
Comportement hydromécanique des joints et du milieu poreux

2.1 Comportement mécanique des joints

Un joint dans son ensemble, est considéré comme un volume de l'espace limité par deux surfaces de contact ou épontes. Chaque éponte est localement très irrégulière à cause des variations des formes et l'agencement des grains qui la compose. La position relative des épontes des joints contrôle leur imbrication, et par suite la continuité ou l'absence de zone de contact. En cas d'interruption de la continuité, l'espace vide entre la fracture peut rester vide ou rempli par un matériau. Dans le cas où le vide est rempli, le comportement global de la fracture est lié aux propriétés du matériau de remplissage [Barton et Choubey, 1977]. A l'opposé dans le cas de fracture en contact (non remplie), c'est la rugosité et la résistance en compression des épontes qui contrôlent le comportement global de la fracture. Le comportement mécanique du joint est caractérisé par son comportement sous chargement normale et son comportement en cisaillement.

2.1.1 Modèles de comportement de joints sous chargement normal

Dans cette partie, on présente les modèles utilisés dans la littérature pour étudier le comportement mécanique sous sollicitation normale des fractures dites remplies ou colmatées et les fractures vides ou ouvertes.

Fractures colmatées

De nombreux auteurs ont étudié le comportement des joints sous chargement normal [Shehata et al., 1972; Goodman, 1976; Detournay, 1979; Bandis et al., 1983]. Pour aboutir à des modèles théoriques, ces travaux se sont basés sur des relations qui reproduisent les résultats expérimentaux. Ces essais consistent à évaluer l'évolution du déplacement relatif de la fracture sous un chargement croissant de compression. La plage d'évolution de la contrainte de compression est choisie pour permettre aux roches de rester dans leur phase de déformation élastique pendant les essais. Sous-chargement normal cyclique, Goodman [1976], et Bandis et al. [1983] montrent que le comportement du joint est fortement non-linéaire avec une forme hyperbolique (voir figure 2.1).

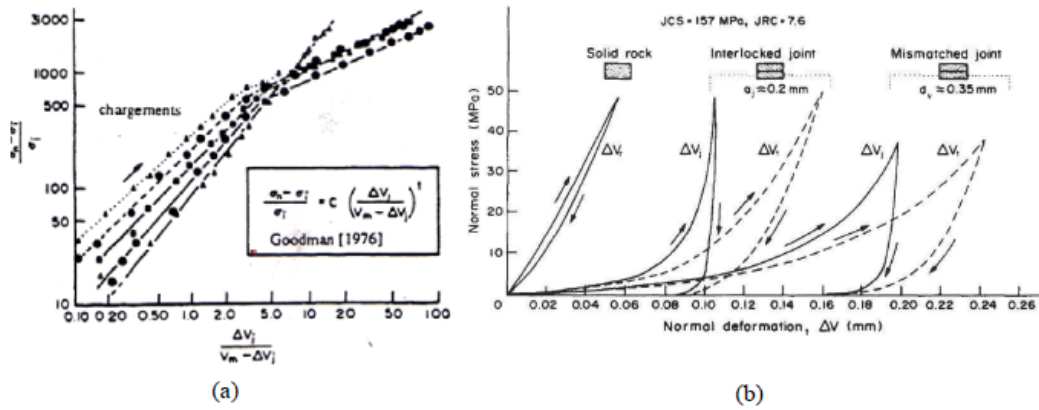


Figure 2.1 – Comportement mécanique en compression normale des discontinuités.
Source : (a) Goodman [1976], (b) Bandis et al. [1983]

Le modèle empirique de Goodman [1976] (figure 2.1(a)) est formulé comme suit :

$$\frac{\sigma_n - \sigma_{n0}}{\sigma_{n0}} = C \left(\frac{u_n}{e - u_n} \right)^t \quad (2.1)$$

avec σ_{n0} une contrainte de référence, e la fermeture maximale de la discontinuité et C et t des constantes du matériau. Dans le modèle de Goodman (voir équation 2.1), la contrainte dépend d'une contrainte de référence, des constantes du matériau de la fermeture maximale et du déplacement normal du joint. La raideur normale est donnée par la relation suivante :

$$k_n = \frac{\partial \sigma_n}{\partial u_n} = \left(1 - \frac{u_n}{e} \right)^{-1} \frac{(t-1)}{u_n} (\sigma_n - \sigma_{n0}) \quad (2.2)$$

Bandis et al. [1983] quant à eux ont proposé une formule hyperbolique pour évaluer l'évo-

lution de la contrainte normale en fonction du déplacement normal (voir figure 2.1(b)) :

$$\sigma_n = k_{nn0} \left(\frac{u_n}{e - u_n} \right) \quad (2.3)$$

avec k_{nn0} la raideur normale initiale. La raideur normal k_{nn} est reliée à la raideur normale initiale k_{nn0} par la relation :

$$k_{nn} = \frac{\partial \sigma_n}{\partial u_n} = k_{nn0} \left(1 - \frac{u_n}{e} \right)^{-2}. \quad (2.4)$$

Fractures ouvertes

Bandis et al. [1983] ont montré que les joints ouverts sont plus déformables que les joints colmatés (voir figure 2.1(b)) avec également un comportement non-linéaire. L'augmentation de la contrainte normale crée de nouvelles zone en contact par déformation élastique, plastique irréversible et ou écrasement des aspérités [Goodman, 1974; Plesha, 1987]. La relation proposée par Bandis et al. [1983] pour ajuster les résultats des essais aux laboratoires des fractures ouvertes sous chargement normal est de la forme semi-logarithmique :

$$\log_{10} \sigma_n = p + qu_n \quad (2.5)$$

p et q étant des constantes du matériau.

2.1.2 Modèles de comportement des joints sous chargement de cisaillement

On présente dans cette section un bref état de l'art des différents modèles de joints utilisés pour étudier leur comportement sous chargement de cisaillement.

Modèle de Patton

Pour établir ce modèle Patton [1966] a effectué des essais sur des échantillons avec des discontinuités en dents de scie inclinées de $i=25^\circ$, 35° , 45° (figure 2.2).

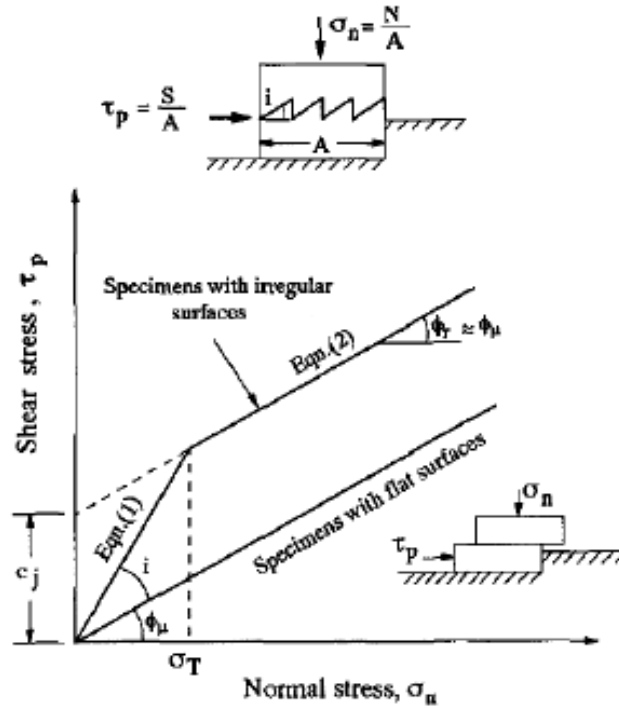


Figure 2.2 – Modèle de Patton. Source : Patton [1966]

Ces essais avaient pour but d'évaluer l'effet de la rugosité sur le comportement en cisaillement de la fracture. Suivant le niveau de contraintes appliqué, il a formulé deux modèles de rupture différents.

