
APPLICATIONS ET DEVELOPPEMENTS

SPECIFIQUES

Afin de mettre en évidence la robustesse des outils implémentés, nous allons les tester sur plusieurs exemples d'application. Pour chaque exemple, les propagations des fissures sont complètement automatiques, et ne nécessitent donc aucune intervention de l'utilisateur. Ces exemples seront validés par rapport à des résultats expérimentaux ou numériques. De plus, ils permettront de présenter de nouveaux outils introduits spécifiquement pour certaines applications.

III.4.1. Plaque trouée pré-fissurée

Nous reprenons ici l'exemple d'une plaque trouée pré-fissurée proposé par Rashid [Rashid 1998]. Une plaque rectangulaire pré-fissurée, contient une cavité circulaire ayant pour but de modifier le champ des contraintes dans la plaque (Figure III.26.). Cette plaque est soumise à une traction verticale, et on suit le chemin de propagation de la fissure.

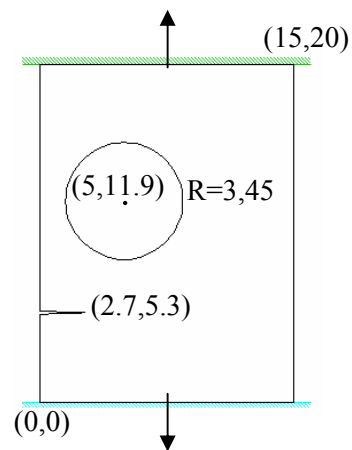


Figure III. 26. Plaque trouée pré-fissurée

La méthode proposée par Rashid, Arbitrary Local Mesh Replacement (ALMR) method, est une méthode élément finis, qui consiste à utiliser deux maillages. Le premier maillage concerne la discrétisation de la pièce, tandis que le second, superposé au premier et dominant, est centré sur la pointe de fissure et sert à calculer les champs mécaniques avec précision en pointe de fissure. La direction de propagation est calculée à l'aide du critère de la contrainte normale maximale.

Sur la figure III.27., nous comparons les chemins de propagation obtenus par la méthode de Rashid et par la nôtre. On remarque une très bonne correspondance entre les deux méthodes. L'absence de contraintes dans la cavité, ainsi que la concentration de contraintes qu'elle génère sur ses parois latérales, modifie les contraintes principales en pointe de fissure. La fissure s'oriente donc vers la cavité, puis elle se réoriente horizontalement, selon le mode I, une fois celle-ci dépassée. La méthode AMLR semble intéressante, mais devient très lourde à gérer lorsque plusieurs fissures se propagent dans la pièce ; ce qui n'est pas un problème pour notre méthode, comme nous l'avons vu sur la figure III.18..

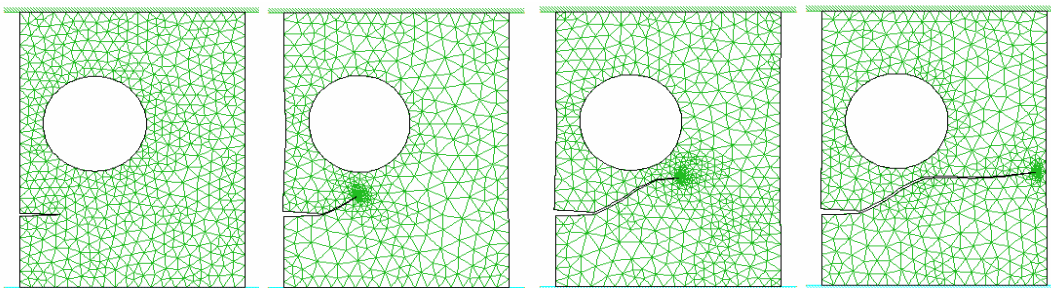
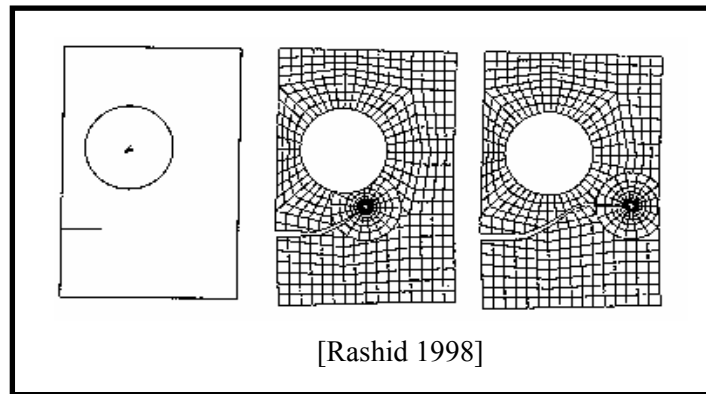


Figure III. 27. Comparaison des chemins de propagation pour une plaque trouée pré-fissurée

Cependant, on remarque que lorsque l'on définit une longueur de propagation importante par incrément, la fissure peut être capturée par la cavité, et se propager vers celle-ci jusqu'à rupture complète (Figure III.28.).

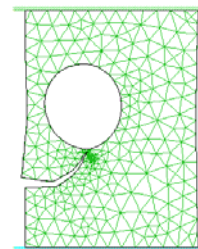


Figure III. 28. Chemin de propagation erroné pour des distances de propagation importantes

III.4.2. Poutres en flexion et formation de débris

Pour étudier le cheminement de propagation d'une fissure, de nombreux exemples de poutres en flexion ont été proposés. C'est notamment le cas en génie civil, où des poutres en béton sont soumises à différentes sollicitations de flexion pour étudier leur résistance à la fissuration. Nous proposons ici quelques uns de ces exemples, afin de valider notre approche et de mettre en valeur la robustesse du code. Puis, nous étudions le cas de fissures qui s'entrecroisent, et de gestion de débris qui peuvent être générés.

Pour chacune des applications proposées, les poutres sont en béton, avec un module d'Young de 35 GPa, et un coefficient de Poisson de 0,15.

III.4.2.1. Poutre en flexion 3 points

Nous considérons ici une poutre en flexion 3 points (Figure III.29.), possédant une pré-fissure excentrée par rapport à l'axe de chargement.

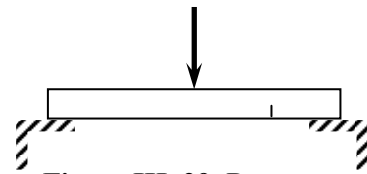


Figure III. 29. Poutre en flexion trois points

On applique une force sur l'outil supérieur, et on suit le chemin de propagation déterminé à l'aide de la contrainte normale maximale. Dès l'amorçage, la fissure s'oriente en direction du point d'application de la force, et se propage jusqu'à atteindre celui-ci (Figure III.30.).

