

Approche analytique des efforts de coupe

L'approche analytique de la modélisation des efforts permet de décrire les phénomènes à partir de relations faisant intervenir la géométrie de la zone de formation du copeau ainsi que des principes mécaniques. Cette approche, dont le principe est donné en figure 6.1 est plus transparente que les modèles phénoménologiques et permet de généraliser plus facilement le modèle, ce qui est un aspect positif dans le cas d'une démarche de type Coupe-Arête-Matière. Ce chapitre présente la mise en œuvre d'un tel modèle, de son identification jusqu'à son utilisation.

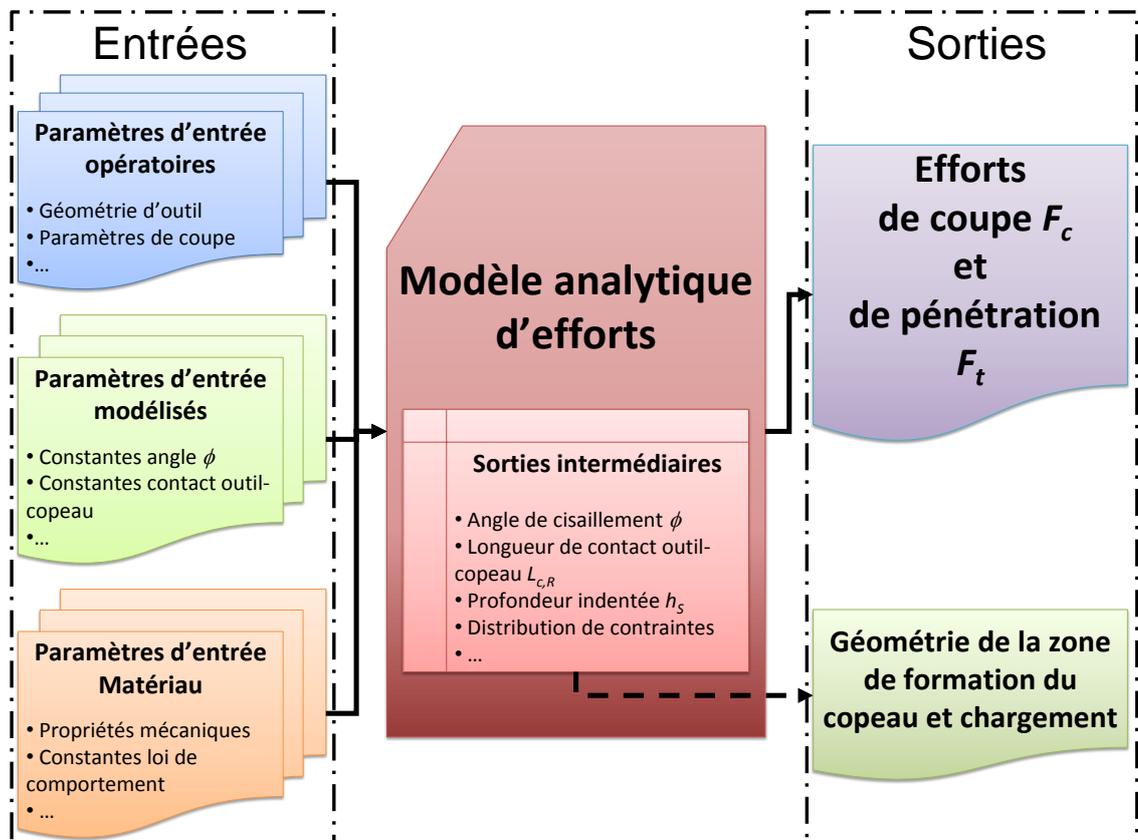


Fig. 6.1 – Schéma de principe de la modélisation analytique.

6.1 Hypothèses de la modélisation

Le procédé d'usinage fait intervenir une large variété de phénomènes mécaniques, principalement du cisaillement et du frottement mais aussi de l'indentation dans le cas de la superfinition. La modélisation analytique se voulant représentative de la réalité, une grande quantité de données doit être traitée. Cependant, certaines hypothèses permettent de simplifier la formulation du modèle.

6.1.1 Données expérimentales pour l'identification du modèle

Le phénomène d'indentation de l'outil sur la matière en dépouille introduit des efforts supplémentaires rendant difficile l'identification des actions mécaniques générées uniquement par l'effet de la face de coupe. Le paragraphe 5.1 a montré que pour de fortes épaisseurs coupées h , l'effet d'indentation sur la face en dépouille pouvait être négligé. Cette frontière s'est matérialisée pour un rapport $h/r_\beta \approx 5$. En conséquence, les paramètres liés à l'action de la face de coupe doivent être identifiés à partir des cas où $h/r_\beta \gg 5$. Pour cette étude, ce cas correspond aux valeurs $h = 0.2$ mm. Les efforts collectés en coupe orthogonale à partir d'éprouvettes disques avec les angles de dépouille les plus importants constituent la source de données permettant de négliger au mieux l'effet d'indentation en raison du contact minimal avec la surface usinée^a.

L'effet d'indentation est maximal sur les efforts collectés lors d'usinages en coupe orthogonale réalisés sur des éprouvettes tubulaires, comme mentionné dans le paragraphe 5.1.2. Ces essais servent de référence pour le contact en dépouille sans effet du diamètre usiné.

6.1.2 Hypothèses sur la géométrie de formation du copeau

La bande de cisaillement est considérée comme rectiligne, *i.e.* dépourvue de courbure, et d'épaisseur finie produisant un copeau continu. Cette hypothèse a été confirmée par les nombreuses vidéos réalisées en coupe orthogonale. L'angle de cisaillement ϕ résulte uniquement de l'action de la face de coupe et l'effet d'indentation en dépouille n'a pas d'influence sur lui, les mesures expérimentales n'ayant pas montré de variations de l'angle de cisaillement ϕ en fonction de l'angle de dépouille α_n ou du diamètre de l'éprouvette D_{usi} . La matière se sépare autour d'un point de stagnation S . Les observations réalisées à l'aide de la caméra ainsi que les QST confirment cette hypothèse^b. Le retour de la matière après passage de l'outil est supposé complet et égal à l'épaisseur non coupée h_S , en raison du principe de conservation du volume, la matière ne pouvant s'écouler latéralement. Une portion de retour élastique s'ajoute à h_S , le matériau ayant un comportement supposé élasto-plastique.

6.1.3 Hypothèses mécaniques

Le matériau usiné est considéré comme homogène, isotrope et incompressible dont le seuil de plasticité est basé sur le critère de Von Mises. Le champ de contraintes généré sur l'outil est continu sur les faces de coupe et de dépouille de l'outil. Par définition, la contrainte tangentielle au point de stagnation S est nulle. Les contraintes atteignent leur intensité maximale au voisinage du point de stagnation puis suivent une allure décroissante concave pour s'annuler à la perte du contact entre l'outil et le matériau usiné (copeau et pièce). Cette

a. Voir le paragraphe 4.2.1 page 55 pour plus de détails sur les essais en coupe orthogonale.

b. Voir le paragraphe 4.2.2 page 58 pour plus de détails sur l'observation de la zone de formation du copeau.

hypothèse est tirée des nombreuses mesures disponibles dans la littérature^c. La vitesse de coupe V_c employée est supposée répondre aux exigences de la démarche du Couple-Outil-Matière, *i.e.* permettant une consommation d'énergie spécifique faible. Par conséquent, les variations du taux de déformation $\dot{\epsilon}$ sont supposées négligeables vis-à-vis du comportement du matériau à de telles vitesses de déformation. L'hodographe de la zone de formation du copeau figure 6.2b permet d'exprimer la vitesse de cisaillement V_s à partir de la vitesse de coupe V_c telle que

$$V_s = \frac{V_c \cos \gamma_n}{\cos(\phi - \gamma_n)}. \quad (2.46)$$

Considérant, d'après la figure 6.2a, que la vitesse de déformation en cisaillement en fonction des déplacements est

$$\dot{\gamma} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \frac{1}{\Delta t} = \frac{V_s}{\Delta x}, \quad (6.1)$$

l'expression de la vitesse de déformation, pour une bande de cisaillement d'épaisseur t_s peut alors s'exprimer

$$\dot{\gamma} = \frac{V_c \cos \gamma_n}{t_s \cos(\phi - \gamma_n)}. \quad (6.2)$$

Substituer l'équation (6.2) dans

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\gamma}}{\sqrt{3}} \quad (6.3)$$

donne l'équation

$$\dot{\epsilon} = \frac{V_c \cos \gamma_n}{t_s \sqrt{3} \cos(\phi - \gamma_n)}. \quad (2.45)$$

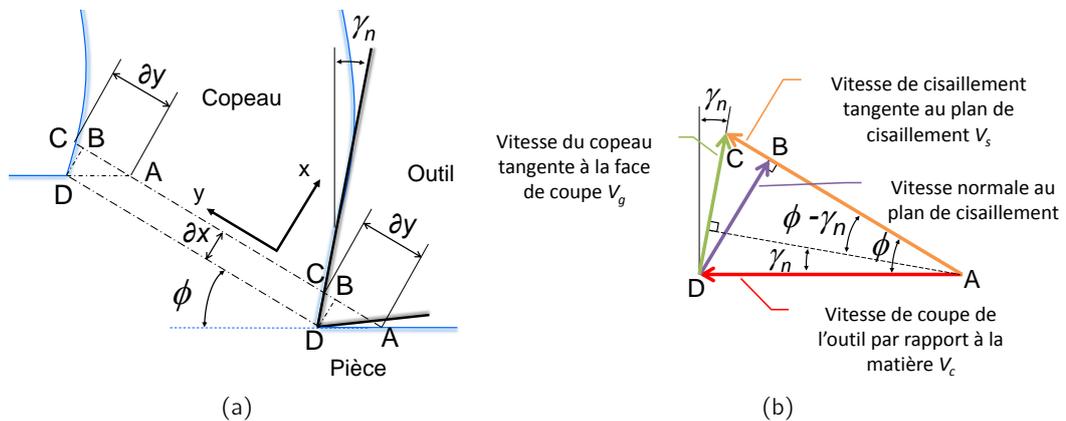


Fig. 6.2 – (a) Paramétrage du cisaillement primaire et (b) hodographe.

Les vitesses de déformations $\dot{\epsilon}$ sont alors évaluées entre $1 \cdot 10^5$ et $4 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$. La littérature montre que pour le cuivre Cu-c2, la contrainte d'écoulement augmente rapidement au-delà de $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ (Goubot et Naulin, 1994). Les faibles variations de $\dot{\epsilon}$ permettent de négliger son effet, cette loi de comportement appliquée au Cu-c2 est donc valable pour de faibles variations de la vitesse de coupe V_c .

c. Voir les références citées dans le paragraphe 2.2.2, page 28.

6.2 Identification du modèle

Le modèle est présenté au travers de deux étapes. La première consiste à identifier certaines données relatives aux sorties intermédiaires telles que l'angle de cisaillement primaire ou les longueurs de contact entre l'outil et le matériau usiné, la seconde étape étant le calcul des efforts.

6.2.1 Identification des paramètres de cisaillement primaire

Le processus d'identification des paramètres de cisaillement primaire est illustré par la figure 6.3.

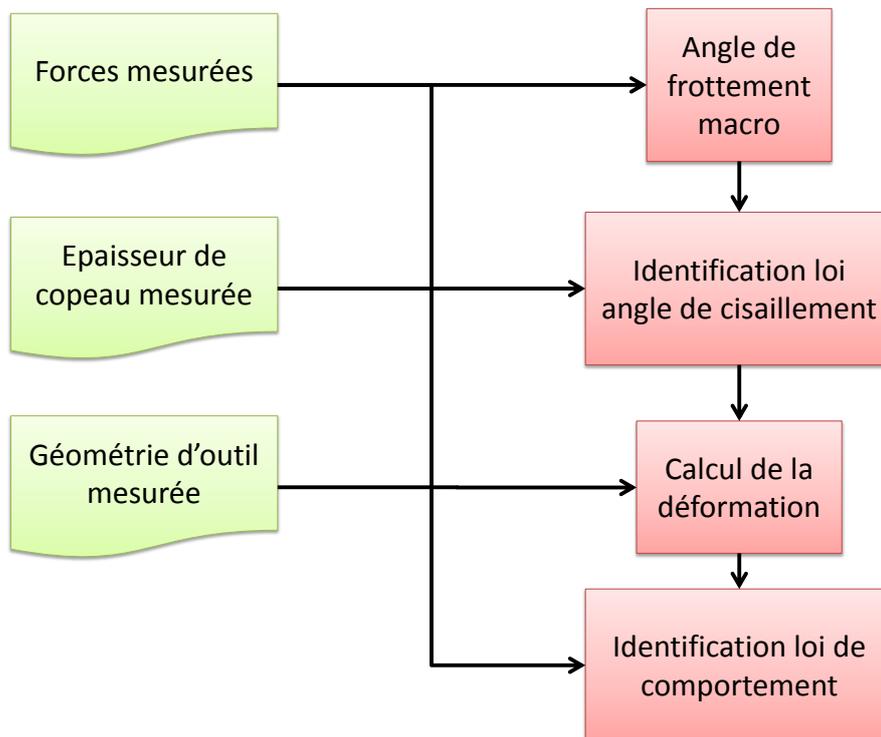


Fig. 6.3 – Etapes du processus d'identification des paramètres de cisaillement primaire.

