

# Applications

## Sommaire

|   |     |
|---|-----|
| Chapitre 4 : Applications.....                                  | 105 |
| 4.1 Introduction .....  | 105 |
| .....   | 106 |
| .....   | 106 |
| 4.2.2 Résultats .....   | 112 |
| 4.3 Assemblage d'une pompe PIERBURG .....                       | 119 |
| 4.3.1 Formulation et modélisation du problème d'assemblage..... | 120 |
| 4.3.2 Résultats .....   | 123 |
| 4.4 Conclusion.....   | 124 |

## 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, les différentes approches d'analyse des tolérances sont appliquées à des systèmes mécaniques hyperstatiques ; l'objectif est d'évaluer les conditions d'assemblage et fonctionnelle. La technique de base des deux méthodes proposées pour réaliser l'analyse des tolérances est une combinaison de la simulation de Monte Carlo et des optimisations. Les deux méthodes proposées sont présentées comme suit : (i) la première méthode réalise une simulation locale sur les contacts fixes et glissants à chaque itération de la simulation de MC afin de déterminer des composantes de leur torseur jeu assurant une configuration optimale d'assemblage sans interpénétrations, (ii) la deuxième méthode introduit un modèle probabiliste pour les composantes des jeux dans la simulation de MC.

Deux mécanismes sont étudiés dans ce chapitre. La section 4.2 présente l'étude d'un moteur électrique où l'exigence fonctionnelle se situe au niveau du débattement entre l'arbre et le

boitier. Sa condition d'assemblage est aussi étudiée. La section 4.3 s'intéresse uniquement à l'assemblage d'une pompe de voiture de la société PIERBURG. Ce cas n'a pas d'exigence fonctionnelle car sa fonctionnalité dépend uniquement de sa capacité à s'assembler.

## 4.2 Assemblage et exigence fonctionnelle d'un moteur électrique

Le système mécanique étudié dans cette section est un système mécanique hyperstatique et représente une simplification d'un moteur électrique étudié dans (Anselmetti, 2006). Ce système mécanique et ses composantes sont représentés sur les Figure 4.1-Figure 4.5. C'est un système mécanique composé de trois pièces : un arbre (pièce 3) relié au boitier (pièce 1) et à un support à l'extrémité (pièce 2). L'exigence de fonctionnalité porte sur le débattement maximal limité suivant les axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  du cylindre central de l'arbre par rapport à la surface intérieure du boitier. Le torseur jeu fonctionnel  $Id/3d$  est contraint par une condition fonctionnelle.

### 4.2.1 Formulation et modélisation des problèmes d'assemblage et fonctionnel

Les différentes étapes suivies pour étudier ce moteur électrique sont décrites dans cette sous-section. Plus d'information sur les équations et contraintes développées, peuvent être trouvées dans l'Annexe D.

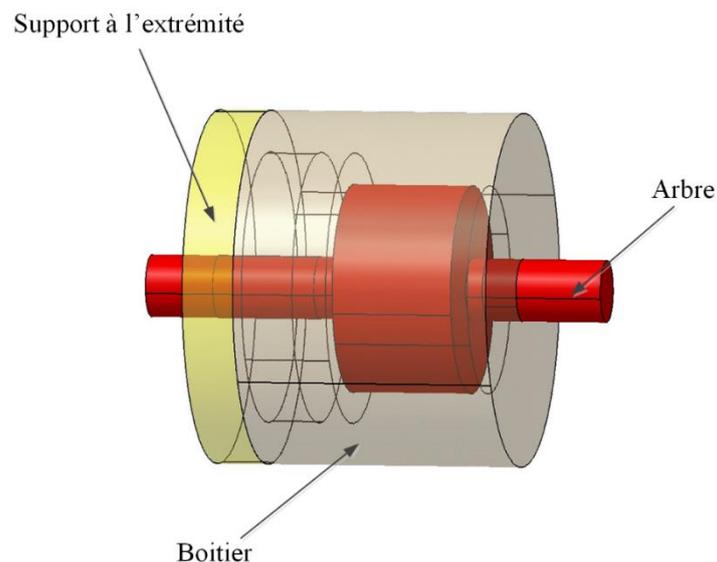


Figure 4.1 : Représentation simplifiée 3D du moteur électrique

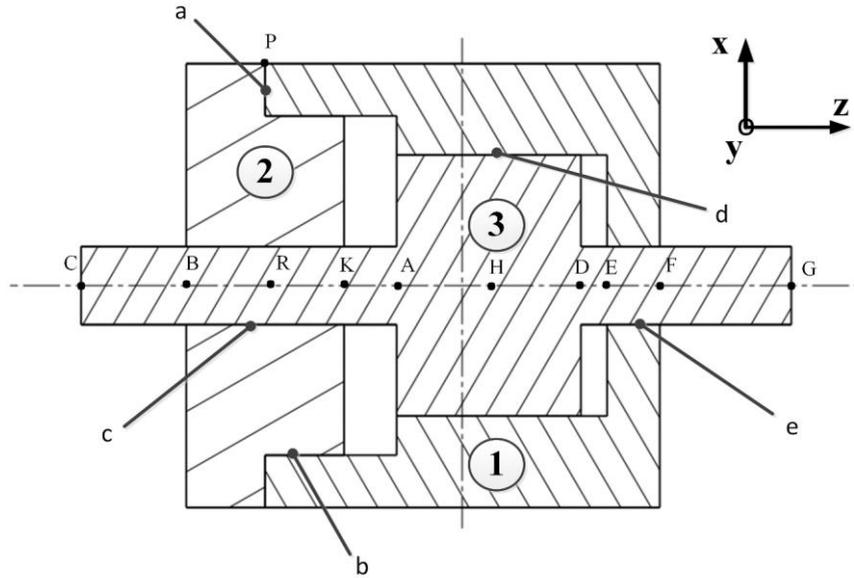


Figure 4.2 : Vue en coupe du moteur électrique

**Les différentes surfaces** : les surfaces des pièces mécaniques sont désignées à l'aide des lettres minuscules (par exemple *a*, *b*, etc.). Les lettres majuscules (par exemple *A*, *B*, *C*, etc.) sont utilisées pour désigner les différents points du repère où les torseurs écarts et torseurs jeux sont exprimés.