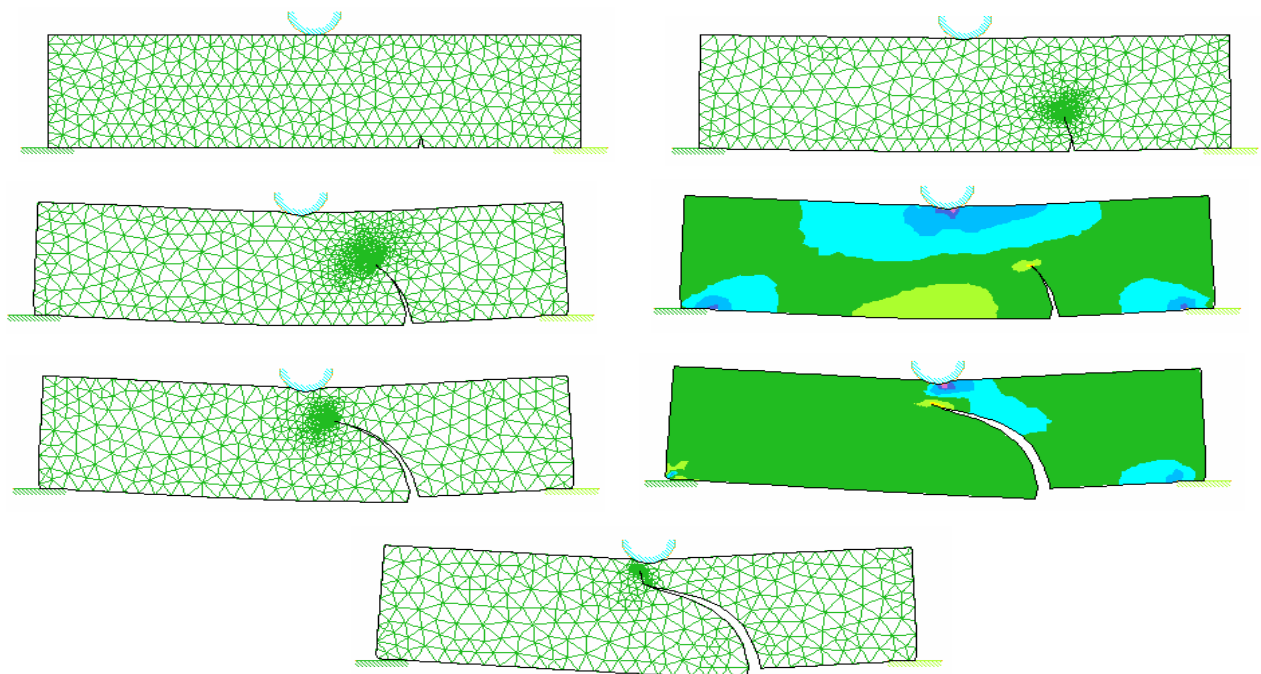


Figure III. 30. Propagation dans une poutre en flexion 3 points à l'aide du critère CNM

III.4.2.2. Poutre en flexion 4 points

Nous étudions ici l'exemple un peu plus complexe d'une poutre doublement pré-fissurée et soumise à un essai de flexion 4 points (Figure III.31.). Cet exemple, proposé initialement par Bocca [Bocca et al. 1990], a été étudié expérimentalement et numériquement par plusieurs auteurs [Ballatore et al. 1990], [Elouard 1993].

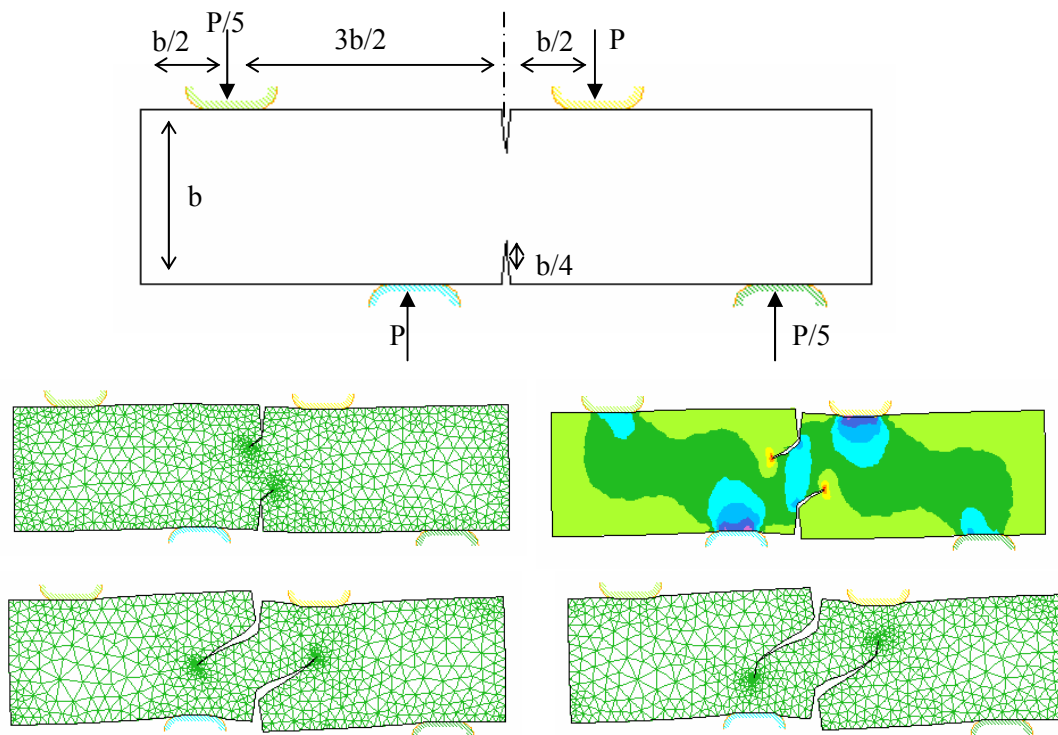


Figure III. 31. Chemin de propagation dans une poutre en flexion 4 points

Comme observé expérimentalement par Bocca [Bocca et al. 1990], les deux fissures s’amorcent dans une direction formant un angle de 50° avec l’axe de pré-fissure. Puis, les deux fissures se propagent en direction du point d’application du chargement, avant de se réorienter verticalement pour se propager jusqu’à celui-ci.

III.4.2.3. Formation de débris

Pour compléter cette partie sur les poutres, nous présentons l’exemple d’une poutre en flexion 3 points, possédant deux pré-fissures placées de façon symétrique par rapport à l’axe de chargement (Figure III.32.). Cet exemple a pour but de modéliser la rencontre de deux fissures se propageant l’une vers l’autre.

Lors de chaque incrément, la position respective des différentes fissures est repérée. On compare alors à chaque incrément la distance entre différentes pointes de fissure, ou entre une pointe de fissure et un contour externe. Lorsque cette distance est inférieure à une distance critique déterminée par l’utilisateur, les deux fissures se rejoignent, formant ainsi un débris dont la formation est gérée automatiquement par le code de calcul. A l’heure actuelle, le débris est tout simplement ôté du maillage, et le calcul se poursuit sur la partie principale (Figure III.32.d). Mais on peut très bien imaginer pouvoir stocker toutes les données (contraintes, déformations, etc...) relatives au débris, de façon à pouvoir y effectuer un calcul ultérieur de type déchargement (retour élastique).

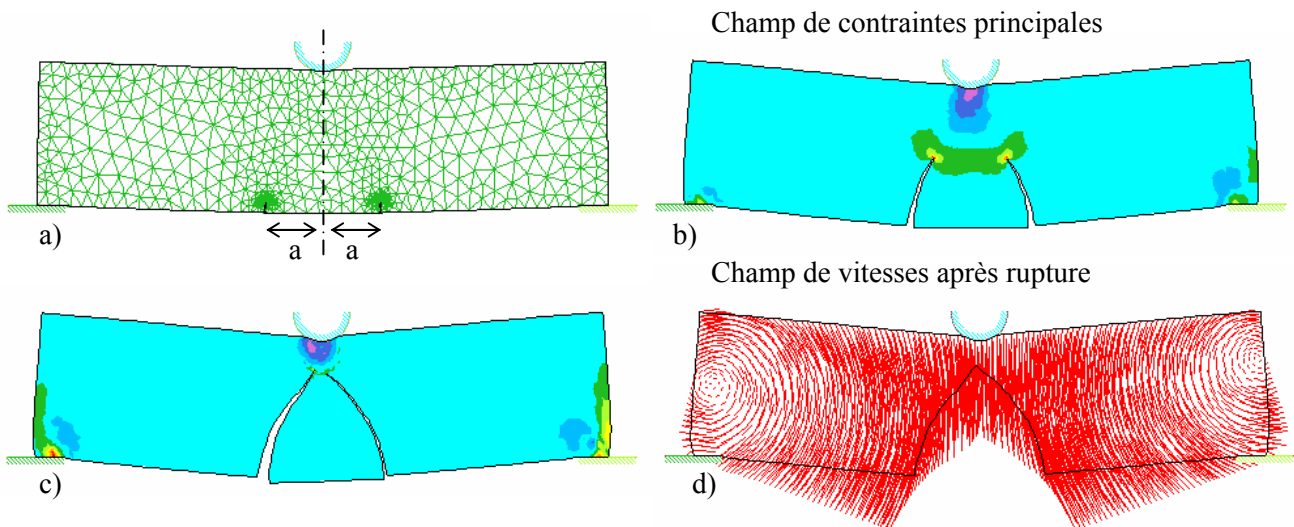


Figure III. 32. Formation de débris provenant de la rencontre de deux fissures

L'exemple ci-dessus est géré de façon entièrement automatique. Une fois que les deux fissures se sont rencontrées, on recherche le contour externe, fermé et orienté, n'intervenant plus dans le calcul (par exemple celui n'ayant plus de contact avec les outils), et on le retire du maillage. Puis on poursuit le calcul après cette rupture. Sur la figure III.32.c, la légère dissymétrie qui apparaît provient du fait que la discrétisation en éléments finis n'est pas symétrique par rapport à l'axe de chargement.