Le cisaillement primaire générant le copeau résulte de l'action de la face de coupe de l'outil sur la matière. Deux composantes d'efforts s'exercent sur l'outil, F_c et F_t qui peuvent être définies comme la somme des contributions des faces de coupe, notée par l'indice R , et de dépouille, notée par l'indice C , dans les directions de coupe et de pénétration comme le montre la figure 6.4.

$$F_c = F_{c,R} + F_{c,C} \quad (6.4)$$

$$F_t = F_{t,R} + F_{t,C} \quad (6.5)$$

Les composantes normale et tangentielle s'appliquant sur la face de coupe peuvent être extraites des efforts $F_{c,R}$ et $F_{t,R}$ telles que

$$F_{N,R} = F_{c,R} \cos \gamma_n - F_{t,R} \sin \gamma_n \quad (6.6)$$

et

$$F_{T,R} = F_{c,R} \sin \gamma_n + F_{t,R} \cos \gamma_n. \quad (6.7)$$

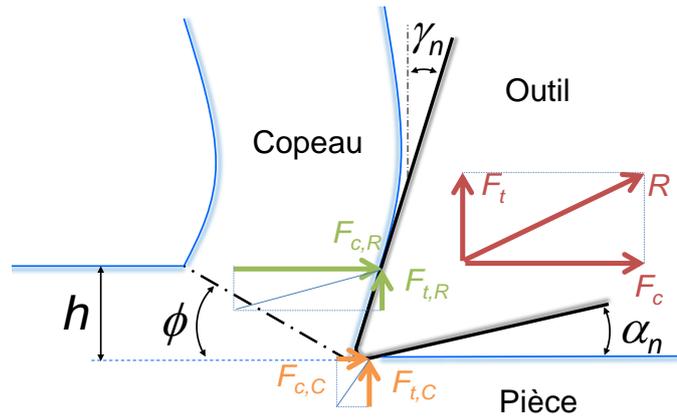


Fig. 6.4 – Représentation graphique des efforts s'exerçant sur l'outil en coupe orthogonale.

Le coefficient de frottement macroscopique résultant de l'action du copeau sur la face de coupe peut être exprimé comme étant

$$\mu_R = \tan \lambda_R = \frac{F_{T,R}}{F_{N,R}}, \quad (6.8)$$

où λ_R représente l'angle de frottement sur la face de coupe tel que représenté sur la figure 6.5.

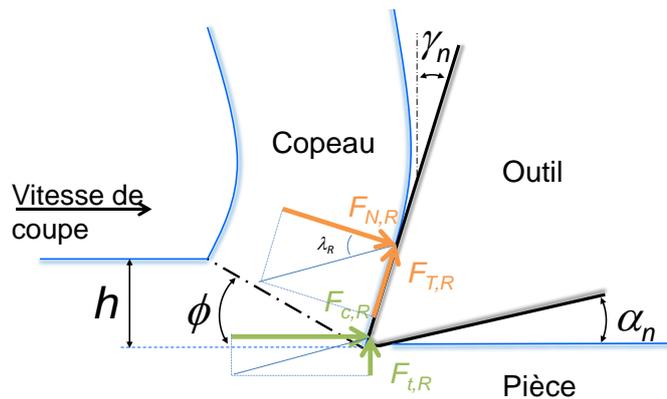


Fig. 6.5 – Représentation graphique des efforts liés à la face de coupe dans les repères liés aux mouvements de coupe et à la face de coupe.

En faisant l'hypothèse que pour une épaisseur coupée h importante, *i.e.* $h/r_\beta \gg 5$, et une dépouille minimisant le contact entre l'outil et la pièce, les forces de coupe et de pénétration deviennent

$$F_c \approx F_{c,R} \quad (6.9)$$

et

$$F_t \approx F_{t,R}, \quad (6.10)$$

le coefficient de frottement μ_R peut être redéfini, soit

$$\mu_R = \tan \lambda_R \approx \frac{F_c \sin \gamma_n + F_t \cos \gamma_n}{F_c \cos \gamma_n - F_t \sin \gamma_n}. \quad (6.11)$$

Ce dernier est évalué à $\mu_R = 0.9$ à partir des différents essais réalisés. A partir de résultats d'essais de coupe orthogonale respectant la condition $h/r_\beta \gg 5$, les mesures de l'angle de

cisaillement primaire ϕ peuvent être tracées en fonction de la différence $\gamma_n - \lambda_R$ tirée de la relation (6.11). Une régression linéaire par une fonction affine permet alors d'identifier les constantes C_{Z1} et C_{Z2} de la loi de Zvorykin

$$\phi = C_{Z1} + C_{Z2} (\gamma_n - \lambda_R). \quad (2.56)$$

La figure 6.6 montre que ce modèle, en raison de ses deux degrés de liberté, est représentatif de la réalité quand d'autres modèles, moins flexibles, tendent à surévaluer l'angle ϕ .

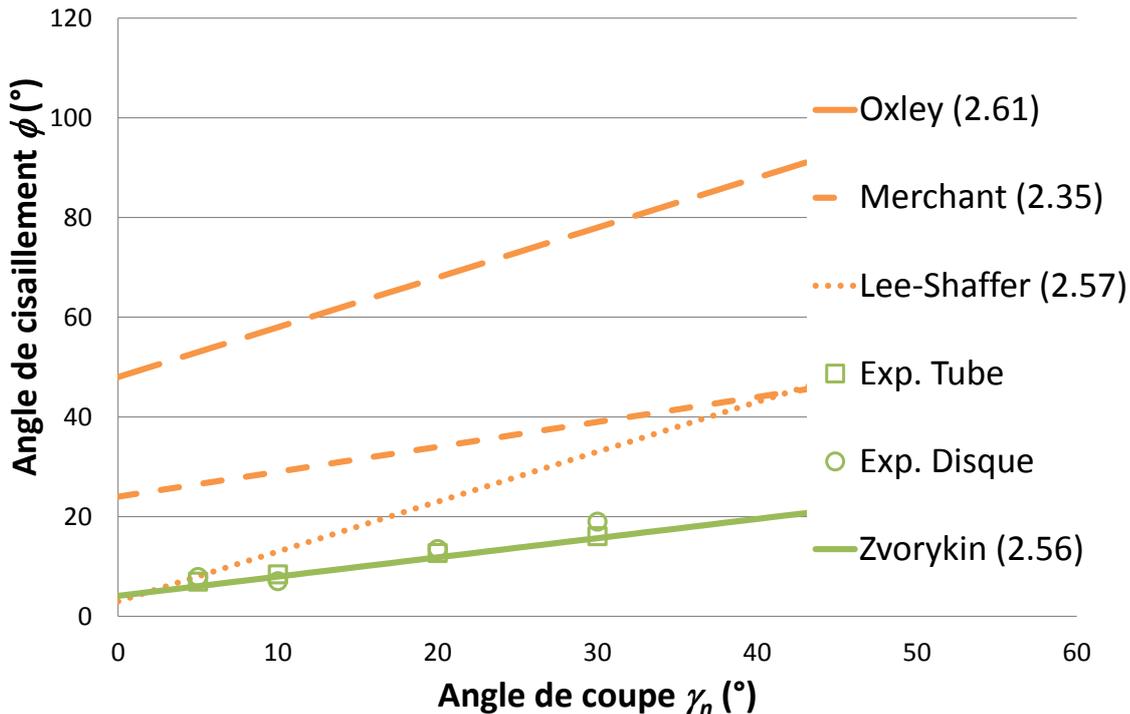


Fig. 6.6 – Angles de cisaillement mesurés (valeurs distinctes) et modélisés (lignes) en coupe orthogonale en fonction de l'angle de coupe γ_n à coefficient de frottement constant ($V_c = 140$ m/min).

Une fois la bande de cisaillement orientée, il est nécessaire d'identifier son comportement mécanique.

Dans le cas de la superfinition, les épaisseurs coupées h peuvent atteindre un ordre de grandeur similaire à la valeur du rayon d'arête r_β d'où la considération du rapport h/r_β . Dans le cas précédemment identifié où $h/r_\beta \leq 5$, l'angle de coupe « vu » par la matière ne correspond pas exactement à l'angle de coupe γ_n de l'outil en main. Le concept d'angle de coupe efficace (ou équivalent) $\gamma_{n,eff}$, évoqué dans le paragraphe 2.1.3, est alors introduit. La définition de cet angle donnée par l'équation (2.25) est basée sur une subdivision de l'épaisseur coupée h en une succession de couches h_i dont l'épaisseur varie de 0 à h^d . Cette modélisation basée sur une approche discrète de l'épaisseur coupée est par conséquent sensible au pas de discrétisation. De plus, l'évolution de l'angle de coupe donnée par cette formulation atteint la valeur nominale γ_n pour des valeurs de h/r_β largement inférieures à 5. Certes, sa formulation est basée sur des considérations géométriques largement abordables, à savoir la moyenne calculée de manière discrète des angles formés par une série de plans tangents. Cependant,

d. Voir la figure 2.4 page 19.

la surface de l'outil au niveau du rayon d'arête est plus complexe qu'une série de plans, ce qui peut affecter l'écoulement de la matière d'une manière peu triviale. L'angle de coupe efficace doit répondre à

$$\lim_{\frac{h}{r\beta} \rightarrow 0} \gamma_{n,eff} = -\frac{\pi}{2}, \quad (6.12)$$

$$\lim_{\frac{h}{r\beta} \rightarrow \infty} \gamma_{n,eff} = \gamma_n, \quad (6.13)$$

mais également, en raison de l'effet d'échelle observé, à

$$\lim_{\frac{h}{r\beta} \rightarrow 5} \gamma_{n,eff} \approx \gamma_n. \quad (6.14)$$

Le modèle donné en équation (6.15) est basé sur les observations expérimentales et répond aux conditions précédentes.

$$\gamma_{n,eff} = \gamma_n - \left(\gamma_n + \frac{\pi}{2} \right) 8^{-\frac{h}{r\beta}} \quad (6.15)$$

Cet angle efficace n'affecte pas l'orientation de la bande de cisaillement primaire, le frottement étant très largement issu du frottement du copeau sur la face de coupe.

La matière est supposée suivre des lignes de glissement guidant chaque particule de matériau usiné vers le copeau au travers de la bande de cisaillement d'épaisseur non nulle. La déformation en cisaillement γ dans une bande rectiligne s'exprime, d'après la figure 6.2a,

$$\gamma = \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{AC}{BD}, \quad (6.16)$$

d'où

$$\gamma = \cot \phi + \tan(\phi - \gamma_n). \quad (6.17)$$

La déformation moyenne $\bar{\epsilon} = \epsilon/2$ générée dans la bande de cisaillement sous l'action de l'angle de coupe efficace $\gamma_{n,eff}$ est alors définie à partir de la relation (2.44) par

$$\bar{\epsilon} = \frac{\cos \gamma_{n,eff}}{2\sqrt{3} \sin \phi \cos(\phi - \gamma_{n,eff})}. \quad (6.18)$$

L'état de contrainte de la bande de cisaillement est calculé via la relation

$$\bar{\tau} = \frac{F_{shear}}{S_{sp}}, \quad (6.19)$$

où $\bar{\tau}$ est la contrainte moyenne de cisaillement dans la bande, F_{shear} l'effort de cisaillement et S_{sp} est l'aire de cisaillement telle que

$$S_s = \frac{bh}{\sin \phi}, \quad (6.20)$$

d'où la contrainte

$$\bar{\tau} = \frac{(F_c \cos \phi - F_t \sin \phi) \sin \phi}{bh}. \quad (2.37)$$

Cette contrainte peut être modélisée par une loi de type Norton-Hoff

$$\bar{\sigma} = \sigma_1 \bar{\epsilon}^n \quad (2.38)$$

dans le cas où $\bar{\epsilon} \leq 1$ et

$$\bar{\sigma} = NH_1 + NH_2 \bar{\epsilon} \quad (2.39)$$

dans le cas où $\bar{\epsilon} \geq 1$, avec

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3} \bar{\tau} \quad (6.21)$$

et

$$\begin{aligned} NH_1 &= (1 - n) \sigma_1 \\ NH_2 &= n \sigma_1 \end{aligned} \quad (2.40)$$

permettant d'assurer la continuité pour $\bar{\epsilon} = 1$. La figure 6.7 montre le résultat de l'identification de la contrainte de cisaillement $\bar{\tau}$. La contrainte atteint rapidement une valeur élevée en raison de la vitesse de déformation importante. La contrainte de cisaillement évolue légèrement avec l'augmentation de la déformation.

