

# Application au tracé de courbes limites de formage numériques

---

<b>7.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>124</b>
<b>7.2</b>	<b>Classification numérique de critères .....</b>	<b>124</b>
7.2.1	Critères issus du Principe de Force Maximum.....	124
7.2.2	Critères issus de l'analyse de bifurcation .....	129
<b>7.3</b>	<b>Influence du choix des lois d'écroissements sur les prédictions de formabilité .....</b>	<b>130</b>
7.3.1	Lois d'écroissement.....	130
7.3.2	Critère de Bifurcation par Point Limite : TRIP A.....	132
7.3.3	Critères de Hill et de Marciniak-Kuczynski : TRIP B .....	134
7.3.4	Critère de Force Maximum Modifié : Acier Doux.....	137
7.3.5	Critère de Force Maximum Etendu : Acier Dual Phase.....	138
7.3.6	Critère d'Analyse Linéaire de Stabilité : Acier Ferrite Bainite.....	140
<b>7.4</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>142</b>

---

## 7.1 Introduction

Au cours des trois précédents chapitres, une comparaison théorique des formulations des critères de bifurcation et d'instabilité plastique a été proposée afin d'établir des relations ou de mettre en évidence des équivalences entre critères issus d'approches différentes mais servant à la prédiction d'un mode instable commun. Quelques exemples numériques sont venus illustrer les résultats théoriques mis en évidence. Une autre démarche, plus courante et évoquée au Chapitre 2, peut être suivie pour la comparaison de ces critères ; elle repose sur la comparaison et la classification de critères issus d'une même approche théorique. Dans ce chapitre, une première section sera consacrée d'une part à la comparaison de critères issus du principe de force maximum dans le cas de comportements rigides plastiques et élasto-plastiques puis d'autre part à ceux issus d'analyses de bifurcations.

La prédiction fiable de courbes limites de formage reste un problème auquel de nombreuses études expérimentales et numériques sont consacrées. D'un point de vue expérimental, le manque de normalisation des essais conduit à une forte dispersion des résultats d'essais effectués sur un même matériau mais par des laboratoires différents. Du côté numérique, la modélisation du comportement des matériaux et l'identification des paramètres de ces lois ont un fort impact sur le niveau d'instabilité plastique prédit. A partir de données issues d'une collaboration entre ArcelorMittal, le LaMCoS (Insa-Lyon) et le LEM3 (Arts et Métiers ParisTech) dans le cadre du projet ANR FORMEF, une mise en évidence de l'influence du choix des lois d'écroutissage sur les CLF est présentée pour différentes nuances d'aciers.

## 7.2 Classification numérique de critères

### 7.2.1 Critères issus du Principe de Force Maximum

Plusieurs critères ont été formulés à partir du principe de Force Maximum, dans le cas de la striction diffuse au Chapitre 4 (MFC) puis dans le cas de modes localisés au Chapitre 5 (Hill'52, MMFC et EMFC), en se basant sur des hypothèses différentes. Si l'analyse des bases théoriques du Critère de Force Maximum a pu mettre en évidence la relation entre ce critère et le critère de Bifurcation par Point Limite (Paragraphe 4.4.6), la comparaison théorique des critères issus du principe de l'observation empirique de Considère n'est globalement pas aisée. La formulation de l'EMFC permet toutefois de montrer que ce dernier ne peut être atteint qu'en même temps ou après le MFC (Paragraphe 5.3.4).

Deux méthodes peuvent alors être utilisées pour la comparaison et la classification des critères par ordre de prédiction d'apparition d'une striction. La première repose sur la comparaison des formules analytiques exprimées dans le cas d'un comportement rigide plastique avec un écroutissage isotrope de type Hollomon et une surface de charge de von Mises (disponibles pour le MFC, le MMFC et le critère de Hill'52 mais non pour le critère EMFC). La simulation numérique des CLF constitue une alternative en étendant la comparaison à d'autres classes de comportement.

*Comparaison des critères basés sur le principe de Force Maximum dans le cas du comportement rigide plastique avec un écrouissage isotrope de type Hollomon et une surface de charge de von Mises :*

Les relations entre les déformations principales majeures et mineures à l'apparition de la striction ont été développées dans les chapitres précédents pour les critères de Swift'52, de Hill'52 et de Hora'96. Un simple rappel de ces formules permet d'écrire pour le critère de striction diffuse de Swift que :

$$\bar{\varepsilon}_c = \frac{4n(1-\alpha+\alpha^2)^{\frac{3}{2}}}{4-3\alpha-3\alpha^2+4\alpha^3} \quad (7.1)$$

avec  $\bar{\varepsilon}_c$  la déformation équivalente critique à striction diffuse, en fonction du coefficient d'écrouissage  $n$  et de  $\alpha$  le trajet de chargement exprimé en fonction du rapport des contraintes principales mineures et majeures. Il est possible d'en déduire que :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1c} &= \frac{4n(1-\alpha/2)(1-\alpha+\alpha^2)}{4-3\alpha-3\alpha^2+4\alpha^3} \\ \varepsilon_{2c} &= \frac{4n(\alpha-1/2)(1-\alpha+\alpha^2)}{4-3\alpha-3\alpha^2+4\alpha^3} \end{aligned} \quad (7.2)$$

avec  $\varepsilon_{1c}$  et  $\varepsilon_{2c}$  les déformations principales respectivement majeures et mineures critiques à striction. De même pour le critère de striction localisée de Hill'52, ces relations deviennent :

$$\bar{\varepsilon}_c = \frac{2n\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}}{1+\alpha} \quad (7.3)$$

et :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1c} &= \frac{n(2-\alpha)}{1+\alpha} \\ \varepsilon_{2c} &= \frac{n(2\alpha-1)}{1+\alpha} \end{aligned} \quad (7.4)$$

Dans le cas du critère de Hora'96, il a été vu précédemment qu'il est possible d'écrire que :

$$\bar{\varepsilon}_c = \frac{n\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}}{1-\alpha/2} + \frac{4}{3} \frac{(1/2-\alpha)^2}{\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}} \quad (7.5)$$

et que :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{1c} &= n + \frac{4(1/2 - \alpha)^2(1 - \alpha/2)}{3(1 - \alpha + \alpha^2)} \\ \varepsilon_{2c} &= \frac{\alpha - 1/2}{1 - \alpha/2}n + \frac{4(\alpha - 1/2)^3}{3(1 - \alpha + \alpha^2)}\end{aligned}\quad (7.6)$$

A partir de ces équations, il est possible de dresser un tableau permettant de synthétiser les valeurs des déformations principales critiques obtenues avec ces critères pour des trajets de chargements particuliers, à savoir le cisaillement simple (CS), la traction uniaxiale (TU), la traction plane (TP) et la tension équilibriaxiale (EB).

*Tableau 1. Prédictions analytiques de limites de formabilité obtenues avec les critères basés sur le principe de Force Maximum pour différents trajets de chargements particuliers.*

	Déformation principale majeure			
	CS	TU	TP	EB
Considère	-	$n$	-	-
Swift'52	$+\infty$	$n$	$n$	$n$
Hill'52	$+\infty$	$2n$	$n$	-
Hora'96	$n + 3/2$	$n + 1/3$	$n$	$n + 1/6$

La déformation principale mineure peut en être déduite à partir de la relation :  $\varepsilon_{2c} = \beta\varepsilon_{1c}$ .

A partir des relations (7.1) à (7.6), les courbes limites de formage peuvent être tracées pour les critères de Swift'52, de Hill'52 et de Hora'96 (Figure 7.1). L'ensemble des critères prévoit un niveau de localisation identique pour des trajets de traction plane, pour lequel la déformation majeure principale critique est égale au coefficient d'écroutissage  $n$  pour le comportement considéré. A proximité de ce trajet dans le domaine de l'expansion, il peut être noté que la limite de formabilité issue de la prédiction du MFC est supérieure à celle calculée à partir du MMFC, ce qui peut paraître étonnant étant donné que le premier critère a été développé pour la prédiction de la striction diffuse, qu'il est considéré avec les critères de Bifurcation Générale et de la Bifurcation par Point Limite comme une borne basse pour la prédiction de la striction, alors que le second a été développé pour la prédiction de modes localisés. Dans le domaine du retreint, les prédictions effectuées avec les critères de Hill'52 et le MMFC restent proches lorsque  $\beta$  est compris entre -0,75 et 0. Dans le cas du cisaillement simple, un fort écart apparaît néanmoins entre les valeurs de ces deux critères, seule la déformation critique prédite à partir du MMFC étant finie.

Dans le domaine de l'expansion, les critères de MFC et de MMFC offrent des méthodes simples à mettre en œuvre et peu coûteuses en termes de CPU pour la prédiction de modes respectivement diffus et localisés de striction.