Pour de faibles valeurs de contrainte, le mouvement relatif entre les lèvres de la fracture est un glissement suivant la direction positive des aspérités. En d'autres termes, les aspérités se glissent l'une sur l'autre et le comportement de la fracture est donné par la pente du segment supérieur ($\phi_\mu + i$) dans la figure 2.2. L'équation de la résistance s'écrit alors :

$$\tau_p = \sigma_n \tan(\phi_\mu + i), \text{ avec } \sigma_n < \sigma_T \quad (2.6)$$

avec ϕ_μ l'angle de frottement entre deux surfaces planes et non polies du matériau, i l'angle de dilatance, τ_p la contrainte de cisaillement.

En considérant des valeurs de contraintes plus élevées, le glissement des aspérités les unes sur les autres s'arrête car elles sont cisailées. Dans ce cas la résistance est donnée par :

$$\tau_p = C_a + \sigma_n \tan(\phi_r), \text{ avec } \sigma_n \geq \sigma_T \quad (2.7)$$

avec ϕ_r et C_a respectivement l'angle de frottement résiduel et la cohésion apparente. σ_T représente la contrainte normale de transition entre le mode de glissement des aspérités

et leur rupture en cisaillement dans les équations (2.6, 2.7).

Modèle de Ladanyi et Archambault

Le modèle formulé par Ladanyi et Archambault [1969] est une extension de celui de Patton. Il combine le frottement, la dilatance et la résistance des aspérités lors du cisaillement du joint dans un modèle contrainte-dilatance. A partir des travaux de Rowe et Barden [1964], Ladanyi et Archambault [1969] postulent que la force tangentielle au pic S_p , est la somme de 4 composantes. La somme des trois premières composantes $S_1 + S_2 + S_3$ est la répartition du glissement des aspérités sur l'aire $A - A_s$ et la quatrième composante S_4 est due au cisaillement des aspérités réparties sur l'aire A_s . Suivant ce postulat Ladanyi et Archambault [1969] établissent la force tangentielle au pic S_p par :

$$S_p = (S_1 + S_2 + S_3)(A - A_s) + S_4 A_s \quad (2.8)$$

avec, $S_1 = Nv$, la composante de cisaillement due au travail externe en dilatance contre la force normale, $S_2 = Sv \tan \varphi_f$, la composante du cisaillement due au travail interne additionnel en frottement due à la dilatance, $S_3 = N \tan \varphi_b$, la composante du cisaillement due au travail interne en frottement si l'échantillon ne change pas de volume au cours du cisaillement et $S_4 = A\tau_{ca}$, la composante due au cisaillement des aspérités. Dans les composantes du cisaillement le terme N désigne la force normale, v le taux de dilatance à la rupture (dépendant de l'angle de dilatance à la rupture), S la force tangentielle, φ_f l'angle de frottement à la rupture totale des épontes, φ_b l'angle de frottement de base, A la surface totale d'une éponte et τ_{ca} la résistance au cisaillement des aspérités.

Soit a_s , la proportion de la surface projetée des aspérités cisailées A_s par rapport à la surface totale d'une éponte A :

$$a_s = \frac{A_s}{A} \quad (2.9)$$

Alors la contrainte de cisaillement au pic $\tau_p = \frac{S_p}{A}$ est donnée par :

$$\tau_p = \frac{\sigma_n (1 - a_s) (v + \tan \varphi_b) + a_s \tau_{ca}}{1 - (1 - a_s) v \tan \varphi_f} \quad (2.10)$$

Lors du cisaillement sous des contraintes normales faibles, a_s tend vers 0, v tend vers 1 et seul le terme de frottement intervient. Sous des contraintes normales élevées a_s tend vers 1, v tend vers 0 et dans ce cas seul le terme de rupture des aspérités intervient. Sur la base de ces hypothèses Ladanyi et Archambault [1969] formulent une relation empirique

de a_s et v par :

$$a_s = 1 - \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_1}, v = \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_2} \tan i_0 \quad (2.11)$$

avec k_1 et k_2 , deux constantes du matériau par exemple pour des surfaces en dents de scies, des résultats expérimentaux donnent $k_1 \approx 1.5$ et $k_2 \approx 4.0$. i_0 représente la dilatance sous contrainte nulle. Pour une surface naturelle i_0 représente l'aspérité moyenne des facettes des aspérités par rapport au plan moyen.

Le modèle proposé par [Ladanyi et Archambault \[1969\]](#) donne dans certains cas, une meilleure approximation du comportement non-linéaire de la contrainte normale en fonction de la contrainte tangentielle que celui de Patton. Cependant ce modèle présente des inconvénients. En effet le modèle de Ladanyi et Archambault fait intervenir plus de paramètres comparé à celui de Patton et par suite des essais spéciaux. En plus, la définition des paramètres a_s et v rend réversible l'évolution de la rugosité en fonction de la contrainte normale. Quel que soit le processus de déformation, la rugosité de la fracture ne peut que décroître de manière monotone à cause de la dégradation accumulée des aspérités. Avec le modèle de Ladanyi et Archambault, quand la contrainte normale décroît pendant le processus de déformation au cisaillement, la valeur de v augmente au lieu de diminuer, c'est à dire que la rugosité augmente ce qui est physiquement impossible. Ce modèle est donc plus adapté pour des fractures sollicitées par de petits déplacements en cisaillement sous une contrainte normale constante ou croissante de façon monotone. Aussi même si ce modèle ne permet que de calculer la valeur de la contrainte tangentielle au pic (τ_p), il a servi de base pour la construction de modèles constitutifs de [Saeb et Amadei \[1992\]](#), [Simon et Aubertine \[1999\]](#), [Flamand \[2000\]](#) qui décrivent la surface complète contrainte-déformation.

Modèle de Barton

[Barton \[1973\]](#) a proposé un modèle empirique d'un critère de résistance au cisaillement en tenant compte de la rugosité, et de la résistance à la compression donné par :

$$\tau = \sigma_n \tan [JRC \log_{10} (JCS/\sigma_n) + \varphi_r] \quad (2.12)$$

avec JRC (Joint Roughness Coefficient) et JCS (Joint wall Compressive Strength) respectivement le coefficient de rugosité et la résistance à la compression des parois des fractures. Plus tard [Barton et Bandis \[1982\]](#) formulent des relations empiriques pour ajuster et corriger les paramètres JRC et JCS .

2.2 Ecoulement de fluide dans les milieux poreux fracturés

On présente dans cette partie les différentes équations utilisées pour décrire l'écoulement dans les milieux poreux fissurés.

