

Conception du système multi-actionneurs piézoélectriques

Dans le forgeage d'un lopin cylindrique, la matrice inférieure est l'interface mécanique qui va transmettre les vibrations au lopin. Afin de générer exactement les formes d'ondes complexes de vibrations à partir du mouvement de plusieurs actionneurs piézoélectriques, la matrice doit être guidée par un système mécanique ayant un nombre défini de degrés de liberté (d.d.l). En limitant les d.d.l, le système mécanique facilite la commande du système multi-actionneurs, pour une vibration désirée. Dans ce chapitre, l'objectif est de concevoir un mécanisme intégrant plusieurs actionneurs qui permet de combiner l'effet d'une vibration verticale avec celui obtenu par circulation d'une onde progressive. Un cahier des charges spécifique pour la conception est élaboré dans la première partie de ce chapitre. En fonction de ce cahier des charges, un système de guidage élastique sera déterminé en combinaison avec le choix des actionneurs piézoélectriques.

3.1 Cahier des charges

L'utilisation de plusieurs actionneurs piézoélectriques permet d'appliquer des formes d'ondes plus complexes que la vibration verticale selon l'axe de forgeage. En effet, l'application d'une onde progressive entraîne une réduction de force considérable comme l'a montré le premier chapitre (paragraphe 1.4). Pour obtenir une onde progressive, on effectue une rotation autour un axe du plan Oxy passant par O. La position angulaire de cet axe par rapport à l'axe Ox est donnée par l'angle $\alpha(t) = 2\pi ft + \Phi$. Ceci signifie que l'axe tourne à vitesse constante autour de Oz à partir d'un angle initial Φ . Les composantes du vecteur vitesse de rotation sont donc données par :

$$\begin{cases} \omega_x(t) &= \Omega_0 \cos(2\pi ft + \Phi) \\ \omega_y(t) &= \Omega_0 \sin(2\pi ft + \Phi) \end{cases} \quad (3.1)$$

$\omega_{x/y}$	vitesse de rotation autour Ox /Oy	[rad/s]
Ω_0	vitesse maximale de rotation	[rad/s]
f	fréquence de rotation	[Hz]
Φ	valeur initiale de l'angle de rotation	[rad]

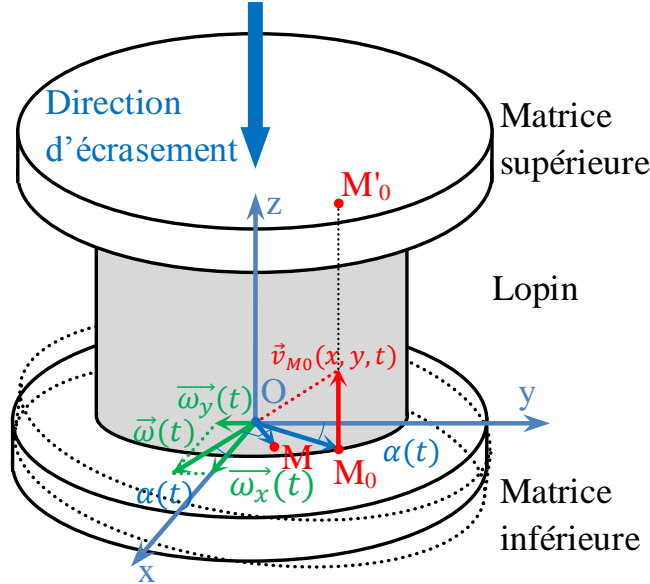


Figure 3.1: Schéma cinématique de l'onde progressive sur la matrice inférieure

Le vecteur de rotation résultant est le vecteur $\vec{\omega}(t) = \vec{\omega}_x(t) + \vec{\omega}_y(t)$ défini sur la figure 3.1 dont le module est donné par $\omega(t) = \sqrt{\omega_x^2(t) + \omega_y^2(t)} = \Omega_0$.

Le vecteur vitesse d'un point quelconque $M(x,y)$ de la surface du lopin est déterminé par :

$$\vec{v}_M(x, y, t) = \vec{\omega}(t) \times \overrightarrow{OM} \quad (3.2)$$

En effet, soit M un point sur le rayon R_M de la matrice : $\overrightarrow{OM} = (R_M \cos \theta, R_M \sin \theta, 0)^T$. Cette vitesse est donnée par :

$$\vec{v}_M = R_M \begin{vmatrix} \omega_x & \cos \theta \\ \omega_y & \sin \theta \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = R_M \Omega_0 \sin(\alpha t - \theta) \vec{z} \quad (3.3)$$

Ce qui montre donc que, dans le cas où l'inclinaison du plateau est faible, c'est à dire que les projections de vecteur vitesse selon Ox et Oy sont négligeables, la vitesse de déplacement vertical des points du plateau sur un rayon R_M donné admet une équation d'onde progressive. La vitesse est maximale au point où la relation $\alpha t - \theta = \frac{\pi}{2}$ comme on peut le voir sur le point M_0 de la figure 3.1.

On suppose que la matrice supérieure descend avec la vitesse constante V_0 . La variation de la hauteur instantanée M_0M_0' est donc égale :

$$v_{M_0} = \frac{d(M_0M_0')}{dt} = -V_0 + R_{M_0}\Omega_0 \quad (3.4)$$

Pour garantir que le lopin est toujours en compression durant le forgeage, il faut vérifier que $v_{M_0} \leq 0$. Par conséquent, la valeur maximale de v_{M_0} est égale à 0. Dans ce cas, la valeur maximale de la rotation Ω_0 dépend de la vitesse de descente V_0 et du rayon du lopin r_e ($r_e = R_{M_0}$) comme suit :

$$\Omega_{0max} = \frac{V_0}{r_e} \quad (3.5)$$

Ce système mécanique sera utilisé pour le forgeage de lopins d'aluminium similaires à ceux utilisés dans le chapitre précédent. Ainsi, les paramètres d'entrée pour la conception sont :

- la force maximale appliquée sur le lopin, environ 12 000 N ;
- le rayon d'échantillon d'aluminium, $r_e = 4$ mm ;
- la vitesse de descente de la matrice supérieure, $V_0 = 1,5$ mm/min ;

La valeur maximale de la vitesse de rotation est donc calculée à partir de l'équation (3.5) : $\Omega_{0max} = \frac{V_0}{r_e} = 0,0063$ rad/s.

En combinaison avec ce mouvement, une vibration basse fréquence de moins de 100 Hz est superposée au point O de la matrice inférieure pour bénéficier de l'effet de vibration uni-axiale. Le système doit donc être capable d'effectuer deux rotations autour de deux axes Ox et Oy et un déplacement selon l'axe Oz. Un schéma cinématique du système mécanique avec les 3 d.d.l de mouvements requis est représenté sur la figure 3.2 où apparaissent les deux rotations correspondant aux pivots et la translation matérialisée par la liaison glissante.

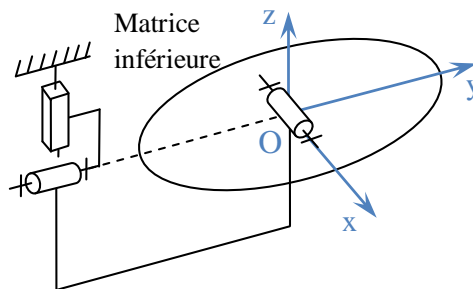


Figure 3.2: Schéma cinématique du système mécanique (nota : le repère présenté est un repère en translation dont les axes sont les axes de rotations des pivots)

3.2 Conception du système mécanique

Afin de bénéficier de la rigidité élevée et de la force totale des actionneurs piézo-électriques multicouches, les actionneurs doivent être placés verticalement pour qu'ils s'opposent à la force de forgeage. Avec cette position verticale des actionneurs, une configuration avec au minimum 3 actionneurs disposés de façon équidistante par rapport au centre du plateau et avec un angle 120° est proposée sur la figure 3.3. Cette disposition permet, en contrôlant l'allongement des actionneurs, de définir l'inclinaison autour de Ox , Oy du plan de la matrice ainsi que son élévation selon Oz . De plus, elle permet de s'opposer au basculement du plateau au cas de la charge excentrée. Si le lopin est correctement centré, cette configuration permet d'obtenir une répartition équilibrée de la force de forgeage sur les 3 actionneurs.

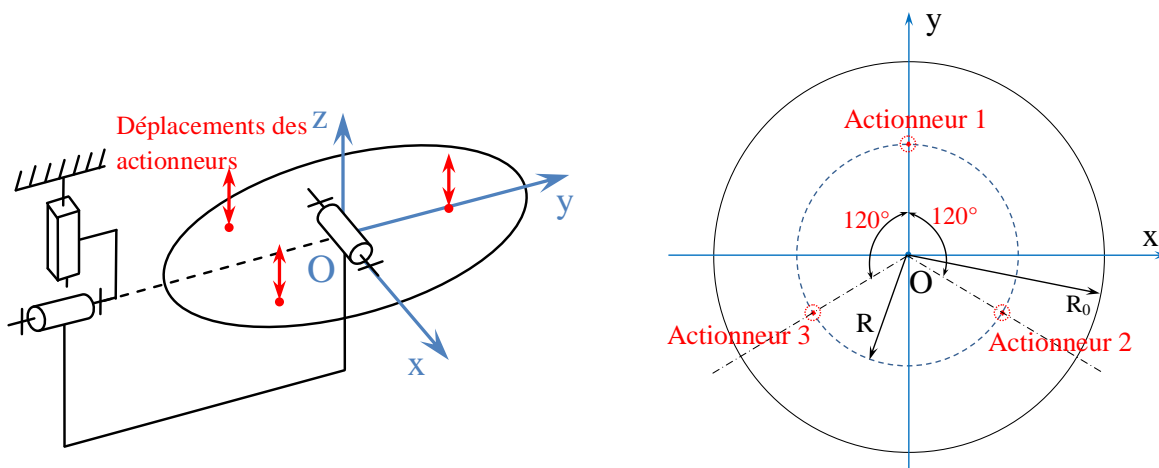


Figure 3.3: Configuration des actionnements

Pour réaliser le mouvement équivalent à une onde progressive de la matrice inférieure, il est nécessaire que le mouvement des actionneurs soit synchronisé. La vitesse instantanée de chaque actionneur est déterminée par l'intermédiaire du vecteur de rotation instantané de la matrice inférieure $\vec{\omega}(t)$ selon la relation (3.3).

Comme on peut le voir sur la figure 3.4, les expressions des vitesses à la verticale des actionneurs sont données par :

$$\begin{cases} \vec{v}_1 = R\Omega_0 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha(t)\right) \vec{z} \\ \vec{v}_2 = R\Omega_0 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3} - \alpha(t)\right) \vec{z} \\ \vec{v}_3 = R\Omega_0 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{4\pi}{3} - \alpha(t)\right) \vec{z} \end{cases} \quad (3.6)$$

Cette relation montre également l'intérêt de cette configuration où les vitesses des actionneurs sont imposées de façon à former un système triphasé. Dans la suite, nous discuterons les choix concernant les trois composants du système :

- Les actionneurs piézoélectriques ayant une force et des déplacements adaptés aux exigences du forgeage assisté par une onde progressive selon le cahier des charges déjà évoqué ;
- La configuration du guidage élastique permettant de réaliser la cinématique proposée sur la figure 3.2 ;
- Les contacts sphère - plan devant assurer un contact permanent entre les actionneurs et la matrice inférieure.

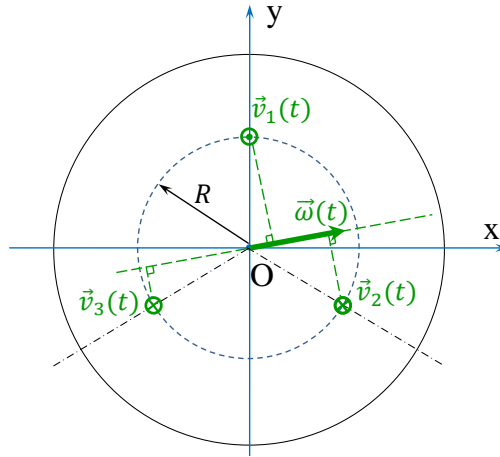


Figure 3.4: Vitesse des actionneurs définie par le vecteur de rotation de la matrice inférieure ω

3.2.1 Choix des actionneurs piézoélectriques

3.2.1.1 Détermination de la course maximale

En intégrant la relation précédente (3.6), on obtient les déplacements :

$$\begin{cases} z_1 = \frac{R\Omega_0}{2\pi f} \sin(\alpha(t)) + z_0 \\ z_2 = \frac{R\Omega_0}{2\pi f} \sin\left(\alpha(t) + \frac{2\pi}{3}\right) + z_0 \\ z_3 = \frac{R\Omega_0}{2\pi f} \sin\left(\alpha(t) + \frac{4\pi}{3}\right) + z_0 \end{cases} \quad (3.7)$$

Pour obtenir la vitesse Ω_{0max} , imposée par le cahier des charges, il faut estimer la course maximale des actionneurs qui permettra de définir une gamme d'actionneur avec la force maximale nécessaire. En considérant les expressions données par (3.7), l'amplitude crête à crête est : $a_{cc} = \frac{R\Omega_{0max}}{\pi f}$ ce qui peut être exprimée en fonction du rayon du lopin et de la vitesse maximale d'avance du coulisseau (voir l'équation (3.5)). Cette dernière permet de faire apparaître le rapport des rayons comme choix de conception puisque $a_{cc} = \frac{RV_0}{r_e\pi f}$.