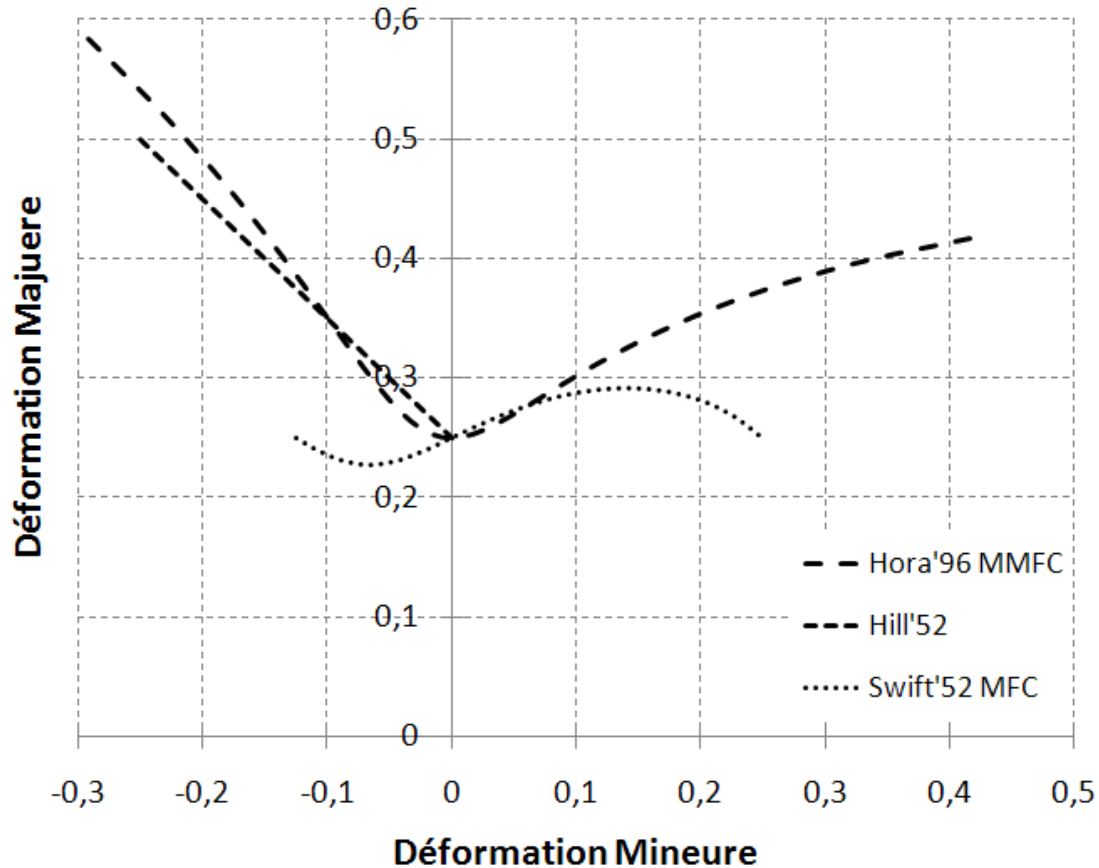


Figure 7.1 : CLF obtenues avec les critères de Swift'52, Hill'52 et Hora'96 à partir du modèle de comportement simplifié avec  $n = 0,25$ .

*Comparaison des critères basés sur le principe de Force Maximum dans le cas du comportement élasto-plastique à écrouissage isotrope :*

Dans des cas de modèles de comportements plus généraux que celui évoqué dans le paragraphe précédent, il devient plus difficile d'établir des relations analytiques pour définir les déformations critiques. La simulation numérique des CLF permet alors de pallier ce problème. Un exemple de comparaison numérique de CLF obtenues à partir des critères de MFC, de MMFC, d'EMFC et de Hill'52 est proposé en Figure 7.2 pour un matériau virtuel modélisé par un comportement élasto-plastique à écrouissage isotrope dont les principaux paramètres sont répertoriés dans le Tableau 2. :

Tableau 2. Paramètres matériau d'un alliage virtuel.

k (MPa)	n	$\epsilon_0$	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$
580	0,2	0,004	1	1,5	2

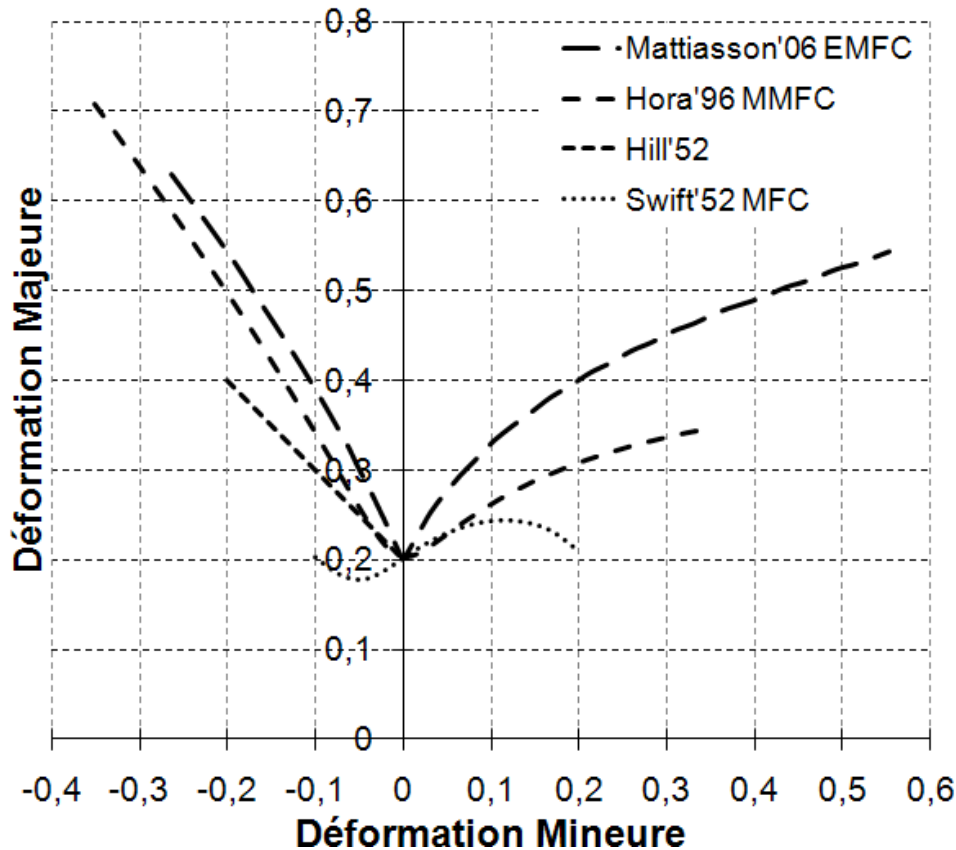


Figure 7.2 : CLF obtenues pour un alliage fictif pour les critères de Swift'52, Hill'52 et Hora'96 et Mattiasson'2006 (Altmeyer et al. 2008)

Le modèle de comportement élasto-plastique utilisé faisant appel à une loi d'écroutissage isotrope non saturante de type Swift, celui-ci est très proche du modèle rigide plastique précédemment utilisé. Il n'est alors pas surprenant d'observer que les courbes obtenues à partir de simulations numériques des formules générales des critères basés sur le principe de Force Maximum sont très proches de celles obtenues à partir des formules particulières développées dans le cas du comportement rigide-plastique simplifié. Les remarques précédentes restent donc valables dans ce cas. D'autre part, il a été possible par cette méthode d'obtenir des limites de formabilité avec l'EMFC.

Les prédictions obtenues avec les critères basés sur le principe de Force Maximum ne nécessitent qu'un temps CPU faible, mais dans le cas de modèles de comportements avancés il est nécessaire de reformuler le critère pour prendre en compte des effets supplémentaires.

De telles adaptations ont toutefois été proposées pour la prise en compte de l'écroutissement cinématique et de l'endommagement dans le Chapitre 4.

### 7.2.2 Critères issus de l'analyse de bifurcation

Quatre critères basés sur les méthodes d'analyse de bifurcations ont été présentés lors de l'étude des conditions d'apparition de striction diffuse et de localisation des déformations sous forme de bandes présentant une discontinuité du gradient des vitesses.

*Ordre de prédiction des bifurcations :*

Les résultats théoriques permettent de montrer que le critère de Bifurcation Générale (Drucker 1950) est plus conservatif que les critères de Bifurcation par Point Limite (Valanis 1989) et de Perte d'Ellipticité Forte (Bigoni et Hueckel 1991). Ce dernier est lui-même plus conservatif que le critère de Perte d'Ellipticité (Rice 1976). Ces résultats peuvent être illustrés par des CLF à striction diffuse et à localisation, par exemple dans le cas d'un acier Dual Phase.

