Approche couplée utilisant un modèle simple de flambage (Lam3/Tec3-Counhaye)

La limitation de Lam3/Tec3-standard peut être observée à partir d'une simulation d'un cas de laminage d'une tôle mince décrit dans le tableau 1 (annexe 4) et que l'on nomme « cas 1 » : cas de laminage d'une tôle de largeur 855 mm et d'épaisseurs en entrée et en sortie d'emprise respectivement de 0.355 et 0.252 mm (forte réduction). Les tractions de laminage appliquées sont de 170 MPa en amont et de 100 MPa en aval. Pour le frottement, on utilise la loi de Coulomb avec un coefficient de frottement de 0.03. Pour ce cas, on observe une surestimation des niveaux de contrainte longitudinale de compression sur les bords (cf. figure 3-1). Il est bien évident que ces niveaux dépassent largement le niveau critique de flambage σ_c d'une tôle fine. À cette contrainte critique, les bords de la tôle auraient dû flamber et relaxer les contraintes compressives pour les ramener à des niveaux proches de σ_c .



Figure 3-1. Comparaison entre le profil de la contrainte longitudinale σ_{xx} à mi-intercage donné par les mesures expérimentales et celui donné par Lam3/Tec3 standard (cas détaillé dans le tableau 1 de l'annexe 4).

Pour le même cas de laminage, Counhaye [5] a présenté dans sa thèse des résultats de calcul en bonne corrélation avec les mesures expérimentales, en se servant de son modèle de laminage avec flambage hors emprise (cf. figure 3-2 et 2-11).



Figure 3-2. Profil de la contrainte longitudinale σ_{xx} à mi-intercage : Solution donnée par Counhaye [5] avec et sans prise en compte de flambage (cas détaillé dans le tableau 1).

Cette comparaison montre d'une part que l'absence de flambage conduit à un champ de contrainte faux hors emprise, d'autre part que le traitement appliqué par Counhaye [5] est efficace. Des résultats analogues ont été obtenus sur d'autres cas par Essersi [65]. Par ailleurs, dans la référence [66], Abdelkhalek et al. montrent qu'une mauvaise estimation du bombé thermique ou du bombé tôle en entrée d'emprise, ainsi que la non prise en compte de la thermique, modifient très faiblement les résultats. Par conséquent, ils mettent en évidence que c'est l'absence de prise en compte du flambage qui est la principale cause de l'écart observé entre calcul et mesure. Dans ce chapitre, on vise donc à modéliser les défauts de planéité en laminage en adoptant une approche couplée (couplage : flambage/emprise), en intégrant dans Lam3/Tec3 le modèle simplifié de flambage proposé par Counhaye [5].

3.1 Généralités sur le modèle EF de laminage Lam3/Tec3

Lam3/Tec3 est un logiciel dédié à la simulation des procédés de laminage des produits plats, tels que les tôles métalliques. Développé par Hacquin [4], il constitue une combinaison de deux modèles :

- Lam3 pour le calcul de la déformation élastique-viscoplastique de la bande ;
- Tec3 pour le calcul de la déformation élastique de la cage.

Le logiciel ainsi obtenu est nommé Lam3/Tec3 ; il prend aussi en compte le couplage thermomécanique cage/bande.

Nous présentons ci-dessous Lam3/Tec3 en nous limitant toutefois à la synthèse de ses fondements détaillés dans les références suivantes [2, 3, 4].

3.1.1 Lam3

Lam3, modèle de calcul de laminage optimisé pour le laminage des tôles, utilise une formulation quasi-eulérienne. On considère l'équation d'équilibre (3.1) complétée par la loi de comportement élastique-viscoplastique (3.2) et (3.3). Pour tout V^* cinématiquement admissible,

$$\int_{\Omega} \sigma(V) : D^* d\Omega - \int_{\partial \Omega_c} \sigma_i V^* dS - \int_{\partial \Omega_c} \sigma_n \underline{n} V^* dS - \int_{\partial \Omega_f} T^{imp} V^* dS = 0$$
(3.1)

