagnétique. On dit que le milieu est transparent ou sous-dense. A l'inverse, lorsque $\omega_{pe} > \omega_0$ alors le temps de réponse des électrons est suffisamment rapide pour s'adapter à l'onde incidente et réfléchir en partie la radiation. Dans ce cas, le milieu est dit sur-dense.

Ces deux domaines sont séparés à la pulsation ω_0 , qui correspond à une densité critique $n_c = \omega_0^2 m_e \epsilon_0 / e^2$.

Application numérique

Pour un laser de longueur d'onde $\lambda_0 = 820$ nm, on obtient $n_c = 1.7 \times 10^{21}$ cm⁻³. Dans nos conditions expérimentales avec des jets de gaz, on explore des régions de densité électronique comprises dans l'intervalle $n_e \in [10^{17}; 10^{20}]$ cm⁻³. On travaille donc en régime sous-dense et le laser se propage.

Dans le cas tridimensionnel, si l'on suppose que les plasmas sont des gaz parfaits, un plasma homogène possède une distribution de vitesse électronique $f_e(v_e)$ de Maxwell-Boltzmann à l'équilibre thermodynamique. :

$$f_e(v_e) = n_e \left(\frac{m_e}{2\pi k_B T_e} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{m_e v_e^2}{k_B T_e} \right) \quad (1.16)$$

où k_B est la constante de Boltzmann, T_e la température du gaz d'électrons. La vitesse thermique moyenne des électrons pour cette distribution de vitesses est $v_{te} = \sqrt{k_B T_e / m_e}$

1.2.2 Les équations fluides

Notons $f_e(\vec{x}, \vec{v}, t)$ la fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases. Ceci signifie que la quantité d'électrons entre les positions \vec{x} et $\vec{x} + d\vec{x}$ avec une vitesse comprise entre \vec{v} et $\vec{v} + d\vec{v}$ à l'instant t est donné par $f_e(\vec{x}, \vec{v}, t) \|d\vec{x}\| \|d\vec{v}\|$. L'équation de Vlasov décrit les variations de la fonction de distribution sous l'action des champs électriques \vec{E} et magnétiques \vec{B} de l'onde dans un régime non-collisionnel :

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} f_e - \frac{e}{m_e} \left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} \right) \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (1.17)$$

En général, on utilise des expressions plus explicites de l'équation de Vlasov. Ce sont les équations fluides obtenues à partir des moments de l'Eq. 1.17 en intégrant sur les vitesses ($\int d^3\vec{v}$), et en assimilant les champs locaux aux champs moyens.

$$\begin{cases} \frac{\partial n_e}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_e \vec{v}_e) = 0 \\ \frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} + (\vec{v}_e \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_e = -\frac{e}{m_e} \left(\vec{E} + \vec{v}_e \wedge \vec{B} \right) - \frac{1}{n_e m_e} \vec{\nabla} \cdot \vec{P}_e \end{cases} \quad (1.18)$$

Les grandeurs macroscopiques sont

- la densité $n_e(\vec{x}, t) = \int f_e(\vec{x}, \vec{v}, t) d^3\vec{v}$
- la vitesse $\vec{v}_e(\vec{x}, t) = \frac{1}{n_e(\vec{x}, t)} \int f_e(\vec{x}, \vec{v}, t) \vec{v} d^3\vec{v}$
- la pression $\vec{P}_e(\vec{x}, t) = m_e \int f_e(\vec{x}, \vec{v}, t) (\vec{v} - \vec{v}_e)(\vec{v} - \vec{v}_e)^t d^3\vec{v}$.

où \vec{v}^t désigne la transposée du vecteur \vec{v} .

Ces deux équations 1.18 représentent respectivement la conservation de la masse et l'équation du mouvement. Elles régissent la réponse du plasma à une onde électromagnétique.

1.2.3 Modèle linéaire unidimensionnel de l'accélération d'un électron dans une onde plasma

On étudie ici la théorie du piégeage d'un électron dans une onde plasma relativiste unidimensionnelle (Mora et Amiranoff, 1989). Je présente le calcul dans le détail car il me semble pertinent de comprendre le mécanisme d'accélération en se basant sur un cas simplifié.

Expression du champ électrique de l'onde plasma

On considère ici une perturbation périodique sinusoïdale de la densité plasma électronique sur un fond neutre uniforme d'ions immobiles. Les mécanismes permettant d'exciter l'onde plasma seront présentés dans la section suivante. La perturbation de densité δn s'écrit :

$$\delta n = \delta n_e \sin(k_p z - \omega_p t) \quad (1.19)$$

où ω_p et k_p sont la pulsation et le vecteur d'onde de l'onde plasma.

Cette perturbation de densité conduit à une perturbation du champ électrique $\delta \vec{E}$ via l'équation de Poisson 1.1

$$\vec{\nabla} \cdot \delta \vec{E} = -\frac{\delta n e}{\epsilon_0} \quad (1.20)$$

Ce qui conduit à

$$\delta \vec{E}(z, t) = \frac{\delta n_e e}{k_p \epsilon_0} \cos(k_p z - \omega_p t) \vec{e}_z \quad (1.21)$$

Comme on veut ici décrire l'accélération d'électrons à des énergies relativistes par une onde plasma, on s'intéresse maintenant au cas d'une onde plasma dont la vitesse de phase est proche de la vitesse de la lumière $v_p = \omega_p/k_p \sim c$. On pose $E_0 = m_e c \omega_{pe}/e$. L'expression du champ électrique se réécrit de la façon suivante :

$$\delta \vec{E}(z, t) = E_0 \frac{\delta n_e}{n_e} \cos(k_p z - \omega_p t) \vec{e}_z \quad (1.22)$$

On constate que le champ électrique est déphasé de $-\pi/4$ par rapport à la densité électronique.

Transformée de Lorentz

On s'intéresse au cas où on place un électron dans ce champ électrique. Le but du calcul suivant est d'obtenir les conditions sur l'énergie de cet électron pour qu'il soit piégé dans l'onde. Les notations suivantes sont utilisées pour décrire l'électron dans le référentiel du laboratoire : soient z sa position, t le temps associé, β la vitesse normalisée à c , $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ le facteur de Lorentz associé. Dans le référentiel lié à l'onde plasma, on note respectivement z' , t' , β' et γ' les mêmes quantités.

Le référentiel de l'onde plasma est en translation uniforme à la vitesse $v_p = \beta_p c$. On note γ_p le facteur de Lorentz associé à cette vitesse. La transformée de Lorentz permet de

passer du référentiel du laboratoire au référentiel de l'onde :

$$\begin{cases} z' = \gamma_p(z - v_p t) \\ t' = \gamma_p(t - \frac{v_p}{c}x) \\ \gamma' = \gamma_p(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{\beta}_p) \end{cases} \quad (1.23)$$

Dans ce nouveau référentiel, en l'absence de champ magnétique, l'expression du champ électrique $\delta\vec{E}'$ est inchangée

$$\delta\vec{E}'(z') = \delta\vec{E}(z, t) = E_0 \frac{\delta n_e}{n_e} \cos(k_p z' / \gamma_p) \vec{e}_z \quad (1.24)$$

Par conséquent, en terme de potentiel, la force électrique dérive du potentiel Φ' défini par

$$\vec{F} = -e\delta\vec{E}' \equiv -\vec{\nabla}'\Phi' \quad (1.25)$$

Il en découle

$$\Phi'(z') = mc^2 \gamma_p \frac{\delta n_e}{n_e} \sin(k_p z' / \gamma_p) \equiv mc^2 \phi'(z') \quad (1.26)$$

Finalement, on écrit la conservation de l'énergie totale pour la particule dans ce référentiel par rapport à l'état de référence au moment de l'injection (désigné par les indices 0) :

$$\gamma'(z') + \phi'(z') = \gamma'_0(z'_0) + \phi'_0(z'_0) \quad (1.27)$$

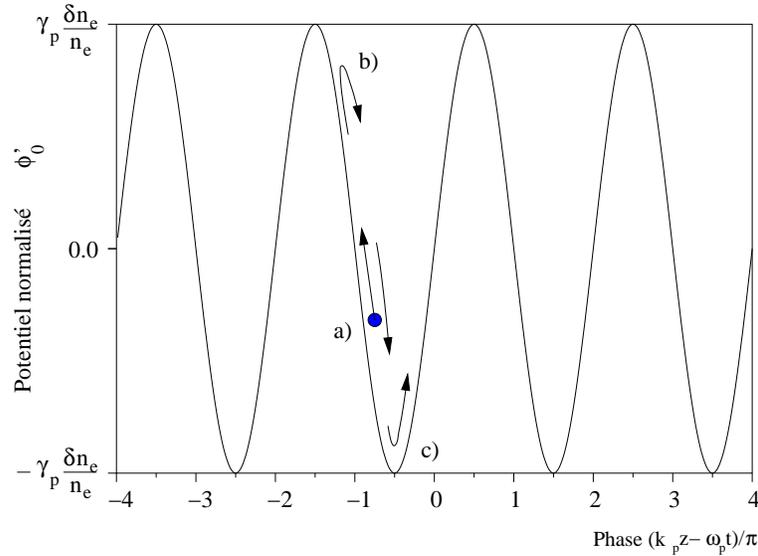


FIG. 1.1: Trajectoire d'un électron injecté dans le potentiel de l'onde plasma dans le référentiel de l'onde. Les repères correspondent aux instants : a) d'injection dans l'onde, b) où l'électron voyage à la vitesse de l'onde, c) de vitesse maximale et de passage dans la partie décélétratrice.

