
COMPORTEMENT POROMECANIQUE D'UN MILIEU POREUX FRACTURE

Sommaire

CHAPITRE 3. COMPORTEMENT POROMECANIQUE D'UN MILIEU POREUX FRACTURE.....	51
3.1 Introduction.....	52
3.2 Comportement mécanique.....	53
3.2.1 Modèles aux éléments finis.....	54
3.2.2 Charges appliquées et conditions aux limites.....	55
3.2.3 Résultats numériques.....	58
3.3 Modélisation du comportement hydromécanique d'un milieu poreux fracturé ...	64
3.3.1 Modèle constitutif poromécanique.....	64
3.3.2 Equations constitutives hydrauliques du problème.....	67
3.3.3 Problème d'injection de fluide dans une fracture.....	69
3.3.4 Simulations numériques.....	71
3.3.5 Solutions semi-analytiques pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes en régime stationnaire.....	80
3.4 Conclusion.....	96

3.1 Introduction

La propagation de fracture hydraulique attire beaucoup d'attention pour ses applications à des problèmes importants, y compris la production de pétrole, la production de gaz de schiste, l'énergie géothermique et le stockage géologique de CO₂. La modélisation de ce processus rencontre de nombreuses difficultés aussi bien sur le plan expérimental que par des approches numériques et même pour certaines questions théoriques. La modélisation numérique de la propagation de fracture représente quelques difficultés, même lorsque la roche réservoir est bien caractérisée pour sa perméabilité et des propriétés mécaniques.

De nombreux phénomènes sont impliqués dans le processus de propagation de fracture : la diffusion de fluide dans la fracture et dans la matrice, des échanges de masse de fluide entre la fracture et la matrice, la plasticité et l'endommagement à la pointe de la fracture en raison de concentration des contraintes élevées dans cette zone et enfin la propagation de fracture. Le dernier phénomène change la matière continue en discontinue, ce qui n'est pas facile à traiter dans des codes numériques. Pour surmonter ces difficultés, les modèles de fracture hydraulique incluent toujours nécessairement différentes hypothèses de simplification. Par exemple, le modèle de fuite de Carter ([Howard et Fast, 1957](#)), largement utilisé dans la bibliographie, suppose que les échanges de masse de fluide entre la fracture et la matrice sont donnés par une diffusion unidimensionnelle perpendiculaire à la surface de la fracture et indépendante de la pression. Sur la base de ce modèle simplificateur, et dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture et de la loi de Poiseuille, [Adachi et Detournay \(2008\)](#) ont analysé la solution générale d'une fracture hydraulique en configuration plane en termes des paramètres adimensionnels, et ont défini différents régimes de propagation en fonction de différents phénomènes hydraulique ou mécanique, conservatif ou dissipatif. [Adachi et Detournay](#) ont déterminé les différents régimes dans lesquels un ou plusieurs de ces phénomènes pourraient être négligés et donc l'ensemble du modèle pourrait être simplifié. Cependant pour aller plus loin dans la modélisation des situations plus complexes, des méthodes de modélisation numérique avec des hypothèses plus rigoureuses devraient être utilisées.

La modélisation numérique de la fracturation hydraulique par la méthode des éléments finis a été étudiée par de nombreux auteurs ([Adachi et al., 2007](#); [Boone et Ingraffea, 1990](#); [Carrier et Granet, 2012](#); [Lecampion et Detournay, 2007](#); [Papanastasiou, 1999](#); [Sarris et Papanastasiou, 2011](#), parmi d'autres). Cette méthode permet de simuler des phénomènes complexes et non-linéaires dans la fracture et dans la matrice environnante, tels que la diffusion visqueuse ou la plasticité et l'endommagement autour de la pointe d'une fracture. Cependant, en plus des difficultés de maillage pour la propagation de fracture, les simulations numériques ont généralement besoin d'une modélisation d'un écoulement transitoire, qui peut être très coûteuse en temps de calcul en raison d'un couplage fortement non-linéaire entre la diffusion et des processus mécaniques. Il est donc intéressant de trouver un moyen pour

simuler le problème de la fracturation hydraulique, sans la nécessité de passer par un calcul transitoire.

Dans le cadre de ce chapitre, une modélisation de l'écoulement de fluide dans la phase transitoire et à l'état stationnaire est réalisée en tenant compte des échanges de la masse de fluide entre la fracture et la matrice environnante de manière complète. Les calculs sont réalisés à l'aide de code de calcul aux éléments finis *Porofis*, développé par Pouya (2015), qui est spécialement conçu pour des milieux poreux fracturés.

Dans un premier temps, une analyse purement mécanique est réalisée. Plusieurs configurations de fractures et chargements sont étudiées. Les facteurs d'intensité de contraintes de ces cas sont calculés en extrapolant le champ de déplacement à la pointe de la fracture. Les valeurs numériques sont ensuite comparées avec celles théoriques afin de valider la méthode numérique et la démarche d'évaluation des facteurs d'intensité de contraintes.

Dans un deuxième temps, le comportement hydromécanique d'un milieu poreux fracturé est étudié et les conditions de propagation des fractures sont analysées. Pour ce faire, le modèle poromécanique et les équations constitutives du problème d'injection de fluide dans une fracture sont tout d'abord présentés. Puis, des simulations numériques de deux cas d'injection (injection à pression constante et injection à débit constant) sont réalisées. Deux types de couplage sont simultanément considérés : couplage fort (Hydraulique ↔ Mécanique), et couplage faible (Hydraulique → Mécanique). L'évolution temporelle du champ de pression interstitielle dans le milieu ainsi que du facteur d'intensité de contraintes pour les deux types de couplage sont présentés, ce qui montre que la valeur maximale est obtenue à l'état d'écoulement stationnaire. En se basant sur ce constat et dans le but de chercher une expression générale du facteur d'intensité de contraintes lors de l'injection d'un fluide dans un milieu poreux avec géométrie simple de fracture, de nombreuses simulations ont été réalisées. Ces dernières sont faites pour les configurations plane et axisymétrique ainsi que pour les cas d'injection à pression constante et à débit constant. L'ajustement de courbes accompagné des analyses théoriques ont permis de dériver des solutions semi-analytiques du facteur d'intensité de contraintes pour différentes configurations d'injection. Ceci est important pour estimer l'extension maximale de fracture lors de l'injection. La connaissance de cette extension maximum est suffisante pour discuter des conditions de propagation de fracture dans la plupart des problèmes s'intéressant à la propagation hydromécanique des fractures tels que des projets de stockage géologique de CO₂ ou bien la fracturation hydraulique autour d'un puits d'injection pour les applications pétrolières. Deux exemples d'application lors de l'injection de fluide utilisant des solutions semi-analytiques sont enfin présentés.

3.2 Comportement mécanique

Dans le cadre de la mécanique de la rupture des matériaux solides, la propagation des fractures se modélise en utilisant les concepts de ténacité et de facteurs d'intensité de contraintes (Irwin, 1957). Toutefois, dans les milieux poreux fracturés, la singularité du champ de contraintes et l'interaction entre les phases de fluide et solide rendent complexes les

conditions de propagation des fractures. Dans la bibliographie, de nombreux travaux ont été consacrés à ce sujet (Bjerrum et al., 1972 ; Jaworski et al., 1981 ; de Pater et al., 1994 ; parmi d'autres). Néanmoins, en dépit de tout cela la détermination des conditions de propagation des fractures reste encore un problème ouvert qui nécessite des études approfondies dans lesquelles on devra recourir à la modélisation numérique.

Ce chapitre a pour objectif d'étudier le comportement mécanique d'une fracture dans un milieu poreux qui servira ultérieurement aux études sur les conditions de propagation des fractures. Il consiste d'abord en des simulations numériques des géométries simples de fracture soumise à des chargements en mode I et II. Puis le facteur d'intensité de contraintes est calculé en se basant sur la méthode d'extrapolation du champ de déplacements à l'extrémité de la fracture. Ces résultats visent à valider la méthode numérique utilisée.

3.2.1 Modèles aux éléments finis

Dans le cadre de ce travail, on se limite aux problèmes bidimensionnels. Le modèle en éléments finis est construit à l'aide de logiciel GiD dans lequel le maillage est suffisamment raffiné aux alentours des extrémités de la fracture. Les cas suivants seront examinés :

- Deux cas du problème plan (contraintes planes et déformations planes), ceux qui correspondent à une fracture située dans un milieu élastique infini (cas symétrique) et à une fracture se trouvant au bord d'un milieu élastique semi-infini (cas asymétrique).
- Cas d'une fracture située dans un milieu axisymétrique (cas axisymétrique).
- Cas d'une fracture soumise à une contrainte interne appliquée sur les deux lèvres de la fracture.

En raison de la symétrie, un modèle de base de dimension 10m×10m contenant une fracture de 1m de longueur située au bord du modèle est construit (voir la [Figure 3-1](#)).

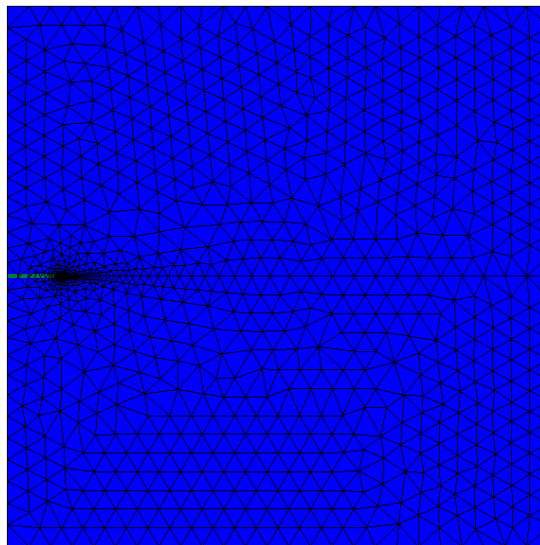


Figure 3-1 – Modèle en éléments finis d'une fracture dans un massif poreux élastique.

Il est à noter que le maillage est suffisamment raffiné au niveau de la pointe de la fracture afin d'obtenir une bonne précision des résultats des simulations. Le modèle est discrétisé en 1173 nœuds, 2196 éléments triangulaires modélisant la matrice élastique entourée. La fracture est modélisée par 22 éléments dont l'élément le plus petit ayant une taille égale à un millièème de celle des éléments de la matrice.

3.2.2 Charges appliquées et conditions aux limites

Dans cette partie, différents cas de fracture (symétrique, asymétrique, axisymétrique, fracture soumise à une contrainte/pression interne) avec des conditions aux limites appropriées sont étudiés. Puis, l'influence de l'inclinaison, du maillage et de la rigidité normale de la fracture sur le facteur d'intensité de contrainte est étudiée. La comparaison des résultats numériques avec des solutions théoriques permettra de valider la méthode numérique et la démarche d'estimation du facteur d'intensité de contraintes utilisées.

3.2.2.1 Cas symétrique

Théoriquement, pour une fracture de longueur $2a$ située dans un milieu élastique infini et soumise à une contrainte de traction (mode de sollicitation I), le facteur d'intensité de contraintes est donné par l'expression suivante, d'après Irwin (1958) :

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (3.1)$$

Toutefois, compte tenu des difficultés de la modélisation d'un milieu infini, le problème sera réduit au cas d'un milieu fini avec des caractéristiques géométriques indiquées sur la Figure 3-2. Les propriétés mécaniques sont les suivantes : $E = 4000$ MPa et $\nu = 0.3$.

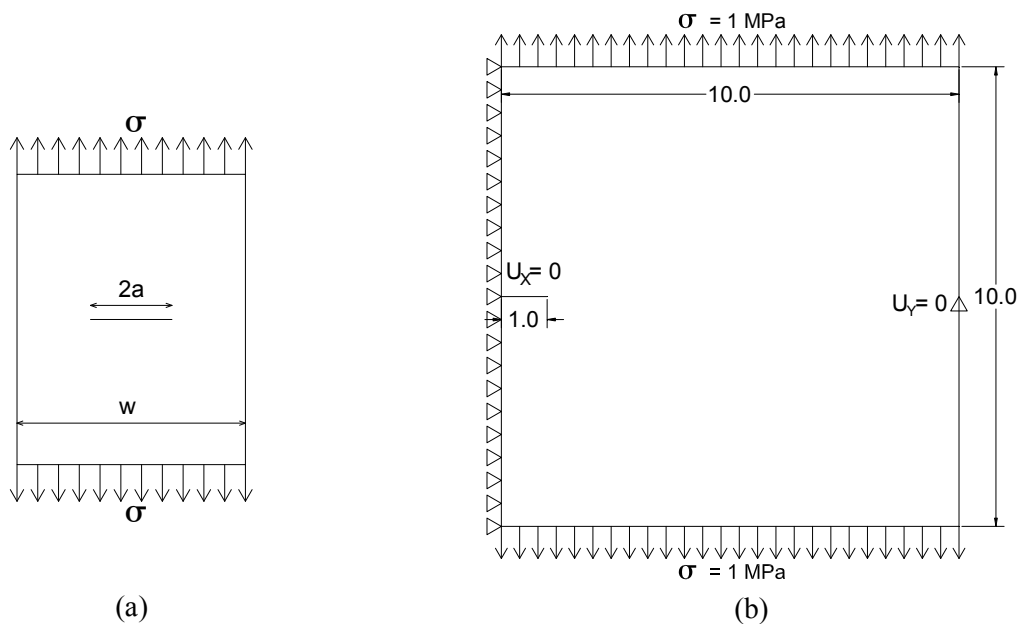


Figure 3-2 – Schéma représentatif du cas symétrique

De nombreuses études ont été réalisées afin de déterminer un facteur de correction géométrique pour calculer le facteur d'intensité de contraintes pour le cas de milieu fini. On présente ci-dessous une telle formule citée par [Perez \(2004\)](#) :

$$K_I = \alpha \sigma \sqrt{\pi a} \quad (3.2)$$

où α est le facteur de correction géométrique, ce qui se détermine par la formule :

$$\alpha \approx \left[1 + 0.50(a/w)^2 + 20.46(a/w)^4 + 81.72(a/w)^6 \right]^{1/2} \quad (3.3)$$

avec a et w indiqués sur la [Figure 3-2a](#).

Pour cette analyse, une fracture sera étudiée dans un problème plan (contraintes planes et déformations planes). Cette fracture interne de 2 m de longueur se trouve dans un milieu élastique fini ayant une largeur de 20 m et une hauteur de 10 m. La symétrie géométrique et de chargement permet de modéliser la moitié du modèle complet en introduisant des conditions aux limites appropriées. Pour ce faire, les déplacements horizontaux sont bloqués ($u_x = 0$) sur toute la longueur du segment représentant l'axe de symétrie. De plus, un blocage vertical ($u_y = 0$) est également appliqué sur un point afin d'éviter l'instabilité du modèle. Ce modèle est soumis à une contrainte de traction de 1 MPa appliquée aux deux bords supérieur et inférieur. Le schéma représentatif est donné sur la [Figure 3-2b](#). Avec ces données, on obtiendra à l'aide des équations (3.2) et (3.3), $\alpha \approx 1.0007$ et $K_I \approx 1.7737 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$.

3.2.2.2 Cas asymétrique

Pour une fracture de longueur a située au bord d'un milieu élastique et soumise à une contrainte de traction σ , le facteur K_I s'écrit sous la même forme que celle dans l'Eq. (3.2). Le facteur de correction géométrique α s'obtient, d'après [Perez \(2004\)](#) :

$$\alpha \approx 1.12 - 0.23(a/w) + 10.55(a/w)^2 - 21.71(a/w)^3 + 30.38(a/w)^4 \quad (3.4)$$

où α et w sont indiquées sur la [Figure 3-3a](#). Pour un milieu infini, le facteur d'intensité de contraintes est donc donné par $K_I = 1.12 \sigma \sqrt{\pi a}$. L'analyse complète de ce cas sera faite en contraintes planes et en déformations planes pour une fracture de 1 m de longueur située au bord d'un milieu élastique de 10 m de largeur et également de 10 m de hauteur.

De façon similaire au cas symétrique, une contrainte de traction de 1 MPa est appliquée sur les deux bords du modèle et le blocage vertical est appliqué au même endroit. Différemment du cas précédent, seuls deux blocages horizontaux seront appliqués sur le même segment où est appliqué le blocage vertical. Une représentation schématique pour ce cas est montrée sur la [Figure 3-3b](#). Avec les dimensions géométriques et les caractéristiques des matériaux présentées, on obtiendra à l'aide des Eqs. (3.2) et (3.4) $\alpha \approx 1.1838$ et $K_I \approx 2.0983 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$.

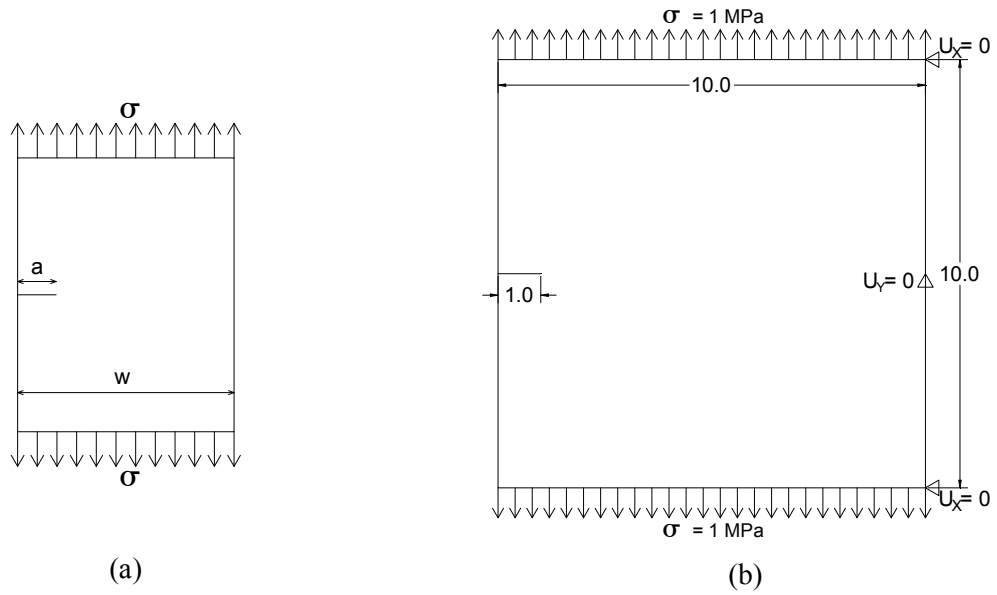


Figure 3-3 – Schéma représentatif du cas asymétrique

3.2.2.3 Cas axisymétrique

Sneddon (1946) a traité le problème d'une fracture circulaire interne de rayon a dans un milieu élastique infini soumise à une contrainte de traction uniforme σ (voir la Figure 3-4a), ce qui l'a mené à l'expression suivante pour le facteur d'intensité de contraintes :

$$K_I = (2/\pi)\sigma\sqrt{\pi a} \quad (3.5)$$

Pour un milieu fini de largeur w , le facteur de correction α s'obtient (Tada et al., 2000) :

$$\alpha \approx \left[1 - 0.50(a/w) + 0.148(a/w)^3 \right] / \sqrt{1 - (a/w)} \quad (3.6)$$

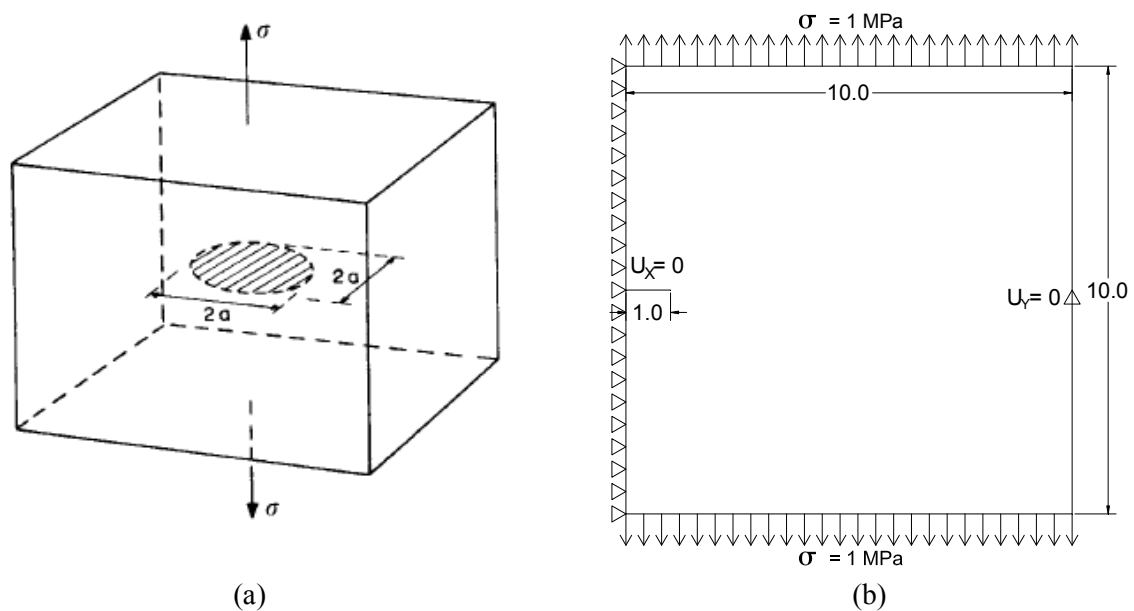


Figure 3-4 – (a) Fracture circulaire dans un milieu infini (Broek, 1982), (b) Conditions aux limites

Une fracture circulaire de rayon $a = 1\text{ m}$ située dans un massif cylindrique de 10 m de rayon et de 10 m de hauteur sera étudiée. Le chargement et les conditions aux limites sont appliqués de même manière que ceux dans le cas symétrique (Figure 3-4b). Les Eqs. (3.5) et (3.6) donnent $\alpha \approx 1.0015$ et $K_I \approx 1.1284 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

3.2.2.4 Cas de fracture soumise à une contrainte/pression interne

Dans cette section, on réutilise les modèles construits dans les Sections 3.2.2.1, 3.2.2.2, 3.2.2.3 afin d'estimer le facteur d'intensité de contraintes lors de l'injection d'une contrainte normale ou bien une pression uniforme dans la fracture. Les schémas de principe pour cette configuration sont présentés dans la Figure 3-5a et la Figure 3-5b. Dans la bibliographie, de nombreuses recherches (Broek, 1982 ; Perez, 2004) ont montré que des valeurs théoriques du facteur d'intensité de contraintes pour le cas de fracture soumise à une contrainte/pression interne (Section 3.2.2.4) et la configuration où la contrainte de traction est appliquée aux deux bords du milieu (Sections 3.2.2.1, 3.2.2.2, 3.2.2.3) sont identiques.