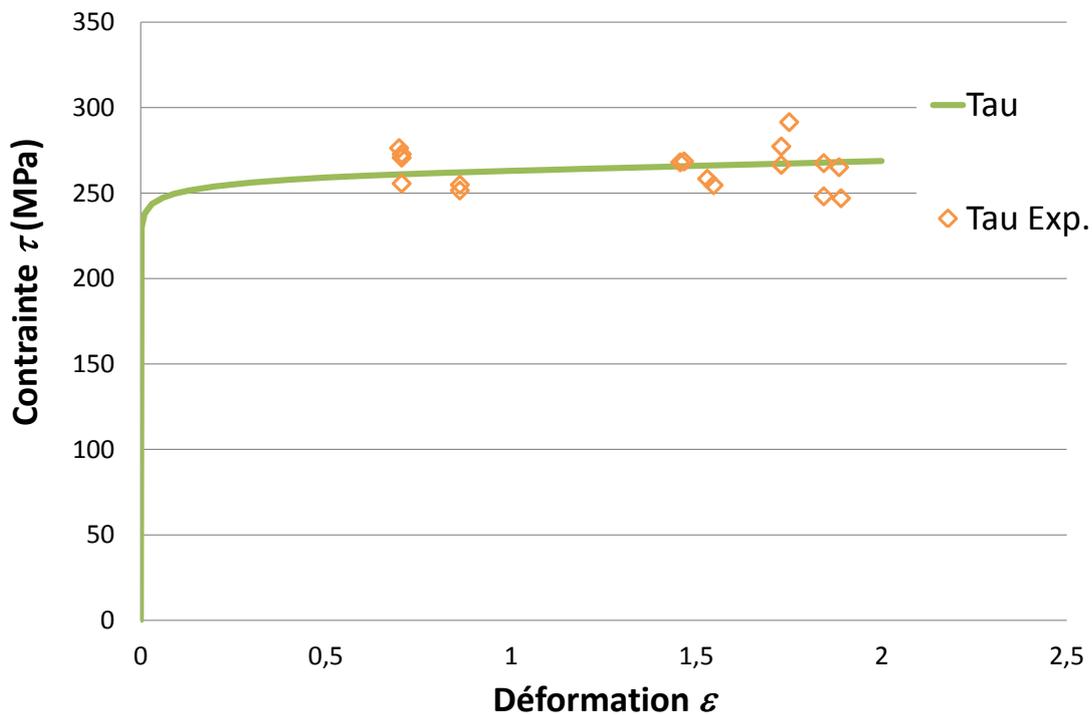


Fig. 6.7 – Contrainte de cisaillement $\bar{\tau}$ mesurée (valeurs distinctes) et modélisée (ligne) en coupe orthogonale sur disque en fonction de la déformation $\bar{\epsilon}$ ($V_c = 140$ m/min).

Cette étape d'identification permet de définir l'angle de frottement λ_R , les constantes de la loi de Zvorykin C_{Z1} et C_{Z2} , ainsi que les constantes de la loi de Norton-Hoff σ_1 et l'indice d'érouissage n rappelés dans le tableau 6.1.

Constantes	Valeurs	Unités
λ_R	42	°
C_{Z1}	20.31	°
C_{Z2}	0.3859	–
σ_1	455.55	MPa
n	0.022	–

Tab. 6.1 – Données identifiées du cisaillement primaire pour le Cu-c2.

6.2.2 Identification du contact outil-copeau

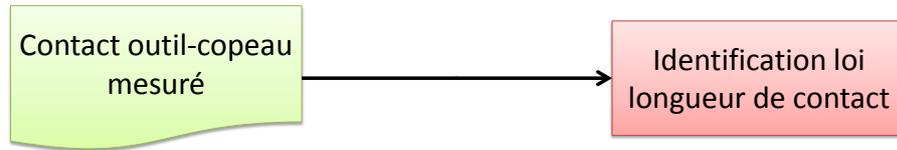


Fig. 6.8 – Etapes du processus d’identification du contact outil-copeau.

Le contact entre l’outil et le copeau est caractérisé par le coefficient de frottement μ_R . Son identification, nécessaire afin d’identifier le cisaillement primaire, a précédemment été réalisée dans le paragraphe 6.2.1. Le contact entre le copeau et la face de coupe de l’outil est cependant caractérisé par la longueur de contact $L_{C,R}$ entre ces derniers, visible sur la figure 6.9. Sa détermination est l’unique étape d’identification concernant le contact outil-copeau (figure 6.8). Les mesures réalisées sur la face de coupe des outils^e ainsi qu’à partir des images fournies par la caméra montrent que cette longueur augmente linéairement avec l’épaisseur du copeau h_c . A partir de l’équation (2.55) en utilisant quelques relations de trigonométrie, h_c peut être exprimée par

$$h_c = \frac{h \sin \phi}{\cos(\phi - \gamma_n)}. \quad (6.22)$$

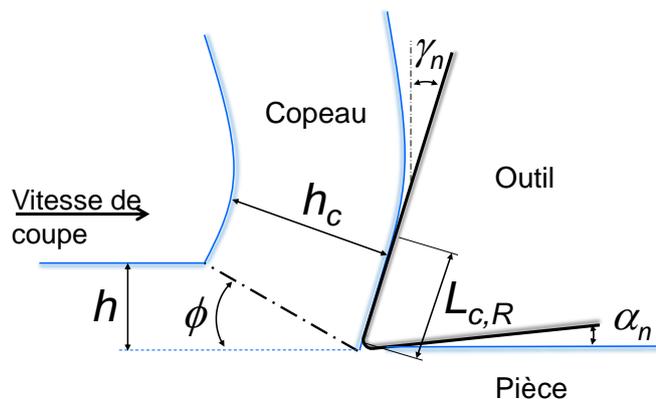


Fig. 6.9 – Contact du copeau sur la face de coupe de l’outil.

Une des raisons pouvant expliquer ce comportement résiderait dans le rayon d’enroulement du copeau. Plus le copeau généré est épais et plus son rayon d’enroulement serait grand d’où une longueur de contact $L_{C,R}$ plus importante avec la face de coupe. Un moyen de déterminer une loi d’évolution de ce rayon serait une évaluation des contraintes de flexion le long de son épaisseur h_c . L’évaluation de ces paramètres est difficile en raison de l’influence du couplage thermo-mécanique. Les travaux de [Shinozuka et al. \(1996\)](#), [Jared et Dow \(2000\)](#) et [Das et al. \(2005\)](#) donnent cependant des pistes dans cette voie. Le choix du modèle prédictif de la longueur de contact $L_{C,R}$ se portera, par conséquent, sur une relation phénoménologique. La figure 6.10 montre l’évolution de $L_{C,R}$ mesuré pour les trois angles de coupe testés en fonction de l’épaisseur coupée h et de l’épaisseur du copeau h_c .

e. Voir la figure 4.4 page 55.

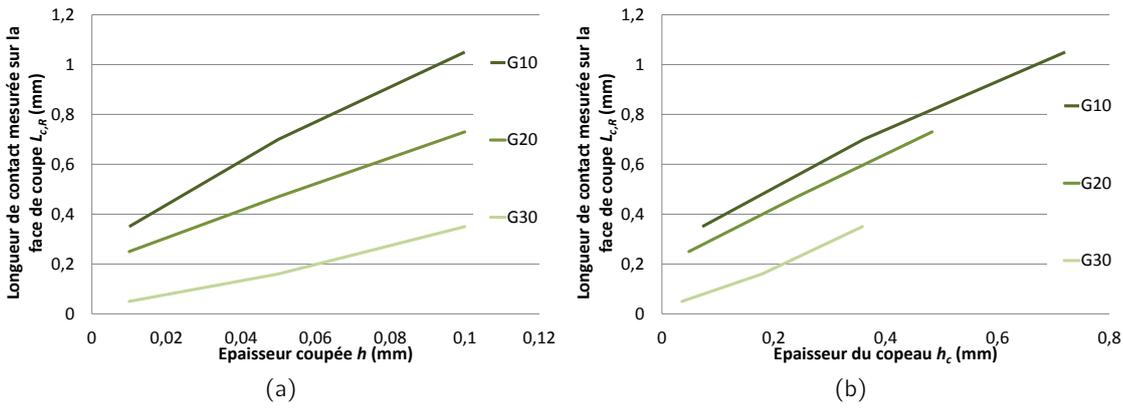


Fig. 6.10 – Longueur de contact $L_{c,R}$ mesurée (a) en fonction de l'épaisseur coupée h et (b) de l'épaisseur du copeau h_c pour trois angle de coupe différents ($V_c = 140$ m/min, $\gamma_n = 10^\circ, 20^\circ$ et 30°).

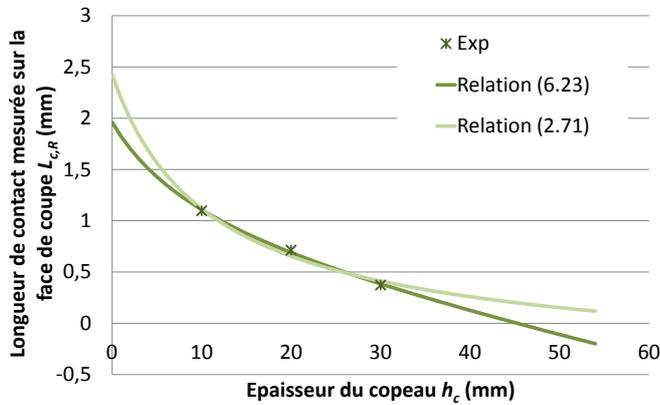


Fig. 6.11 – Modélisation de la longueur $L_{c,R}$ en fonction de l'angle de coupe pour une épaisseur coupée h de 0.1 mm.

La longueur de contact entre l'outil et le copeau évolue linéairement avec ces deux grandeurs. Une première approche permet de modéliser la longueur $L_{c,R}$ comme une fonction de l'épaisseur du copeau h_c et de l'angle de coupe γ_n telle que

$$L_{c,R} = h_c - \zeta_1 \gamma_n + \zeta_2. \tag{6.23}$$

Cependant cette formulation n'est valable que pour les configurations testées bien que fournissant de bons résultats d'après la figure 6.11. L'approche de Woon *et al.* (2008) modélise la longueur $L_{c,R}$ comme une fonction de l'épaisseur du copeau h_c et de l'épaisseur coupée h

$$L_{c,R} = \zeta_1 h_c - \zeta_2 h. \tag{2.71}$$

Cette relation est valable pour tous les angles de coupe, l'angle de coupe γ_n étant pris en compte dans le calcul de h_c via la relation (6.22). Si les deux approches donnent des résultats similaires sur la plage testée, la relation (2.71) est celle retenue pour le modèle d'effort développé. Les valeurs prises par les coefficients des deux modèles sont renseignées dans I tableau 6.2. Ces valeurs sont valables dans le cas d'une vitesse de coupe V_c de 140 m/min pour le Cu-c2 usiné à l'outil carbure.

Relation	ζ_1	ζ_2
(6.22)	0.7752	0.4371
(2.71)	8.9945	18.9359

Tab. 6.2 – Valeurs des constantes des modèles phénoménologiques de $L_{C,R}$.

6.2.3 Identification du contact en dépouille



Fig. 6.12 – Etapes du processus d'identification du contact en dépouille.