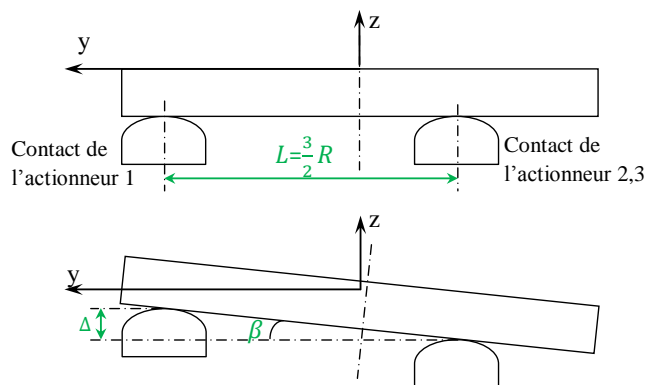


Figure 3.5: Angle de rotation

Pour des questions de coût, il est préférable de choisir des actionneurs dont les courses sont faibles, on aura donc intérêt à rapprocher les actionneurs ce qui sera fait dans les limites d'encombrement des actionneurs. On peut déterminer l'inclinaison du plateau en considérant l'instant particulier $\alpha(t) = \frac{\pi}{2}$ correspondant à la figure 3.5, où $\Delta = \frac{3R\Omega_0}{4\pi f}$

$$\beta = \text{atan} \frac{\Delta}{L} \simeq \frac{\Omega_{0max}}{2\pi f} \quad (3.8)$$

Ainsi en considérant que les actionneurs sont disposés sur rayon de 30 mm, la course maximale nécessaire est de 37,5 μm avec une inclinaison du plateau correspondante d'environ 11''.

3.2.1.2 Contrainte technologique

L'actionneur piézoélectrique multi-couches sans pré-chargement axial est sensible aux sollicitations en traction, pouvant causer la ruine à partir d'une charge limite. Il faut donc appliquer une force de compression (précontrainte) pour se prémunir contre ce problème. Cette précontrainte doit être déterminée grâce à la caractéristique statique de l'actionneur (voir 2.3.2) et peut atteindre jusqu'à 50% de la force de blocage (c'est à dire la force maximale générée par l'actionneur bloqué).

Pour appliquer une force de précontrainte sur l'actionneur, il existe différentes méthodes comme le montre la figure 3.6

- Pré-chargement interne (figure 3.6a) : le mécanisme de pré-chargement (qui est désigné par VS sur la figure) est intégré dans un boîtier encapsulant l'actionneur. Avec cette configuration, les forces appliquées par le mécanisme externe peuvent être soit en compression soit en traction. Par contre, il faut trouver un moyen d'éviter le jeu mécanique possible entre l'actionneur et le système entraîné.

- Pré-chargement externe (figure 3.6b) : l'actionneur est pré-chargé par l'utilisation d'un ressort VS en série avec le système entraîné. Ainsi, l'actionneur est toujours mis sous une charge de compression et le jeu mécanique est également évité.
- Pré-chargement combiné (figure 3.6c) : le pré-chargement est réalisé par la combinaison de 2 types de pré-chargement précédents (par un ressort VS1 pour un pré-chargement interne de l'actionneur et un ressort VS2 pour un pré-chargement externe).
- Pré-chargement actif (figure 3.6d) : cette configuration utilise 2 actionneurs dont les déplacements sont générés en sens contraire (l'un se rétractant lorsque l'autre s'allonge). Les mouvements doivent être synchronisés pour maintenir un pré-chargement constant faible.

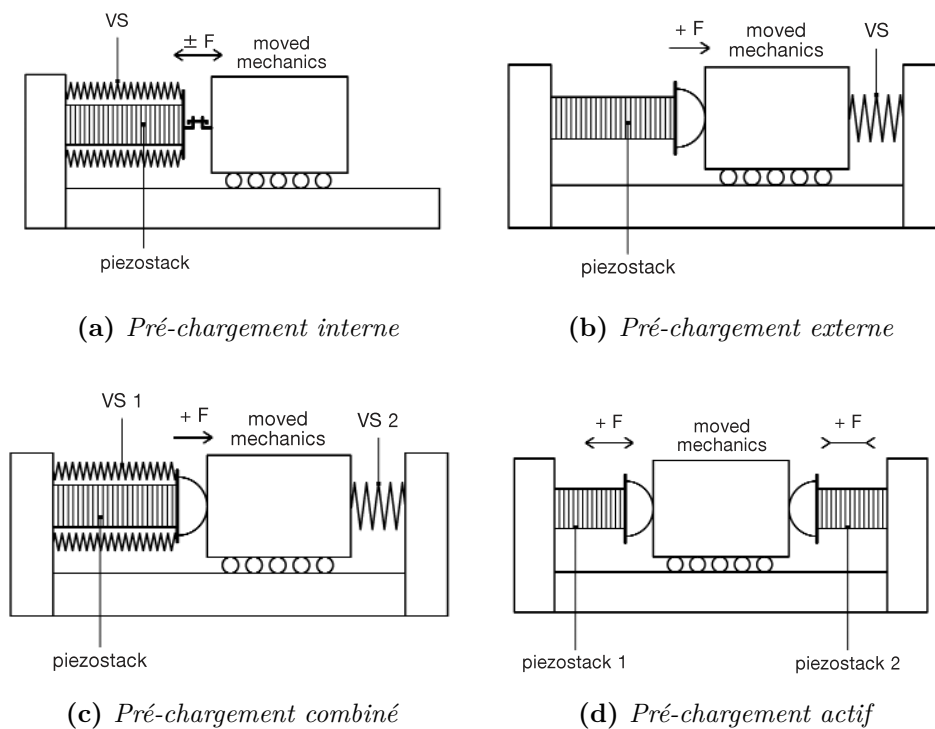


Figure 3.6: Méthodes de pré-chargement [66]

La première méthode est la méthode la plus utilisée en raison de sa simplicité, sa robustesse et son indépendance vis à vis du système mécanique externe. Un actionneur avec un pré-chargement interne est donc choisi pour cette application.

Dans notre étude, l'actionneur Piezomechanik HPSt 1000/15-8/60 VS 22 est choisi en raison de ses caractéristiques résumées dans le tableau 3.1.

Le choix de la rigidité de l'actionneur est justifié par celle des échantillons utilisés. En effet, pour que l'actionneur puisse générer une puissance maximale, la rigidité du système entraîné doit être égale à celle de l'actionneur. Or, les échantillons d'aluminium de

Tableau 3.1: Paramètres de l'actionneur Piezomechanik HPSt 1000/15-8/60 VS 22

Paramètre	Valeur
Course maximale (sous tension de 1000 V)	60 μm
Force générée maximale	5500 N
Force de pré-chargement	400 N
Rigidité	100 N/ μm

hauteur $h = 16$ mm et de rayon $r_e = 4$ mm présentent une rigidité que l'on peut estimer à $K = \frac{E\pi r_e^2}{h} \simeq 220$ N/ μm . Ainsi la rigidité équivalente des actionneurs en parallèle étant 300 N/ μm , on voit que l'ensemble des caractéristiques est adapté aux exigences demandées. Ajoutons que cet actionneur peut atteindre jusqu'à 80 μm de déplacement s'il est mis sous la tension bipolaire $-200/1000$ V, ce qui laisse la possibilité de générer, en plus de la rotation, des vibrations verticales.

3.2.2 Conception du guidage élastique

Afin de transmettre le mouvement des actionneurs à la matrice inférieure, l'utilisation de guidage élastique est nécessaire pour éviter des jeux mécaniques incompatibles avec les faibles déplacements des actionneurs piézoélectriques (de l'ordre de soixante μm). Ce type de guidage a été largement utilisé depuis plus de 60 ans dans plusieurs applications comme les instruments de mesure, les instruments optiques, les applications spatiales ou la micromanipulation par exemple. Cette solution est intéressante pour les applications de précision ou avec de faibles déplacements, car elle évite les jeux mécaniques, les frottements, l'usure et permet d'atteindre de hautes résolutions (nanométrique dans le cas des microscopes à force atomique) avec une répétabilité très élevée [67, 68]. Les guidages élastiques permettent de réaliser des cinématiques complexes avec plusieurs degrés de liberté, des systèmes à deux déplacements XY [69, 70], aux mécanismes à 6 d.d.l [71–78], en passant par des systèmes à 3 d.d.l [79–86].

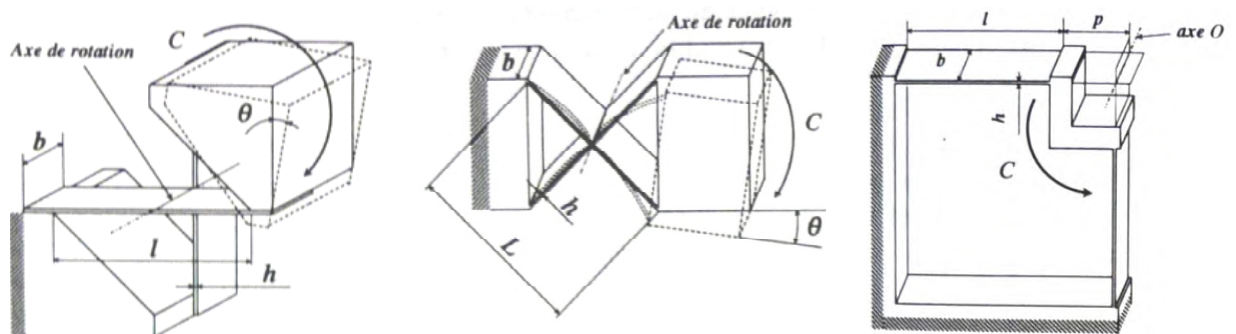
Les inconvénients principaux de ces guidages sont les courses limitées par la contrainte mécanique admissible des éléments déformés, et la force de rappel qui tend à ramener le guidage vers sa position non déformée. Par contre, dans le cas des mouvements très faibles des actionneurs (c'est à dire la plupart des applications de la manipulation et du micro/nano positionnement), ces problèmes peuvent être réduits par une conception mécanique adaptée aux contraintes mécaniques du matériau.

Les guidages élastiques peuvent être connectés en série ou en parallèle pour réaliser un système avec deux rotations. Les deux cas sont considérés dans les deux parties suivantes.

3.2.2.1 Guidages élastiques en série

Les guidages élastiques pour une rotation peuvent être classés dans deux types principaux [67] :

1. Guidage élastique de rotation avec des lames élastiques : cette structure est constituée d'un pivot dont l'axe de rotation coïncide approximativement avec la droite d'intersection entre les deux plans définis par les lames au repos (non fléchies) [67]. Il y a trois types courants de guidages avec des lames pour une rotation :
 - (a) Pivot à deux lames croisées séparées (figure 3.7a) : ce guidage est constitué de deux lames disposées orthogonalement reliant le bloc mobile au bloc fixe.
 - (b) Pivot à deux lames croisées non séparées (figure 3.7b) : ce pivot est l'homologue monolithique du pivot à deux lames croisées séparées.
 - (c) Pivot RCC à deux lames (RCC : Remote Center Compliance) (figure 3.7c) : l'axe de rotation (l'axe O) se trouve à l'extérieur de la structure.



(a) Pivot à deux lames croisées séparées : h épaisseur des lames ; b largeur des lames ; l longueur des lames d'un encastrement à l'autre

(b) Pivot à deux lames croisées non séparées : h épaisseur des lames ; b largeur des lames ; L longueur des lames d'un encastrement à l'autre ; l demi-longueur des lames

(c) Pivot RCC à deux lames : h épaisseur des lames ; b largeur des lames ; L longueur des lames d'un encastrement à l'autre ; p distance entre l'axe de rotation O et l'extrémité des lames

Figure 3.7: Pivots à deux lames [67]

2. Guidage élastique de rotation avec quatre cols : ce guidage utilise des cols circulaires déformables à la place de lames élastiques. Il présente une plus grande rigidité radiale que les pivots à lames pour un même encombrement et une même course angulaire [67].

- (a) Pivot croisé à quatre cols (figure 3.8a)
- (b) Pivot RCC à quatre cols (figure 3.8b)

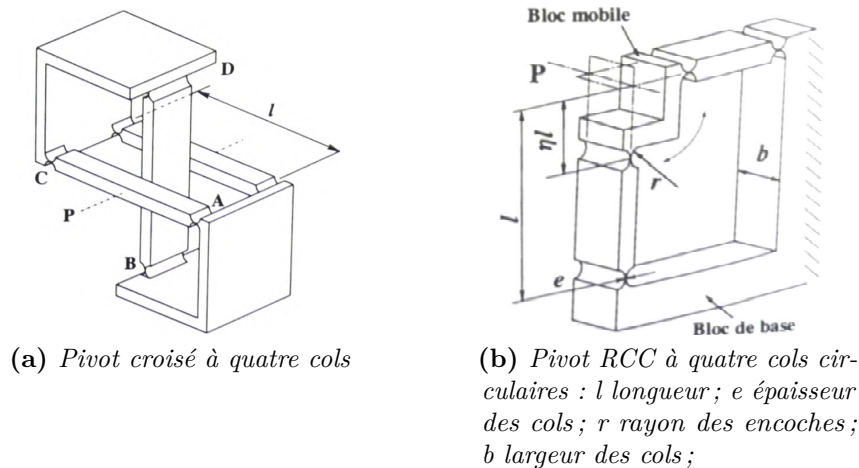


Figure 3.8: Pivots à quatre cols [67]

Le pivot à deux lames croisées séparées est utilisé pour faciliter la fabrication. Ils doivent être connectés en série comme le montre la figure 3.9a afin de réaliser deux rotations concourantes autour des axes O_x et O_y . Cette conception présente des rotations parasites autour O_z en raison de l'asymétrie. Pour pallier ce défaut et augmenter la rigidité de système, une conception avec deux paires de pivots est présentée sur la figure 3.9b.

Cette solution nous montre une possibilité de concevoir un système avec la cinématique demandée par des pivots flexibles élémentaires. Dans cette conception, les axes de rotation sont déterminés par les axes des éléments flexibles. Cette conception présente l'avantage d'imposer les axes de rotation et ainsi de les rendre concourants comme dans le cas de cardans. Par contre, cette configuration comporte aussi des désavantages :

- Les deux axes de rotation de guidage se situent sous la matrice inférieure. Il en résulte des translations parasites du centre de la matrice inférieure proportionnelles à la distance entre les axes de rotation des guidages et la matrice inférieure ;
- L'encombrement des guidages est assez important ;
- L'usinage et l'assemblage sont compliqués ;
- L'influence de la masse du support intermédiaire connecté aux lames flexibles risque d'induire des comportements dynamiques complexes à commander.

