

Analyse préliminaire

Rappelons d'abord les principaux résultats obtenus dans le cas de la cellule droite:

- L'interface huile/fluide aqueux se déplace à une même vitesse macroscopique définie par le débit constant imposé ;
- L'interface, pratiquement droite au départ (une légère courbure est observée liée à la nature hydrophile de la surface) est progressivement déformée durant les premiers instants de l'écoulement ;
- La forme de l'interface atteint un état stationnaire après une certaine distance parcourue dans la cellule ;
- Cette forme est bien différenciée lorsque l'on compare le fluide Newtonien et les fluides viscoélastiques ;

Compte tenu de la courbure des profils (vitesse maximum au centre) on peut considérer qu'un film d'huile se forme à la paroi, dont l'épaisseur dépend de la vitesse et du type de fluide.

On pourra donc d'abord tenter de comprendre l'origine de la forme différenciée de l'interface selon les types de fluide (ce qui a été abordé aussi par [91;92]), en prenant comme référence la forme obtenue dans le cas d'un fluide newtonien. Ensuite on s'intéressera à l'épaisseur apparente du film formé le long des parois, en suivant l'approche classique de Bretherton. Enfin on tentera une approche plus globale consistant à quantifier la déformation du profil et à étudier son éventuelle corrélation aux paramètres adimensionnels du problème.

5.1.1 Calcul de la déformation d'une "ligne" de fluide

Une première analyse de l'écoulement consiste à suivre les déformations de l'interface que l'on aurait s'il s'agissait de l'écoulement d'un fluide visqueux simple. Pour cela on va

donc calculer la déformation virtuelle d'une "ligne" de particules de fluide lors du déplacement d'un fluide unique dans une cellule de dimensions finies. On peut donc reprendre l'équation (3.36), qui correspond au champ de vitesse d'un fluide newtonien de viscosité μ se déplaçant sous l'action d'un gradient de pression G dans une cellule de Hele-Shaw avec rapport d'aspect h/e élevé mais fini ($h/e=10$ dans notre géométrie). La vitesse est calculée analytiquement en considérant une condition de non-glissement aux parois, (le profil de vitesse étant l'addition d'un profil de vitesse aux conditions de paroi à l'infini, h très grand, plus une contribution due à l'aspect fini du problème). Nous appliquons ce calcul à une ligne initialement plate (voir Figure 115) ce qui nous permet de suivre les positions et formes successives de cette "ligne de fluide".

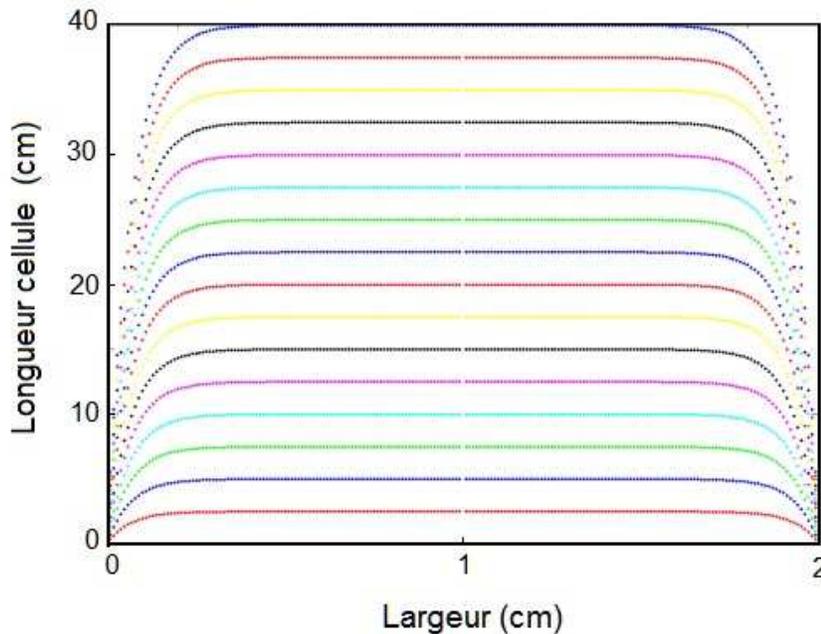


Figure 115 : Positions successives (intervalles de temps de 10ms) d'une ligne de fluide newtonien dans une cellule de Hele-Shaw de rapport d'aspect = 10 à une vitesse imposée de 10 cm/s.

Une première remarque élémentaire est la suivante : le profil modèle obtenu s'il varie de façon nette dans les premiers instants de l'écoulement, varie de moins en moins par la suite (au bout d'une quarantaine de centimètres d'écoulement, on ne distingue pratiquement plus les profils à t et $t + 10$ ms). Ceci semble nous fournir un début d'explication du fait que nous observons un profil stationnaire au-delà d'une certaine hauteur d'écoulement (voir chapitre 4 et par exemple figure 79). Ensuite on peut noter la forte différence entre la courbure du front : nulle dans ce cas modèle, et celle du cas expérimental : nette, avec un

rayon de courbure de l'ordre de la demi-largeur de la cellule. Ceci suggère a priori que la tension interfaciale joue un rôle de "contention" du fluide poussant.

Regardons maintenant de plus près les prédictions de ce calcul appliqué à nos différentes conditions expérimentales. Nous représentons dans la Figure 116 et la Figure 117 les évolutions réelles de l'interface et son évolution attendue si elle n'était déformée que sous l'effet d'un transport avec le champ de vitesse (3.36). Pour cela on prend comme point de départ un profil obtenu dans la zone stationnaire. On constate que seuls les profils pour le fluide déplaçant newtonien à 10 cm/s sont bien prédits par cette théorie. En fait ceci provient simplement de ce que ces profils sont déjà bien arrondis, si bien qu'on ne voit pas les zones près des bords. Seules les régions près du centre, qui tombent dans la zone où le profil des vitesses newtonien est plat, sont visibles. Elles sont donc décalées d'une valeur constante, ce qui donne des profils apparemment stationnaires. En revanche tous les autres profils quel que soit le type de fluide n'apparaissent pas réellement stationnaires quand on utilise cette simulation : les zones de profil situées près des parois sont sensiblement plus déformées au cours de l'avancement que les profils observés expérimentalement. Ceci suggère qu'il y a un effet supplémentaire, non pris en compte dans la théorie, qui tend à maintenir la forme du profil en dépit des effets visqueux. Ce pourrait être des effets capillaires [93;94] ou plus probablement un demouillage en amont de l'écoulement. Nous reviendrons sur cette question dans le cadre de l'analyse plus complète proposée au paragraphe 5.2.