Cette identification est la plus difficile mais ne se résume qu'à un paramètre (figure 6.12). Le phénomène observé étant à l'échelle du micromètre, la méthode expérimentale atteint ses limites. L'épaisseur indentée h_S est formulée en fonction de l'angle θ_S régissant la position du point de stagnation par rapport au point le plus bas de l'outil, i.e. le point générant théoriquement la surface comme le montre la figure 6.13, telle que

$$h_S = r_\beta (1 - \cos \theta_S). \quad (6.24)$$

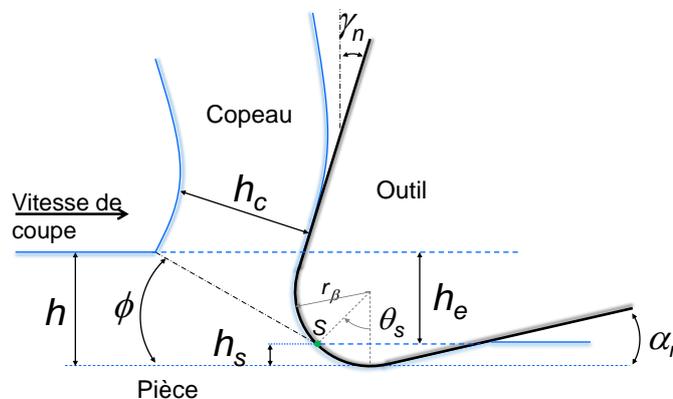


Fig. 6.13 – Position du point de stagnation S en fonction de l'angle θ_S .

L'observation d'images tirées des vidéos réalisées en coupe orthogonale indique que la position du point de stagnation dépend non seulement du rayon r_β mais plus spécifiquement de l'épaisseur coupée h au travers de la géométrie de coupe efficace de l'outil $\gamma_{n,eff}$. Le résultat de ces mesures permet de définir l'angle θ_S par la relation phénoménologique suivante.

$$\theta_S = \frac{7\pi}{18} - \gamma_{n,eff} \quad (6.25)$$

Cette formulation est loin d'être parfaite et demeure dédiée au matériau d'étude, le Cu-c2. Si le comportement ductile du Cu-c2 répond à cette formulation, un matériau au comportement plus fragile ne produira probablement pas le même modèle.

6.3 Modélisation des efforts

Cette partie est la seconde étape de la modélisation analytique après identification du modèle, à savoir le calcul des efforts de coupe. La modélisation présentée dans ce paragraphe utilise les résultats de la précédente identification. Elle est découpée en trois étapes résumées par la figure 6.14.

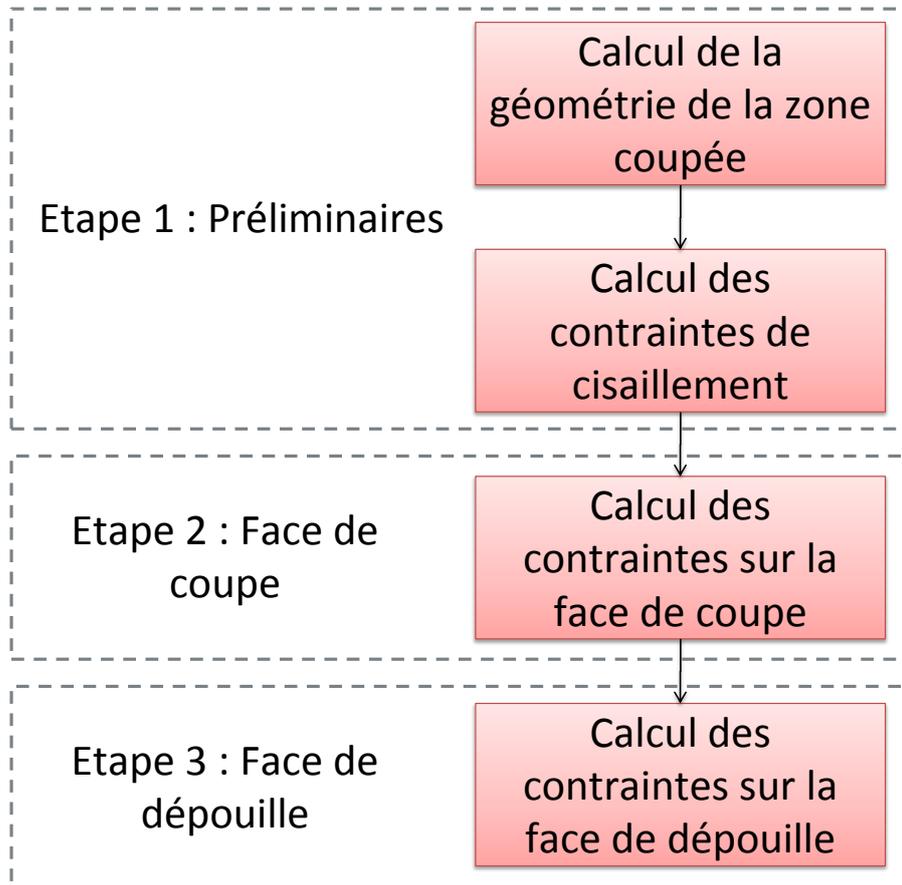


Fig. 6.14 – Etapes du processus de modélisation des efforts.

6.3.1 Modélisation du cisaillement primaire

Afin de modéliser le cisaillement primaire du copeau, il est nécessaire d'avoir identifié l'angle de frottement λ_R , les constantes de la loi de Zvorykin C_{Z1} et C_{Z2} , ainsi que les constantes de la loi de Norton-Hoff σ_1 et l'indice d'écroutissage n et de connaître la géométrie de coupe de l'outil, soit l'angle de coupe γ_n , et le rayon d'arête r_β . Pour chaque outil et chaque épaisseur coupée, la première étape consiste à définir la géométrie de coupe efficace. L'épaisseur coupée réelle h_e est déduite de la différence entre l'épaisseur coupée théorique h et l'épaisseur non coupée h_S

$$h_e = h - h_S. \quad (6.26)$$

Sont ensuite calculés l'angle de cisaillement ϕ via l'équation (2.56), l'épaisseur du copeau h_c via l'équation (6.22) et la déformation moyenne $\bar{\epsilon}$ (6.18). La contrainte de cisaillement dans la bande de cisaillement primaire est alors calculée par le biais des équations (6.21), (2.38) et

(2.39). En considérant qu'une force résulte du produit d'une contrainte par une aire, l'effort de cisaillement peut s'exprimer

$$F_{shear} = \bar{\tau} S_{sp}, \quad (6.19)$$

où S_{sp} désigne l'aire cisailée définie à partir de l'épaisseur coupée réelle h_e par

$$S_{sp} = \frac{b h_e}{\sin \phi}. \quad (6.27)$$

En substituant (6.27) dans (6.19), l'effort de cisaillement s'exprime

$$F_{shear} = \frac{\bar{\tau} b h_e}{\sin \phi}. \quad (6.28)$$

La bande de cisaillement subit un effort de compression, tel que représenté sur la figure 6.15, en raison du frottement se produisant sur la face de coupe.

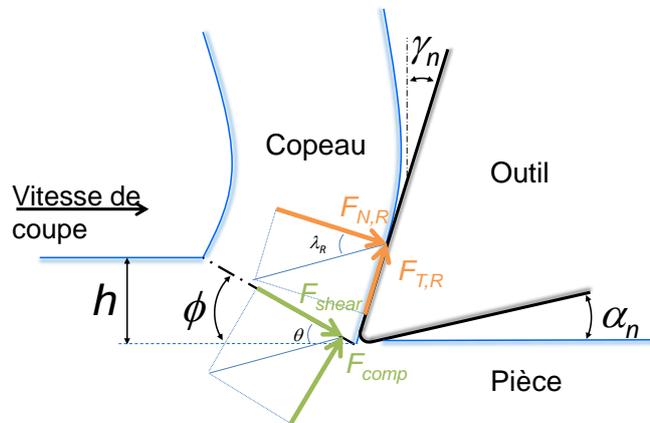


Fig. 6.15 – Représentation graphique des efforts liés à la face de coupe et à la bande de cisaillement.

La résultante R des efforts se produisant dans la zone de cisaillement primaire est définie par

$$R = \frac{F_{shear}}{\cos \theta}, \quad (2.48)$$

où θ représente l'angle entre la résultante R et la direction de l'effort F_{shear} tel que

$$\theta = \phi - \gamma_n + \lambda_R. \quad (6.29)$$

Par définition

$$F_{comp} = F_{shear} \tan \theta, \quad (6.30)$$

d'où

$$F_{comp} = \frac{\bar{\tau} b h_e \tan(\phi - \gamma_n + \lambda_R)}{\sin \phi}. \quad (6.31)$$

L'allure de ces efforts est donnée en figure 6.16 pour trois outils de rayon r_β identiques. L'angle de cisaillement n'évoluant pas en fonction de l'épaisseur coupée, ces efforts augmentent linéairement avec l'augmentation de h . L'augmentation des efforts en fonction de la géométrie de coupe n'est pas proportionnelle à la variation de la géométrie de coupe. La déformation $\bar{\epsilon}$, étant une fonction trigonométrique de l'angle de coupe, son évolution n'est pas linéaire, d'où l'allure des efforts modélisés à partir de la loi de Norton-Hoff.

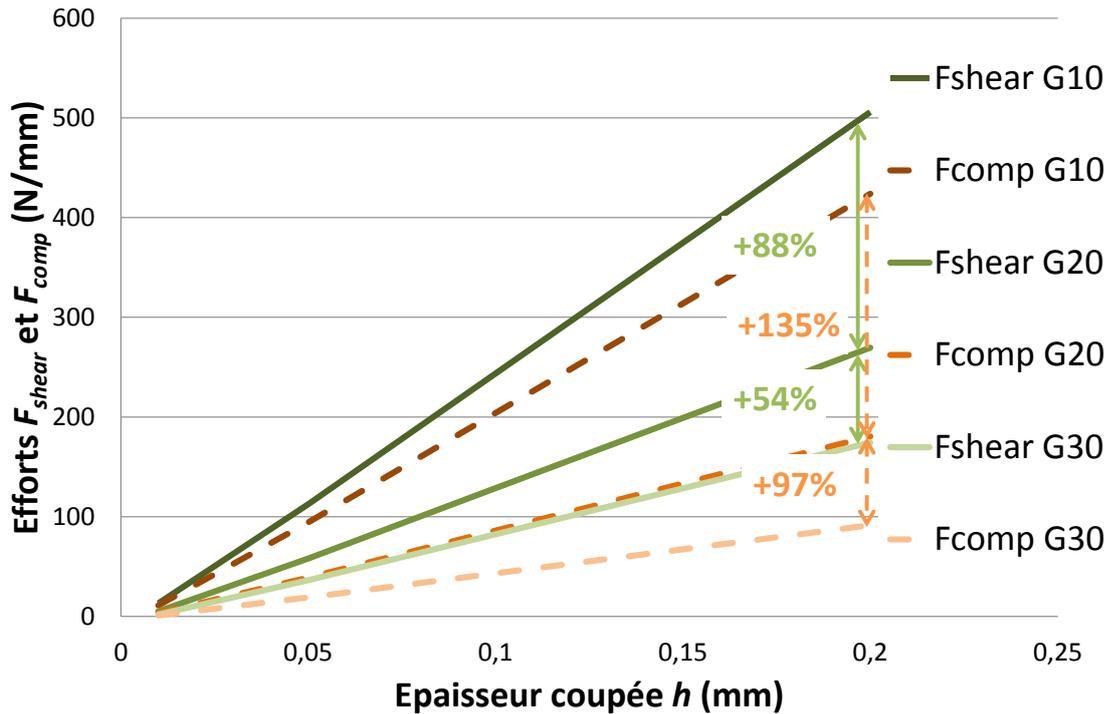


Fig. 6.16 – Efforts de cisaillement F_{shear} et de compression F_{comp} dans la bande de cisaillement modélisés analytiquement en fonction de l'épaisseur coupée h ($V_c = 140$ m/min, $\gamma_n = 10^\circ, 20^\circ$ et 30° , $r_\beta = 10$ μ m).

Les efforts dans la bande de cisaillement résultant de l'équilibre des actions s'exerçant sur la face de coupe, les efforts normal $F_{N,R}$ et tangentiel $F_{T,R}$ liés à celle-ci peuvent maintenant s'exprimer

$$F_{N,R} = F_{shear} \cos(\phi - \gamma) + F_{comp} \sin(\phi - \gamma) \quad (6.32)$$

et

$$F_{T,R} = -F_{shear} \sin(\phi - \gamma) + F_{comp} \cos(\phi - \gamma). \quad (6.33)$$

6.3.2 Modélisation des actions de contact sur la face de coupe

En raison du contact entre l'outil et le copeau, la face de coupe est soumise à une répartition de contraintes normales $\sigma_{n,R}$ et tangentielles de frottement $\tau_{f,R}$ dont les intégrales le long de la longueur de contact $L_{c,R}$ répondent à l'équilibre des efforts liés à la face de coupe, soit

$$F_{N,R} = b \int_0^{L_{c,R}} \sigma_{n,R} ds \quad (6.34)$$

et

$$F_{T,R} = b \int_0^{L_{c,R}} \tau_{f,R} ds, \quad (6.35)$$

où s désigne l'abscisse curviligne sur la face de coupe depuis le point de séparation S , composée d'une portion courbe dans le rayon r_β et d'une portion plane. De plus, la condition d'équilibre entre les résultantes d'efforts est complétée par une condition d'équilibre visant les couples autour du point de stagnation S , situé à la racine de la bande de cisaillement

comme illustré par la figure 6.17, qui matérialise le début de la face de coupe durant la coupe. L'équilibre des couples est satisfait par la relation

$$\mathcal{M}_S = b \int_0^{L_{c,R}} x \sigma_{n,R} dx, \quad (6.36)$$

où \mathcal{M}_S désigne le moment au point de stagnation S généré par F_{comp} et x le bras de levier. Aucun moment n'est généré par F_{shear} car la direction de cet effort est colinéaire à la bande de cisaillement et passe par le point S . Par ailleurs, l'effort $F_{T,R}$ étant colinéaire à la face de coupe, le couple qu'il génère est supposé négligeable car $L_{c,R} \gg r_\beta$.