Si
$$\sigma^{d}$$
: $\sigma^{d} < \frac{2}{3} \cdot \sigma_{0}^{2}(\dot{\varepsilon}, \overline{\varepsilon})$ ou $\left(\sigma^{d}: \sigma^{d} = \frac{2}{3} \cdot \sigma_{0}^{2}(\dot{\varepsilon}, \overline{\varepsilon}) et \sigma^{d}: \dot{\sigma}^{d} < 0\right)$: élasticité

$$d = \frac{\left(\dot{\sigma}^{d}\right)^{J}}{2\mu} \quad , \quad \dot{\sigma}^{h} = -\chi.Trace(D) \tag{3.2}$$

Sinon (c'est-à-dire si $\sigma^d : \sigma^d = \frac{2}{3} \cdot \sigma_0^2 (\dot{\overline{\epsilon}}, \overline{\epsilon})$ et $\sigma^d : \dot{\sigma}^d \ge 0$): plasticité

$$d = \frac{\left(\dot{\sigma}^{d}\right)^{J}}{2\mu} + \frac{3}{2}\dot{\bar{\varepsilon}} \cdot \frac{\sigma^{d}}{\sigma_{0}(\dot{\bar{\varepsilon}},\bar{\varepsilon})}, \quad \dot{\sigma}^{h} = -\chi \operatorname{Trace}(D)$$
(3.3)

 D^* est le tenseur de vitesse de déformation virtuelle, qui dérive du champ de vitesse virtuelle V^* ; σ_t et σ_n sont respectivement la contrainte de cisaillement causée par le frottement et la pression exercée par les cylindres de travail sur la tôle dans la zone de contact $\partial \Omega_c$. T^{imp} correspond aux vecteurs contraintes externes imposés : tractions amont et aval de laminage. σ^d est le déviateur des contraintes de Cauchy σ , σ^h est la pression hydrostatique et χ est la compressibilité élastique. Enfin, D désigne le tenseur taux de déformation qui admet d comme déviateur. $(\dot{\sigma}^d)^J$ est la dérivée de Jaumann du déviateur des contraintes.

L'équation (3.3) décrit la décomposition élastique/plastique du tenseur d, en adoptant la loi élastique de Hooke, et la loi d'écoulement d'un matériau de von-Mises comme loi d'écoulement plastique. μ est le coefficient de cisaillement de Lamé, $\overline{\epsilon}$ et $\overline{\epsilon}$ sont la déformation et la vitesse de déformation équivalentes. Dans le critère de plasticité de Huber/von-Mises, σ_0 est la contrainte d'écoulement plastique.

L'algorithme global de la version stationnaire du modèle thermomécanique Lam3/Tec3 est présenté dans la figure 3-3-(a). On rappelle que Lam3/Tec3 utilise un maillage structuré composé d'éléments hexaédriques. Ainsi, les nœuds de ce maillage forment des lignes de courant et sont réactualisés pour y rester. Les points d'intégration dans les éléments successifs en x sont supposés être aussi sur des lignes de courant, suivant lesquelles les variables d'état sont intégrées (cf. § 2.3.2.iii, figure 2-3). Les positions \mathbf{x} (x,y,z) des nœuds du maillage obéissent à l'équation (3.4), en utilisant le champ $V(\mathbf{x})$ solution de (3.1)-(3.3) :

$$y_{noe+1} = y_{noe} + \int_{x_{noe}}^{x_{noe+1}} \frac{V_y(\mathbf{x})}{V_x(\mathbf{x})} d\mathbf{x}$$

$$z_{noe+1} = z_{noe} + \int_{x_{noe}}^{x_{noe+1}} \frac{V_z(\mathbf{x})}{V_x(\mathbf{x})} d\mathbf{x}$$
(3.4)

où *noe* et *noe*+1 sont les numéros de deux nœuds consécutifs sur une même ligne de courant (numérotation de l'amont vers l'aval).

Cette équation (3.4) est résolue itérativement avec le système (3.1-3.3) pour améliorer l'approximation de la forme du domaine sur lequel ce dernier est résolu. Entre deux itérations sont aussi calculées la déformation élastique de la cage si elle est requise (§ 3.1.2), et les températures dans la bande et dans le cylindre si le couplage thermique est demandé. L'actualisation du

contact bande – cylindre lors de ces itérations, pendant lesquelles les deux objets changent de forme, est un point délicat, objet d'une grande attention qu'il serait trop long de détailler ici [4].