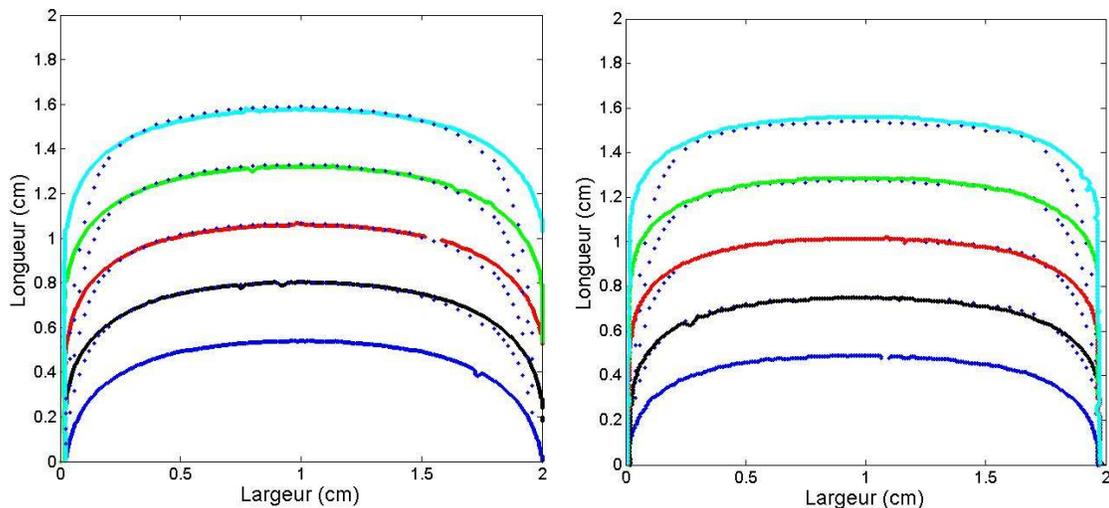


Figure 116 : Evolution temporelle de l'interface dans le cas newtonien et dans le cas viscoélastique à $v_{fi}=1\text{cm/s}$ et comparaison au profil prédit dans le cas d'une déformation due à un simple transport

visqueux (points) de l'interface située tout en bas des figures. A gauche, Canadou ($\eta=0,16$ Pa.s)/huile silicone ($\eta=0,1$ Pa.s). À droite, PMA-6000 ($\eta=0,19$ Pa.s)/huile silicone ($\eta=0,1$ Pa.s)

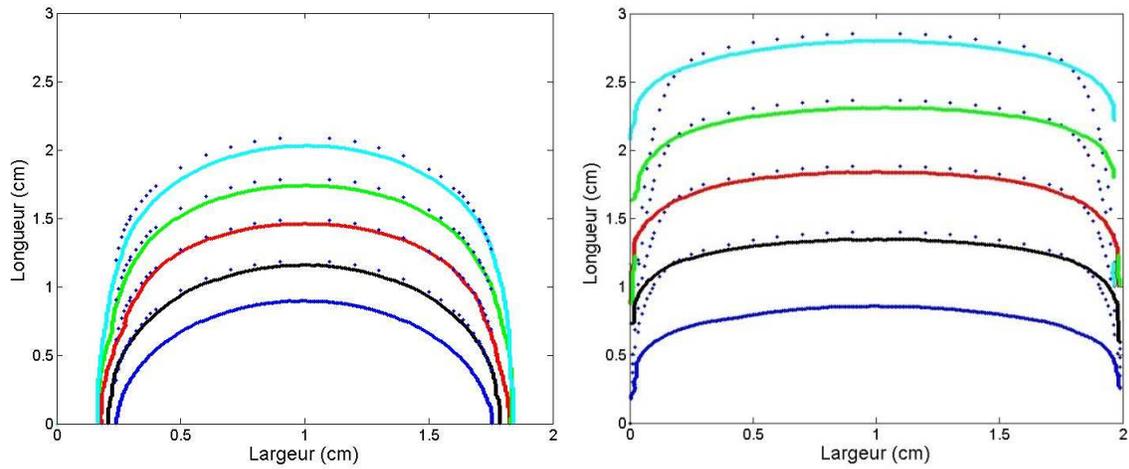


Figure 117 : Evolution temporelle de l'interface dans le cas newtonien et dans le cas viscoélastique à $v_{fi}=5$ cm/s et comparaison au profil prédit dans le cas d'une déformation due à un simple transport (points) de l'interface situé en bas des figures. A gauche, Canadou ($\eta=0,16$ Pa.s)/huile silicone ($\eta=0,1$ Pa.s). À droite, PMA-6000 ($\eta=0,116$ Pa.s)/huile silicone ($\eta=0,1$ Pa.s)

5.1.2 Analyse de l'épaisseur du film à la paroi

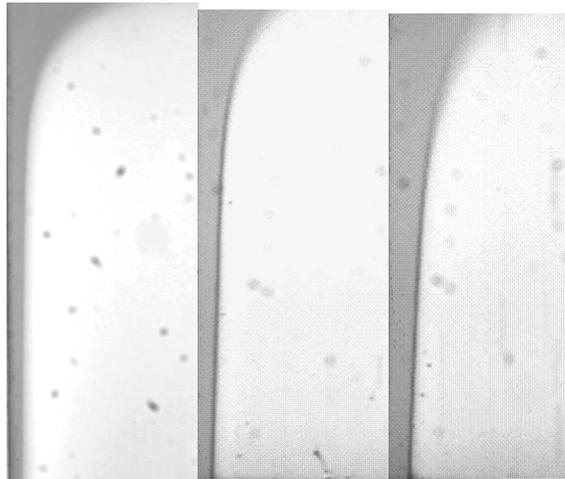


Figure 118 : Epaisseur de la couche d'huile qui reste accroché aux parois. Expériences de déplacement Canadou ($\eta= 0,16$ Pa.s)/Huile Silicone ($\eta= 0,1$ Pa.s) a v_{fi} variable. De gauche à droite, 5cm/s, 8 cm/s et 15 cm/s

Bretherton [95] a calculé l'épaisseur d'un film qui apparaît entre une longue bulle d'air se déplaçant dans un tube rempli d'un liquide visqueux et la paroi du tube. La bulle (de viscosité négligeable) est déplacée à une vitesse v dans un tube horizontal rempli d'un fluide de viscosité μ , dans un régime où le nombre de Reynolds est faible et pour lequel l'influence de la gravité est négligeable.