De plus, pour le déplacement selon O_z , ce montage risquant de présenter une rigidité selon O_z trop importante, il peut être nécessaire de prévoir un guidage élastique en translation supplémentaire.

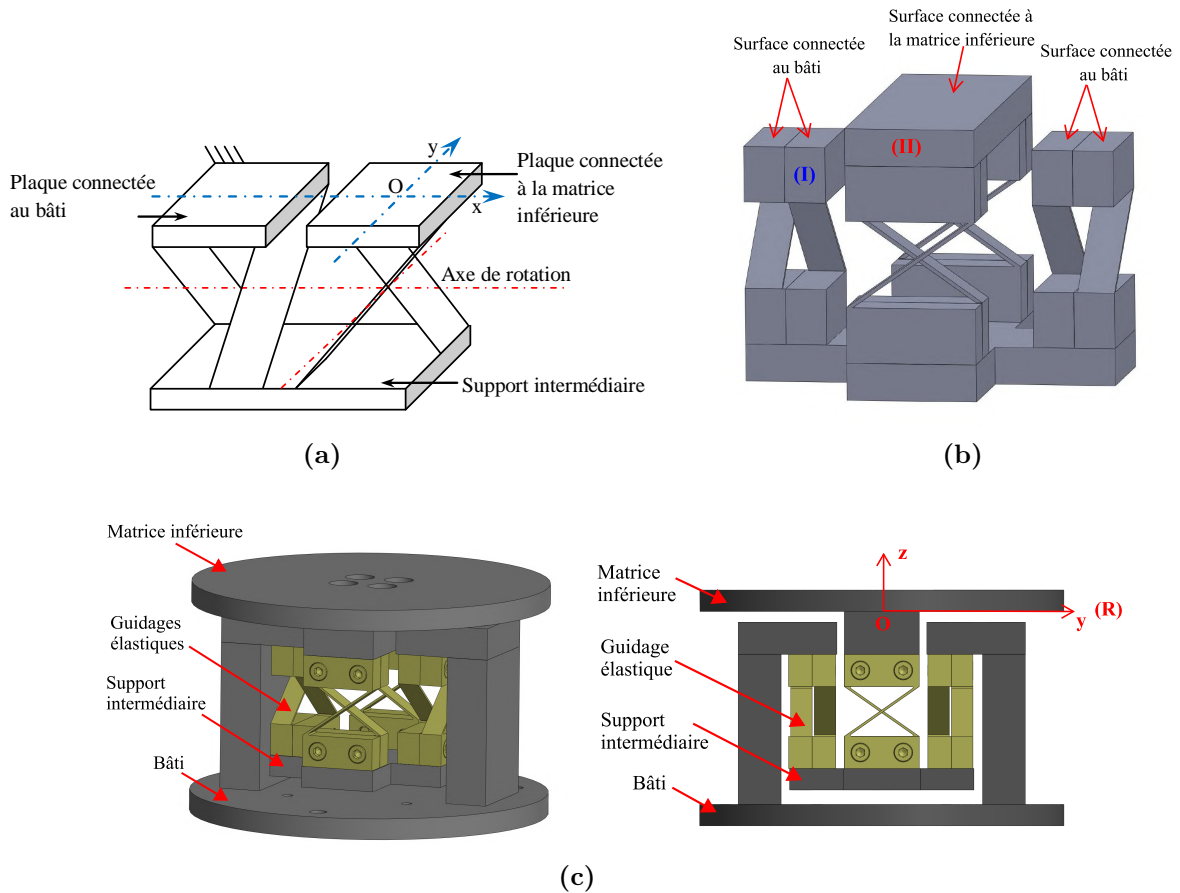


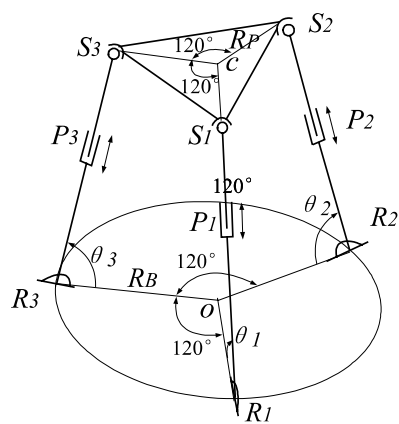
Figure 3.9: *Guidages élastiques pour 2 rotations avec la conception de pivot à deux lames croisées séparées*

3.2.2.2 Guidages élastiques en parallèle

Les guidages élastiques connectés en parallèle sont largement utilisés en raison de leur compacité, pour des mécanismes présentant plusieurs d.d.l avec des rigidités élevées. Dans la suite, nous présentons deux exemples de mécanismes basés sur des liaisons élastiques permettant de réaliser des cinématiques voisines de celle recherchée.

Le schéma d'un mécanisme à 6 d.d.l mettant en œuvre un guidage élastique est présenté sur la figure 3.10 [87]. Il se compose de deux étages parallèles. L'étage supérieur est un mécanisme parallèle à 3 d.d.l comportant deux rotations autour de Ox , Oy et une translation verticale selon Oz tandis que l'étage inférieur comporte trois d.d.l comprenant deux translations selon Ox , Oy et une rotation autour de Oz . Ces deux étages parallèles sont associés en série pour obtenir 6 d.d.l. Le schéma cinématique permet d'utiliser des liaisons élastiques plus simples (R : pivot, P : glissière et S : sphérique). Les liaisons S_1 , S_2 , S_3 sont réalisées par l'association de 3 liaisons élastiques de rotation dont les axes se croisent en un même point comme le montre la figure 3.10.

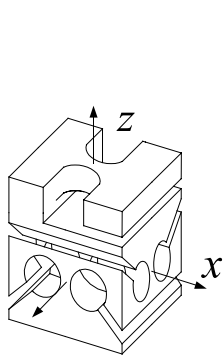
Cette liaison sphérique est utile pour des applications où la force appliquée est faible, par



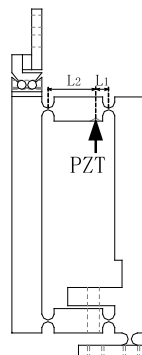
(a) Schéma cinématique



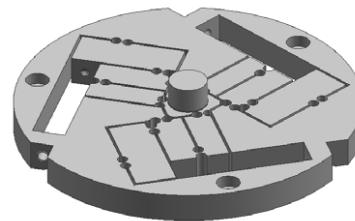
(b) Prototype du système



(c) Liaison sphérique S



(d) Liaison glissière P



(e) Liaison pivot R

Figure 3.10: Conception avec guidages élastiques pour mouvement de 6 degrés de liberté [87]

exemple pour l'alignement de fibres optiques comme dans le cas présenté. Mais cette liaison est trop souple et fragile pour les forces très élevées rencontrées dans notre application.

Autre exemple, un mécanisme flexible à 3 d.d.l est développé pour la manipulation d'un instrument de microchirurgie portable (dimension 150 mm et diamètre 22 mm) permettant de compenser le tremblement des mains. Le schéma du système est présenté sur la figure 3.11 avec trois translations selon les directions X, Y, Z qui sont entraînées par deux actionneurs en mode de cisaillement et un actionneur en mode longitudinal. Le déplacement des actionneurs est amplifié par la rotation d'une colonne centrale autour de deux axes X, Y. Ces rotations sont réalisées par des déformations de quatre lames flexibles et une liaison sphérique flexible comme le montre la figure 3.11. Un autre étage de mécanisme flexible de translation est utilisé pour guider le mouvement d'un autre actionneur en mode longitudinal et également appliquer une précontrainte de 50 N. L'amplitude du déplacement pour l'application est d'environ 50 μm et la force appliquée est seulement de quelques mN.

Cette conception correspond à la cinématique recherchée mais elle présente deux inconvénients :

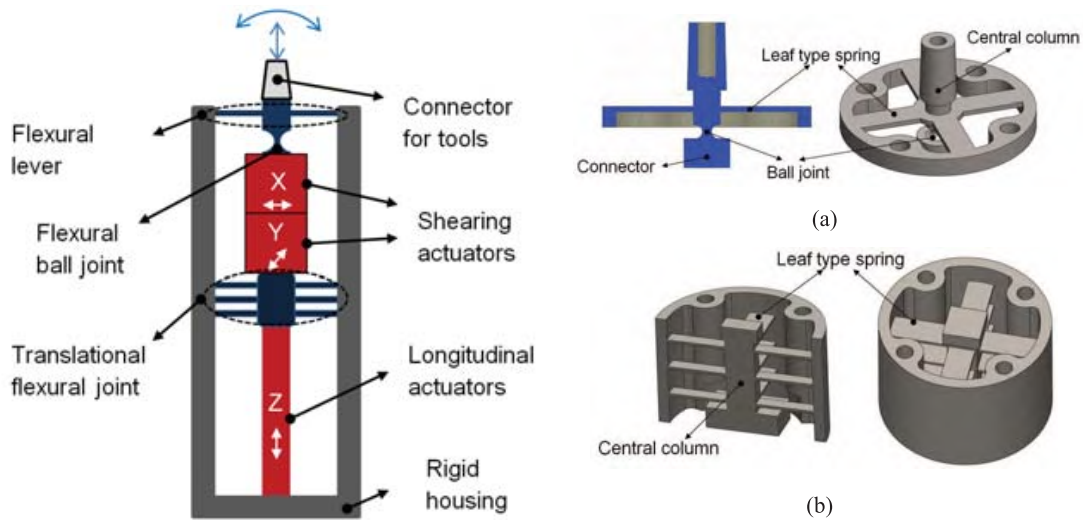


Figure 3.11: Conception avec guidages élastiques pour un mouvement de 3 degrés de liberté [88]

- La précontrainte nécessite un ensemble de lames élastiques complexe à réaliser ;
- Les rotations sont obtenues en utilisant des céramiques piézoélectriques en cisaillement, mais les efforts peuvent être atteints avec cette technologie sont faibles.

3.2.2.3 Solution retenue

La solution par guidage élastique proposée dans cette thèse consiste à utiliser trois lames élastiques comme le montre la figure 3.12 [89]. Ces trois lames sont déformées par l'application de 3 déplacements selon la direction verticale aux points A_1, A_2, A_3 . Nous montrerons que cette disposition amène à deux rotations concourantes autour des axes x et y et à une translation en z , obtenues grâce aux déformations élastiques simultanées des trois lames.

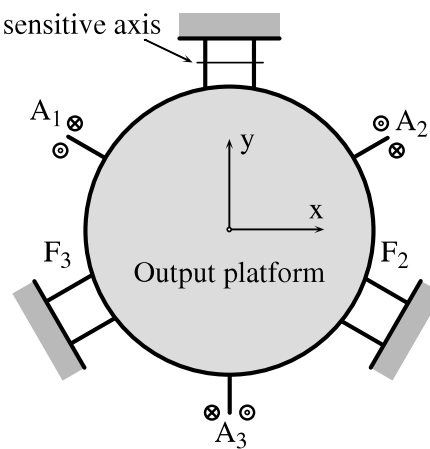


Figure 3.12: Conception avec guidages élastiques pour un mouvement de 3 degrés de liberté [89]

Les avantages de cette conception sont :

- Sa simplicité de fabrication ;
- Les axes de rotation sont compris dans le plan de la matrice inférieure réduisant l'existence de mouvement de translation parasite dans les directions O_x , O_y ;
- Les déplacements verticaux sont directement réalisés par des actionneurs piézoélectriques ce qui permet d'avoir une grande rigidité selon O_z .

Ce dernier point pose cependant un certain nombre de problèmes liés à la technologie des actionneurs employés.

3.2.3 Contact sphère-plan

Les actionneurs piézoélectriques multi-couches peuvent être chargés uniquement dans la direction axiale. Il faut donc éviter les moments ou les forces perpendiculaires à la direction de mouvement de l'actionneur comme le montre la figure 3.13.

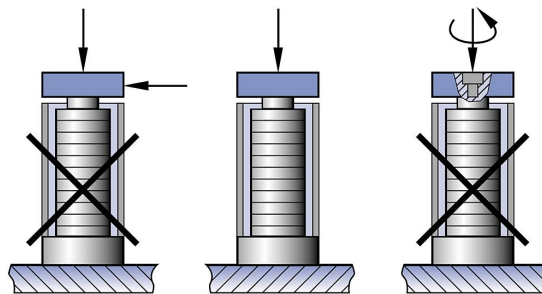


Figure 3.13: Guide d'application des efforts [90]

Pour éliminer ces contraintes parasites, qui peuvent être causées par des erreurs de parallélisme des surfaces de contact des actionneurs, l'utilisation de contact sphère-plan ou de guidages flexibles doit être considérée dans la conception. Dans le cas d'un système ayant un mouvement rotatif, les solutions sont montrées sur la figure 3.14 par un contact sphère-plan, une bille avec précontrainte ou un mécanisme flexible.

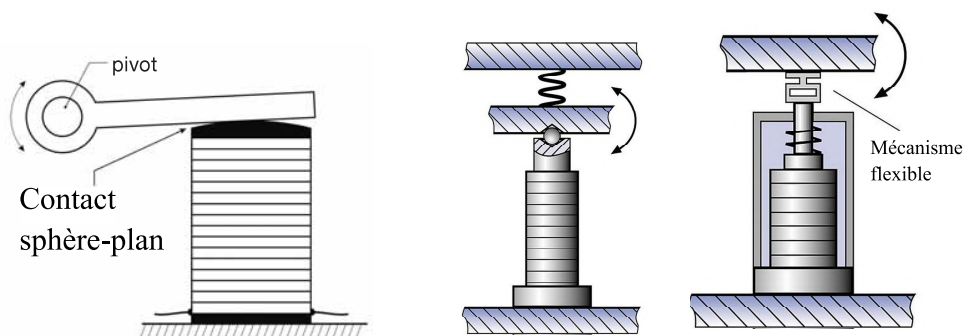


Figure 3.14: Couplages de l'actionneur avec le système mécanique [66, 90]

Dans le cas du forgeage où la force est élevée, il y a un risque de flambage ou de rupture dans le cas de l'utilisation d'un mécanisme flexible. De plus, avec la nécessité de rotation autour de deux axes, cette solution devient plus compliquée. La solution avec bille sous précontrainte est aussi défavorable à cause de sa complexité et de sa grande déformation sous l'action d'une force élevée. La solution avec contact sphère-plan est donc choisie en raison de sa robustesse et de sa simplicité. Pour maintenir le contact avec la matrice inférieure, il faut s'assurer que le contact sphère-plan est constamment comprimé. En effet, sous l'application de forces par des actionneurs, le plateau peut se détacher du contact sous l'effet de l'inertie. Il est donc nécessaire de prévoir une structure supplémentaire pour maintenir les contacts sphère-plan de façon permanente entre les actionneurs et le plateau. Cette structure permettra également un actionnement bi-directionnel par les actionneurs, la force de traction étant limitée par la précontrainte interne de l'actionneur.