La formulation étant stationnaire, l'intégration en temps est remplacée par la progression en espace (le champ de vitesse réalisant cette équivalence temps – espace). Il n'en reste pas moins que pour résoudre les équations élastoplastiques, équations différentielles en temps, un schéma « temporel » doit être utilisé. Le « pas de temps » représente en fait le temps de parcours d'un point d'intégration à son successeur sur la ligne de courant. Ce pas de temps dépend donc de la position, et dans [4], ce schéma est appelé « Eulérien Lagrangien à Delta t Hétérogène » (ELD-TH) – ou en anglais, GLHTS (Generalized Large Heterogeneous Time-Step). Pour des raisons de stabilité, cette intégration sur les lignes de courant peut faire l'objet d'un schéma itératif supplémentaire (à chaque itération, on intègre les équations de comportement de chaque point d'intégration à son successeur seulement, figure 3-3-(a)).

Dans ce schéma, l'intégration des équations (3.2)-(3.3) se fait par un schéma classique d'Euler vers l'arrière (θ -méthode avec θ =1), et la solution des équations d'équilibre prend en compte ces contraintes réactualisées, selon l'équation « lagrangienne réactualisée » :

$$\int_{\Omega+\Delta\Omega} (\sigma + \Delta\sigma) : D^* d\Omega = \int_{\partial\Omega+\Delta\partial\Omega} (T + \Delta T) V^* dS$$
(3.5)

en sorte que *T* représente le vecteur contrainte appliqué aux frontières $\partial \Omega$ du domaine de la bande Ω (*T* = σ_n , τ , *T*^{*imp*}).

Cette équation est discrétisée par des éléments finis hexaédriques linéaires, à huit nœuds, selon le schéma standard de Galerkin. Pour éviter les phénomènes de « verrouillage », le terme en σ^h . *Trace(D)*, qui provient de la décomposition déviateur – pression de la première intégrale, est sous-intégré avec un seul point d'intégration, situé au centre de l'élément.

Le système non linéaire en vitesse résultant de cette discrétisation est résolu en utilisant une méthode de Newton - Raphson accélérée par une recherche linéaire (line search).

3.1.2 Tec3

À partir du champ de contrainte calculé dans la tôle, la pression de contact tôle/cylindres σ_n est déduite de la relation (3.6).

$$\sigma_n = \sigma \cdot \underline{n}_c \tag{3.6}$$

<u>*n_c*</u> est la normale locale à la surface de contact tôle/cylindre ($\partial \Omega_c$).

Cette contrainte σ_n est utilisée comme une entrée du modèle de calcul 3D de la déformation élastique de la cage (Tec3) qui est détaillé dans [3]. La déformation d'un cylindre de la cage est décrite par une combinaison de la théorie des poutres de Timoshenko (comprenant l'effet de cisaillement transverse) avec le modèle de Boussinesq pour la déformation d'un milieu semi-infini. Le contact entre les cylindres de la cage, y compris le phénomène de roll-kiss⁵ en laminage de tôles fines, est pris en compte en utilisant le modèle de contact Hertzien 3D.

Les équations décrivant la réponse élastique de la cage sous l'effet de la contrainte σ_n sont discrétisées en utilisant la technique des coefficients d'influence (cf. chapitre 2). L'étape finale de l'algorithme décrit dans la figure 3-3-(a), consiste en la détermination de l'équation d'équilibre de la cage soumise aux efforts de contact (contrainte normale et tangentielle de frottement), ce

⁵ La mise en contact des cylindres de travail de part et d'autre de la tôle: contact cylindre de travail/cylindre de travail.

qui permet l'actualisation de la flexion et de l'aplatissement des cylindres. Les équations discrétisées forment un système non linéaire à cause de la dépendance des longueurs de contact entre cylindres à la répartition de σ_n . Ainsi, la méthode itérative de Newton - Raphson est utilisée.