2.2.1 Equations générales de l'écoulement 2D

On considère dans cette partie le milieu poreux comme un domaine 2D Ω comprenant j fractures interconnectées notées Γ_j (voir figure 2.3). On note S l'ensemble des points singuliers, formés à partir des intersections et des extrémités des fractures. Γ désigne l'ensemble des points appartenant aux fractures : $\Gamma = \cup \Gamma_j$.

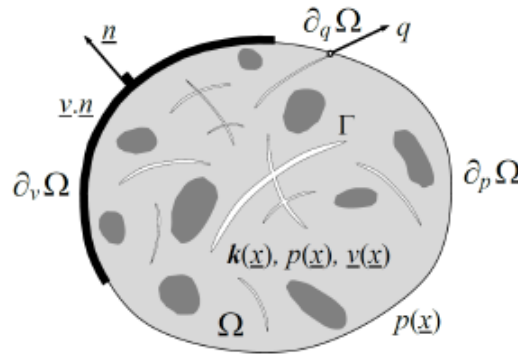


Figure 2.3 – Un milieu poreux fracturé comprenant des fissures intersectées. Source : Pouya et Ghabezloo [2010]

L'écoulement transitoire dans la matrice poreuse c'est à dire dans le domaine $\Omega - \Gamma$ est donné par la loi de Darcy :

$$\forall \underline{x} \in \Omega - \Gamma, \quad \underline{v}(\underline{x}, t) = -k(\underline{x}) \cdot \nabla p(\underline{x}, t) \quad (2.13)$$

où $\underline{v}(\underline{x}, t)$, $p(\underline{x}, t)$ sont respectivement le vecteur de vitesse et la pression locale au point \underline{x} et au temps t . $k(\underline{x})$ est le tenseur de la perméabilité, il est relié à la perméabilité intrinsèque $k_{int}(\underline{x})$ et la viscosité dynamique μ par la relation :

$$\forall \underline{x} \in \Omega - \Gamma, \quad k(\underline{x}) = \frac{1}{\mu} k_{int}(\underline{x}). \quad (2.14)$$

En l'absence de termes sources, la conservation de la masse de fluide dans la matrice s'écrit :

$$\forall \underline{x} \in \Omega - \Gamma, \quad \frac{\partial m_f}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho_f \underline{v}(\underline{x}, t)] = 0 \quad (2.15)$$

avec m_f la masse de fluide dans l'unité de volume du milieu :

$$m_f = \rho_f \phi S_r \quad (2.16)$$

où ρ_f , ϕ , S_r représentent respectivement la densité du fluide, la porosité lagrangienne et le degré de saturation du milieu.

L'écoulement transitoire dans une fracture est généralement pris en compte par la loi de Poiseuille [Louis, 1969; Zhou et al., 2008]. En régime transitoire elle se traduit par une relation linéaire entre le vecteur de décharge q et le gradient de pression dans la fracture :

$$\forall \underline{z}(s) \in \Gamma, \quad q(\underline{z}(s), t) = -c_f(s) p(\underline{z}(s), t). \quad (2.17)$$

Dans l'équation 2.17, c_f représente la conductivité hydraulique de la fracture. Dans la littérature, la conductivité de la fracture est donnée par la loi cubique en supposant les lèvres de la fracture comme deux plaques parallèles entre lesquelles s'établit un écoulement laminaire :

$$c = \frac{e^3}{12\mu}. \quad (2.18)$$

L'échange de masse entre la fissure et la matrice en un point singulier est donné en effectuant la conservation de masse dans un segment de fissure compris entre les abscisses s et $s + ds$ (figure 2.4) :

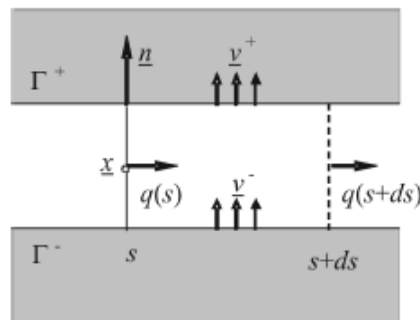


Figure 2.4 – Echange de la masse de fluide entre la fracture et la matrice en un point régulier d'une fracture. Source : Pouya et Ghabezloo [2010]

Le bilan de masse entre les abscisses s et $s + ds$ est donné par Pouya [2012] :

$$\forall \underline{z}(s) \in \Gamma, \quad \text{div}(\rho_f \underline{q}(z, t)) + \|\rho_f \underline{v}\| \cdot \underline{n}(s) + \frac{\partial}{\partial t} [\rho_f e(z, t)] = 0 \quad (2.19)$$

où l'opérateur $\|\underline{v}\| = [\underline{v}^+ - \underline{v}^-]$ représente le saut de vitesse de fluide de part et d'autre de la fracture et \underline{n} le vecteur normal à la fissure orienté de Γ^- à Γ^+ .

L'un des problèmes les plus couramment rencontré dans l'écoulement dans les milieux poreux fissurés est l'échange de masse de fluide à l'intersection des fissures. Dans ce cas, pour dériver l'expression de la conservation de masse pour l'écoulement stationnaire d'un fluide incompressible, et l'écoulement transitoire Pouya et Vu [2012] supposent un domaine D suffisamment petit avec sa frontière ∂D suffisamment proche d'un point d'intersection \underline{z} (figure 2.5).

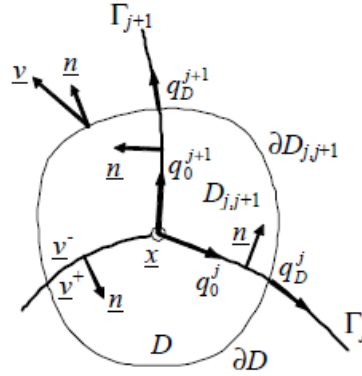


Figure 2.5 – Conservation de la masse à l'intersection entre les fractures. Source Pouya et Vu [2012]

Dans ce domaine D on suppose qu'il y a j fractures qui se coupent en \underline{z} découpant ainsi le domaine D en J sous-domaines $D_{j,j+1}$. Ces sous domaines sont bornés par les fissures Γ_j et Γ_{j+1} , et on suppose que la notation cyclique que $\Gamma_{J+1} = \Gamma_1$. D'après Pouya et Vu [2012], l'échange de la masse entre le domaine D et le reste du milieu est divisé en deux parties notamment l'échange avec la matrice par ∂D par le mouvement de fluide et l'échange avec les fissures à leur intersection avec ∂D par la décharge notée q_j^D .