Une structure de contacts sphère-plan bi-directionnelle (appelée le support de contact) est présentée sur la figure 3.15a. Les actionneurs sont vissés aux supports de contact. Sur ces derniers sont fixés deux calottes sphériques (figure 3.15a). Elles sont en contact avec un plateau secondaire situé sous la matrice inférieure de façon à déporter le contact hors de la zone de forgeage.

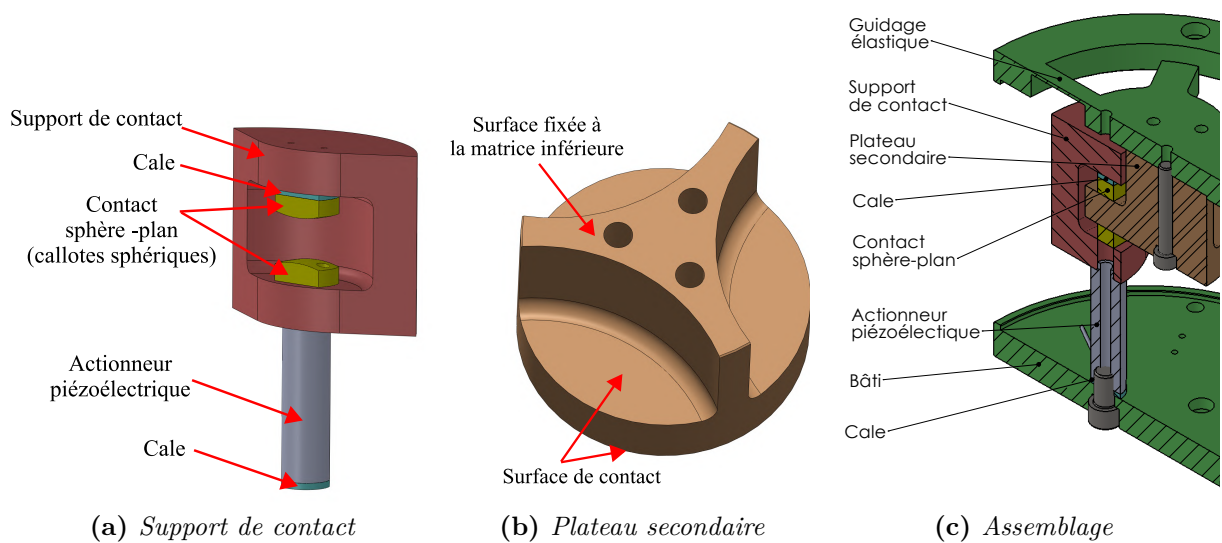


Figure 3.15: Conception des contacts sphère-plan

Afin d'appliquer une précontrainte sur les contacts sphère-plan, l'écartement des sphères est réglé par l'utilisation d'une cale. Pour réaliser le montage de l'ensemble (représenté sur la figure 3.16), ce dernier doit être réalisé à chaud pour obtenir le jeu nécessaire par dilatation thermique.

Enfin, la dispersion dimensionnelle des actionneurs sera compensée par l'utilisation de cales utilisées pour régler la distance entre le bâti et le plateau secondaire et ainsi ne pas déformer les lames élastiques lors de l'assemblage (voir Annexe B).

3.2.4 Capteur de mesure des déplacements

Une mesure des trois mouvements de la matrice inférieure est indispensable pour la commande du système. Il est essentiel de déterminer les capteurs utilisés afin de prévoir leur intégration dans le système mécanique. Pour le déplacement selon Oz, une mesure sans contact est préférable pour éviter l'interaction dynamique du contact des capteurs tel que les rebondissements rencontrés lors des essais avec le système mono-actionneur. Cette mesure de déplacement peut être réalisée par plusieurs types de capteurs sans contact. Pour la mesure de déplacement sans contact de surfaces métalliques avec des résolutions élevées (de l'ordre μm) et des bandes passantes suffisantes, les capteurs suivants sont souvent utilisés : capteurs capacitifs, capteurs à courant de Foucault, capteurs laser, capteurs chromatiques.

L'angle de rotation peut être mesuré directement par un gyroscope électronique mais sa sensibilité est limitée et sa taille encombrante [91]. Ce type de capteur n'a donc pas été retenu pour cette application. Une autre méthode consiste à estimer l'angle de rotation à partir de mesures de déplacement. En effet, par la mesure en 3 points non alignés de la distance entre la matrice et le bâti, il est possible de déterminer la position et l'orientation de cette dernière (voir chapitre 4). On utilisera donc trois capteurs de déplacement pour déterminer les mouvements de trois points de la matrice. Certaines caractéristiques des capteurs de déplacement à considérer sont comparées dans la table 3.2. Les capteurs à courant de Foucault et capacitifs sont plus adaptés aux exigences : pour l'étendue de mesure faible, la résolution est élevée avec des encombrements limités et des fréquences de mesure élevées. De plus, ils peuvent fonctionner sur des plages plus larges de température ce qui est favorable pour le forgeage à chaud. Enfin, leurs robustesses sont aussi adaptées à des mesures dans un environnement industriel.

Tableau 3.2: *Caractéristiques des capteurs [92]*

Principe de mesure	Courant de Foucault	Capacitif	Laser	Confocal chromatique
Précision	Élevée	Très élevée	Moyenne	Élevée
Résolution (% de l'EM)	0,000 03	0,000 075	0,005	< 0,004
Étendue de mesure-EM (mm)	0,4 - 80	0,05 - 10	0,5 - 750	0,12 - 25
Encombrement	Faible	Faible	Moyen	Faible
Fréquence de mesure (kHz)	100	50	20	30
Robustesse	Élevée	Moyenne	Moyenne	Élevée
Plage de température (°C)	0 - 150	50 - 200	0 - 55	10 - 80

La conception du système mécanique intégrant 3 actionneurs piézoélectriques et des capteurs à courant de Foucault EPU15 [93] est présentée sur la figure 3.16.

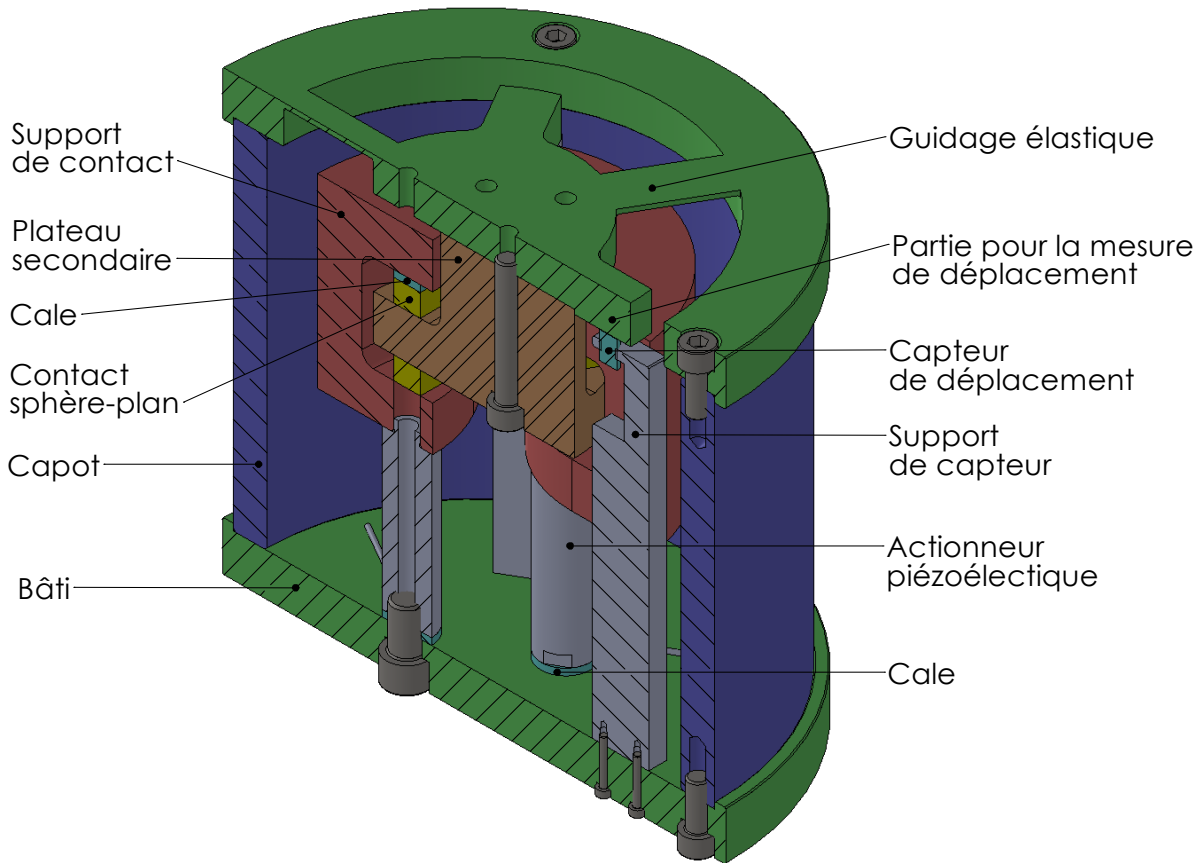


Figure 3.16: Conception du système intégrant 3 actionneurs

3.3 Dimensionnement du système mécanique

Dans la partie précédente, l'examen des solutions pour obtenir une cinématique définie par les cahiers des charges a permis de sélectionner une architecture générale qu'il reste à dimensionner. L'objectif de cette partie est donc de déterminer la dimension des principales liaisons :

- pour d'une part valider que les rigidités selon différentes directions sont conformes à celles du cahier des charges ;
- qu'aucune pièce n'est soumise à des contraintes pouvant entraîner la plastification d'autre part ;
- et que les élasticités rencontrées dans les pièces assurant la transmission de l'effort ne sont pas pénalisantes pour le déplacement.

3.3.1 Dimensionnement du guidage élastique

La conception des guidages élastiques a pour but d'obtenir un mécanisme présentant une faible rigidité selon les d.d.l souhaités mais de très grandes rigidités selon les autres directions. Une étude de la rigidité des lames élastiques est donc nécessaire pour la conception mécanique et également la modélisation du système en vue de réaliser la commande. La rigidité des trois lames sera exprimée sous la forme d'une matrice de rigidité selon six directions générales du mouvement du plateau en son centre. De plus, les dimensions des lames élastiques sont choisies pour assurer que la déformation des lames lors des déplacements maximaux des actionneurs reste dans le domaine élastique.

La rigidité globale est calculée par une transformation des rigidités de chaque lame en un point déterminé. Dans ce qui suit, les principes de calcul de la rigidité d'une lame et de la transformation de cette rigidité en un autre point sont présentés.

3.3.1.1 Matrice de rigidité d'une lame élastique

Une lame élastique ayant une longueur L et une section rectangulaire constante A est encastrée à une extrémité. Elle est considérée comme une poutre droite avec une section uniforme. Elle est soumise à des forces axiales, des moments de flexion et une torsion autour de son axe central. Un repère cartésien est placé à l'extrémité libre de la poutre comme présenté sur la figure 3.17 dont l'origine O est au centre de la section.

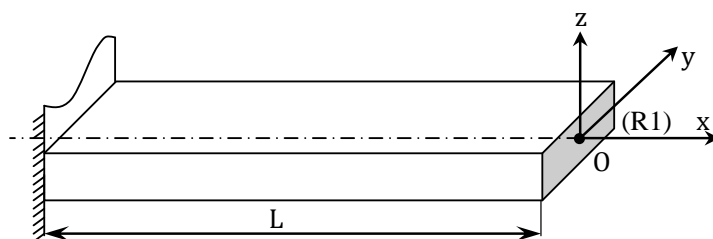


Figure 3.17: Modèle d'une lame encastrée

Le chargement mécanique \mathbf{F}_O est supposé être appliqué au point O . La déflexion \mathbf{w}_O exprimée dans le repère (R_1) est liée à la charge appliquée par une matrice de rigidité \mathbf{K}_O :

$${}^{R_1}\mathbf{F}_O = {}^{R_1}\mathbf{K}_O \cdot {}^{R_1}\mathbf{w}_O \quad (3.9)$$

avec ${}^{R_1}\mathbf{w}_O = [\delta_x \quad \delta_y \quad \delta_z \quad \gamma_x \quad \gamma_y \quad \gamma_z]^T$, où δ_i et γ_i sont des petits déplacements linéaires et angulaires respectivement au point O selon les axes Ox , Oy , Oz du repère (R_1) .

${}^{R_1}\mathbf{F}_O = [f_x \quad f_y \quad f_z \quad m_x \quad m_y \quad m_z]^T$, où f_i et m_i sont les forces et les moments externes respectivement au point O selon les axes Ox , Oy , Oz du repère (R_1) .

La matrice de rigidité de la lame est obtenue à partir de la théorie des poutres selon les hypothèses :

- L'axe de poutre Ox est droit ;
- La section reste plane après déformation ;
- La section reste perpendiculaire à l'axe de déformation de la poutre.