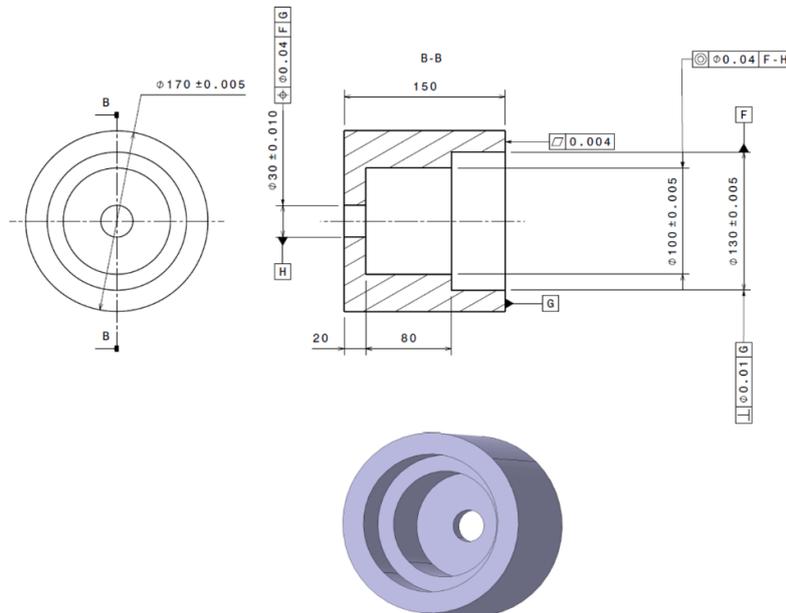


Figure 4.3 : Spécifications géométriques de la pièce 1

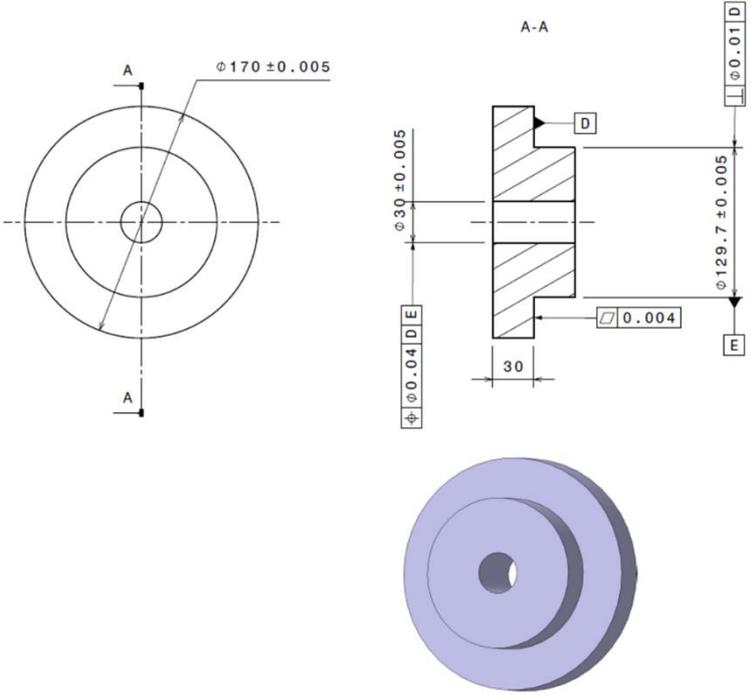


Figure 4.4 : Spécifications géométriques de la pièce 2

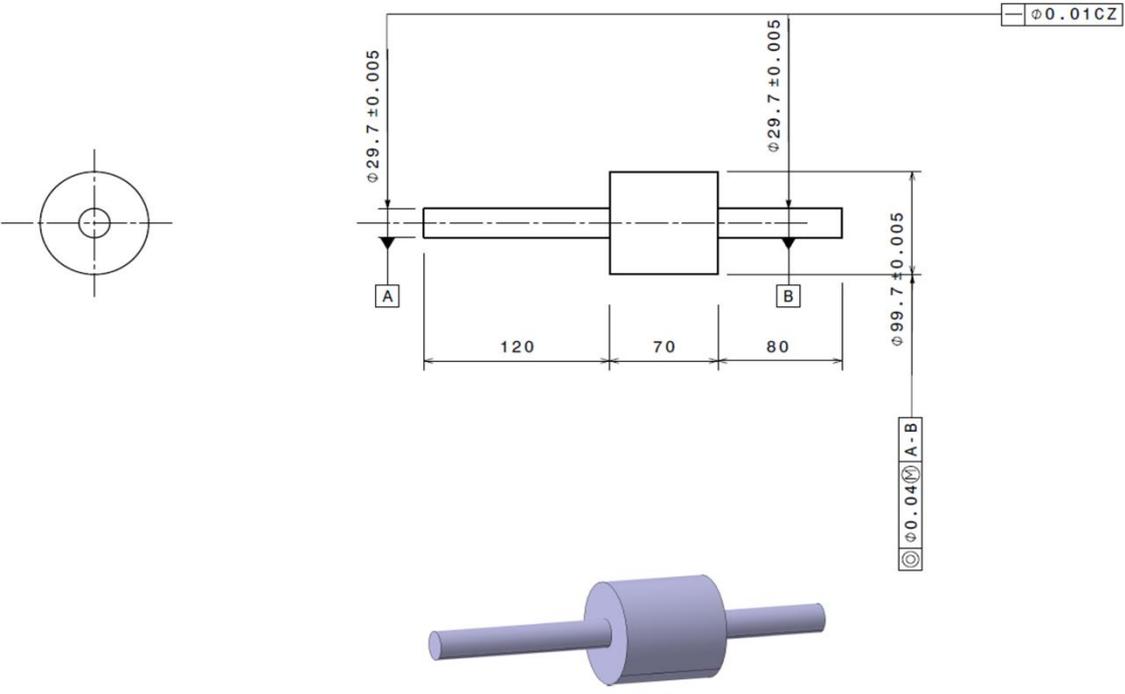


Figure 4.5 : Spécifications géométriques de la pièce 3

Les surfaces sont:

- Surface à contour circulaire plane  $1a, 2a$
- Surfaces cylindriques  $1b, 2b, 2c, 3c, 1d, 3d, 1e, 3e$ .

Pour chaque modèle de substitution de ces surfaces, un torseur écart est défini ainsi que des écarts intrinsèques pour chaque surface cylindrique.

**Boucles topologiques** : Le graphe de liaison du modèle du moteur est montré sur la Figure 4.6. Il y a au total quatre liaisons mécaniques (sans celle de la condition fonctionnelle) pour trois pièces mécaniques. Le nombre de boucles topologiques permettant de développer les équations de compatibilité peut être calculé :  $N_{boucles} = 4 - 3 + 1 = 2$ . Douze équations de compatibilité sont développées pour ce système mécanique.

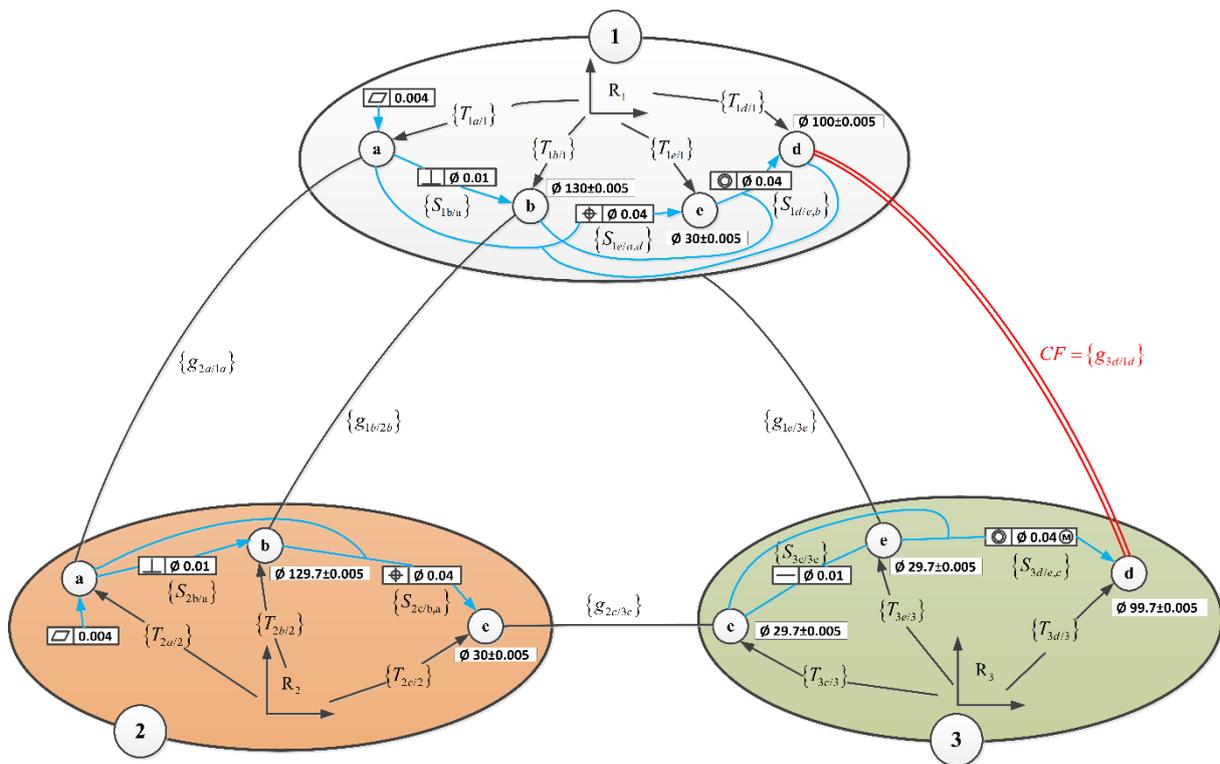


Figure 4.6 : graphe de liaisons du moteur électrique

**Liaisons géométriques** : Plusieurs types de liaisons sont considérés pour ce moteur électrique :

- La liaison appui plan circulaire  $1a/2a$  : c'est un contact qui est considéré comme glissant. Son vecteur  $\mathbf{G}_{1a/2a,M}^*$  est l'objet de la simulation locale incrustée dans la simulation de MC générale de l'analyse des tolérances. De plus ce torseur jeu fait aussi