Ainsi, la conservation de masse de fluide pour le domaine D est donnée par :

$$\frac{\partial M_D}{\partial t} + Q = 0 \quad (2.20)$$

avec M_D la variation de la masse du fluide dans D :

$$\frac{\partial M_D}{\partial t} = \sum_j \int_{D_{j,j+1}} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\Omega + \sum_j \int_{\Gamma_j^D} \frac{\partial \rho_f}{\partial t} ds \quad (2.21)$$

avec ρ, ρ_f respectivement la densité massique du fluide dans la matrice et la fracture. Γ_j^D est la portion de Γ_j dans D . Le flux Q sortant ∂D est donné par :

$$Q = \int_{\partial D} \rho \underline{v} \cdot \underline{n} ds + \sum_{j=1}^J \rho q_j^D \quad (2.22)$$

la conservation de la masse dans le sous-domaine $D_{j,j+1}$ s'écrit :

$$\int_{D_{j,j+1}} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\Omega + \int_{\partial D_{j,j+1}} \rho \underline{v} \cdot \underline{n} ds - \int_{\Gamma_j^D} \rho \underline{v}^+ \cdot \underline{n} ds + \int_{\Gamma_{j+1}^D} \rho \underline{v}^- \cdot \underline{n} ds = 0 \quad (2.23)$$

avec \underline{n} le vecteur unitaire sortant de Γ_j^D et orienté de Γ_j vers le domaine $\partial D_{j,j+1}$. Ainsi en additionnant les j équations de la conservation de la masse dans les j sous-domaines $D_{j,j+1}$ on obtient une équation de la forme :

$$\int_D \frac{\partial \rho}{\partial t} d\Omega + \int_{\partial D} \rho \underline{v} \cdot \underline{n} ds - \sum_j \int_{\Gamma_j^D} \rho \|\underline{v}\| \cdot \underline{n} ds = 0 \quad (2.24)$$

et l'échange de la masse entre les fractures et la matrice en un point d'intersection peut être réécrit sous la forme :

$$\sum_j \int_{\Gamma_j^D} \frac{\partial \rho_f}{\partial t} ds + \sum_j \int_{\Gamma_j^D} \partial_s (\rho q) ds + \sum_j \int_{\Gamma_j^D} \rho \|\underline{v}\| \cdot \underline{n} ds = 0 \quad (2.25)$$

$$\int_{\Gamma_j^D} \partial_s (\rho q) ds = \rho (q_j^D - q_j^0) \quad (2.26)$$

avec q_j^0 le débit sortant du point d'intersection \underline{z} dans la branche j . En substituant les équations (2.21, 2.22, 2.24, 2.25, 2.26) dans l'équation de conservation de la masse dans le domaine D (équation 2.20), l'équation d'échange entre la matrice et les fractures est réduite à :

$$\sum_j q_j^0 = 0. \quad (2.27)$$

2.2.2 Solutions théoriques

Dans la littérature de nombreux auteurs ont étudié l'évolution de la pression dans des milieux poreux fracturés supposés infinis sollicités par un champ de pression sur ses frontières. Ces fractures avaient des formes diverses, variées et étaient pris en compte sous forme de disques elliptiques, ou de lentilles. Pour étudier l'écoulement dans le milieu, des solutions théoriques de l'évolution de la pression ont été proposées en utilisant des méthodes comme le théorème du potentiel, l'approche de sous-structuration associée à la méthode des éléments frontières ou la méthode de collocation. La méthode des potentiels avec des variables complexes ont été utilisées pour la première fois par Liolios et Exadaktylos [2006] pour trouver une solution théorique de la pression dans un milieu infini plan avec plusieurs fractures non-intersectées. Plus tard pour tenir compte des fractures intersectées, Pouya et Ghabezloo [2010] ont considéré les fractures comme une répartition de points sources. Ainsi, la solution générale du potentiel proposée par Pouya et Ghabezloo [2010] est de la forme :

$$p(\underline{x}) = p_{\infty}(\underline{x}) - \frac{c_f}{2\pi k} \sum_j \partial_s p(s) \frac{\underline{x} - \underline{z}^j(s)}{|\underline{x} - \underline{z}^j(s)|^2} \cdot \underline{t}^j(s) ds. \quad (2.28)$$

La solution de l'équation 2.28 est semblable à celle de Liolios et Exadaktylos [2006] si on élude le terme $p_{\infty}(\underline{x})$. Elle est aussi valable dans le cas de fractures intersectées. A partir de transformations linéaires, Pouya et Ghabezloo [2010] ont étendu cette solution dans le milieu isotrope fracturé au cas de milieu anisotrope par :

$$p(\underline{x}) = p_{\infty}(\underline{x}) - \frac{c_f}{2\pi\sqrt{|k|}} \sum_j \int_{\Gamma_j} q^j(s) \frac{\underline{x} - \underline{z}^j(s)}{|\sqrt{|k^{-1}|}[\underline{x} - \underline{z}^j(s)]|^2} \cdot k^{-1} \cdot \underline{t}^j(s) ds \quad (2.29)$$

avec k le tenseur de perméabilité du milieu.

2.3 Couplages hydromécaniques

Par couplage hydromécanique on entend l'interaction entre les processus mécaniques et hydrauliques. A partir de l'impact de ces interactions sur le milieu poreux, selon Rutqvist et Stephansson [2003], on peut les scinder en deux grands processus notamment le couplage direct et le couplage indirect.

En profondeur un milieu poreux ou une fracture rocheuse saturée peut se déformer à

la fois à cause d'un chargement extérieur ou en raison d'un changement du niveau de pression du fluide remplissant ses pores. Une augmentation du chargement externe de compression entraîne une compression de l'ensemble du milieu poreux. Si la force est appliquée rapidement, la diminution du volume de pores a tendance à comprimer le fluide et par suite augmenter la pression interstitielle parce que le fluide n'a pas le temps de s'échapper. Dans le cas où le chargement s'applique lentement, le fluide a le temps de s'écouler dans ce cas la pression du fluide n'augmente pas. Aussi une diminution de la pression des fluides peut conduire à un tassement du milieu poreux avec une réduction du volume des pores et du squelette.

Ainsi, Le couplage hydromécanique direct correspond à un contexte où :

- le passage de la mécanique à l'hydraulique : la variation de contrainte appliquée induit une variation de volume de pores et de ce fait une variation de la pression des pores ou une variation de la masse du fluide ;
- le passage de l'hydraulique à la mécanique de manière analogue se produit lorsque la variation de pression ou la masse de fluide dans le milieu entraîne un changement de volume du milieu.

A l'opposé, le couplage hydromécanique indirect est considéré quand :

- le passage mécanique-hydraulique : la contrainte appliquée entraîne une modification des propriétés hydrauliques ;
- le passage hydromécanique lie la variation de la pression à une modification des propriétés mécaniques du milieu.

Le couplage hydromécanique direct est le plus souvent observé dans tous les types de milieux géologiques et est plus ou moins important dans les roches et les sols à moyenne et faible perméabilité. Le couplage hydromécanique indirect, quant à lui est prépondérant dans les milieux fracturés ou dans les roches intactes avec des inter-grains plats dans les micropores.

Le couplage de l'hydraulique à la mécanique a été reconnu il y a à peu près un siècle. Certaines observations comme l'évolution du niveau de l'eau dans un puits suite à la variation de la marée océanique et/ou aux passages des trains ou encore les tassements de terrains dus au retrait d'eau, ont donné une preuve certaine de l'existence de cette interaction. Les premiers concepts hydromécaniques pour expliquer ces phénomènes ne sont apparus qu'à partir des années 1920. Les travaux qui ont ouvert la porte au développement et à la compréhension du couplage hydromécanique ont été basés sur les travaux de [Terzaghi \[1936\]](#) sur la consolidation des sols. L'idée de ce concept a été de séparer les contraintes appliquées à chaque phase du milieu pour en déduire leurs impacts sur la

structure du milieu. Le concept de contrainte effective est très utilisé en mécanique des sols et des roches sous diverses formes. Dans le cas de solide incompressible on parle de contrainte effective de Terzaghi et de Biot dans le cas compressible.