La matrice de rigidité ${}^{R_1}\mathbf{K}_O$ calculée en son extrémité au point O s'écrit sous la forme suivante [94] :

$${}^{R_1}\mathbf{K}_O = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 & 0 & -h \\ 0 & 0 & c & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g & 0 & e & 0 \\ 0 & -h & 0 & 0 & 0 & f \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

où les termes a à h sont définis par :

$$\begin{aligned} a &= \frac{A_s E}{L} & b &= \frac{12EI_z}{L^3(1 + \Phi_y)} & c &= \frac{12EI_y}{L^3(1 + \Phi_z)} \\ d &= \frac{GJ}{L} & e &= \frac{EI_y(4 + \Phi_z)}{L(1 + \Phi_z)} & f &= \frac{EI_z(4 + \Phi_y)}{L(1 + \Phi_y)} \\ g &= \frac{6EI_y}{L^2(1 + \Phi_z)} & h &= \frac{6EI_z}{L^2(1 + \Phi_y)} \end{aligned}$$

avec $\Phi_y = \frac{12EI_z}{GA_s L^2}$; $\Phi_z = \frac{12EI_y}{GA_s L^2}$

L	longueur longitudinale	[mm]
A_s	aire de la section	[mm ²]
I_z	moment quadratique par l'axe O_z	[mm ⁴]
I_y	moment quadratique par l'axe O_y	[mm ⁴]
J	moment quadratique de torsion par le point O	[mm ⁴]
E	module d'élasticité	[MPa]
G	module de cisaillement	[MPa]

3.3.1.2 Matrice de rigidité du guidage élastique ramené au centre de la matrice inférieure

La rigidité finale du guidage élastique au centre de la matrice inférieure dépend de la rigidité des trois lames élastiques et de la contrainte cinématique résultant de leur

connexion à la matrice inférieure. Pour la calculer, il faut effectuer une transformation de la matrice de rigidité de chaque lame, qui est exprimée dans leur repère local propre, pour la ramener dans le repère global, qui est lié au bâti et situé au centre de la matrice inférieure. Dans ce calcul, la matrice est considérée comme un corps rigide.

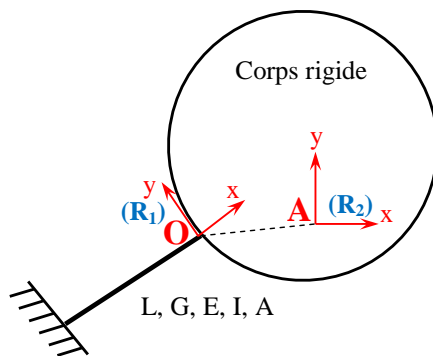


Figure 3.18: Définition des différents repères pour le calcul d'une rigidité ramenée de O en A

On considère une lame élastique encastée à une extrémité et connectée à un corps rigide (non-déformable) à l'autre extrémité comme sur la figure 3.18. La matrice de rigidité au point O de la lame exprimée dans le repère (R_1) est donnée par (3.10). On cherche une transformation de cette matrice de rigidité dans le repère (R_2) associé au corps rigide.

Le torseur de déplacement au point O dans le repère (R_1) s'exprime au point A dans le repère (R_2) par la transformation ${}^{R_1}\mathbb{T}_{R_2}$: [95]

$${}^{R_1}\mathbf{w}_O = {}^{R_1}\mathbb{T}_{R_2} \cdot {}^{R_2}\mathbf{w}_A \quad (3.11)$$

où la matrice de transformation ${}^{R_1}\mathbb{T}_{R_2}$ est calculée par :

$${}^{R_1}\mathbb{T}_{R_2} = \begin{bmatrix} {}^{R_1}\mathbf{A}_{R_2} & {}^{R_1}\widehat{\mathbf{P}}_{R_2} \cdot {}^{R_1}\mathbf{A}_{R_2} \\ \mathbf{0}_3 & {}^{R_1}\mathbf{A}_{R_2} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

avec :

- ${}^{R_1}\mathbf{A}_{R_2}$: la matrice transformation de rotation du repère (R_1) au repère (R_2) exprimée dans le repère (R_1) ;

- ${}^{R_1}\widehat{\mathbf{P}}_{R_2} = \begin{bmatrix} 0 & -p_z & p_y \\ p_z & 0 & -p_x \\ -p_y & p_x & 0 \end{bmatrix}$; où p_x, p_y, p_z sont les composantes du vecteur de translation du repère (R_1) vers le repère (R_2) exprimé dans le repère (R_1) soit

$${}^{R_1}\mathbf{P}_{R_2} = [p_x \quad p_y \quad p_z]^T$$

D'après (3.9) et la relation de transformation (3.11), on obtient :

$$\begin{aligned}
 (3.11) \implies \quad & {}^{R_1}\mathbf{K}_O \cdot {}^{R_1}\mathbf{w}_O = {}^{R_1}\mathbf{K}_O \cdot {}^{R_1}\mathbb{T}_{R_2} \cdot {}^{R_2}\mathbf{w}_A \\
 \iff \quad & {}^{R_1}\mathbf{F}_O = {}^{R_1}\mathbf{K}_O \cdot {}^{R_1}\mathbb{T}_{R_2} \cdot {}^{R_2}\mathbf{w}_A
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

où ${}^{R_1}\mathbf{K}_O$ matrice de rigidité de la poutre au point O dans le repère (R_1) ;
 ${}^{R_1}\mathbf{F}_O$ torseur d'interaction au point O dans le repère (R_1)

Le torseur des efforts au point O du repère (R_1) est exprimé au point A dans le repère (R_2) en inversant ${}^{R_1}\mathbb{T}_{R_2}$. Or, on a la propriété $({}^{R_1}\mathbb{T}_{R_2})^{-1} = {}^{R_1}\mathbb{T}_{R_2}^T$ d'où [95] :

$${}^{R_2}\mathbf{F}_A = {}^{R_1}\mathbb{T}_{R_2}^T \cdot {}^{R_1}\mathbf{F}_O \tag{3.14}$$

A partir de (3.13) et (3.14), on obtient :

$$\begin{aligned}
 {}^{R_2}\mathbf{F}_A &= \left({}^{R_1}\mathbb{T}_{R_2}^T \cdot {}^{R_1}\mathbf{K}_O \cdot {}^{R_1}\mathbb{T}_{R_2} \right) \cdot {}^{R_2}\mathbf{w}_A \\
 \implies \quad & {}^{R_2}\mathbf{K}_A = {}^{R_1}\mathbb{T}_{R_2}^T \cdot {}^{R_1}\mathbf{K}_O \cdot {}^{R_1}\mathbb{T}_{R_2}
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Pour calculer la matrice de rigidité du système composé de 3 lames (figure 3.19), l'équation (3.15) est appliquée pour chaque lame dans le repère (R) lié au point O au centre du plateau et la matrice finale est la somme des trois matrices de rigidité donnée par :

$${}^R\mathbf{K}_O = \sum_{i=1}^3 {}^{R_i}\mathbb{T}_R^T \cdot {}^{R_i}\mathbf{K}_{O_i} \cdot {}^{R_i}\mathbb{T}_R \tag{3.16}$$

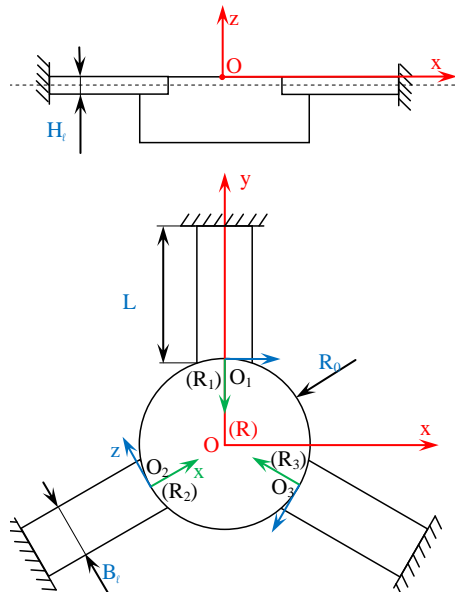


Figure 3.19: Schéma des 3 lames élastiques

La matrice de rigidité de la conception avec 3 lames élastiques (figure 3.19) au point O sur la matrice inférieure s'écrit sous forme analytique comme suit :

$${}^R\mathbf{K}_O = \begin{bmatrix} K[1,1] & 0 & 0 & 0 & K[1,5] & 0 \\ 0 & K[2,2] & 0 & K[2,4] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K[3,3] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K[4,2] & 0 & K[4,4] & 0 & 0 \\ K[5,1] & 0 & 0 & 0 & K[5,5] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K[6,6] \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

où les différents coefficients de la matrice sont déterminés à partir des propriétés du matériau et de la géométrie par :

$$K[1,1] = K[2,2] = \frac{3A_s E}{2L} + \frac{18EI_y}{L^3(\Phi_z + 1)} \quad (3.18a)$$

$$K[3,3] = \frac{36EI_z}{L^3(\Phi_y + 1)} \quad (3.18b)$$

$$K[4,4] = K[5,5] = \frac{3A_s E H_l^2}{8L} + \frac{3GJ}{2L} + EI_z \frac{3L^2(\Phi_y + 4) + 36R_0 L + 36R_0^2}{2L^3(\Phi_y + 1)} + \frac{9EH_l^2 I_y}{2L^3(\Phi_z + 1)} \quad (3.18c)$$

$$K[6,6] = \frac{3EI_y}{L} + \frac{9EI_y(L + 2R_0)^2}{L^3(\Phi_z + 1)} \quad (3.18d)$$

$$K[2,4] = K[4,2] = \frac{3A_s E H_l}{4L} + \frac{9EH_l I_y}{L^3(\Phi_z + 1)} \quad (3.18e)$$

$$K[1,5] = K[5,1] = -\frac{3A_s E H_l}{4L} - \frac{9EH_l I_y}{L^3(\Phi_z + 1)} \quad (3.18f)$$

avec R_0 : le rayon de la matrice inférieure ; H_l : l'épaisseur des lames et B_l : la largeur des lames.

On remarque sur la structure de la matrice de nombreuses symétries qui correspondent aux degrés de liberté recherchés pour le guidage :

- La rigidité de rotation autour de Ox est égale à la rigidité de rotation autour de Oy ($K[4,4]=K[5,5]$) ;
- La rigidité du déplacement selon Ox est aussi égale à la rigidité du déplacement selon Oy ($K[1,1]=K[2,2]$)

Cela signifie que la structure mécanique est symétrique selon les 2 axes Ox et Oy en translation et en rotation. On obtient $K[3,3] \ll K[1,1], K[2,2]$ car d'après l'expression (3.18a),(3.18b), ces derniers coefficients dépendent essentiellement de la rigidité en compression des lames qui est toujours plus grande que la rigidité en flexion qui intervient dans l'expression de $K[3,3]$.

Les autres termes symétriques ($K[1,5]$, $K[5,1]$ et $K[2,4]$, $K[4,2]$) sont la conséquence des couplages cinématiques entre la rotation autour de Ox et le déplacement selon Oy , et vice versa. Ce phénomène provient des coordonnées globales définies sur la surface supérieure de matrice inférieure qui n'est pas identique à la position du centre d'élasticité de l'ensemble des lames élastiques. Ce dernier situé au point I sur la figure 3.20 est défini par l'intersection des axes Ox (voir figure 3.17) des 3 lames. Pour ce point, la matrice de rigidité ${}^R\mathbf{K}_I$ devient diagonale [96]. Il existe toujours un déplacement parasite (égal à $OI \times \alpha$) du point O lors le plateau tourne d'un angle α autour des axes Ix ou Iy .

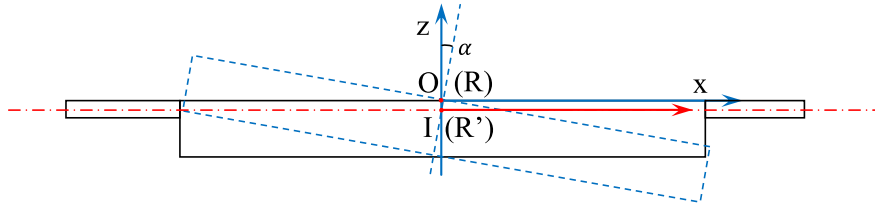


Figure 3.20: Schéma de la description de déplacement parasite

Du point vue de la rigidité, d'après l'expression (3.15) on peut exprimer la matrice (3.17)

$${}^R\mathbf{K}_O = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & {}^R\hat{\mathbf{P}}_{R'} \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}^T \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{K}_2 \end{bmatrix}}_{{}^R\mathbf{K}_I} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & {}^R\hat{\mathbf{P}}_{R'} \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_1 \cdot {}^R\hat{\mathbf{P}}_{R'} \\ {}^R\hat{\mathbf{P}}_{R'}^T \mathbf{K}_1 & {}^R\hat{\mathbf{P}}_{R'}^T \mathbf{K}_1 {}^R\hat{\mathbf{P}}_{R'} + \mathbf{K}_2 \end{bmatrix}$$

où \mathbf{K}_1 et \mathbf{K}_2 sont des matrices diagonales. Cette expression montre que pour réduire le couplage entre différents axes il faut que les coefficients de ${}^R\hat{\mathbf{P}}_{R'}$ restent petits. Puisque ces derniers correspondent aux composantes du vecteur OI , cela signifie qu'il faut maintenir la distance entre la surface de la matrice inférieure et le point I.

Les dimensions du guidage sont choisies pour répondre aux exigences suivantes :

- Les mouvements souhaités (translation selon z , rotations autour de x et y) sont les mouvements dominants du guidage. Ainsi, la rigidité $K[3,3]$ est très petite devant $K[1,1]$, $K[2,2]$ tandis que $K[6,6]$ est très grande devant $K[4,4]$ et $K[5,5]$;
- Les contraintes des lames restent inférieures à la limite d'élasticité du matériau choisi.