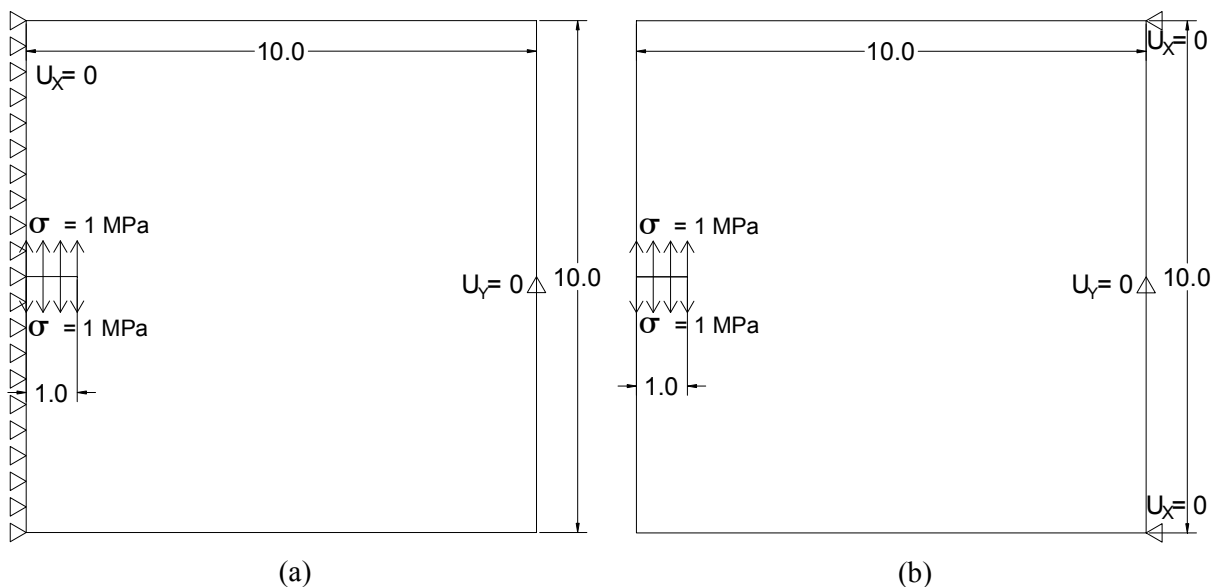


Figure 3-5 – (a) Schéma représentatif pour le cas symétrique et axisymétrique lors de l'injection (Broek, 1982), (b) Schéma représentatif pour le cas asymétrique lors de l'injection de pression

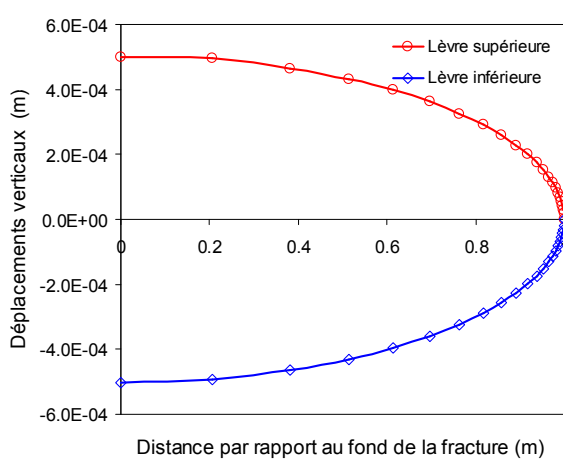
3.2.3 Résultats numériques

Théoriquement, pour une fracture située dans un milieu élastique infini et soumise à une contrainte de traction, le champ de déplacement obtenu de part et d'autre de cette fracture doit former une ellipse, avec une tangente infinie au niveau de la pointe de la fracture. Par conséquent pour l'évaluation numérique du facteur d'intensité de contraintes par la méthode d'extrapolation du champ de déplacements, il est raisonnable de ne pas prendre en compte le premier élément lié à l'extrémité dans le calcul de K_I . En plus, d'après le concept des facteurs d'intensité de contraintes, les éléments loin des extrémités n'ont pas d'influence significative sur le calcul de K_I à cause des conditions aux limites ainsi que celles de

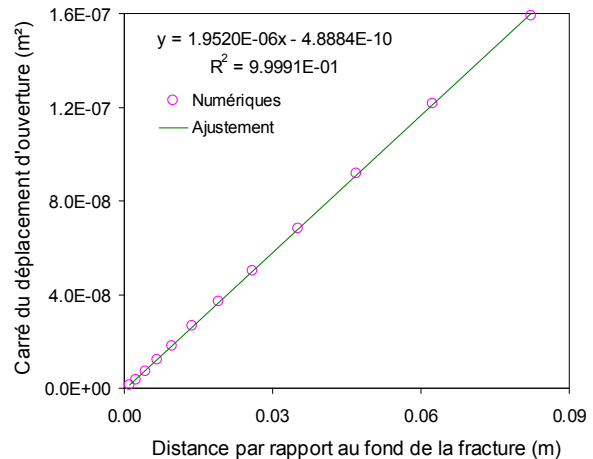
chargement. Afin d'obtenir une bonne estimation de K_I , il est recommandé d'utiliser un nombre limité mais raisonnable d'éléments de joint (fracture) qui sont très proches des extrémités et qui ont une taille suffisamment petite. Pour cette étude, la méthode d'extrapolation du champ de déplacements autour de la pointe de la fracture est utilisée. Les valeurs théorique et numérique du facteur K_I sont présentées dans le [Tableau 3-1](#). La géométrie déformée et le déplacement d'ouverture de la fracture pour le cas symétrique en déformation plane sont présentés sur la [Figure 3-6](#). Pour plus de détails, voir l'[Annexe 2](#).

Tableau 3-1 – Récapitulatif des résultats théoriques et numériques des K_I (unité en $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$).

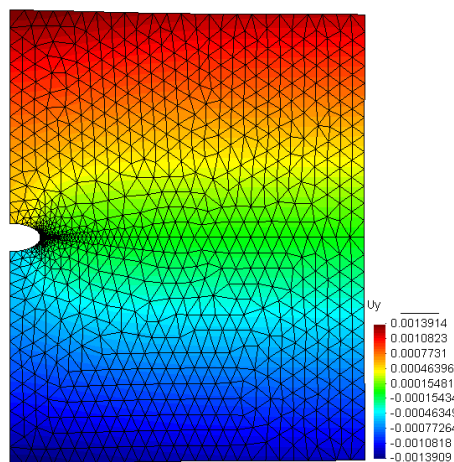
Cas étudiés	Contraintes planes			Déformations planes		
	Théorique	Numérique	Différence (%)	Théorique	Numérique	Différence (%)
Symétrique	1.7737	1.7510	1.28	1.7737	1.7434	1.71
Asymétrique	2.0983	2.0734	1.18	2.0983	2.0649	1.59
	Théorique		Numérique	Différence (%)		
Axisymétrique	1.1284		1.1065	1.97		



(a)



(b)



(c)

Figure 3-6 – (a) Déplacements verticaux des lèvres, (b) Carré de déplacement d'ouverture, (c) géométrie déformée du massif fracturé pour le cas symétrique en déformation plane.

Le [Tableau 3-1](#) montre que les facteurs d'intensité de contraintes estimés par extrapolation du champ de déplacements issu d'un calcul en éléments finis sont très proches des valeurs théoriques. La différence maximale est constatée pour le cas axisymétrique où l'on a supposé la même valeur théorique du facteur d'intensité de contraintes pour le cas considéré avec le cas d'un milieu infini. Toutefois, cette différence peut être réduite soit en augmentant les dimensions du massif, soit en raffinant le maillage notamment dans la zone aux alentours des extrémités de la fracture. Les modèles en éléments finis construits sont donc validés et pourront être utilisés pour des étapes suivantes consistant à injecter une pression uniforme normale et puis une pression hydraulique dans la fracture.

Pour le cas de fracture soumise à une contrainte/pression interne, les résultats de cette analyse sous forme graphique sont présentés dans l'[Annexe 3](#). A partir du champ de déplacements et en effectuant la même procédure de calcul, on retrouve quasiment les mêmes valeurs numériques du facteur d'intensité de contraintes que celles dans les [Sections 3.2.2.1](#), [3.2.2.2](#), [3.2.2.3](#). Ces résultats numériques sont donc conformes aux solutions analytiques présentées précédemment.

3.2.3.1 Influence de l'inclinaison de la fracture

Dans cette section, une fracture inclinée d'un angle θ par rapport à l'axe horizontal comme présentée dans la [Figure 3-7a](#) sera étudiée. La solution analytique pour ce cas est donnée par l'expression suivante ([Gdoutos, 2005](#)) :

$$K_I = \frac{1}{2} [k + 1 + (k - 1) \cos 2\theta] \sigma \sqrt{\pi a} \quad \text{et} \quad K_{II} = -\frac{k - 1}{2} \sin 2\theta \cdot \sigma \sqrt{\pi a} \quad (3.7)$$

où θ est l'angle d'inclinaison de la fracture par rapport à la verticale, k est le rapport entre la contrainte de traction appliquée horizontalement par rapport à celle appliquée verticalement. Lorsque la fracture est inclinée de $\theta = 45^\circ$, et pour $k = 0$, les valeurs théoriques des facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_{II} sont égales.

Les calculs sont réalisés sur le modèle réduit de 10m×10m contenant une fracture de 1 m de longueur inclinée de 30 degrés par rapport à l'horizontale ([Figure 3-7b](#)). Les conditions aux limites et celles du chargement sont appliquées de même manière que celles dans le cas symétrique (voir la [Section 3.2.2.1](#)). Il est à noter que pour cette configuration, deux modes de propagation sont identifiés consistant en mode I (ouverture) et mode II (cisaillement dans le plan). Les propriétés mécaniques du milieu (massif poreux) et de la fracture (sans épaisseur) sont identiques à celles dans les cas précédents. Suite au manque d'une solution analytique, les expressions dans l'Eq (3.7) pourront être utilisées pour évaluer les facteurs K_I et K_{II} pour le cas d'une fracture inclinée dans un milieu ayant les dimensions finies. Avec les données $\sigma = 1 \text{ MPa}$, $a = 0.5 \text{ m}$, $\theta = 60^\circ$ et $k = 0$, l'Eq. (3.7) donne $K_I \approx 0.9399 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ et $K_{II} \approx 0.5427 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

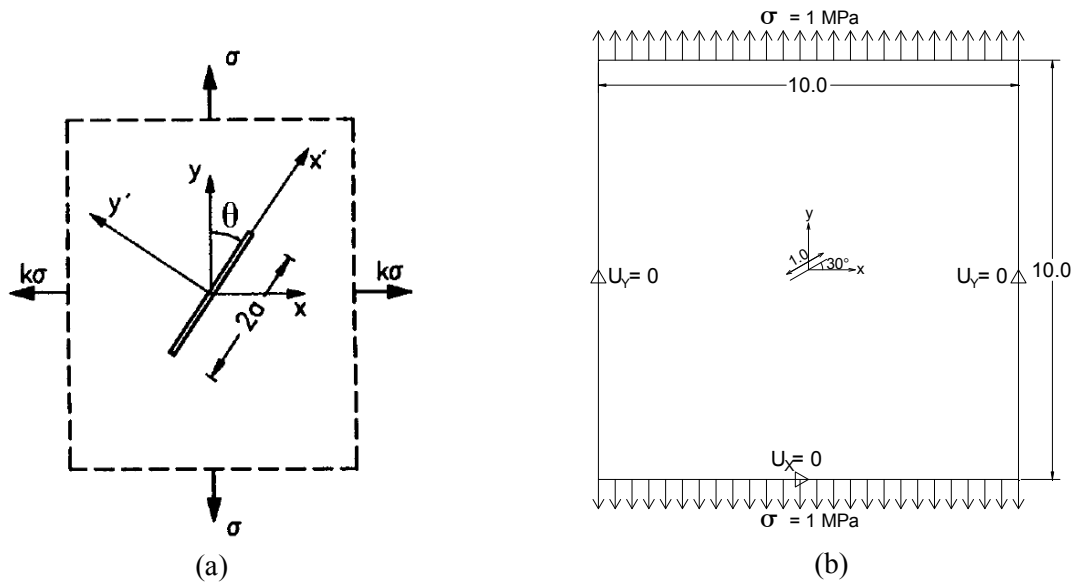


Figure 3-7 – (a) Fracture inclinée (Gdoutos, 2005), (b) Conditions aux limites

Concernant les résultats numériques, les facteurs K_I et K_{II} sont estimés en extrapolant le champ de déplacement autour de la pointe de la fracture. Il est à noter cependant que les calculs de la pente de la droite moyenne β pour les facteurs K_I et K_{II} sont basés respectivement sur la discontinuité de déplacement normal et tangentiel des lèvres de la fracture. Les résultats obtenus sont récapitulés dans le [Tableau 3-2](#). Pour plus de détails, voir l'[Annexe 4](#). De plus, une vérification a été faite pour le facteur d'intensité de contraintes aux deux extrémités de la fracture et on a obtenu quasiment les mêmes valeurs. Ce résultat confirme la symétrie parfaite du modèle.

 Tableau 3-2 – Récapitulatif des résultats théoriques et numériques des K_I et K_{II}

Cas étudiés	K_I (MPa \sqrt{m})			K_{II} (MPa \sqrt{m})		
	Théorique	Numérique	Différence (%)	Théorique	Numérique	Différence (%)
Contraintes planes	0.9399	0.8945	4.84	0.5427	0.5097	6.08
Déformations planes	0.9399	0.8905	5.27	0.5427	0.5056	6.84

La différence relative entre la valeur théorique et numérique pour le cas d'une fracture inclinée ([Tableau 3-2](#)) est plus importante que celle d'autres cas ([Tableau 3-1](#)). Ceci s'explique par le fait que pour les cas précédents, les valeurs théoriques sont estimées en utilisant les facteurs de correction géométrique pour tenir compte de dimensions finies des modèles, tandis que pour le cas actuel (fracture inclinée) la valeur théorique correspondant à un milieu infini est utilisée.

3.2.3.2 Influence de la rigidité normale

Dans la bibliographie, le calcul des facteurs d'intensité de contraintes se fait normalement en considérant une fracture avec des rigidités normale et tangentielle nulles. Cette hypothèse se justifie par le fait que dans la plupart des cas, les fractures considérées sont effectivement vides, c'est-à-dire l'espace entre les deux lèvres de la fracture n'est pas rempli de matériau de remplissage. Même si en présence de matériaux de remplissage, cette hypothèse est encore faite d'une part dans le but de prendre en considération le cas le plus défavorable en termes de résistance du joint, et d'autre part pour faciliter le calcul. En réalité, le joint présente souvent une certaine rigidité. C'est pourquoi dans cette section, le comportement purement mécanique des joints sera étudié en faisant varier sa rigidité normale k_m (entre 0 et 10.000 MPa/m) mais en gardant encore les caractéristiques géométriques, le chargement et les conditions aux limites du cas symétrique en contraintes planes. Etant donné le chargement vertical, la rigidité tangentielle k_t n'a pas d'influence notable sur le déplacement vertical. Pour ne pas alourdir le calcul, il convient d'attribuer une valeur nulle pour cette composante de rigidité. Il est à noter que dans la bibliographie, il n'existe pas de solution analytique exprimant les facteurs d'intensité de contraintes en fonction des raideurs du joint. Dans cette analyse, on cherche à exprimer cette dépendance en proposant une formule empirique. Si la rigidité normale k_m du joint est nulle, on revient à la configuration basique dont la solution existe dans la bibliographie, et le facteur d'intensité de contraintes K_I peut être calculé en utilisant l'approche en déplacement. Lorsque k_m tend vers l'infini, la discontinuité des lèvres reste nulle, celle qui implique également une valeur nulle pour le facteur d'intensité de contraintes K_I . A partir de deux constats ci-dessus et les résultats détaillés dans l'[Annexe 5](#), une formule empirique est proposée sous la forme suivante :

$$K_I = K_I^0 (1 + \alpha a k_m / E)^{-\omega} \quad (3.8)$$

où K_I^0 est le facteur d'intensité de contraintes correspondant à $k_m = 0$, a est la moitié de la longueur de la fracture, E est le module d'Young de la matrice environnante, α et ω sont deux paramètres à déterminer à partir des résultats de simulations numériques.