L'équation 1.27 donne la relation entre l'énergie de l'électron et sa position dans l'onde. La figure 1.1 illustre le mouvement d'un électron injecté dans ce potentiel. Pour

terminer, on effectue la transformée de Lorentz inverse pour exprimer cette énergie dans le référentiel du laboratoire.

Pour $\beta' > 0$, le produit scalaire dans l'éq. 1.23 est positif

$$\gamma = \gamma' \gamma_p + \sqrt{\gamma'^2 - 1} \sqrt{\gamma_p^2 - 1} \quad (1.28)$$

Pour $\beta' < 0$, le produit scalaire dans l'éq. 1.23 est négatif

$$\gamma = \gamma' \gamma_p - \sqrt{\gamma'^2 - 1} \sqrt{\gamma_p^2 - 1} \quad (1.29)$$

Trajectoires électroniques

La figure 1.2 représente un exemple de trajectoires électroniques dans une onde plasma. Dans cet espace des phases, les orbites fermées correspondent aux particules piégées dans l'onde. Les orbites ouvertes représentent les électrons non piégés, soit parce que leur vitesse initiale n'est pas suffisante, soit parce qu'elle est trop élevée. La courbe qui limite ces deux régions est appelée la séparatrice.

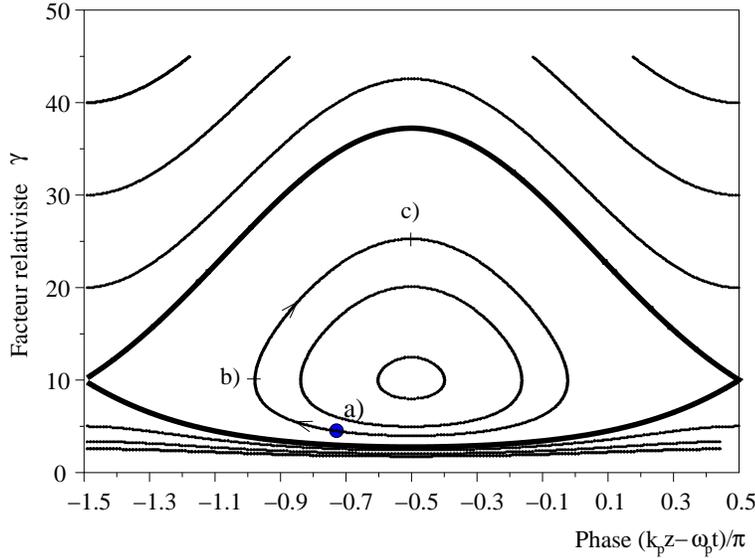


FIG. 1.2: Trajectoires électroniques dans une onde plasma dans l'espace des phases $(k_p z - \omega_p t, \gamma)$ pour $\gamma_p = 10$ et $\delta n_e / n_e = 0.05$. Le trait épais représente la séparatrice. Les orbites fermées sont les trajectoires piégées et les orbites ouvertes sont les trajectoires non-piégées. Les positions de repère de l'électron correspondent à celles de la figure 1.1.

Cette séparatrice permet de déterminer les énergies minimales et maximales pour qu'un électron puisse être piégé. Ceci est comparable au cas hydrodynamique où un surfeur doit utiliser ses bras pour avoir la vitesse initiale suffisante pour prendre la vague. En terme de facteur relativiste, γ doit être compris dans l'intervalle $[\gamma_{min}; \gamma_{max}]$ avec :

$$\begin{cases} \gamma_{min} = \gamma_p(1 + 2\gamma_p\delta) - \sqrt{\gamma_p^2 - 1} \sqrt{(1 + 2\gamma_p\delta)^2 - 1} \\ \gamma_{max} = \gamma_p(1 + 2\gamma_p\delta) + \sqrt{\gamma_p^2 - 1} \sqrt{(1 + 2\gamma_p\delta)^2 - 1} \end{cases} \quad (1.30)$$

où $\delta = \delta n_e / n_e$ est l'amplitude relative de la perturbation de densité.

On en déduit que le gain maximal en énergie ΔW_{max} pour une particule piégée est atteint pour une orbite fermée d'amplitude maximale. Cela correspond à l'injection d'un électron à γ_{min} sur la séparatrice et à son extraction à γ_{max} . Le gain en énergie s'écrit alors

$$\Delta W_{max} = (\gamma_{max} - \gamma_{min}) mc^2 \quad (1.31)$$

Dans le cas d'un plasma de densité très faible par rapport à la densité critique $n_e \ll n_c$, on a $\gamma_p = \omega_0 / \omega_p \gg 1$ et

$$\Delta W_{max} = 4\gamma_p^2 \frac{\delta n_e}{n_e} mc^2 \quad (1.32)$$

Dans le cas d'un électron suivant l'orbite de la séparatrice, le temps nécessaire pour atteindre l'énergie maximale est infini car il y a un point stationnaire à l'énergie γ_p . Sur les autres orbites fermées, l'électron gagne et perd successivement de l'énergie au cours de sa rotation dans l'espace des phases. Afin d'exploiter au mieux l'interaction, il est nécessaire d'avoir une estimation de la distance parcourue pour atteindre le gain maximal d'énergie. Cette distance, qui s'appelle la longueur de déphasage L_{deph} , correspond à une rotation de phase de $\lambda_p/2$ dans l'espace des phases. Pour obtenir une valeur exploitable, on est amené à considérer que le gain en énergie par l'onde est faible devant l'énergie initiale de la particule et que l'onde plasma est relativiste $\gamma_p \gg 1$, alors la longueur de déphasage s'écrit

$$L_{deph} \sim \gamma_p^2 \lambda_p \quad (1.33)$$

Cette notion de déphasage en une dimension peut-être raffinée dans le cas bidimensionnel. En effet, si on tient compte des effets transverses de l'onde plasma, celle-ci est aussi successivement focalisante et défocalisante pour les électrons au cours de leur accélération (Mora, 1992). Comme ces effets transverses sont décalés de $\lambda_p/4$ par rapport au couple longitudinal accélération/décélération, la zone qui est à la fois accélératrice et focalisante est restreinte à une rotation de $\lambda_p/4$ dans l'espace des phases, ce qui diminue d'un facteur 2 la longueur de déphasage de l'eq. 1.33.

$$L_{deph}^{2D} \sim \gamma_p^2 \lambda_p / 2 \quad (1.34)$$

Dans ces calculs, on a considéré un électron test unique qui n'a aucune influence sur l'onde plasma. En réalité le piégeage massif de particules modifie les champs électriques et déforme l'onde plasma. On parle d'effet de charge d'espace (répulsion coulombienne). Enfin, cette théorie linéaire est difficilement applicable dans les régimes hautement non-linéaires que nous explorons expérimentalement. Certains effets non-linéaires concernant les impulsions courtes sont décrits dans la section suivante. Ces formules sont néanmoins utiles pour dimensionner les expériences.

1.3 Effets non-linéaires

1.3.1 Force pondéromotrice

On raisonne un instant sur un électron non relativiste. Pour des impulsions laser de faible intensité, le mouvement moyen d'un électron dans le champ laser est nul. Si on se

contente des termes linéaires dans l'équation fluide 1.18, il reste (Kruer, 1988) :

$$\frac{\partial \vec{v}_e^{(l)}}{\partial t} = -\frac{e}{m_e} \vec{E} \quad (1.35)$$

L'électron répond directement au champ électrique du laser. Considérons maintenant une impulsion laser plus intense, de sorte que la vitesse de l'électron devienne légèrement non-linéaire $\vec{v}_e = \vec{v}_e^{(l)} + \vec{v}_e^{(nl)}$ tel que $\|\vec{v}_e^{(nl)}\| \ll \|\vec{v}_e^{(l)}\|$. Les termes de deuxième ordre satisfont l'équation

$$\frac{\partial \vec{v}_e^{(nl)}}{\partial t} = -(\vec{v}_e^{(l)} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_e^{(l)} - \frac{e}{m_e} (\vec{v}_e^{(l)} \wedge \vec{B}) \quad (1.36)$$

En conservant la partie basse fréquence de l'équation du mouvement, i.e. en moyennant cette équation sur une période laser, on obtient

$$m_e \frac{\partial \langle \vec{v}_e^{(nl)} \rangle_t}{\partial t} = -\frac{\vec{\nabla} I}{2cn_c} \equiv \vec{F}_p \quad (1.37)$$

On appelle \vec{F}_p la force pondéromotrice. Elle tend à repousser les particules chargées de zones de gradient élevé de l'intensité laser (quel que soit le signe de la charge). Cette force pondéromotrice dérive d'un potentiel pondéromoteur qui prend la forme suivante

$$\phi_p = \frac{I}{2cn_c} = \frac{e^2 E^2}{4m_e \omega_0^2} \quad (1.38)$$

Application numérique

Si on considère une intensité $I_0 = 1 \times 10^{19}$ W/cm² et une longueur d'onde de 1 μ m, on obtient un potentiel pondéromoteur $\phi_p = 1$ MeV.