3.2 Implémentation du modèle simplifié de flambage dans Lam3/Tec3

Le modèle simplifié de flambage de Counhaye est implémenté en utilisant le critère de flambage (2.43) comme montré figure 3-3-(b) : en chaque point d'intégration de Gauss G, la déformation reprise par le flambage λ_i^f (*i=I,II*) est déduite des incréments des contraintes principales dans le plan de la tôle σ_i (*i=I,II*) selon (3.7). Une fois cette déformation exprimée dans le repère du laboratoire (*x,y,z*), elle est rajoutée à l'incrément de déformation globale ε à chaque itération de Newton - Raphson *it*, comme le montrent les équations de la figure 3-3-(b). À la convergence, l'équilibre mécanique est respecté (résidu $\rightarrow 0$) et les contraintes locales hors emprise sont relaxées là où le flambage s'est produit.



Figure 3-3. (a) Algorithme général du logiciel Lam3/Tec3, (b) Algorithme de couplage de Lam3/Tec3 avec le modèle simplifié de flambage.

3.3 Problèmes de convergence et introduction d'un terme d'amortissement

Dans ce paragraphe, le « cas 1 » (cas de laminage de fer blanc, dernière cage tandem), présenté dans le tableau 1 de l'annexe 4, est considéré dans le but d'effectuer une comparaison avec l'expérience et les résultats obtenus par Counhaye [5]. La figure 3-4 montre le profil transversal de la contrainte σ_{xx} à mi-intercage⁶, calculé en utilisant l'algorithme exposé ci-dessus (figure 3-3-(b)).



Figure 3-4. La contrainte longitudinale σ_{xx} hors emprise donnée par Lam3/Tec3-Counhaye : forte fluctuation numérique aux bords.

En analysant la figure 3-4 on constate que pour ce cas :

- sans prise en compte du flambage, les contraintes à mi-intercage sont très différentes des mesures expérimentales⁷. Même si la mesure sur l'extrême rive est impossible, il paraît clair que la solution numérique est inexacte.
- l'implémentation du modèle de flambage simplifié rapproche les résultats des mesures expérimentales dans le sens de la relaxation des contraintes sous l'effet du flambage.
- en revanche, de fortes oscillations apparaissent aux bords, là où les mesures ne sont pas disponibles. Ces oscillations ne sont clairement pas physiques et résultent d'instabilités numériques.

En utilisant ce modèle simplifié, le flambage est traité à l'échelle d'un élément, et même plus précisément de chaque point matériel (les contraintes de compression sont relaxées en chaque point d'intégration quand elles dépassent localement σ_c). Par conséquent, l'algorithme de flambage risque de forcer la structure à flamber à des endroits et à des échelles trop exiguës pour que le flambage puisse s'y produire (il faudrait imaginer des modes de longueur d'onde quasi-nulle). Peut-être cela rend-il le problème EF à résoudre trop fortement contraint, d'où la difficulté de convergence qui se traduit par les oscillations numériques. Pour résoudre ce problème de convergence, nous avons été amenés à utiliser un paramètre d'amortissement η . Ce paramètre est utilisé

⁶ La position mi-intercage est située à un endroit plus ou moins équidistant de deux cages successives. À cet endroit qui est loin de l'emprise, les contraintes et les vitesses sont stabilisées et c'est à peu près là que les mesures de planéité à l'aide des rou-leaux tensiomètres (cf. 1.2.4.i) sont prises.

⁷ Celles-ci sont effectuées à l'aide des rouleaux de planéité (ou tensiomètre) par ArcelœMittal.

de façon à ce qu'à chaque itération de Newton - Raphson *it*, la déformation reprise par le flambage est remplacée par une moyenne pondérée avec sa valeur antécédente, comme décrit dans la relation (3.8).

$$\lambda_{i,it}^{f} \leftarrow (1 - \eta) \times \lambda_{i,it-1}^{f} + \eta \times \lambda_{i,it}^{f} \quad ; \quad i = I, II$$
(3.8)

Le nouvel algorithme de couplage dans Lam3/Tec3-Counhaye devient celui de la figure 3-5.



Figure 3-5. Algorithme de couplage de Lam3/Tec3 avec le modèle simplifié de flambage en utilisant le paramètre d'amortissement η .