Compte tenu du fait que pour un joint (fracture) d'épaisseur très petite, le facteur d'intensité de contrainte K_I est proportionnel à la racine carrée de la longueur a de la fracture. On propose donc $\omega = 0.50$. La [Figure 3-8a](#) donne une comparaison entre les valeurs obtenues numériquement et celles approximatives selon l'équation (3.8) avec $\alpha \approx 2.25\pi$ et $\omega = 0.50$. En plus, si le paramètre ω n'est pas supposée égale à 0.50, une meilleure approximation avec $\alpha = \pi$ et $\omega = \pi/4$ est présentée dans la [Figure 3-8b](#)

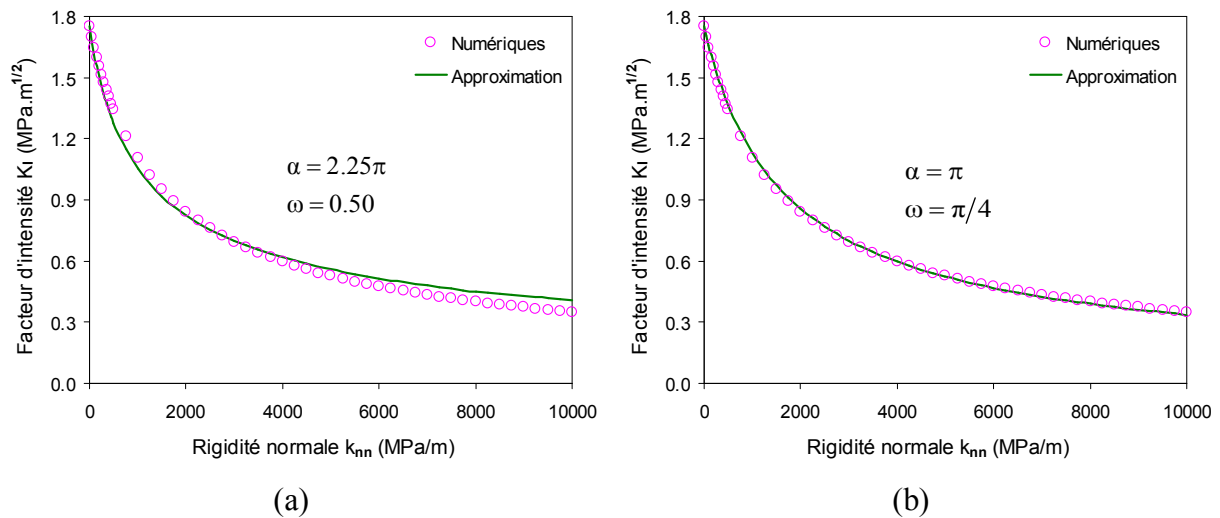


Figure 3-8 – Valeurs numériques et approximatives du facteur d'intensité de contraintes.

3.2.3.3 Influence du maillage

Pour cette étude, le modèle en éléments finis du cas symétrique en contraintes planes est repris. L'influence du maillage est analysée en changeant sa finesse. Deux méthodes, déjà mentionnées dans la [Section 2.2.4](#), seront utilisées pour estimer le facteur d'intensité de contraintes. Pour chaque test, l'analyse est faite en fixant un nombre approprié de joints. Le [Tableau 3-3](#) et la [Figure 3-9](#) récapitule des résultats numériques obtenus ainsi qu'une brève comparaison entre les valeurs numériques avec celles théoriques.

 Tableau 3-3 – Récapitulatif des résultats théoriques et numériques des K_I par deux méthodes

N°	Nombre de nœuds	Nombre d'éléments	Théorique	Méthode 1	Erreur (%)	Méthode 2	Erreur (%)
1	3516	6808	1.7737	1.7652	0.48	1.7685	0.29
2	1836	3512	1.7737	1.7421	1.78	1.7460	1.56
3	1173	2218	1.7737	1.7510	1.28	1.7533	1.15
4	875	1642	1.7737	1.7359	2.13	1.7358	2.14
5	765	1422	1.7737	1.7318	2.36	1.7321	2.35
6	702	1296	1.7737	1.7289	2.53	1.7287	2.53
7	671	1234	1.7737	1.7245	2.78	1.7248	2.76
8	655	1202	1.7737	1.7238	2.81	1.7242	2.79

- Les valeurs numériques des facteurs d'intensité de contraintes calculées par deux méthodes (1 et 2) sont assez proches des valeurs théoriques. Plus le maillage est raffiné, plus la différence entre ces deux valeurs est petite. Pour l'ensemble de tests réalisés, la différence maximale observée est de 2.81%.

- L'écart du facteur d'intensité de contraintes calculé par deux méthodes est mineur et peut être négligeable, ce qui permet dans la suite d'utiliser la méthode 2 pour estimer K_I .

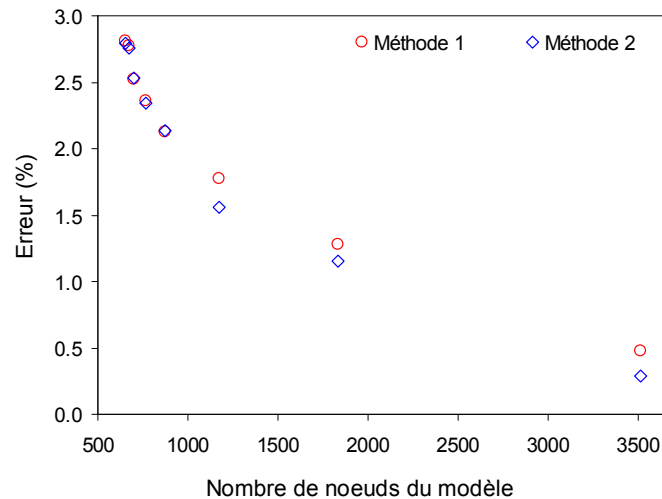


Figure 3-9 – Influence de la finesse du maillage sur le facteur d'intensité de contraintes

3.3 Modélisation du comportement hydromécanique d'un milieu poreux fracturé

Dans la bibliographie, les facteurs d'intensité de contraintes peuvent être explicitement évalués selon les formules analytiques pour quelques problèmes purement mécaniques. En revanche, une telle solution n'existe pas encore pour un problème hydromécanique. Le but de cette section est d'étudier le comportement des fractures soumises aux chargements hydromécaniques en se basant sur le concept des facteurs d'intensité de contraintes et de la ténacité du matériau. Pour ce faire, un fluide est injecté dans un massif fracturé sous deux types de conditions différentes : pression constante et débit constant. Les calculs sont réalisés dans la phase transitoire et les facteurs d'intensité de contraintes à l'extrémité de la fracture sont estimés.

3.3.1 Modèle constitutif poromécanique

Un corps poreux fracturé Ω avec sa frontière $\partial\Omega$ est considéré. Il comprend une famille de fractures pouvant être intersectées entre elles ou avec la frontière. Pour le problème mécanique, le corps est soumis à des tractions de surface sur une partie de sa frontière, notée par $\partial_f\Omega$ et des déplacements sur une autre partie notée par $\partial_u\Omega$ (voir la [Figure 3-10](#)). Aucune force volumique n'est considérée pour ce problème. Le champ de déplacement u dans le corps doit satisfaire ces conditions aux limites ainsi que des lois constitutives pour la déformation.

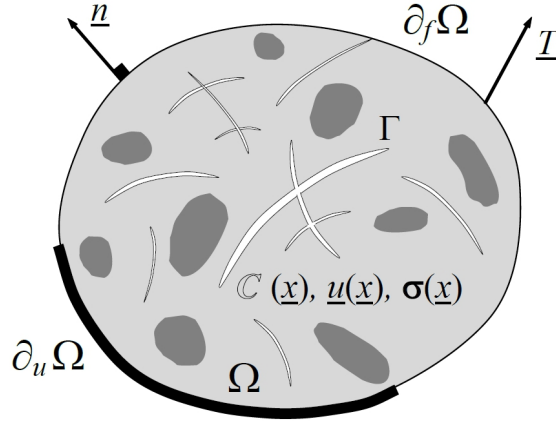


Figure 3-10 – Problème mécanique pour un corps poreux fracturé (Pouya, 2015)

La loi poroélastique linéaire s'écrit:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \partial_k u_l - bp \delta_{ij} \quad (3.9)$$

$$d\phi = bd\varepsilon_v + dp/N \quad (3.10)$$

avec u et p respectivement le champ de déplacement et la pression interstitielle, $\varepsilon_v = \partial_k u_k$ la déformation volumique, ϕ la porosité Lagrangienne, b le coefficient de la contrainte effective de Biot, N le module de Biot du squelette relié au module M via la relation $1/M = 1/N + \phi_0/K_f$ avec ϕ_0 la porosité initial de la matrice et K_f le module de compression du fluide (Coussy, 2004). Ces paramètres sont liés par la relation ci-dessous:

$$1/N = (b - \phi_0)/K_s \quad (3.11)$$

$\sigma'_{ij} = C_{ijkl} \partial_k u_l$ est la contrainte effective et a l'expression suivante en élasticité isotrope :

$$\sigma'_{ij} = C_{ijkl} \partial_k u_l = \lambda (\partial_k u_k) \delta_{ij} + G^* (\partial_i u_j + \partial_j u_i) \quad (3.12)$$

avec λ et G^* les coefficients de Lamés donnés par les expressions suivantes :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{et} \quad G^* = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.13)$$

L'aspect hydraulique est introduit dans le comportement poromécanique (3.9) par l'intermédiaire d'une *déformation libre*, notée ε_{ij}^L en réécrivant l'Eq. (3.9) sous la forme $\sigma_{ij} = C_{ijkl} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^L)$ dans laquelle $\varepsilon_{ij}^L = C_{ijkl}^{-1} (bp \delta_{ij})$. Compte tenu de la relation contrainte-déformation en élasticité $\varepsilon_{ij} = [(1+\nu)\sigma_{ij} - \nu \delta_{ij} \sigma_{kk}] / E$, pour le cas d'une pression hydrostatique $\sigma_{ij} = bp \delta_{ij}$, la déformation libre s'écrit $\varepsilon_{ij}^L = [(1-2\nu)/E] bp \delta_{ij}$.

De même que la matrice poreuse, le comportement élastique du joint (fracture) en présence d'une pression hydraulique p appliquée sur ses deux lèvres de la fracture s'écrit :

$$\sigma_n = k_{nn} u_n - b_f p \quad (3.14)$$

où σ_n , k_{nn} , u_n et b_f sont respectivement la contrainte normale, la rigidité normale, le déplacement normal, et le coefficient de la contrainte effective de Biot du joint (fracture). La valeur du coefficient b_f dépend de la somme de la surface de contact par rapport à la surface totale de chaque élément de joint. Si les éléments de joints sont tous ouverts avec de petits contacts, une valeur élevée du coefficient de Biot $b_f = 1$ peut être considéré et attribué à tous les éléments de joint. En transformant l'Eq. (3.14) sous la forme $\sigma_n = k_{nn} (u_n - u_n^L)$, le «déplacement libre» u_n^L est introduit en posant $u_n^L = k_{nn}^{-1} b_f p$. Ce «déplacement libre» pour les joints est introduit dans le code *Porofis* de la même manière qu'une «déformation libre» pour les éléments surfaciques. La «déformation libre» représente une déformation libre de contrainte comme par exemple une dilatation thermique. Le cas critique de la notation de u_n^L aura lieu lorsque le joint (fracture) ne présente aucune rigidité ($k_{nn} = k_{tt} = k_{mm} = 0$). Pour ce cas, au lieu d'utiliser le «déplacement libre», la pression de fluide sera donc directement appliquée sur les parois de la fracture. Le champ de déplacement peut être discontinu à travers la fracture et sa discontinuité ou bien son saut à travers la fracture est noté par $[[u]] = (u^+ - u^-)$ avec u^+ et u^- des déplacements sur les deux lèvres de la fracture.

Dans la suite, le problème d'injection d'un fluide dans un corps poreux fracturé Ω contenant une seule fracture est étudié (voir la Figure 3-11a). La fracture est représentée par la ligne OM et le fluide est injecté dans la fracture depuis le point O où la fracture et le corps poreux sont intersectés. Deux cas considérés sont présentés dans la Figure 3-11b. Le premier cas est un problème plan 2D correspondant à un corps semi-infini, et le deuxième cas est un problème 3D en condition axisymétrique dans lequel la ligne OM représente une fracture de forme d'un disque. Dans la suite, le premier d'un problème plan sera étudié et puis le cas axisymétrique sera analysé.

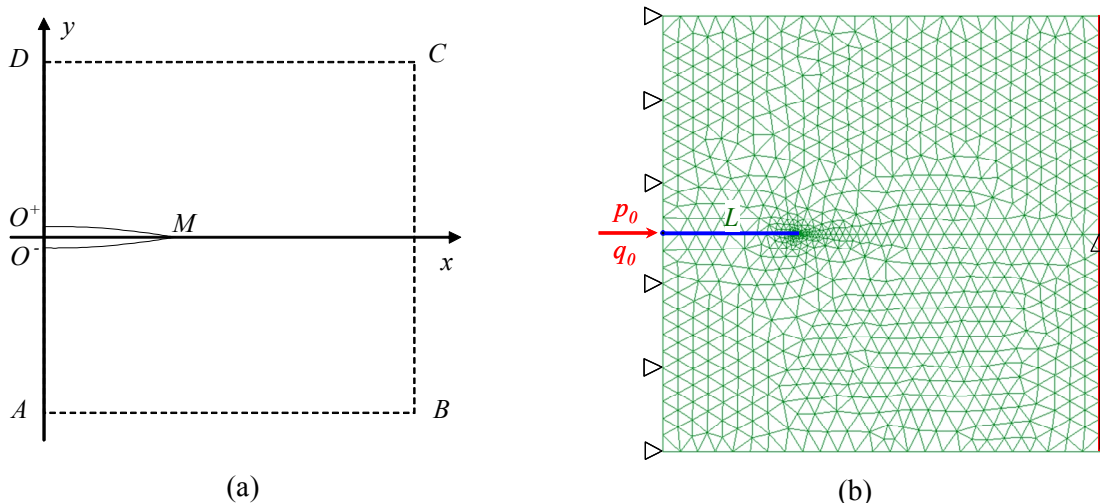


Figure 3-11 – (a) Géométrie et (b) conditions aux limite du problème étudié

3.3.2 Equations constitutives hydrauliques du problème

Le problème hydraulique est présenté dans la [Figure 1-2](#) dans laquelle le corps est soumis à des conditions aux limites consistant en une pression d'injection constante ou bien en un débit constant imposé.

La pression imposée sur la partie $\partial_p \Omega$ de la frontière est notée par p^d , la vitesse du fluide imposée sur la partie $\partial_v \Omega$ par $\underline{v} \cdot \underline{n}$ et le débit injecté dans des fractures intersectées avec la frontière sur la partie $\partial_q \Omega$ par q^d . Le champ de pression p dans la matrice ainsi que dans la fracture doit satisfaire des conditions aux limites et les lois d'écoulement, décrites ci-dessous.

3.3.2.1 Diffusion du fluide dans la matrice

Le fluide s'écoulant dans la fracture est supposé identique que celui rempli dans l'espace poreux de la matrice. L'écoulement dans la matrice est gouverné par la loi de Darcy :

$$\underline{v} = -k \nabla p \quad (3.15)$$

avec $k = k_{int} / \mu$ où k_{int} est la perméabilité intrinsèque (m^2) et μ est la viscosité dynamique du fluide (Pa.s). Pour un milieu poreux saturé, la conservation de la masse de fluide s'écrit :

$$\partial m_f / \partial t + \nabla \cdot (\rho_f \underline{v}) = 0 \quad (3.16)$$

où m_f est la masse de fluide dans l'unité de volume du milieu, ρ_f la densité volumique du fluide. Ainsi, pour un milieu poreux saturé (i.e. $S_r = 1$), m_f a pour expression générale :

$$m_f = \rho_f \phi \quad (3.17)$$

avec ϕ la porosité lagrangienne à l'état déformé. Notons que :

$$dm_f = \phi d\rho_f + \rho_f d\phi = \rho_f \phi (d\rho_f / \rho_f + d\phi / \phi) \quad (3.18)$$

Dans l'Eq. (3.18), les termes $d\rho_f / \rho_f$, $d\phi / \phi$ peuvent être déterminés en utilisant respectivement la loi de compressibilité du fluide et le modèle poromécanique de Biot.

La loi constitutive de la compressibilité du fluide s'écrit:

$$d\rho_f / \rho_f = dp / K_f \quad (3.19)$$

où K_f est le module de compression du fluide interstitielle défini par : $\frac{1}{K_f} = -\frac{1}{V_f} \left(\frac{\partial V_f}{\partial p_f} \right)$.

En introduisant les Eqs. (3.10) et (3.19) dans l'Eq. (3.18), la relation suivante est obtenue :

$$dm_f = \rho_f [dp / M + b d\varepsilon_v] \quad (3.20)$$

D'où l'Eq. (3.16) devient, en tenant compte des relations (3.15) et (3.20):

$$\nabla \cdot (\rho_f k \nabla p) = C_p \rho_f \partial p / \partial t + b \rho_f \partial \varepsilon_v / \partial t \quad (3.21)$$

avec $C_p = 1/M$.

Sachant que :

$$\nabla \cdot (\rho_f k \nabla p) = \rho_f \nabla \cdot (k \nabla p) + \nabla \rho_f \cdot k \cdot \nabla p \quad (3.22)$$

En insérant l'Eq. (3.22) dans l'Eq. (3.21) et en tenant compte de la relation (3.19), l'équation suivante est obtenue:

$$C_p \partial p / \partial t = \nabla \cdot (k \nabla p) + (\nabla p \cdot k \cdot \nabla p) / K_f - b \partial \varepsilon_v / \partial t \quad (3.23)$$

On trouve que la compressibilité du fluide introduit un terme non linéaire en ∇p dans l'Eq. (3.23). Ce terme disparaît si on prend $K_f = \infty$ ou bien si on néglige le carré de ∇p . Dans le cadre de ce travail, le fluide est supposé incompressible. Ainsi, l'équation de diffusion de fluide dans la matrice s'obtient :

$$C_p \partial p / \partial t + b \partial \varepsilon_v / \partial t - \nabla \cdot (k \nabla p) = 0 \quad (3.24)$$

avec $C_p = 1/N$ pour un fluide incompressible.

3.3.2.2 Ecoulement du fluide dans la fracture

La modélisation de l'écoulement de fluide dans une fracture et des échanges de la masse de fluide avec la matrice environnante présente des difficultés théoriques et numériques que plusieurs auteurs ont essayé d'éviter en introduisant des simplifications basées sur le modèle approximatif de fuite de Carter (dans [Howard et Fast, 1957](#)). Dans le présent travail, un modèle complet de l'écoulement de fluide dans la fracture et l'échange de la masse de fluide avec la matrice entourée est présenté. Avec l'hypothèse d'une conductivité transversale infinie pour la fracture, la pression du fluide est identique sur les deux côtés de la fracture et peut être représentée par une valeur unique p pour un point donné le long de la fracture. Le débit d'écoulement q dans la fracture est relié à cette pression par la loi de Poiseuille :

$$\underline{q}(\underline{s}) = -\underline{c}_f(\underline{s}) \nabla_s p(\underline{s}) \quad (3.25)$$

où ∇_s désigne le gradient tangentiel dans le plan local tangentiel à la fracture et \underline{c}_f est le tenseur de conductivité dans le plan de la fracture. Dans les cas les plus fréquents, \underline{c}_f est supposée isotrope dans le plan tangentiel and représenté par un scalaire c_f , ce qui est relié à l'ouverture hydraulique e par la loi cubique de Poiseuille :

$$c_f = e^3 / 12\mu \quad (3.26)$$

L'équation de conservation de la masse pour la fracture, prenant en compte l'échange de la masse de fluide avec la matrice, est une équation clef pour le problème d'écoulement et s'écrit dans le cas le plus général (Pouya, 2012) :

$$\nabla_s \cdot [\rho_f \underline{q}(\underline{s})] + \llbracket \rho_f \underline{v}(\underline{s}) \rrbracket \cdot \underline{n}(\underline{s}) + \frac{\partial}{\partial t} [\rho_f e(\underline{s})] = 0 \quad (3.27)$$

Dans cette équation, $\nabla_s(\cdot)$ désigne la divergence dans la surface de la fracture, $\llbracket \underline{v} \rrbracket = \underline{v}^+ - \underline{v}^-$ représente la discontinuité de la vitesse de fluide ou bien le saut de la vitesse entre les deux côtés de la fracture, et \underline{n} le vecteur d'unité normal à la surface de la fracture. L'ouverture hydraulique de la fracture e peut varier avec la contrainte mécanique ou bien avec la pression hydraulique appliquée à la fracture. L'équation de la conservation de la masse dans la fracture doit inclure le saut de la vitesse entre les deux côtés de la fracture qui représente l'échange de la masse avec la matrice. Ce problème est connu depuis, au moins, des travaux pionniers de Barenblatt et al. (1960). L'intégration de cette discontinuité dans un code numérique aux éléments finis nécessite quelques développements mathématiques qui ont été récemment étudiés par Pouya (2012), Pouya et Vu (2012) et implémentés dans le code de calcul aux éléments finis *Porofis*.