Il n'est donc pas possible d'utiliser directement la force pondéromotrice comme mécanisme d'accélération à haute énergie. Elle tient néanmoins un rôle important dans l'interaction car elle peut générer une onde plasma de forte amplitude. Le traitement de la force pondéromotrice en régime relativiste et dans le cas d'une vitesse de phase relativiste de l'onde plasma a été étudié (Mora et Antonsen, 1996, 1997; Quesnel et Mora, 1998).

1.3.2 Autofocalisation

Pour une intensité laser supérieure à 10^{19} W/cm², le mouvement d'un électron dans un champ laser intense est relativiste. Dans ce cas, les propriétés locales du milieu varient en fonction de l'intensité du champ laser. En particulier l'indice optique dans l'équation de propagation (eq. 1.5) dépend de l'intensité laser $\eta(I) = \eta_0 + \eta_2 I$. Le milieu plasma se comporte comme une lentille focalisante pour le champ électromagnétique du laser. Dans le cas où on ne considère que la contribution relativiste, la puissance critique d'autofocalisation P_c pour une impulsion laser polarisée linéairement a pour expression (Sprangle et al., 1987) :

$$P_c = \frac{8\pi\epsilon_0 m_e^2 c^5 n_c}{e^2 n_e} \quad (1.39)$$

Application numérique

Dans un plasma de densité $n_e = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, pour une impulsion de longueur d'onde $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$, on obtient une puissance critique $P_c = 2 \text{ TW}$.

Cette formule ne tient pas compte des autres phénomènes qui modifient aussi l'indice de réfraction du milieu : l'onde plasma, les effets pondéromoteurs sur les électrons, le canal ionique creusé aux temps longs. Par exemple, l'onde plasma tend à défocaliser l'impulsion ce qui peut empêcher l'impulsion de s'auto-focaliser à P_c (Ting et al., 1990). Par ailleurs, à cause d'une surdensité électronique en avant de l'impulsion laser, le champ laser dans la première arche plasma ne peut s'autofocaliser (Sprangle et al., 1992). Par conséquent, l'impulsion laser tend à s'éroder par l'avant. En particulier, cette théorie prévoit qu'il n'est pas possible qu'une impulsion plus courte que la longueur d'onde plasma reste autofocalisée.

En réalité les expériences actuelles utilisent des impulsions laser très intenses $a_0 \gg 1$ et les perturbations de densités ne sont plus linéaires non plus. Dès lors les conséquences sur l'autofocalisation des impulsions courtes sont moins évidentes.

1.3.3 Déferlement

Jusqu'à présent, on n'a considéré que des ondes plasmas linéaires. On s'aperçoit d'ailleurs que l'amplitude maximale de l'onde dans ces conditions est $E_{max} = E_0$ pour une perturbation de densité égale à 1 (voir Eq. 1.24). E_0 est appelé la limite de déferlement non-relativiste des plasmas froids. Ce champ atteint 300 GV/m pour une densité de 10^{19} cm^{-3} . Notez les quatre ordres de grandeurs par rapport au champ accélérateur des structures conventionnelles. En réalité, pour des amplitudes élevées de l'onde plasma, la variation de densité électronique n'est plus sinusoïdale. Le champ électrique peut dépasser E_0 (Dawson, 1959) (voir Fig. 1.3).

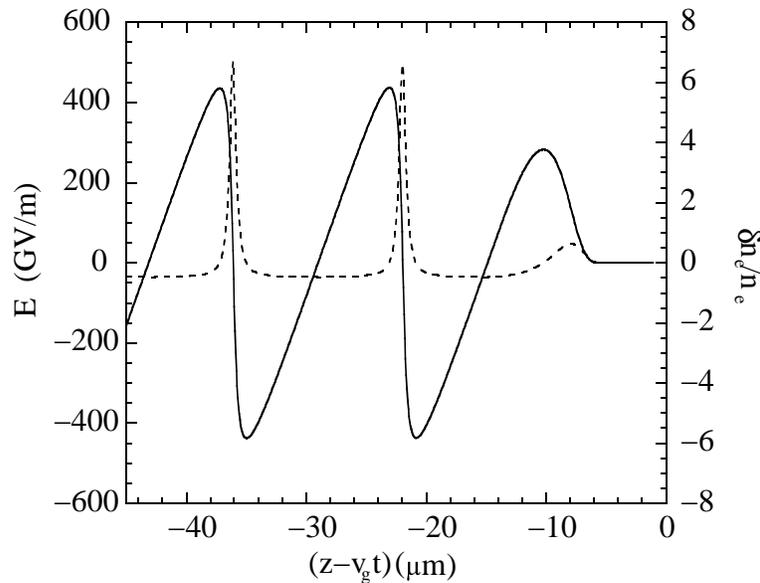


FIG. 1.3: Exemple de champ électrique (ligne) et densité électronique (tirets) d'une onde plasma non linéaire.

Mais le champ électrique maximal que peut supporter une onde plasma est limité par le déferlement. Le déferlement a lieu lorsque les électrons qui participent à l'onde plasma sont piégés dans l'onde elle-même puis accélérés. Ceci provoque la perte de structure des électrons qui forment le champ électrique de l'onde, donc à l'amortissement de l'amplitude de celle-ci. A nouveau, voici une analogie hydrodynamique bien utile pour décrire ce processus : lorsqu'une vague se rapproche des côtes, son profil se raidit, elle se creuse, jusqu'au moment où l'écume se forme à sa crête et qu'elle se brise. L'écume blanche qui avance rapidement à la surface de l'eau correspond aux molécules d'eau qui participaient initialement au mouvement collectif de l'onde et qui ont été piégées dans la structure. L'amplitude de la vague décroît rapidement dès cet instant.

Pour une onde plasma relativiste, le champ électrique à l'instant du déferlement s'écrit (Arkheizer et Polovin, 1956) :

$$E_{def} = \sqrt{2(\gamma_p - 1)}E_0 \quad (1.40)$$

Cette expression s'obtient dans la limite des plasmas froids (où on néglige le tenseur de pression dans 1.18). Les effets thermiques provoquent le déferlement avant la limite de déferlement froide (Rosenzweig, 1988; Katsouleas et Mori, 1988).

1.4 Mécanismes d'accélération

A priori, le champ électromagnétique ne semble pas être idéal pour accélérer directement les électrons : le champ électrique est essentiellement transverse à la direction de propagation de l'onde et son sens alterne toutes les demi-périodes d'oscillations. Les schémas d'accélérations présentés ici nécessitent un intermédiaire : l'onde plasma. Elle est excitée par le laser et permet de créer un champ électrostatique longitudinal propice à l'accélération d'électrons. Le schéma de principe de cet accélérateur est représenté sur la figure 1.4.

Dans la section 1.2.3, nous avons présenté un modèle simple de l'accélération d'un électron dans une onde plasma. Maintenant, il reste à établir le lien entre l'onde électromagnétique du laser et l'onde plasma excitée. Différents mécanismes ont été développés pour exciter des ondes plasmas de forte amplitude et de champ électrique élevé. Ces mécanismes d'accélération par interaction laser-plasma ont évolué à mesure que la durée des impulsions laser diminuait et que l'intensité maximale croissait. Initialement, l'accélération était bien décrite par des formules linéaires. Puis, l'intensité augmentant, des mécanismes non-linéaires sont entrés en jeu (instabilités Raman (Drake et al., 1974), autofocalisation relativiste (Mori et al., 1988), automodulation relativiste (McKinstrie et Bingham, 1992)) ce qui a permis d'atteindre des champs encore plus élevés et des faisceaux de particules aux propriétés inédites. Une innovation majeure, qui constitue un point fort de cette thèse, est la mesure de faisceaux d'électrons ayant un spectre quasi monoénergétique. De nouvelles théories apparaissent pour tenter d'expliquer comment contrôler les propriétés de ce pic dans le spectre d'électrons. Ces nouvelles théories seront abordées dans la section 1.5.

Comme annoncé dans l'introduction, il est aussi possible d'exciter un onde plasma avec un faisceau d'électrons issu d'un accélérateur. Les électrons situés à l'avant du paquet excitent une onde plasma dont profitent les électrons situés à l'arrière pour gagner de

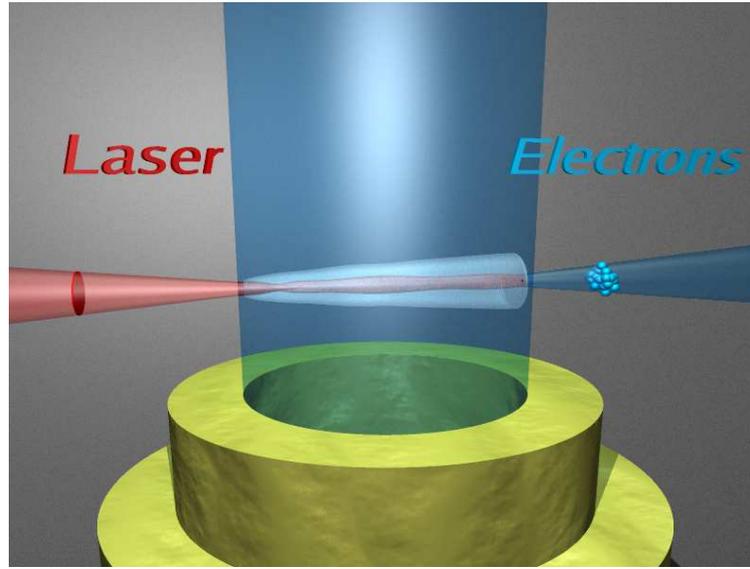


FIG. 1.4: (Couleur) Principe de l'accélérateur laser-plasma : à partir d'une impulsion laser intense interagissant avec un jet de gaz en entrée, on obtient un faisceau d'électrons en sortie.

l'énergie. Au SLAC par exemple, un gain de 2.7 GeV a été mesuré en 10 cm de plasma pour les électrons initialement à 30 GeV (Hogan et al., 2005). Cette approche ne sera pas développée dans ce manuscrit.