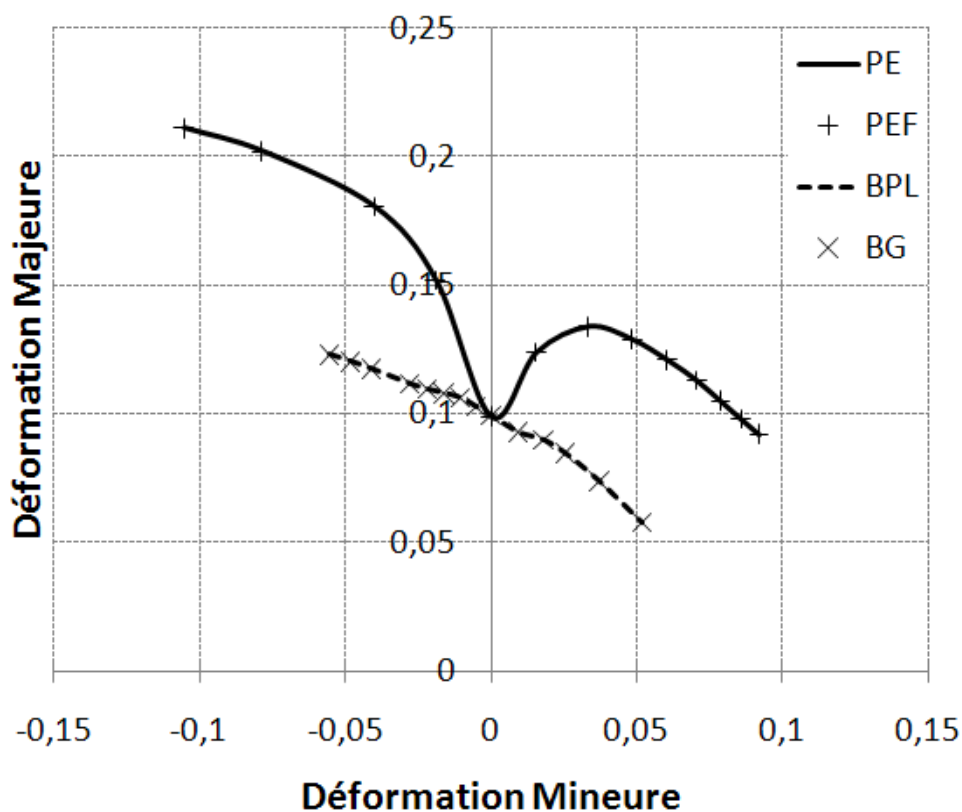


Figure 7.3 : CLF obtenues pour un acier Dual Phase avec les critères de Bifurcation Générale, Bifurcation par Point Limite, Perte d'Ellipticité et Perte d'Ellipticité Forte.

En plasticité associée et avec les hypothèses effectuées de chargement dans les axes d'anisotropie, les modules tangents gardent la symétrie majeure. Les prédictions des critères

de BPL et de PE sont donc respectivement égales à celles obtenues avec les critères de BG et de PEF.

#### *Influence du formalisme des transformations finies :*

Le choix d'écriture des critères de Bifurcation Générale et de Bifurcation par Point Limite dans le cadre des grandes déformations joue un rôle important sur le niveau de localisation. En effet, en l'absence d'endommagement, une écriture du critère en petite déformation ne permet pas de détecter des niveaux de bifurcation à des niveaux de déformations réalistes alors que l'écriture en grande déformation conduit aux résultats présentés et en parfaite cohérence avec les prédictions obtenues avec le Critère de Force Maximum (Swift 1952) et le critère de Cordebois – Ladevèze (Cordebois et Ladevèze 1986). En présence d'endommagement, les différences sont moins remarquables. La formulation en grandes déformations conduit toutefois à des résultats légèrement plus conservatifs.

Dans le cas des critères de localisation sous forme de bandes, les simulations menées ne permettent pas de mettre en évidence une influence des termes liés aux grandes déformations sur les niveaux de localisation observés.

### **7.3 Influence du choix des lois d'écroûssages sur les prédictions de formabilité**

De nombreuses études présentes dans la littérature ont concerné la sensibilité des CLF prédites à partir d'un critère aux coefficients d'écroûssage (Butuc 2004), à l'endommagement (Haddag et al. 2009), au choix de la surface de charge (Banabic et Dannenmann 2001) et plus généralement aux différents paramètres utilisés lors de la modélisation du comportement du matériau. L'objectif des prochains paragraphes est de montrer l'influence du choix de la loi d'écroûssage et de l'identification de ses coefficients sur le niveau de formabilité prédit. Les lois utilisées seront présentées dans un premier temps. Dans le cadre du projet ANR FORMEF mené en partenariat avec ArcelorMittal et le LaMCoS de l'Insa de Lyon, les coefficients matériaux de ces lois ont été identifiés pour différentes nuances d'aciers, ce qui permettra de mettre en évidence le rôle du choix de la loi et de son identification pour différentes nuances d'aciers proposées par ArcelorMittal et différents critères de striction ou de localisation.

#### **7.3.1 Lois d'écroûssage**

Les lois d'écroûssages de cette section sont utilisées par ArcelorMittal et le LaMCoS pour modéliser le comportement des aciers. Les trois premières lois présentées ont été proposées et identifiées par ArcelorMittal alors que les trois suivantes l'ont été par le LaMCoS. Bien que ces lois aient déjà été détaillées pour la plupart, il paraît utile de les rappeler pour plus de clarté ou pour les présenter sous des formes équivalentes.



La première loi, nommée par la suite Loi 1, est la loi d'érouissage de Swift, non saturante et construite à partir de la loi de Hollomon de type puissance :

$$R_s = k(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon})^{n_s} \quad (7.7)$$

où  $n_s$  représente le coefficient d'érouissage de Swift. La troisième loi est la loi saturante de Voce :

$$R_v = R_{sat} - (R_{sat} - R_0)e^{-n_v \bar{\varepsilon}} \quad (7.8)$$

où  $R_0$  et  $R_{sat}$  représentent respectivement la valeur initiale et la valeur à saturation de la variable d'érouissage isotrope. Afin de mieux reproduire le comportement du matériau, une combinaison des lois de Swift et de Voce peut être utilisée. Elle se formule de la manière suivante :

$$R = \alpha_{vs} R_v + (1 - \alpha_{vs}) R_s \quad (7.9)$$

avec  $\alpha_{vs}$  un coefficient de pondération des lois de Swift et de Voce compris entre zéro et un. Lorsque  $\alpha_{vs} = 0$  ou  $\alpha_{vs} = 1$ , les loi de Swift ou de Voce sont respectivement retrouvées. Cette loi étant intermédiaire entre la Loi 1 et la Loi 3, elle sera nommée Loi 2 par la suite.

La Loi 4 est aussi basée sur la loi de Voce, mais son identification a été réalisée par le LaMCoS :

$$Y = R_0 + R_{sup} (1 - e^{-n \bar{\varepsilon}}) \quad (7.10)$$

Cette forme de la loi de Voce est équivalente à la précédente, que l'on retrouve pour  $R_{sat} = R_0 + R_{sup}$ . Afin d'améliorer la prise en compte des effets de changement de trajet de déformation et d'affiner la prédiction de phénomènes tels que le retour élastique lors d'opérations d'emboutissage, cette loi peut être combinée à des lois d'érouissage cinématique, dont une loi à deux paramètres écrite sous forme incrémentale :

$$\dot{\mathbf{X}} = \left( C_p \frac{\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}}{\bar{\boldsymbol{\sigma}}} - \gamma_p \mathbf{X} \right) \dot{\lambda} \quad (7.11)$$

et une loi à quatre paramètres :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_1 &= \left( C_p \frac{\boldsymbol{\sigma} - (\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2)}{\bar{\boldsymbol{\sigma}}} - \gamma_p \mathbf{X}_1 \right) \dot{\lambda} \\ \dot{\mathbf{X}}_2 &= \left( C_s \frac{\boldsymbol{\sigma} - (\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2)}{\bar{\boldsymbol{\sigma}}} - \gamma_s \mathbf{X}_2 \right) \dot{\lambda} \end{aligned} \quad (7.12)$$

Les lois mixtes, combinant érouissages isotrope de Voce et cinématiques, à deux et quatre paramètres seront respectivement appelées Loi 5 et Loi 6.

L'utilisation de ces six lois ou d'une partie d'entre elles dans les prochains paragraphes permettra de tracer des courbes rhéologiques dans le cas de chargements de traction uniaxiale pour deux nuances d'aciers TRIP, pour un acier doux, pour un Dual Phase et pour un Ferrite Bainite. L'application des critères de Bifurcation par Point Limite, de Hill, de Marciniak – Kuczynski, de Force Maximum Modifié, de Force Maximum Etendu et l'Analyse Linéaire de Stabilité à ces différents matériaux permettra de déterminer leur limites de formage à striction diffuse ou à striction localisée.

### 7.3.2 Critère de Bifurcation par Point Limite : TRIP A

La première tôle considérée a une épaisseur de 1,26 mm et est constituée d'un acier de grade TRIP. Les caractéristiques mécaniques de cette tôle sont reportées dans le tableau suivant :

Tableau 3. Caractéristiques mécaniques de l'acier TRIP A.