L'utilisation du paramètre d'amortissement a apporté une amélioration considérable des résultats, qui se superposent maintenant avec les mesures expérimentales comme le montre la figure 3-6-(a). D'autre part, la figure 3-6-(b) montre aussi que les résultats obtenus sont quasiinvariants par rapport à la valeur de σ_c , quand cette dernière est choisie petite devant le plus haut niveau de compression σ_{max}^- dans la tôle hors emprise (ici $\sigma_{max}^- = -760$ MPa et σ_c vaut : -10, -1 et -0.1 MPa). Dans le cas contraire, c'est-à-dire quand σ_c est choisie excessivement grande (ici -1000 MPa), l'équation (3.7)-b est partout vérifiée hors emprise, le calcul est donc équivalent au calcul standard de Lam3/Tec3. On peut de plus dire que le présent modèle (Lam3/Tec3-Counhaye basé sur la MEF) et le modèle de laminage de Counhaye (MDF), bien qu'assez différents, aboutissent à des résultats semblables - avec ou sans flambage (cf. les figures 3-2 et 3-6). Cela peut être considéré comme une validation. Nous verrons cependant plus loin que les résultats présentent localement des différences.

Si le résultat donné par Lam3/Tec3-Counhaye correspond à la solution réelle du problème, cette dernière doit être indépendante du paramètre numérique n. Ce point doit maintenant être vérifié. De plus, il reste à établir un critère de choix précis et préalable de la valeur de η adéquate pour faciliter la convergence. Pour cela, l'examen de l'effet de η sur les résultats, la convergence et le coût CPU de calcul, a été effectué pour le « cas 1 ». D'après la figure 3-7, on constate que les résultats sont quasi-invariants pour une plage de valeur du paramètre d'amortissement η allant de 10⁻¹ à 10⁻³ environ. Cependant, pour des valeurs comprises entre 10^{-4} et 10^{-5} , on commence à apercevoir une sensibilité à η . Pour des valeurs encore plus faibles, l'amortissement devient trop faible et la prise en compte du flambage ne se fait plus. On obtient ainsi des résultats très ressemblants à ceux de Lam3/Tec3-standard.

Concernant le coût de calcul, qui reflète la facilité de convergence, on a remarqué une



Figure 3-6. (a) : comparaison entre le profil transversal de la contrainte σ_{xx} à miintercage donné par les mesures expérimentales, Lam3/Tec3-standard et Lam3/Tec3-Counhaye (« cas1 ») : l'utilisation du paramètre d'amortissement η donne des résultats qui coïncident avec les mesures expérimentales. (b) : effets de la valeur de σ_c sur le profil de contrainte.

variation notable à partir de $\eta \approx 10^{-3}$. Au dessus de cette valeur, le temps de calcul augmente très sensiblement. Cette augmentation s'explique par la difficulté de convergence qui se manifeste alors. Pour des valeurs de η plus petites, le temps du calcul tend asymptotiquement vers le coût en CPU d'un calcul de Lam3/Tec3-standard, c'est-à-dire d'un calcul sans flambement (cf. figure 3-8). Cela signifie que diminuer η facilite la convergence d'une part, mais d'autre part tend à faire appliquer de moins en moins le critère simplifié de flambage. Ainsi, η doit être choisi le plus petit possible sans annihiler la prise en compte du flambage. Pour le « cas 1 », la valeur optimale de η , qui permet un minimum en CPU et une stabilité des résultats, est comprise donc entre 10^{-4} et 10^{-3} .

On retrouve les mêmes effets de η sur les résultats et la convergence dans le « cas 2 » détaillé dans le tableau 2 de l'annexe 4, cas de laminage d'une tôle de largeur 1224 mm (tôle large) et d'épaisseurs en entrée et en sortie d'emprise respectivement de 0.58 et 0.572 mm (très faible réduction). Les tractions de laminage appliquées sont de 207 MPa en amont et de 27.3 MPa en aval. On utilise la loi de frottement de Coulomb avec un coefficient de frottement de 0.13. Pour ce cas, la valeur optimale identifiée de ce paramètre est beaucoup plus petite, soit aux alentours de 10⁻⁵ et de 10⁻⁶. Ainsi, il n'existe pas une valeur de η valable pour tous les cas de laminage. De plus, il est difficile de lui affecter au préalable une valeur convenable, puisque aucun critère n'a été identifié à présent. Actuellement, η est donc déterminé de la manière suivante :