Pour les dimensions suivantes : $L = 40$ mm, $H_l = 2$ mm, $B_l = 20$ mm, $R_0 = 45$ mm, les coefficients de la matrice de rigidité du guidage avec les 3 lames sont obtenus :

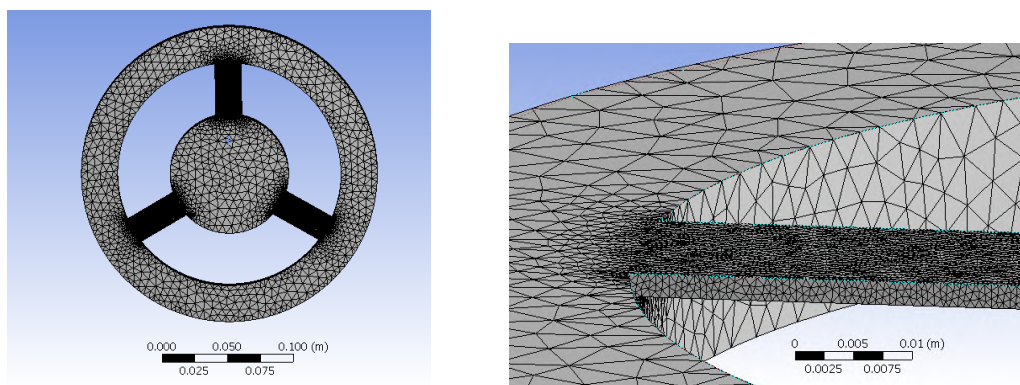
$$\begin{aligned}
 K[1,1] &= K[2,2] = 342,44 \times 10^6 \text{ N/m} \\
 K[3,3] &= 1,49 \times 10^6 \text{ N/m}; \\
 K[4,4] &= K[5,5] = 3,73 \times 10^3 \text{ Nm/rad}, \\
 K[6,6] &= 378,66 \times 10^3 \text{ Nm/rad}, \\
 K[1,5] &= K[5,1] = -342,44 \times 10^3, \\
 K[2,4] &= K[4,2] = 342,44 \times 10^3
 \end{aligned}$$

La rigidité de translation selon Oz ($K[3,3]$) est 230 fois plus faible que celles selon Ox, Oy ($K[1,1]$, $K[2,2]$). De plus, les rigidités de rotation autour Ox et Oy ($K[4,4]$, $K[5,5]$) sont 100 fois plus faibles que celle autour de Oz ($K[6,6]$). Ceci permet d'affirmer que les mouvements principaux du plateau avec ce guidage sont les deux rotations autour Ox, Oy et le déplacement selon Oz.

3.3.1.3 Validation par éléments finis

Des simulations par la méthode des éléments finis sont réalisées pour déterminer la contrainte maximale dans les lames élastiques lorsqu'une rotation et une translation correspondant aux courses maximales sont appliquées sur la matrice inférieure. Ces courses ne sont pas nécessairement appliquées par les actionneurs mais correspondent plutôt aux déformations qui peuvent être appliquées lors du montage du système.

Le matériau du guidage est un alliage d'acier de module d'élasticité 210 GPa et un coefficient de Poisson de 0,3. Le maillage est réalisé par des éléments tétraédres (321 453 éléments). Il est représenté sur la figure 3.21a et le maillage détaillé d'une lame sur la figure 3.21b.



(a) Maillage du guidage élastique

(b) Maillage détaillé d'une lame

Figure 3.21: Maillage du guidage élastique

Un déplacement de 200 μm est appliqué sur la surface B de la matrice inférieure (en rouge sur la figure 3.22a) et la surface A du guidage (en bleu) est encastree. Le résultat présenté sur la figure 3.22b montre une contrainte maximale de 181 MPa en certains

points des lames élastiques. Ainsi, avec un grand déplacement (plus de 3 fois la course maximale de l'actionneur) dans le cas où il y a une erreur de positionnement relatif entre les composants du système mécanique, la contrainte est beaucoup moins importante que la limite d'élasticité d'un alliage d'acier (par exemple pour un 35CrMo4 trempé à huile à 850 °C et revenu à 600 °C elle est d'environ 950 MPa). Pour un angle de rotation de

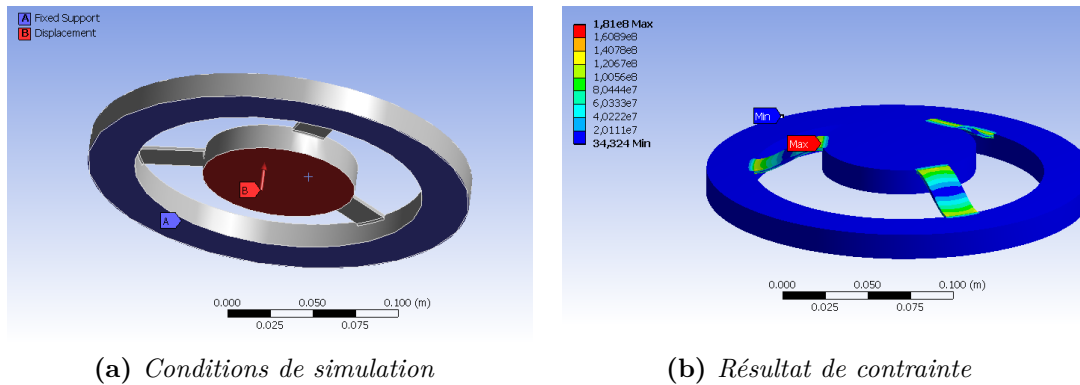


Figure 3.22: Résultat de simulation du guidage

0,002 rad (dix fois plus grand que l'angle de rotation requis) appliqué sur les axes O_x et O_y , la contrainte maximale par torsion dans les lames trouvée sur la figure 3.23 est d'environ 300 MPa. Ceci valide que le guidage n'est pas plastifié avec les dimensions proposées.

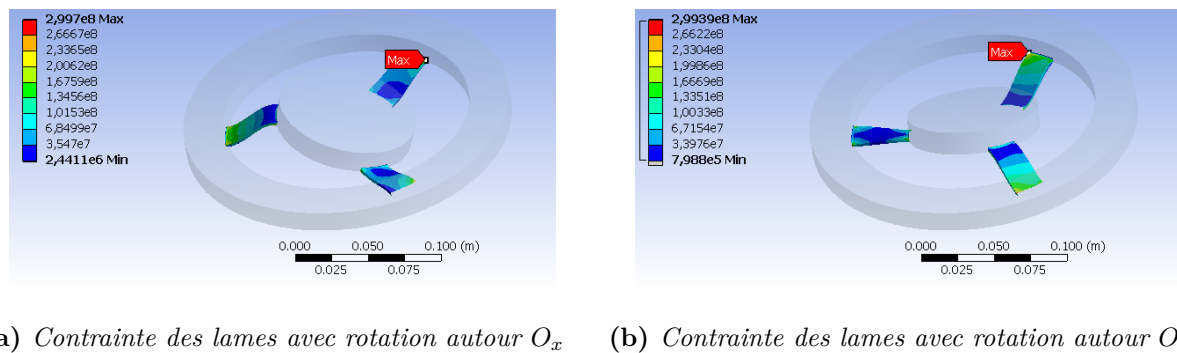


Figure 3.23: Simulation pour les rotations autour de O_x et O_y

3.3.2 Dimensionnement du contact sphère-plan

Le contact sphère-plan est utilisé pour transmettre le déplacement à l'extrémité d'un actionneur à la matrice inférieure. Il se comporte comme une élasticité supplémentaire en série. Par conséquent, il faut veiller à ce que sa rigidité soit suffisante. Par ailleurs, il est nécessaire d'éviter la plastification de la zone de contact.

3.3.2.1 Rayon du contact

La déformation des contacts a été étudiée par Heinrich Rudolf Hertz entre 1881 et 1895. Les calculs d'après la théorie de Hertz supposent les hypothèses suivantes :

- Pièces massives homogènes isotropes et semi-infinies ;
- Contact non adhésif purement élastique ;
- Frottement nul (pas de cisaillement à l'interface) ;
- Surfaces décrites localement par leurs rayons de courbure respectifs ;
- Déformations petites (le rayon de la zone du contact est plus petit que la dimension des pièces)

Dans cette étude, une sphère élastique de rayon R_c est soumise à une force P_c ce qui provoque l'enfoncement d'une profondeur δ dans un demi-espace élastique. Le rayon de la zone de contact est calculé en fonction du rayon de la sphère et de la profondeur :

$$a = \sqrt{\delta R_c} \quad (3.19)$$

avec δ la profondeur de l'enfoncement ($\delta \ll a$) (figure 3.24).

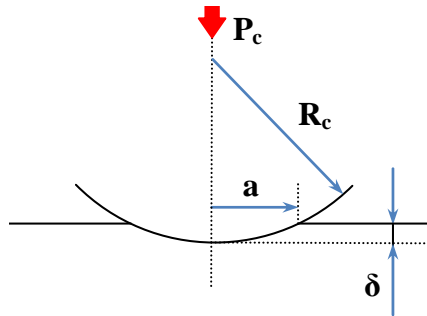


Figure 3.24: Schéma d'un contact sphère - plan

Ce rayon peut être défini également en relation avec la charge P_c [97] :

$$a^3 = 3 \frac{P_c R_c}{4E^*} \quad (3.20)$$

avec

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (3.21)$$

où E_1 et E_2 sont les modules d'élasticité des deux corps tandis que ν_1 et ν_2 sont ses coefficients de Poisson, respectivement.

La formule (3.20) est réécrite en fonction de la charge P_c et de la profondeur δ :

$$P_c = \frac{4E^* \sqrt{R_c \delta^3}}{3} \quad (3.22)$$

La rigidité surfacique du contact est définie par :

$$k_c = \frac{dP_c}{d\delta} = 2E^* \sqrt{R_c \delta} \quad (3.23)$$

En utilisant les équations (3.19), (3.20) et (3.23), on obtient :

$$k_c = 2E^* a = 2E^* \sqrt[3]{\frac{3P_c R_c}{4E^*}} = 2 \sqrt[3]{\frac{3P_c R_c E^{*2}}{4}} \quad (3.24)$$

Si les deux parties en contact sont dans le même matériau, la pression de Hertz du contact (la limite d'une déformation élastique du contact) peut être exprimée par :

$$p_0 = \frac{1}{\pi} \sqrt[3]{\frac{6P_c E^{*2}}{R_c^2}} \quad (3.25)$$

où $E^* = \frac{E}{2(1-\nu^2)}$ est le module d'élasticité équivalent ;

Afin d'obtenir une déformation élastique avec la charge appliquée P_c , il faut donc vérifier la condition limite en cisaillement :

- D'après le critère de Tresca $\tau_{max} \simeq 0,31p_0 \leq R_e/2$

- D'après le critère de von Mises $\tau_{max} \leq R_e/\sqrt{3}$

où R_e est la limite d'élasticité du matériau.

D'après le critère de Tresca, la valeur minimale du rayon de contact R_{min} pour une déformation élastique sous l'application d'une force P_c est donnée :

$$R_{min} = \sqrt{\left(\frac{0,62}{\pi R_e}\right)^3 6P_c E^{*2}} \quad (3.26)$$

ou encore d'après le critère de von Mises, cette valeur est définie par :

$$R_{min} = \sqrt{\left(\frac{0,31\sqrt{3}}{\pi R_e}\right)^3 6P_c E^{*2}} \quad (3.27)$$

Le rayon de la zone de contact est calculé par :

$$a = \sqrt[3]{3 \frac{P_c R_c}{4E^*}} \quad (3.28)$$

Le rapprochement δ entre les deux solides est obtenu par :

$$\delta = \frac{a^2}{R_c} = \left(\frac{3P_c}{4E^*} \right)^{2/3} \frac{1}{\sqrt[3]{R_c}} \quad (3.29)$$

Pour réduire au minimum le frottement entre les surfaces, il faut réduire la surface de la zone de contact. Mais la valeur de déformation du contact δ doit être minimisée pour obtenir au maximum le déplacement imposé par les actionneurs piézoélectriques. Donc, il faut minimiser les valeurs de a et δ calculées par les équations (3.28) et (3.29) en fonction du rayon minimal adapté aux critères de von Mises et Tresca. D'après l'équation (3.24), la rigidité du contact est fonction du rayon de contact et de la charge appliquée.

Le matériau choisi pour le contact et l'appui plan est l'acier trempé X38CrMoV5 avec les paramètres suivants :

- Module d'élasticité $E = 210\,000$ MPa
- Coefficient de Poisson $\nu = 0,3 \rightarrow E^* = 113\,932,3$ MPa
- Limite d'élasticité $R_e = 1500$ MPa

Avec la charge appliquée maximale de l'actionneur de 5500 N, les valeurs minimales du rayon de la sphère du contact sont de 24 mm (d'après le critère de von Mises) ou de 30 mm (d'après le critère de Tresca).

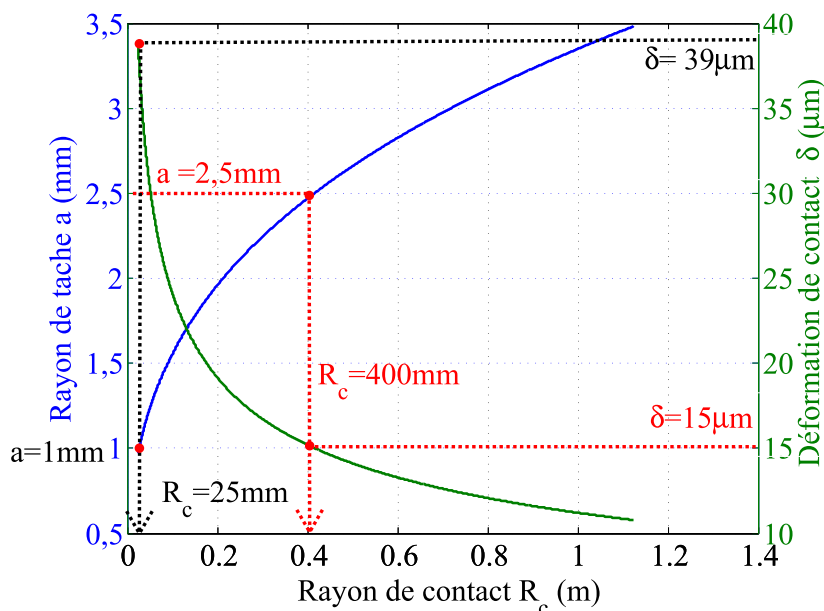


Figure 3.25: Rayon a et déformation δ en fonction du rayon R_c (sous une charge de 5500 N)

La figure 3.25 montre l'évolution du rayon a et de la déformation δ en fonction du rayon R_c . Les tendances sont contradictoires, et il faut donc faire un compromis pour

choisir un rayon de la sphère minimisant la zone et la déformation de contact sous la force maximale de l'actionneur (5500 N). Le rayon choisi est égal à 400 mm pour obtenir une zone de contact de 2,5 mm de rayon et une déformation de 15 μm sous l'application d'une force maximale de 5500 N.