1.4.1 Régime linéaire

Sillage laser

L'accélération par sillage laser a été introduite par Tajima et Dawson (Tajima et Dawson, 1979). La perturbation de densité électronique créée par le laser est propice à l'accélération de particules. Le profil de densité électronique obtenu derrière une impulsion laser gaussienne a été calculé dans le cas $a_0 \ll 1$ (Gorbunov et Kirsanov, 1987). Pour une impulsion polarisée linéairement de largeur à mi-hauteur $\sqrt{2 \ln 2} L$ (sur l'intensité), le potentiel vecteur normalisé prend la forme :

$$a^2(z, t) = a_0^2 \exp \left[- \left(\frac{k_0 z - \omega_0 t}{k_p L} \right)^2 \right] \quad (1.41)$$

Dans ce cas, le champ électrique associé à l'onde plasma s'écrit

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \frac{\sqrt{\pi} a_0^2}{4} k_p L \exp(-k_p^2 L^2 / 4) \cos(k_0 z - \omega_0 t) \vec{e}_z \quad (1.42)$$

L'équation 1.42 montre explicitement la dépendance de l'amplitude de l'onde avec la longueur de l'impulsion excitatrice. En particulier, la valeur maximale de l'amplitude est obtenue pour une longueur $L = \sqrt{2}/k_p$ (voir Fig. 1.5).

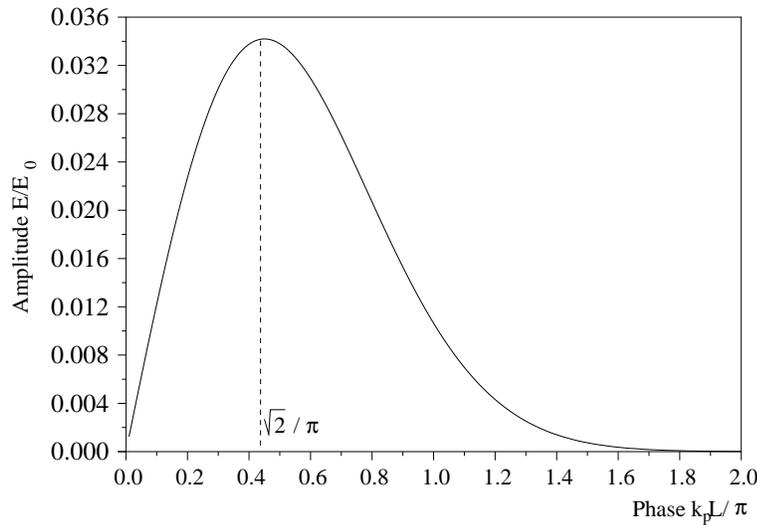


FIG. 1.5: Amplitude du champ électrique en fonction de la longueur de l'impulsion gaussienne pour un potentiel vecteur $a_0 = 0.3$.

Application numérique

Dans le cas d'un plasma de densité électronique $n_e = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, la longueur optimale de l'impulsion vaut $L = 2.4 \text{ } \mu\text{m}$ (soit une durée $\tau = 8 \text{ fs}$). Pour $a_0 = 0.3$, on obtient un champ électrique maximal $E = 10 \text{ GV/m}$.

Battement d'ondes

Initialement, les impulsions laser avaient des durées longues par rapport à la période plasma. Afin de coupler efficacement l'impulsion laser avec l'onde plasma, il fallait développer une technique pour générer une onde électromagnétique à la fréquence plasma. Ce mécanisme nécessite deux impulsions lasers copropagatives de pulsations ω_1 et ω_2 dont la différence correspond à la pulsation plasma $\omega_2 - \omega_1 = \omega_p$. La superposition de ces deux impulsions génère donc une onde de battement à ω_p qui excite l'onde plasma par résonance. L'amplitude de l'onde plasma atteint dans ce régime environ 30% de la densité initiale, ce qui limite le champ accélérateur à quelques GV/m.

En 1993, Clayton *et al.* (Clayton et al., 1994) a obtenu une énergie finale de 9.1 MeV pour des électrons injectés à 2.1 MeV initialement. Des expériences dans ce régime ont été menées aussi à UCLA (Everett et al., 1994) (gain de 30 MeV), à l'École Polytechnique (Amiranoff et al., 1995) et à Osaka (Kitagawa et al., 1992) par exemple.

Les processus physiques qui limitent cette technique sont le mouvement des ions qui doit être pris en compte pour des impulsions aussi longues, le déphasage relativiste de l'onde plasma pour des intensités laser plus élevées ainsi que la croissance d'instabilités.

1.4.2 Régime non-linéaire

Sillage automodulé

Grâce à l'émergence de systèmes laser de haute intensité, de courte durée (500 fs) et contenant une haute énergie (100 J), des effets non linéaires dans les plasmas ont pu être étudiés. Les effets cumulés de l'auto-focalisation et de l'automodulation de l'enveloppe du laser par la perturbation de densité électronique initiale génèrent un train d'impulsions laser qui entre en résonance avec l'onde plasma. Ces effets sont présentés sur la Fig. 1.6. Le mécanisme de sillage automodulé a été étudié théoriquement (Sprangle et al., 1992; Antonsen et Mora, 1992; Andreev et al., 1992). Ces travaux montrent que lorsque la durée de l'impulsion dépasse la période plasma et lorsque la puissance dépasse la puissance critique d'autofocalisation, une impulsion laser unique devient modulée à la longueur d'onde plasma au cours de sa propagation. Ce mécanisme, nommé diffusion Raman et qui décrit la décomposition d'une onde électromagnétique sur une onde plasma et une autre onde électromagnétique décalée en fréquence, aboutit à des modulations similaires à celles obtenues par battement d'onde avec deux impulsions lasers et permet l'accélération d'électrons (Joshi et al., 1981).

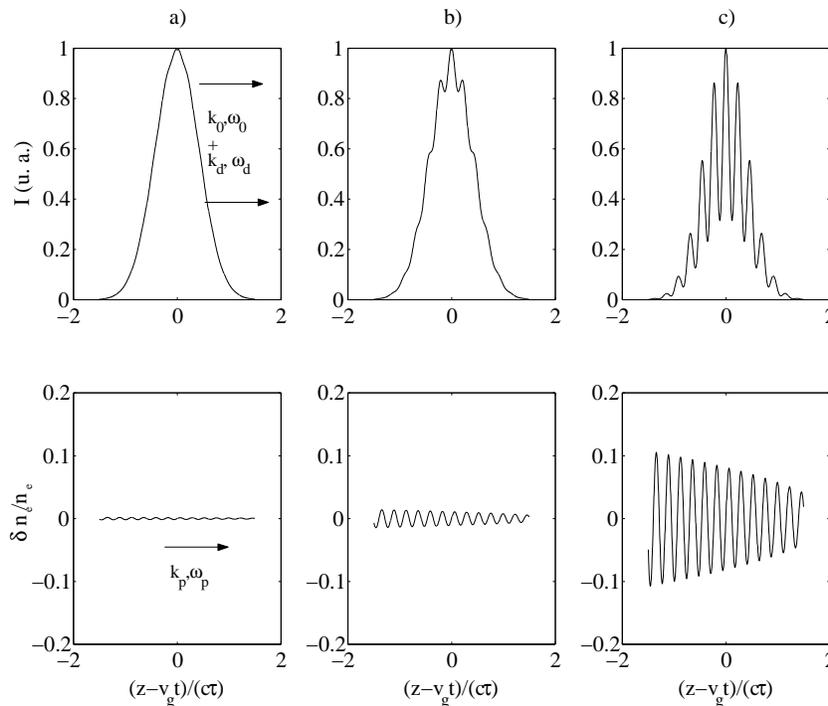


FIG. 1.6: Automodulation de l'enveloppe du laser et amplification couplée de l'amplitude de l'onde plasma. Initialement, le laser se propage dans un milieu homogène où se développe une perturbation de densité plasma (a). Ceci module légèrement l'enveloppe du laser, ce qui renforce le couplage avec l'onde plasma dont l'amplitude augmente (b). Finalement, le mécanisme d'automodulation conduit à un train d'impulsions laser séparées par une longueur d'onde plasma ce qui excite de façon résonante une onde plasma de grande amplitude (c).

Lors des expériences menées en Angleterre en 1994 (Modena et al., 1995), l'amplitude des ondes plasma atteint la limite de déferlement, où les électrons qui participent au mouvement collectif de l'onde sont massivement piégés dans la structure accélératrice et accélérés à haute énergie (voir Sec. 1.3.3). L'innovation majeure réside dans le fait qu'il n'est plus nécessaire d'injecter des électrons dans l'onde. Ils ont mesuré un spectre montrant des électrons jusque 44 MeV. Ce régime fut aussi atteint par exemple aux États-Unis au CUOS (Umstadter et al., 1996), au NRL (Moore et al., 2004). Cependant, à cause du chauffage du plasma par ces impulsions "longues", le déferlement survenait bien avant la limite de déferlement froide, ce qui limitait le champ électrique maximal à quelques 100 GV/m. L'amplitude maximale des ondes plasma a par ailleurs été mesurée et était de l'ordre de 20-60 % (Clayton et al., 1998).