	$k$	$\varepsilon_0$	$n_s$	$R_{sat}$	$R_0$	$n_v$	$\alpha_{VS}$	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$
Loi 1	1741	0,0175	0,312					0,95	1,12	1,38
Loi 2	1741	0,0175	0,312	1133	492	10,098	0,716	0,95	1,12	1,38
Loi 3				1133	492	10,098		0,95	1,12	1,38

avec  $k$ ,  $R_{sat}$  et  $R_0$  en MPa.

	$R_0$	$R_{sup}$	$n$	$C_p$	$\gamma_p$	$C_s$	$\gamma_s$	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$
Loi 4	448,58	712,247	10,768					1,05	0,87	0,87
Loi 5	448,58	400,961	14,484	2139,7	6,0006			1,05	0,87	0,87
Loi 6	448,58	400,961	14,484	2139,7	6,0006	31454	220,889	1,05	0,87	0,87

avec  $R_{sup}$ ,  $R_0$ ,  $C_p$  et  $C_s$  en MPa.

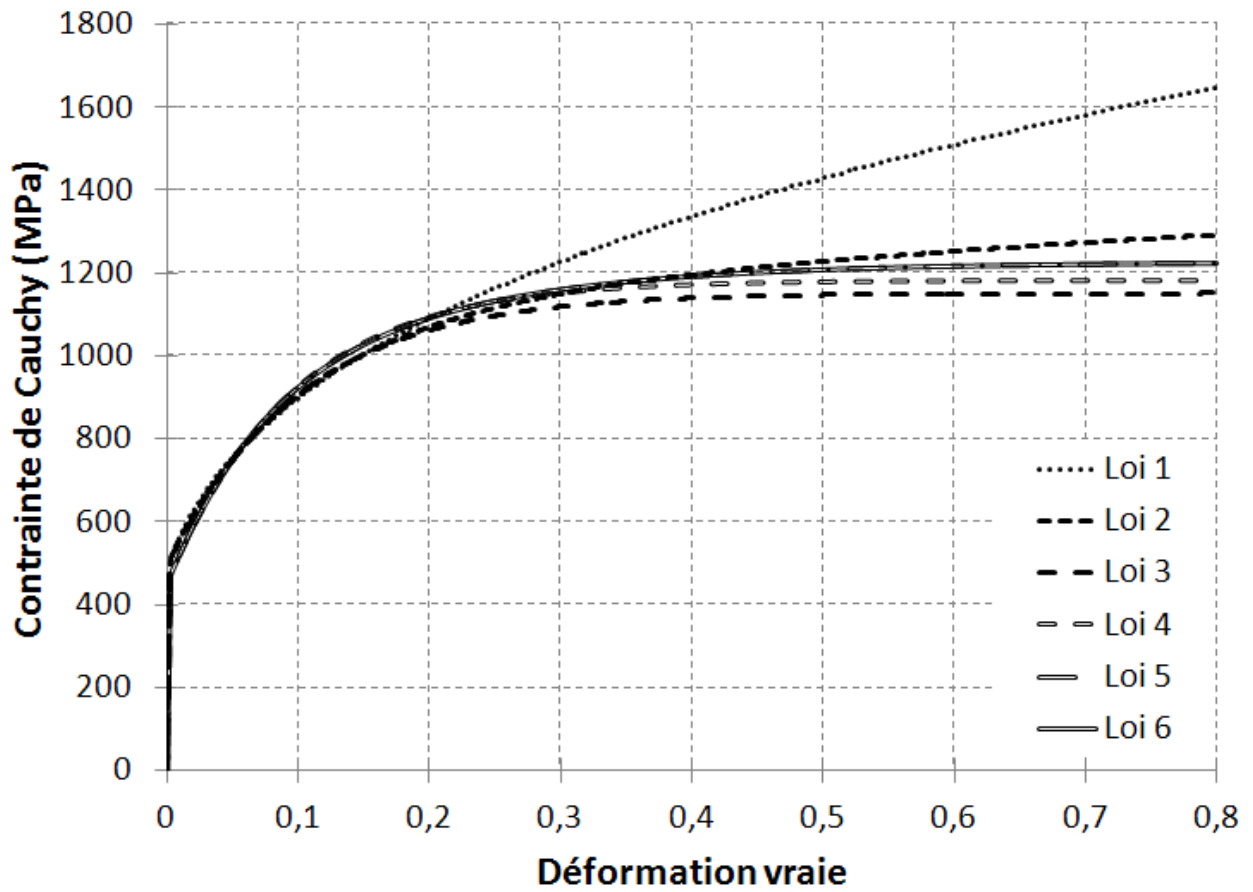


Figure 7.4 : Courbes de comportement en traction uniaxiale de l'acier TRIP A.

L'application du critère de Bifurcation par Point Limite à cet acier conduit à la prédiction des CLF à striction diffuse suivantes :

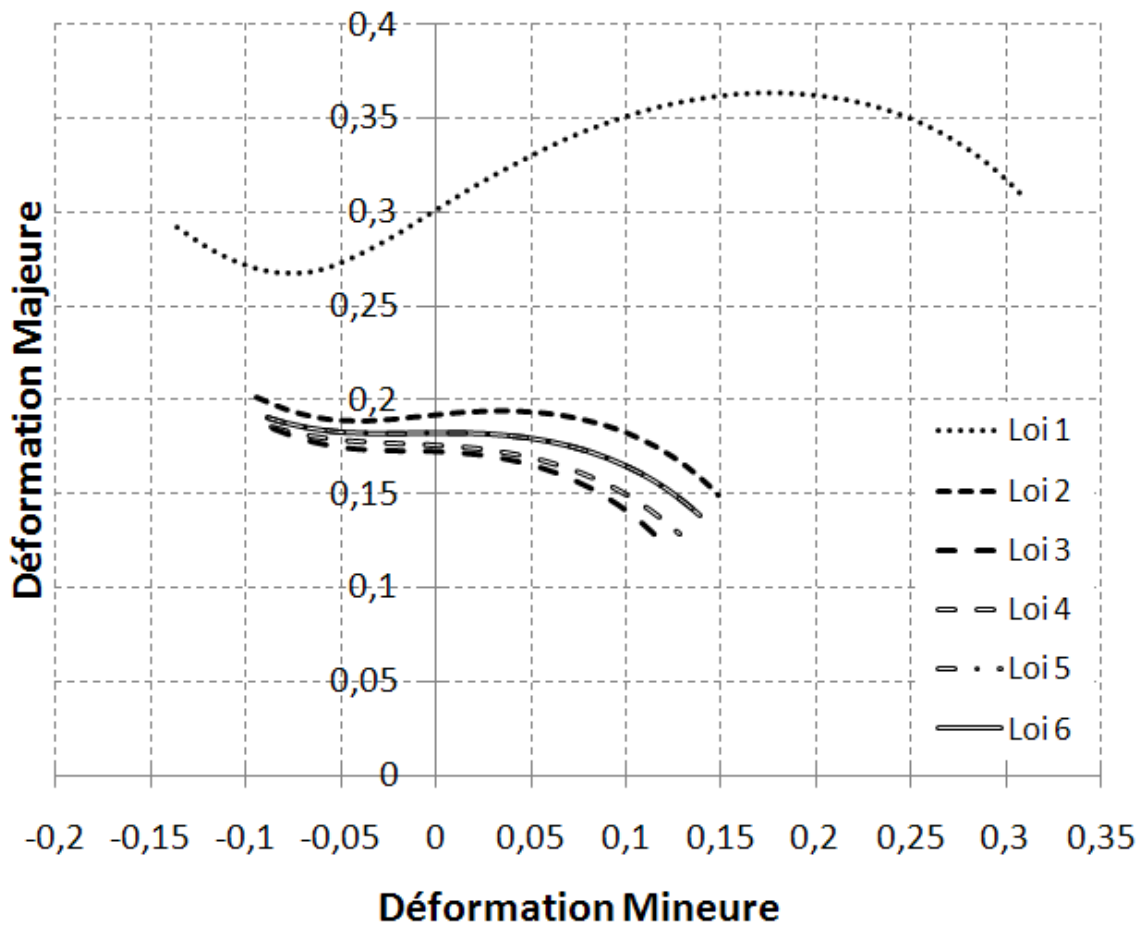


Figure 7.5 : CLF à striction diffuse prédites avec le critère de Bifurcation par Point Limite pour l'acier TRIP A.

### 7.3.3 Critères de Hill et de Marciniak-Kuczynski : TRIP B

Une seconde tôle, constituée aussi d'un acier TRIP mais d'épaisseur 2 mm, a les propriétés identifiées suivantes :

Tableau 4. Caractéristiques mécaniques de l'acier TRIP B.