Dans une géométrie où le rayon caractéristique est noté b , la loi de Bretherton (pour des nombres capillaires Ca faibles) peut être écrite de la façon suivante [5] avec e l'épaisseur limite du film visqueux :

$$e \approx bCa^{2/3} \quad (5.1)$$

Nous avons mesuré le film qui apparaît dans les expériences de déplacement avec le fluide newtonien et viscoélastique entre $v_{fi} = 1\text{cm/s}$ et 15 cm/s . Dans chaque cas nous utilisons le profil stationnaire, et mesurons l'épaisseur du film le long des deux parois à une distance de 4cm du front (en moyennant en outre sur deux expériences). Les résultats sont présentés en fonction de $Ca^{2/3}$ sur la Figure 119

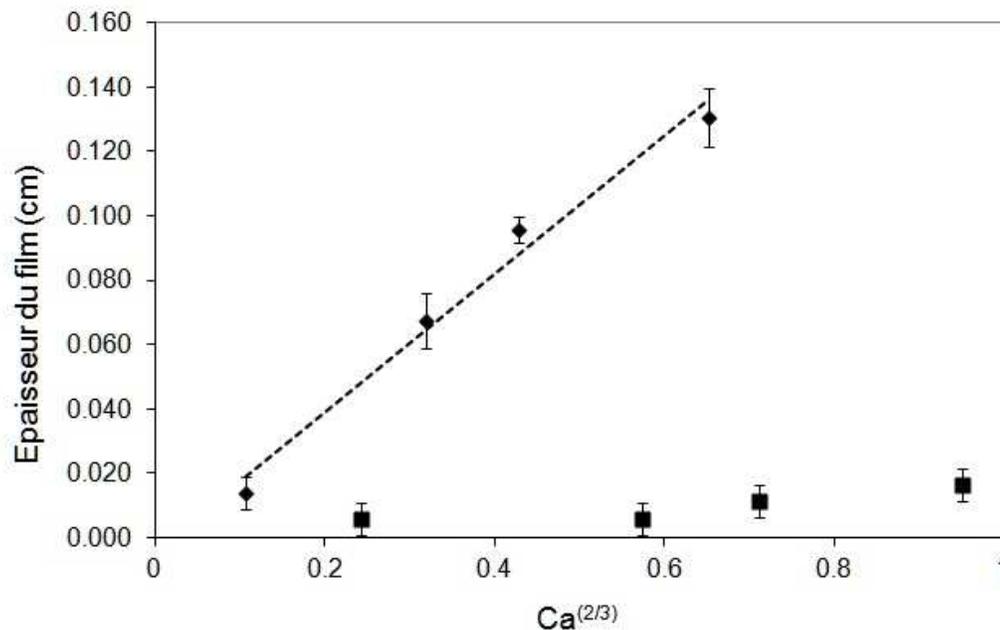


Figure 119 : Epaisseur de la couche d'huile à la paroi dans les expériences de déplacement avec le Canadou (◆) et le PAM-6000 (■) en fonction de $Ca^{2/3}$. La droite de régression pour le Canadou (ligne pointillée) correspond à une pente de 0,22 cm.

Les résultats montrent (voir Figure 119) que l'épaisseur de la couche d'huile avec un fluide newtonien déplaçant semble être bien représentée par l'équation (5.1) avec un coefficient d'ajustement ($b=0,22\text{cm}$) de l'ordre de l'épaisseur de la cellule d'essais ($0,2\text{ cm}$). Ceci suggère encore que le déplacement près de la paroi dans ces conditions est fortement influencé par des effets capillaires. Cependant avec le fluide viscoélastique l'épaisseur du film est très faible et pas du tout représentée par la loi de Bretherton, ce qui suggère que dans ce cas les effets capillaires sont plus faibles que les effets viscoélastiques.

5.1.3 Quantification globale de la déformation de l'interface

Afin de quantifier la différence observée entre les interfaces stationnaires avec un fluide Newtonien ou un fluide viscoélastique, nous proposons en première approche de mettre en place un critère macroscopique φ que nous appelons fraction d'huile additionnelle. Celui-ci représente le rapport entre la surface apparente d'huile "déplacée" pour un fluide donné et la surface apparente d'huile "déplacée" pour un fluide newtonien dans les mêmes conditions d'écoulement. Si cette valeur est positive, l'interface peut être considérée plus "plate" que dans le cas newtonien, ce qui indique a priori un déplacement d'huile plus efficace.

$$\varphi = \frac{\text{Surface déplacée}|_{\text{Fluide VE}} - \text{Surface déplacée}|_{\text{Canadou}}}{\text{Surface déplacée}|_{\text{Canadou}}} \quad (2)$$

Pour calculer ce critère, nous avons utilisé les profils présentés dans le chapitre 4. Les mesures ont été réalisées sur une longueur de (Figure 120).

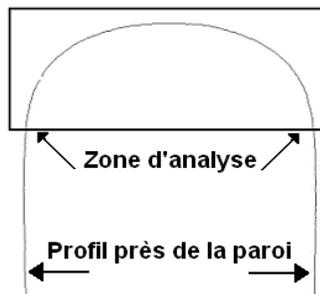


Figure 120 : Zone d'analyse pour calculer le paramètre φ correspondant à une surface de 2cm^2 dans la cellule d'essais.

Dans le Tableau 15 nous comparons les valeurs de ce paramètre en fonction des caractéristiques de l'écoulement exprimées à travers les valeurs des nombres adimensionnels représentant les rapports des différentes forces en jeu dans notre expérience : le nombre capillaire Ca et le nombre de Weissenberg Wi

Vitesse du front (cm/s)	CAN	PAM-6000			PAM-4000			PEG-PEO8-800		
	Ca	ϕ	Ca	Wi	ϕ	Ca	Wi	ϕ	Ca	Wi
0,5	0,023	0,01	0,046	0,582	*	*	*	*	*	*
1	0,046	0,03	0,083	1,164	0	0,023	0,364	0,07	0,054	8,05
5	0,229	0,23	0,292	5,821	0,21	0,040	0,728	0,22	0,257	40,6
8	0,366	0,41	0,419	9,314	0,39	0,234	3,638	0,41	0,404	65,9
15	0,686	1,11	0,677	17,46	1,09	0,352	5,821	*	*	*

Tableau 15 : Paramètre ϕ pour différents fluides et différentes conditions d'écoulement.

Comme nous pouvons le constater, à 0,5 et 1 cm/s la forme de l'interface est très similaire (ϕ est très faible) quel que soit le fluide. Avec l'augmentation de la vitesse, les forces visqueuses augmentent de façon similaire pour tous les fluides (la valeur de Ca est quasiment la même), alors que ϕ augmente nettement. La seule différence notable réside dans la valeur de Wi , qui varie de 0,58 à 17,5 pour le PAM 6000, et de 8,05 à 65,9 pour le PEG-PEO.

Les résultats des expériences à faible tension sont rassemblés dans le Tableau 16, et nous pouvons constater qu'une augmentation de Ca d'un facteur de 10 ne change pas les tendances observées ci-dessus, le paramètre ϕ augmente au fur et mesure que la vitesse et Wi augmentent. Cependant, cette diminution des forces interfaciales (augmentation des forces visqueuses) semble atténuer l'effet élastique car si nous comparons le paramètre ϕ à la vitesse de 8cm/s entre les deux conditions (haute et faible tension), nous pouvons constater qu'il est deux fois plus grand si la tension est plus haute.