III.4.2.4. Bilan

Ces exemples de poutres en flexion montrent la précision et la fiabilité de la technique utilisée. Plusieurs autres exemples d'applications sur des poutres, ou plus généralement en génie civil (essai brésilien) ont été modélisés [Bouchard et al. 2000a], et montrent la robustesse des techniques numériques développées (remaillage automatique, calcul des directions de propagation, ...).

Sur le dernier exemple, la gestion de la propagation des deux fissures et de la création du débris est complètement gérée automatiquement. Ce type d'outils peut trouver son intérêt dans certains procédés industriels où l'on cherche à mettre en forme le matériau en le fissurant, ou en l'endommageant. C'est le cas des deux procédés que nous allons étudier dans le §III.4.3. : l'usinage et le découpage.

III.4.3. Procédés à fort cisaillement et contact matière-matière

Dans cette partie, nous nous intéressons aux procédés à fort cisaillement, afin d'étudier la validité des critères introduits pour ce type d'application. Pour cela, nous présentons successivement des modélisations d'usinage, puis de découpage de tôles.

III.4.3.1. Usinage

Le procédé d'usinage, ou de coupe orthogonale, tient une place importante dans le secteur industriel de la mécanique. C'est pourquoi de nombreux auteurs se sont lancés dans la modélisation numérique de ce procédé [Sekhon et al. 1993], [Marusich et al. 1995], [Fourment et al. 1997], [Touratier 1999]. C'est un procédé très sollicitant d'un point de vue numérique, qui fait intervenir de très fortes vitesses de déformation, des instabilités de cisaillement, des effets thermiques très violents (auto-échauffements très localisés, et temps caractéristique du procédé trop faible pour permettre la diffusion) tant dans le copeau qu'aux contacts outil-copeau et outil-pièce, des frottements à grande vitesse et température élevée. La version viscoplastique du code FORGE2® permet de modéliser l'usinage, sans prendre en compte la formation de débris lors du procédé (Figure III.33.). Or pour modéliser correctement l'usinage, cette création de copeau est un paramètre important.

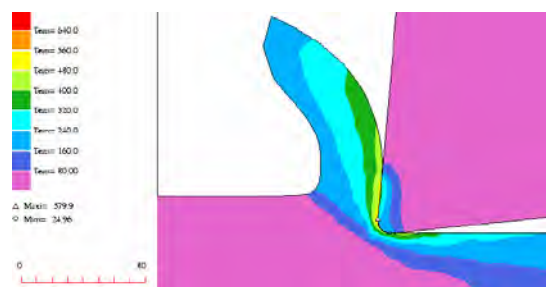


Figure III. 33. Champ de températures après 1ms d'usinage

Nous proposons donc ici de modéliser la propagation d'une fissure lors de l'usinage. Pour cela, nous repérons le lieu d'amorçage en comparant les contraintes maximales à une contrainte critique (Figure III.34.), et nous propageons la fissure lorsque cette contrainte est dépassée (critère de la contrainte normale maximale (Figure III.35.)).

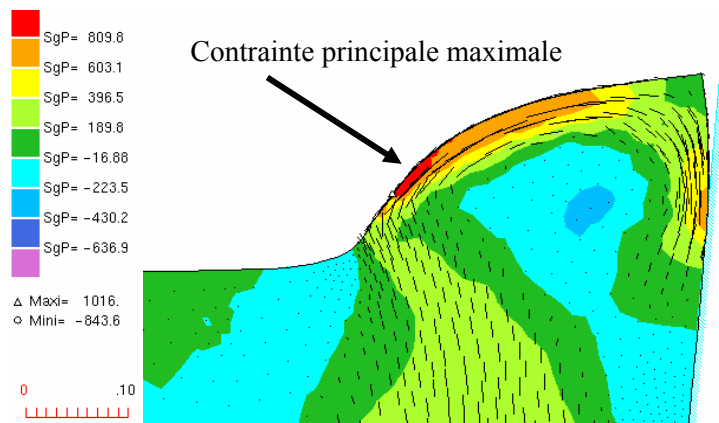


Figure III. 34. Localisation de l'amorçage en contrainte critique

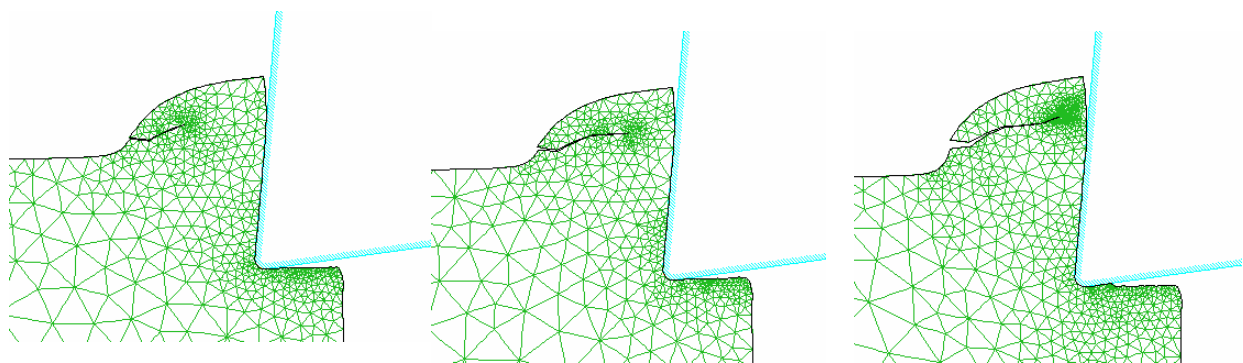


Figure III. 35. Propagation de la fissure lors de l'usinage à l'aide du critère CNM

Comme le montre la figure III.35., le critère CNM n'est pas adapté à ce genre de procédé à fort cisaillement. Ce résultat était prévisible, dans la mesure où ce critère, tout comme les deux autres critères implémentés, sont conseillés pour des applications où le mode I est prédominant. En fait, comme on peut le voir sur la figure III.36., la direction de propagation de la fissure correspondrait plutôt au taux de cisaillement maximal (Figure III.36.a) [Ceretti 1999], ou à la direction de la vitesse de déformation maximale (Figure III.36.b).

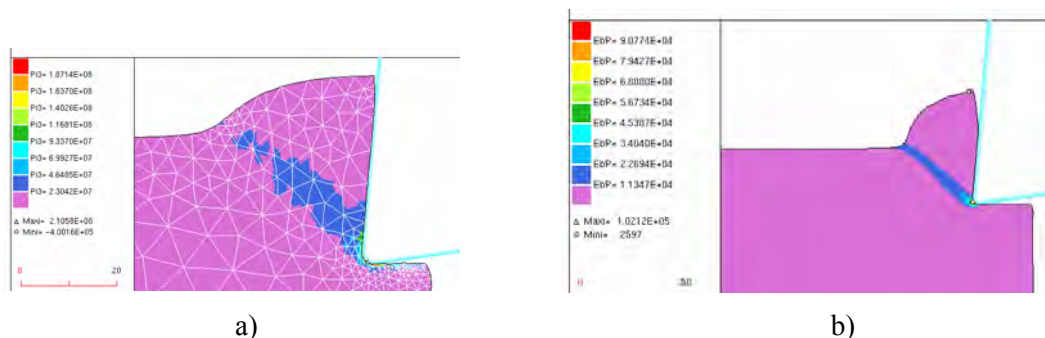


Figure III. 36. a) Taux de cisaillement et b) vitesse de déformation équivalente

Nous avons introduit un critère basé sur le taux de cisaillement maximum. Comme le montre la figure III.37., la fissure se propage dans la bonne direction, mais on est confronté au problème

d'interpénétration des lèvres de la fissure, et le calcul s'arrête. Comme nous le verrons par la suite, certains développements ont été effectués pour permettre de gérer le contact des lèvres de la fissure.