l'objet de l'utilisation de l'estimation par noyaux pour générer de nouveaux échantillons des réalisations des composantes de ce tenseur et qui sont par la suite introduits dans le processus de l'analyse des tolérances. Le contact est discrétisé afin de développer les contraintes d'interface. Le nombre de points de discrétisation doit être choisi avec précaution car il a un impact sur le temps de simulation et sur les probabilités calculées.

- Les liaisons pivots glissants  $1b/2b$ ,  $2c/3c$ ,  $1e/3e$  : sont considérés comme des contacts flottants. Les surfaces sont d'abord discrétisées et ensuite des contraintes linéaires sont développées à chaque point des maillages. La procédure de développement des contraintes d'interface dans ce manuscrit est différente de celle des travaux de Dumas *et al.* (2015b). Dans leurs travaux, les contraintes développées sont d'abord quadratiques, puis une technique de linéarisation est appliquée. La discrétisation de ces surfaces cylindriques est effectuée en considérant différents cercles (en un nombre  $N_c$  par exemple) répartis suivant les surfaces longitudinales des cylindres et à de différentes distances. Chaque cercle est discrétisé en un nombre de points (en un nombre  $N_d$  par exemple) i.e. en un nombre d'angles donnés. Le nombre total de discrétisation sur une surface cylindrique est au nombre de  $N_c \times N_d$ .

**La condition fonctionnelle** concerne la limitation de la distance de l'entrefer entre le rotor (pièce 3) et le stator (pièce 1).

#### **Formulation du problème d'assemblage et fonctionnel :**

Dans l'analyse des tolérances de ce système mécanique, plusieurs types d'optimisations sont réalisées. La première optimisation est celle concernant les paramètres du vecteur  $\mathbf{G}_{1a/2a,M}^*$  qui peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{G}_{1a/2a,M}^* = \begin{Bmatrix} w_{2a1a,M} \\ \alpha_{2a1a} \\ \beta_{2a1a} \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

La formulation mathématique de cette première optimisation peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \text{Min}_{\mathbf{G}_{1a/2a,M}^*} f(w_{1a2a,M}, \alpha_{1a2a}, \beta_{1a2a}) \\ \text{s. c. } \forall (\mathbf{M}_{1a,j}^R, \mathbf{M}_{2a,j}^R) \in (S_{1a}, S_{2a}), \mathbf{M}_{1a,j}^R \mathbf{M}_{2a,j}^R \cdot \mathbf{n} \geq 0, j \in [1, \dots, N_p] \end{cases} \quad (4.2)$$

où  $N_p$  représente le nombre total de points de discrétisation sur chacune des surfaces  $1a$  et  $2a$  ( $N_p$  doit être le même pour les deux surfaces),  $S_{1a}$  et  $S_{2a}$  sont les surfaces réelles des surfaces nominales  $1a$  et  $2a$ ,  $\mathbf{n}$  représente le vecteur normal du modèle nominale de la surface  $S_{2a}$ ,  $\mathbf{M}_{1a,j}^R$  et  $\mathbf{M}_{2a,j}^R$  sont des points appartenant à la même normale et appartiennent respectivement aux surfaces  $S_{1a}$  et  $S_{2a}$ .

Cette première optimisation est réalisée à chaque itération de la simulation de MC et permet de déterminer les paramètres  $w_{1a2a}, \alpha_{1a2a}, \beta_{1a2a}$  qui sont par la suite introduits dans les équations de compatibilité.

Ensuite, l'optimisation concernant le problème d'assemblage est lancée. Cette optimisation est menée sur les composantes des torseurs jeux des contacts flottants et sur les composantes des déplacements cinématiques des contacts glissants. Toutes ces composantes forment le vecteur  $\tilde{\mathbf{G}}'$  qui doit être déterminé. Le problème d'optimisation pour les conditions d'assemblage est formalisé par :

$$R_a(\mathbf{X}, \mathbf{F}) = \begin{cases} \text{Min}_{\tilde{\mathbf{G}}' \in \mathbf{R}^{20}} f(\tilde{\mathbf{G}}') \\ \text{sous} \quad \begin{cases} [C_{omp}]_{[14 \times 20]} \cdot [\tilde{\mathbf{G}}']_{[20 \times 1]} = [\mathbf{X}^{(k)} + \mathbf{G}_{1a/2a}^{*(k)}] & \forall k = \{1, \dots, N_{mc}\} \\ [C_{Interface}]_{[(3 \times N_c \times N_d) \times 20]} \cdot [\tilde{\mathbf{G}}']_{[20 \times 1]} \leq [\mathbf{X}_{Intrinsèque}^{(k)} + \mathbf{F}^{(k)}] \end{cases} \end{cases} \quad (4.3)$$

La probabilité de non-assemblage est par la suite calculée en utilisant la relation suivante :

$$\tilde{P}_{na} = \text{Prob}(E_a(\mathbf{X}, \mathbf{F})) \quad (4.4)$$

où  $E_a(\mathbf{X}, \mathbf{F})$  est l'évènement suivant : « Pour des vecteurs  $\mathbf{X}^{(k)}$  et  $\mathbf{F}^{(k)}$  tirés, il n'existe pas de vecteur jeu  $\tilde{\mathbf{G}}' \in \mathbf{R}^{20}$  tel que  $R_a(\mathbf{X}, \mathbf{F})$  ait une solution ».

Les dernières optimisations concernent les composantes du torseur jeu fonctionnel  $\{g_{3d/1d}\}_H$ . Etant donné que le torseur  $\{g_{3d/1d}\}_H$  possède deux composantes, deux conditions

fonctionnelles sont établies. Ainsi, deux problèmes d'optimisations sont effectués afin de déterminer ces deux composantes. Ces deux problèmes différents d'optimisation ont les mêmes contraintes qui sont les équations de compatibilité et les contraintes d'interface. Les problèmes d'optimisation sont définis sous la forme :

$$R_f(\mathbf{X}, \mathbf{F}) = \begin{cases} \text{Min}_{\tilde{\mathbf{G}}_{\text{fonctionnel}}} & C_f^{(t)}(\mathbf{X}_{\text{Intrinsèque}}^{(k)}, \mathbf{F}^{(k)}, \tilde{\mathbf{G}}_{\text{fonctionnel}}) \\ \text{sous} & \begin{cases} [C_{omp}]_{[14 \times 20]} \cdot [\tilde{\mathbf{G}}]_{[20 \times 1]} = [\mathbf{X}^{(k)} + \mathbf{G}_{1a/2a}^{*(k)}] \\ [C_{Interface}]_{[(3 \times N_c \times N_d) \times 20]} \cdot [\tilde{\mathbf{G}}]_{[20 \times 1]} \leq [\mathbf{X}_{\text{Intrinsèque}}^{(k)} + \mathbf{F}^{(k)}] \end{cases} \end{cases} \quad \forall k = \{1, \dots, N_{mc}\} \quad (4.5)$$

avec  $t = [1, 2]$ .