	$k$	$\varepsilon_0$	$n_s$	$R_{sat}$	$R_0$	$n_V$	$\alpha_{VS}$	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$
Loi 1	1595	0,1875	0,296					0,99	0,94	1,31
Loi 2	1595	0,1875	0,296	1103	495	9,033	0,539	0,99	0,94	1,31
Loi 3				1103	495	9,033		0,99	0,94	1,31

avec  $k$ ,  $R_{sat}$  et  $R_0$  en MPa.

	$R_0$	$R_{sup}$	$n$	$C_p$	$\gamma_p$	$C_s$	$\gamma_s$	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$
Loi 4	498,20	665,336	8,399					0,90	0,91	1,16

avec  $R_{sup}$ ,  $R_0$ ,  $C_p$  et  $C_s$  en MPa.

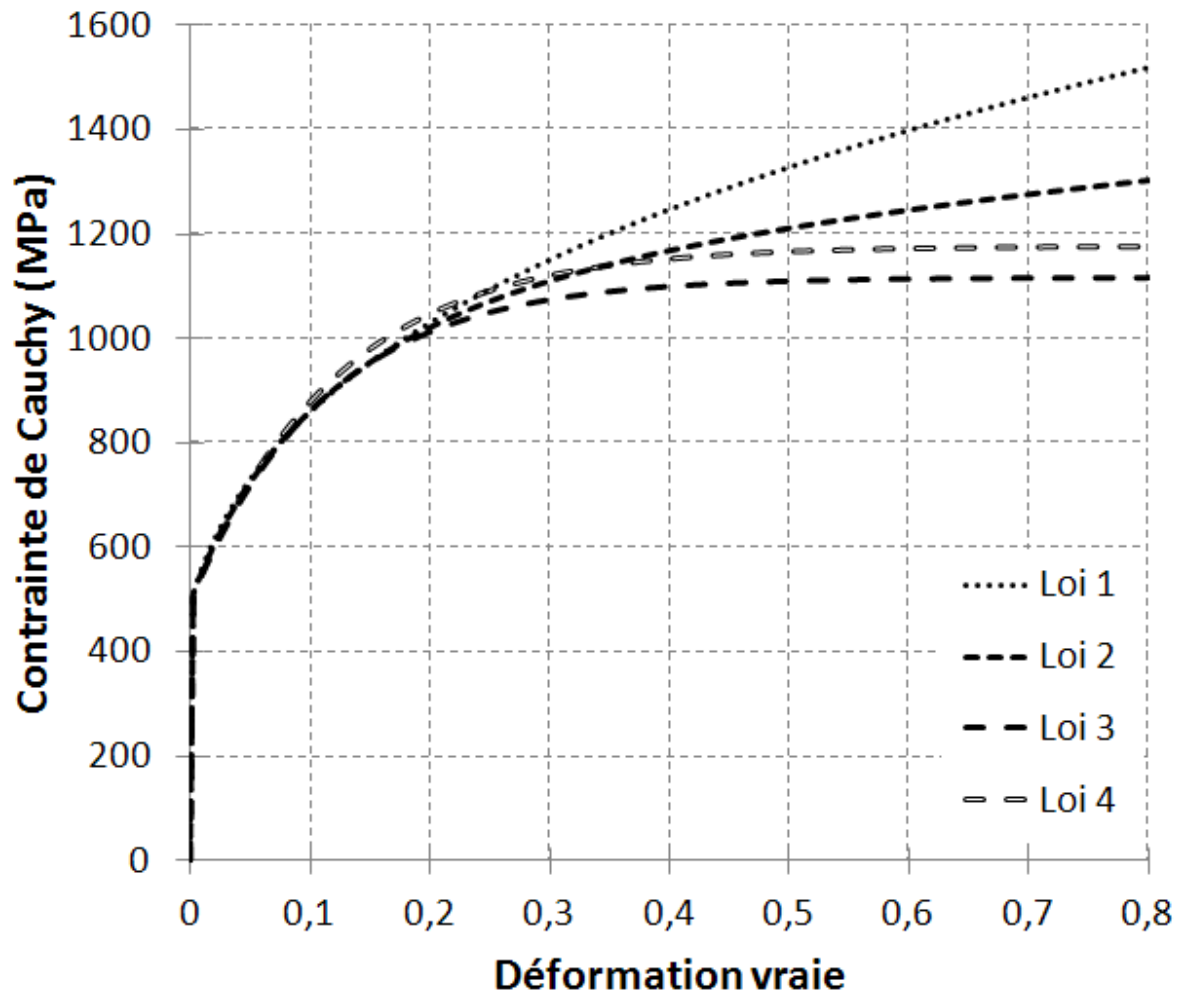


Figure 7.6 : Courbes de comportement en traction uniaxiale de l'acier TRIP B.

L'application des critères de Hill dans le domaine du retreint et de Marciniak – Kuczynski dans le domaine de l'expansion conduit aux courbes limites à striction localisée suivantes :

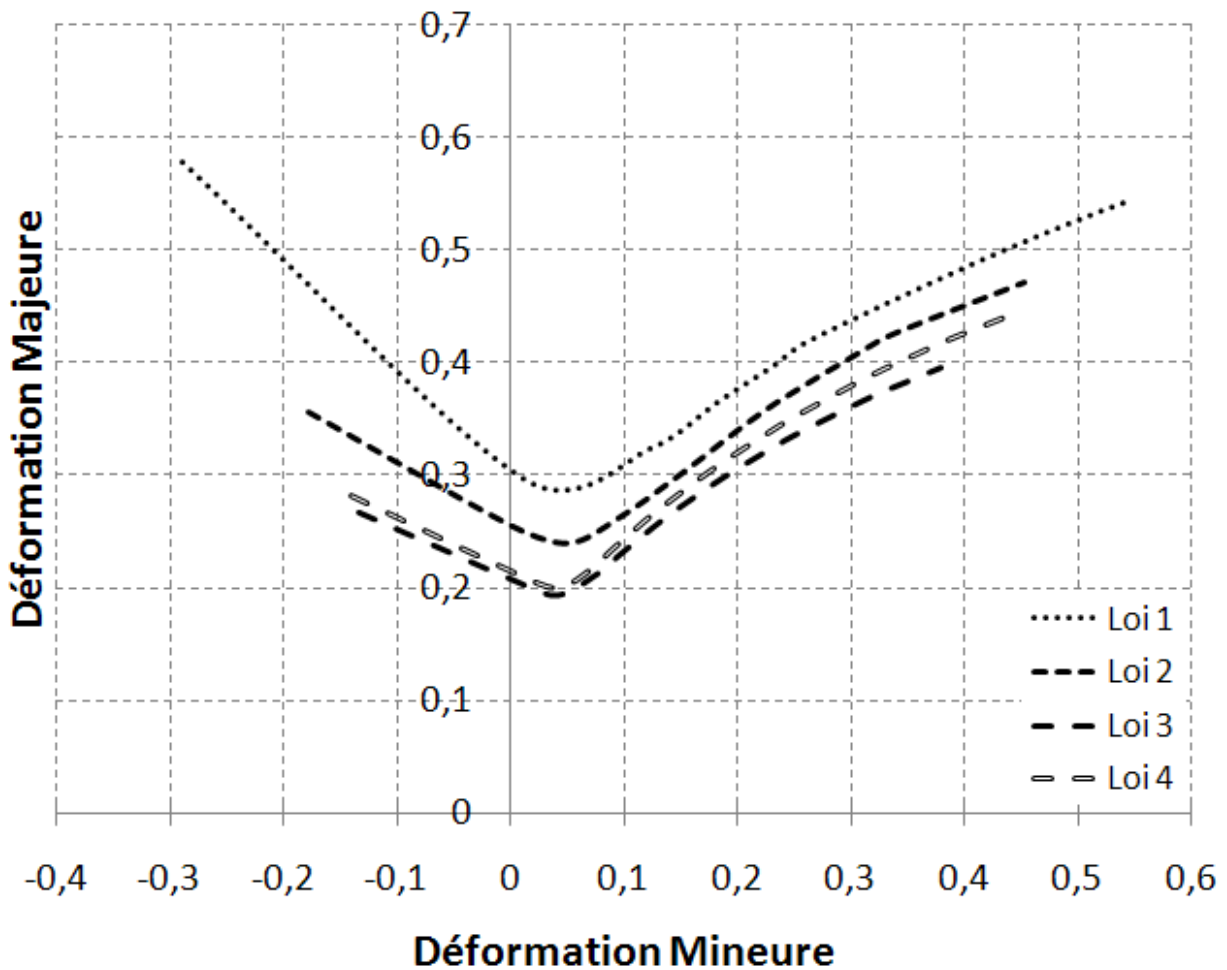


Figure 7.7 : CLF à striction localisée prédites avec les critères de Hill et de Marciniak – Kuczynski pour l'acier TRIP B.