Vitesse du front (cm/s)	PAM-6000			Fluide Newtonien
	ϕ	Ca	Wi	Ca
0,5	0	0,429	0,582	0,256
1	0,004	0,774	1,164	0,512
5	0,04	2,721	5,821	2,549
8	0,18	3,905	9,314	4,074

Tableau 16 : Paramètre ϕ pour les expériences à faible tension de surface.

Par ailleurs nous pouvons voir clairement que la forme du profil est influencée par le niveau d'élasticité du fluide : ϕ est toujours plus grand pour le fluide PEG-PEO4-1000 que pour le PEG-EPO4-500 à la même vitesse. (Tableau 17)

Vfi (cm/s)	CAN	PEG-PEO4-500			PEG-PEO4-1000		
	Ca	ϕ	Ca	Wi	ϕ	Ca	Wi
1	0,046	0,009	0,067	0,6	0,035	0,073	1,26
5	0,229	0,096	0,335	3	0,181	0,365	6,3
10	0,46	0,412	0,67	6	0,5289	0,73	12,6

Tableau 17 : Paramètre ϕ pour les expériences avec PEG-PEO4-500 et PEG-PEO4-1000.

L'utilisation de ce paramètre ϕ reste empirique, cependant nous permet distinguer un impact de Wi plutôt que de Ca dans la forme des profils.

Conclusion

Les considérations ci-dessus nous ont permis de constater que l'obtention d'un profil stationnaire après une certaine distance est certainement liée aux faibles déformations induites par l'écoulement lorsque les effets visqueux sont prédominants. L'application brutale de l'approche de Bretherton suggère que les effets capillaires sont importants dans le cas du fluide newtonien mais négligeables par rapport aux effets élastiques lorsque ceux-ci deviennent importants. Enfin une approche globale de la forme du profil déformé suggère un impact critique de la vitesse mais faible des effets capillaires. Globalement les différentes

considérations ci-dessus ne nous permettent donc pas de dégager des tendances très claires, et surtout de quantifier le lien entre viscoélasticité et efficacité du « nettoyage » par le fluide déplaçant. L'objectif de la deuxième partie de ce chapitre va être de réanalyser le problème plus en profondeur afin de mieux comprendre les phénomènes observés pour interpréter l'ensemble des résultats obtenus dans les chapitres précédents.

5.2 Discussion de résultats

5.2.1 Écoulement en cellule de Hele-Shaw en régime stationnaire

Il est nécessaire d'abord de réexaminer les caractéristiques de cet écoulement à travers une cellule rectangulaire à la lumière de nos résultats car cet écoulement n'est pas aussi simple qu'il y paraît. Le choix de cette géométrie est habituellement conditionné par le fait que l'on s'attend à ce que dans la majeure partie du volume de fluide les caractéristiques de l'écoulement soient peu affectées par les parois latérales (les bords visibles dans nos expériences). Les caractéristiques d'écoulement peuvent être alors ramenées à un problème à deux dimensions (dans le plan (y, z) correspondant à l'épaisseur de fluide entre les deux plaques principales. A l'approche des parois latérales (aux extrémités de l'axe x) l'écoulement est perturbé par la présence d'une paroi solide le long de laquelle la vitesse est nulle s'il n'y a pas d'effet de glissement (lié par exemple à un démouillage).

Considérons d'abord le cas d'un fluide seul occupant cette cellule. Dans le cas newtonien on sait calculer simplement les caractéristiques de l'écoulement loin des parois latérales (voir Chapitre 3). Il est aussi possible de calculer la solution pour l'écoulement d'un fluide rhéofluidifiant simple (suivant par exemple une loi d'Ostwald). On a vu également qu'il était possible de calculer la solution pour l'écoulement newtonien dans un canal de section rectangulaire (voir Chapitre 3). Pour un fluide viscoélastique en écoulement permanent uniforme dans une telle géométrie les caractéristiques d'écoulement sont uniquement liées à son comportement intrinsèque en régime permanent (voir le calcul de

section 5.3). En effet, en écoulement permanent uniforme on a affaire à un cisaillement simple, si bien que seule la viscosité apparente du matériau intervient dans la solution et la présence de contraintes normales ne conduit qu'à ajouter un terme de pression dépendant de z qui n'a pas d'impact sur le profil des vitesses qui ne dépend que du gradient de pression selon y . Autrement dit si le fluide viscoélastique a une viscosité constante les caractéristiques de l'écoulement seront identiques à celles d'un fluide newtonien à la même vitesse. On peut appliquer ce raisonnement de la même manière à un fluide viscoélastique ayant des caractéristiques rhéofluidifiantes, ses caractéristiques d'écoulement en régime permanent dans la cellule seront identiques à celles d'un fluide rhéofluidifiant non-élastique.

Notons enfin que les caractéristiques d'écoulement à une vitesse moyenne donnée (profil des vitesses) ne dépendent que du type de comportement et non du module de la valeur absolue du coefficient de viscosité, que ce soit pour un fluide newtonien ou rhéofluidifiant. En effet le gradient de pression s'ajuste simplement de façon proportionnelle au module de la viscosité (cf. solution de base).

En conclusion, en suivant les évolutions (déformations) d'une surface fictive initialement plane en travers de l'écoulement d'un fluide homogène simple, ou viscoélastique de même viscosité apparente, en régime permanent on ne devrait observer aucune différence entre les écoulements des deux fluides.

Regardons maintenant nos résultats en termes de profils de vitesse. Prenons par exemple les deux cas extrêmes du Canadou et du PAM-6000 montres dans le chapitre 4, et calculons le profil de vitesses apparentes en soustrayant deux à deux les profils successifs de l'interface (Figure 121). On observe alors que dans le régime stationnaire ces profils de vitesses sont en apparence tout plat, mis à part le long des parois latérales, et donc en première approche identiques quel que soit le comportement du matériau (rhéofluidifiant, viscoélastique, newtonien?). On en conclut qu'il n'est pas possible de distinguer des différences, ou l'absence de différences probable annoncée plus haut, entre un certain nombre des écoulements dans cette cellule de Hele-Shaw en régime stationnaire. Ceci provient du fait que dans ce régime cette cellule joue bien son rôle, qui consiste à localiser les effets de parois latérales, laissant le reste de l'écoulement essentiellement soumis aux effets du cisaillement dans le plan de l'épaisseur. Dans ces conditions, pour distinguer les caractéristiques d'écoulement spécifiquement induites par le comportement des matériaux dans le régime stationnaire il aurait été nécessaire d'observer l'écoulement dans le plan de pratique dans notre contexte.