- Lancer le calcul de Lam3/Tec3-Counhaye avec une grande valeur de η (généralement on commence avec une valeur proche de 1).
- Les difficultés de convergence, si elles existent, sont tout de suite observées dès la première ou la deuxième minute du calcul par le nombre important d'itérations.
- Si c'est le cas, on arrête le calcul et on le recommence avec un η plus petit (d'un test au suivant, on divise généralement η par 10).
- Cette procédure est répétée tant qu'on n'atteint pas un comportement convenable.

En examinant l'évolution des contraintes σ_{xx} et σ_{yy} le long des lignes de courant sur la figure 3-9, on constate que les contraintes compressives ne sont pas relaxées immédiatement à la sortie de l'emprise. Elles évoluent encore dans le sens du laminage pour s'approcher progressivement de σ_c (ici $\sigma_c = -10$ MPa). D'ailleurs, on note que sur une longueur non négligeable en aval de l'emprise, les contraintes de compression sur les bords excèdent σ_c , ce qui paraît paradoxal, et



Figure 3-7. Comparaison des profils de la contrainte σ_{xx} (à mi-intercage) sans et avec flambage en utilisant différentes valeurs du paramètre η .

contraire au modèle de Counhaye [5] où le critère $\sigma \ge \sigma_c$ est respecté en tout point (cf. figure 3-10), ce qui est d'ailleurs physiquement excessif comme nous l'avons souligné. Cela signifie que dans notre calcul, les défauts de planéité n'apparaissent pas aussitôt après la sortie de l'emprise. D'ailleurs, on enregistre dans ces environs des déformations λ insignifiantes.

Compte tenu du principe d'intégration des contraintes le long des lignes de courants que Lam3/Tec3 utilise, la relaxation graduelle des contraintes se traduit par une croissance progressive des déformations reprises par le flambage dans la direction de laminage. Cela implique que la déformation totale $\lambda^f (= (\lambda_I^f, \lambda_{II}^f))$ qui a permis de ramener σ_{xx} en accord avec les mesures expérimentales à une position loin en aval de l'emprise, est un cumul des λ^f calculées en amont de cette position, sur la même ligne de courant. Peut-être que, sans l'utilisation du paramètre d'amortissement η , la relaxation des contraintes dans la sortie immédiate de l'emprise serait brutale, causant les problèmes de convergence observés dans la figure 3-4. L'utilisation de η permet donc d'adoucir la relaxation des contraintes, pour qu'elle soit progressive. Dans le cas présent, cela correspond-il à la réalité ? En d'autres termes, peut-on assimiler la relaxation progressive de la contrainte σ_{xx} (sur la figure 3-9) à des ondulations sur les bords (bords longs) qui commencent à apparaître à partir d'une certaine distance (~10mm) de l'emprise et s'amplifient progressive-ment vers l'aval ? C'est un point que nous devrons confronter au modèle plus puissant de flam-

bage, que nous détaillerons dans le chapitre 4 et dont nous analyserons les résultats ultérieurement (cf. chapitres 5 et 6).



Figure 3-8. Évolution du temps CPU en fonction du paramètre d'amortissement η pour le « cas 1 ».



Figure 3-9. Évolution des contraintes σ_{xx} (a) et σ_{yy} (b) le long des lignes de courant 16 et 19 (rive : cf. figure 3-11) de l'amont vers l'aval de l'emprise.



Figure 3-10. Évolutions de la contrainte longitudinale σ_{xx} le long de la rive (avec et sans flambage) : comparaison entre les résultats de Lam3/Tec3 et ceux de Counhaye [5].



Figure 3-11. La topologie du maillage utilisé par Lam3/Tec3 (ici, le maillage utilisé pour le « cas1 »).