Les lois 3 et 4 sont des lois équivalentes mais identifiées par des laboratoires différents. Il est intéressant de noter de faibles écarts entre ces deux courbes, écarts relatifs très faibles dans le domaine du retreint augmentant vers l'expansion équi-biaxiale pour avoisiner 10%. Une partie des écarts entre les courbes est donc imputable au choix de la loi d'érouissage, mais une autre partie peut aussi venir de la méthodologie suivie pour identifier les paramètres de ces lois. Généralement, l'identification est réalisée sur l'éprouvette tant que la déformation reste homogène dans l'éprouvette, c'est-à-dire jusqu'à l'apparition de striction diffuse. Au-delà de ce point, les courbes sont extrapolées. Sur la Figure 7.6, il est possible d'observer que les courbes de comportement des quatre lois restent proches jusqu'à 20% de déformation environ en TU, soit tant que l'identification avec des données expérimentales reste possible, mais qu'elles divergent ensuite ; ceci se traduit par d'importants écarts sur les CLF. Les développements récents de méthodes d'identification avancées basées sur les mesures de champs semblent une voie intéressante pour étendre le domaine d'identification et pour limiter les écarts entre les courbes basées sur des lois saturantes ou non-saturantes.

### 7.3.4 Critère de Force Maximum Modifié : Acier Doux

L'exemple suivant est basé sur une tôle d'acier doux de grade DC 06 et d'épaisseur 0,8 mm.

Tableau 5. Caractéristiques mécaniques de l'acier doux DC 06.

	$k$	$\varepsilon_0$	$n_s$	$R_{sat}$	$R_0$	$n_V$	$\alpha_{VS}$	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$
Loi 1	567	0,0075	0,265					2,30	1,92	2,98
Loi 2	567	0,0075	0,265	384	163	12,008	0,422	2,30	1,92	2,98
Loi 3				384	163	12,008		2,30	1,92	2,98

avec  $k$ ,  $R_{sat}$  et  $R_0$  en MPa.

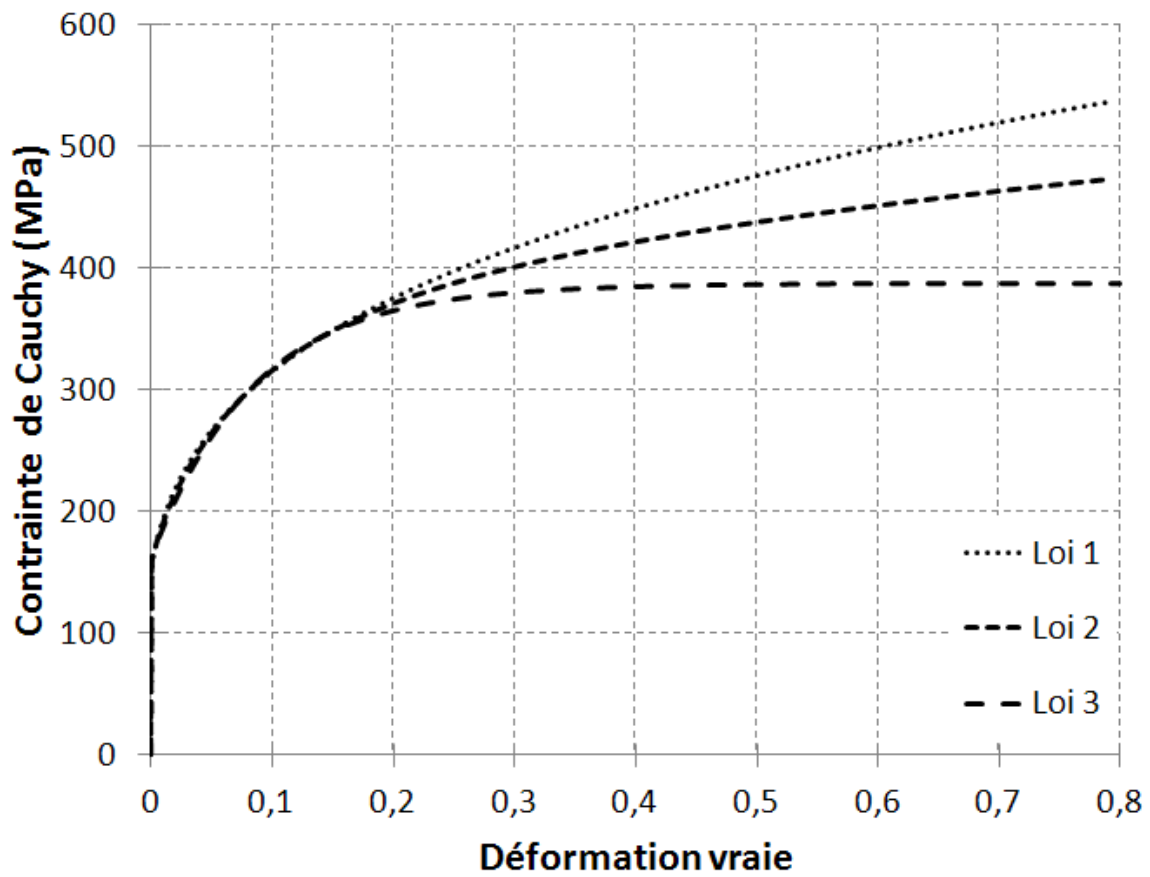


Figure 7.8 : Courbes de comportement en traction uniaxiale de l'acier doux.

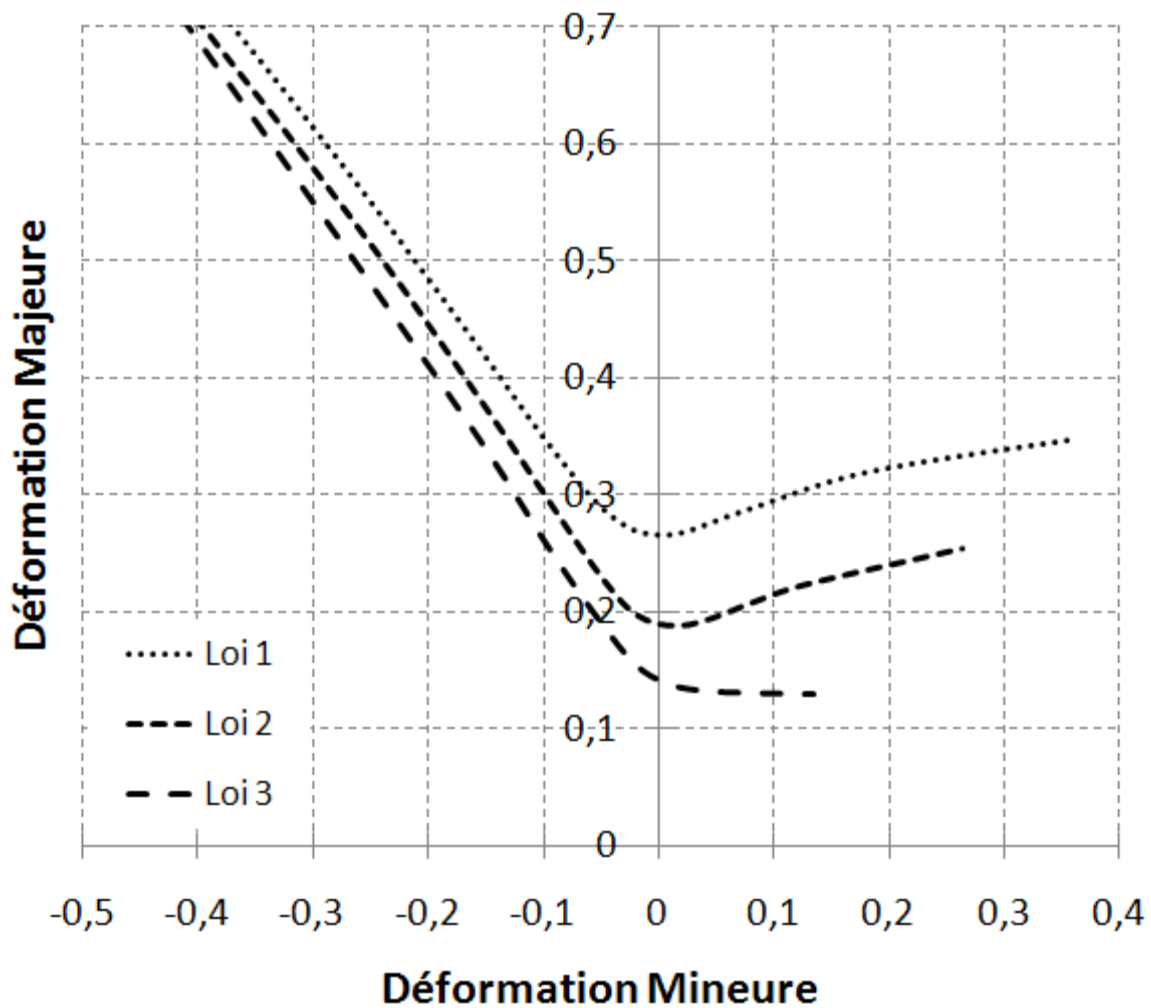


Figure 7.9 : CLF à striction localisée prédites avec le critère de Force Maximum Modifié pour l'acier doux.