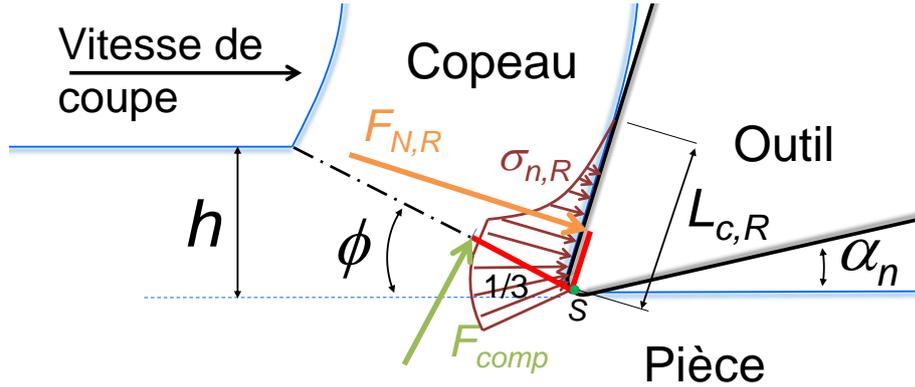


Fig. 6.17 – Equilibre des couples autour du point S .

La contrainte $\tau_{f,R}$ dépend de la contrainte normale en fonction de l'angle de frottement tel que

$$\tau_{f,R} = \sigma_{n,R} \tan \lambda_R = \mu_R \sigma_{n,R}. \quad (6.37)$$

Soit dans l'équation (6.35)

$$F_{T,R} = b \int_0^{L_{c,R}} \mu_R \sigma_{n,R} ds. \quad (6.38)$$

La distribution de ces contraintes est définie par

$$\sigma_{n,R}(s) = \begin{cases} \sigma_{n,max} & \text{si } 0 < s \leq L_{c,R}^* \\ \sigma_{n,max} \left(1 - \frac{s - L_{c,R}^*}{L_{c,R}}\right)^{n_R} & \text{si } L_{c,R}^* < s \leq L_{c,R} \end{cases} \quad (6.39)$$

et

$$\tau_{f,R}(s) = \begin{cases} \tau_p & \text{si } \mu_R \sigma_{n,R} \geq \tau_p \text{ et } 0 < s \leq L_{c,R}^* \\ \mu_R \sigma_{n,R}(s) & \text{si } \mu_R \sigma_{n,R} < \tau_p \text{ et } L_{c,R}^* < s \leq L_{c,R} \end{cases} \quad (2.65)$$

Les degrés de liberté du modèle sont alors la contrainte normale au point S notée $\sigma_{n,max}$, l'exposant de courbure de la distribution n_R et la longueur du contact où se produit le cisaillement secondaire $L_{c,R}^*$. Afin de respecter l'hypothèse d'une distribution de contrainte concave, la valeur de l'exposant n_R doit être supérieure à 1. En l'absence de rayon d'arête r_β et de cisaillement secondaire, cas relativement rare, l'intégration de l'expression (6.39) donne

$$F_{N,R} = b \int_0^{L_{c,R}} \sigma_{n,max} \left(1 - \frac{s}{L_{c,R}}\right)^{n_R} ds = \frac{b \sigma_{n,max} L_{c,R}}{n_R + 1}, \quad (6.40)$$

d'où

$$n_R = \frac{b \sigma_{n,max} L_{c,R}}{F_{N,R}} - 1. \quad (6.41)$$

En présence d'un rayon d'arête, la solution analytique exacte consiste à résoudre une équation complexe faisant intervenir la fonction mathématique Γ incomplète. La contrainte normale au point S notée $\sigma_{n,max}$ est une donnée clef de la modélisation. Elle correspond à la contrainte maximale exercée sur l'outil mais également à la racine de la bande de cisaillement. Le tenseur de contraintes σ dans le repère $\vec{x}S\vec{y}$ s'exprime

$$\sigma = \begin{bmatrix} P_S & \bar{\tau} \\ \bar{\tau} & P_S \end{bmatrix}, \quad (6.42)$$

où P_S est la pression hydrostatique en S et $\bar{\tau}$ la contrainte de cisaillement moyenne. La matrice de rotation d'angle $\pi + \gamma_n - \phi$ notée \mathcal{R} , permettant le passage du repère $\vec{x}S\vec{y}$, lié à la bande de cisaillement, vers le repère $\vec{x}'S\vec{y}'$ lié à la face de coupe (figure 6.18) est

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} -\cos(\gamma_n - \phi) & \sin(\gamma_n - \phi) \\ -\sin(\gamma_n - \phi) & -\cos(\gamma_n - \phi) \end{bmatrix}. \quad (6.43)$$

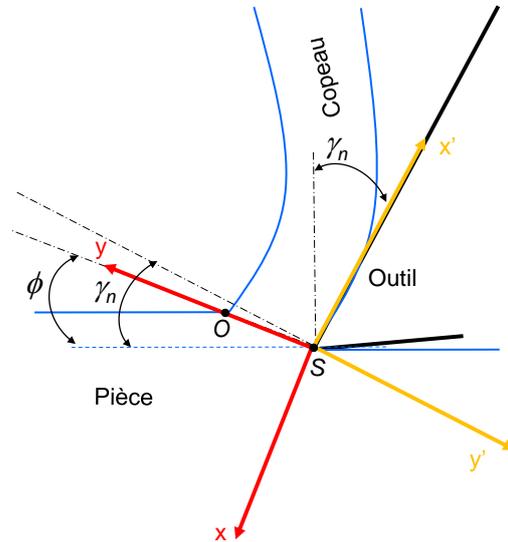


Fig. 6.18 – Repères pour le calcul de la contrainte en pointe d'outil.

Le tenseur de contraintes dans le repère $\vec{x}'S\vec{y}'$ s'écrit alors

$$\sigma' = \mathcal{R} \cdot \sigma \cdot \mathcal{R}^{-1} = \begin{bmatrix} P_S - \bar{\tau} \sin 2(\gamma_n - \phi) & \bar{\tau} \cos 2(\gamma_n - \phi) \\ \bar{\tau} \cos 2(\gamma_n - \phi) & P_S + \bar{\tau} \sin 2(\gamma_n - \phi) \end{bmatrix} \quad (6.44)$$

d'où

$$\sigma_{n,max} = P_S + \bar{\tau} \sin 2(\gamma_n - \phi). \quad (6.45)$$

La pression hydrostatique en S reste à déterminer. Le théorème de Hencky se résume à

$$\rho + 2\tau\psi = C_{te}, \quad (6.46)$$

où ρ représente une pression hydrostatique, τ la contrainte d'écoulement en cisaillement, ψ est la rotation effectuée en sens anti-horaire par la ligne de glissement par rapport à une direction fixe et une constante C_{te} . En considérant le point O situé à l'extrémité de la bande

de cisaillement au niveau de la surface libre, l'angle pris par la ligne de glissement, d'après la théorie de Hill (1954), est de $\pi/4$ soit

$$P_O = 2\tau \left(\frac{\pi}{4} - \phi \right) + C_{te}. \quad (6.47)$$

En supposant la distribution de pression répartie linéairement entre O et S , de l'équation (6.30) est déduit

$$\tan \theta = \frac{P_O + P_S}{2\bar{\tau}}, \quad (6.48)$$

où θ est identique à l'angle défini par l'équation (6.29). La pression P_S est alors extraite de l'équation (6.48) qui devient

$$P_S = 2\bar{\tau} \tan \theta - P_O, \quad (6.49)$$

d'où

$$P_S = 2\bar{\tau} \tan(\phi + \lambda_R - \gamma_n) - \bar{\tau} \left[1 + 2 \left(\frac{\pi}{4} - \phi \right) \right]. \quad (6.50)$$

En substituant l'équation (6.50) dans (6.45), la contrainte normale à l'outil au point de stagnation S s'écrit

$$\sigma_{n,max} = 2\bar{\tau} \tan(\phi + \lambda_R - \gamma_n) - \bar{\tau} \left(1 + 2 \left(\frac{\pi}{4} - \phi \right) \right) - \bar{\tau} \sin 2(\theta_s + \phi). \quad (6.51)$$

La contrainte normale au point S est par conséquent fixée par les propriétés de la bande de cisaillement. La distribution des contraintes sur la face de coupe dispose de deux degrés de liberté, à savoir, l'exposant de courbure n_R et la longueur du palier $L_{c,R}$. Une solution analytique élégante ne pouvant être trouvée pour définir la valeur de ces deux paramètres, leur résolution est réalisée numériquement par la méthode de la dichotomie décrite dans l'algorithme 1 en annexe D. Pour une épaisseur coupée h donnée et une géométrie d'outil γ_n et r_β , les conditions à satisfaire se résument aux équations (6.34), (6.36) et (6.38).

La figure 6.19 montre le résultat de cette modélisation pour trois outils coupant une épaisseur h de 0.1 mm. L'outil d'angle de coupe 30° , dont la longueur en contact sur la face de coupe est la plus faible, ne génère pas de palier de contrainte maximale. Ce palier apparaît pour les outils d'angle de coupe inférieurs et demeure supérieur à la valeur de l'épaisseur coupée h . Les contraintes calculées pour l'outil d'angle de coupe 30° sont réparties sur toute la longueur $L_{c,R}$ contrairement aux deux autres outils pour lesquels les contraintes deviennent rapidement négligeables. Des observations semblables se trouvent dans les travaux de Bagchi et Wright (1987) et Buryta *et al.* (1994) ce qui appuie ces résultats. Un outil adapté à la coupe du cuivre permet de mieux répartir les efforts sur sa surface, tandis que les géométries les moins adaptées génèrent des contraintes intenses et fortement localisées dont la conséquence la plus probable serait une usure rapide de l'outil.

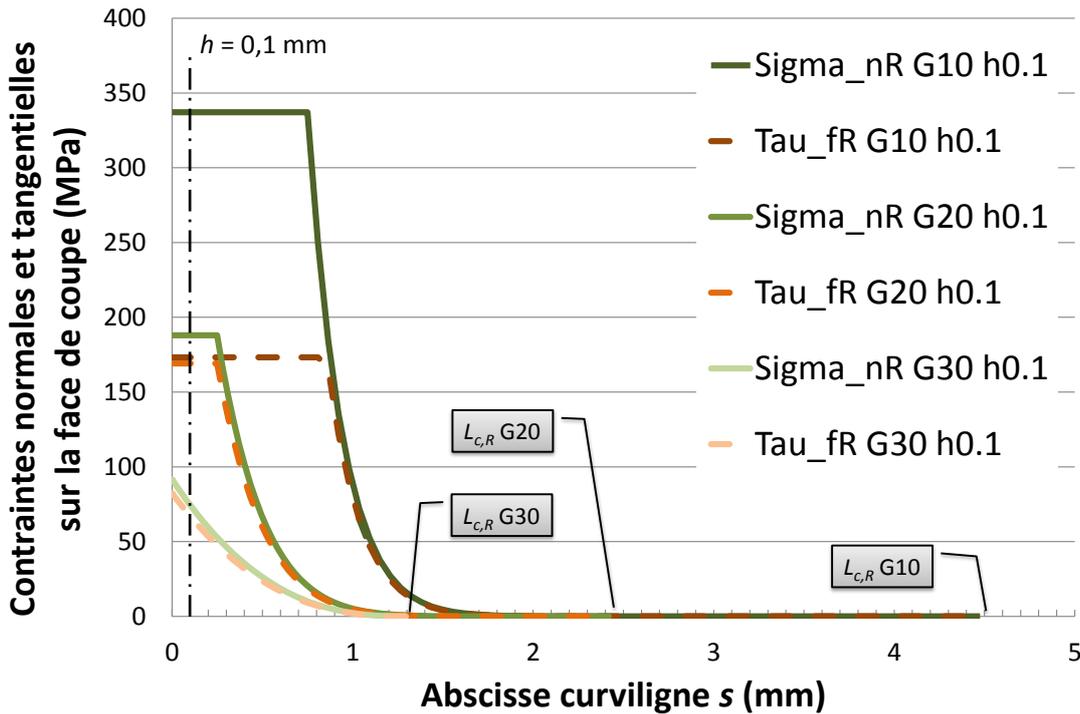


Fig. 6.19 – Contraintes normales $\sigma_{n,R}$ et tangentielles $\tau_{f,R}$ sur la face de coupe modélisées analytiquement en fonction de l'abscisse curviligne s ($V_c = 140$ m/min, $\gamma_n = 10^\circ, 20^\circ$ et 30° , $r_\beta = 10$ μ m, $h = 0.1$ mm).