Sillage forcé

Ces propriétés inédites de l'interaction laser-matière à très haute intensité, précédemment explorées sur des installations de grande taille uniquement, devenaient accessibles avec des lasers de taille plus modeste, adaptés aux universités. Ces systèmes, aussi basés sur l'amplification à dérive de fréquence (Strickland et Mourou, 1985) et utilisant ici des cristaux de Titane Saphir, tiennent dans une pièce de quelques mètres carrés et délivrent une énergie de 2-3 J en 30 fs sur cible. Ceci correspond à des lasers de classe 100 TW et dont l'intensité après focalisation peut atteindre quelques 10^{19} W/cm². De nombreuses publications ont montré que ces installations d'énergie modérée, travaillant à une haute cadence (10 Hz) et dont le prix reste raisonnable, peuvent produire des faisceaux d'électrons énergétiques dont la qualité dépasse celle des systèmes plus volumineux. Par exemple, en utilisant le laser de la "Salle Jaune" du LOA, des électrons ont été accélérés jusqu'à 200 MeV en 3 mm de plasma (Malka et al., 2002). Le mécanisme invoqué est appelé le sillage forcé pour le distinguer du sillage automodulé.

En effet, grâce à des impulsions de courte durée, le chauffage du plasma en sillage forcé est nettement moins important qu'en sillage automodulé. Ceci permet d'atteindre des amplitudes de l'onde plasma beaucoup plus élevée et ainsi de plus grandes énergies pour les électrons. Grâce à une durée d'interaction réduite entre le laser et les électrons accélérés, la qualité du faisceau d'électron en sortie est améliorée. La mesure de l'émittance transverse normalisée a donné des valeurs comparables aux performances des accélérateurs conventionnels d'énergie équivalente (émittance normalisée RMS $\epsilon_n = 3\pi$ mm.mrad pour des électrons de 55 ± 2 MeV) (Fritzler et al., 2004).

Des faisceaux d'électrons ayant des distributions spectrales maxwellienne (exponentiellement décroissantes, voir Fig. 1.7), générés par des faisceaux lasers ultra-brefs, ont été produits dans de nombreux laboratoires dans le monde : au LBNL (Leemans et al., 2004), au NERL (Hosokai et al., 2003), et en Europe avec le LOA (Malka et al., 2001) ou au MPQ en Allemagne (Gahn et al., 1999) par exemple.

Régime de la bulle

Plus récemment, des travaux théoriques basés sur des simulations PIC 3D ont dévoilé l'existence d'un schéma d'accélération robuste appelé le régime de la bulle (Pukhov et Meyer-ter Vehn, 2002). Dans ce régime, les dimensions du laser sont plus courtes que la longueur d'onde plasma dans les directions longitudinales mais aussi transverses. Ainsi,

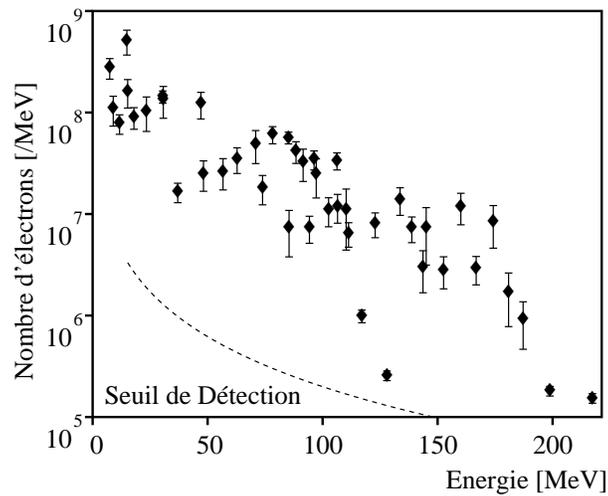


FIG. 1.7: Spectre électronique typique obtenu à $n_e = 7.5 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ avec une impulsion d'énergie 1 J, de durée 30 fs focalisée dans une tâche focale de waist $w_0 = 18 \mu\text{m}$.

l'impulsion laser ressemble à une bille de lumière de rayon inférieur à $10 \mu\text{m}$. Si l'énergie laser contenue dans ce volume est suffisamment grande, la force pondéromotrice du laser expulse efficacement les électrons du plasma radialement, ce qui forme une cavité sans électrons derrière le laser, entourée d'une zone dense d'électrons. A l'arrière de la bulle, les trajectoires électroniques s'intersectent. Certains électrons sont injectés dans la cavité et accélérés le long de l'axe laser, créant un faisceau d'électrons dont les dimensions radiales et longitudinales sont plus petites que celles du laser (voir Fig. 1.8).

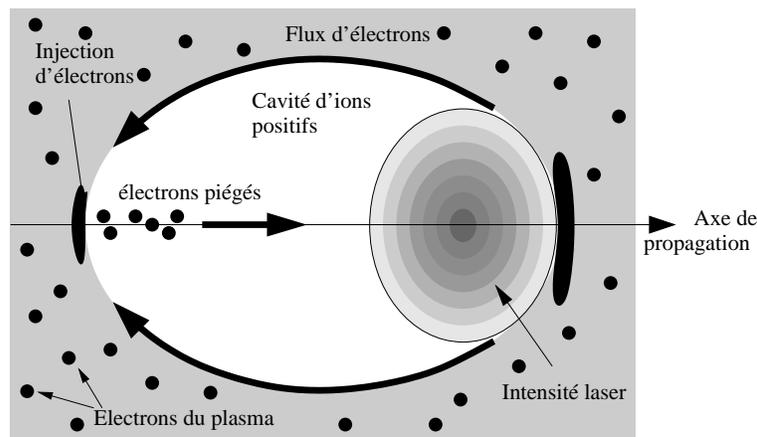


FIG. 1.8: Schéma de principe du régime de la bulle.

La signature de ce régime est une distribution d'électrons quasi monoénergétique. Cette propriété contraste énormément avec les résultats précédents sur l'accélération d'électrons par laser. Cette caractéristique provient de la combinaison de plusieurs facteurs :

- l'injection des électrons dans la cavité est différente de celle liée au déferlement dans le sillage automodulé et le sillage forcé. L'injection ne provient pas de la "rup-

ture" de la structure accélératrice. Elle est localisée à l'arrière de la cavité, ce qui confère des propriétés similaires dans l'espace des phases aux électrons injectés.

- L'accélération a lieu dans une structure accélératrice stable au cours de la propagation tant que l'intensité du laser est suffisante.
- Les électrons sont piégés derrière le laser, ce qui réduit l'interaction avec le champ électrique transverse du laser.
- Le piégeage s'arrête naturellement lorsque la charge contenue dans la cavité compense la charge ionique.
- La rotation des électrons dans l'espace des phases contribue aussi à réduire la largeur spectrale du paquet d'électrons (Tsung et al., 2004).

Plusieurs laboratoires ont obtenu des spectres quasi monoénergétiques : en France (Faure et al., 2004) avec une durée d'impulsion plus courte que la période plasma, mais aussi avec une impulsion plus longue que la période plasma en Angleterre (Mangles et al., 2004), aux États-Unis (Geddes et al., 2004), puis au Japon (Miura et al., 2005) et en Allemagne (Hidding et al., 2006). L'intérêt d'un tel faisceau est considérable pour les applications : il est maintenant possible de transporter et de refocaliser ce faisceau par des éléments magnétiques. Avec un spectre maxwellien, il aurait été nécessaire de sélectionner une gamme en énergie pour le transport, ce qui diminue considérablement le flux d'électrons.

1.5 Futur de l'accélération par laser

L'émergence d'installations laser encore plus puissantes, de classe Pétawatt (10^{15} W), permet d'envisager l'accélération à des énergies encore plus élevées. La prochaine étape est d'atteindre en routine la barrière symbolique de 1 GeV avec ces installations. Les théories présentées dans la suite montrent qu'il est aussi possible d'atteindre 1 GeV avec les installations de classe 100 TW actuelles. Afin de dimensionner aux mieux les prochaines expériences, des études théoriques ont été menées sur l'accélération au GeV : soit en extrapolant le régime de la bulle à plus haute énergie, soit en exploitant des ondes plasmas linéaires dont les propriétés peuvent être facilement contrôlées. La première approche génère directement le faisceau d'électrons en un seul étage d'accélération alors que la deuxième méthode nécessite l'injection d'électrons avec de bonnes propriétés. On parle d'accélération en deux étages. Éventuellement, il serait envisageable d'empiler des étages linéaires (approche multi-étages) mais des problèmes de transport de faisceau entre les étages apparaissent. Nous ne rentrerons pas dans ces considérations dans la suite.