La probabilité de non-fonctionnalité est ensuite calculée en utilisant la relation suivante :

$$\tilde{P}_{nf} = \text{Prob} \left( \bigcup_{t=1}^2 R_f^{(t)}(\mathbf{X}, \mathbf{F}) \leq 0 \right) \quad (4.6)$$

#### 4.2.2 Résultats

- **Résultats de la méthode d'analyse des tolérances sans défaut de forme et celle avec des défauts de forme**

Les résultats concernant l'analyse des tolérances sur le système mécanique sont présentés dans le Tableau 4.1 en comparant la simulation de l'analyse des tolérances sans et avec défauts de forme. Pour cette étude, 50000 échantillons sont utilisés pour la simulation de MC, le nombre de cercle de discrétisation pour chaque cylindre  $N_c = 5$  et le nombre d'angles de discrétisation par cercle est  $N_d = 30$ . Le nombre de points de discrétisation pour chacune des surfaces circulaires planes  $1a$  et  $2a$  est  $N_p = 10$ . Douze types de défauts élémentaires et indépendants ont été choisis pour les surfaces circulaires planes. Ces défauts élémentaires sont montrés dans l'Annexe B. Il est supposé que les amplitudes des défauts de forme suivent la loi normale.

Tableau 4.1 : Résultats des simulations

| <b>Modèle</b>                                   | <b>Système mécanique sans défauts de forme</b> | <b>Système mécanique avec défauts de forme</b> |
|---|--|--|
| <b>Probabilité de défaillance fonctionnelle</b> | $2.10^{-5}$                                    | $2*10^{-4}$                                    |
| <b>Probabilité de défaillance d'assemblage</b>  | $1.4*10^{-4}$                                  | $3*10^{-4}$                                    |
| <b>Temps de calcul</b>                          | 3 min  | 05h23min                                       |
| <b>Nombre total de tirages de MC</b>            | 50000  | 50000  |

La considération des défauts de forme a une influence sur les probabilités calculées et aussi sur le temps de calcul. Les deux probabilités de défaillance ont augmenté par rapport à celle de la simulation sans défauts de forme (10 fois pour la probabilité de non-fonctionnalité et 2 fois pour la probabilité de non-assemblage). Ainsi, les amplitudes des défauts de forme ont donc effectivement des impacts sur les probabilités de défaillance.

De plus, le temps de calcul a augmenté car la simulation considérant les défauts de forme est réalisée en discrétisant les surfaces de contacts 24 450 000 points. Etant donné les contraintes d'interface sont développées pour chacun des points des surfaces, un grand nombre de contraintes est à vérifier et cela augmente le temps des simulations. Dans le cas de la simulation où les défauts de forme ne sont pas considérés, seul les points situés aux extrémités des surfaces sont choisis pour écrire les contraintes d'interface. Ce qui n'est pas le cas lorsque les défauts de forme sont considérés. Le nombre total de contraintes que doivent satisfaire les problèmes d'optimisation est 2.6 fois plus grand. Aussi, une autre optimisation (simulation locale sur les contacts fixes et glissants) a été ajoutée à la procédure d'analyse des tolérances et contribue également à l'augmentation du temps de calcul. D'autres simulations ont été réalisées afin de montrer que le temps de simulation augmente en fonction du nombre total de contraintes (voir Tableau 4.2).

Tableau 4.2 : Temps de calcul en fonction du nombre de points de discrétisation

|   |            |            |            |
|---|------------|------------|------------|
| <b>Nombre de points de discrétisation</b> | 24 450 000 | 27 500 000 | 33 750 000 |
| <b>Temps de calcul</b>                    | 5h23min    | 5h34min    | 5h54min    |

- **Résultats de la méthode classique d'analyse des tolérances et celle basée sur l'estimation par noyaux**

La seconde partie de la présentation des résultats concerne les comparaisons faites entre la méthode d'analyse des tolérances proposée basée sur la simulation de MC et celle basée sur le modèle probabiliste (l'estimation par noyaux) du vecteur  $\mathbf{G}_{1a/2a,M}^*$ . Afin de réaliser ces comparaisons, deux types de lois sont choisies afin de générer les amplitudes des défauts de forme des surfaces du contact glissant  $1a/2a$  : loi normale et loi uniforme. Ces lois sont utilisées avec des écart-types et des intervalles différents afin de tester la robustesse de la méthode proposée basée sur l'estimation par noyaux. Le but du choix de ces deux lois est de déterminer si les distributions des amplitudes des défauts de forme ont une influence sur les distributions des composantes de  $\mathbf{G}_{1a/2a,M}^*$  si la méthode peut approximer l'impact de ces distributions et si leur structure de dépendance est gardée. Trois types de maillage ont également été considérés : le maillage grossier, le maillage classique et le maillage fin avec respectivement 100, 2500 et 10000 points de discrétisation par surface. La prise en compte des différentes échelles de maillage permet de déterminer si le maillage est suffisamment raffiné pour évaluer l'impact des défauts de forme sur le comportement des composantes de  $\mathbf{G}_{1a/2a,M}^*$  et aussi pour déterminer si les probabilités de défaillance calculées convergent vers des valeurs de références. Le Tableau 4.3 montre les différents paramètres choisis pour réaliser les simulations locales (optimisation des composantes de  $\mathbf{G}_{1a/2a,M}^*$ ). Ainsi, pour chaque loi, un maillage est choisi ainsi que un écart-type ou un intervalle. Au total en faisant toutes les combinaisons des lois possibles des amplitudes des défauts de forme, 18 expérimentations ont été définies : neuf pour la loi gaussienne et neuf pour la loi uniforme.

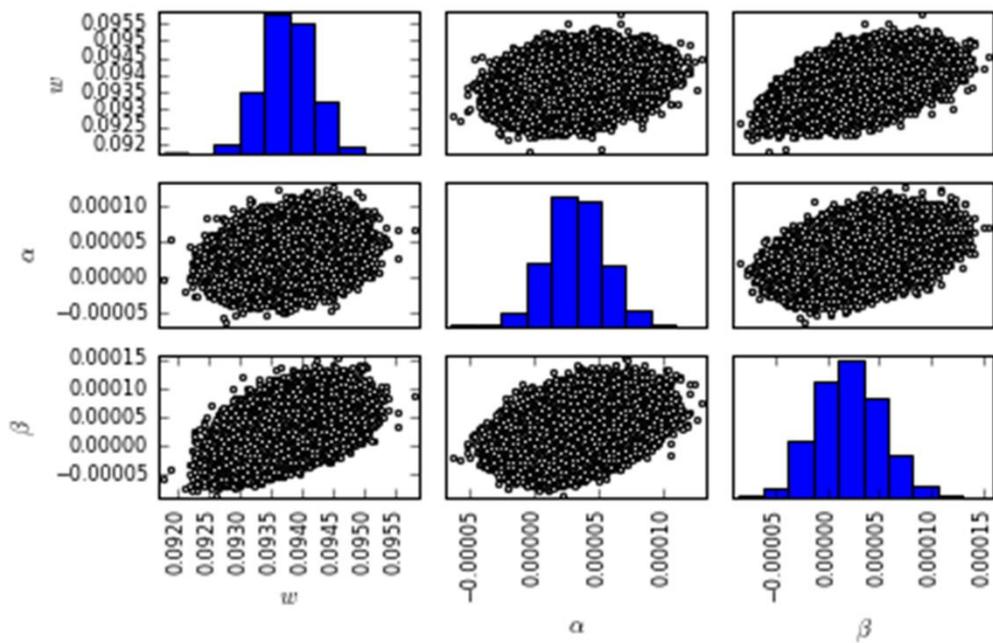
Tableau 4.3 : Les paramètres de la simulation locale sur le contact glissant  $1a/2a$

| loi                                     | Maillage | Ecart-types/ Intervalles                   |
|---|----------|--|
| Gaussienne ( $\mu=2.5 \times 10^{-3}$ ) | 100      | $10^{-6}$                                  |
|   | 2500     | $10^{-4}$                                  |
|   | 10000    | $10^{-2}$                                  |
| Uniforme                                | 100      | $[2 \times 10^{-3}, 3 \times 10^{-3}]$     |
|   | 2500     | $[1.5 \times 10^{-3}, 3.5 \times 10^{-3}]$ |
|   | 10000    | $[-7.5 \times 10^{-3}, 1 \times 10^{-2}]$  |