Les travaux de Terzaghi [1936] sur la consolidation de sol saturé lui ont permis de postuler l'existence d'un tenseur de contrainte qu'il nomme contrainte effective. Cette contrainte traduit le comportement du squelette solide uniquement et se définit par :

$$\sigma' = \sigma + p. \quad (2.30)$$

On considère ici la contrainte de compression comme négative. σ représente la contrainte totale dans une direction donnée dans le sol, p la pression de fluide dans les pores et σ' la contrainte effective. Ce concept, bien que couramment utilisé dans de nombreux problèmes en mécanique des sols, ne prend pas en compte les propriétés physiques intrinsèques du milieu. Pour prendre en compte l'effet d'une propriété du matériau sur l'évolution de la contrainte effective de nombreux travaux ont été effectués notamment Todd et Simmons [1972]; Berryman [1992]; Ghabezloo et al. [2008]. L'idée est de supposer que cette propriété de milieu poreux saturé qu'on notera Q est fonction de la pression et de la contrainte totale : $Q = f(\sigma, p)$. La variation de Q s'écrit alors :

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial Q}{\partial p} dp = \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \left[d\sigma + \left(\frac{\partial Q / \partial p}{\partial Q / \partial \sigma} \right) dp \right] = \frac{\partial Q}{\partial \sigma} d\sigma'. \quad (2.31)$$

Par identification on écrit la variation de la contrainte effective comme une combinaison linéaire de la variation de la pression et de la contrainte totale comme suit :

$$d\sigma' = d\sigma + n_Q dp, \quad \text{avec } n_Q = \frac{\partial Q / \partial p}{\partial Q / \partial \sigma} \quad (2.32)$$

où n_Q représente le coefficient de la contrainte effective associé à la propriété Q .

Dans un milieu poreux compressible, les équations de la poroélasticité établie par Biot [1941] s'écrivent :

$$\sigma_{ij} = 2G\epsilon_{ij} + \left(K_d - \frac{2G}{3} \right) \epsilon_v \delta_{ij} - bp\delta_{ij} \quad (2.33)$$

$$d\phi = bd\epsilon_v + \frac{dp}{N} \quad (2.34)$$

avec ϵ_{ij} , σ_{ij} , $\epsilon_v = \epsilon_{kk}$, G et K_d , qui représentent respectivement, la déformation, la contrainte totale et la déformation volumique, le module de cisaillement et le module de compression drainé. ϕ est la porosité lagrangienne et δ_{ij} est l'opérateur de Kronecker.

Le paramètre b est le coefficient donné par :

$$b = 1 - \frac{K_d}{K_s} \quad (2.35)$$

où K_s est le module de compression des grains. A partir de l'équation 2.33, la contrainte de Biot s'écrit :

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + bp\delta_{ij}. \quad (2.36)$$

Dans le cas de milieu poreux fracturé, le formalisme de la contrainte effective peut s'écrire pour les fractures. Seyedi et al. [2015] en propose la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \sigma_n + b_f p \\ \tau \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{nn} & \\ & k_{tt} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_n \\ u_t \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

avec k_{nn} , k_{tt} la rigidité normale et tangentielle de la fracture. u_n , u_t représentent le déplacement relatif normal et tangentiel des lèvres de la fracture. Le paramètre b_f est défini comme le coefficient de Biot de la fracture.

2.4 Modèles de fissuration des milieux poreux

Deux grandes classes de modèles sont couramment utilisées dans la littérature pour étudier l'amorçage et la propagation des fractures. Il s'agit du modèle de la mécanique linéaire de la rupture et du modèle de la zone cohésive. La mécanique de la rupture a notamment permis de mettre en avant l'importance de l'énergie G du taux de restitution dans la fissuration des matériaux. Cependant, la limite de cette approche est le problème d'amorçage des fractures qui émerge par contre naturellement dans le cas de joints cohésifs à partir du chemin de chargement. Nous présentons dans cette partie, ces différentes approches de modèles de fissurations ainsi que leurs spécificités.

2.4.1 Mécanique linéaire de la rupture

La mécanique de la rupture a pour but d'étudier et prévoir les conditions de propagation des fissures dans les matériaux solides. On distingue deux approches qui sont l'approche en contrainte et l'approche énergétique.

L'approche en contrainte

Outre les travaux précurseurs de [Kirsch \[1898\]](#); [Griffith \[1920\]](#), la mécanique de la rupture n'a connu un développement important qu'à partir des années cinquante. [Kirsch \[1898\]](#) a été l'un des pionniers de cette discipline. En 1898, il étudie à partir de la méthode de contraintes d'Airy, le problème de fracturation d'une plaque infinie contenant un trou circulaire de diamètre a soumis à une contrainte de traction σ_0 (voir figure 2.6).

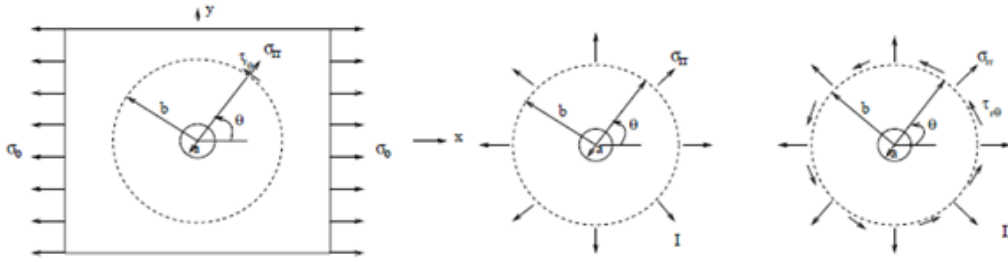


Figure 2.6 – Plaque infinie avec trou circulaire. Source : [Kirsch \[1898\]](#)

Plus tard [Inglis \[1913\]](#), [Westergaard \[1939\]](#), [Williams \[1957\]](#) élargissent la solution du problème de [Kirsch \[1898\]](#) aux cas de fractures de forme elliptique et en forme de V . [Inglis \[1913\]](#) dans ces travaux introduits pour la première fois la notion de facteur de concentration de contraintes. En fait, ce facteur inversement proportionnel au carré du rayon de courbure de l'ouverture se révèle être l'un des paramètres clés dans le processus de fissuration des solides homogènes parfaitement élastiques. Ainsi, les travaux de [Westergaard \[1939\]](#), [Williams \[1957\]](#) ont permis de montrer que le champ de contraintes en pointe de fissures dans un problème statique de corps fissurés parfaitement élastiques sous l'hypothèse des petites déformations peut s'écrire de la forme :

$$\sigma(r, \theta) = \frac{K_\alpha}{\sqrt{r}} f_\alpha(\theta) + \eta(r, \theta), \quad \text{pour } \alpha = I, II, III. \quad (2.38)$$

où (r, θ) représente les coordonnées polaires d'un point du solide repéré à la pointe de la fissure, $f_\alpha(\theta)$ sont des fonctions d'angle. Les termes K_I , K_{II} , K_{III} sont les facteurs d'intensité de contraintes relatifs respectivement aux modes I de propagation (traction normal), II (cisaillement plan), III (cisaillement anti-plan). Ainsi, en s'appuyant sur les travaux de [Williams \[1957\]](#), [Irwin \[1957, 1958\]](#) propose un critère de propagation en

supposant l'existence d'une valeur critique des facteurs de concentration de contraintes :

$$\begin{cases} K_\alpha < K_{\alpha c}, & \Rightarrow \dot{l} = 0 \\ K_\alpha = K_{\alpha c}, & \Rightarrow \dot{l} > 0 \\ \alpha = I, II \text{ ou } III \end{cases} \quad (2.39)$$