6.3.3 Modélisation des actions sur la face en dépouille

La nature du contact sur la face en dépouille est similaire au contact sur la face de coupe. La longueur du contact entre l'outil et la pièce $L_{c,C}$ est une fonction de l'épaisseur non coupée h_s et du module d'élasticité E du matériau.

$$L_{c,C} = (\theta_s + \alpha_n) r_\beta + \frac{\left(1 + \frac{\sigma_{n,max}}{E}\right) h_s}{\sin \alpha_n} \tag{6.52}$$

Après le passage de l'outil, en raison du principe de conservation du volume, la matière correspondant à l'épaisseur non coupée h_s se retrouve en contact avec la face en dépouille, complétée d'une portion de retour élastique comme le montre la figure 6.20.

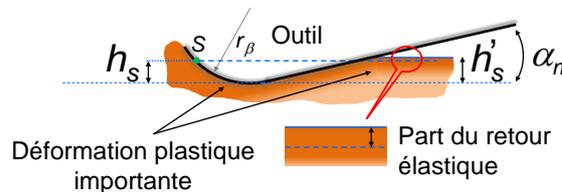


Fig. 6.20 – Spécificité du contact entre la face de dépouille de l'outil et la surface usinée.

Le premier membre de la relation (6.52), tirée de considérations géométriques, correspond à la partie en contact avec le rayon tandis que la seconde partie correspond au contact avec la face en dépouille proprement dite. En raison de la continuité des contraintes sur l'outil, la

contrainte $\sigma_{n,max}$ est identique à celle déterminée par la relation (6.51) sur la face de coupe. La valeur du module d'élasticité employée pour le cuivre Cu-c2 correspond à la valeur donnée dans le tableau 3.1. Les contraintes sur la face en dépouille sont le prolongement des actions sur la face de coupe comme le montre la figure 6.21a. La contrainte normale au point S est $\sigma_{n,max}$ déterminée par la relation (6.51). En raison de la géométrie de l'outil au niveau du rayon, l'écoulement de la matière est supposé fortement perturbé, ce qui a pour effet de fortement plastifier la matière. Les contraintes sont alors supposées comme maximales le long de cette zone. Une fois en contact avec la face en dépouille proprement dite, les contraintes se relâchent pour atteindre une intensité nulle à l'extrémité du contact. L'exposant n_C régissant la décroissance des contraintes est choisi égal à 1.5 d'après la théorie de Hertz. L'effet de la face de dépouille étant comparable à l'action d'un indenteur, ce critère est notamment celui considéré par Waldorf *et al.* (1999). Une évaluation de n_C par le biais des couples analogue à l'algorithme 1, disponible en annexe D introduit des nombre complexes dont l'interprétation est problématique. La figure 6.22 montre un exemple de résultats obtenus avec trois outils possédant le même angle de dépouille α_n et le même rayon d'arête r_β . Cette fois, les contraintes sont non négligeables jusqu'à la fin du contact entre la face de dépouille et le matériau usiné. Ceci expliquant l'augmentation légère des efforts pour les plus faibles angles de dépouille α_n . Le léger décrochement visible après le palier de contrainte est une conséquence du pas de discrétisation de la longueur en contact, le calcul se faisant de manière discrète.

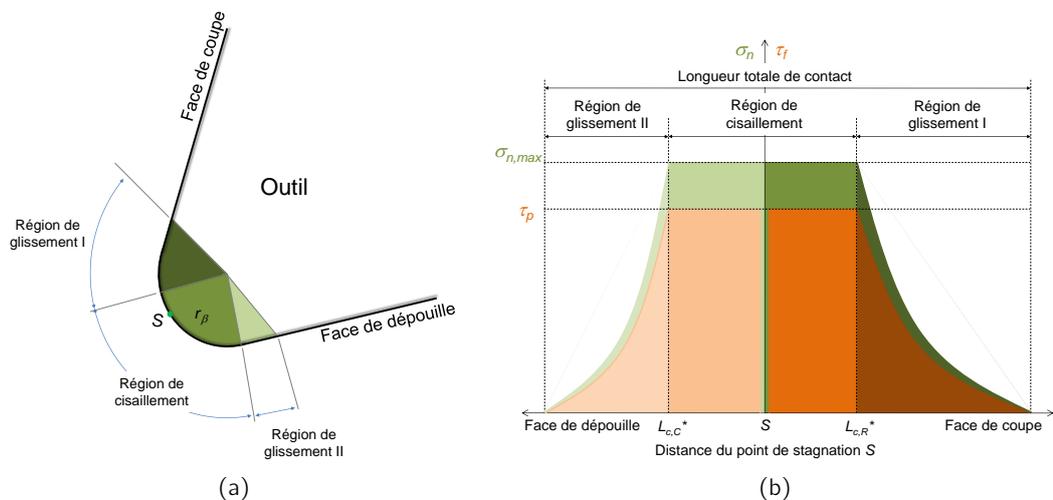


Fig. 6.21 – (a) Zonage de l'outil et (b) distribution des contraintes normales et de frottements sur l'outil.

6.4 Simulation des efforts

Ce paragraphe réunit les résultats de la simulation des efforts dans diverses configurations afin de comprendre l'effet des différents paramètres de coupe sur l'allure des efforts. Ces résultats sont obtenus au travers du démonstrateur développé pour ce projet. La figure 6.23 représente les résultats obtenus par la modélisation analytique des efforts pour différentes géométries de coupe possédant le même rayon d'arête.

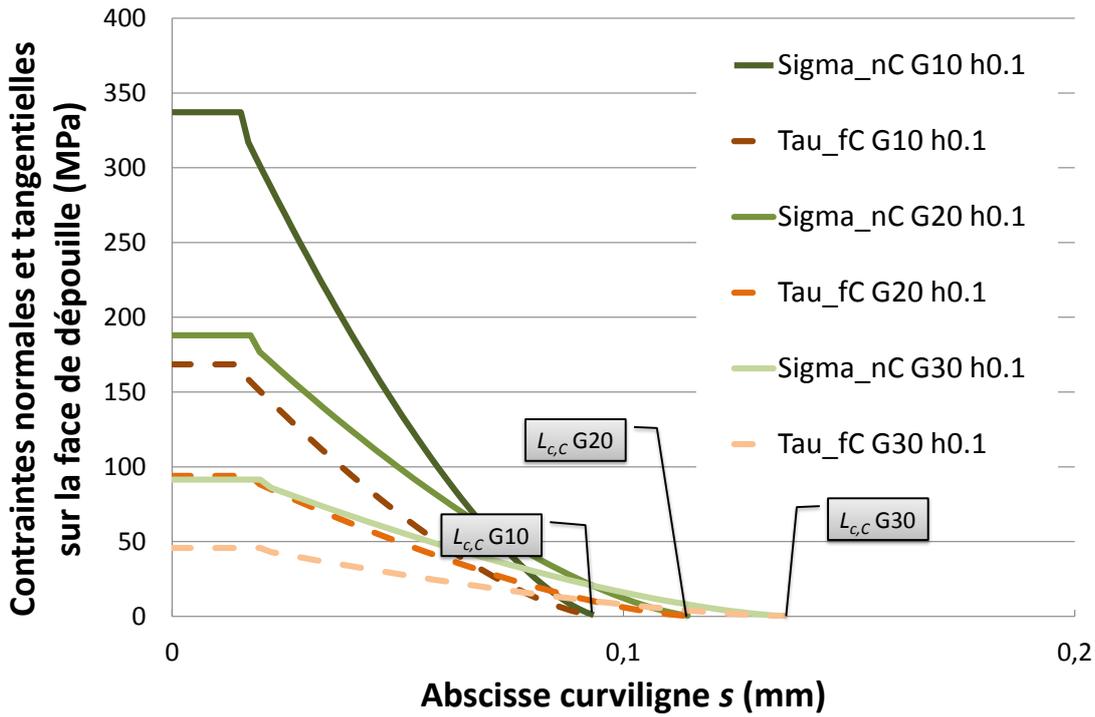


Fig. 6.22 – Contraintes normales $\sigma_{n,C}$ et tangentielles $\tau_{f,C}$ sur la face de dépouille modélisées analytiquement en fonction de l'abscisse curviligne s ($V_c = 140$ m/min, $\gamma_n = 10^\circ, 20^\circ$ et 30° , $\alpha_n = 5^\circ$, $r_\beta = 10 \mu\text{m}$, $h = 0.1$ mm).

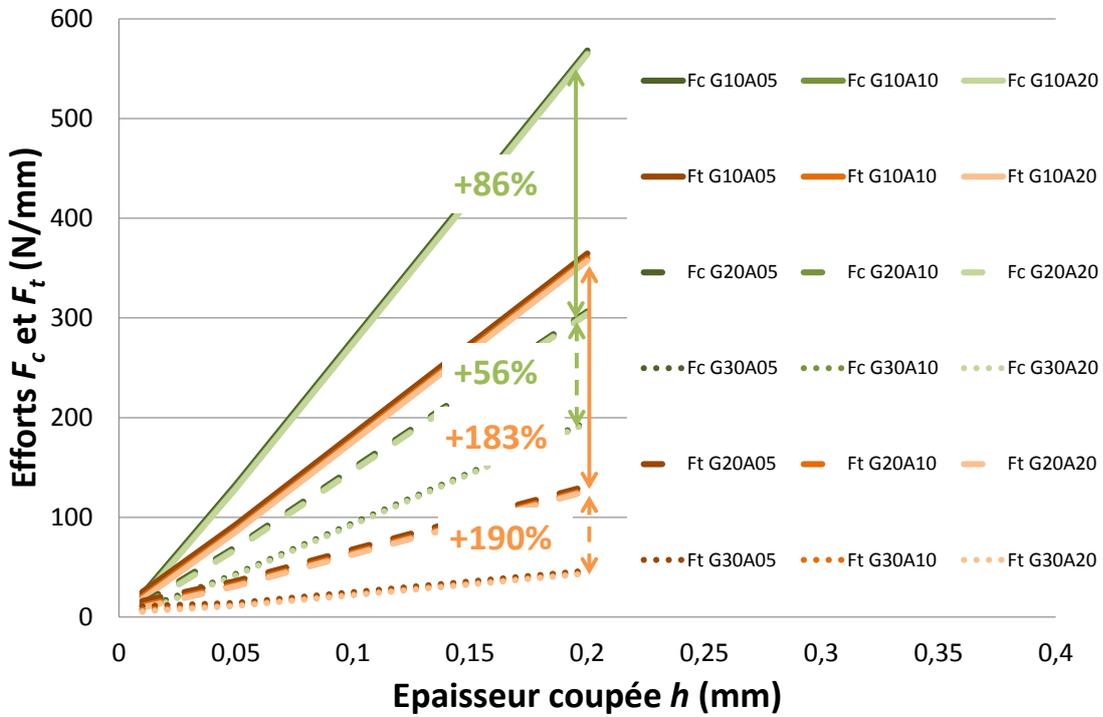


Fig. 6.23 – Efforts de coupe F_c et de pénétration F_t modélisés analytiquement en fonction de l'épaisseur coupée h pour un rayon d'arête r_β constant ($V_c = 140$ m/min, $\gamma_n = 10^\circ, 20^\circ$ et 30° , $\alpha_n = 20^\circ, 10^\circ$ et 5° , $r_\beta = 10 \mu\text{m}$).