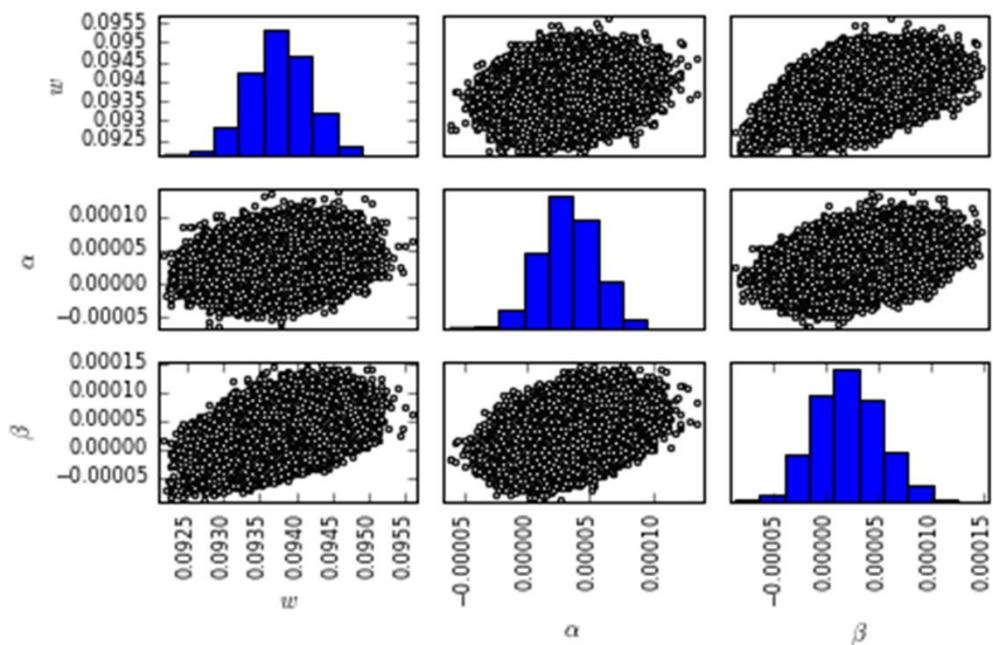
Pour des raisons de concision des résultats à présenter, une distribution de référence a été choisie et c'est uniquement ses résultats qui sont présentés dans cette section. Il s'agit de la loi gaussienne avec une moyenne ( $\mu$ ) égale à  $2.5 \times 10^{-3}$  et un écart-type  $\sigma = 10^{-4}$  et le type de maillage de 100 points de discrétisations. Rappelons que les distributions générées à partir de ce tableau vont être utilisées à la fois pour réaliser l'analyse des tolérances du système mécanique en employant la méthode classique et la méthode basée sur le modèle probabiliste. La méthode classique d'analyse des tolérances concerne la première méthode présentée dans le Chapitre 3, section 3.2, où une autre technique d'optimisation (optimisation de  $\mathbf{G}_{\text{contact},M}^*$ ) a été ajoutée à la simulation de MC combinée à une méthode d'optimisation. Une comparaison est donc établie entre les deux méthodes d'analyse des tolérances (voir Tableau 4.4) pour la simulation  $F \sim \mathcal{N}(2.5 \times 10^{-3}, 10^{-4})$ . Pour les autres catégories de distribution, leurs résultats sont présentés dans l'Annexe E. Le nombre de tirages des échantillons pour réaliser les analyses des tolérances est  $N_{mc} = 100000$ .

Une première comparaison (voir Figure 4.7) entre les données originales qui représentent les réalisations des composantes du vecteur  $\mathbf{G}_{1a/2a,M}^*$  lors de la simulation de MC préliminaire et les échantillons tirés en se basant sur l'estimation par noyaux, permet de remarquer la similitude entre ces deux cas. En effet, l'estimation par noyaux permet d'approximer convenablement les distributions des composantes du vecteur  $\mathbf{G}_{1a/2a,M}^*$  et aussi permet de conserver leur structure de dépendance comme le montre la Figure 4.7.

En plus pour montrer la similitude entre les données originales et celles tirées en utilisant l'estimation par noyaux, les lignes de niveaux des fonctions de densité de probabilité jointe des paires des composantes de  $\mathbf{G}_{1a/2a,M}^*$  provenant des données de l'estimation par noyaux et des points provenant des données originales sont représentés sur la Figure 4.8. La densité des points des données originales correspondent effectivement avec les couleurs des lignes de niveaux des données de l'estimation par noyaux.



(a)



(b)

Figure 4.7 : Représentation des données : (a) données originales, (b) Echantillons tirés de l'estimation par noyaux

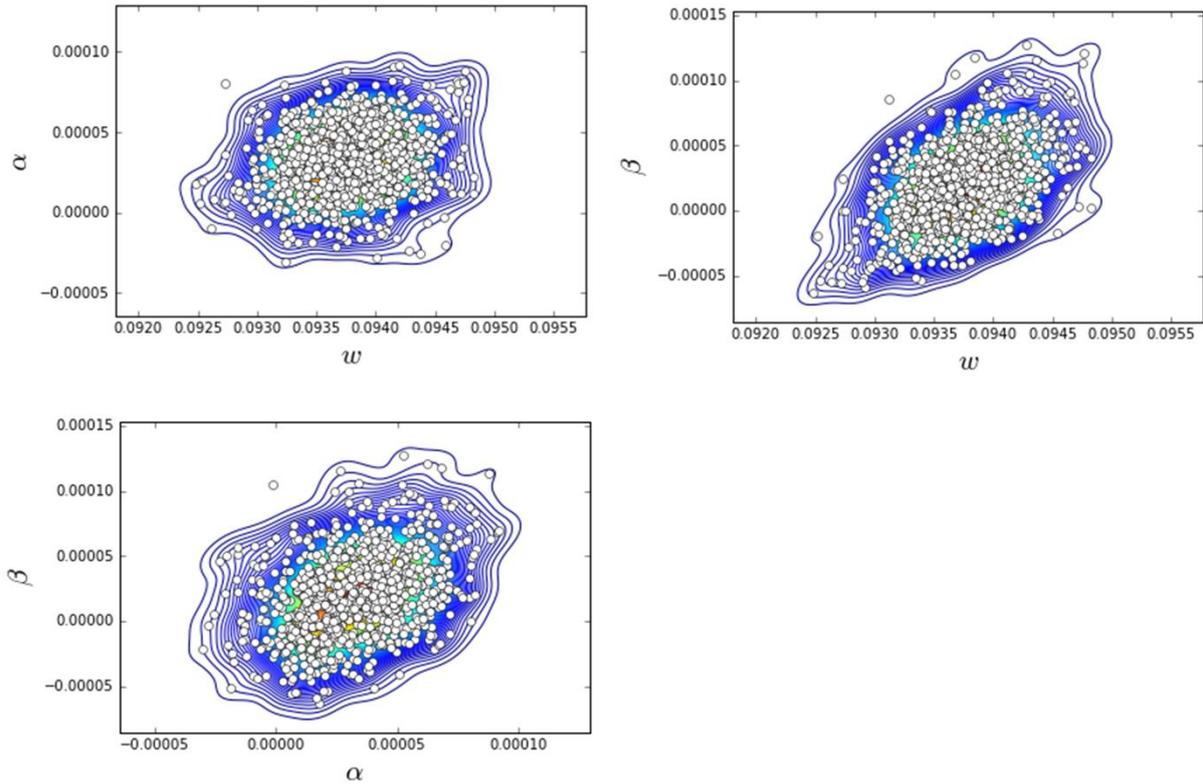


Figure 4.8 : Lignes de niveaux des données de l'estimation par noyaux comparées aux points des données originales