3.4 Etude de l'interaction entre le flambage et l'emprise

Une seconde observation des figures 3-9 et 3-10 suggère que la contrainte longitudinale σ_{xx} dans l'emprise, ainsi que les autres composantes de contrainte, ne sont pas modifiées par le flambage. Il est va de même pour les vitesses, en particulier pour la vitesse longitudinale V_x , comme le montre la figure 3-12. Des différences entre les résultats des calculs avec et sans flambage sont toutefois observables, quand on examine les profils des variables d'état suivant des lignes de rangées transversales⁸ de nœuds du maillage, à des positions différentes le long de l'emprise. Ces différences sont néanmoins minimes, elles sont au plus de l'ordre de 0.1% pour V_x par exemple (cf. figure 3-14).

Le traitement du flambage n'est pas appliqué dans l'emprise, mais cette dernière pourrait être affectée par la réorganisation des contraintes que le flambage induit. Ce point important doit être analysé plus en détail, avec d'autres variables. Nous nous plaçons toujours dans le « cas 1 » (tableau 1 de l'annexe 4). Le profil d'épaisseur de la tôle (figure 3-15) n'est pas modifié quand le flambage est pris en compte. Également, l'effort de laminage et la pression de contact (colline de frottement), qui sont représentés respectivement dans les figures 3-16 et 3-17, ne montrent aucun effet du flambage. Enfin, pour les deux configurations (avec et sans flambage), les forces totales de laminage sont identiques. Ainsi, on conclut que malgré la modification de la distribution des contraintes hors emprise, y compris au voisinage immédiat de la sortie, aucune interaction emprise/flambage n'a été détectée dans ce cas.



Figure 3-12. Évolution de la vitesse longitudinale V_x dans l'emprise le long de quelques lignes de courant (« cas 1 ») : les positions de ces lignes de courant sont données figure 3-13.

⁸ Suivant les positions des nœuds contigus du maillage de la tôle, formant des alignements suivant la largeur (suivant y).



Figure 3-13. Vue de dessus (suivant l'axe z) du maillage de la tôle dans l'emprise (« cas 1 »).



Figure 3-14. Profils de la vitesse longitudinale V_x suivant des rangées transversales des nœuds du maillage de la tôle à différentes positions le long de l'emprise (« cas 1 ») : les positions de ces rangées transversales de nœuds sont données figure 3-13.



Figure 3-15. Profil d'épaisseur de la tôle en entrée et en sortie de l'emprise (« cas 1 »).



Avec flambage : $F_{tot} = 458870 \text{ N}$

Figure 3-16. Répartition de l'effort de laminage par unité de longueur suivant la largeur de la tôle (« cas 1 »).



Figure 3-17. Évolution de la contrainte normale de contact bande - cylindre le long de la ligne de courant au centre (a) et en rive (b) pour le « cas 1 ».

Ce résultat n'est vrai qu'en première analyse, et plus ou moins suivant les cas. En effet, prenons un autre cas représenté dans le tableau 2 (annexe 4); ce « cas 2 » correspond à une très faible réduction – la déformation élastique est dominante, ou du moins très significative dans ce cas; la tôle est aussi un peu plus large que dans le « cas 1 », la force de contre-flexion est plus grande. Les contraintes et les déformations dans l'emprise sont influencées par le flambage comme le montre la figure 3-18.

Pour ce cas, on enregistre un changement significatif du champ de vitesse dans l'emprise, particulièrement en sortie de cette dernière où le profil de la vitesse longitudinale V_x est complètement modifié (cf. figure 3-20 et 3-21); notons qu'il s'agit de variations de l'ordre du %, mais c'est l'ordre de grandeur de la déformation, donc du différentiel de vitesse aval - amont. Le champ de contraintes subit le même sort et le profil de la contrainte longitudinale σ_{xx} loin en aval de l'emprise devient proche des mesures expérimentales - là où la mesure est possible (cf. figure 3-22). Par contre, l'effet de la prise en compte du flambage n'est pas aussi net sur la pression de contact pièce-cylindres, comme on le voit sur la figure 3-23. En effet,



Figure 3-18. Évolution de la contrainte σ_{xx} le long de la ligne de courant en rive et au centre (« cas 2 ») : l'effet du flambage sur les contraintes dans l'emprise est plus important vers la rive qu'au centre.

une modification a été apportée localement en rive (figure 3-23-a) sur la pression de contact, et donc sur la distribution transverse d'effort de laminage (cf. figure 3-24) ; ailleurs, les résultats sont quasi-inchangés. Cette petite modification paraît à première vue suffisante pour se répercuter sur la géométrie du contact et par suite sur le bombé tôle en sortie de l'emprise (cf. figure 3-25). Notons cependant que ces changements de profil sont bien inférieurs au μm !