5.2.2 Ecoulement en cellule de Hele-Shaw en régime transitoire

Regardons maintenant les caractéristiques des profils de vitesse dans la phase transitoire, c'est-à-dire depuis le début de la déformation de l'interface. On constate que les profils évoluent, ce qui est naturel puisque les profils de l'interface eux-mêmes évoluent. Ainsi donc il y a bien une phase de mise en place de l'écoulement. Un résultat fondamental à ce stade est que, compte tenu de la stationnarité des profils observée plus tard c'est bien cette phase transitoire initiale qui est à l'origine de la formation du profil de l'interface qui va ensuite avancer pratiquement en bloc comme on l'a vu dans le paragraphe ci-dessus. Ainsi donc il ne faut pas voir les profils d'interface en régime stationnaire en termes de profils de vitesse, il faut voir dans ces profils le résultat de la déformation de l'interface lors du démarrage de l'écoulement.

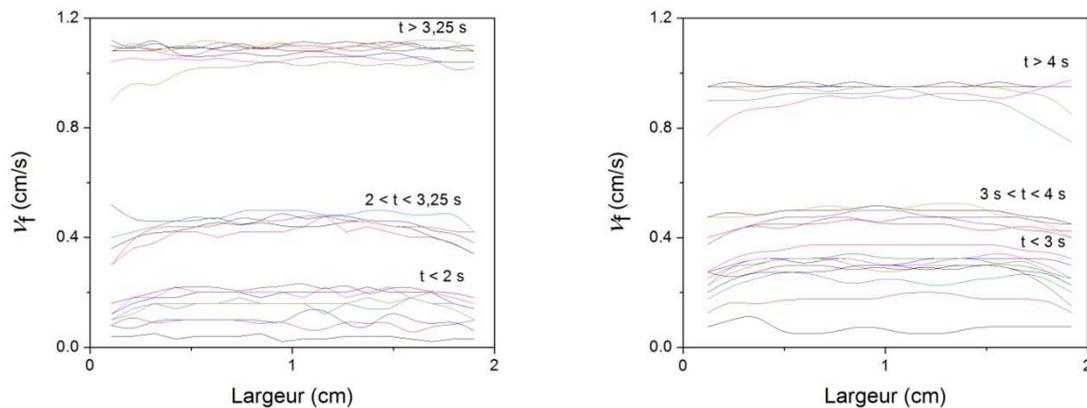


Figure 121 : Profils de vitesse de l'interface Fluide/Huile de silicone ($\eta = 0,16$ Pa.s) en démarrage pour $Q=0,4\text{cm}^3/\text{s}$. A gauche, Canadou ($\eta = 0,16$ Pa.s) et à droite PAM-6000 ($\eta = 0,26$ Pa.s).

Examinons maintenant l'origine de la formation de ce profil d'interface. Plusieurs effets peuvent a priori jouer un rôle : les effets d'inertie, les effets visqueux, les effets d'interface, les effets de bord. Les effets de bord jouent évidemment un rôle par le fait que l'interface est attachée au bord mais ces effets sont communs à toutes les situations (différents fluides et différentes vitesses). Les effets d'interface ne semblent pas jouer un rôle important. En effet lorsqu'on varie la tension interfaciale d'un facteur 10 (voir Chapitre 4) on obtient à peu près les mêmes résultats en termes de profils d'interface. On constate une légère différence dans les profils du Canadou par exemple (Figure 100a) aux faibles vitesses mais

ceci n'est absolument pas un effet notable en regard d'une variation d'un facteur 10 de la tension, puisqu'alors le rapport des effets visqueux et des effets capillaires est multiplié par 10. Finalement aux plus fortes vitesses cette légère différence semble complètement disparaître (Figure 100d).

Ce sont donc les effets visqueux et d'inertie qui conditionnent la déformation de l'interface, qui se propage ensuite en bloc dans la cellule. La résolution des équations du mouvement en prenant en compte les caractéristiques 3D de l'écoulement et les phénomènes d'inertie est difficile. Ce problème rappelle celui de la mise en mouvement d'une plaque cisillant un fluide (5) : le cisaillement est d'abord localisé le long de la plaque puis s'étend plus largement dans le fluide. Très globalement on peut décrire le problème en considérant que ces caractéristiques résultent de la propagation du gradient de pression à travers le fluide, depuis la plaque.

Dans notre cas, en s'appuyant sur ces remarques, une manière d'envisager le problème consiste à supposer que le gradient de pression met aussi du temps à s'établir de façon homogène dans une section en travers, en partant d'une valeur maximale au centre de la cellule, pour finalement atteindre une valeur constante (A) dans toutes les directions au sein de la cellule. Finalement on se propose de ne pas chercher à décrire vraiment les effets transitoires mais simplement l'impact du gradient de pression additionnel sur les caractéristiques de l'écoulement. Pour cela on écrit simplement le gradient de pression sous la forme $A(1 + \xi_V(x))$. Dans ces conditions les équations du mouvement s'écrivent :

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (5.3)$$

tandis que la vitesse, que l'on suppose essentiellement dirigée selon y , s'écrit $v(z, x)$. Pour un fluide newtonien on a donc $\tau_{yz} = \mu \partial v / \partial z$ et $\tau_{yx} = \mu \partial v / \partial x$ ce qui donne :

$$\mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - A(1 + \xi_V(x)) = 0 \quad (5.4)$$

La solution la plus simple consiste à supposer que la vitesse s'écrit : $v(z, x) = v_0(z)(1 + \varepsilon(x))$ où v_0 est la solution de l'écoulement en 2D (dans l'épaisseur, loin des bords) telle que :

$$\mu \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} - A = 0 \quad (5.5)$$

d'où l'on déduit que :

$$\mu \left[\frac{\partial^2 v_0 \varepsilon}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v_0 \varepsilon}{\partial x^2} \right] - A \xi_v(x) = 0 \quad (5.6)$$

Il est particulièrement intéressant de noter que la solution ($v_0 \varepsilon$) de la seconde équation se présentera sous la forme $v_0 \varepsilon \propto A/\mu$, si bien que la solution complète pour la vitesse sera telle que $v(z, x) \propto A/\mu$.

On en déduit que le profil des vitesses modifié par la présence d'un gradient de pression transversal aux mêmes propriétés que celles de l'écoulement non modifié et décrites ci-dessus : il ne dépend que du rapport du gradient de pression imposé et de la viscosité du fluide. Ceci implique que si les effets capillaires sont négligeables deux fluides newtoniens situés l'un derrière l'autre ont les mêmes caractéristiques d'écoulement et la déformation observée pour le profil de l'interface est indépendant des viscosités de l'un et de l'autre, on a juste un saut de gradient de pression à la traversée de l'interface.