1.5.1 Extension du régime de la bulle à plus haute énergie, lois d'échelle

Champs dans une cavité sphérique relativiste

La description des champs dans une cavité sphérique ont été dérivés analytiquement (Pukhov et al., 2004; Lu et al., 2006a). Pour simplifier les équations, les ions sont considérés immobiles sur ces échelles de temps. Cependant, pour de très grandes valeurs du potentiel vecteur, cette hypothèse n'est plus vérifiée (Rosenzweig et al., 2005). L'origine du repère est placée au centre de la cavité sphérique. Moyennant une approximation

quasistatique¹, les champs électriques et magnétiques dans la cavité prennent la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_{cav}(x,y,z,t) = E_0 \frac{\omega_{pe}}{c} \begin{pmatrix} (x - v_p t)/2 \\ y/4 \\ z/4 \end{pmatrix} \\ \vec{B}_{cav}(x,y,z,t) = E_0 \frac{\omega_{pe}}{c} \begin{pmatrix} 0 \\ z/4 \\ -y/4 \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (1.43)$$

Cette dépendance des champs s'accorde bien avec les simulations PIC menées dans ce régime (Fig. 1.9) (Pukhov et al., 2004). Les désaccords légers avec ces formules s'expliquent par une structure non parfaitement sphérique dans les simulations.

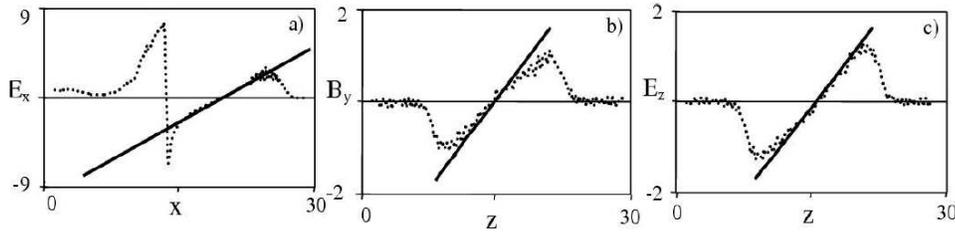


FIG. 1.9: Adéquation des champs de la simulation PIC 3D (tirets) avec les formules de Eq. 1.43 (lignes pleines). Les axes sont normalisés.

Théorie de la similarité

Jusqu'à présent, seules des équations dans des domaines perturbatifs ont été obtenues analytiquement ou en régime non-linéaire unidimensionnel. Mais une théorie relativiste tridimensionnelle non-linéaire est nécessaire pour décrire correctement l'interaction. Des travaux ont été réalisés pour obtenir des lois d'échelles permettant de prédire les propriétés du faisceau d'électrons (Gordienko et Pukhov, 2005; Lu et al., 2006b). Les principaux résultats sont reproduits ici.

La première théorie repose sur la similarité des équations de l'interaction dans le régime ultra-relativiste (Gordienko et Pukhov, 2005). Moyennant une hypothèse forte, les auteurs expriment les équations du mouvement seulement en fonction de trois paramètres indépendants : le waist de l'impulsion w_0 , la durée d'impulsion τ (largeur à mi-hauteur) et le paramètre de similarité $S = n_e / (a_0 n_c)$. La théorie de la similarité affirme que pour w_0 et τ fixés, la propagation du laser et les propriétés du faisceau d'électrons sont déterminées par la variable S . Si le rapport S reste constant, on dit que la propagation est similaire. Ceci signifie qu'il existe une homothétie entre les différentes grandeurs correspondantes. Ceci est illustré sur la figure 1.10. Les ions sont ici aussi considérés immobiles. Les auteurs ont présenté récemment un complément à cette théorie qui introduit d'autres variables de similarité pour les ions. Ceci ne sera pas abordé ici.

Dans ce régime (voir Sec. 1.4.2), le spectre des électrons est quasi monoénergétique et les propriétés du faisceau d'électrons peuvent être prédites par cette théorie.

1. Ceci suppose que les grandeurs dépendent uniquement de $\xi = x - v_p t$ au lieu de x et t séparément.

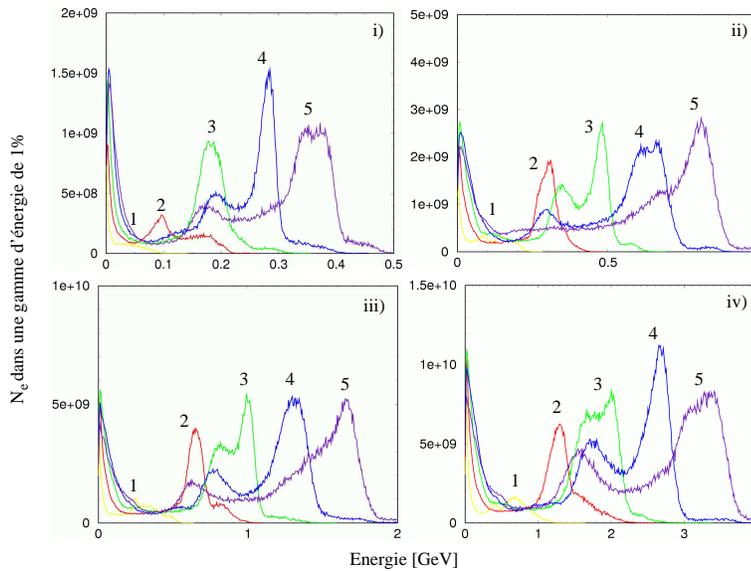


FIG. 1.10: (Couleur) Illustration du principe de similarité. Les simulations présentées sont obtenues pour un paramètre $S = 10^{-3}$ constant. Les points de contrôle de même valeur correspondent à des instants comparables au cours de la simulation. Après une adaptation des axes de représentation, les courbes obtenues sont toutes similaires. Les simulations PIC n'utilisent pas l'hypothèse ultra-relativiste de la théorie. Paramètres : i) $a_0 = 10$, $n_e = 0.01n_c$, ii) $a_0 = 20$, $n_e = 0.02n_c$, iii) $a_0 = 30$, $n_e = 0.03n_c$, iv) $a_0 = 40$, $n_e = 0.04n_c$

Hypothèses Afin de clarifier la limite de validité des équations suivantes, je liste les hypothèses qui permettent de les obtenir.

1. Limite ultra-relativiste : $a_0 \gg 1$. Cette hypothèse est utilisée pour normaliser la vitesse des électrons à c . Par conséquent, ce modèle suppose que tous les électrons sont relativistes, y compris ceux qui ne sont pas piégés (et qui forment la structure accélératrice). Les auteurs tentent de détailler les conséquences et les conditions de validité d'une telle hypothèse (Pukhov et Gordienko, 2006).
2. Plasma très sous-dense : $S \ll 1$.
3. Le rayon de la tâche focale w_0 est adapté à la cavité : $k_p w_0 \sim \sqrt{a_0}$. Ce critère correspond aux conditions optimales définies par les auteurs pour le régime de la bulle.
4. Les dimensions longitudinales du laser sont plus petites que ses dimensions transverses : $c\tau_0 \leq w_0$.
5. La durée du laser est bien plus longue qu'un cycle optique : $\omega_0\tau_0 \gg 1$. Ceci permet de parler d'enveloppe de l'onde laser.

On remarque que ces contraintes imposent des relations entre les différents paramètres de l'interaction. Il n'est en général pas possible de modifier un paramètre en gardant les autres constants.

Lois d'échelles Dans ces conditions, cette théorie prédit les propriétés du faisceau quasi monoénergétique obtenu :

- L'énergie maximale de la composante quasi monoénergétique E_{mono}

$$E_{mono} \sim 0.65 m_e c^2 \sqrt{\frac{P}{P_{rel}} \frac{c\tau_0}{\lambda_0}} \quad (1.44)$$

où P est la puissance de l'impulsion, $P_{rel} = 4\pi\epsilon_0 m_e^2 c^5 / e^2 \sim 8.5$ GW est l'unité de puissance relativiste.

- Le nombre d'électrons dans le pic quasi monoénergétique

$$N_{mono} \sim \frac{1.8}{k_0 r_e} \sqrt{\frac{P}{P_{rel}}} \quad (1.45)$$

où $r_e = e^2 / (4\pi\epsilon_0 m_e c^2)$ est le rayon classique de l'électron.

- La longueur d'accélération L_{acc}

$$L_{acc} \sim 0.7 Z_R \frac{c\tau_0}{\lambda_0} \quad (1.46)$$

où $Z_R = \pi w_0^2 / \lambda_0$ est la distance de Rayleigh.

- L'efficacité de conversion de l'énergie laser en énergie cinétique des électrons dans le pic quasi monoénergétique

$$\eta \sim 20\% \quad (1.47)$$

Les constantes numériques qui apparaissent dans chaque formule ont été obtenues à partir des simulations réalisées. La puissance de cette théorie est la prédiction des résultats dans d'autres configurations similaires.

Application numérique

Pour reprendre les conditions présentées dans la section 1.5.1, on choisit $a_0 = 10$ (Hyp. 1), $c\tau_0 = 3.3 \mu\text{m}$ (Hyp. 5), $n_e = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ (Hyp. 2). Par conséquent, les contraintes imposent le waist du faisceau (Hyp. 3) $w_0 = \sqrt{a_0} k_p = 5.3 \mu\text{m}$ qui est bien supérieur à $c\tau$ (Hyp 4). En utilisant les équations 1.13 et 1.14 on en déduit la puissance de l'impulsion $P = 75$ TW. L'énergie contenue dans cette impulsion est $U = P\tau_0 \sim 0.8$ J.

Par conséquent, les prédictions donnent une énergie $E_{mono} = 126$ MeV, une charge de 1.3 nC pour une distance d'accélération $L_{acc} = 0.3$ mm.