Dans le cadre de ce travail, un fluide incompressible est considéré pour un écoulement 2D, ce qui conduit à la simplification de l'Eq. (3.27) sous la forme suivante :

$$-\partial_s (c_f \partial_s p) + \llbracket \underline{v} \rrbracket \cdot \underline{n} + \partial_t e = 0 \quad (3.28)$$

où, dans la configuration plane, $\partial_s(\cdot)$ désigne la dérivation curviligne le long de la ligne de la fracture.

3.3.3 Problème d'injection de fluide dans une fracture

Pour le problème mécanique, les parois de la fracture jouent le rôle d'une frontière sur laquelle une force extérieure correspondant à la pression de fluide est appliquée. Cette partie de la frontière est désignée par $\partial_f \Omega$ et est constituée de deux lignes O^+M et O^-M représentant les lèvres de la fracture, avec leurs vecteurs d'unité normaux sortants respectivement $\underline{n} = -\underline{e}_y$ et $\underline{n} = \underline{e}_y$ où \underline{e}_y est le vecteur d'unité de l'axe Oy . Des conditions aux limites incluent la force extérieure $-p\underline{n}$ imposée sur ces deux lignes, un déplacement u_x imposé sur le côté gauche du domaine correspondant à l'axe Oy dans la Figure 3-11b et noté par $\partial_y \Omega$ et un déplacement nul imposé à l'infini de la frontière $\|x\| \rightarrow \infty$. Les équations gouvernant le problème mécanique incluent l'équation d'équilibre de moment et des conditions aux limites mentionnées au dessus :

$$\begin{aligned}
 \forall \underline{x} \in \Omega; \quad \nabla \cdot \underline{\sigma}(\underline{x}) &= 0 \\
 \forall \underline{x} \in \partial_f \Omega; \quad \underline{\sigma}(\underline{x}) \cdot \underline{n} &= -p(\underline{x}) \cdot \underline{n} \\
 \forall \underline{x} \in \partial_y \Omega; \quad u_x(\underline{x}) &= 0 \\
 \lim_{\|\underline{x}\| \rightarrow \infty} \underline{u}(\underline{x}) &= 0
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

Si la contrainte $\underline{\sigma}$ dans l'Eq. (3.29) est remplacée par son expression dans l'Eq. (3.9), des équations suivantes sont trouvées pour le champ de déplacements :

$$\begin{aligned}
 \forall \underline{x} \in \Omega; \quad C_{ijkl} \partial_{jk} u_l(\underline{x}) &= b \partial_i p(\underline{x}) \\
 \forall \underline{x} \in \partial_f \Omega; \quad n_j C_{ijkl} \partial_k u_l(\underline{x}) &= -(1-b) p(\underline{x}) n_i \\
 \forall \underline{x} = (0, y); \quad u_x(\underline{x}) &= 0 \\
 \lim_{\|\underline{x}\| \rightarrow \infty} \underline{u}(\underline{x}) &= 0
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

Il est à noter que le déplacement est discontinu à travers la fracture et prend différentes valeurs \underline{u}^+ et \underline{u}^- sur les deux parties O^+M et O^-M de la frontière $\partial_f \Omega$. Ce problème est simplement géré dans le code *Porofis*, en attribuant différents nœuds sur O^+M et O^-M et en considérant ces lignes comme des frontières soumises à la force extérieure $-p\underline{n}$.

La pression p dans l'Eq. (3.30) est la solution du problème hydraulique. Pour ce problème, la même géométrie est considérée avec l'état initial de pression nulle dans le corps. Des conditions aux limites correspondent à une vitesse normale nulle sur le côté gauche du domaine, une pression nulle sur la frontière à l'infini du domaine (bord droite) et une condition spécifique pour l'injection au point d'entrée de la fracture O . Deux cas d'injection de fluide sont considérés à ce point : (a) injection à pression constante p_0 et (b) injection à débit constant q_0 . Le système des équations pour le problème hydraulique inclut des équations de diffusion transitoire dans la matrice et dans la fracture et des conditions aux limites mentionnées :

$$\begin{aligned}
 \forall \underline{x} \in \Omega; \quad C_p \partial_t p &= k \Delta p - b \partial_i (\partial_i u_i) \\
 \forall \underline{x} \in \Gamma; \quad \partial_x (c_f \partial_x p) + k \llbracket \partial_y p \rrbracket &= \partial_t \llbracket u_y \rrbracket \\
 \forall y \neq 0; \quad \partial_x p(0, y) = 0 \text{ and } \lim_{\|\underline{x}\| \rightarrow \infty} p(\underline{x}) &= 0 \\
 (a) \quad p(0, 0) = p_0 \quad \text{or} \quad (b) \quad -c_f \partial_x p(0, 0) &= q_0
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Il convient de noter que la ligne de la fracture OM , notée ici par Γ , n'est pas traitée comme une partie de la frontière dans le problème mécanique car cette ligne est soumise à des équations de l'écoulement et de l'échange de masse de fluide (voir les Eqs. (3.25) et (3.28)). Avec l'hypothèse d'une fracture super-conductrice, la pression p est continue sur cette ligne.

Le couplage hydromécanique est exprimé par la présence de la pression p dans le problème mécanique (Eq. (3.30)) et la présence du champ de déplacement dans le problème

hydraulique (Eq. (3.31)). A ce stade, deux cas de couplage peuvent être considérés. Dans le cadre de ce mémoire, le premier cas est appelé couplage fort (Hydraulique \leftrightarrow Mécanique), et le deuxième est appelé couplage faible (Hydraulique \rightarrow Mécanique). Les effets de la pression du fluide sur les champs de déplacement et contrainte (couplage d'Hydraulique à Mécanique) sont pris en compte pour tous les deux cas. Par contre, les effets de la déformation de la matrice sur le problème d'écoulement transitoire correspondant au terme $b \partial \varepsilon_v / \partial t$ dans l'Eq. (3.24) et également la variation de la conductivité hydraulique de la fracture (i.e. variation de l'ouverture hydraulique) dans l'Eq. (3.26) (couplage de Mécanique à Hydraulique) sont seulement pris en considération pour le cas du couplage fort. Ainsi, dans le cas du couplage faible, la conductivité de la fracture est constante, le problème hydraulique est indépendant du problème mécanique et peut être séparément résolu.

3.3.4 Simulations numériques

Les simulations numériques se basent sur des équations constitutives présentées dans les [Section 3.3.1](#), [Section 3.3.2](#) et [Section 3.3.3](#) pour l'écoulement et la déformation mécanique dans des matériaux poreux fracturés.

Un domaine carré de taille 10m×10m est considéré dans lequel une fracture de 3m de longueur est employé afin de représenter la configuration d'un corps fracturé dans les [Figure 3-9](#) et [Figure 3-10](#). Des éléments triangulaires linéaires sont utilisés pour mailler la matrice tandis que des éléments à 4 nœuds sans épaisseur sont employés pour des fractures. Le maillage est raffiné à la pointe de la fracture pour une bonne estimation du facteur d'intensité de contraintes (voir [Figure 3-11b](#)). Aucun chargement mécanique n'est appliqué sur le corps. Des conditions aux limites hydraulique et mécanique sont celles spécifiées dans les Eqs. (3.30) et (3.31). Des paramètres de matériaux seront variés afin de réaliser des études paramétriques autour de quelques valeurs typiques dans le [Tableau 3-4](#). Ces valeurs proviennent de l'aquifère carbonaté du Dogger dans le Bassin de Paris situé entre 1550m et 1700m de profondeur.

Une pression de fluide constante p_0 ou bien un débit constant q_0 est imposé au point d'entrée de la fracture tandis qu'une pression nulle est imposée sur le bord droite du domaine représentant la condition de pression à l'infini. Aucune autre condition n'est imposée sur les deux bords supérieur et inférieur. Des résultats de simulations numériques pour ces deux cas sont analysés dans les sections suivantes.

Tableau 3-4 – Propriétés des matériaux provenant de l'aquifère du Dogger du Bassin de Paris utilisés pour les simulations numériques (adapté de Seyedi et al., 2015)

Propriétés des matériaux	Valeurs	Unité
Matrice		
Module d'Young	24	GPa
Coefficient de Poisson	0.29	-
Porosité	0.15	-
Coefficient de Biot	0.74	-
Perméabilité intrinsèque	10^{-14}	m^2
Fluide		
Masse volumique	1000	kg/m^3
Viscosité dynamique	4.04×10^{-4}	Pa.s
Fracture		
Ouverture hydraulique	10^{-3}	m
Raideur	0	Pa

3.3.4.1 Injection à pression constante

Commençant de l'état initial de pression nulle, une pression constante $p_0 = 1$ MPa est appliquée au point d'entrée de la fracture, et un calcul transitoire est réalisé jusqu'à l'établissement d'un régime d'écoulement stationnaire. Deux calculs sont effectués en utilisant les deux méthodes de couplage présentées précédemment (couplage Hydraulique \rightarrow Mécanique et couplage Hydraulique \leftrightarrow Mécanique).

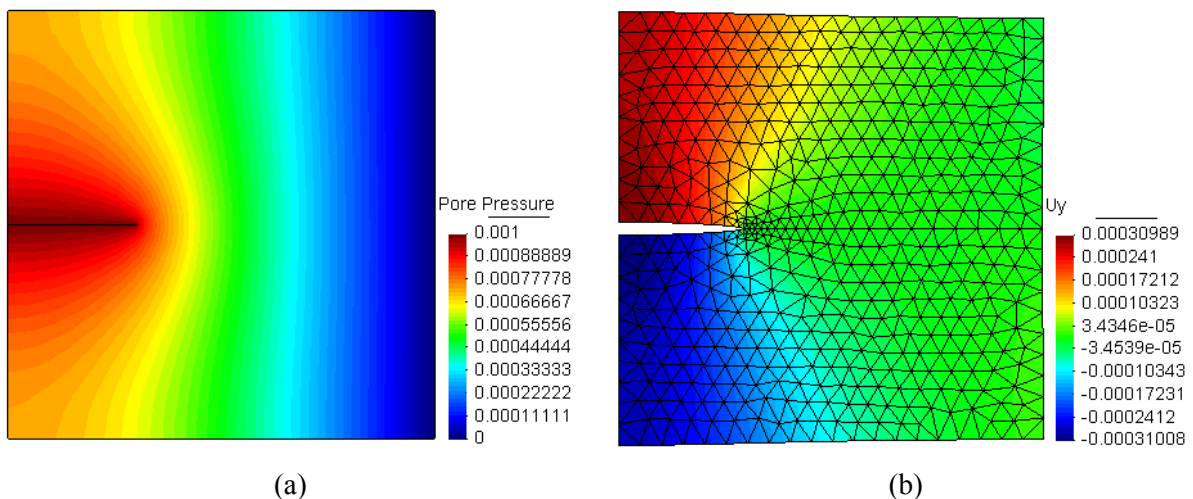


Figure 3-12 – (a) Champ de pression interstitielle, (b) Forme de la déformée d'une matrice fracturée sous des conditions d'injection de fluide. L'unité de pression est en GPa et l'unité du déplacement est en m.

Les Figure 3-12a et Figure 3-12b présentent respectivement le champ de pression interstitielle et la déformée d'une matrice fracturée due à l'injection d'un fluide à pression

constante à l'état d'écoulement stationnaire. En raison des conditions aux limites et celles de chargement, les champs de déplacement et de pression interstitielle sont strictement symétriques par rapport à la ligne de la fracture. Le champ de déplacement dans la fracture ou bien son ouverture est en forme elliptique, ce qui est en bon accord avec la solution théorique pour le cas d'une fracture soumise à une pression interne constante sur ses deux lèvres.

La Figure 3-13 présente l'évolution du champ de pression interstitielle dans la matrice poreuse ainsi que dans la fracture en fonction du temps. Le profil de ce champ de pression dans la fracture et sur sa continuité dans la matrice est présentée sur la Figure 3-14 pour différents temps et pour les deux cas de couplage : la Figure 3-14a pour le couplage dit faible Hydraulique \rightarrow Mécanique et la Figure 3-14b pour le couplage fort Hydraulique \leftrightarrow Mécanique. On peut observer que pour les deux cas, la tendance générale est identique : la pression augmente plus rapidement dans la fracture (3 m sur la gauche de deux figures) et atteint sa valeur limite de 1 MPa partout dans la fracture, l'augmentation de la pression dans la matrice est plus lente. Après un temps suffisamment long, la pression se stabilise et le régime d'écoulement stationnaire est atteint. Il est intéressant de noter que pour le cas de couplage Hydraulique \leftrightarrow Mécanique, l'ouverture de la fracture évolue en fonction du temps entraînant l'augmentation de la conductivité de la fracture. Cette augmentation favorise l'écoulement du fluide dans la fracture par rapport au cas de couplage Hydraulique \rightarrow Mécanique dans lequel l'épaisseur de la fracture est supposée constante. Or, pour le cas de couplage complet Hydraulique \leftrightarrow Mécanique, des itérations mécaniques se font alternativement avec celles hydrauliques, et sont plus couteux en termes de temps de calcul.

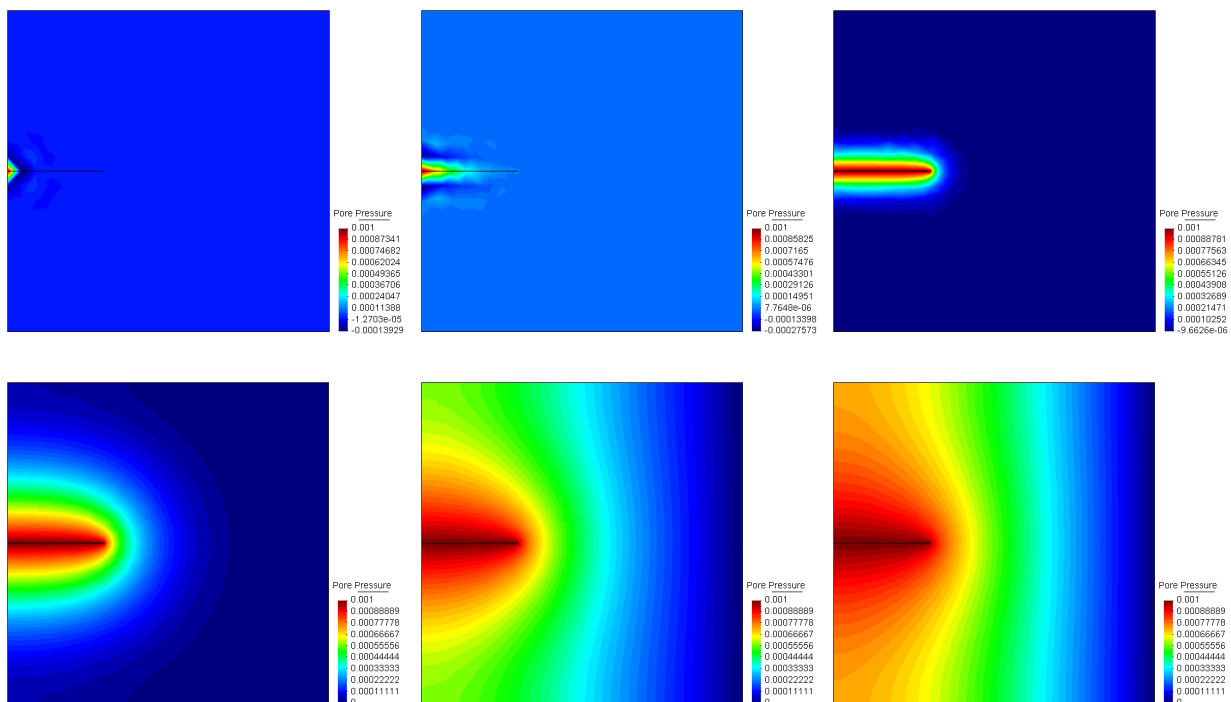
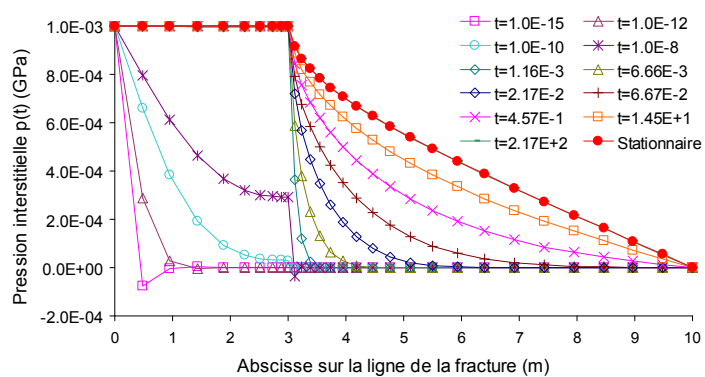
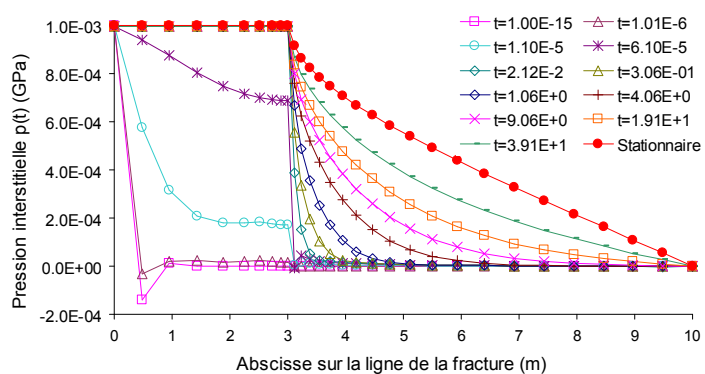


Figure 3-13 – Evolution temporelle du champ de pression interstitielle dans la matrice et fracture



(a)



(b)

Figure 3-14 – Evolution transitoire de la pression interstitielle sur la ligne de la fracture lors de l'injection d'une pression constante pour deux cas: (a) couplage faible Hydraulique \rightarrow Mécanique et (b) couplage fort Hydraulique \leftrightarrow Mécanique. L'unité de temps est en seconde.

Les résultats de la pression interstitielle sont introduits dans le modèle mécanique afin d'évaluer les champs de contraintes et de déplacements. L'évolution transitoire du profil de déplacement normal des deux lèvres de la fracture, calculée pour le cas du couplage Hydraulique \leftrightarrow Mécanique, est présentée dans la Figure 3-15. On peut observer que le profil de déplacement évolue avec le temps pour atteindre sa limite à l'état stationnaire.

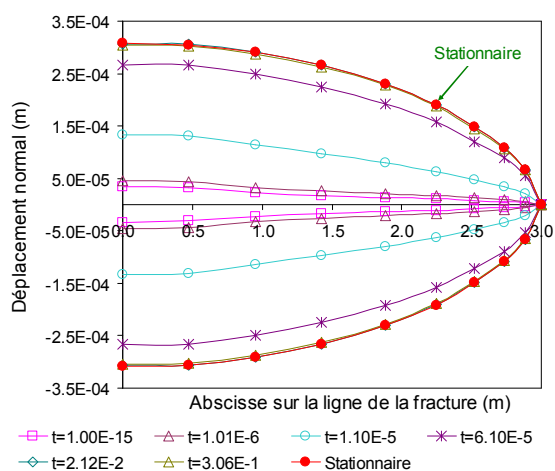


Figure 3-15 – Evolution transitoire du profil de déplacement normal des deux lèvres de la fracture pour le cas du couplage Hydraulique \leftrightarrow Mécanique. L'unité de temps est en seconde (s).