Il est intéressant de chercher maintenant à expliquer le fait que nous avons observé des profils d'interfaces analogues à des vitesses analogues pour un fluide newtonien et pour un fluide rhéofluidifiant. Ceci est a priori étonnant puisque les équations dans le cas rhéofluidifiant sont non linéaires. En fait ce résultat suggère que la déformation selon z du profil de l'interface résulte d'un écoulement secondaire, autrement dit que $\varepsilon \ll 1$. En effet la loi de comportement du fluide rhéofluidifiant s'exprime sous la forme tensorielle :

$$\mathbf{T} = 2^n k \left(\sqrt{-D_{II}} \right)^{n-1} \mathbf{D} \quad (5.7)$$

Si $\varepsilon \ll 1$ alors on a $\sqrt{-D_{II}} \approx \dot{\gamma}/2$ où $\dot{\gamma} = \partial v_0 / \partial z$ si bien que : $\tau_{yz} = k \dot{\gamma}^n$ et $\tau_{yx} = k \dot{\gamma}^{n-1} v_0 \partial \varepsilon / \partial x$

Ainsi, même si l'équation pour l'écoulement principal est non-linéaire, l'équation pour l'écoulement secondaire, c'est-à-dire celle qui nous donne le terme de vitesse additionnel, est linéaire :

$$k \dot{\gamma}^{n-1} v_0 \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} - A \xi_v(x) = 0 \quad (5.8)$$

Dans cette expression le terme $k \dot{\gamma}^{n-1}$ est tout simplement la viscosité apparente de l'écoulement principal. D'après ces résultats, si on étudie un écoulement d'un fluide

newtonien et un écoulement d'un fluide rhéofluidifiant tels que le gradient de vitesse de l'écoulement principal est le même on a le même profil des vitesses modifié selon x et donc la même déformation du profil de l'interface. Le problème est que dans l'écoulement principal entre deux plaques le gradient de vitesse n'est pas homogène et ne varie pas de la même façon pour un fluide newtonien et pour un fluide rhéofluidifiant. Du coup l'application de notre résultat à la réalité nécessite de raisonner en gradient de vitesse moyen dans l'épaisseur de la cellule. En procédant ainsi et en appliquant brutalement le résultat ci-dessus on trouve alors qu'à vitesse de déplacement égale, produisant un gradient de vitesse moyen identique, la déformation induite lors du démarrage d'un fluide newtonien et d'un fluide rhéofluidifiant sera identique.

On peut prolonger ce raisonnement selon la même approche que précédemment au cas d'un fluide rhéofluidifiant poussant un fluide newtonien en l'absence d'effets capillaires. Le résultat est alors le même que ci-dessus, du fait que le gradient de pression impose seul le déplacement selon y . On s'attend donc à une déformation de l'interface comme celle prédite par l'écoulement du fluide rhéofluidifiant ou newtonien seul.

5.2.3 Ecoulement en cellule de fluides viscoélastiques

Moyennant un certain nombre d'approximations qui, espérons-le, s'appuient sur des hypothèses réalistes, on a ainsi réussi à expliquer qualitativement l'ensemble de nos observations pour les fluides newtoniens et rhéofluidifiants. Les résultats avec les fluides viscoélastiques se distinguent notablement puisqu'ils conduisent à des profils d'interfaces qui n'évoluent pas du tout de la même façon. Pourtant nous avons vu dans l'introduction de cette discussion qu'en régime stationnaire on ne s'attend pas à des profils différents pour un fluide viscoélastique de viscosité constante et pour un fluide newtonien, avec ou sans interface avec un autre fluide newtonien. On pourrait donc penser que ce résultat serait extrapolable à la situation de démarrage traitée ensuite. Ce n'est pas le cas comme l'ont montré les résultats présentés au Chapitre 4 : à vitesse donnée les profils de l'interface restent d'autant plus plats que les propriétés élastiques du matériau sont importantes.

Compte tenu de toute notre analyse ci-dessus la seule explication possible à ce phénomène réside dans la présence de contraintes normales additionnelles. Examinons à nouveau les équations du mouvement. Pour plus de clarté on va d'abord considérer l'écoulement permanent uniforme en 2D en cellule de Hele-Shaw d'un fluide viscoélastique.

Compte tenu de l'indépendance des variables (excepté la pression) par rapport à y dans ce cas les équations du mouvement s'écrivent ici

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial y} = 0 ; \quad \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (5.9)$$

Comme on l'a vu au Chapitre 7 la solution dans la résolution de ce système dans le cas newtonien conduit à $\tau_{zz} = 0 = \tau_{yy}$ et $\partial \tau_{yz} / \partial z = A = \partial p / \partial y$, ce qui nous donne :

$$v(z) = -(A/2\mu)(d^2 - z^2) \quad (5.10)$$

Supposons maintenant que l'on a affaire à un fluide développant des contraintes normales τ_{yy} et τ_{zz} qui, compte tenu du problème considéré (écoulement permanent dans une conduite droite) ne dépendent que de y . Si en outre on suppose pour simplifier que $\tau_{zz} = \alpha\mu \partial v / \partial z$ on trouve que la pression s'exprime sous la forme

$$p = f(z) + Ay \quad (5.11)$$

avec $\partial \tau_{yz} / \partial z = A$. Par conséquent le profil des vitesses est encore donné par l'équation ci-dessus mais maintenant la pression contient un terme additionnel qui dépend de z :

$$p(y, z) = A[y + \alpha z] \quad (5.12)$$

Ce terme additionnel de pression, qui varie avec la distance à la paroi, va pouvoir jouer un rôle dans le cas où il existe une interface avec un fluide de comportement rhéologique différent, par exemple newtonien. Dans ce dernier cas en effet la pression ne varie pas dans l'épaisseur pour y donné. Ceci implique qu'il va nécessairement y avoir un décalage de pression le long de l'interface si l'on suppose que les profils de vitesse déterminés séparément se développent effectivement de cette façon. Ceci n'est pas possible en l'absence d'effets capillaires importants. Pour éviter ce décalage de pression le profil des vitesses va s'ajuster à une autre valeur autour de l'interface. D'après l'équation ci-dessus pour la pression l'interface devrait être déplacée vers les plus grands y (où la pression est plus faible) lorsque z augmente. Cet effet conduit donc à « redresser » le profil de l'interface, à le rendre plus plat. Bien sûr ici il ne s'agit que d'une tendance, nous ne sommes pas capables de décrire plus loin les évolutions de ce profil.

Revenons maintenant au problème en 3D. Les équations du mouvement s'écrivent :

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (5.13)$$

On suppose que $\tau_{zz} = \alpha\mu \partial v / \partial z$ et $\tau_{xx} = \beta\mu \partial v / \partial z$. Puis on écrit encore la vitesse sous la forme : $v(z, x) = v_0(z)(1 + \varepsilon(x))$, où v_0 est la solution de l'écoulement perturbé par les contraintes normales dans l'épaisseur, ce qui nous permet de décomposer le système d'équations en :

$$\mu \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} - A = 0; \quad \alpha\mu(1 + \varepsilon(x)) \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} - \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (5.14)$$

et

$$\mu \left[\frac{\partial^2 v_0 \varepsilon}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v_0 \varepsilon}{\partial x^2} \right] - A \xi_y(x) = 0; \quad \beta\mu \frac{\partial v_0}{\partial z} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (5.15)$$

Si $\varepsilon \ll 1$ le facteur $(1 + \varepsilon(x))$ vaut pratiquement 1 si bien que la solution du premier système d'équations est la même que dans le problème 2D avec $p(y, z) = A[y + \alpha z]$. Quant au second système d'équations il admet pour solution une expression telle que $v_0 \varepsilon \propto A/\mu$ avec un champ de pression spécifique $p(x, y, z) \approx A \xi_y [y + \beta z \varepsilon]$.