Les valeurs de $K_{\alpha c}$ sont des paramètres intrinsèques du matériau qui traduisent le processus de rupture. Le facteur d'intensité des contraintes permet de quantifier l'impact de la singularité du champ de contrainte à la pointe de la fracture. Dans un problème de fissuration plan, les facteurs d'intensité de contrainte sont fonction de la géométrie de la structure, de la forme et longueur de la fracture existante, et du paramètre de chargement. Dans le cas de fracture se propageant le long du plan perpendiculaire à la direction d'application de la charge σ l'expression du facteur d'intensité de contrainte peut être simplifiée sous la forme :

$$K = \Upsilon \sigma \sqrt{\pi a} \quad (2.40)$$

avec Υ un facteur géométrique, a la demie longueur de la fracture existante. Les valeurs de Υ ont été explicitées dans le livre de référence technique [Tada et al. \[2000\]](#).

Le critère défini par [Irwin \[1957, 1958\]](#) certes intéressant est lié à la divergence des contraintes en pointe de fissure issue de l'analyse en élasticité linéaire [[Monerie, 2000](#)]. Or le sens physique impose que les contraintes restent finies en tout point du solide. Les insuffisances locales de cette approche peuvent être résolues en utilisant l'approche énergétique globale.

L'approche énergétique

Cette approche a été construite à partir du raisonnement de [Griffith \[1920\]](#) qui a consisté à analyser la propagation de fissures en considérant les échanges d'énergie mis en jeu. En effet, [Griffith \[1920\]](#) constate pendant le processus de fissuration quasi-statique, pour des matériaux élastiques idéalement fragiles, que l'énergie potentielle macroscopique du système varie avec la surface fissurée. Ainsi, il postule l'existence d'une énergie potentielle supplémentaire correspondant à l'énergie de surface γ dissipée au cours de l'avancement de la fracture. Il compare ensuite l'énergie totale emmagasinée dans la structure avant et après l'éventuelle propagation de la fissure. Lors d'un avancement élémentaire de la fissure, sa surface S augmente de dS et l'énergie totale du solide fissuré passe alors de $E(S)$ à $E(S + dS)$.

$$E(S) = P(S) + 2S\gamma \quad (2.41)$$

avec P l'énergie potentielle mécanique et $2S\gamma$ l'énergie de surface relative à la fissure. En appliquant le principe du minimum de l'énergie potentielle aux systèmes conservatifs, la fissure se propagera lorsque :

$$E(S + dS) = P(S + dS) + 2S\gamma + 2dS\gamma \leq P(S) + 2S\gamma. \quad (2.42)$$

Le critère énergétique s'écrit alors :

$$\begin{cases} G < 2S\gamma, & \Rightarrow \dot{l} = 0 \\ G \geq 2S\gamma, & \Rightarrow \dot{l} > 0 \\ G = -\frac{dP}{dS}. \end{cases} \quad (2.43)$$

Le critère de Griffith fait apparaître le taux de restitution de l'énergie G . Il permet de s'affranchir des singularités en pointe de fissure mais repose sur un bilan énergétique minimaliste. Ainsi en s'appuyant sur les écritures thermodynamiques incluant le second principe et la notion d'entropie une formulation plus complète peut être établie [Monerie, 2000]. Supposons un milieu fissuré Ω contenant une fissure de longueur l , de frontière $\partial\Omega$ soumis à un champ volumique f , à des efforts F sur la partie de la frontière $\partial\Omega_F$ et à des déplacements imposés U sur la partie de la frontière $\partial\Omega_U$, avec $\partial\Omega = \partial\Omega_F \cup \partial\Omega_U$, $\partial\Omega_F \cap \partial\Omega_U = \emptyset$. Le bilan des puissances mécaniques mis en jeu par le système est donné par le premier principe de la thermodynamique :

$$\frac{d}{dt}(U_i + C) = P_e + P_{cal} \quad (2.44)$$

avec U_i l'énergie interne du système, C l'énergie cinétique, P_e la puissance des efforts extérieurs, P_{cal} la puissance calorifique échangée par le système avec l'extérieur. Le second principe de la thermodynamique permet d'écrire :

$$D_1 = T \frac{ds_{en}}{dt} - P_{cal} \geq 0 \quad (2.45)$$

avec D_1 , T , s_{en} respectivement la dissipation totale intrinsèque, la température et l'entropie du solide. A partir des équations 2.44 et 2.45, D_1 devient :

$$D_1 = -s_{en}\dot{T} - \dot{\Psi} + P_e - \dot{C} \quad (2.46)$$

où $\Psi = U_i - s_{en}T$ est l'énergie libre totale du système. L'énergie potentielle du système s'écrit alors :

$$P = \Psi - L, \quad \Psi = \int_{\Omega} \rho\psi(\epsilon)d\Omega \quad \text{et} \quad L = \int_{\Omega} \rho f \cdot u d\Omega + \int_{\partial\Omega_F} F \cdot u ds \quad (2.47)$$

u est la solution du problème mécanique c'est à dire qu'il minimise P . L est l'opposé de l'énergie potentielle des efforts extérieurs $P_e = -\dot{L}$. ψ est la densité massique d'énergie élastique. En négligeant l'énergie cinétique du système (quasi-statique) et en supposant une évolution isotherme, les équations 2.46 et 2.47 donnent :

$$D_1 = -\dot{P} = G\dot{l}, \quad \text{avec } G = -\frac{dP(l)}{dl} \quad (2.48)$$

un critère classique de propagation de la rupture fragile peut alors s'écrire de la forme :

$$\begin{cases} G < G_c, & \Rightarrow \dot{l} = 0 \\ G \geq G_c, & \Rightarrow \dot{l} > 0. \end{cases} \quad (2.49)$$

Le paramètre G_c représente le taux critique de restitution de l'énergie. En se référant à l'équation 2.43 avec un bilan thermodynamique plus complet le taux critique de restitution de l'énergie s'écrit alors : $G_c = 2\gamma +$ énergies dissipées pendant la fissuration (plasticité en pointe de fissure, frottement entre les lèvres de la fracture, ...).