Il est important de remarquer que le temps total des simulations présenté dans le Tableau 4.4, dans le cas de la méthode d'analyse des tolérances basée sur le modèle probabiliste, considère à la fois le temps de la simulation de MC préliminaire lancée pour déterminer les données originales, le temps pour déterminer la fonction de densité de probabilité jointe des composantes de  $\mathbf{G}_{1\alpha/2\alpha, M}^*$  et générer de nouveaux échantillons, et finalement le temps consommé pour réaliser l'analyse des tolérances. Ainsi,  $T_1$  représente le temps de la simulation de MC préliminaire pour déterminer les données originales et le temps utilisé pour générer les échantillons des composantes de  $\mathbf{G}_{1\alpha/2\alpha, M}^*$  en se basant sur l'estimation par noyaux ;  $T_2$  représente le temps de l'analyse des tolérances en basant sur les échantillons tirés de l'estimation par noyaux.

Tableau 4.4 : Résultats de la simulation  $F \sim N(2.5 \times 10^{-3}, 10^{-4})$ ,  $N_{mc} = 100000$ 

| Simulation  | Maillage                       |                                |                                |
|---|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|   | 100                            | 2500                           | 10000                          |
| Analyse des tolérances classique  | $P_{nf} = 1.72 \times 10^{-2}$ | $P_{nf} = 1.64 \times 10^{-2}$ | $P_{nf} = 1.64 \times 10^{-2}$ |
|   | $P_{na} = 1.00 \times 10^{-5}$ | $P_{na} = 1.00 \times 10^{-5}$ | $P_{na} = 1.00 \times 10^{-5}$ |
| Temps total   | 10h36min                       | 14h06min                       | 46h32min                       |
| Analyse des tolérances utilisant les données de l'estimation par noyaux | $P_{nf} = 1.73 \times 10^{-2}$ | $P_{nf} = 1.64 \times 10^{-2}$ | $P_{nf} = 1.64 \times 10^{-2}$ |
|   | $P_{na} = 2.00 \times 10^{-5}$ | $P_{na} = 1.00 \times 10^{-5}$ | $P_{na} = 1.00 \times 10^{-5}$ |
| $T_1$   | 13min                          | 47min                          | 3h36min                        |
| $T_2$   | 9h13min                        | 9h39min                        | 9h16min                        |
| Temps total ( $T_1+T_2$ )   | 9h26min                        | 10h26min                       | 12h52min                       |

Des résultats de ce Tableau 4.4 et de ceux situés dans l'Annexe E, certaines conclusions peuvent être tirées. Le premier constat concerne la réduction du temps de calcul lorsque les données du modèle probabiliste sont utilisées dans l'analyse des tolérances. Le temps de calcul au fur et à mesure que le maillage est raffiné. En effet, on a une réduction de 14.50% pour le maillage à 100 points de discrétisation, de 33.55% pour le maillage à 2500 points de discrétisation et de 73.24% pour le maillage à 10000 points de discrétisation. Par conséquent, la méthode d'analyse des tolérances basée sur le modèle probabiliste permet de gagner en temps de calcul comparativement à la méthode classique d'analyse des tolérances.

Le deuxième constat concerne les probabilités de défaillance calculées en fonction des différents types de maillage. On peut remarquer que les probabilités de défaillance d'assemblage calculées pour les maillages de 2500 et 10000 points de discrétisation sont similaires tandis qu'il y a de petites différences par rapport aux probabilités de défaillance d'assemblage de 100 points de discrétisation. La même remarque peut être faite pour les résultats concernant les probabilités de défaillance fonctionnelle. Ceci signifie qu'au fur et à mesure que le nombre de points de discrétisation des surfaces augmente, les probabilités convergent vers des valeurs de référence. Ainsi, la question sur le choix du nombre de points de discrétisation pour réaliser l'analyse des tolérances est traitée. En se basant sur les résultats

et en considérant les contraintes en termes du temps de simulation et de la précision des probabilités calculées, l'analyse des tolérances utilisant un maillage de 2500 points peut être prise comme le bon compromis et uniquement en considérant les types de maillage et les types d'amplitudes des défauts de forme des études.

Le troisième constat est à propos de l'impact des distributions des amplitudes des défauts de forme sur les probabilités de défaillance calculées. Pour les deux distributions (gaussienne et uniforme) et pour les types de maillages, les probabilités de défaillance d'assemblage augmentent au fur et à mesure que les amplitudes des défauts de forme augmentent. Ces résultats sont en accord avec le retour d'expérience des ingénieurs. En effet, quand les amplitudes des défauts de forme augmentent, les surfaces du contact  $1a/2a$  sont plus sujettes à des interpénétrations qui peuvent empêcher l'assemblage du système mécanique. Les probabilités de défaillances d'assemblage sont donc très sensibles aux distributions choisies des défauts de forme. Cependant, il est à remarquer que les variations des distributions des amplitudes des défauts de forme ont un impact réduit sur les probabilités de défaillance fonctionnelle.

Le dernier constat concerne le temps de calcul des simulations. Les temps de calcul augmentent au fur et à mesure que le maillage devient plus fin. En effet, quand le maillage devient de plus en plus fin, le nombre de contraintes impliquées dans l'analyse des tolérances augmente aussi et cela explique les efforts numériques qui sont importants.

### 4.3 Assemblage d'une pompe PIERBURG

Cette section s'intéresse à l'assemblage d'une pompe de voitures fabriquée par la société PIERBURG. Cette étude concerne uniquement la vérification du problème d'assemblage. Aucune caractéristique fonctionnelle n'existe pour cette pompe car son assemblage signifie qu'elle est fonctionnelle.

Les boucles topologiques associées à la condition d'assemblage impliquent 7 pièces, et seules ces dernières sont prises en compte lors de la modélisation. La simplification du système mécanique de la pompe revient à un axe sur lequel sont positionnés une roue, un disque, une flasque mobile et 3 différentes goupilles situées entre le disque et la flasque mobile. Il s'agit de trouver une configuration des jeux entre ces pièces pour qu'elles s'assemblent. La flasque mobile est considérée comme fixée à l'axe. Ainsi, le jeu entre la flasque mobile et l'axe est nul.

### 4.3.1 Formulation et modélisation du problème d'assemblage

Les différentes étapes suivies pour étudier la pompe sont décrites dans cette sous-section. Plus d'information sur les équations et contraintes développées se trouvent dans l'Annexe F.