Le facteur d'intensité de contraintes K_I à la pointe de la fracture est déduit de l'analyse du champ de déplacement autour de cette pointe en utilisant la formule suivante (Lemaître et Chaboche, 2004) :

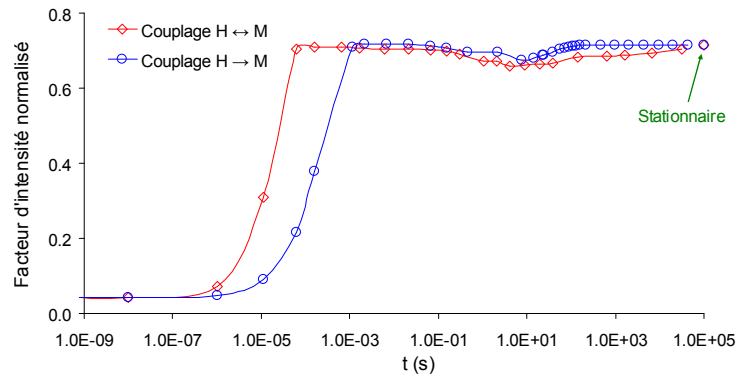
$$K_I = \frac{E\sqrt{2\pi}}{8\delta} \lim_{d \rightarrow 0} \frac{\llbracket u_y(d) \rrbracket}{\sqrt{d}} \quad (3.32)$$

où $\llbracket u_y(d) \rrbracket$ représente la discontinuité du déplacement normal de la fracture u_y à une distance d depuis la position de la pointe de la fracture. $\delta = 1$ pour le cas de contrainte plane, et $\delta = 1 - \nu^2$ pour le cas de déformation plane et le cas axisymétrique. Les facteurs d'intensité de contraintes sont normalisés par une valeur de référence K_I^0 qui désigne le facteur d'intensité de contraintes due à une pression constante $p_0 = 1$ appliquée dans la fracture dans un corps solide élastique fini (non poreux). L'expression de K_I^0 s'écrit (Broek, 1982) :

$$K_I^0 = \alpha p_0 \sqrt{\pi L} \quad (3.33)$$

où L est la moitié de la longueur de la fracture, α est le facteur de correction géométrique qui dépend du rapport entre la moitié de la longueur de la fracture et la taille du domaine.

L'évolution transitoire du facteur d'intensité de contraintes normalisé, K_I/K_I^0 , est présentée dans la Figure 3-16. Pour tous les deux cas de couplage, les résultats montrent que K_I/K_I^0 augmente pendant l'injection et atteint sa valeur maximale à l'état stationnaire. Ceci est dû au fait que la valeur maximale de la pression dans la fracture, qui est plus petite mais proche de la pression d'injection p_0 , est atteint à l'état stationnaire. En plus, le facteur d'intensité de contraintes normalisé dans un milieu poreux est toujours inférieur à l'unité. Ceci est dû au gonflement de la matrice poreuse suite à l'augmentation de la pression du fluide, ce qui tend à fermer la fracture et donc à réduire le facteur d'intensité de contraintes par rapport au cas d'un solide non-poreux supposé pour le calcul de la valeur de référence.



(a)

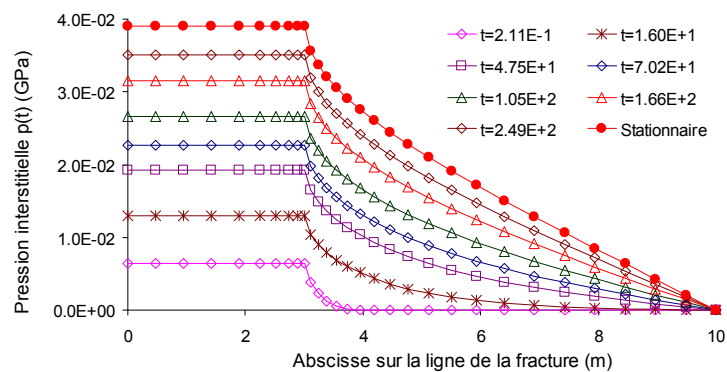
Figure 3-16 – Evolution du facteur d'intensité de contraintes normalisé dans le cas d'injection d'une pression de fluide constante. L'unité de temps est en seconde (s).

La différence entre les deux cas de couplage semble affecter, au moins pour cet exemple d'une géométrie simple, seulement les aspects temporels, le temps après lequel une valeur donnée du facteur d'intensité de contrainte est atteinte, et non pas les valeurs maximales obtenues pour le régime d'écoulement stationnaire. Il est intéressant de noter qu'à l'état stationnaire $b \partial \varepsilon_v / \partial t = 0$ et ainsi les deux cas de couplage donnent exactement les mêmes résultats du facteur d'intensité de contraintes.

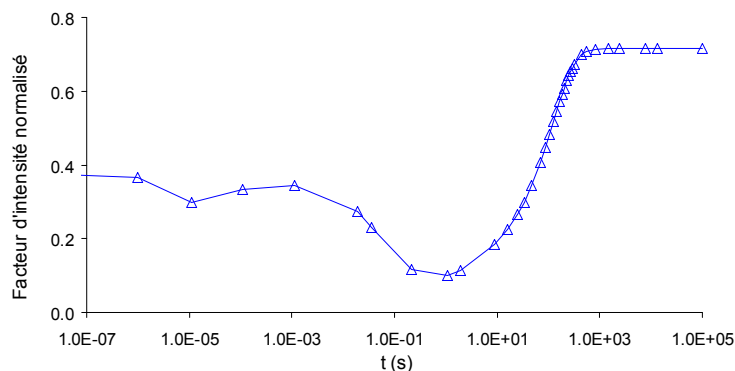
3.3.4.2 Injection à débit constant

Dans cette section, le fluide est injecté dans la fracture avec un débit constant q_0 . Les paramètres et les conditions aux limites sont identiques à ceux du cas d'injection de fluide à pression constante. La Figure 3-17a présente le profil de la pression interstitielle dans la matrice et dans la fracture à différents temps. Il est à noter que le champ de pression interstitielle évolue progressivement afin d'atteindre sa valeur maximale à l'état stationnaire.

En poursuivant la même procédure que dans la section précédente, l'évolution temporelle du facteur d'intensité de contraintes normalisé K_I / K_I^0 est présentée dans la Figure 3-17b. Le facteur d'intensité de contraintes atteint toujours sa valeur maximale à l'état stationnaire final mais son évolution est plus complexe par rapport au cas d'injection de pression constante.



(a)



(b)

Figure 3-17 – (a) Evolution temporelle de la pression interstitielle sur la ligne de la fracture et sa continuité dans la matrice poreuse entourée, (b) Evolution du facteur d'intensité de contraintes normalisé lors de l'injection de fluide à débit constant.

Quelques simulations avec différentes valeurs de paramètres montrent les mêmes tendances (voir les [Figure 3-18a](#) et [Figure 3-18b](#)) : une augmentation monotone du facteur d'intensité de contrainte pour l'injection d'une pression constante, et une tendance non-monotone avec une phase descendante avant la phase ascendante finale pour le cas d'injection d'un débit constant.

Cette tendance non-monotone est probablement le résultat de deux phénomènes concurrents avec différentes cinématiques et effets opposés sur le facteur d'intensité de contraintes : (i) la diffusion relativement rapide du fluide dans la fracture qui tend à ouvrir la fracture et donc augmenter le facteur d'intensité de contraintes, et (ii) la diffusion lente du fluide dans la matrice poreuse environnante qui provoque un gonflement de cette matrice et ainsi diminuer le facteur d'intensité de contraintes.

3.3.4.3 Etude paramétrique de l'influence de la conductivité de la fracture sur le facteur d'intensité de contraintes

Une étude paramétrique de l'influence de la conductivité de la fracture sur le facteur d'intensité de contraintes est réalisée. Les [Figure 3-18a](#) et [Figure 3-18b](#) présentent des résultats obtenus respectivement pour les cas d'injection de fluide à pression constante et à débit constant avec une gamme large de la variation de la conductivité de la fracture (i.e. variation de l'ouverture hydraulique de la fracture). Dans cette étude paramétrique, la perméabilité de la matrice poreuse et la longueur de la fracture sont maintenues constantes, égales aux valeurs utilisées dans les [Section 3.3.4.1](#) et [Section 3.3.4.2](#). Par conséquent, les résultats sont présentés pour différentes valeurs du rapport η/η_0 , où $\eta = c/kL$ et η_0 est la valeur utilisée dans les sections précédentes.

Comme mentionné ci-dessus, la variation du facteur d'intensité de contraintes est monotone et croissante pour le cas d'injection d'une pression constante et est plus complexe pour le cas d'injection d'un débit constant mais toujours atteint sa valeur maximale à l'état d'écoulement stationnaire final.

Ce résultat est valable pour toutes les valeurs de η variant dans une gamme très large de 6 ordres de grandeur. Cela semble suffisant pour admettre que ce résultat reste valable pour des valeurs réelles de la conductivité de fractures pouvant être rencontrées dans les roches réservoirs.

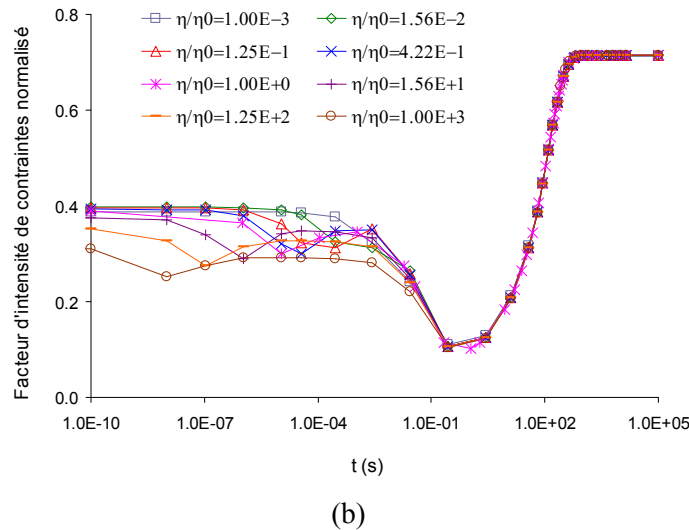
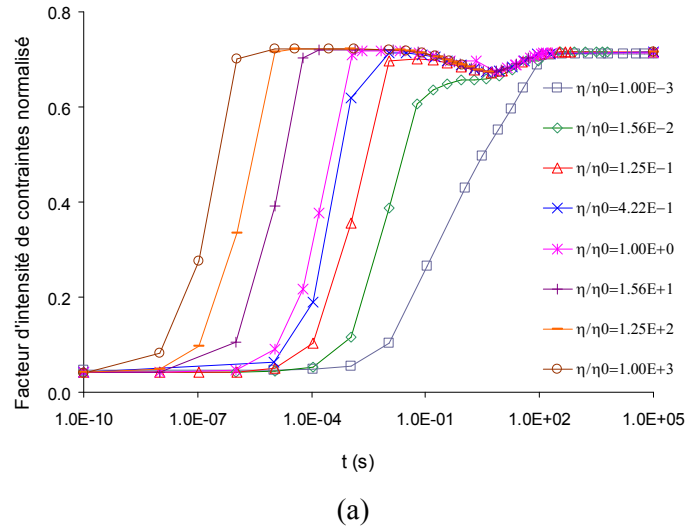


Figure 3-18 – Evolution du facteur d'intensité de contraintes normalisé pour (a) le cas d'injection de fluide à pression constante, et (b) le cas d'injection de fluide à débit constant. Le facteur d'intensité de contraintes est normalisé à la valeur donnée dans l'Eq. (3.33) et η/η_0 , où $\eta = c/kL$ et η_0 est obtenu en utilisant des propriétés des matériaux dans les [Section 3.3.4.1](#) et [Section 3.3.4.2](#).

3.3.4.4 Cas de fractures multiples avec intersections

Dans cette section, un exemple illustratif avec un massif contenant plusieurs fractures intersectées a été réalisé. Une pression constante est injectée à l'entrée d'une fracture coupant le bord gauche tandis qu'une pression nulle est appliquée sur le bord droit afin de modéliser des conditions à l'infini. Autres conditions aux limites ainsi que des propriétés des matériaux sont identiques à celles utilisées dans la [Section 3.3.4](#).

Les [Figure 3-19a1,b1,c1,d1](#) et [Figure 3-19a2,b2,c2,d2](#) présentent respectivement l'évolution du champ de pression interstitielle et la déformée du massif fracturé à différents instants jusqu'à l'établissement d'un régime d'écoulement stationnaire. Le fluide s'écoule tout d'abord et plus facilement dans la fracture et puis se diffuse dans la matrice poreuse.

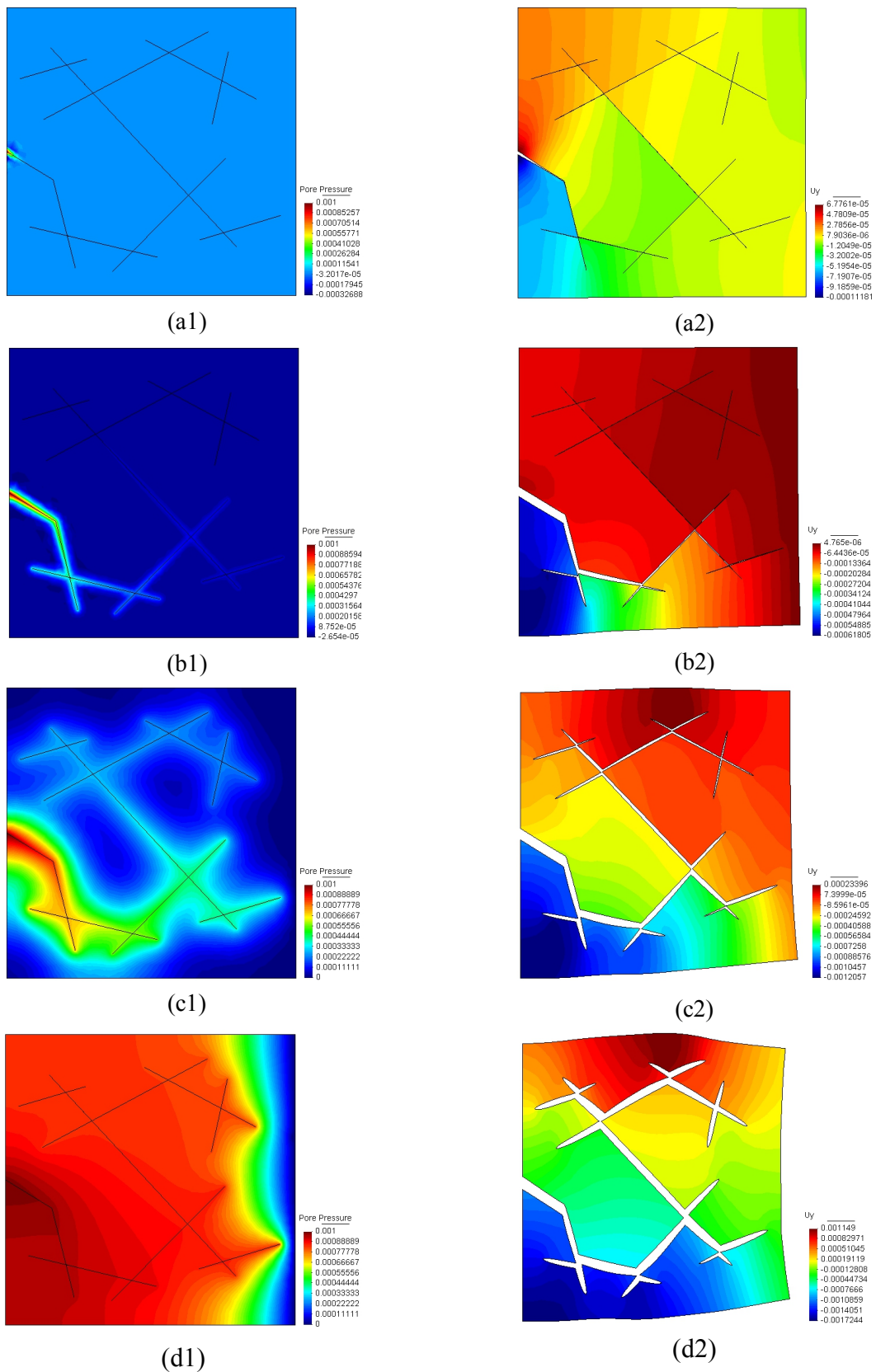


Figure 3-19 – Evolution du champ de pression interstitielle (a1,b1,c1,d1) et de la déformée (a2,b2,c2,d2) dans un massif fracturé à différents instants jusqu'à quand le régime d'écoulement stationnaire s'établit.

3.3.5 Solutions semi-analytiques pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes en régime stationnaire

Dans cette section, de nombreuses simulations ont été réalisées pour les configurations plane et axisymétrique ainsi que pour les cas d'injection de fluide à pression constante et à débit constant. L'ajustement de courbes accompagné des analyses théoriques ont permis de dériver des solutions semi-analytiques pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes. Deux exemples d'application d'injection de fluide utilisant des solutions semi-analytiques sont enfin présentés.

3.3.5.1 Configurations planes

Dans cette section, l'écoulement en régime stationnaire est étudié. Ainsi, les champs de pression, contraintes et déplacements sont indépendants du temps. En plus, en raison de simplification, la conductivité de la fracture c_f est supposée constante sur toute la longueur de la fracture. Le problème hydraulique dans l'Eq. (3.31) devient indépendant du problème mécanique et ces deux problèmes peuvent être séparément résolus. Des variables adimensionnelles suivantes sont introduites :

$$X = x/L, \quad Y = y/L, \quad \eta = c/kL, \quad Q_0 = q_0L/c \quad (3.34)$$

avec la notation $\underline{X} = (X, Y)$. Les équations adimensionnelles pour le problème hydraulique stationnaire avec deux cas d'injection s'écrivent donc :

$$\begin{aligned} \forall \underline{X} \in \Omega; \quad \Delta p(X, Y) &= 0 \\ \forall X \in [0, 1]; \quad \eta \partial_X p(X, 0) + \llbracket \partial_Y p(X, 0) \rrbracket &= 0 \\ \forall Y \neq 0; \quad \partial_X p(0, Y) = 0, \quad \lim_{\|\underline{X}\| \rightarrow \infty} p(X, Y) &= 0 \\ (a) \quad p(0, 0) = p_0, \quad (b) \quad -\partial_X p(0, 0) = Q_0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

La solution de ce problème dépend d'un paramètre adimensionnel η et est une fonction linéaire des conditions aux limites p_0 ou bien Q_0 . La solution du cas (a) peut être écrite :

$$\text{Cas (a):} \quad p(\eta, X, Y) = p_0 \Phi(\eta, X, Y) \quad (3.36)$$

La solution pour le cas (b) peut être déduit en utilisant la même fonction $\Phi(\eta, X, Y)$. En réalité, si la fonction $\Phi(\eta, X, Y)$ est connue, puis en calculant $\partial_X p(\eta, 0, 0) = p_0 \partial_X \Phi(\eta, 0, 0)$ et en mettant cette quantité égale à $-Q_0$, la solution pour le cas (b) est obtenue sous la forme:

$$\text{Cas (b):} \quad p(\eta, X, Y) = -[Q_0 / \partial_X \Phi(\eta, 0, 0)] \Phi(\eta, X, Y) \quad (3.37)$$

La solution du champ de pression dans les deux cas (a) and (b) peut être connue si la fonction Φ est déterminée.