2.4.2 Lien entre l'approche en contrainte et l'approche en énergie

l'approche en contrainte plutôt locale, en apparence opposé à celle énergétique globale, sont reliées par la formule d'Irwin [1960] :

$$G = \frac{\delta}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \quad (2.50)$$

où E , ν sont respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson du solide. δ est un paramètre qui dépend de l'hypothèse adoptée : déformation ou contrainte plane. L'intégrale de Rice [1968] permet de retrouver, et valider la formule de Irwin (équation 2.50). Cette intégrale notée J , est une intégrale de contour indépendante du chemin choisi sans forces volumiques et sans mouvements volumiques appliqués. L'intégrale J peut donc être évaluée dans un contour proche ou éloigné de la fracture ce qui permet d'avoir des résultats pratiques dans le cadre de modélisations numériques type éléments finis.

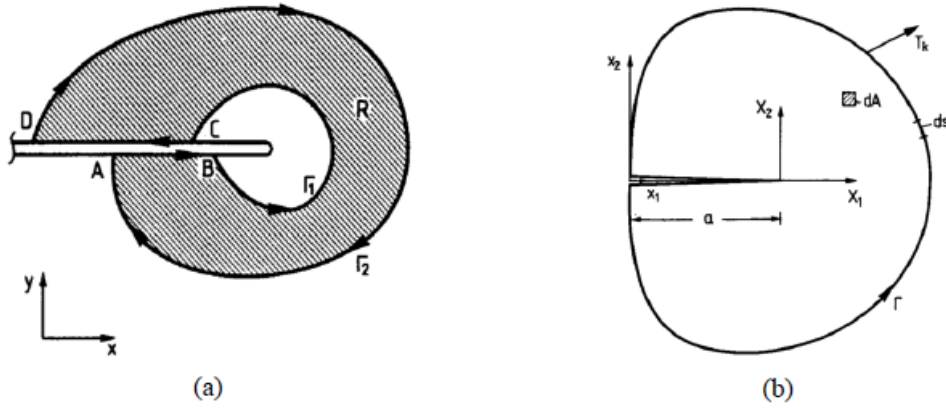


Figure 2.7 – (a) contours Γ_1 et Γ_2 autour de la pointe d’une fracture, (b) composantes de contraintes devant le fond de la fracture. Source : Gdoutos [2005]

L’intégrale J est définie par :

$$J = \int_{\Gamma} \left(\rho \psi(\epsilon) n_1 - \sigma_{ik} n_k \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) ds \quad (2.51)$$

où Γ est un contour orienté ouvert (voir figure 2.7). L’intégrale J nous permet d’évaluer mathématiquement le taux de restitution d’énergie G . En effet, Budiansky et Rice [1973] montrent une équivalence entre l’intégrale J et le taux de restitution d’énergie G quand la fracture se propage rectilignement sous chargement constant :

$$J = G. \quad (2.52)$$

Cette relation permet de calculer le taux de restitution d’énergie sur des matériaux élastiques dans le but d’appliquer les critères de propagation.

2.4.3 Limites de la mécanique de la rupture

La mécanique de la rupture présente des insuffisances liées à sa conception. Dans cette partie nous les présenterons.

Amorçage des fractures

Les critères de propagation de fissures utilisés dans la mécanique de la rupture ne permettent pas de prédire l’amorçage des fractures dans un milieu homogène. En fait les

critères de type Griffith ou Irwin sont incompatibles en absence de pré fissure c'est à dire $l = 0$. Si on considère un chargement extérieur σ_∞ appliqué perpendiculairement à un matériau élastique contenant une fissure de longueur l , la relation 2.40 montre que K est proportionnel à $\sigma_\infty \sqrt{l}$. La relation d'Irwin (équation 2.50) conduit alors à G proportionnel à $\sigma_\infty^2 \sqrt{l}$ et le critère de Griffith permet d'établir que le chargement critique σ_∞^c est proportionnel à $1/\sqrt{l}$. Ainsi, en absence de fracture il est nécessaire d'appliquer une contrainte infinie pour initier des fractures ce qui ne correspond pas à la réalité physique. Pour surmonter cette limite des auteurs ont proposé certaines solutions comme par exemple la définition d'un critère en contrainte et en énergie [Leguillon et al., 1998] ou de seuil d'amorçage et de propagation distincts [Guy et al., 2012], ou en utilisant un modèle d'endommagement [Lemaitre et Chaboche, 1985; Kachanov, 1986].

L'idée derrière le critère d'amorçage est de supposer qu'au-delà d'une valeur critique la fracture passe d'une longueur nulle ou négligeable à une valeur δl de manière discontinue. Ensuite, on utilise cette longueur δl comme longueur de fracture initiale pour pouvoir appliquer les critères de propagation classiques en mécanique de la rupture [Leguillon et al., 1998; Hashin, 1996]. Francfort et Marigo [1998] quant à eux, utilisent le principe de minimum d'énergie associé aux critères classiques pour prédire l'amorçage et l'évolution de la fracture.

Evolution temporelle et spatiale des fractures

Il est difficile de décrire une propagation instable avec la mécanique de la rupture. En effet, l'énergie potentielle mécanique du système P peut être concave ou convexe.

Lorsque P est convexe :

$$\frac{\partial G}{\partial l} = -\frac{\partial^2 P}{\partial l^2} \leq 0 \quad (2.53)$$

car $G = -\frac{\partial P(l)}{\partial l}$. Lorsque la fissure se propage ($G = G_c$) la relation 2.53 montre la fonction G décroît et passe en dessous du seuil. Ainsi, le chargement doit augmenter pour continuer la propagation. La propagation de la fracture est donc stable.

A l'inverse lorsque P est concave :

$$\frac{\partial G}{\partial l} = -\frac{\partial^2 P}{\partial l^2} \geq 0. \quad (2.54)$$

Lorsque G_c est atteint, la fracture se propage et la fonction G continue à croître même quand le chargement critique est maintenu constant. La propagation est donc instable et

la longueur de la fracture ne peut être déterminée par des méthodes classiques. Ainsi, des hypothèses supplémentaires seront nécessaires pour estimer cette longueur.

Pour l'évolution spatiale de la fracture, l'analyse en 2D du processus de la fracturation avec la mécanique de la rupture ne permet pas de prendre en compte le changement de direction de la fracture. D'autres méthodes comme par exemple les zones cohésives permettent de s'affranchir de ces insuffisances.

2.4.4 Les modèles de joints cohésifs

Le modèle de joint cohésif a été introduit initialement au début des années soixante [Dugdale, 1960; Barenblatt, 1962]. La particularité de cette approche est de pouvoir s'affranchir des contraintes infinies en pointe de fissure obtenues dans l'analyse avec la mécanique de la rupture classique. L'évolution de la fracture est décrite à partir de critères locaux et/ou énergétiques sous la forme de relation entre le saut de déplacement et la contrainte qui s'exercent au niveau des lèvres de la fissure. Les premiers modèles proposés par [Dugdale, 1960; Barenblatt, 1962] ne permettaient de décrire que le comportement des efforts normaux sur les lèvres de la fracture. La prise en compte du chargement en cisaillement dans le modèle de joints cohésifs a été introduite à partir des travaux de [Ida, 1972; Palmer et Rice, 1973]. Les nombreux développements du modèle de joint cohésif notamment l'introduction de condition de contact unilatéral de Frémond [1982], la prise en compte de l'endommagement surfacique [Tvergaard, 1990; Needleman, 1992], en font un outil incontournable dans l'implémentation numérique de problèmes complexes de fissuration (fracture élasto-viscoplastique, quasi-fragile, décohésion à l'interface dans les bimatériaux, ...). En outre, avec le modèle cohésif, il est maintenant possible par une discrétisation spatiale fine de modéliser l'amorçage et la propagation de fracture à l'intérieur même d'un solide homogène sans fractures [Needleman, 1999; Xu et al., 1998; Pouya et Bemani, 2015].