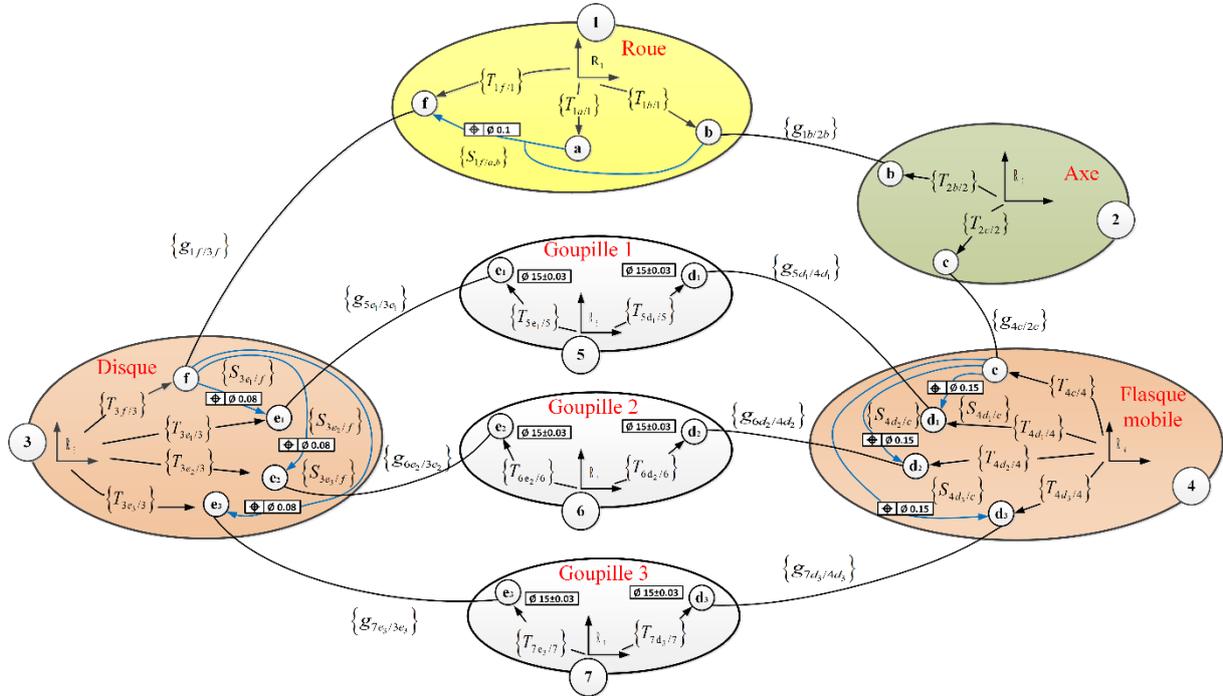


Figure 4.9 : Graphe de liaisons de la pompe PIERBURG

**Les différentes surfaces** : en se basant sur les relations entre les différentes pièces de la pompe, plusieurs types de surface peuvent être déduits :

- Surfaces circulaires planes :  $1f, 3f$
- Surfaces cylindriques :  $1b, 2b$
- Surfaces sphériques :  $5e_1, 3e_1, 6e_2, 3e_2, 7e_3, 3e_3, 4d_1, 5d_1, 6d_2, 4d_2, 7d_3, 4d_3$ .

Un torseur écart est écrit pour chaque modèle de substitution des surfaces précitées ainsi que les écarts intrinsèques pour les diamètres des surfaces cylindriques. Il est à noter que les surfaces sphériques sont considérées comme sans défauts de forme afin de simplifier les études. Les torseurs jeux pour les contacts (liaisons rotules) entre les goupilles et le disque, sont développés comme ceux d'un contact glissant. Cependant, aucune simulation locale n'est conduite sur ces contacts pour des raisons de simplifications et aussi parce que les défauts élémentaires des sphères n'ont pas été développés dans les travaux.

**Boucles topologiques** : le graphe des liaisons de la pompe est présenté sur la Figure 4.9. Ce système mécanique comporte sept pièces pour neuf liaisons mécaniques. Le nombre total de

boucles topologiques peut être calculé :  $N_{boucles} = 9 - 7 + 1 = 3$ . Ainsi, 18 équations de compatibilité sont développées (six pour chaque boucle).

**Liaisons géométriques** : cette pompe est composée de plusieurs liaisons mécaniques qui doivent assurer son assemblage :

- Liaisons circulaires planes  $1f/3f$  : c'est un contact fixe qui est l'objet de la simulation locale. Une optimisation est conduite à chaque itération de MC afin de déterminer les composantes de son vecteur  $\mathbf{G}_{1f/3f,M}^*$  assurant la meilleure configuration d'assemblage sans interpénétrations. Les surfaces de contact sont discrétisées et le nombre de points du maillage doit être choisi avec soin afin de trouver un bon compromis entre le temps de calcul et la convergence de la méthode vers la probabilité de référence.
- Liaison pivot glissant  $1b/2b$  : ce contact est considéré comme flottant. Des contraintes d'interface linéaires sont développées sur un maillage de la surface composé des paramètres  $N_c$  (le nombre total de cercle de discrétisation) et  $N_d$  (le nombre total d'angles de discrétisation). Le nombre total de points discrétisation sur un cylindre est donné par :  $N_c \times N_d$ .
- Liaison fixe  $2c/4c$  : ce contact est considéré comme fixe car on considère que la flasque mobile (surface  $4c$ ) est montée et fixée sur l'axe (surface  $2c$ ). Les composantes du torseur jeu de ce contact sont nulles et ne participeront pas aux développements des contraintes.
- Liaisons rotules  $3e_1/5e_1, 3e_2/6e_2, 3e_3/7e_3, 4d_1/5d_1, 4d_2/6d_2, 4d_3/7d_3$  : ces contacts sont considérés comme des contacts glissants et sont étudiés avec des surfaces parfaites. Les torseurs jeux sont développés en considérant les contacts comme sans défauts de forme et aucune optimisation n'est réalisée afin de déterminer les autres composantes des torseurs jeux.

**Formulation du problème d'assemblage** : ce système mécanique ne comporte pas de condition fonctionnelle car une fois que la pompe est assemblée, elle est fonctionnelle. Ainsi, l'accent plutôt mis sur l'assemblage de la pompe où une configuration des jeux doit être déterminée pour qu'elle s'assemble.

Une première simulation locale est menée sur les composantes du vecteur  $\mathbf{G}_{1f/3f,M}^*$  du contact fixe  $1f/3f$  :

$$\mathbf{G}_{1f/3f,M}^* = \begin{Bmatrix} u_{1f3f,M} \\ v_{1f3f,M} \\ w_{1f3f,M} \\ \alpha_{1f3f} \\ \beta_{1f3f} \\ \gamma_{1f3f} \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

L'optimisation qui est réalisée sur ce contact à chaque itération de la simulation de MC, permet de déterminer les valeurs des six composantes de  $\mathbf{G}_{1f/3f,M}^*$ . La formulation mathématique de cette optimisation peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \text{Min}_{\mathbf{G}_{1f/3f,M}^*} f(u_{1f3f,M}, v_{1f3f,M}, w_{1f3f,M}, \alpha_{1f3f}, \beta_{1f3f}, \gamma_{1f3f}) \\ \text{s. c. } \forall (\mathbf{M}_{1f,j}^R, \mathbf{M}_{3f,j}^R) \in (S_{1f}, S_{3f}), \mathbf{M}_{1f,j}^R \cdot \mathbf{M}_{3f,j}^R \cdot \mathbf{n} \geq 0, j \in [1, \dots, N_p] \end{cases} \quad (4.8)$$

où  $N_p$  représente le nombre total de points de discrétisation sur l'une des surfaces  $1f$  ou  $3f$  ( $N_p$  doit être le même pour les deux surfaces),  $S_{1f}$  et  $S_{3f}$  sont les surfaces réelles des surfaces nominales  $1f$  et  $3f$ ,  $\mathbf{n}$  représente le vecteur normal de la surface réelle  $S_{1f}$ ,  $\mathbf{M}_{1f,j}^R$  et  $\mathbf{M}_{3f,j}^R$  sont des points appartenant à la même normale et appartiennent respectivement aux surfaces  $S_{1f}$  et  $S_{3f}$ .

Les six valeurs des composantes du torseur jeu qui sont déterminées par cette optimisation, sont introduites dans les équations de compatibilité.