On se retrouve dans la même situation que ci-dessus, de découplage possible des différents effets, qui nous amène à conclure que l'effet des contraintes normales sur le profil des vitesses dans la direction x va être du même type que les effets que l'on a pu identifier en 2D. Ainsi on s'attend aussi, du fait de la présence dans la pression d'un terme additionnel tirant son origine des contraintes normales, i.e. $A\beta z$, à une déformation de l'interface pour compenser cet effet.

L'ensemble de cette approche théorique s'appuie sur un certain nombre d'hypothèses raisonnables mais ne permet pas de déduire quantitativement la déformation de l'interface induite, notamment parce qu'on ne prend pas vraiment en compte les effets temporels. Cette approche permet en revanche de mettre en valeur des mécanismes vraisemblablement à l'origine du phénomène observé.

Finalement on peut encore traduire plus directement et plus simplement la conclusion de cette approche en ne supposant pas particulièrement des contraintes normales proportionnelles au gradient de vitesse. Alors le résultat de notre analyse s'exprime ainsi : la

présence de contraintes normales aurait tendance à induire un saut de pression de l'ordre de τ_{xx} qui est évité en déformant l'interface par rapport à ce qu'elle aurait du sous le seule action des gradients de pression selon x et y .

Un point crucial à noter ici est que les développements ci-dessus permettent de conclure que l'on peut s'attendre à ce que les effets de contraintes normales observés dans le plan (x,y) soient qualitativement analogues à ceux qui se produisent dans le plan (y,z) . Ainsi en principe les observations que nous menons dans le plan (x,y) sont bien le reflet des tendances générales de l'écoulement.

5.2.4 Impact des contraintes normales sur la déformation du profil de l'interface : généralisation

Dans l'exemple précédent on a supposé que les contraintes tangentielles avaient une forme newtonienne et que les contraintes normales étaient simplement proportionnelles au gradient de vitesse. On peut extrapoler cette approche en supposant plus généralement que ces contraintes normales sont proportionnelles aux contraintes tangentielles via respectivement des coefficients $\alpha = \tau_{zz}/\tau_{yz}$ et $\beta = \tau_{xx}/\tau_{yz}$. Alors le terme de pression additionnelle qui va éventuellement induire une déformation de l'interface par rapport à celle attendue en l'absence de contraintes normales s'exprime encore $A\xi_V\beta z\varepsilon$ alors que le terme principal de pression induisant la déformation « normale » de l'interface vaut $A\xi_V y$. Il est malheureusement difficile d'aller plus loin en l'absence de connaissance concernant $\xi_V(x)$. On peut cependant conclure que toutes choses égales par ailleurs l'impact des contraintes normales sur la déformation additionnelle de l'interface dépendra de la valeur de $\beta = \tau_{xx}/\tau_{yz}$.

Il est intéressant de remarquer que finalement l'effet que nous avons observé dans ces écoulements en cellule présente une forte analogie avec l'effet de gonflement d'un jet de fluide viscoélastique en sortie de filière. Dans ce dernier cas des contraintes normales élevées se sont développées lors du cisaillement dans la filière, qui tendent à repousser les parois. Lorsque le fluide sort de la filière ces contraintes normales subsistent quelques instants et tendent à dilater le jet de fluide. Dans notre cas (écoulement en cellule) les effets viscoélastiques se développent dès le démarrage de l'écoulement et tendent à faire en sorte

que le « jet » de fluide viscoélastique formé par le fluide déplaçant occupe la plus large place dans la cellule, ce qui induit un profil d'interface plus « collé » contre les parois.

5.2.5 Comparaison avec les résultats expérimentaux

On a vu que pour les différentes formulations on a effectivement un profil de l'interface qui se maintient à une certaine forme lorsqu'on augmente la vitesse. On a plusieurs situations différentes (Figure 123 et Figure 124) en ce qui concerne les variations des contraintes normales pour nos différentes formulations (Figure 122) et il est finalement difficile de commenter ces résultats de manière générale, chaque cas est un cas particulier. On peut plus facilement commenter et interpréter les résultats obtenus avec le PEG-PEO4 en variant la concentration, ce qui a permis d'avoir une formulation pour laquelle le facteur β varie dans une large gamme.

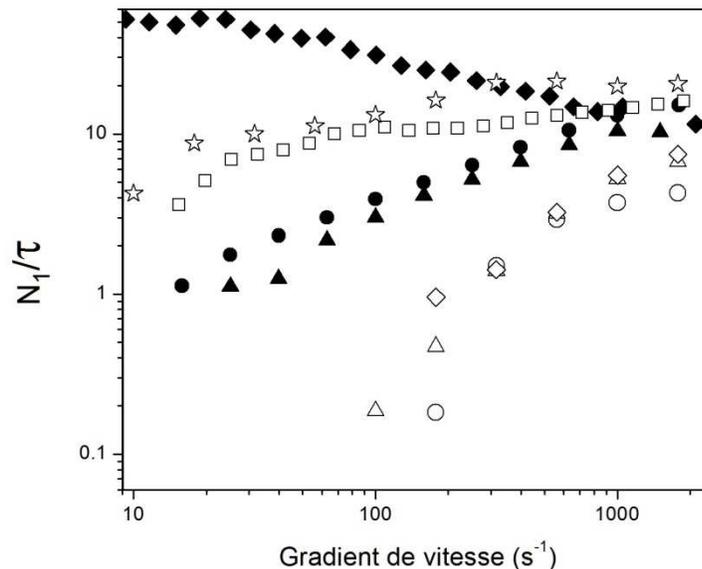


Figure 122 : Relation entre la contrainte normale et la contrainte tangentielle des fluides : PAM-6000 (●), PAM-4000 (▲), PEG-PEO8-800 (◆), PEG-PEO4-3000 (☆), PEG-PEO4-2000 (□), PEG-PEO4-1500 (○), PEG-PEO4-1000 (△), PEG-PEO4-500 (○), en fonction du gradient de vitesse.