Puis, il est à noter que la solution du champ de déplacement \underline{u} de l'Eq. (3.30) peut être décomposée en deux parties $\underline{u}^{(1)}$ et $\underline{u}^{(2)}$, celles qui sont les solutions de deux systèmes des équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall \underline{x} \in \Omega; \quad C_{ijkl} \partial_{jk} u_l^{(1)}(\underline{x}) = 0 \\ \forall \underline{x} \in \partial_f \Omega; \quad n_j C_{ijkl} \partial_k u_l^{(1)}(\underline{x}) = -(1-b)p(\underline{x}) n_i \\ \forall \underline{x} \in \partial_u \Omega; \quad u_x^{(1)}(\underline{x}) = 0 \\ \lim_{\|\underline{x}\| \rightarrow \infty} \underline{u}^{(1)}(\underline{x}) = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall \underline{x} \in \Omega; \quad C_{ijkl} \partial_{jk} u_l^{(2)}(\underline{x}) = b \partial_i p(\underline{x}) \\ \forall \underline{x} \in \partial_f \Omega; \quad n_j C_{ijkl} \partial_k u_l^{(2)}(\underline{x}) = 0 \\ \forall \underline{x} \in \partial_u \Omega; \quad u_x^{(2)}(\underline{x}) = 0 \\ \lim_{\|\underline{x}\| \rightarrow \infty} \underline{u}^{(2)}(\underline{x}) = 0 \end{array} \right. \quad (3.38)$$

La fonction $\underline{u} = \underline{u}^{(1)} + \underline{u}^{(2)}$ vérifie l'Eq. (3.30). Le facteur d'intensité de contraintes est une fonction linéaire de \underline{u} , et est également la somme des deux contributions de $\underline{u}^{(1)}$ et $\underline{u}^{(2)}$, notées respectivement $K_I^{(1)}$ et $K_I^{(2)}$. D'où :

$$K_I = K_I^{(1)} + K_I^{(2)} \quad (3.39)$$

Les deux contributions $K_I^{(1)}$ et $K_I^{(2)}$ au facteur d'intensité de contraintes global expriment les effets de deux phénomènes différents. Le champ de déplacement $\underline{u}^{(1)}$ et le facteur d'intensité de contraintes correspondant $K_I^{(1)}$ résultent de l'application d'une force extérieure sur les lèvres de la fracture dans un solide élastique. L'aspect poreux de la matrice n'a aucun effet à l'exception que la force appliquée sur les lèvres de la fracture ne soit pas p mais $(1-b)p$. Le champ de déplacement $\underline{u}^{(2)}$ et le facteur d'intensité de contraintes correspondant $K_I^{(2)}$ résultent de la pression interstitielle dans la matrice poreuse en l'absence de toute force extérieure. Cette contribution peut être mieux comprise en comparant avec les effets de retrait dans les sols non-saturés entraînant des fractures. Dans ce cas, il n'y a aucune force extérieure dans les fractures, mais la succion dans le sol poreux autour de la fracture induit la déformation de retrait (i.e. effet de traction dans la fracture) et génère donc un facteur d'intensité de contraintes, ce qui tend à propager des fractures. La différence avec le champ de déplacement $\underline{u}^{(2)}$ est que la pression interstitielle a l'effet opposé d'une succion (celle qui est comprise comme une pression négative selon la convention de signe de la mécanique des sols), et la partie $K_I^{(2)}$ résultant de l'injection de fluide dans la fracture a des valeurs négatives et empêche la propagation de fracture.

Notons que les équations adimensionnelles suivantes seront utilisées dans cette section :

$$\tilde{\partial}_i(\cdot) = \partial(\cdot)/\partial X_i = L \partial(\cdot)/\partial x_i = L \partial_i(\cdot), \quad U = u/L \quad (3.40)$$

Pour l'élasticité linéaire avec le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν reliés aux coefficients de Lamé λ et G^* , et en utilisant des notations adimensionnelles (3.40), les composantes de l'Eq. (3.38) peuvent être écrites :

$$\begin{aligned}
 C_{ijkl} \partial_{jk} u_l^{(1)}(\underline{x}) &= \partial_j \left[C_{ijkl} \partial_k u_l^{(1)}(\underline{x}) \right] = \partial_j \left[\lambda (\partial_k u_k) \delta_{ij} + G (\partial_i u_j + \partial_j u_i) \right] (\underline{x}) \\
 &= \frac{E}{(1+\nu)} \left[\frac{\nu}{(1-2\nu)} (\partial_j \partial_k u_k) \delta_{ij} + \frac{1}{2} (\partial_i \partial_j u_j + \partial_{jj} u_i) \right] (\underline{x}) \\
 &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{1}{(1-2\nu)} (\partial_i \partial_k u_k) + \partial_{kk} u_i \right] (\underline{x}) \tag{3.41} \\
 &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{1}{(1-2\nu)} \left(\frac{\tilde{\partial}_i}{L} \frac{\tilde{\partial}_k}{L} L U_k \right) + \frac{\tilde{\partial}_k}{L} \frac{\tilde{\partial}_k}{L} L U_i \right] (L\underline{X}) \\
 &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{1}{(1-2\nu)} (\tilde{\partial}_i \tilde{\partial}_k U_k) + \tilde{\partial}_{kk} U_i \right] (\underline{X})
 \end{aligned}$$

et:

$$\begin{aligned}
 n_j C_{ijkl} \partial_k u_l^{(1)}(\underline{x}) &= n_j \left[\lambda (\partial_k u_k) \delta_{ij} + G^* (\partial_i u_j + \partial_j u_i) \right] (\underline{x}) \\
 &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{2\nu}{(1-2\nu)} (\partial_k u_k) \delta_{ij} + (\partial_i u_j + \partial_j u_i) \right] (\underline{x}) n_j \\
 &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{2\nu}{(1-2\nu)} \left(\frac{\tilde{\partial}_k}{L} L U_k \right) + \left(\frac{\tilde{\partial}_i}{L} L U_j + \frac{\tilde{\partial}_j}{L} L U_i \right) \right] (L\underline{X}) n_j \tag{3.42} \\
 &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{2\nu}{(1-2\nu)} (\tilde{\partial}_k U_k) + (\tilde{\partial}_i U_j + \tilde{\partial}_j U_i) \right] (L\underline{X}) n_j
 \end{aligned}$$

$$-(1-b)p(\underline{x}) n_i = -(1-b)p(L\underline{X}) n_i = -(1-b)p(L\underline{X}) n_i \tag{3.43}$$

$$b \partial_i p(\underline{x}) = b \frac{\tilde{\partial}_i}{L} p(L\underline{X}) = b \tilde{\partial}_i p(\underline{X}) \tag{3.44}$$

$$u_x^{(1)}(\underline{x}) = 0 \Leftrightarrow L U_X^{(1)}(L\underline{X}) = 0 \Leftrightarrow U_X^{(1)}(\underline{X}) = 0 \tag{3.45}$$

En introduisant les composantes (3.41), (3.42), (3.43), (3.44), et (3.45) dans l'Eq. (3.38), deux systèmes d'équations suivants sont obtenus :

$$\begin{aligned}
 \forall \underline{X} \in \Omega; \quad & \frac{1}{1-2\nu} \tilde{\partial}_{ik} U_k^{(1)} + \tilde{\partial}_{kk} U_i^{(1)} = 0 \\
 \forall \underline{X} \in \partial_f \Omega; \quad & \frac{1}{2(1+\nu)} \left(\frac{2\nu \tilde{\partial}_k U_k^{(1)}}{1-2\nu} + \tilde{\partial}_i U_j^{(1)} + \tilde{\partial}_j U_i^{(1)} \right) n_j = -\frac{1-b}{E} p(\eta, \underline{X}) n_i \tag{3.46} \\
 \forall \underline{X} = (0, Y); \quad & U_X^{(1)}(\underline{X}) = 0, \quad \lim_{\|\underline{x}\| \rightarrow \infty} U^{(1)}(\underline{X}) = 0
 \end{aligned}$$

et :

$$\begin{aligned}
 \forall \underline{X} \in \Omega; \quad & \frac{1}{2(1+\nu)} \left(\frac{1}{1-2\nu} \tilde{\delta}_{ik} U_k^{(2)} + \tilde{\delta}_{kk} U_i^{(2)} \right) = \frac{b}{E} \tilde{\delta}_i p(\eta, \underline{X}) \\
 \forall \underline{X} \in \partial_f \Omega; \quad & \left(\frac{2\nu}{1-2\nu} \tilde{\delta}_k U_k^{(2)} + (\tilde{\delta}_i U_j^{(2)} + \tilde{\delta}_j U_i^{(2)}) \right) n_j = 0 \\
 \forall \underline{X} = (0, Y); \quad & U_X^{(2)}(\underline{X}) = 0, \quad \lim_{\|\underline{x}\| \rightarrow \infty} \underline{U}^{(2)}(\underline{X}) = 0
 \end{aligned} \tag{3.47}$$

On déduit de ces équations que le champ de déplacement $U^{(1)}$ dépend de (η, ν, E) . En raison de la linéarité des équations, le champ $U^{(1)}$ est proportionnel à $(1-b)/E$ et également à p_0 ou bien Q_0 , dépendant de la condition d'injection. De façon similaire, $U^{(2)}$ dépend de (η, ν, E, b) et est proportionnel à b/E et à p_0 ou bien Q_0 . Dans ce qui suit des conditions d'injection du cas (a) correspondant à l'injection d'une pression constante p_0 sont considérées. L'analyse de ces équations permet d'écrire la solution sous la forme suivante :

$$\underline{U}^{(1)} = \frac{(1-b)p_0}{E} \underline{W}^{(1)}(\nu, \eta, \underline{X}), \quad \underline{U}^{(2)} = \frac{bp_0}{E} \underline{W}^{(2)}(\nu, \eta, \underline{X}) \tag{3.48}$$

où les fonctions $\underline{W}^{(1)}$ et $\underline{W}^{(2)}$ de la position \underline{X} dépendent seulement des paramètres adimensionnels ν et η . En introduisant des variables adimensionnelles $\underline{U} = \underline{U}^{(1)} + \underline{U}^{(2)}$ et $D = d/L$ dans l'Eq. (3.32), l'expression du facteur d'intensité de contraintes s'obtient:

$$K_I = \frac{E\sqrt{2\pi}}{8\delta} \sqrt{L} \lim_{D \rightarrow 0} \frac{\llbracket U_Y(D) \rrbracket}{\sqrt{D}} \tag{3.49}$$

Pourtant, selon les expressions précédentes de $U^{(1)}$ et $U^{(2)}$ dans l'Eq. (3.48), des expressions suivantes peuvent s'écrire:

$$\frac{\sqrt{2\pi}}{8\delta} \times \lim_{D \rightarrow 0} \frac{\llbracket U_Y^{(1)}(D) \rrbracket}{\sqrt{D}} = \frac{(1-b)p_0}{E} \Psi_1(\nu, \eta) \tag{3.50}$$

$$\frac{\sqrt{2\pi}}{8\delta} \times \lim_{D \rightarrow 0} \frac{\llbracket U_Y^{(2)}(D) \rrbracket}{\sqrt{D}} = \frac{bp_0}{E} \Psi_2(\nu, \eta) \tag{3.51}$$

En tenant compte des Eqs. (3.50) et (3.51), l'expression générale du facteur d'intensité de contraintes dans l'Eq. (3.49) devient :

$$K_I = p_0 \sqrt{L} [(1-b)\Psi_1(\nu, \eta) + b\Psi_2(\nu, \eta)] \tag{3.52}$$

Il convient de noter que le facteur K_I est indépendant du module d'Young E et est une fonction affine du coefficient de Biot b . Les fonctions $\Psi_1(\nu, \eta)$ et $\Psi_2(\nu, \eta)$ sont numériquement calculées et une expression approximative pour ces fonctions est déterminée par ajustement de courbe. Pour chercher l'expression de l'ajustement de courbe $\Psi_1(\nu, \eta)$, il

est important de prendre en considération le fait que la limite de cette fonction pour $\eta \rightarrow \infty$ est analytiquement connue. Dans ce cas, la pression dans la fracture est constante et égale à p_0 . Les formules du facteur d'intensité de contrainte déduites de la théorie de la mécanique linéaire de la rupture (Kanninen et Popelar, 1985 ; Broek, 1982 ; Tada et al., 2000) donne $K_I = p_0 \sqrt{\pi L}$ avec $b = 0$, et puis selon l'Eq. (3.52) :

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} \Psi_1(v, \eta) = \sqrt{\pi} \quad (3.53)$$

Cette expression est valable pour les deux conditions : contrainte et déformation plane.

Pour déterminer numériquement les deux fonctions $\Psi_1(v, \eta)$ et $\Psi_2(v, \eta)$, un domaine carré de taille 10×10 (de longueurs adimensionnelles) contenant une fracture d'unité de longueur est modélisé. Toutes les conditions aux limites hydrauliques et mécaniques sont reproduites comme celles présentées dans la Figure 3-11. La matrice est supposée poroélastique linéaire et isotrope avec $E = 1$, $b = 1$, $k = 1$. La fracture a une conductivité $c = \eta$, celle qui est variée dans une gamme large. Les résultats pour le cas d'injection d'une pression constante $p_0 = 1$ sont présentés dans les Figure 3-20 and Figure 3-21.

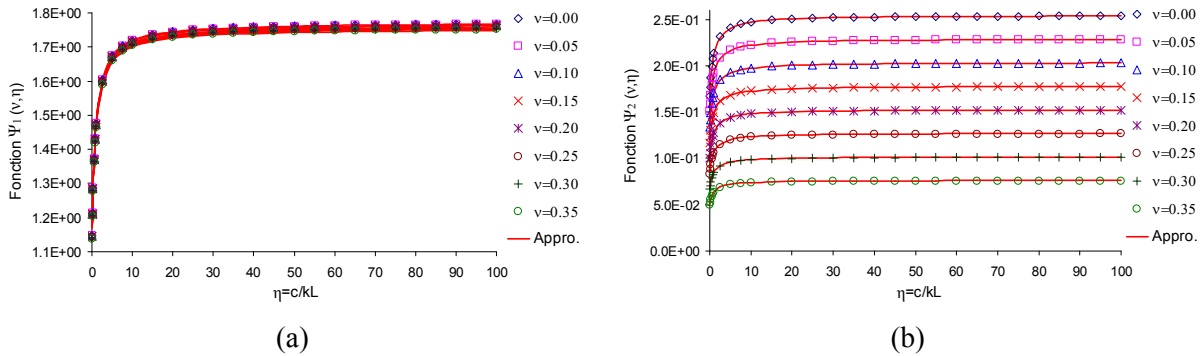


Figure 3-20 – Evolution des fonctions (a) Ψ_1 et (b) Ψ_2 dépendant des deux coefficients v et η dans la configuration de contrainte plane.

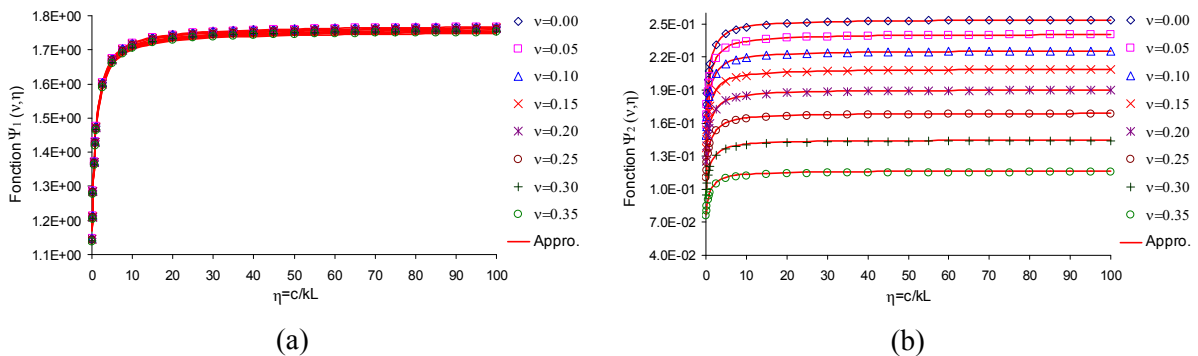


Figure 3-21 – Evolution des fonctions (a) Ψ_1 et (b) Ψ_2 dépendant des deux coefficients v et η dans la configuration de déformation plane.

Les résultats numériques sont utilisés afin de construire des expressions approximatives pour $\Psi_1(v, \eta)$ et $\Psi_2(v, \eta)$ par ajustement de courbe. Les solutions approximatives déterminées pour ces deux fonctions par ajustement de courbe pour les cas de contrainte plane et déformation plane sont donnés dans les expressions suivantes :

$$\Psi_1(\eta, v) = \frac{\sqrt{\pi}}{3} \frac{2+3\eta}{1+\eta} \quad (3.54)$$

$$\Psi_2(\eta, v) = \frac{\sqrt{\pi}}{21} \frac{2+3\eta}{1+\eta} \zeta \quad (3.55)$$

où $\zeta = 1 - 2v$ en contrainte plane et $\zeta = (1 - 2v)/(1 - v)$ en déformation plane.

Une petite dépendance de v sur $\Psi_1(v, \eta)$ dans l'Eq. (3.54) a été trouvée (un facteur de $1 - 0.03v$), celle qui est négligée et également un facteur numérique 0.048 trouvé pour $\Psi_2(v, \eta)$ dans l'Eq. (3.55) a été simplifié à $1/21$. Il est à noter que l'expression (3.54) vérifie la condition (3.53). En plus, la même fonction de η est trouvée pour les deux fonctions $\Psi_1(v, \eta)$ et $\Psi_2(v, \eta)$ en contrainte plane et déformation plane.

Les Figure 3-20a et Figure 3-20b présentent des résultats numériques (symboles) pour les deux fonctions $\Psi_1(v, \eta)$ et $\Psi_2(v, \eta)$ dans le cas de contrainte plane et des prédictions par des expressions d'ajustement (lignes continues). Un bon accord est obtenu entre ces expressions approximatives et des résultats numériques.

De façon similaire, les Figure 3-21a et Figure 3-21b présentent des résultats pour $\Psi_1(v, \eta)$ et $\Psi_2(v, \eta)$ dans le cas de déformation plane. Les expressions approximatives sont en bon accord avec des résultats numériques.

3.3.5.2 Configurations axisymétriques

Le cas de symétrie axiale (i.e. axisymétrique) représente une fracture de forme d'un disque autour d'un puits de rayon r_0 depuis lequel le fluide est injecté dans le réservoir (Figure 3-22).

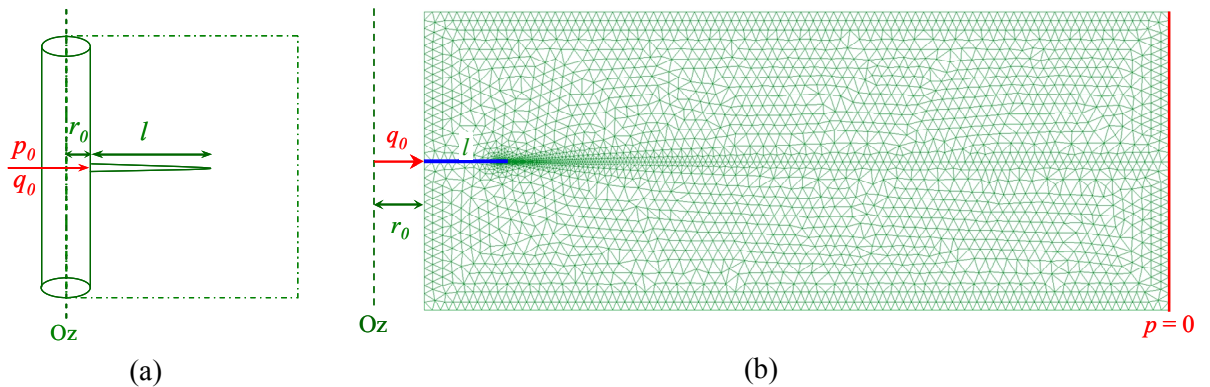


Figure 3-22 – (a) Géométrie du puits d'injection pour le cas axisymétrique, (b) Géométrie de l'injection d'un fluide à débit constant pour le cas axisymétrique.

Deux cas d'injection de fluide, (a) avec une pression constante p_0 ou bien (b) avec un débit d'injection constant q_0 sont considérés. Le système des équations pour le champ de pression $p(r, z)$ est le suivant :

$$\begin{aligned}
 \forall \underline{x} \in \Omega; \quad C_p \partial_t p &= k \Delta p - b \partial_t (\partial_i u_i) \\
 \forall \underline{x} \in \partial_f \Omega; \quad \frac{1}{r} \partial_r (cr \partial_r p) + k [\partial_z p] &= \partial_t [u_z] \\
 \forall z \neq 0; \quad \partial_r p(r_0, z) &= 0 \text{ and } \lim_{\|\underline{x}\| \rightarrow \infty} p(\underline{x}) = 0 \\
 (a) \quad p(r_0, 0) &= p_0, \quad (b) \quad -c \partial_r p(r_0, 0) = q_0
 \end{aligned} \tag{3.56}$$

Il est à noter que q_0 désigne le débit injecté dans la fracture sur l'unité de longueur de sa section avec le puits. La masse totale de fluide injecté dans la fracture est ainsi $M = 2\pi r_0 q_0$.