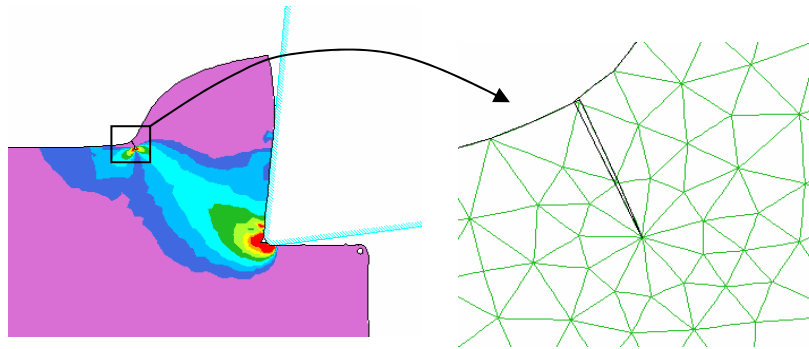


Figure III. 37. Interpénétration des lèvres de la fissure lors d'une propagation dans la direction du taux de cisaillement maximal

III.4.3.2. Découpage de tôles

Tout comme l'usinage, le découpage de tôle est un procédé très sollicitant numériquement, et qui présente une zone de fort cisaillement. La modélisation numérique du découpage de tôle a également été abordée par plusieurs auteurs⁴. La plupart d'entre eux privilégient l'approche basée sur des lois d'endommagement pour modéliser la rupture de la pièce ; d'autres proposent de propager des fissures, mais aucun ne parvient actuellement à modéliser la rupture complète de la pièce.

Nous avons, là encore, effectué une modélisation du découpage et de la fissuration à l'aide du critère CNM [Traën 1999] et d'un amorçage en contrainte critique. Nous obtenons des résultats non conformes à l'expérience, puisque les fissures ne s'orientent pas l'une vers l'autre le long de la bande de cisaillement, mais plutôt parallèlement l'une à l'autre (Figure III.38.).

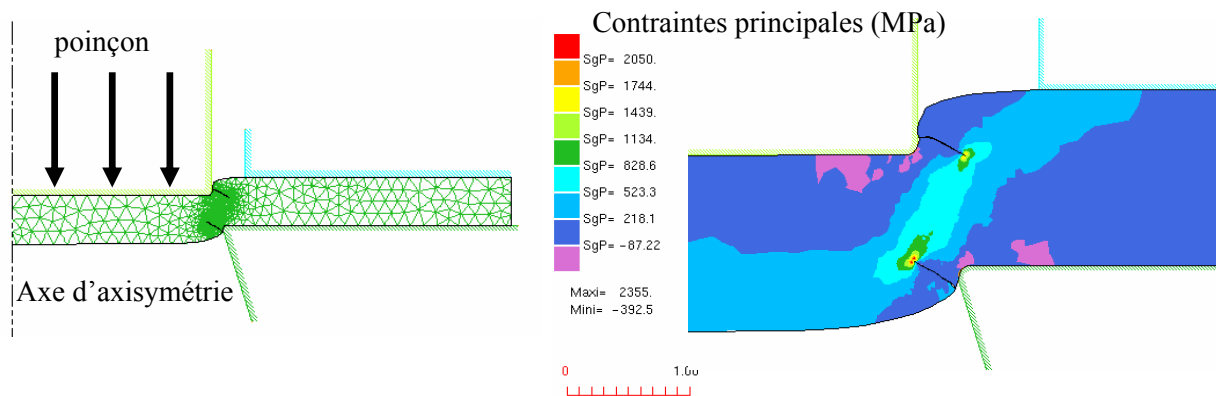


Figure III. 38. Propagation suivant le critère CNM

Cette fois encore, le critère basé sur le taux de cisaillement maximum donne une bonne direction de propagation, mais le problème de contact matière-matière se pose à nouveau (Figure III.39.).

⁴ Pour une revue des différentes méthodes utilisées en découpage, le lecteur pourra se référer à [Dumas 2000].

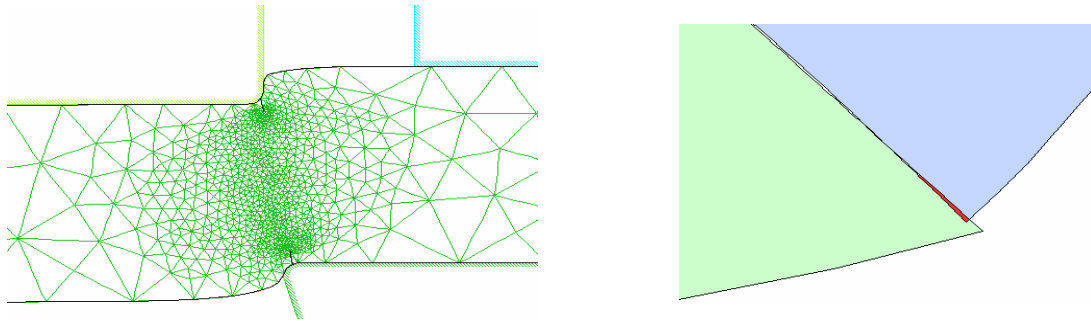


Figure III. 39. Interpénétration des lèvres de la fissure en découpage

III.4.3.3. Le contact des lèvres d'une fissure

Afin de pouvoir gérer l'entrée en contact des lèvres d'une fissure, nous avons abordé le problème du contact matière-matière. C'est un sujet de recherche à part entière, et nous n'entrerons donc pas dans tous les détails dans ce manuscrit : pénalisation, algorithmes maître-esclave, multiplicateurs de Lagrange, etc... Pour plus de précision, le lecteur pourra se référer à [Wriggers 1995] et [Chenot et al. 1998].

Parmi les nombreuses techniques de gestion du contact matière-matière, nous avons recherché une méthode facilement implémentable, et qui puisse s'appliquer spécifiquement aux nœuds situés sur la fissure. La méthode du Lagrangien (non augmenté) correspond à ces critères, d'autant plus que les contraintes de compression que l'on peut voir apparaître sur les lèvres d'une fissure sont généralement faibles. Enfin un algorithme de recherche de contact a été mis en place pour les nœuds appartenant à une fissure [Traën 1999].

Si l'on considère que la résolution d'un problème mécanique correspond à la minimisation d'une fonctionnelle, notée $J(u)$, la méthode du Lagrangien [Ciarlet 1982] consiste à venir ajouter des termes supplémentaires à cette fonctionnelle à minimiser. Ces termes, qui peuvent par exemple correspondre à la distance de pénétration d'un nœud dans la matière, transforment le problème en un problème de minimisation sous contraintes : minimiser le Lagrangien $L(u)$ tel que :

$$L(u) = J(u) + \sum_{i=1}^{N_m} \mu_i \cdot \phi_i(u)$$

où N_m représente le nombre de nœuds ayant pénétrés, et donc le nombre de contraintes d'inégalités $\phi_i(u) \leq 0$. Dans notre cas, ces contraintes $\phi_i(u)$ sont égales au produit scalaire $(IP'.n)$ qui est négatif lorsque l'on a pénétration (Figure III.40.). Enfin les termes μ_i , appelés coefficients de Lagrange, sont calculés itérativement à partir de la contrainte de non pénétration associée $\phi_i(u)$.