La contrainte maximale en cisaillement en fonction de la force est présentée sur la figure 3.26a (pour le contact avec le rayon 400 mm). La contrainte maximale en cisaillement τ_{max} est inférieure à la valeur $R_e/2$ (d'après le critère Tresca) ou $R_e/\sqrt{3}$ (d'après le critère Von Mises)

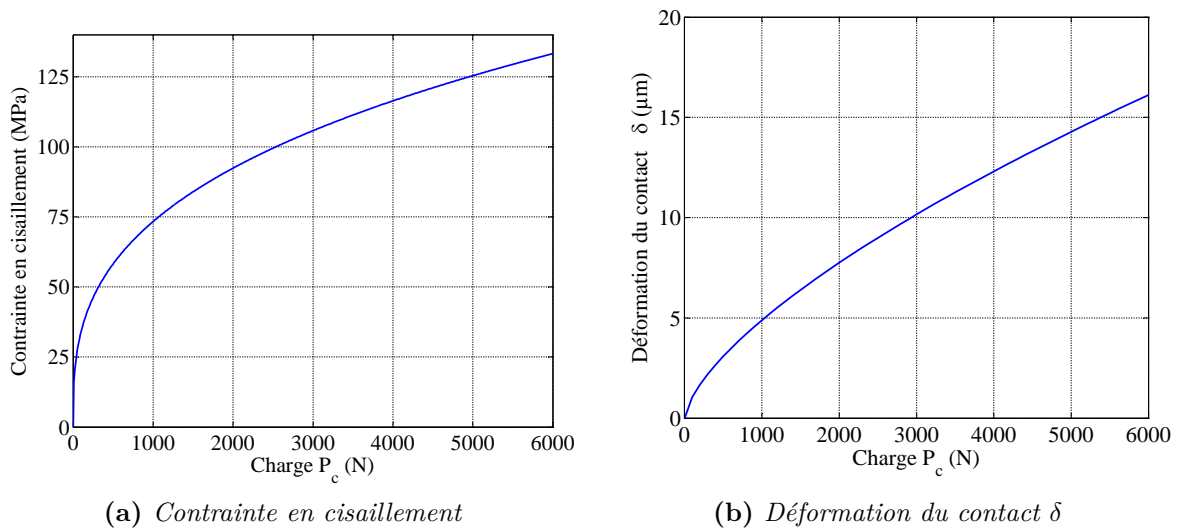


Figure 3.26: Contrainte en cisaillement et déformation de contact avec rayon de 400 mm en fonction de la charge appliquée

La déformation de contact pour le rayon de 400 mm en fonction de la force appliquée est présentée sur la figure 3.26b. Une précontrainte de 1000 N est appliquée sur le contact grâce au montage à chaud (voir Annexe A). Ceci permet de considérer que la rigidité du contact est approximativement constante dans la plage de force comprise entre 1000 N et 5500 N (voir la figure 3.26b)

3.3.2.2 Validation par éléments finis

Pour assurer un déplacement significatif de la matrice inférieure imposé par des actionneurs, il faut minimiser la déformation totale de l'ensemble des composants intermédiaires entre l'actionneur et la matrice qui comprennent le plateau secondaire, le support de contact et le contact sphère-plan. Des simulations par la méthode des éléments finis (MEF) sont réalisées pour trouver les déformations et les contraintes du support de contact et du plateau secondaire sous l'action des forces maximales des actionneurs.

Le support de contact est déformé significativement quand il est tiré par l'actionneur. Sa déformation dans ce cas sera vérifiée. Le maillage du support de contact est présenté sur la figure 3.27a. La surface en bleu est encastrée et une force de 500 N (la force maximale de traction générée par l'actionneur) est appliquée sur la surface en rouge du support (voir figure 3.27b). Les résultats des figures 3.27c, 3.27d montrent une déformation relative de $1,3\ \mu\text{m}$ entre les deux surfaces et une contrainte maximale de $5,4\ \text{MPa}$.

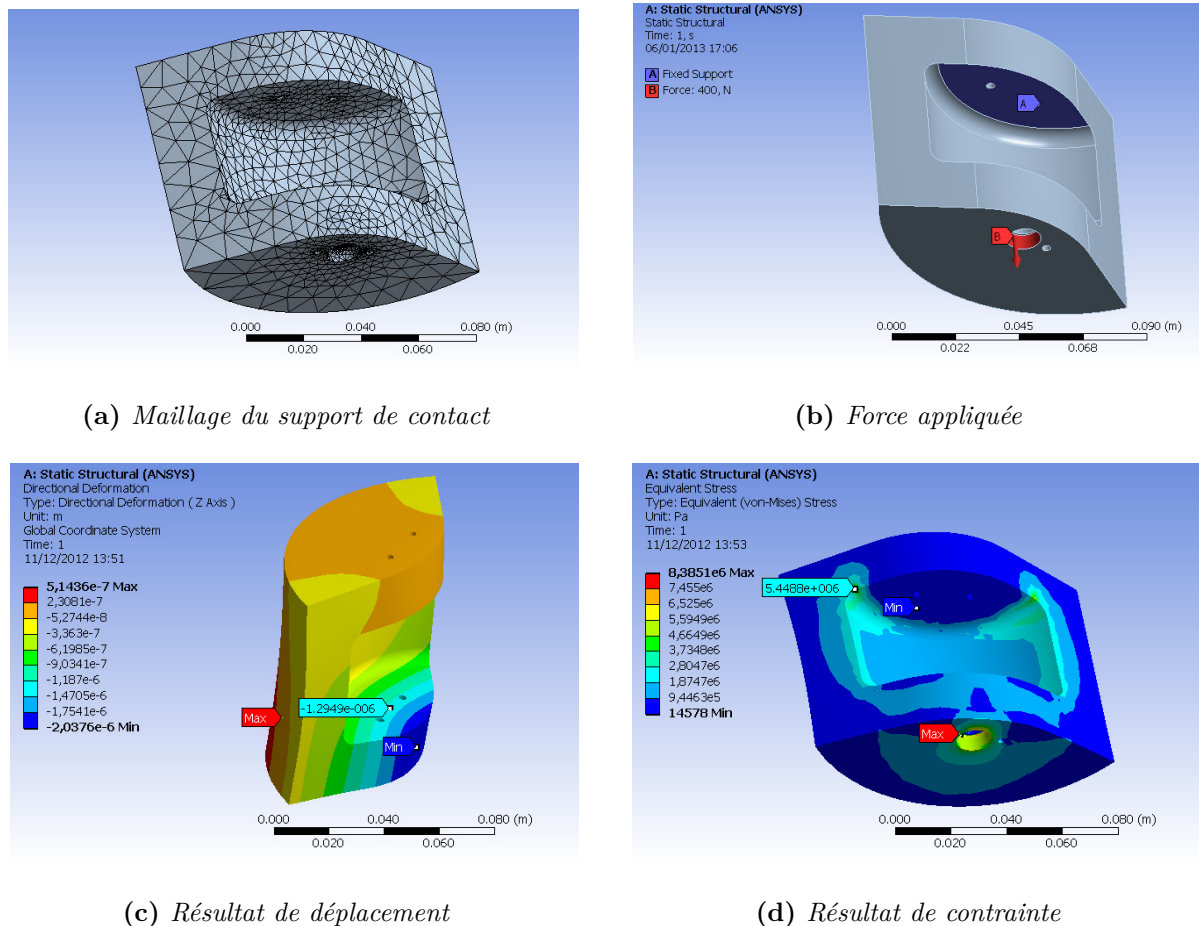


Figure 3.27: Simulation par MEF du support de contact

Au contraire, la déformation du plateau secondaire est plus importante quand il est poussé par l'actionneur avec la force maximale générée de $5500\ \text{N}$. Une simulation par MEF du plateau secondaire est donc présentée sur la figure 3.28. La surface en bleu est encastrée quand la force de $5500\ \text{N}$ est appliquée sur la surface en rouge du plateau (voir la figure 3.28b). Une déformation de $2,5\ \mu\text{m}$ à la position de contact et une contrainte de $16\ \text{MPa}$ sont obtenues par la simulation (3.28c et 3.28d).

Les résultats des simulations montrent des déformations et des contraintes faibles pour ces composants sous l'action des forces maximales des actionneurs. On peut donc considérer qu'ils n'ont pas l'influence notable sur le fonctionnement.

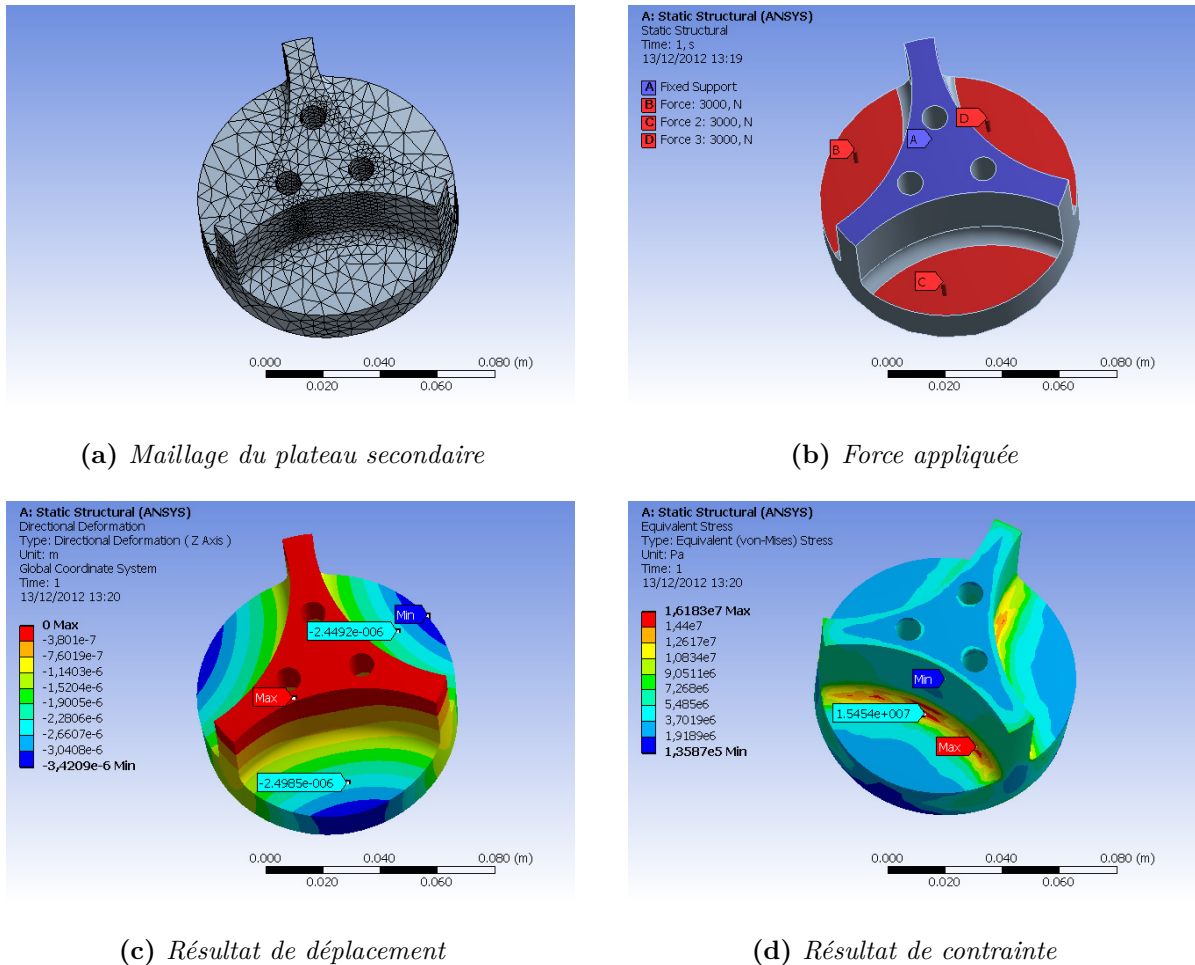


Figure 3.28: Simulation par MEF du plateau secondaire

3.3.3 Considération sur le comportement dynamique

Jusqu'à présent, le dimensionnement s'est concentré sur des considérations statiques. Le schéma 3.29 représente de manière globale la structure de la REM et celle de la commande. Les principaux sous-systèmes mécaniques représentent les différentes dynamiques qui devraient théoriquement être commandées. En effet, selon le principe d'établissement de la structure maximale de commande, les contrôleurs correspondants sont obtenus par l'inversion du modèle. On retrouve ainsi sur le schéma une structure en cascade où intervient en particulier le contact sphère-plan en position intermédiaire. D'un point de vue pratique, il est difficile de mesurer les déplacements des actionneurs et par conséquent, la commande devra nécessairement être simplifiée en supprimant le contrôleur du contact. Pour s'assurer que cette simplification n'aura pas d'influence sur le système commandé, on vérifie que les dynamiques des différents sous-systèmes sont suffisamment éloignées. En particulier, que celle du contact sera grande comparée à la dynamique de la matrice inférieure et de son guidage.