Pour le problème plan, la longueur de la fracture L est prise comme la longueur de référence. Or, pour le problème axisymétrique, il est plus approprié de prendre le rayon du puits d'injection r_0 comme la longueur de référence et de définir des variables adimensionnelles suivantes :

$$\begin{aligned}
 Z &= z/r_0, \quad R = r/r_0, \quad L^* = l/r_0 \\
 \eta^* &= c/kr_0, \quad Q_0 = q_0/k
 \end{aligned} \tag{3.57}$$

avec $\underline{X} = (R, Z)$. Les équations adimensionnelles pour le problème d'écoulement stationnaire avec deux cas d'injection s'écrivent:

$$\begin{aligned}
 \forall \underline{X} \in \Omega; \quad \Delta p(R, Z) &= 0 \\
 \forall R \in [1, 1+L^*]; \quad \eta^* \frac{1}{R} \partial_R [R \partial_R p(R, 0)] + [\partial_Z p(R, 0)] &= 0 \\
 \forall Z \neq 0; \quad \partial_R p(1, Z) &= 0, \quad \lim_{\|\underline{X}\| \rightarrow \infty} p(R, Z) = 0 \\
 (a) \quad p(1, 0) &= p_0, \quad (b) \quad \eta^* \partial_R p(1, 0) = -Q_0
 \end{aligned} \tag{3.58}$$

Différemment du problème plan, L^* représente la longueur adimensionnelle de la fracture. Il est à noter que la solution $p(R, Z)$ dépend seulement de deux paramètres η^* et L^* et est proportionnel à la pression imposée p_0 ou bien le débit imposé Q_0 . La solution pour le cas (a) s'écrit :

$$\text{Cas (a):} \quad p(p_0, \eta^*, L^*, R, Z) = p_0 \Phi(\eta^*, L^*, R, Z) \tag{3.59}$$

Si la solution $\Phi(\eta^*, L^*, R, Z)$ est connue puis en calculant $\partial_R p(1, 0) = p_0 \partial_R \Phi(\eta^*, L^*, 1, 0)$ et en mettant cette quantité égale à $-Q_0$, la solution pour le cas (b) peut être obtenue :

$$\text{Cas (b):} \quad p(Q_0, \eta^*, L^*, R, Z) = -[Q_0 / \partial_R \Phi(\eta^*, L^*, 1, 0)] \Phi(\eta^*, L^*, R, Z) \tag{3.60}$$

Ainsi la solution du champ de pression dans les deux cas (a) et (b) peuvent être connues si la fonction Φ est déterminée. Il est supposé que la fonction Φ , et donc le champ de pression p soit connue. La notation suivante est employée afin d'établir des équations adimensionnelles:

$$\underline{X} = \underline{x}/r_0, \quad \tilde{\partial}_i(\cdot) = \partial(\cdot)/X_i = r_0 \partial(\cdot)/x_i = r_0 \partial_i(\cdot), \quad \underline{U} = \underline{u}/r_0 \quad (3.61)$$

Pour l'élasticité linéaire et isotrope avec le coefficient de Poisson ν et en utilisant des notations adimensionnelles dans l'Eq. (3.61), l'Eq. (3.38) deviendra :

$$\begin{aligned} \forall \underline{X} \in \Omega; \quad & \frac{1}{1-2\nu} \tilde{\partial}_{ik} U_k^{(1)} + \tilde{\partial}_{kk} U_i^{(1)} = 0 \\ \forall \underline{X} \in \partial_f \Omega; \quad & \frac{1}{2(1+\nu)} \left(\frac{2\nu \tilde{\partial}_k U_k^{(1)}}{1-2\nu} + \tilde{\partial}_i U_j^{(1)} + \tilde{\partial}_j U_i^{(1)} \right) n_j \\ & = -\frac{1-b}{E} p(\eta^*, L^*, \underline{X}) n_i \\ \forall \underline{X} \in \partial_u \Omega; \quad & U_X^{(1)}(\underline{X}) = 0, \quad \lim_{\|\underline{X}\| \rightarrow \infty} \underline{U}^{(1)}(\underline{X}) = 0 \end{aligned} \quad (3.62)$$

et :

$$\begin{aligned} \forall \underline{X} \in \Omega; \quad & \frac{1}{2(1+\nu)} \left(\frac{1}{1-2\nu} \tilde{\partial}_{ik} U_k^{(2)} + \tilde{\partial}_{kk} U_i^{(2)} \right) \\ & = \frac{b}{E} \tilde{\partial}_i p(\eta^*, L^*, \underline{X}) \\ \forall \underline{X} \in \partial_f \Omega; \quad & \left(\frac{2\nu}{1-2\nu} \tilde{\partial}_k U_k^{(2)} + (\tilde{\partial}_i U_j^{(2)} + \tilde{\partial}_j U_i^{(2)}) \right) n_j = 0 \\ \forall \underline{X} \in \partial_u \Omega; \quad & U_X^{(2)}(\underline{X}) = 0, \quad \lim_{\|\underline{X}\| \rightarrow \infty} \underline{U}^{(2)}(\underline{X}) = 0 \end{aligned} \quad (3.63)$$

On déduit de cette linéarité que la solution $\underline{U}^{(1)}$ est proportionnel à $(1-b)/E$ et à p_0 ou bien Q_0 à travers la fonction p , et que la solution $\underline{U}^{(2)}$ est proportionnel à b/E et à p_0 ou bien Q_0 en fonction des conditions d'injection. Dans la suite de cette section, le cas d'injection (a), correspondant à la condition d'injection d'une pression constante p_0 , est considéré. L'analyse de ces équations permet d'écrire la solution sous la forme suivante :

$$\underline{U}^{(1)} = \frac{(1-b)p_0}{E} \underline{W}^{(1)}(\nu, \eta^*, L^*, \underline{X}), \quad \underline{U}^{(2)} = \frac{bp_0}{E} \underline{W}^{(2)}(\nu, \eta^*, L^*, \underline{X}) \quad (3.64)$$

Les fonctions $\underline{W}^{(1)}$ et $\underline{W}^{(2)}$ ne dépendent que des paramètres ν , η^* et L^* . En notant que $\underline{U} = \underline{U}^{(1)} + \underline{U}^{(2)}$ et en introduisant la variable adimensionnelle $D^* = d/r_0$ dans l'Eq. (3.32), l'expression suivante du facteur d'intensité de contraintes peut s'obtenir :

$$K_I = \frac{E\sqrt{2\pi}}{8\delta} \sqrt{r_0} \lim_{D^* \rightarrow 0} \frac{\llbracket U_Y(D^*) \rrbracket}{\sqrt{D^*}} \quad (3.65)$$

Puis, si les fonctions $\Psi_1(v, \eta^*, L^*)$ et $\Psi_2(v, \eta^*, L^*)$ sont définies par :

$$\Psi_1(v, \eta^*, L^*) = \frac{\sqrt{2\pi}}{8\delta} \times \lim_{D^* \rightarrow 0} \frac{\llbracket W_Y^{(1)}(D^*) \rrbracket}{\sqrt{D^*}} \quad (3.66)$$

$$\Psi_2(v, \eta^*, L^*) = \frac{\sqrt{2\pi}}{8\delta} \times \lim_{D^* \rightarrow 0} \frac{\llbracket W_Y^{(2)}(D^*) \rrbracket}{\sqrt{D^*}} \quad (3.67)$$

Puis, le facteur d'intensité de contraintes K_I s'obtient :

$$K_I = p_0 \sqrt{r_0} \left[(1-b)\Psi_1(v, \eta^*, L^*) + b\Psi_2(v, \eta^*, L^*) \right] \quad (3.68)$$

Il est à noter que le facteur d'intensité de contraintes K_I est indépendant du module d'Young E de la matrice et est une fonction affine du coefficient de Biot b . Les deux fonctions $\Psi_1(v, \eta^*, L^*)$ et $\Psi_2(v, \eta^*, L^*)$ sont numériquement calculées et une expression approximative pour ces fonctions est déterminée par ajustement de courbe. L'attention est également attirée sur le fait que pour le cas limite de $\eta^* \rightarrow \infty$, la pression devient constante et égale à p_0 dans la fracture. Dans ce cas, pour le cas limite de $r_0 \rightarrow 0$, la fracture devient un disque circulaire et puis une expression limite peut être déduite à partir des résultats analytiques bien connus dans la bibliographie pour des solides élastiques (Kanninen et Popelar, 1985 ; Broek, 1982 ; Tada et al., 2000) :

$$K_I = (2/\sqrt{\pi}) p_0 \sqrt{l} \quad (3.69)$$

A partir de cette limite et l'expression (3.68) lors que $b = 0$, la condition limite suivante est déduite pour la fonction $\Psi_1(v, \eta^*, L^*)$:

$$\lim_{\eta^* \rightarrow \infty} \Psi_1(v, \eta^*) = 2/\sqrt{\pi} \quad (3.70)$$

La limite (3.70) sera utilisée pour contraindre l'expression de la fonction $\Psi_1(v, \eta^*, L^*)$ par ajustement de courbe.

Afin de déterminer numériquement deux fonctions $\Psi_1(v, \eta^*, L^*)$ et $\Psi_2(v, \eta^*, L^*)$, un domaine de la taille 100×20 unités de longueur (adimensionnelle) contenant une fracture située à la ligne médiane du domaine est considéré. La longueur de fracture prend 6 valeurs différentes entre 0.5 et 10 (voir la Figure 3-22). Le rayon du puits est supposé égal à $r_0 = 1$. Aucun chargement mécanique n'est appliqué sur le modèle. Le déplacement horizontal est bloqué sur le bord gauche du domaine représentant la paroi du puits, tandis que le

déplacement vertical est seulement bloqué au point situé au milieu du bord droit. Tous les deux bords supérieur et inférieur sont supposés libres en contrainte. La matrice est supposée poroélastique linéaire et isotrope avec $E = 1$, $b = 1$, $k = 1$. La fracture n'a aucune raideur mais a une conductivité $c = \eta^*$, qui est variée dans une large gamme. Les résultats pour le cas d'injection d'une pression constante $p_0 = 1$ sont utilisés afin de construire des expressions approximatives pour deux fonctions $\Psi_1(v, \eta^*, L^*)$ et $\Psi_2(v, \eta^*, L^*)$. Les expressions obtenues par cette méthode sont les suivantes :

$$\Psi_1(v, \eta^*, L^*) \simeq \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{2L^{*3/2}\eta^* + 7(L^* + 1)}{2L^*\eta^* + 7(2L^* + 1)} \right] \quad (3.71)$$

$$\Psi_2(v, \eta^*, L^*) \simeq \frac{40}{3}(1 + v - 5v^2) \left[\frac{1 + \eta^*}{3 + \eta^*} \right] \left[\frac{L^*}{9 + 16L^* + 5L^{*2}} \right] \quad (3.72)$$

La Figure 3-23 présente l'évolution de la fonction $\Psi_1(v, \eta^*, L^*)$ dépendant de η^* et L^* . Il est intéressant de noter que la fonction $\Psi_1(v, \eta^*, L^*)$ ne dépend pas de coefficient de Poisson v . Les courbes approximatives sont en bon accord avec des résultats numériques représentés par des symboles. Il est évident que l'Eq. (3.71) satisfait bien la limite (3.70) lors que r_0 tend vers zéro et η^* tend vers l'infini.

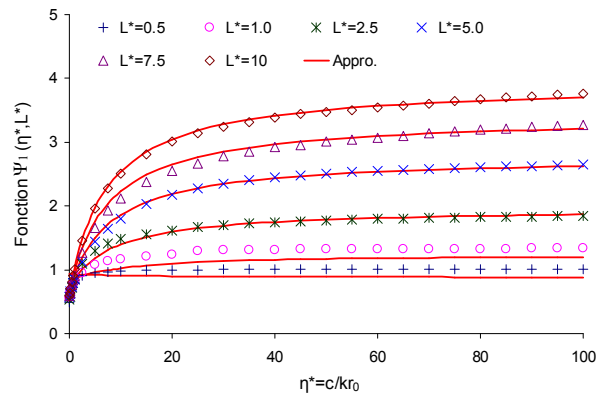


Figure 3-23 – Evolution de la fonction Ψ_1 dépendant des paramètres v et $\eta^* = c/kr_0$ pour le cas axisymétrique lors qu'une pression constante $p_0 = 1$ est injectée dans la fracture.

Les Figure 3-24a,b,c,d,e,f présentent l'évolution de la fonction $\Psi_2(v, \eta^*, L^*)$ dépendant de v , η^* et l/r_0 pour le cas axisymétrique. Les courbes approximatives et les résultats numériques sont en bon accord.

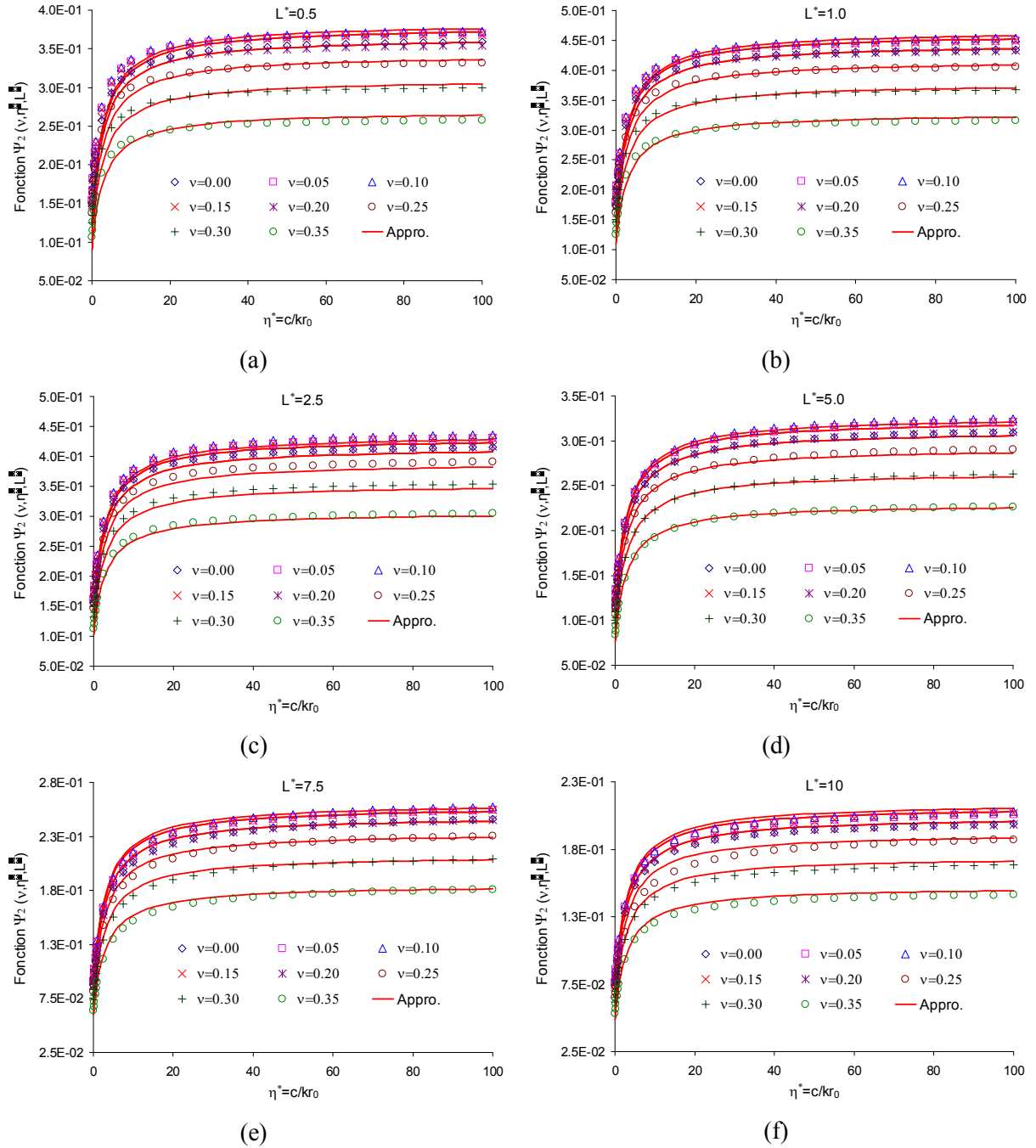


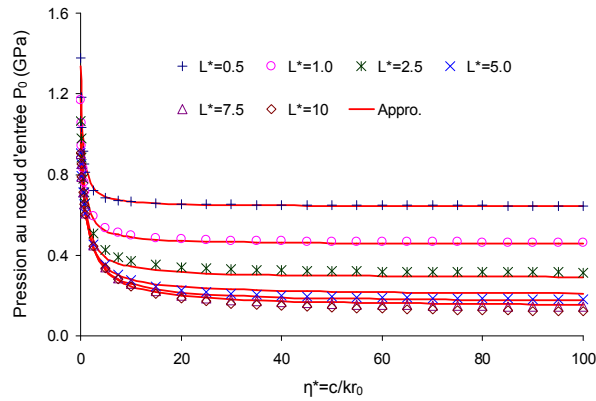
Figure 3-24 – Evolution de la fonction Ψ_2 dépendant des paramètres ν , $\eta^* = c/kr_0$ and $L^* = l/r_0$ pour le cas axisymétrique lors de l'injection d'une pression constante $p_0 = 1$ dans la fracture avec différentes valeurs de L^* : (a) $L^* = 0.5$, (b) $L^* = 1.0$, (c) $L^* = 2.5$, (d) $L^* = 5.0$, (e) $L^* = 7.5$, (f) $L^* = 10$.

Pour le facteur d'intensité de contraintes correspondant au cas d'injection d'un débit constant dans la fracture, les mêmes expressions que celles dans les Eqs. (3.71) et (3.72), obtenues lors de l'injection d'une pression constante p_0 , peuvent être utilisées. Par contre, il convient de remplacer la pression constante p_0 par son expression en fonction du débit constant Q_0 qui lui correspond en régime d'écoulement stationnaire. De cette manière, on obtient une expression du facteur d'intensité de contraintes en fonction de débit imposé. Pour

déterminer la relation entre p_0 et Q_0 , le problème hydraulique pour l'injection d'un débit constant est considéré et la pression au point d'entrée pour l'écoulement stationnaire est déterminée pour différentes valeurs de L^* et pour η^* variant entre 0 et 100. D'après les résultats de simulation, l'expression de p_0 en fonction de Q_0 peut être approximée par la formule ci-dessous :

$$p_0 = \frac{1 + \sqrt{L^*} + \sqrt{2}\eta^*/\sqrt{L^*}}{1/4 + \sqrt{2L^*} + 3\eta^*} \frac{r_0}{k} Q_0 \quad (3.73)$$

La Figure 3-25 présente des valeurs obtenues numériquement pour p_0 pour différentes valeurs de L^* et η^* (symboles) et des prédictions données dans l'Eq. (3.73). Un bon accord est observé entre les valeurs numériques et les valeurs approximatives.



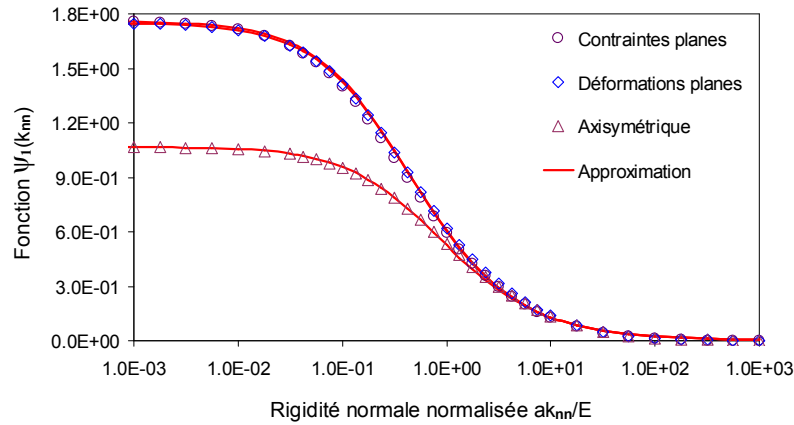
(a)

Figure 3-25 – Evolution de la pression interstitielle au point d'entrée de la fracture dépendant du rapport $L^* = l/r_0$ et $\eta^* = c/kr_0$ lors qu'un débit constant $Q_0 = 1$ est injecté.