Avec le modèle de zone cohésive la fracture est divisée en 3 parties (figure 2.8) :

- une partie dite surface libre dans laquelle on a aucune interaction cohésive,
- une zone saine en amont du fond de la fissure,
- une zone cohésive où s'exerce les interactions cohésives. Cette zone est située entre la zone saine et la zone libre.

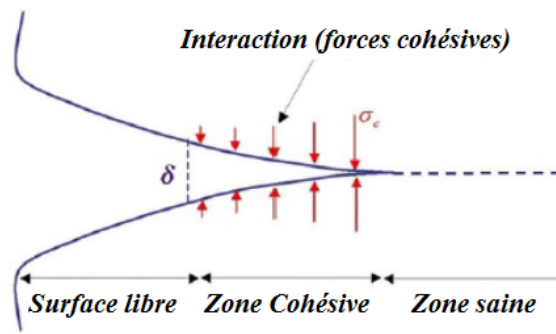


Figure 2.8 – Modèle de zone cohésive

Dans la suite, quelques modèles de joints cohésifs seront brièvement présentés.

Modèle de Barenblatt

Le modèle de Barenblatt est basé sur la prise en compte de la contribution de forces atomiques au voisinage du fond de fissure. La nature sous-jacente de l'atomistique dans le processus de fracturation est traduite en terme d'une fonction de force cohésive non-linéaire (voir figure 2.9) appliquée sur la zone de transition entre la partie saine et la partie cohésive de la fracture.

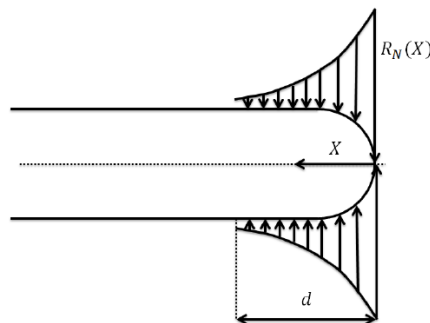


Figure 2.9 – Modèle cohésif de Barenblatt

En considérant l'aire sur laquelle agissent les forces de cohésion comme négligeable devant l'aire de la fissure et que la forme de la fissure près du front de fissure ne dépend pas du chargement appliqué, Barenblatt introduit le module H défini par :

$$H = \int_0^d \frac{R(x)}{\sqrt{x}} dx \quad (2.55)$$

où $R(x)$ est l'intensité des forces de cohésions et d la taille de la zone cohésive. Le critère

d'avancé de la fissure en mode I s'écrit alors :

$$\sqrt{\pi/2}K_I \geq H. \quad (2.56)$$

Modèle de Dugdale

Ce modèle est proposé par Dugdale pour étudier des matériaux ductiles avec un comportement élasto-plastique parfait sous traction normale. La contrainte cohésive dans ce cas est constante (σ_0) jusqu'à une certaine valeur critique δ_N et nulle au-delà de cette valeur (voir figure 2.10).

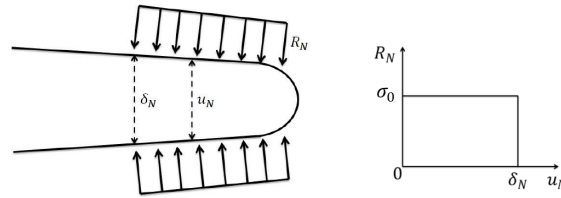


Figure 2.10 – Modèle cohésif de Dugdale

A partir de la méthode de Muskhelishvili [1953], Dugdale propose une formule de la taille de la zone cohésive en fonction de la longueur de fissure par :

$$d = 2l \sin^2 \left(\frac{\pi \sigma_\infty}{4\sigma_0} \right). \quad (2.57)$$

Modèle de Xu et Needleman

Le modèle de Xu et Needleman [1994] est proposé pour étudier le comportement des fractures sous chargement dynamique dans les matériaux élastiques.

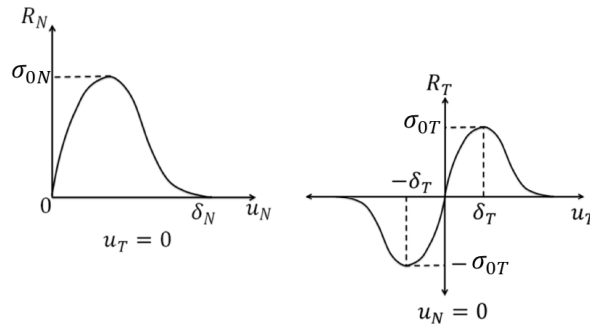


Figure 2.11 – Modèle cohésif de Xu et Needleman [1994]

L'idée de cette méthode est de supposer que les forces cohésives normales σ_N et tangentielles σ_T dérivent d'un potentiel $\phi(u_N, u_T)$ sous la forme :

$$\sigma_N = \frac{\partial \phi}{\partial u_N}, \quad \sigma_T = \frac{\partial \phi}{\partial u_T} \quad (2.58)$$

avec :

$$\phi(u_N, u_T) = E_{sep} + E_{sep} \exp\left(-\frac{u_N}{\delta_N}\right) \quad (2.59)$$

$$\left\{ \left[1 - r + \frac{u_N}{\delta_N}\right] \frac{1-q}{r-1} - \left[q + \left(\frac{r-q}{r-1}\right) \frac{u_N}{\delta_N}\right] \exp\left(-\frac{u_T^2}{\delta_T^2}\right) \right\}$$

où q est le ratio entre l'énergie de décohésion tangentielle E_{sep}^T et normal E_{sep}^N , r le ratio entre la valeur de u_N quand la contrainte normale est nulle et δ_N . Les énergies de décohésions normales et tangentielles sont données par :

$$\begin{cases} E_{sep}^N = \sigma_{0N} \delta_N e \\ E_{sep}^T = \sigma_{0T} \delta_T \sqrt{e/2} \end{cases} \quad (2.60)$$

avec $e = \exp(1)$.

2.4.5 Avantages et inconvénients des modèles cohésifs

Avec la méthode cohésive l'amorçage des fractures dérive naturellement du trajet de fissuration et la propagation de la fracture est déterminée à partir de champs globaux [Xu et Needleman, 1994]. L'introduction de pré-fissure dans le milieu comme dans le cas de la mécanique de la rupture n'est plus nécessaire. Toutefois, le comportement adoucissant des modèles cohésifs peuvent, lorsqu'on atteint la valeur maximale, entraîner une perte d'unicité de la solution puis par suite une propagation instable. Dans ce cas des conditions supplémentaires sont introduites pour assurer la stabilité de la propagation [Monerie, 2000].