La Loi 2 étant construite à partir d'une pondération entre la Loi 1 non saturante et de la Loi 3 saturante, les CLF de cette loi sont intermédiaires pour tous les critères de localisation testés.

### 7.3.5 Critère de Force Maximum Etendu : Acier Dual Phase

Le critère de Force Maximum Etendu est une extension récente du critère de Force Maximum. Sur cet exemple, il est appliqué à une tôle d'acier Dual Phase d'épaisseur 1,5 mm et dont les propriétés mécaniques sont résumées dans le Tableau 6 :



Tableau 6. Caractéristiques mécaniques de l'acier Dual Phase.

	$k$	$\varepsilon_0$	$n_s$	$R_{sat}$	$R_0$	$n_v$	$\alpha_{VS}$	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$
Loi 1	1244	0,002813	0,166					0,94	1,07	1,05
Loi 2	1244	0,002813	0,166	918	500	19,246	0,333	0,94	1,07	1,05
Loi 3				918	500	19,246		0,94	1,07	1,05

avec  $k$ ,  $R_{sat}$  et  $R_0$  en MPa.

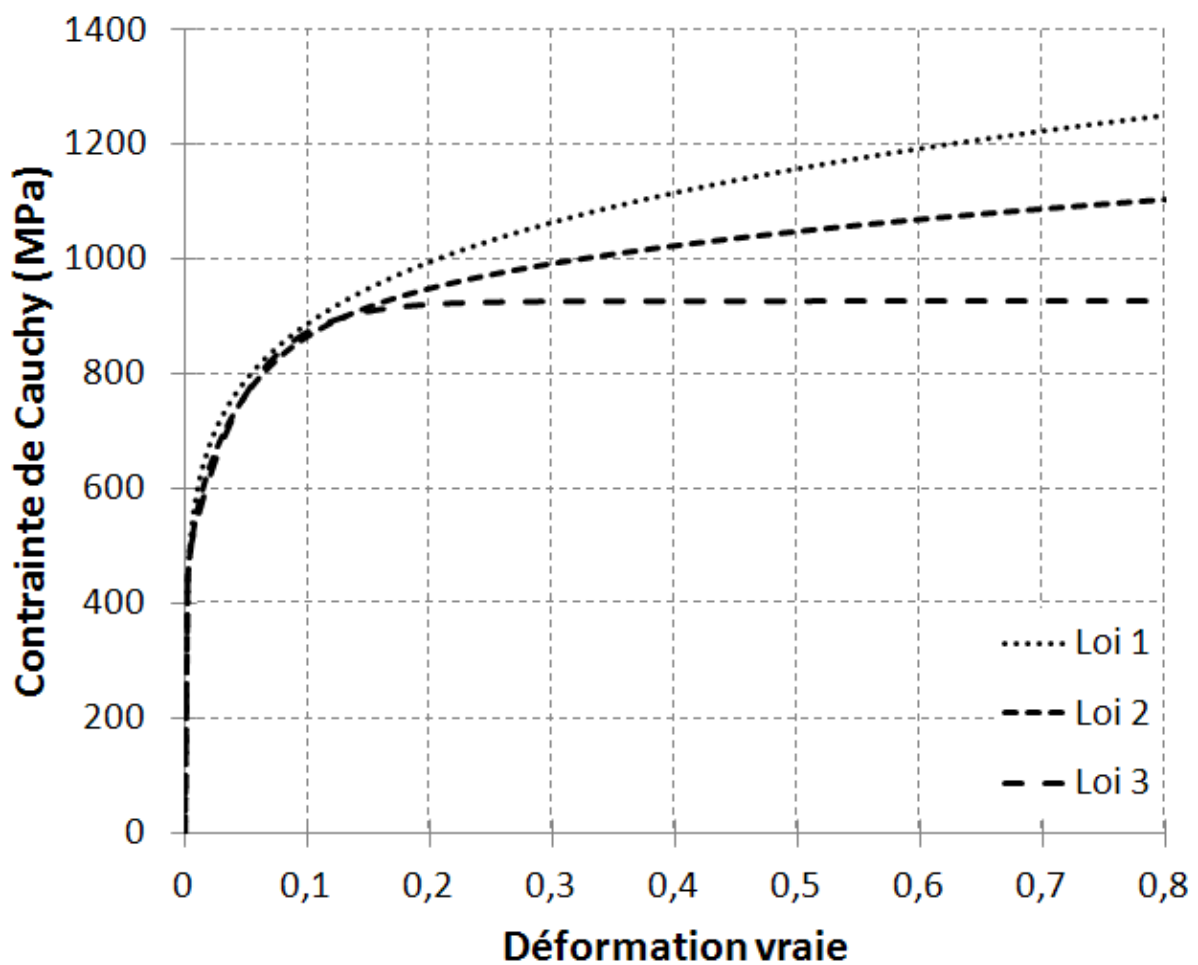


Figure 7.10 : Courbes de comportement en traction uniaxiale de l'acier Dual Phase.

Les CLF correspondantes sont tracées sur la figure suivante :

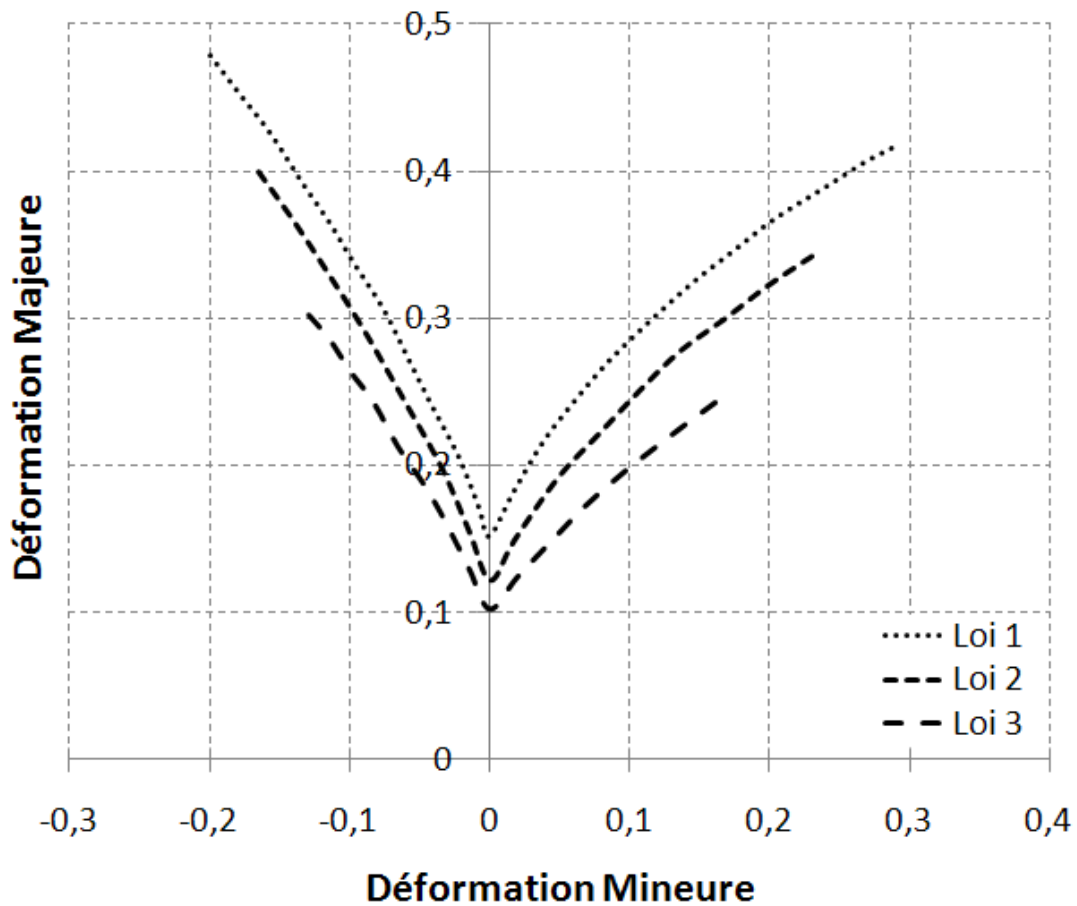


Figure 7.11 : CLF à striction localisée prédite avec le critère de Force Maximum Etendu pour l'acier Dual Phase.

### 7.3.6 Critère d'Analyse Linéaire de Stabilité : Acier Ferrite Bainite

Un dernier exemple de CLF est obtenu à partir du critère d'Analyse Linéaire de Stabilité présenté au Chapitre 5, sur une tôle d'acier Ferrite Bainite d'épaisseur 4 mm :

Tableau 7. Caractéristiques mécaniques de l'acier Ferrite Bainite.