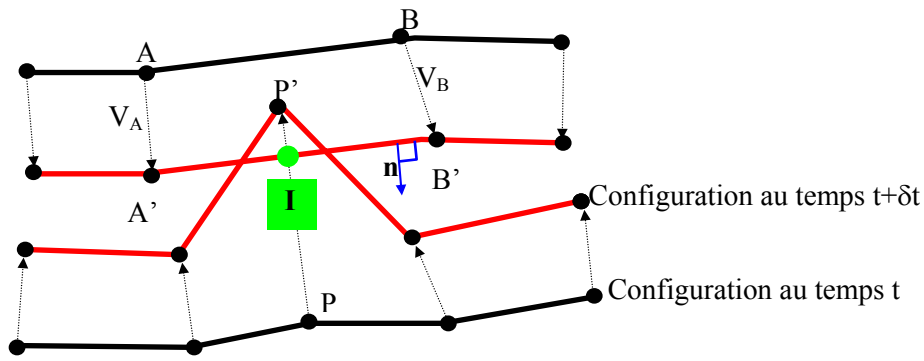


Figure III. 40. Pénétration d'un nœud appartenant à une fissure

D'un point de vue numérique, une telle méthode revient à venir ajouter des termes correcteurs (les coefficients de Lagrange) dans le second membre du système matriciel correspondant à la résolution mécanique du problème. La linéarité des contraintes ajoutées n'entraîne donc aucune modification sur la matrice de rigidité de ce système, qui est en fait une dérivée seconde de la fonctionnelle à minimiser. Lorsqu'un nœud a pénétré un segment particulier, cela revient donc à ajouter un terme correcteur de traction au nœud qui a pénétré, et un terme correcteur de compression aux deux nœuds du segment qui a été pénétré. La résolution se fait itérativement jusqu'à ce que le nœud soit repoussé à la surface de la fissure.

Cette méthode a été validée sur un exemple simple [Cozzi 2000] où l'on vient imposer le contact entre les deux parties de la fissure. Elle n'a pas encore été appliquée aux exemples d'usinage et de découpage présentés précédemment, mais son utilisation devrait permettre de mener ces simulations jusqu'à leur terme. Un tel outil permettrait alors d'ouvrir la voie à de nombreuses applications où le cisaillement prédomine sur le mode I.

III.4.4. Propagation dans les structures multimatériaux

Le dernier champ d'applications que nous proposons ici, met en jeu les deux atouts importants du code FORGE2 MULTIMATERIAUX : le fait de pouvoir prendre en compte plusieurs matériaux, et la propagation de fissures. Pour cela, nous commencerons par présenter quelques résultats importants concernant la mécanique de la rupture de structures multimatériaux, avant d'étudier deux exemples d'application.

III.4.4.1. Mécanique de la rupture de structures multimatériaux

La propagation d'une fissure se propageant dans une structure multimatériaux est influencée par de nombreux paramètres tels que le rapport des modules d'Young des deux matériaux, la nature du contact entre les matériaux. Sih en 1964 [Sih et al. 1964], Erdogan en 1965 [Erdogan 1965], puis

Comninou en 1977 [Comninou 1977], ont été parmi les premiers à étudier la mécanique de la rupture au voisinage d'interfaces entre deux matériaux. Toutes les formulations obtenues alors sont analytiques ; elles sont intéressantes dans la mesure où elles peuvent nous donner une idée de la singularité en pointe de fissure. Malheureusement, elles sont difficilement utilisables car elles sont restreintes à des géométries assez simples, et bien souvent pour des matériaux purement élastiques.

Lorsque l'on étudie la rupture dans des structures bimatériaux, on différencie deux types de fissure dont les comportements à la rupture sont différents : les fissures dans le plan de l'interface, et celles qui sont perpendiculaires ou inclinées par rapport à l'interface.

- **Fissures dans le plan de l'interface**

Les études réalisées sur ce type de fissures ont montré que, dans le cas de deux matériaux isotropes, la singularité du champ de contraintes en pointe de fissure reste d'ordre $\frac{1}{2}$, comme c'était le cas pour un matériau homogène.

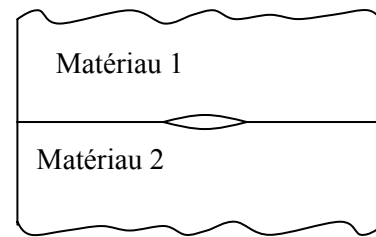


Figure III. 41. Fissure dans le plan de l'interface

Les formulations analytiques proposées sont restreintes à des configurations géométriques simples, et font intervenir une constante ζ , appelée constante biélastique. Cette constante dépend du type de configuration (déformation plane ou contrainte plane), des coefficients de Poisson de chaque matériau, et du module de cisaillement de chaque matériau [Sih et al. 1964] :

$$\zeta = \frac{1}{2\pi} \log \left[\frac{\frac{k_1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}}{\frac{k_2}{\mu_2} + \frac{1}{\mu_1}} \right] \quad \text{où} \quad \begin{cases} k_i = 3 - 4\nu_i & \text{en déformations planes} \\ k_i = \frac{3 - \nu_i}{1 + \nu_i} & \text{en contraintes planes} \\ \nu_i & \text{est le coefficient de Poisson du matériau } i \\ \mu_i & \text{est le module de cisaillement du matériau } i \end{cases}$$

- **Fissures perpendiculaires au plan de l'interface**

Les études portant sur le comportement d'une fissure perpendiculaire au plan de l'interface se décomposent généralement en trois catégories :

- Une fissure n'ayant pas atteint l'interface (Figure 40a) : il est possible d'exprimer les facteurs d'intensité de contraintes en fonction des paramètres classiques (module de cisaillement du matériau dans lequel se trouve la fissure, coefficient de Poisson, etc...), mais aussi à partir d'une fonction $f(r)$, r étant la distance par rapport à la pointe de fissure. Cette fonction ne peut être déterminée analytiquement que pour des cas classiques et simples, ou elle peut être approchée numériquement comme nous le verrons par la suite ;
- Une fissure dont la pointe est au droit de l'interface (Figure 40b) : les facteurs d'intensité de contraintes prennent la forme [Cook et al. 1972] : $K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2} \mu^* r^\omega f(r)$, où r est la distance

par rapport à la pointe de fissure, μ^* est un paramètre dépendant des modules de cisaillement et des coefficients de Poisson des deux matériaux, $f(r)$ est une fonction de r dépendant de la configuration géométrique et ω est la nouvelle puissance de la singularité en pointe de fissure. En effet, lorsque la fissure est au droit de l'interface, la singularité ne vaut plus $\frac{1}{2}$ (sauf si les deux matériaux ont le même module d'Young), mais elle varie entre 0 et 1 suivant le rapport des modules d'Young [Zhang 1992] ;

- Une fissure ayant traversé l'interface (Figure 40c) : dans ce cas, Lu et Erdogan [Lu et al. 1983] proposent de traiter le problème en considérant deux fissures situées de part et d'autre de l'interface. Là encore, la puissance de la singularité peut être différente de $\frac{1}{2}$, et la fissure a la possibilité de se propager le long de l'interface.

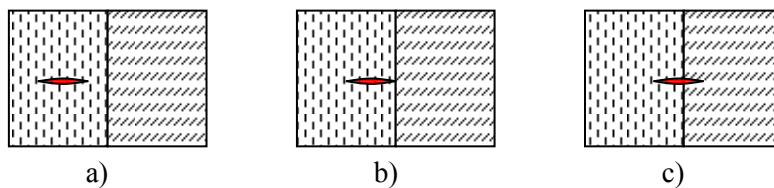


Figure III. 42. a) fissure n'ayant pas atteint l'interface – b) fissure au droit de l'interface – c) fissure ayant traversé l'interface

Toutes ces formulations analytiques étant restreintes aux géométries et aux matériaux idéaux, l'approche numérique, abordée à la fin des années 1970, semble préférable pour étudier des cas plus réalistes.

- **Généralisation des méthodes numériques aux multimatériaux**

En se basant sur les formulations analytiques proposées par Sih [Sih et al. 1981] dans le cas de multimatériaux, il est possible de calculer les facteurs d'intensité des contraintes en appliquant la **méthode d'extrapolation** (présentée au chapitre II). Il reste cependant nécessaire de différencier le cas où la fissure est dans le plan de l'interface, du cas où la fissure est perpendiculaire ou inclinée par rapport à l'interface.