Un schéma représentant les répartitions des différentes rigidités d'une partie du système

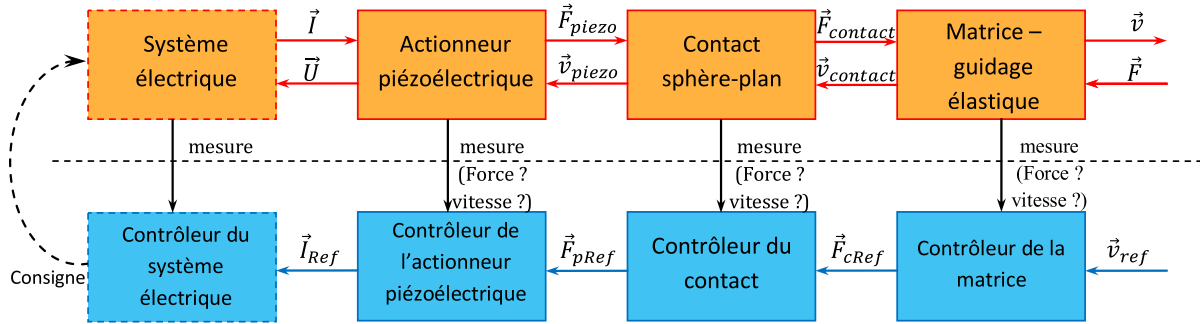


Figure 3.29: Schéma REM de commande du système multi-actionneur

mécanique est présenté sur la figure 3.30a. A partir de résultats des simulations par éléments finis, on peut constater que les rigidités des supports de contact (k_{sc}) et du plateau secondaire (k_{ps}) sont très grandes comparées à celles du guidage élastique (k_{g1} et k_{g2}). Ce schéma est donc simplifié pour donner celui de la figure 3.30b.

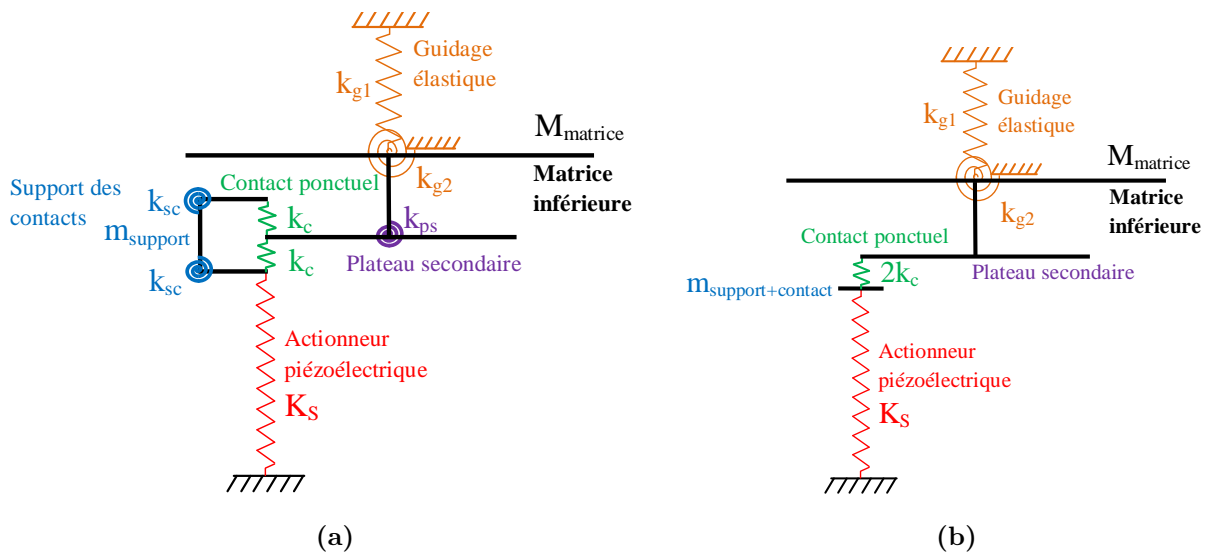


Figure 3.30: Schéma de la rigidité du système multi-actionneurs

La rigidité du contact est estimée à environ $400 \text{ N}/\mu\text{m}$, et la masse du support de contact est environ de 2 kg en considérant la rigidité du guidage élastique trouvée précédemment ($k_{g1} = 1,5 \times 10^6 \text{ N/m}$). Par ailleurs, on considère une masse correspondant à un tiers de la masse de la matrice inférieure ajoutant à un tiers du plateau secondaire associé à la rigidité du contact. Ce schéma présente donc deux résonances. La première correspond à un mouvement d'ensemble où le contact n'est pas comprimé aux environs de 900 Hz . La seconde correspond à un mode sollicitant le contact aux environs de 5 kHz .

Cette première étude permet, dans le cas de la translation, de conclure que les dynamiques sont suffisamment distinctes pour que, du point de vue de la commande, les transitoires liés à l'élasticité du contact soient négligés.

3.4 Maquette du système mécanique

Afin de proposer un dispositif dans le temps imparti, une maquette en PVC (Polyvinyl chloride) du système mécanique est fabriquée pour valider la structure de commande. Pour s'adapter au matériau PVC utilisé et simplifier la fabrication et la mesure des mouvements du plateau, certaines modifications sont prises en compte par rapport à la conception présentée.

Le contact sphère-plan est réalisé par une bille fixée à l'actionneur par un bouchon plastique fileté comme sur la figure 3.31. En raison du petit diamètre de la bille, la force maximale qui peut être appliquée reste inférieure à une vingtaine de Newton pour éviter une déformation plastique du contact.



Figure 3.31: Actionneur avec bille et bouchon fileté

Afin d'obtenir des fréquences de résonance voisines de celles du système réel en acier, les dimensions du guidage sont changées pour conserver les mêmes rapports de masses et de rigidités. Ainsi, l'épaisseur des lames flexibles est augmentée de 2 mm à 3 mm pour obtenir une rigidité significative. Une plaque en aluminium est mise au centre de la matrice inférieure pour disposer d'une surface rigide en contact avec les billes en acier. La forme générale est modifiée pour simplifier la réalisation et réduire la taille comme le montre la figure 3.32. En adoptant une disposition triangulaire, le corps du montage pourra être réalisé à partir de plaques PVC.

Des capteurs de déplacement ont été réalisés à partir de capteurs de courant à effet Hall qui sont fixés sur la partie immobile du guidage et d'aimants fixés sur la matrice inférieure (voir la figure 3.32). Les capteurs mesurent la tension induite par le champ magnétique des aimants.

Le guidage est soutenu par trois parallélépipèdes comme le montre la figure 3.33. La différence de hauteur des actionneurs équipés des billes est compensée par la profondeur des trous cylindriques usinés sur le bâti. Ces trous sont utilisés pour positionner les actionneurs lors du montage du système. Dans la maquette, le support de contact nécessaire pour réaliser un mouvement bidirectionnel n'est pas utilisé. Pour simplifier, il est remplacé par l'utilisation de la précontrainte. La précontrainte est réalisée grâce à la force magnétique entre deux aimants. Ces derniers sont situés l'un sur la matrice inférieure (la figure 3.32)

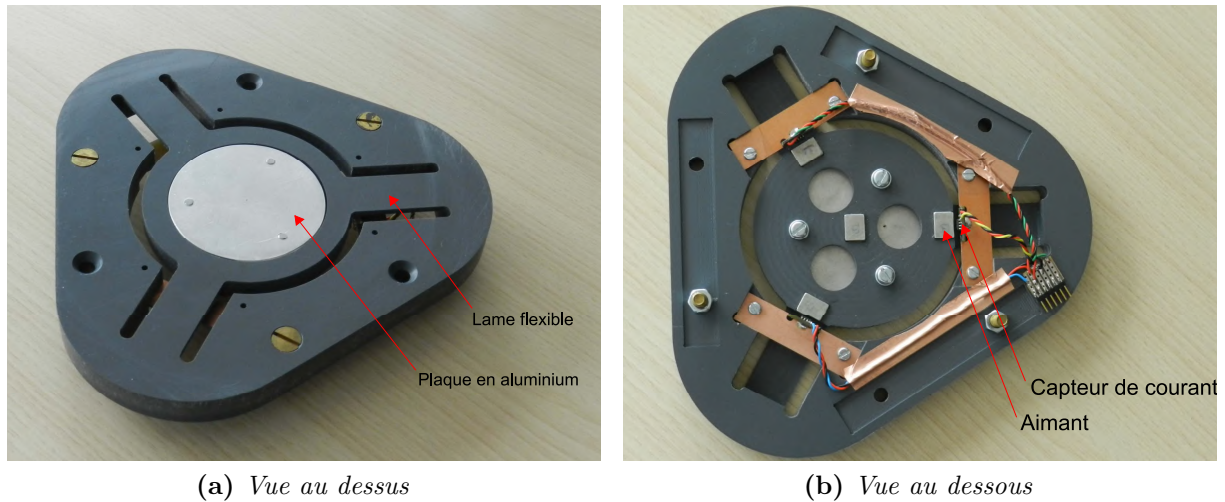


Figure 3.32: Guidage élastique connecté à la matrice avec les capteurs de déplacement



Figure 3.33: Partie mécanique sans guidage élastique

l'autre à l'extrémité d'une tige réglable en hauteur et vissée dans le bâti (sur la figure 3.33). Un entrefer d'environ 1 mm est réglé entre des aimants pour obtenir une force suffisante sans perturber le mouvement du guidage. La maquette assemblée est présentée sur la figure 3.34.

La matrice de rigidité du guidage en PVC ramenée au centre de la plaque d'aluminium est calculée :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 5,14 \times 10^6 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & -7,71 \times 10^3 & 0,00 \\ 0,00 & 5,14 \times 10^6 & 0,00 & 7,71 \times 10^3 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 49,77 \times 10^3 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 7,71 \times 10^3 & 0,00 & 124,76 & 0,00 & 0,00 \\ -7,71 \times 10^3 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 124,76 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 5,68 \times 10^3 \end{bmatrix}$$

Cette matrice nous montre aussi des rigidités faibles autour axes de rotation O_x , O_y et



Figure 3.34: Maquette du système multi-actionneurs piézoélectrique

selon le déplacement vertical Oz par rapport aux rigidités des autres mouvements ($K[3,3] \ll K[4,4]$, $K[5,5]$ et $K[4,4]$, $K[5,5] \ll K[6,6]$). Une évaluation des valeurs de la matrice de rigidité calculée est présentée dans l'annexe C. Les valeurs évaluées sont proches des valeurs calculées, ce qui permet de valider la matrice de rigidité calculée.

Le schéma simplifié correspondant aux différentes rigidités du système en PVC est présenté figure 3.35a. Il est similaire à celui du système précédent, bien que la rigidité prise en compte pour le contact soit différente. La rigidité du contact k_c est estimée à environ 9×10^6 N/m et la masse $m_{contact}$ est environ de 40 g. La première correspond à un mouvement d'ensemble où le contact n'est pas comprimé, aux environs de 1,5 kHz, et la seconde correspond à un mode sollicitant le contact aux environs de 8 kHz. Les résultats nous montrent que le comportement dynamique en translation du système fabriqué est proche que celui du système conçu précédemment.

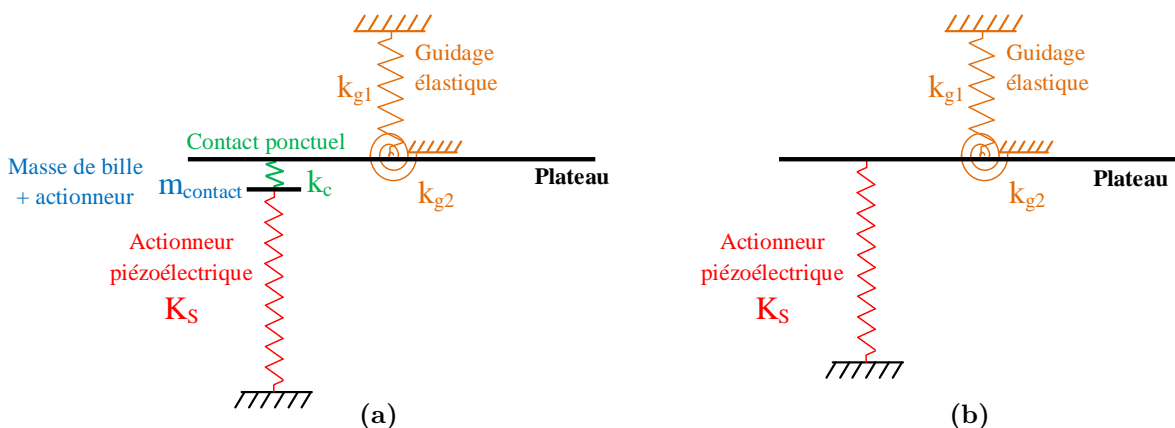


Figure 3.35: Schéma simplifié de la rigidité du système multi-actionneurs en PVC

La rigidité du contact k_c est estimée à environs 9×10^6 N/m, ce qui est très élevée par rapport à la rigidité du guidage selon Oz ($k_{g1} = 50 \times 10^3$ N/m). Pour une même force appliquée, la déformation du contact est négligeable devant celle du guidage. Par

exemple, pour un déplacement de $30\ \mu\text{m}$ de la matrice inférieure selon Oz , la force verticale nécessaire est égale à $2,2\ \text{N}$. La force alors appliquée à chaque contact est environ $0,7\ \text{N}$, ce qui le déforme d'une distance de $0,1\ \mu\text{m}$. Cette déformation représente environ $0,3\%$ du déplacement total et est donc négligeable. Le contact peut donc être considéré comme un corps solide. Le schéma du système simplifié est celui de la figure 3.35b. Ce schéma est utilisé pour la modélisation du système en PVC dans les chapitres suivants.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, un système mécanique a été proposé pour réaliser une onde progressive en combinaison avec un déplacement vertical sur la matrice inférieure. Après une étude des différentes solutions de guidage, il est apparu qu'une configuration utilisant trois actionneurs et un simple guidage par lames flexibles permet de réaliser la cinématique souhaitée. Cette solution permet de profiter de la grande rigidité des actionneurs pour soutenir les forces de forgeage.

Un dimensionnement des lames a été effectué afin d'obtenir une rigidité équivalente correspondant à un guidage en translation selon Oz et deux rotations autour de Ox et Oy . Il a été validé par simulation pour garantir que les lames flexibles ne plastifient pas et que les différents éléments de la transmission de mouvement ne pénalisent pas les déplacements transmis à la matrice. En particulier, un dimensionnement du contact en utilisant la théorie de Hertz a permis de mettre en évidence le compromis entre écrasement du contact et surface de frottement. Une maquette a ensuite été réalisée en adaptant les dimensions afin de respecter des dynamiques similaires à celle du future système.