	$k$	$\varepsilon_0$	$n_S$	$R_{sat}$	$R_0$	$n_V$	$\alpha_{VS}$	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$
Loi 1	927	0,015	0,162					0,61	1,05	0,84
Loi 2	927	0,015	0,162	708	477	0,162	0,276	0,61	1,05	0,84
Loi 3				708	477	0,162		0,61	1,05	0,84

avec  $k$ ,  $R_{sat}$  et  $R_0$  en MPa.

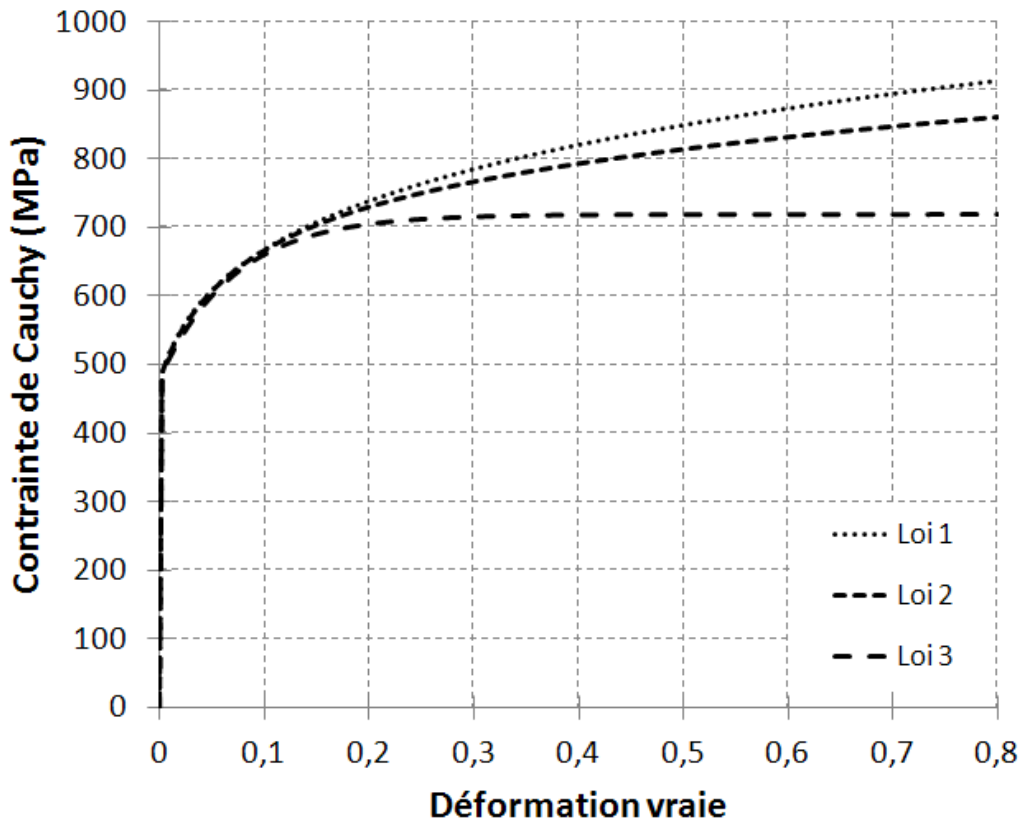


Figure 7.12 : Courbes de comportement en traction uniaxiale de l'acier Ferrite Bainite.

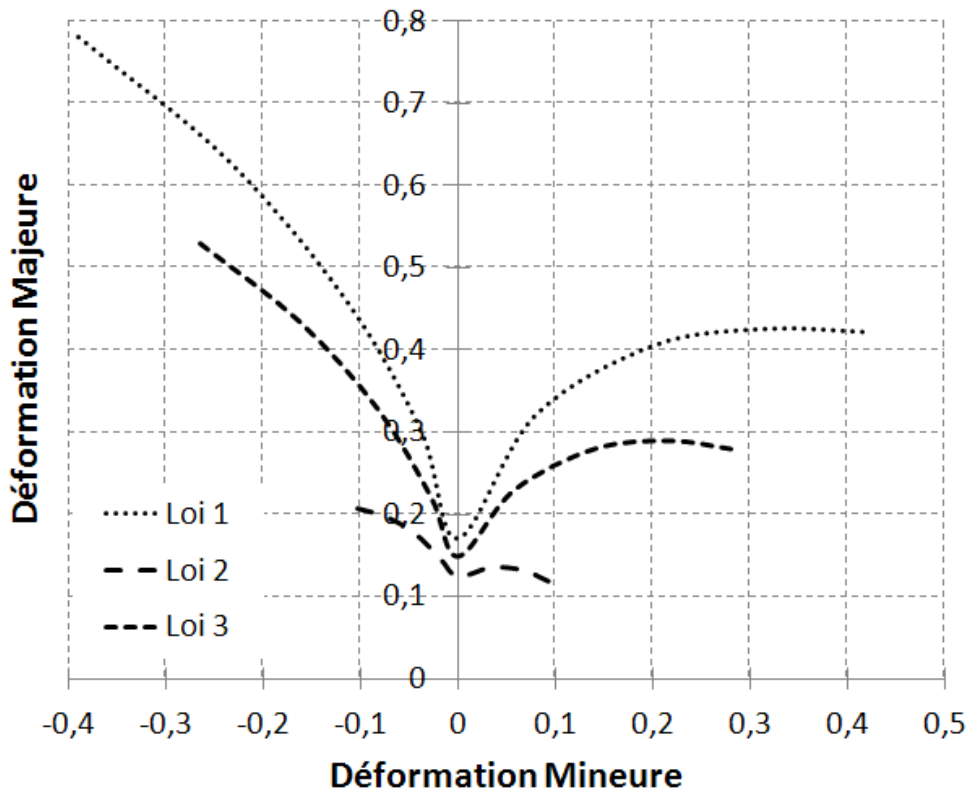


Figure 7.13 : CLF à striction localisée prédites avec le critère d'Analyse Linéaire de Stabilité pour l'acier Ferrite Bainite.

## 7.4 Conclusion

Alors que les premiers chapitres ont été principalement consacrés à la modélisation théorique des principaux critères de bifurcations et d'instabilités plastiques présents dans la littérature permettant de prévoir les phénomènes de striction et de localisation des déformations se produisant au cours du chargement de tôles métalliques, ce dernier chapitre a lui été consacré aux applications numériques des critères précédemment étudiés.

Dans un premier temps, la comparaison numérique a été réalisée sur des critères issus d'un même principe théorique. Cette comparaison est donc complémentaire de l'étude théorique pour laquelle les critères ont plutôt été comparés en fonction du mode de bifurcation ou d'instabilité prédit. Dans le cas des critères basés sur le principe de Force Maximum, la simulation numérique permet d'avoir une idée de l'ordre de prédiction des instabilités dans des cas où l'établissement de relations théoriques est délicat à mener. Ainsi, le Critère de Force Maximum, développé pour la striction diffuse, donne les prédictions les plus conservatives. Dans le domaine du treint, les prévisions des critères de Hill'52 et de Force Maximum Modifié restent relativement proches avec un écart relatif ne dépassant pas 16% entre la traction plane et la traction uniaxiale. Dans le cas du cisaillement simple par contre, seule la prédiction du CFMM est bornée. Le CFMM offre en outre une possibilité d'estimation des limites de formabilité particulièrement peu coûteuse. Le Critère de Force Maximum Etendu, récemment développé, semble donner sur les exemples numériques traités les prédictions les moins conservatives. Dans le cas des critères basés sur l'analyse de bifurcation, la classification théorique des critères est plus aisée et a été proposée dans les chapitres précédents.

Une étude menée dans le cas du projet ANR FORMEF en partenariat avec ArcelorMittal Research et le LaMCoS (Insa de Lyon) a permis de mettre en évidence l'influence du choix de la loi utilisée pour modéliser l'érouissage et de l'identification des paramètres matériaux sur le niveau de formabilité pour différents critères de localisation et une large gamme de nuances d'aciers. Des écarts relatifs importants sont observés entre une loi d'érouissage isotrope non saturante de type Swift et une loi saturante de type Voce, pouvant dépasser 100%. Une des raisons semblant pouvoir expliquer ces écarts est liée à l'identification des paramètres matériaux. Avec des méthodes classiques, l'identification n'est possible que dans le domaine au sein duquel la déformation reste homogène dans l'éprouvette. La localisation intervenant bien plus tardivement, les données utilisées pour modéliser le comportement du matériau sont alors basées sur des extrapolations de la relation entre contrainte et déformation qui peuvent s'éloigner de valeurs expérimentales. L'utilisation de tests complémentaires et les avancées récentes des méthodes d'identification par mesure de champs pourraient toutefois constituer des voies prometteuses pour la résolution de ce type de problèmes.