Cette méthode, d'utilisation simple, présente cependant certains inconvénients :

- elle nécessite la connaissance d'une formulation analytique des champs mécaniques en pointe de fissure, ce qui n'est pas toujours possible ;
- pour avoir une bonne précision sur les résultats, il est nécessaire d'effectuer un raffinement important en pointe de fissure. El Abdi [El Abdi 1986] recommande par exemple l'utilisation d'éléments singuliers, de taille inférieure au $1/60^{\text{ème}}$ de la taille de la fissure.

Pour toutes ces raisons, l'utilisation de méthodes énergétiques, considérant le comportement global de la structure fissurée, peut s'avérer plus intéressante.

Plusieurs méthodes énergétiques ont été généralisées aux fissures au voisinage d'interfaces entre deux matériaux :

- les **intégrales de contour** font intervenir un terme supplémentaire correspondant à une intégrale le long de l'interface [Zhang 1992] ;

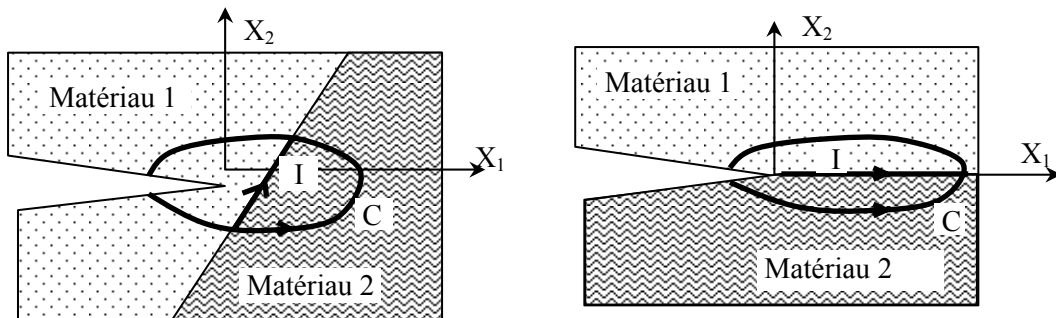


Figure III. 43. Contour d'intégration traversant deux matériaux

- pour les **méthodes d'extensions virtuelles**, si la **fissure est dans le plan de l'interface**, et qu'elle se propage le long de cette interface, le déplacement virtuel des nœuds du contour ne modifie pas l'interface entre les deux matériaux, et la méthode peut donc être appliquée. Par contre, si la **fissure est perpendiculaire, ou inclinée par rapport à l'interface**, l'indépendance par rapport au contour d'intégration n'est plus vérifiée [Petit 1990]. En effet, lorsque la pointe de fissure a atteint l'interface, le fait d'effectuer une extension virtuelle modifie la position de la pointe de fissure, et donc de l'interface. L'indépendance par rapport au contour n'est alors plus vérifiée car la zone interfaciale déplacée varie en fonction du contour choisi. Ce problème peut également être rencontré lorsqu'une fissure est suffisamment proche d'une interface pour que son contour d'intégration englobe les deux matériaux.
- Malgré sa lourdeur de calcul, Bush [Bush 1999] conseille d'utiliser la méthode de **la variation d'énergie potentielle totale** (méthode d'extension réelle) pour avoir plus de précision lorsque la fissure a une trajectoire très proche de l'interface. En effet, le calcul de l'énergie potentielle est un calcul global sur l'ensemble du domaine, et il n'est donc pas perturbé par le fait que la fissure soit au voisinage immédiat de l'interface. Par contre, lorsque l'on recherche la direction de propagation de la fissure par la méthode du taux de restitution d'énergie maximal, on est obligé de refaire un calcul mécanique pour chaque direction virtuelle de propagation de fissure. La détermination de la trajectoire de la fissure donne alors lieu à des calculs très longs.

Pour comprendre la nature du problème, il est important de rappeler que le taux de restitution d'énergie G représente la diminution d'énergie potentielle du système lors d'un incrément unitaire de propagation de fissure, alors que les facteurs d'intensité de contraintes peuvent être définis à n'importe quel instant de propagation. Lorsqu'une fissure arrive en contact avec une interface, il est donc possible de définir les facteurs d'intensité de contraintes, mais la notion de taux de restitution d'énergie conduit à définir des valeurs de G avant d'atteindre l'interface ou une fois que l'interface a été traversée. Les extensions virtuelles doivent donc toujours être réalisées dans le même matériau, et on définit des valeurs de G à droite, et à gauche de l'interface. C'est pour cette raison que les méthodes basées sur des intégrales de surface ne sont pas applicables lorsque la fissure est en contact avec l'interface. Par contre, le calcul de G est possible juste avant d'avoir atteint l'interface, ou juste après

l'avoir traversé. D'un point de vue numérique, il faut réserver une ou deux rangées d'éléments entre la pointe de la fissure et l'interface [Zhang 1992].

Une étude, menée par Zhang sur des fissures statiques au voisinage immédiat d'une interface, met en évidence l'influence du rapport des modules d'Young, et du type de contact à l'interface entre les deux matériaux. Cette étude montre que la fissure se propage toujours de préférence dans le matériau le plus rigide, et qu'elle se propageait plus facilement vers l'interface lorsque celle-ci était glissante. Une fois que la fissure a atteint l'interface, le fait d'avoir un contact avec frottement (utilisation d'éléments d'interface) peut ralentir, voir stopper la propagation de la fissure. Celle-ci peut alors se réorienter le long de l'interface, ou encore se propager à son autre extrémité. Il est très difficile de pouvoir prévoir l'évolution d'une fissure lorsqu'elle a atteint l'interface : le changement de singularité et notre trop faible connaissance de la résistance d'une interface nous empêchent de déterminer avec précision la direction de propagation de la fissure.

- **Bilan**

Comme nous venons de le voir, la mécanique de la rupture appliquée aux structures multimatériaux reste un domaine complexe et très ouvert. Les solutions analytiques ne sont applicables que pour des géométries simples et des matériaux idéaux. L'approche numérique n'est pas encore tout à fait satisfaisante. Si elle permet d'étudier les facteurs d'intensité des contraintes ou le taux de restitution d'énergie pour une fissure statique au voisinage d'une interface bimatériaux, elle ne permet pas encore de modéliser la propagation quasi-statique d'une fissure à travers cette interface. Notre faible connaissance des propriétés exactes d'une interface entre deux matériaux, la difficulté de calculer la direction de propagation d'une fissure au droit d'une interface, la complexité numérique liée à la propagation d'une fissure à travers une interface dans un maillage, sont autant de paramètres qui nous empêchent de modéliser, dans un cadre général, la propagation quasi-statique d'une fissure à travers une interface bimatériaux.

Cependant, il peut être intéressant d'étudier la propagation de fissures dans des structures multimatériaux. Cela nous permettra de mettre en évidence l'influence des propriétés mécaniques des différents matériaux sur le chemin de propagation de la fissure.

III.4.4.2. Eprouvette bicouche pré-fissurée

Nous proposons ici d'étudier le cheminement d'une fissure dans une éprouvette bicouche en faisant varier la rigidité de la poutre de soutien inférieure. Une poutre en T est soumise à un chargement vertical sur sa partie supérieure. Sur sa partie inférieure, elle est collée à une poutre de soutien (poutre inférieure sur la figure III.44.), bloquée à ses extrémités, et dont l'utilité est de rigidifier l'assemblage. Enfin une pré-fissure est introduite au niveau d'un des rayons de congé de la poutre en T (Figure III.44.). Cet exemple, proposé par Sumi et al. [Sumi et al. 1995], consiste à étudier la propagation d'une fissure à partir d'une soudure dans un élément de structure. Sumi incluait également les effets de contraintes résiduelles de soudure et faisait varier la rigidité de flexion de la structure en faisant varier l'épaisseur de la poutre de soutien.