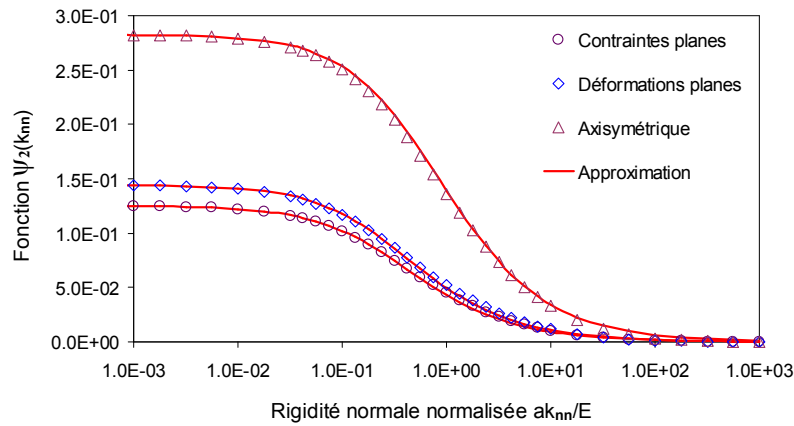
3.3.5.3 Influence des rigidités (pour le cas d'un joint rocheux)

Comme déjà mentionné dans la Section 3.2.3.2, lorsque la fracture est « pleine » (remplie d'autres matières) et se comporte comme un joint élastique, l'expression du facteur d'intensité de contraintes de la théorie de la mécanique linéaire élastique de la rupture n'est plus valable. Dans cette section, une étude paramétrique sur l'influence des rigidités de la fracture sur les deux fonctions Ψ_1 , Ψ_2 et le facteur d'intensité de contraintes K_I est effectuée. Le modèle géométrique, des conditions aux limites ainsi que des propriétés de matériaux utilisés dans la Section 3.3.5.1 sont réemployés sauf que la rigidité normale de la fracture varie dans une large gamme de 6 ordres de grandeur. Le calcul est effectué en régime stationnaire pour différentes configurations : contraintes planes, déformations planes et axisymétriques.

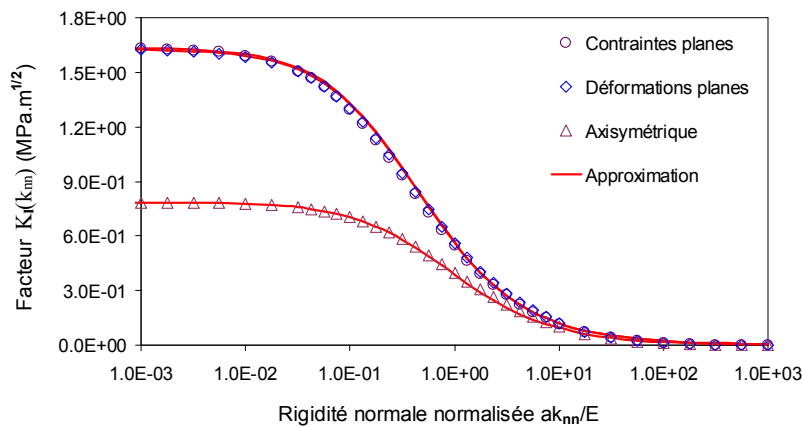
Les Figure 3-26a,b,c présentent des résultats de simulations numériques (symboles) et des valeurs approximatives (lignes continues rouges) par ajustement de courbe.



(a)



(b)



(c)

Figure 3-26 – Comparaison entre des résultats numériques (symboles) et approximatifs (lignes continues rouges) des fonctions adimensionnelles Ψ_1 , Ψ_2 et du facteur d'intensité de contraintes K_I dépendant de la raideur normale k_{nn} de la fracture pour différentes configurations : contraintes planes, déformations planes et axisymétriques.

Les formules approximatives trouvées sont les suivantes :

- Pour des configurations planes :

$$\frac{\Psi_1(k_{nn})}{\Psi_1^0} \text{ ou } \frac{\Psi_2(k_{nn})}{\Psi_2^0} \text{ ou } \frac{K_I(k_{nn})}{K_I^0} = \left[1 + \pi \frac{ak_{nn}}{E} \right]^{-\pi/4} \quad (3.74)$$

- Pour des configurations axisymétriques :

$$\frac{\Psi_1(k_{nn})}{\Psi_1^0} \text{ ou } \frac{\Psi_2(k_{nn})}{\Psi_2^0} \text{ ou } \frac{K_I(k_{nn})}{K_I^0} = \left[1 + \frac{\pi}{2} \frac{ak_{nn}}{E} \right]^{-\pi/4} \quad (3.75)$$

avec Ψ_1^0 , Ψ_2^0 et K_I^0 des valeurs correspondant à la valeur de la raideur normale $k_{nn} = 0$.

Les résultats numériques sont en très bon accord avec l'approximation donnée par ces formules. La forme des Eqs. (3.74) et (3.75) est identique à celle de l'Eq. (3.8) à part un coefficient de multiplicateur qui se distingue dans les cas planes (π) et axisymétriques ($\pi/2$).

3.3.5.4 Exemples d'application

Dans cette partie, deux exemples d'application sont présentés afin d'illustrer comment les expressions approximatives données dans les sections précédentes peuvent être utilisées.

Le premier exemple correspond au cas de fracturation hydraulique autour d'un puits pétrolier. La Figure 3-27a présente, pour la configuration axisymétrique, l'évolution du facteur d'intensité de contraintes par rapport à la longueur de la fracture ($L^* = l/r_0$) lorsque le fluide est injecté dans la fracture à un débit constant. Ainsi, la propagation de fracture est accompagnée par une diminution du facteur d'intensité de contraintes et puis s'arrête nécessairement pour une longueur donnée de la fracture lorsque le facteur d'intensité de contraintes atteint la ténacité du matériau. La propagation peut être considérée comme stable dans ce cas. Ce résultat montre que pour la fracturation hydraulique sous un débit d'injection constant, une longueur maximale de la fracture est obtenue.

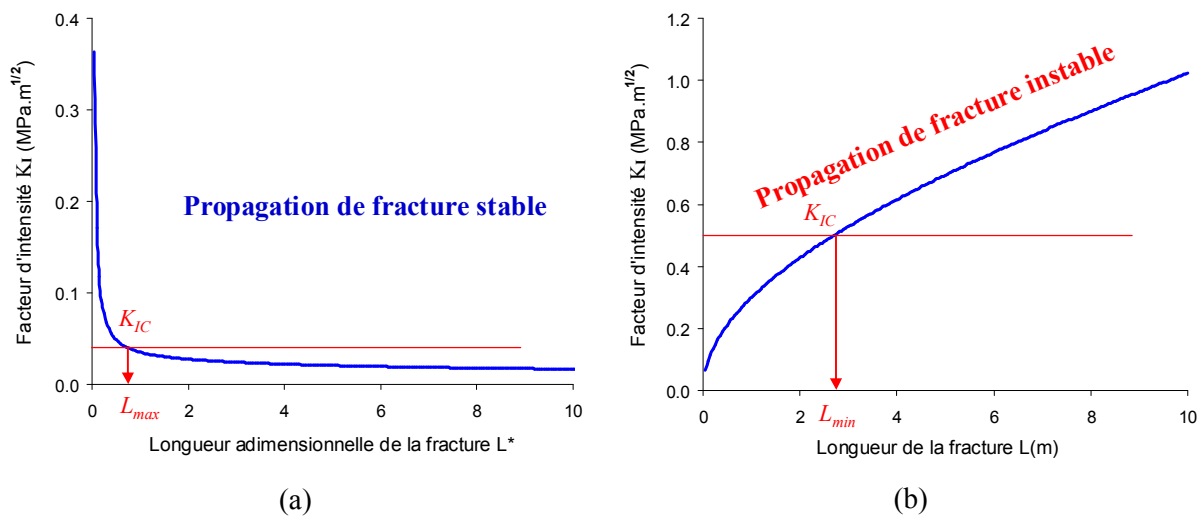


Figure 3-27 – Evolution du facteur d'intensité de contraintes lors de l'injection : (a) un débit constant pour le cas axisymétrique avec: $c = 100$, $k = 1$, $r_0 = 0.25$, $\nu = 0.25$, $Q_0 = 1$, (b) une pression constante pour le cas plan avec: $c = 100$, $k = 1$, $\nu = 0.25$, $p_0 = 1$.

En revanche, une autre situation peut être considérée, celle qui consiste en des projets de stockage géologique de CO₂ dans des formations de réservoir. Un risque parfois considéré et analysé, est que le CO₂ perce des couches supérieures notamment la couverture et que la fracture se propage dans ces couches sous l'effet de la pression d'injection de CO₂ dans le réservoir. Cette propagation peut être représentée par une géométrie plane avec hypothèse de déformation plane, sous l'injection d'une pression constante égale à la pression du réservoir. La [Figure 3-27b](#) présente l'évolution du facteur d'intensité de contraintes par rapport à la longueur de la fracture sous ces conditions (déformation plane, pression d'injection constante).

Le facteur d'intensité de contraintes augmente avec la longueur de la fracture. Lorsque la fracture se propage, le facteur d'intensité de contraintes à la pointe de la fracture augmente et la propagation ne peut pas s'arrêter si la ténacité de matériau ne change pas. Ainsi, la propagation de fracture sous une pression d'injection de fluide constante est instable. Ce résultat montre que si dans un réservoir de stockage de CO₂, les couches de couverture sont percées par une fracture, la propagation continuera jusqu'à ce que la fracture atteigne les couches avec des propriétés mécaniques différentes ou un état de contraintes différent.

3.3.5.5 Influence d'une succion dans la matrice poreuse

Dans des projets de stockage géologique de CO₂ ou bien lors de la fracturation hydraulique, la fracture s'initie et se propage à cause de l'injection d'un fluide à une certaine pression dans cette fracture. Ce fluide injecté agit comme une contrainte extérieure de traction (dans la matrice) appliquée sur les deux lèvres de la fracture tendant à ouvrir la fracture. En raison de l'effet poroélastique, le fluide diffusé dans la matrice entraîne le gonflement de cette dernière et a tendance à fermer la fracture. Lorsque le facteur d'intensité de contrainte résultant de l'effet combiné de ces deux phénomènes dépasse la ténacité de la matrice environnante, la fracture commence à se propager.

Un autre phénomène très courant met en jeu une combinaison de forces hydrauliques et mécaniques pour entraîner la propagation des fractures mais de manière différente de la fracturation hydraulique. Ce phénomène appelé fissuration hydrique provient de l'évaporation d'eau en surface du massif (i.e. la sécheresse) liée aux variations de température. Dans les sols, l'évaporation d'eau génère une pression capillaire (i.e. pression négative ou bien succion selon la convention de signe en mécanique des sols). L'augmentation de la succion se traduit aussi par le développement d'une tension entre les particules qui, en certains points, peut générer des fractures. A l'échelle macroscopique, si le massif est parfaitement homogène sans défaut et les conditions aux limites sont libres de contraintes, le retrait dans ce massif sera homogène et induit une déformation sans provoquer des fractures. Or, lorsque des défauts sont présents dans le massif, le retrait entraîne une concentration de contrainte autour de ces défauts. Si le facteur d'intensité de contraintes résultant de cette concentration dépasse la ténacité du massif, la fracture s'initie et puis se propage.

L'initiation et l'évolution du réseau des fractures dans les sols ont été étudiées par des travaux expérimentaux ([Sanchez et al., 2013](#)) et des modélisations numériques ([Sanchez et al.,](#)

2014). La plupart des modélisations réalisées jusqu'à présent considère un milieu continu et n'introduit pas explicitement des fractures. Certains modèles récents (Sanchez et al., 2014) introduisent des fractures dans le modèle mécanique mais indépendamment du problème hydraulique. La modélisation du problème couplé de fissuration hydrique avec la prise en compte des fractures reste encore un problème ouvert.

L'objectif de cette analyse est d'étudier la répartition de pression interstitielle ainsi que la réponse de ce massif fracturé soumis à une succion. La géométrie du modèle étudié reste similaire à celle dans les analyses précédentes dans la Section 3.2 sauf que la longueur de la fracture est prolongée de 2 à 4m. La symétrie géométrique permet de modéliser seulement la moitié du problème complet. Les propriétés hydrauliques (relatives et adimensionnelles) sont choisies de façon arbitraire comme suit :

- **Joint (fracture)** : conductivité longitudinale $c_t = 1000$, conductivité transversale infinie $c_n \gg c_t$, raideur tangentielle $k_n = 0$, raideur normale $k_{nn} = 1000$ et $k_{nn} = 0$.
- **Matrice poreuse** : la perméabilité est supposée isotrope : $k_{xx} = k_{yy} = 1$ et $k_{xy} = 0$, module d'Young $E = 4000$, coefficient de Poisson $\nu = 0.3$.

En termes des conditions aux limites et initiales, le massif est supposé saturé et une pression $p_1 = p_2 = -1$ est appliquée aux deux côtés gauche et droit du massif tandis que les deux bords supérieur et inférieur sont supposés à flux de fluide nul. Il en résulte une pression homogène dans la matrice. En ce qui concerne les conditions aux limites mécaniques, le déplacement vertical est bloqué aux deux bords supérieur et inférieur. Le déplacement horizontal est bloqué sur les deux coins du côté gauche. Un calcul en régime d'écoulement stationnaire s'effectue pour cette analyse.

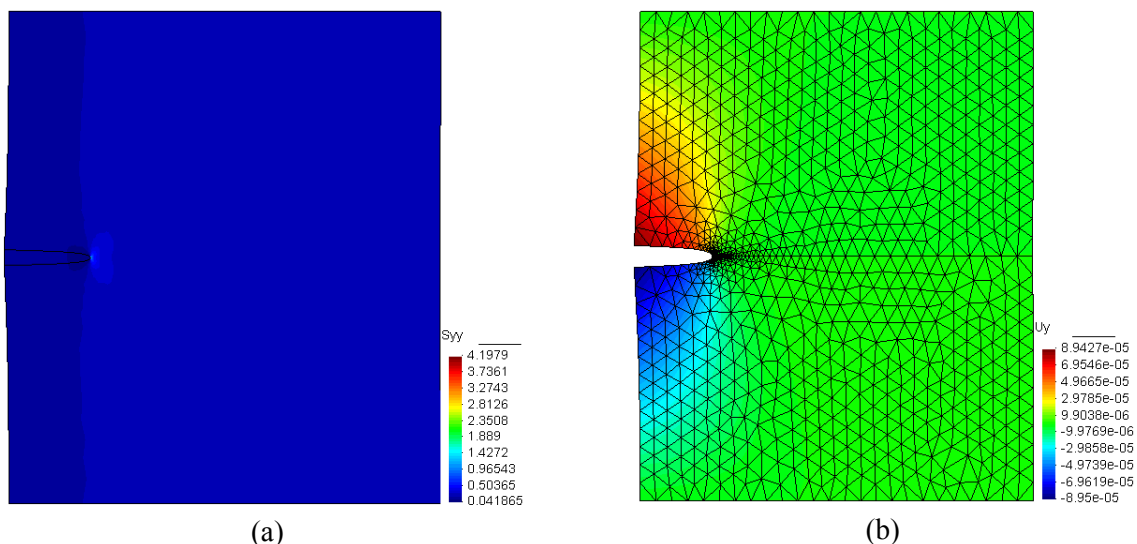


Figure 3-28 – (a) Champ de contraintes σ_{yy} dans le modèle, (b) Champ de déplacement vertical u_y dans le modèle.

Les résultats présentés sur la [Figure 3-28](#) montrent que sous l'effet d'une succion, la matrice poreuse se contracte. A cause des blocages aux bords, cette contraction se transforme en une tension appliquée sur les lèvres de la fracture (i.e. le joint), ce qui provoque l'ouverture de ce dernier. Une valeur de $K_I = 0.2681 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ est évaluée par cette analyse.

Dans cet exemple, un certain nombre d'hypothèses simplificatrices ont été introduites et méritent d'être améliorées. Plusieurs volets peuvent être considérés : (i) modélisation transitoire en tenant compte de l'aspect non saturé (dans lequel interviennent le degré de saturation et la courbe de rétention d'eau), (ii) utilisation du modèle de fracture cohésive pour modéliser l'initiation et la propagation de fracture, (iii) prise en compte de la dépendance de la perméabilité relative au degré de saturation ou à la succion. L'objectif de cette analyse était de montrer que les mêmes outils et concepts permettant de modéliser la fracturation hydraulique peuvent s'appliquer aussi à l'étude de la fissuration hydrique dans les géomatériaux.

3.4 Conclusion

La propagation des fractures dans les milieux poreux fracturés présente un grand intérêt dans plusieurs domaines d'applications industrielles: stockage souterrain (CO_2 , déchets radioactifs), géothermie, et domaine pétrolier. Ce phénomène avec le risque de réactivation des failles dans les formations géologiques sont une des préoccupations majeures dans les projets de stockage géologique de CO_2 . L'étude de propagation des fractures exige donc des études approfondies non seulement sur le plan théorique mais aussi sur le plan de modélisation numérique. L'avancé sur ces deux plan permet aussi de progresser sur l'étude de la fissuration ou fracturation dans les milieux poreux soumis à des écoulements multiphasiques, ce qui reste encore, sur certains plans, un problème ouvert.

L'objectif de ce chapitre a été de contribuer à l'étude du problème de propagation hydromécanique des fractures. Pour ce faire, après des études et formulations théoriques du problème, de nombreuses simulations numériques des champs de contraintes et de déformations dans un milieu contenant une fracture ont été réalisées. Les résultats de modèles purement mécaniques ont montré une très bonne compatibilité avec les solutions analytiques existantes, ce qui a permis de valider les démarches de modélisation. Le problème hydromécanique a été résolu en se basant sur le modèle poroélastique de Biot. Les résultats des calculs hydromécaniques ont montré un effet couplé de la contrainte et de la pression interstitielle sur la propagation d'une fracture dans un milieu poreux en présence d'un fluide.

Le couplage hydromécanique entre l'écoulement et la déformation autour d'une fracture dans un milieu poreux a été étudié dans ce chapitre dans le cadre de la poroélasticité linéaire et de l'écoulement de Poiseuille dans les fractures. Une modélisation tenant compte des échanges de la masse de fluide fracture-matrice a été réalisée en utilisant le code aux éléments finis *Porofis*. Il est montré que, quand un fluide est injecté dans la fracture à une pression constante, et en l'absence de propagation de fracture, la valeur maximale du facteur d'intensité de contraintes à l'extrémité de la fracture est atteinte à l'état d'écoulement stationnaire.

L'écoulement stationnaire est plus facile de modéliser tant analytiquement (moins de couplages) que numériquement (temps de calcul plus courts), et permet d'obtenir, dans beaucoup de cas, la propagation maximum de fracture pour une pression d'injection donnée. Des expressions approchées du facteur d'intensité de contraintes pour le cas d'une fracture dans un milieu semi-infini soumis à l'injection de fluide ont été obtenues sur la base des études théoriques et numériques. Il est intéressant de noter que toutes les relations présentées dans ce chapitre et spécialement la décomposition des relations (3.52) et (3.68) pour le calcul du facteur d'intensité de contraintes sont les relations exactes obtenues sur la base de l'étude analytique, et que seules les équations (3.54), (3.55) puis (3.71) à (3.73) sont des solutions approchées obtenues par ajustement des résultats numériques. Ces expressions sont assez précises et, comme il a été montré, très utiles pour la discussion des conditions de propagation de fracture dans différentes situations. Dans le cadre de la fracturation hydraulique, en raison de la propagation rapide de la fracture, le fluide ne peut pas avoir suffisamment de temps pour remplir tout l'espace poreux dans la fracture et le phénomène de "fluid lag" peut apparaître près de l'extrémité de la fracture. Ce phénomène n'est pas encore pris en compte dans cette étude et d'une manière générale, les résultats présentés dans cette étude sont moins adéquats pour les cas de propagation rapide de fracture. Mais ces résultats peuvent être particulièrement intéressants et utiles dans le contexte de stockage géologique de CO₂ où la propagation de fracture est contrôlée par la diffusion du fluide dans le réservoir et devrait être suffisamment lente.