Avec une énergie laser équivalente, nous avons obtenu expérimentalement un spectre quasi monoénergétique dont l'énergie et la charge étaient équivalentes. Par contre la distance d'interaction était de 3 mm et le rayon de la tâche focale de $18 \mu\text{m}$. Ces calculs ont des contraintes qui ne permettent pas d'explorer toutes les gammes de paramètres.

Conditions d'existence Selon les auteurs, les conditions optimales de cette théorie de la similarité correspondent au régime de la bulle, pour lequel les hypothèses 1, 3 et 4 imposent des contraintes sur la densité électronique, qui doit être dans la gamme $n_1 < n_e < n_2$ (Pukhov et Gordienko, 2006).

$$n_1 \sim n_c \frac{P_{rel}}{P}, \quad n_2 \sim n_c \sqrt{\frac{P}{P_{rel}}} \frac{1}{(\omega_0 \tau)^3} \quad (1.48)$$

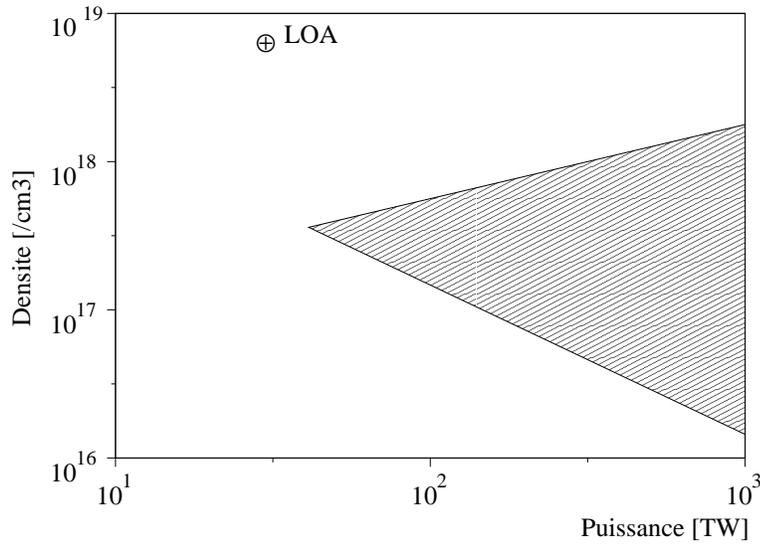


FIG. 1.11: Gamme de densité électronique correspondant aux conditions optimales de la théorie de la similarité (Eq. 1.48) en fonction de la puissance P du laser. Le point représente les conditions expérimentales du LOA. Ce graphique correspond à $\tau = 30$ fs.

Ces conditions d'existence imposent un seuil de puissance laser vérifiant

$$P > P_{rel}(\omega_0\tau)^2 \quad (1.49)$$

La zone de validité de ces hypothèses est hachurée sur la Fig. 1.11. Le point représente les conditions expérimentales du LOA et ne se trouve pas dans cette zone. Par conséquent, on ne peut pas utiliser les formules de la section précédente pour estimer les résultats de nos expériences.

Théorie de la cavitation

Cette deuxième théorie repose sur le calcul des propriétés du faisceau d'électrons directement à partir de l'estimation des grandeurs physiques habituelles (rayon de la cavité, vitesse de groupe du laser, longueur de déphasage, ...) (Lu et al., 2006b). Avant de présenter les lois d'échelles pour le faisceau d'électrons, voici la liste des hypothèses du calcul.

Hypothèses

1. Approximation quasistatique : l'enveloppe du laser évolue peu pendant le temps d'interaction avec un électron. D'après les auteurs, ceci constitue la principale limitation de leur théorie vers les intensités ultra-relativistes. Il faut que la force pondéromotrice confère aux électrons une vitesse longitudinale moindre que la vitesse de groupe du laser $a_0 < 2\sqrt{n_c/n_e}$. Ceci impose que la densité soit diminuée lorsque l'on augmente a_0 .
2. Régime relativiste : $a_0 > 4$.
3. Plasma très sous-dense : $\omega_p^2 \ll \omega_0^2$.

4. Le rayon de la tâche focale w_0 est adapté à la cavité : $k_p R \sim k_p w_0 = 2\sqrt{a_0}$. Le facteur 2 est obtenu à partir de simulations numériques et correspond à la minimisation des oscillations du rayon de l'enveloppe laser au cours de la propagation.
5. La longueur de déplétion du laser est supérieure à la longueur de déphasage qui est égale à la longueur d'accélération : $L_{dp} > L_{deph}^{(3D)}$. Ceci impose une durée minimum d'impulsion $c\tau > 2R/3$.

Résultats Les auteurs affirment que la vitesse d'érosion du laser basée sur des effets 1D (Ting et al., 1990; Bulanov et al., 1992; Decker et al., 1996) reproduit bien les observations dans les simulations PIC 3D. La longueur de déplétion s'écrit alors

$$L_{dp} \sim \frac{\omega_0^2}{\omega_p^2} c\tau \quad (1.50)$$

A cause de cette déplétion, la vitesse de groupe du laser est plus faible que la vitesse de groupe linéaire. Les électrons injectés à l'arrière de la cavité se retrouvent au centre de celle-ci après une longueur de déphasage :

$$L_{deph}^{(3D)} \sim \frac{2}{3} \frac{\omega_0^2}{\omega_p^2} R \quad (1.51)$$

où R est le rayon de la cavité.

Les propriétés du faisceau d'électrons sont alors les suivantes :

- Le gain en énergie à la longueur de déphasage s'écrit

$$E_{mono} \sim mc^2 \left(\frac{P}{P_{rel}} \right)^{1/3} \left(\frac{n_c}{n_e} \right)^{2/3} \quad (1.52)$$

où P est la puissance du laser et $P_{rel} = 4\pi\epsilon_0 m_e^2 c^5 / e^2 \sim 8.5$ GW est l'unité de puissance relativiste.

- Le nombre maximal de particules de cette énergie s'obtient en compensant l'énergie contenue dans les champs de la cavité :

$$N \sim \frac{8/15}{k_0 r_e} \sqrt{\frac{P}{P_{rel}}} \quad (1.53)$$

où $r_e = e^2 / (4\pi\epsilon_0 mc^2)$ est le rayon classique de l'électron.

- La longueur d'accélération est choisie égale à la longueur de déphasage pour avoir la plus haute énergie et la largeur spectrale la plus fine.

$$L_{acc} \sim \frac{4}{3} \frac{\omega_0^2}{\omega_p^2} \frac{\sqrt{a_0}}{k_p} \quad (1.54)$$

- Pour une durée d'impulsion $c\tau = w_0$, le rendement de conversion de l'énergie laser en énergie cinétique des électrons varie suivant

$$\eta \sim \frac{1}{a_0} \quad (1.55)$$

Ces formules diffèrent des celles obtenues dans la théorie de la similarité. Les auteurs expliquent cela par une longueur d'accélération différente. Dans ces formules la longueur d'accélération L_{acc} est liée au déphasage des électrons dans la structure accélératrice. Dans la théorie de la similarité, la longueur d'accélération est limitée par le déferlement de l'onde plasma, afin d'assurer un spectre quasi monoénergétique. Ceci limite aussi l'énergie maximale des électrons et les formules suivent des lois d'échelles différentes.

Application numérique

Soit une impulsion laser vérifiant $a_0 = 10$, $c\tau_0 = 3.3 \mu\text{m}$ et un plasma de densité électronique $n_e = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Dans ces conditions, les hypothèses sont toutes vérifiées, en particulier l'approximation quasistatique (Hyp. 1) et la longueur de déplétion est égale à la longueur de déphasage (Hyp. 5).

Par conséquent, les prédictions donnent une énergie $E_{mono} = 324 \text{ MeV}$, une charge de 0.4 nC pour une distance d'accélération $L_{acc} = 1.2 \text{ mm}$.

1.5.2 Injection puis accélération linéaire

Les méthodes actuelles d'accélération reposent sur des schémas fortement non linéaires. Par conséquent, des fluctuations sur les paramètres de l'interaction peuvent se révéler dramatiques pour la stabilité du faisceau d'électrons. Les méthodes d'accélération laser-plasma linéaires permettent de mieux contrôler les propriétés du faisceau en sortie. Des études théoriques et des simulations ont été menées sur l'accélération dans une structure plasma linéaire pour atteindre le seuil de 1 GeV (Andreev et Kutnetsov, 2000; Gorbunov et al., 2005; Lifschitz et al., 2006). Cet accélérateur nécessite deux étages : l'injection d'un paquet d'électrons très bref, produit par les méthodes actuelles d'accélération par laser, et un étage d'accélération dans une structure plasma linéaire produite par un laser Petawatt. Les impulsions laser très puissantes sont focalisées dans une tâche focale très large $w_0 \sim 100 \mu\text{m}$, ce qui permet de limiter les effets d'autofocalisation (bien que le rapport P/P_c ne change pas).