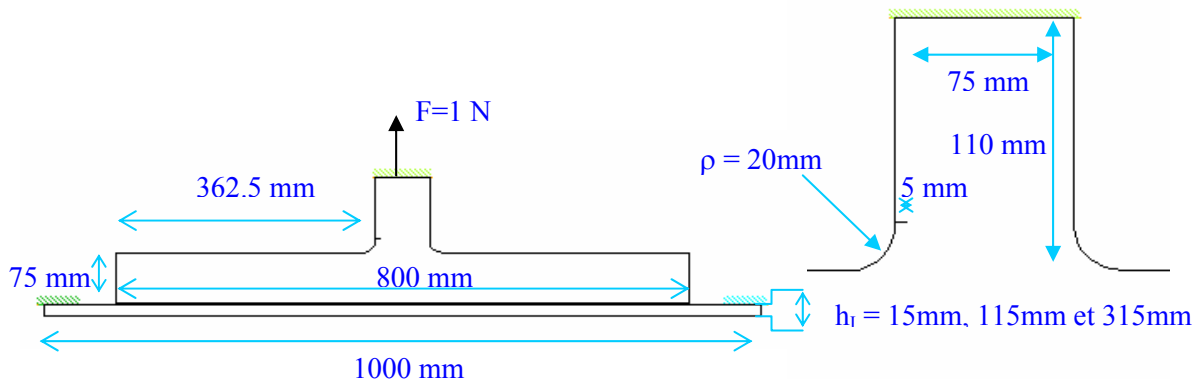


Figure III. 44. Géométrie de l'éprouvette bicouche pré-fissurée

Nous avons effectué une simulation avec trois épaisseurs de poutre de maintien différentes : 15mm, 115mm et 315mm. Nous négligeons d'éventuelles contraintes résiduelles de soudure, pour n'étudier que l'influence de la rigidité de la poutre inférieure. Le critère de propagation choisi est le critère du taux de restitution d'énergie maximum, qui est à la fois précis, et moins sensible aux interfaces que le critère de la contrainte normale maximale.

- Poutre mince :

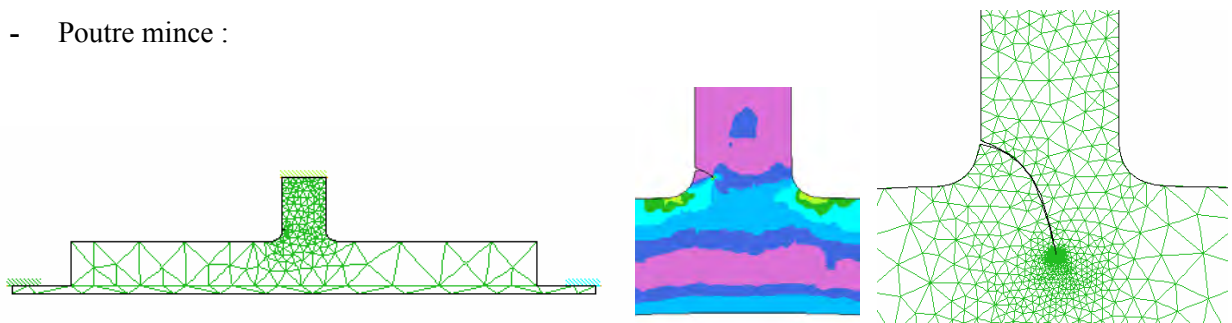


Figure III. 45. Chemin de propagation pour une poutre mince

- Poutre moyenne :

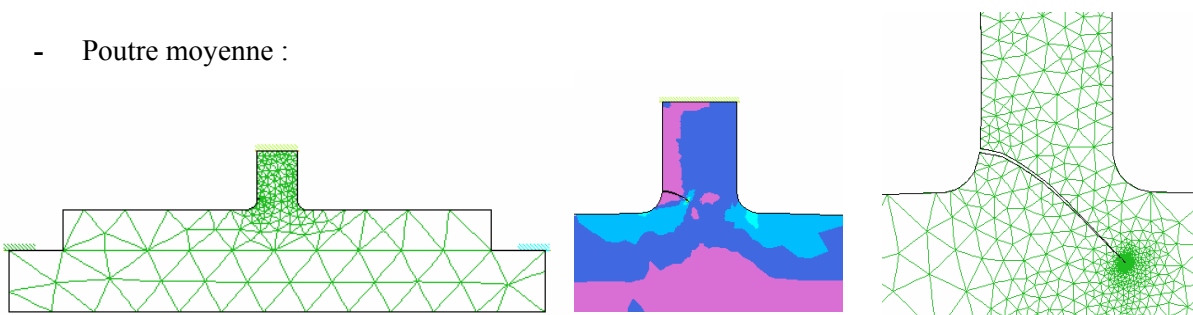


Figure III. 46. Chemin de propagation pour une poutre moyenne

- Poutre épaisse :

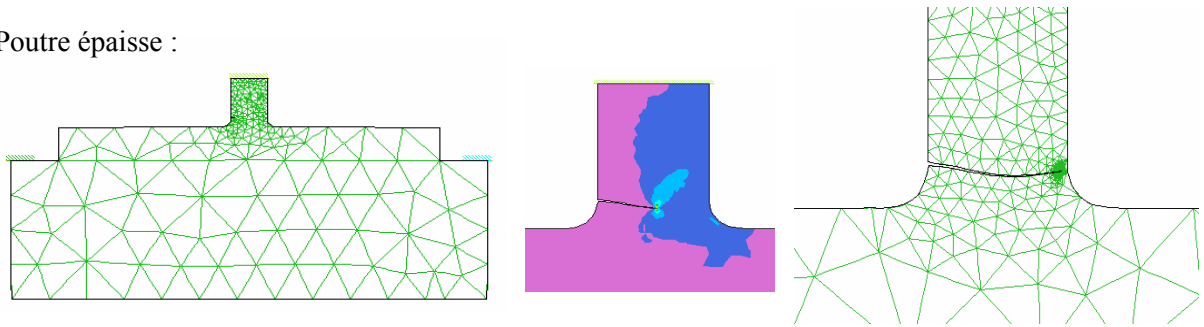


Figure III. 47. Chemin de propagation pour une poutre épaisse

Ces chemins de propagation, tous très différents, montrent l'importance de la rigidité de la poutre de soutien. D'un point de vue général, on peut donc noter que plus la poutre de soutien est mince, et plus la fissure bifurque de façon abrupte vers le bas.

Cet exemple a été repris numériquement par Flemming et al. [Flemming et al. 1997] par une méthode sans maillage, l'"Element-Free Galerkin Method" (EFGM) enrichie. Pour une poutre de maintien flexible (poutre mince) et pour une poutre de maintien rigide (poutre épaisse), Flemming obtient les chemins de propagation suivants :

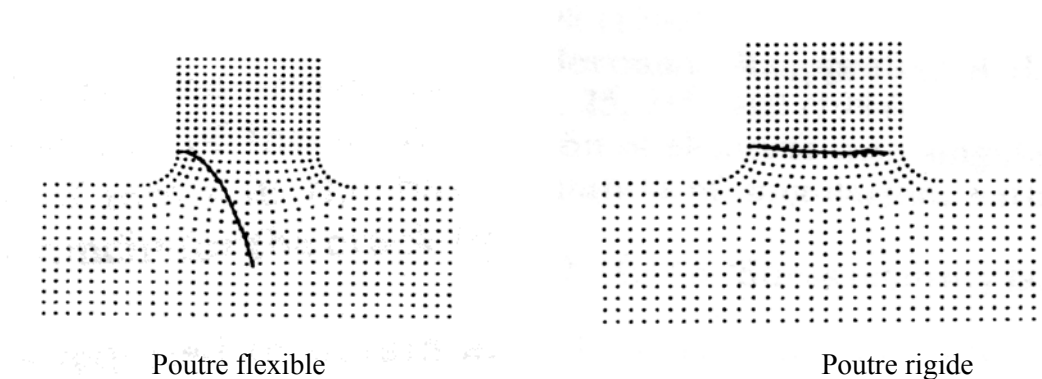
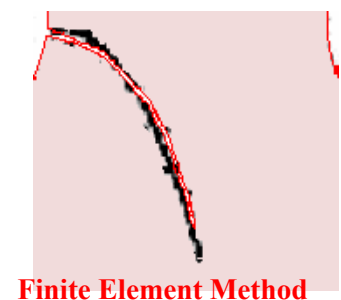


Figure III. 48. Chemins de propagation avec l'Element-Free Galerkin Method enrichie [Flemming et al. 1997]

Les résultats que nous obtenons correspondent bien à ceux obtenus par Sumi [Sumi et al. 1995] et Flemming [Flemming et al. 1997]. Plus la poutre de soutien est mince, et plus elle fléchit. Le champ de contraintes est alors modifié au voisinage de la fissure, et elle se propage vers le bas de l'éprouvette, en direction de la poutre de soutien. La figure III.49. représente la superposition des trajectoires des fissures pour une poutre mince, obtenues par notre méthode, et par la méthode sans maillage.