L'augmentation des efforts avec la réduction de l'angle de coupe est fortement marquée contrairement à l'effet supposé de l'angle de dépouille, les courbes se superposant pratiquement pour un même angle de coupe. Un changement de pente est visible pour $h = 0.05$ mm mais présente une inflexion de sens opposé à celle observée expérimentalement. L'effort de coupe obtenu, pour une épaisseur coupée h de 0.2 mm, avec un outil dont l'angle de coupe γ_n est de 10° est 86% plus important que celui obtenu avec un angle de 20° . L'augmentation est de 56% pour un passage de 30° à 20° . Cette tendance est également en opposition avec les observations expérimentales du paragraphe 5.1. Concernant l'effort F_t , l'augmentation est de 190% pour un passage de 30° à 20° et 183% pour un passage de 20° à 10° . Cette fois l'augmentation plus importante de F_t lors du passage de γ_n de 20° à 10° suit les observations expérimentales mais ne respecte pas les proportions.

La figure 6.24 représente l'allure des efforts obtenus pour des outils d'angle de dépouille α_n identiques mais ayant différents rayons d'arête r_β . Cette fois, l'effet est visible en dépit d'une inflexion des courbes d'efforts au voisinage de $h = 0.05$ mm de sens opposée à celle observée expérimentalement. En comparaison avec les résultats de la figure 6.23, l'effet d'indentation, tel que pris en compte par ce modèle, est plus sensible à une variation du rayon r_β qu'à l'angle de dépouille α_n . Il s'agit donc bien de l'action d'indentation et non de frottement additionnel en dépouille.

La figure 6.25 montre les résultats obtenus des différentes configurations expérimentales testées en fonction de l'épaisseur coupée h . Les valeurs mesurées sont représentées par des points tandis que les courbes représentent les résultats donnés par le modèle. Qualitativement, les efforts prédits pour les épaisseurs coupées intermédiaires semblent représentatifs de la réalité expérimentale. Le modèle semble sous-estimer les efforts pour les plus faibles épaisseurs h et les surestimer pour les plus fortes. L'effort de pénétration calculés pour les outils d'angle de coupe γ_n de 30° augmente tandis que les valeurs expérimentales semblent indiquer qu'il reste stable. Les paramètres de la loi de comportement ayant été déterminés à partir des résultats obtenus pour les trois angles de coupe testés, les contraintes générées dans la matière par les outils ayant les plus faibles angles de coupe ont très probablement nuit à la justesse de ces constantes. L'allure linéaire générale des efforts laisse supposer que les très fortes épaisseurs coupées risquent d'être très largement surestimées. Le modèle semble diverger de manière générale.

D'un point de vue quantitatif, les pourcentages d'écarts donnés par les figures 6.26 et 6.27 confirment que les efforts divergent pour les épaisseurs coupées extrêmes. Un écart positif signifie que l'effort modélisé sous-estime l'effort mesuré et inversement. Les efforts de coupe F_c et de pénétration F_t pour les plus faibles épaisseurs coupées affichent des erreurs de 40% à 80% inférieures aux efforts mesurés. Ces écarts attestent que les mécanismes présents dans le cas d'un effet d'échelle important ne sont pas totalement modélisés. L'effort de pénétration calculé pour un outil d'angle de coupe γ_n de 30° est généralement surévalué, en particulier pour un angle de dépouille α_n de 20° , comme le montre la figure 6.27 où il apparaît en vert. L'écart moyen pour l'effort de coupe F_c est de 17% avec un minimum de 0.2% et un maximum de 76%. Pour l'effort de pénétration F_t , l'écart moyen est de -18% avec un écart minimum en valeur absolue de 2% et un maximum de -288%.

En résumé, les résultats donnés par ce modèle ne sont pas la parfaite image de la réalité expérimentale mais s'en approchent. Les résultats les plus significatifs se situent pour les épaisseurs coupées intermédiaires où l'effet d'échelle devient moins significatif.

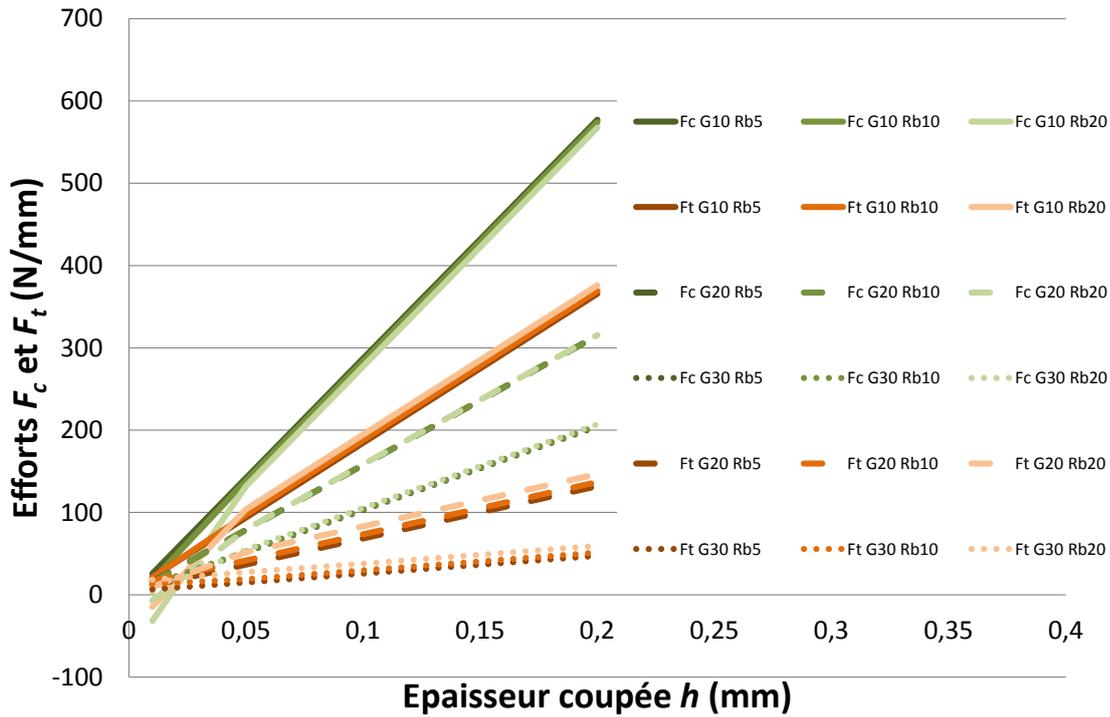


Fig. 6.24 – Efforts de coupe F_c et de pénétration F_t modélisés analytiquement en fonction de l'épaisseur coupée h pour un angle de dépouille α_n constant ($V_c = 140$ m/min, $\gamma_n = 10^\circ, 20^\circ$ et 30° , $\alpha_n = 5^\circ$, $r_\beta = 5 \mu\text{m}, 10 \mu\text{m}$ et $20 \mu\text{m}$).

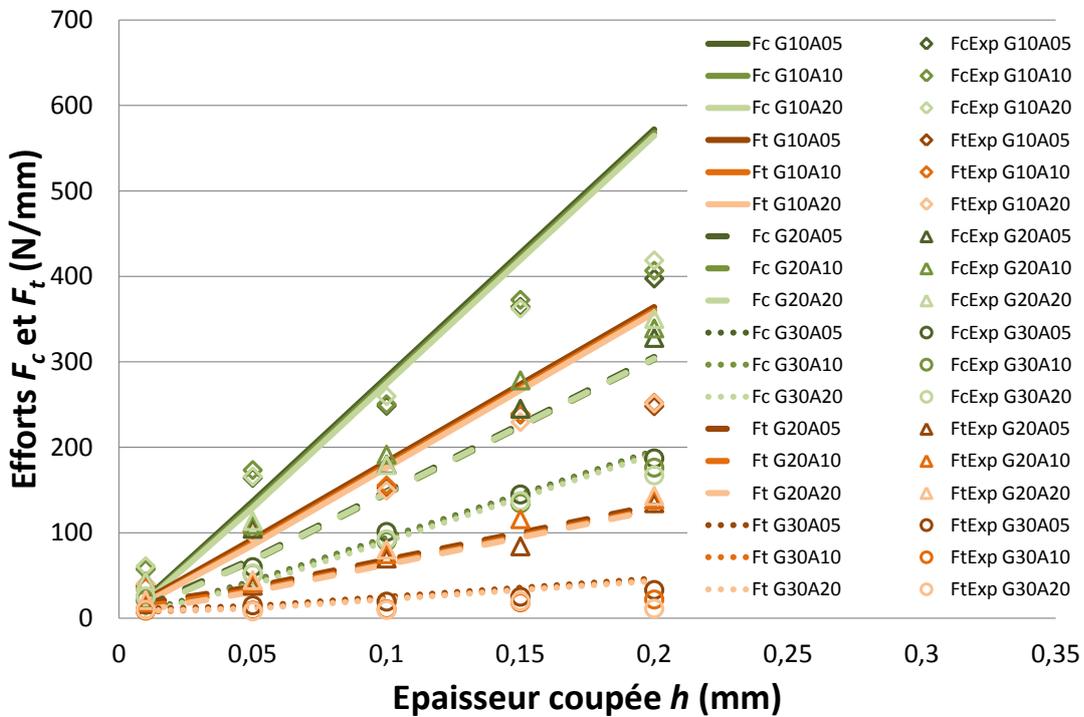


Fig. 6.25 – Efforts de coupe F_c et de pénétration F_t modélisés analytiquement (lignes continues) et mesurés (points) en fonction de l'épaisseur coupée h ($V_c = 140$ m/min, $\gamma_n = 10^\circ, 20^\circ$ et 30° , $\alpha_n = 20^\circ, 10^\circ$ et 5°).

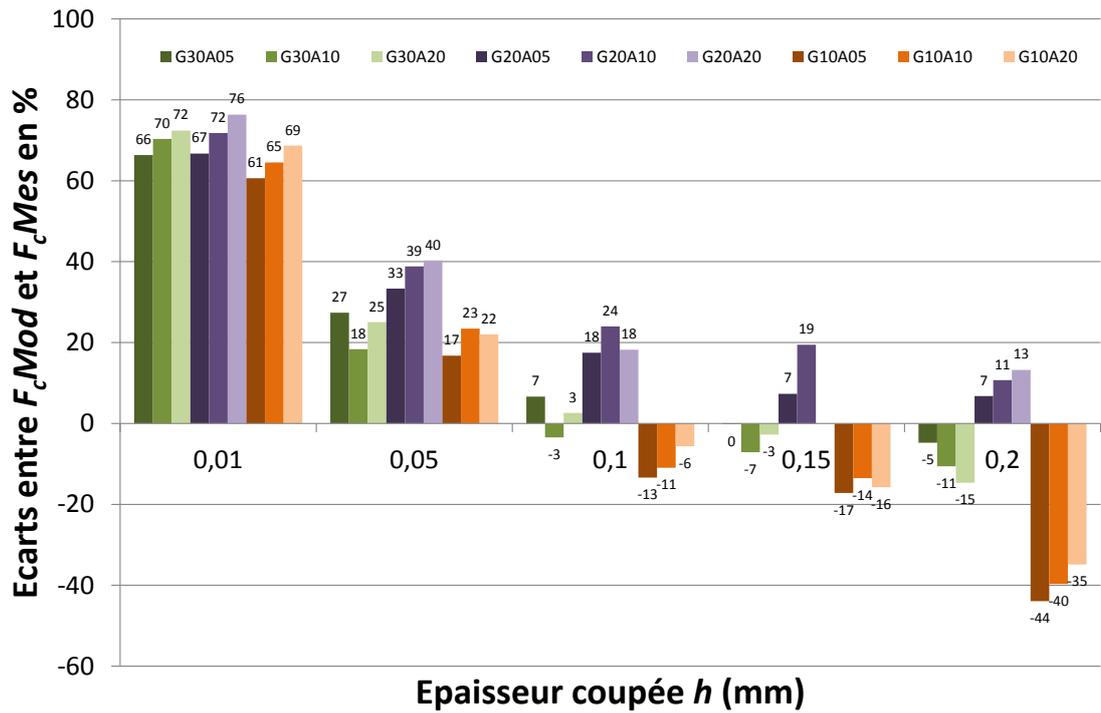


Fig. 6.26 – Ecart entre efforts de coupe F_c modélisés analytiquement et mesurés en fonction de l'épaisseur coupée h ($V_c = 140$ m/min, $\gamma_n = 10^\circ, 20^\circ$ et 30° , $\alpha_n = 20^\circ, 10^\circ$ et 5°).