Remarque 7 :

La figure 3-21 montre que les modifications du champ de vitesse dues à la prise en compte du flambage ne sont observées qu'à partir de la ligne neutre (cf. définition de la ligne neutre dans le paragraphe 1.3.8).



Figure 3-19. Vue de dessus (suivant l'axe z) du maillage de la tôle dans l'emprise (« cas 2 »).



Figure 3-20. Profils de la vitesse longitudinale V_x suivant des rangées transversales de nœuds du maillage de la tôle à différentes positions le long de l'emprise (« cas 2 ») : les positions de ces rangées transversales de nœuds sont données figure 3-19.



Figure 3-21. Évolution de la vitesse longitudinale V_x dans l'emprise le long de quelques lignes de courant (« cas 2 ») : les positions de ces lignes de courant sont données figure 3-19.



Figure 3-22. Profils transversaux de la contrainte longitudinale σ_{xx} à mi-intercage donnés par Lam3/Tec3 standard, Lam3/Tec3-Counhaye et les mesures expérimentales (« cas 2 »).



Figure 3-23. Évolution de la contrainte normale de contact bande - cylindre le long de la ligne de courant en rive (a) et au centre (b) pour le « cas 2 ».



Figure 3-24. Répartition de l'effort de laminage par unité de largeur de la tôle (« cas 2 »).



Figure 3-25. Profils d'épaisseur de la tôle en sortie de l'emprise (« cas 2 »).

3.5 Prédiction des défauts de planéité avec le modèle simplifié de flambage

La figure 3-26 montre les cartes de contrainte longitudinale $\sigma_{xx}(x,y)$ en aval de l'emprise. La transformation de cette contrainte par la prise en compte du flambage est clairement observable. Les défauts manifestes qui sont responsables de cette transformation sont illustrés par l'intermédiaire des déformations λ^f sur la figure 3-27 : un défaut en bords longs est visible ($\lambda_I^f > 0$), l'angle α est presque nul (donc I = x). La composante λ_{II}^f est faible partout sauf en rive et sur une courte distance après l'emprise, à une orientation $\alpha \approx 30^\circ$ (plis obliques). Toutefois, aucune donnée expérimentale n'est disponible pour confirmer ou infirmer ces détails.



Figure 3-26. Cartes de contrainte longitudinale σ_{xx} en aval de l'emprise sans (a) et avec (b) flambage (« cas 1 »).



Figure 3-27. Défauts de planéité pour le « cas 1 ».

3.6 Conclusion

L'implémentation du critère de flambement simple de Counhaye a bien permis de retrouver la relaxation des contraintes et de retomber sur les profils expérimentaux à mi-intercage. Il a cependant été nécessaire d'introduire un amortissement dans la prise en compte du critère, sans quoi les variations trop brutales de déformation entraînent des difficultés sérieuses de convergence, et des oscillations des contraintes en rives.

Dans la zone de sortie d'emprise, notre implémentation ne respecte pas instantanément le critère, contrairement à celle de Counhaye [5] : elle retarde son application de quelques millimètres. Cette différence nous empêche de conclure nettement sur le lieu de naissance du flambement, juste en sortie d'emprise ou plus loin. Nous aurons donc recours à une modélisation bien plus puissante du flambement, détaillée dans les prochains chapitres.

Enfin, les deux cas traités ont montré une rétroaction faible, quoique non nulle, du flambement post-emprise sur l'état de l'emprise. Il conviendra donc dans le futur de vérifier sur un plus large ensemble de cas si oui ou non cette interaction est significative ; ou, si elle existe, de cerner le domaine où elle est forte et où une modélisation vraiment couplée de l'emprise et du flambement est nécessaire.