Enriched Element-Free Galerkin Method



Finite Element Method

Figure III. 49. Trajectoires de fissure pour une poutre mince

III.4.4.3. Propagation dans un composite

Pour finir, nous proposons ici d'étudier la propagation d'une fissure dans une pièce contenant une inclusion. Soit R , le rapport de rigidité de la matrice par rapport à l'inclusion. Nous comparons les chemins de propagation pour $R=1$ (matériau homogène), $R=10$ (inclusion molle), et $R=0,1$ (inclusion rigide).

Nous commençons avec un rapport R unitaire, ce qui signifie que nous avons bien une inclusion, mais qu'elle est constituée du même matériau que la matrice. Comme attendu, la fissure se propage horizontalement, comme pour un monomatériau homogène (Figure III.50.).

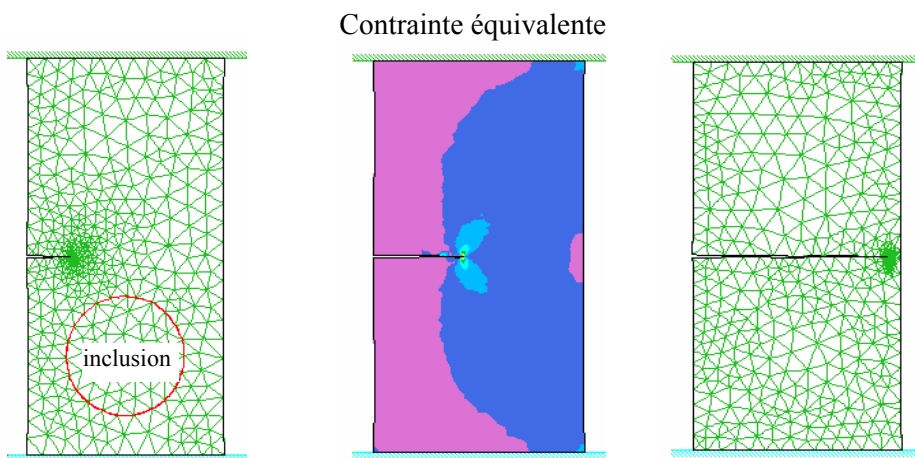


Figure III. 50. Propagation dans un composite contenant une inclusion du même matériau que la matrice

Dans le cas de l'inclusion molle, figure III.51., on retrouve un résultat similaire à celui qui avait été obtenu pour une plaque trouée pré-fissurée : l'inclusion étant moins rigide, modifie la répartition de contraintes et attire la fissure. Une fois l'inclusion dépassée, la fissure se réoriente horizontalement.

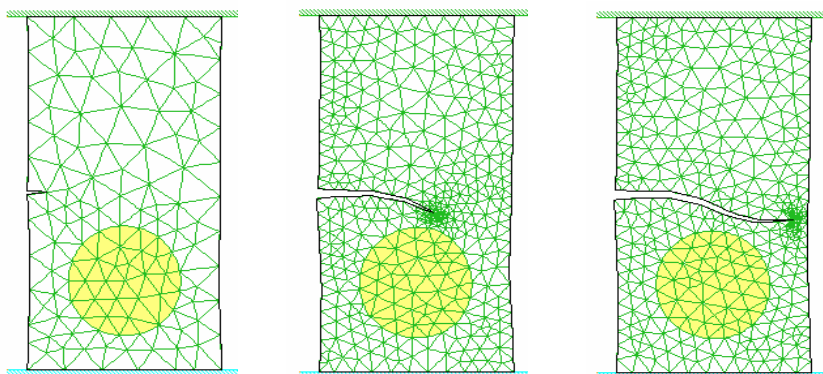


Figure III. 51. Propagation dans un composite contenant une inclusion molle $R=10$

Dans le cas de l'inclusion dure, figure III.52., la fissure est cette fois-ci légèrement repoussée.

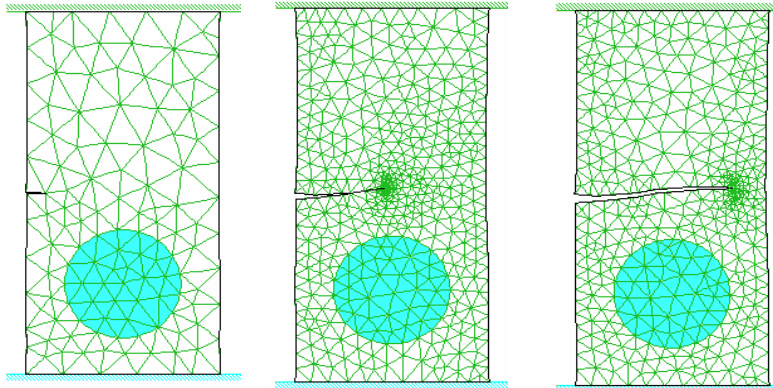


Figure III. 52. Propagation dans un composite contenant une inclusion rigide $R=0,1$

Ainsi, il est possible d'étudier les trajectoires des fissures en faisant varier les caractéristiques mécaniques des différents matériaux, ou encore leur géométrie. On imagine vite le grand nombre d'applications que l'on pourrait étudier grâce à tous ces outils réunis : propagation de fissures dans les bétons en fonction de la disposition des agrégats, propagation dans des matériaux composites ou multicouches, structures multicristallines, rôle des inclusions pour la propagation de fissures, etc ...

III.5. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté tous les outils nécessaires à la modélisation de la propagation quasi-statique de fissures. Les difficultés numériques sont surmontées grâce à la technique de maillage et de remaillage automatique et multi-domaines présentée au chapitre I. Cette technique permet notamment de propager une ou plusieurs fissures dans un maillage, tout en conservant une très bonne précision en pointe de fissure.

Après avoir présenté le critère de la contrainte normale maximale, le critère de la densité d'énergie de déformation minimale et le critère du taux de restitution d'énergie maximal, nous les avons comparés sur différents exemples d'application. Ils donnent tous les trois de bons résultats, mais le critère de la densité d'énergie de déformation minimale semble assez dépendant du maillage et du nombre d'éléments dans la couronne d'intégration. Le critère de la contrainte normale maximale donne de très bons résultats, grâce au raffinement évolutif, et au maillage concentrique en pointe de fissure. Il est également le critère le plus rapide, et il peut être appliqué aux cas de matériaux élastoplastiques. Le critère du taux de restitution d'énergie maximal est lui aussi très précis. Il est indépendant du maillage, et est moins perturbé lorsque la fissure passe dans le voisinage d'interfaces ou de cavités. Pour chacun de ces critères, nous avons montré que la *distance de propagation* est un paramètre important : plus cette distance est petite, et plus les résultats sont précis.

Les nombreuses applications présentées montrent la robustesse et la fiabilité des techniques utilisées. Tous les outils implémentés offrent de nombreuses perspectives d'application dans plusieurs domaines :

- l'usinage avec la modélisation de la formation de copeaux ;
- la propagation de fissures dans des matériaux multicouches tels que les tôles oxydées ;
- le découpage de tôles avec la rupture totale de la pièce, permettant ainsi d'étudier la remontée de l'outil et l'usure provenant de son frottement sur la tôle restante ;
- la propagation de fissures dans des matériaux composites ou des alliages métalliques et l'effet, bénéfique ou néfaste, des inclusions ou des fibres dans la matrice.