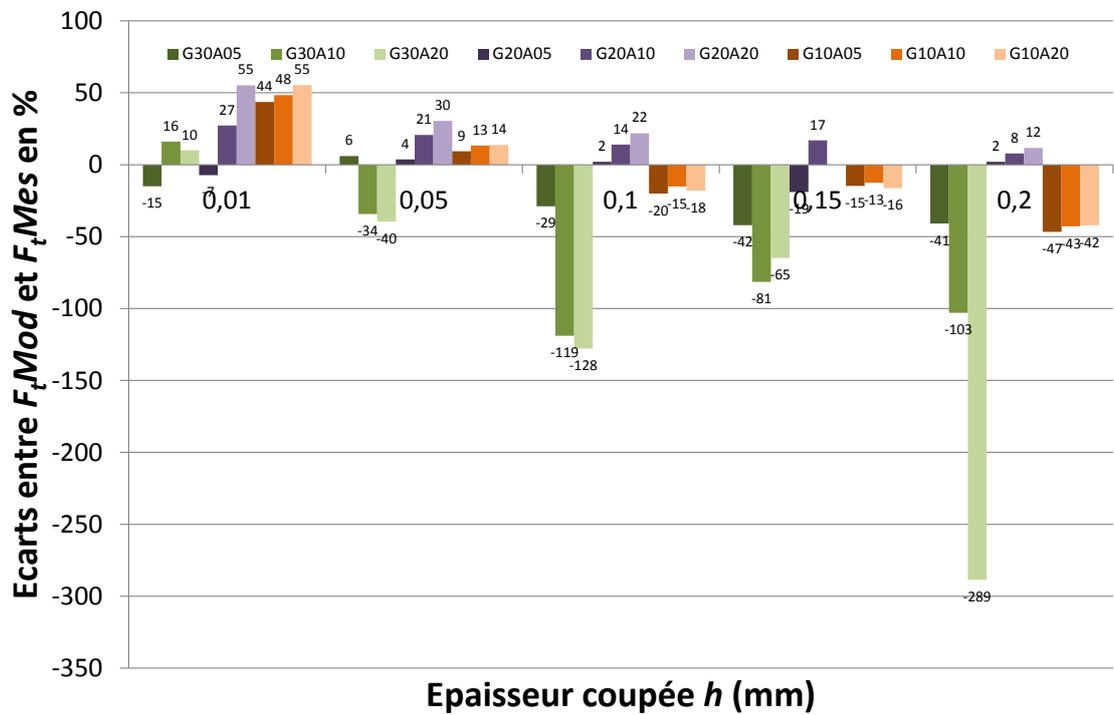


Fig. 6.27 – Ecart entre efforts de coupe F_t modélisés analytiquement et mesurés en fonction de l'épaisseur coupée h ($V_c = 140$ m/min, $\gamma_n = 10^\circ, 20^\circ$ et 30° , $\alpha_n = 20^\circ, 10^\circ$ et 5°).

6.5 Analyse des sensibilités

Afin de déterminer quelle précision doit être accordée aux paramètres identifiés, ce paragraphe propose d'analyser les sensibilités du modèle face à une variation de 10% des constantes d'entrée déterminées dans le paragraphe 6.2. La comparaison est faite avec les résultats obtenus pour deux outils aux propriétés opposées. Les caractéristiques de ces outils sont renseignées dans le tableau 6.3. L'outil 1 est très adapté à la coupe du Cu-c2 en raison de ses importants angles de coupe γ_n et de dépouille α_n ainsi que par la finesse de son rayon d'arête r_β . L'outil 2 est le moins adapté car son angle de coupe est faiblement positif, le contact en dépouille est maximisé et son acuité d'arête est faible. Deux épaisseurs coupées sont testées, une très faible censée subir fortement l'influence du rayon d'arête r_β et une importante minimisant cette influence.

Référence de l'outil	Angle de coupe γ_n	Angle de dépouille α_n	Rayon d'arête r_β
Outil 1	30°	20°	5 μm
Outil 2	10°	5°	20 μm

Tab. 6.3 – Géométrie des outils.

Référence de la condition de coupe	Épaisseur coupée h
Condition 1	0,01
Condition 2	0,2

Tab. 6.4 – Condition de coupe.

Pour chaque configuration d'outil et d'épaisseur coupée, identifiée par le signe OXCY où X et Y désignent respectivement l'outil et la condition de coupe, une constante identifiée au paragraphe 6.2 est augmentée de 10%. Le pourcentage d'écart entre les efforts de référence et les efforts calculés après modification de la constante est calculé. La figure 6.28 présente les résultats de cette analyse.

Les paramètres dont une variation a la plus forte influence sur le niveau des efforts calculés sont

- l'angle de frottement sur la face de coupe λ_R ,
- l'angle de frottement sur la face de dépouille λ_C ,
- les constantes régissant l'angle de cisaillement C_{Z1} et C_{Z2} ,
- ainsi que la position du point de stagnation θ_S ,

cette dernière constante n'ayant un effet important que dans le cas des très faibles épaisseurs coupées. Les paramètres NH_1 et NH_2 de la loi de comportement ont une importance relative sur la sensibilité du calcul des efforts. Une faible variation de l'angle de frottement sur la face de dépouille λ_C a un impact significatif dans les cas où le contact sur la face en dépouille est important en raison d'un faible angle α_n et où les épaisseurs coupées h sont très faibles. Dans le cas où l'angle de dépouille est important et l'épaisseur coupée grande, λ_C n'a pas d'influence significative sur les efforts car les composantes $F_{c,C}$ et $F_{t,C}$ qui sont généralement de faible intensité par rapport à $F_{c,R}$ et $F_{t,R}$. Comme suggéré par les résultats obtenus aux paragraphes 6.3.2 et 6.3.3, une faible variation des paramètres ζ_1 et ζ_2 régissant la longueur de contact $L_{c,R}$ a un effet non significatif sur celle-ci.

En conclusion, le plus grand soin doit être apporté lors de la détermination des paramètres λ_R , C_{Z1} et C_{Z2} et θ_S afin de garantir la représentativité des efforts calculés.

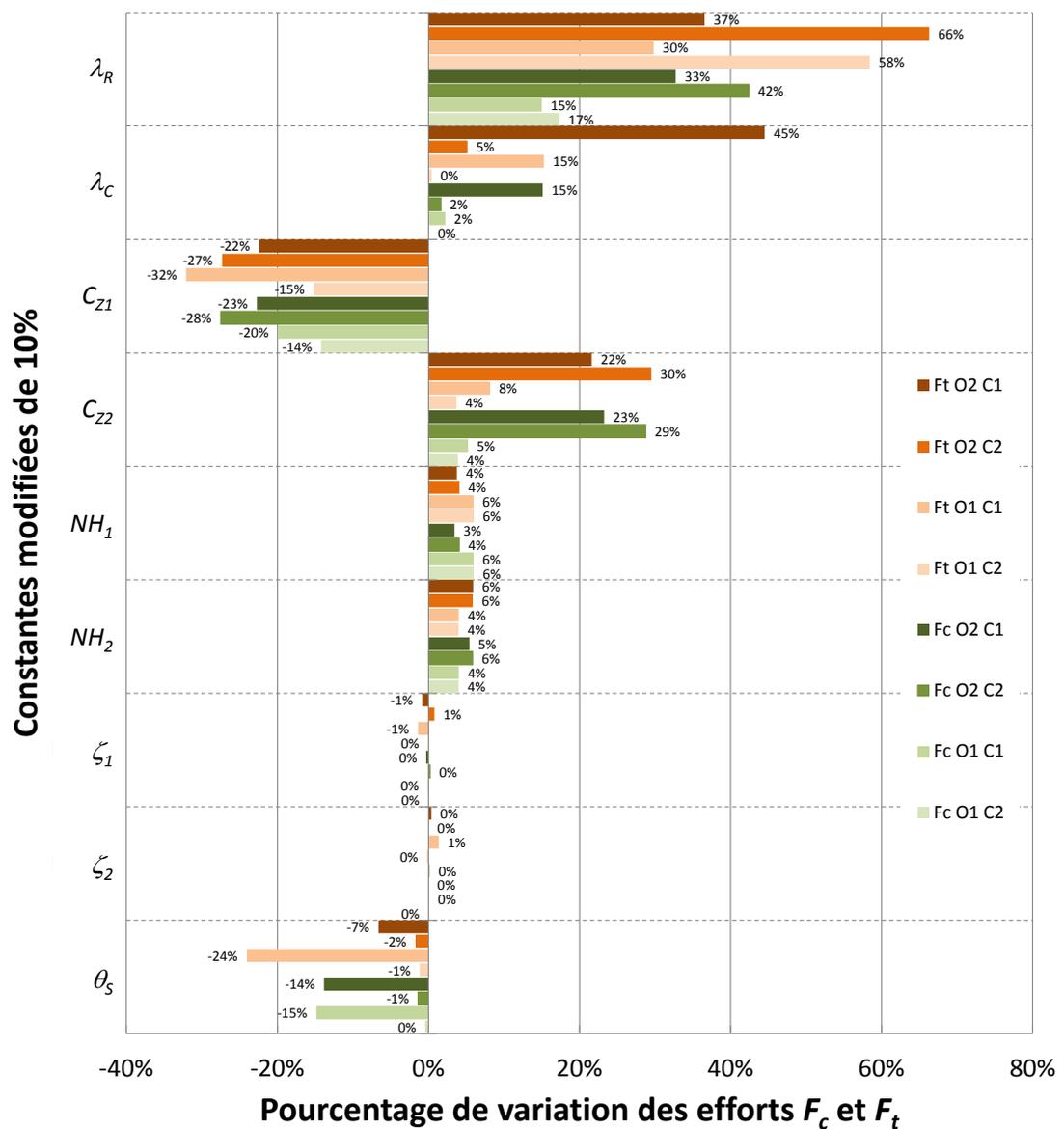


Fig. 6.28 – Variations des efforts pour une augmentation de 10% des paramètres d'entrée.

6.6 Conclusions

L'approche analytique a l'avantage de modéliser bien plus que les efforts car des données intermédiaires sur le chargement de l'outil sont générées. La coupe est modélisée de manière bien plus physique, et donc transparente, que par une approche phénoménologique. Sa représentativité physique permet d'apprécier la qualité de chaque étape du processus de modélisation.

D'un point de vue pratique, cette approche ne nécessite pas un nombre important d'essais pour donner des résultats. L'identification des coefficients de la loi régissant l'angle de cisaillement primaire ϕ ne nécessite que deux ou trois observations QST ou par caméra en raison de la linéarité du phénomène. La loi de comportement de Norton-Hoff ne nécessite pas forcément d'être étalonnée au travers d'essais d'usinage. Des essais de cisaillement par des barres d'Hopkinson, identiques à ceux réalisés par [Changeux \(2001\)](#), peuvent se substituer

aux essais de coupe orthogonale. Cette loi peut également être remplacée par une loi plus complexe mais nécessitera alors la connaissance de nouveaux paramètres introduits. Cependant, l'analyse des sensibilités a montré que l'angle de frottement λ_R sur la face de coupe doit être déterminé avec le plus grand soin en raison des effets de sa variation sur les efforts modélisés.

Ce modèle confère une certaine flexibilité. En cas d'usure de l'outil, le modèle est adaptatif. Une usure en dépouille modifie la géométrie de la face éponyme et tend généralement à réduire le rayon r_β (Kountanya et Endres, 2004). Ces nouveaux paramètres peuvent être aisément intégrés dans le modèle comme une nouvelle géométrie d'outil. Il en va de même dans le cas d'un rodage de l'arête où le rayon r_β est augmenté. Dans le cas d'une usure en cratère, la géométrie de la face de coupe est fortement modifiée et ne constitue plus une géométrie classique. L'écoulement du copeau s'en trouve modifié, comme avec une géométrie brise-copeau, et les propriétés du contact sont changées comme en témoignent les travaux de Fang et Jawahir (2001) et Parakkal *et al.* (2002). Cet aspect n'est pas pris en compte par le modèle et nécessite des approfondissements.

La modélisation ne reproduit pas parfaitement l'allure des efforts mesurés. Les résultats des essais ont montré que la pente des efforts, pour un rapport $h/r_\beta \leq 5$ est plus importante que celle obtenue pour des efforts moins sujets aux effets d'échelle. Dans le cadre de cette modélisation analytique, cette tendance est inversée. D'importantes différences ont pu être observées entre le comportement d'un outil d'angle de coupe 30° , d'une part, et ceux d'angles 10° et 20° d'autre part. Si ce comportement a été imputé à une importante génération de contraintes en amont de l'outil pour ces deux dernières géométries, il peut sembler, au regard des résultats de la modélisation, que ceci a certainement un impact sur la géométrie de l'écoulement de la matière, paramètre difficilement observable. La position du point S est probablement dépendante d'autres paramètres que $\gamma_{n,eff}$ comme c'est le cas pour ce modèle.