Dans ces conditions, il est possible de contrôler l'énergie finale et la largeur spectrale du paquet d'électrons. Des formules analytiques peuvent être obtenues moyennant quelques hypothèses : on considère que la longueur d'accélération est très petite devant la longueur de déphasage et que les propriétés du laser ne varient pas, ce qui permet de négliger la variation de phase de l'électron dans l'onde plasma (champ électrique constant). De plus on néglige les répulsions coulombiennes entre les électrons accélérés du paquet et leur influence sur la structure accélératrice. Dans ces conditions, les propriétés finales en énergie E_{mono} et en dispersion δE du faisceau d'électrons injecté à l'énergie E_i avec une dispersion δE_i sur une distance d'accélération comprise entre $z = -Z_r$ et $z = Z_r$ sont (Lifschitz et al., 2005) :

$$E_{mono} = E_i + \frac{1}{2} \hat{\delta} (k_p w_0)^2 \gamma_p \quad (1.56)$$

$$\delta E = \delta E_i + \frac{1}{2} \hat{\delta} (1 - \cos(2\pi L_b / \lambda_p)) (k_p w_0)^2 \gamma_p \quad (1.57)$$

avec $\hat{\delta} = 0.79 \sqrt{\pi} a_0^2 \frac{L_0}{4} \exp -L_0^2/4$ et $L_0 = \omega_p \tau_0 / \sqrt{4 \ln 2}$, où L_b est la longueur initiale du paquet d'électrons et τ_0 la durée du laser.

Application numérique

On considère un laser de classe Pétawatt $P = 1 \text{ PW}$, de waist $w_0 = 100 \mu\text{m}$ et de durée $\tau_0 = 30 \text{ fs}$ se propageant dans un gaz de densité électronique $n_e = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ et un faisceau d'électrons de longueur $L_b = 5 \mu\text{m}$. Dans ces conditions, le potentiel vecteur normalisé vaut $a_0 = 1.76$, ce qui satisfait à peu près les conditions numériques pour négliger l'autofocalisation pour une impulsion large (Gorbunov et al., 2005).

On obtient alors une énergie finale de $910 \pm 50 \text{ MeV}$ pour un paquet d'électrons initialement à $170 \pm 25 \text{ MeV}$ (ceci correspond au faisceau quasi monoénergétique obtenu expérimentalement et présenté dans le chapitre suivant).

Grâce à un large waist, la distance d'accélération maximale correspond au double de la longueur de Rayleigh $2Z_r = 8 \text{ cm}$. Des résultats similaires sur le paquet d'électrons peuvent être obtenus en présence d'un canal pour une énergie laser moindre, correspondant à des laser de classe 100 TW actuels (Malka et al., 2005a). En utilisant un canal pour guider l'impulsion laser, il est possible d'atteindre des gains plus élevés et de contrôler l'énergie finale par la longueur d'interaction (voir Fig. 1.12).

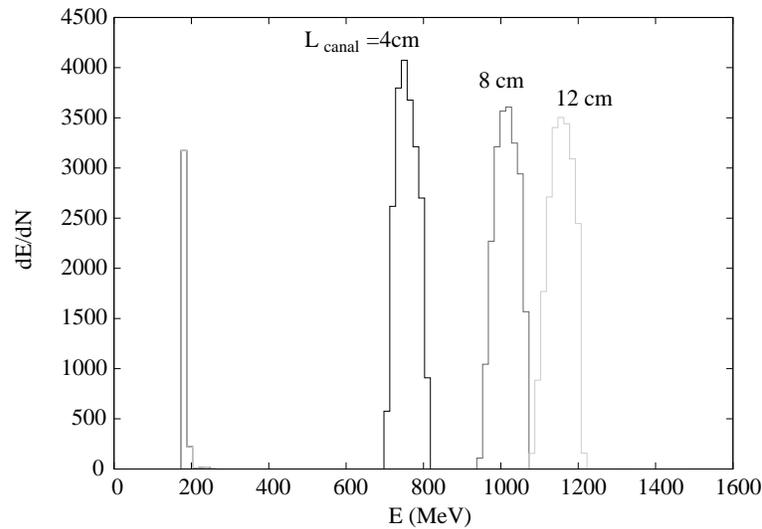


FIG. 1.12: Spectre des électrons en utilisant une impulsion laser guidée dans le deuxième étage, pour des longueurs d'accélération de 4, 8 et 12 cm. Paramètres des électrons injectés : durée du paquet 30 fs, énergie $170 \pm 20 \text{ MeV}$, divergence angulaire 10 mrad et charge 0.5 nC. Paramètres du canal : densité électronique sur l'axe $n_0 = 8.6 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, rayon $r_0 = 40 \mu\text{m}$, profil parabolique avec une densité $3n_0$ à r_0 . Paramètres laser : durée 78 fs, puissance 140 TW, énergie 11 J, intensité $4.2 \times 10^{18} \text{ W/cm}^2$, waist $46 \mu\text{m}$.

Des simulations ont été faites aussi pour d'illustrer le contrôle de la largeur spectrale. Avec une énergie de 10 J dans un plasma de densité électronique sur l'axe $3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, une largeur spectrale de 2 % à 1.2 GeV a été obtenue en fin de simulation (Malka et al., 2005c) (voir figure 1.13).

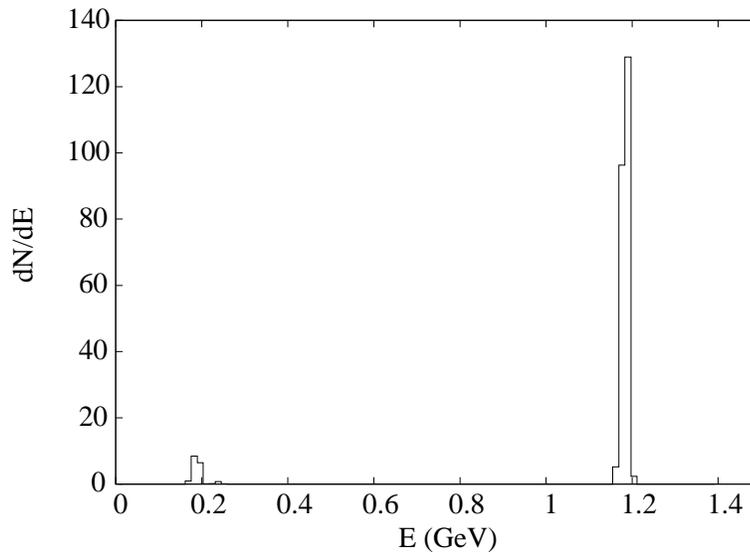


FIG. 1.13: Spectre des électrons en utilisant une impulsion laser guidée dans le deuxième étage, pour des longueurs d'accélération de 18 cm. Paramètres des électrons injectés : durée du paquet 30 fs, énergie 170 ± 20 MeV, divergence angulaire 10 mrad et charge 0.5 nC. Paramètres du canal : densité électronique sur l'axe $n_0 = 3.0 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, rayon $r_0 = 70 \mu\text{m}$, profil parabolique avec une densité $3n_0$ à r_0 . Paramètres laser : énergie 10 J, puissance 160 TW, amplitude normalisée $a_0 = 1$.

1.5.3 Techniques alternatives

Il a aussi été proposé d'injecter des électrons faiblement énergétiques devant le laser (Khachatryan et al., 2004). Des simulations hydrodynamiques montrent que le faisceau d'électrons se fait dépasser par l'impulsion laser et ceux-ci se retrouvent piégés et accélérés dans la première arche plasma. Cependant, comme dans le cas précédent, la charge du paquet d'électrons accéléré est limitée pour assurer la validité des hypothèses. Mais ici, il est encore plus légitime de se demander quelles sont les conséquences de la négligence des répulsions coulombiennes à des énergies initiales aussi faibles. De plus, le champ électrique transverse du laser risque de dégrader nettement l'émission du faisceau lors du dépassement.

Il existe une autre méthode mettant en valeur le contrôle de l'injection utilisant deux faisceaux contre-propagatifs. Un premier faisceau, dont les caractéristiques ne permettent pas de provoquer le déferlement, génère une onde plasma. L'injection est contrôlée par un deuxième faisceau contre-propagatif de plus faible intensité et dont le battement d'onde avec le faisceau principal provoque l'injection d'une faible quantité d'électrons dans la structure accélératrice (Esarey et al., 1997; Sheng et al., 2004; Fubiani et al., 2004).

Le guidage de l'impulsion laser sur de plus longues distances permet aussi d'atteindre des énergies plus élevées (Tsung et al., 2004). En utilisant des décharges capillaires, l'équipe du LBNL vient d'obtenir des électrons d'énergie supérieure à 1 GeV, mais les résultats détaillés ne sont pas encore connus.

Le développement de cet accélérateur vers des hautes énergies n'est qu'un aspect des

potentialités de cette source. Il est aussi envisagé d'utiliser le faisceau d'électrons issu de l'accélérateur laser-plasma comme injecteur pour ces structures. En effet, les cavités accélératrices de l'onde plasma sont très courtes (environ $10 \mu\text{m}$ à une densité électronique de 10^{19}cm^{-3}) et les photocathodes actuelles utilisées sur les accélérateurs conventionnels ne sont pas adaptées. Le faisceau d'électrons quasi monoénergétique présenté dans ce chapitre est un bon candidat pour l'injection : le paquet d'électrons est bref et par conséquent il peut être injecté de manière à ce que tous les électrons voient un champ accélérateur comparable. La synchronisation de l'injecteur et des étages d'accélération est idéale car tous peuvent être déclenchés par une même impulsion laser divisée en plusieurs voies. Néanmoins, il faut garantir une stabilité plus importante avant de pouvoir utiliser cette source en tant qu'injecteur. Ces questions du contrôle et de la stabilisation des propriétés du faisceau d'électrons sont au centre des développements actuels de l'accélération d'électrons par interaction laser-plasma. Cela demande des outils lasers stables et de travailler dans des conditions d'interaction qui soient moins extrêmes par rapport aux performances du système laser.