Ensuite une optimisation générale est réalisée afin de déterminer les composantes des torseurs jeux des liaisons rotules et des autres contacts flottants. Le problème d'optimisation pour l'assemblage peut s'écrire mathématiquement comme suit :

$$R_a(\mathbf{X}, \mathbf{F}) = \begin{cases} \text{Min}_{\tilde{\mathbf{G}}' \in \mathbf{R}^{17}} f(\tilde{\mathbf{G}}') \\ \text{sous} \quad \begin{cases} [C_{omp}]_{[18 \times 17]} \cdot [\tilde{\mathbf{G}}']_{[17 \times 1]} = [\mathbf{X}^{(k)} + \mathbf{G}_{1f/3f}^{*(k)}] \\ [C_{Interface}]_{[(N_c \times N_d) \times 17]} \cdot [\tilde{\mathbf{G}}']_{[17 \times 1]} \leq [\mathbf{X}_{Intrinsèque}^{(k)} + \mathbf{F}^{(k)}] \end{cases} \quad \forall k = \{1, \dots, N_{mc}\} \end{cases} \quad (4.9)$$

La formalisation mathématique de la probabilité de non-assemblage est donnée par :

$$\tilde{P}_{na} = \text{Prob}(E_a(\mathbf{X}, \mathbf{F})) \quad (4.10)$$

où  $E_a(\mathbf{X}, \mathbf{F})$  est l'évènement suivant : « Pour des vecteurs  $\mathbf{X}^{(k)}$  et  $\mathbf{F}^{(k)}$  tirés, il n'existe pas de vecteur jeu  $\tilde{\mathbf{G}} \in \mathbf{R}^{17}$  tel que  $R_a(\mathbf{X}, \mathbf{F})$  ait une solution ».

### 4.3.2 Résultats

L'étude de cette pompe concerne uniquement le calcul de la probabilité de défaillance d'assemblage. Les résultats concernant ce système mécanique peuvent être classés en deux catégories. La première catégorie porte sur la comparaison entre la méthode classique de l'analyse des tolérances et celle basée sur le modèle probabiliste. La seconde catégorie concerne des simulations qui montrent l'impact de l'écart nominal entre les diamètres du contact  $1b/2b$  ( $d_{1b}$ ,  $d_{2b}$ ) et l'impact de l'augmentation d'une translation d'une goupille suivant l'axe z, sur la probabilité de défaillance d'assemblage.

Les résultats de la première catégorie sont montrés dans le Tableau 4.5. On peut remarquer en effet la réduction en temps de calcul lorsque la méthode d'analyse des tolérances basée sur le modèle probabiliste est utilisée. Rappelons que cette simulation a été réalisée en choisissant un nombre d'échantillons égal à  $N_{KDE} = 10000$  pour la simulation de MC préliminaire et l'écart nominal entre les deux diamètres ( $d_{1b}$ ,  $d_{2b}$ ) est égal à  $0.01 \text{ mm}$ .

Tableau 4.5 : Comparaison entre les deux méthodes d'analyse des tolérances pour la pompe PIERBURG

| Ecart nominal entre les diamètres $d_{1b}$ et $d_{2b}$ | 0.01mm               |   |
|--|----------------------|---|
|  | Méthode classique    | Modèle probabiliste ( $N_{KDE} = 10000$ ) |
| Méthode d'analyse des tolérances ( $N_{mc} = 100000$ ) |                      |   |
| $\tilde{P}_{na}$                                       | $2.2 \times 10^{-3}$ | $2.10 \times 10^{-3}$                     |
| Temps  | 16h25min             | 3h22min                                   |

Le Tableau 4.6 montre les résultats concernant les simulations de la seconde catégorie. La probabilité de défaillance d'assemblage diminue lorsqu'augmente l'écart entre les diamètres des cylindres  $1b$  ( $d_{1b}$ ) et  $2b$  ( $d_{2b}$ ) du contact flottant  $1b/2b$ . Ensuite, pour montrer que le modèle développé pour cette pompe respecte les réalités mécaniques, la translation d'une goupille

suivant l'axe  $z$  a été augmentée de  $0.5 \text{ mm}$ . Cette augmentation est faite afin de voir si elle a un impact sur la probabilité de défaillance d'assemblage calculée. En effet, comme le montrent les résultats du Tableau 4.7, lorsque la translation d'une goupille suivant l'axe  $z$  augmente, la probabilité de défaillance d'assemblage augmente aussi. Ce résultat est en conformité avec les réalités mécaniques car lorsque la translation augmente, cela a des effets sur les autres pièces du système mécanique de la pompe. L'assemblage est de plus en plus difficile à obtenir. Ces résultats ont alors permis de valider les méthodes d'analyse des tolérances sur ce cas industriel.

Tableau 4.6 : Résultats en fonction des différents écarts nominaux des diamètres

| Ecart nominal entre les diamètres $d_{1b}$ et $d_{2b}$ | 0.01mm                                    | 0.05mm                |
|--|---|-----------------------|
| Méthode d'analyse des tolérances ( $N_{mc} = 100000$ ) | Modèle probabiliste ( $N_{KDE} = 10000$ ) |                       |
| $\tilde{P}_{na}$                                       | $2.10 \times 10^{-3}$                     | $9.90 \times 10^{-4}$ |
| Temps (s)  | 3h22min                                   | 3h20min               |

Tableau 4.7 : Résultats en fonction des écarts nominaux des diamètres et de la translation

| Ecart nominal entre les diamètres $d_{1b}$ et $d_{2b}$ / translation $w_{7e_3,7} + 1$ | 0.01mm/<br>$w_{7e_3,7} + 0.5$             | 0.05mm/<br>$w_{7e_3,7} + 0.5$ |
|---|---|-------------------------------|
| Méthode d'analyse des tolérances ( $N_{mc} = 100000$ )                                | Modèle probabiliste ( $N_{KDE} = 10000$ ) |                               |
| $\tilde{P}_{na}$  | $1.21 \times 10^{-1}$                     | $1.08 \times 10^{-1}$         |
| Temps   | 3h24min                                   | 3h23min                       |

#### 4.4 Conclusion

Cette section décrit l'application des différentes méthodes d'analyse des tolérances développées sur des cas d'étude. Les probabilités de défaillance fonctionnelle et d'assemblage ont été calculées pour le premier système mécanique qui concerne un moteur électrique et uniquement la probabilité de défaillance d'assemblage a été calculée pour le second système mécanique qui concerne une pompe de la société PIERBURG.

L'étude du moteur électrique a permis tout d'abord de comparer la méthode classique d'analyse des tolérances sans défauts de forme et avec celle considérant les défauts de forme. La méthode classique d'analyse des tolérances désigne la méthode où des simulations locales sont effectuées sur les contacts fixes et glissants à chaque itération de MC afin de déterminer les composantes de leurs torseurs jeux et qui sont par la suite introduites dans les contraintes de l'optimisation générale qui est couplée à la simulation de MC. Les résultats montrent en effet les impacts des défauts de forme sur les probabilités de défaillance calculées et aussi sur le temps de simulation. Ensuite, une seconde comparaison a été faite entre la méthode classique d'analyse des tolérances à celle basée sur la méthode probabiliste des composantes des torseurs jeux des contacts fixes et glissants. Les résultats montrent que la méthode d'analyse des tolérances basée sur le modèle probabiliste permet de réduire les temps de calculs. Une autre étude a été aussi réalisée pour déterminer le meilleur maillage permettant d'obtenir des probabilités de défaillance stables.

Les études sur la pompe de PIERBURG permettent de valider les méthodes développées sur un cas industriel. En effet, les résultats trouvés ont permis de corroborer les phénomènes physiques de la mécanique quant à l'augmentation de la probabilité de défaillance d'assemblage lorsque l'intervalle des tolérances est réduit et à la diminution de la probabilité de défaillance d'assemblage lorsque l'intervalle des tolérances augmente.