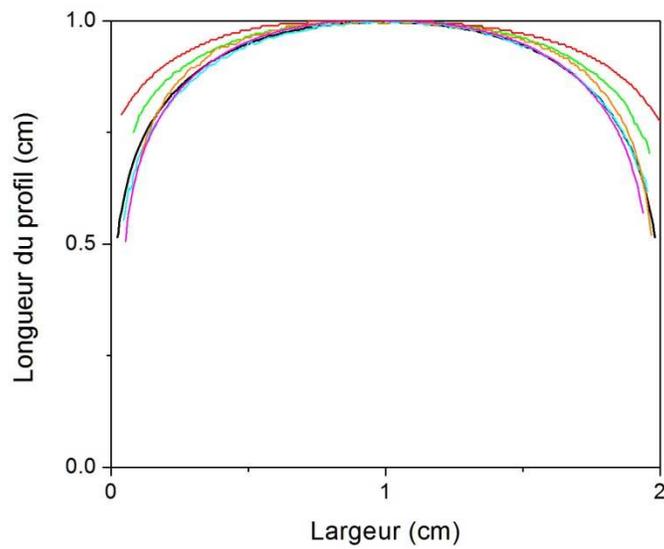


Figure 123: Comparaison des profils de l'interface à $v_{fi}=1$ cm/s entre Canadou (noir), PEG-PEO8-800 (rouge), PAM-6000 (vert), PAM-4000 (cyan), PEG-PEO4-2000 (orange) et PEG-PEO4-1000 (magenta). Longueur du profil en fonction de la largeur de la géométrie. Seulement les fluides plus élastiques sont différenciables du Canadou.

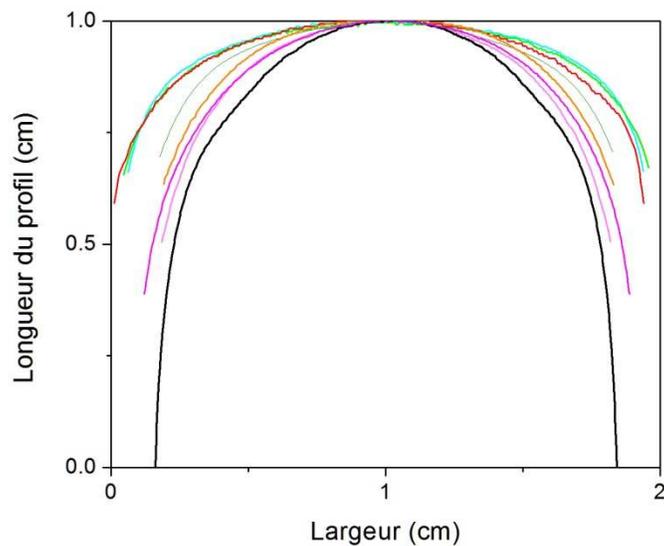


Figure 124 : Comparaison des profils de l'interface à $v_{fi}=5$ cm/s entre Canadou (noir), PEG-PEO8-800 (rouge), PAM-6000 (vert), PAM-4000 (cyan), PEG-PEO4-3000 (gris), PEG-PEO4-2000 (orange) PEG-PEO4-1000 (magenta) et PEG-PEO4-500 (rose). Longueur du profil en fonction de la largeur de la géométrie. A noter les différences pour la gamme des concentrations du PEG-PEO4.

5.2.6 Effets élongationnels

On a vu que les effets élongationnels peuvent être importants avec nos formulations, puisque le nombre de Trouton est parfois largement supérieur à 4 (voir Figure 57). Cependant ces effets n'ont que très peu de chances de jouer un rôle dans les écoulements dans cette cellule. En effet compte tenu du fait que l'on a affaire à une géométrie uniforme selon y on n'attend pas de mouvements de fluide dans les directions x et z . ceci est évident en régime stationnaire car cela conduirait à un écoulement net à travers les parois ou bien à des mouvements de recirculation associés à des instabilités. La symétrie du problème impose finalement que la vitesse soit uniquement dirigée le long de y . La forme des profils de vitesse dans ce régime (voir Figure 121) confirme ce résultat puisqu'on « voit » le fluide s'avancer en bloc dans la direction y . Lors du démarrage il peut en revanche y avoir quelques mouvements latéraux tendant par exemple à chasser le fluide déplacé des parois, mais ce type de mouvement reste probablement négligeable et il semble très naturel de supposer que le mouvement général a lieu selon y . Dans ces conditions il s'agit d'un cisaillement simple et il n'y a pas d'effet d'élongation. L'interface s'étire simplement sous l'effet de ce cisaillement simple.

5.2.7 Ecoulements à travers des restrictions

Nos observations (Figure 107 et Figure 108) montrent que pour un écoulement suffisamment peu rapide, autrement dit quand les effets et les contraintes normales sont suffisamment faibles les caractéristiques de l'écoulement sont identiques à celles d'un fluide newtonien : l'interface se déforme assez près de l'entrée de la filière puis s'élargit de manière symétrique en sortie de filière. Lorsque la vitesse est suffisamment élevée pour les fluides viscoélastiques, ou plus généralement lorsque les contraintes normales sont suffisamment fortes, comme on peut le voir clairement en augmentant la concentration du PEG-PEO4 sur la Figure 108, les caractéristiques de l'interface entre les deux fluides sont différentes. On a d'abord un resserrement de l'interface qui démarre bien avant l'entrée dans la filière. Cet effet est tout à fait opposé à celui de contraintes normales, il provient certainement d'effets élongationnels dans : effectivement, pour pénétrer dans la filière le fluide doit s'étirer ; lorsque les dissipations visqueuses associées sont importantes du fait de la viscosité élongationnelle plus importante avec certains fluides viscoélastiques qu'avec un fluide newtonien [96;97], et ces dissipations peuvent être minimisées à travers un taux d'élongation

plus faible que si l'entrée était brutale. A la sortie de la filière on pourrait s'attendre au même type dans le sens inverse, c'est-à-dire un élargissement progressif pour minimiser les dissipations résultant des effets élongationnels. C'est exactement l'effet inverse qu'on observe : un élargissement d'autant plus brutal lorsque la vitesse ou la concentration augmente. On peut naturellement attribuer cet effet, qui ressemble beaucoup à l'élargissement d'un jet de fluide viscoélastique à l'air libre en sortie de filière, aux contraintes normales qui se développent dans la filière. On peut donc en conclure qu'ici les effets de contraintes normales prennent clairement le pas sur les effets élongationnels (qui sont pourtant bien sûr présents aussi en sortie de filière).

A noter que dans le cas d'une filière de forme hyperbolique (Figure 109 et Figure 110) il est probable que les différents effets se compensent, ce qui expliquerait que l'on n'observe aucune différence entre l'ensemble des profils au cours du temps à différentes vitesses et pour différents fluides.

Cette expérience est particulièrement intéressante car elle montre que les « effets élongationnels » (nombre de Trouton significativement différent de 4) et de contraintes normales, tous deux en général présents en même temps dans le comportement des fluides viscoélastiques, agissent tous deux mais dans des circonstances différentes à travers un milieu poreux modèle.

5.2.8 Implications pour les écoulements de fluides viscoélastiques en milieux poreux

Voyons maintenant comment tirer des conclusions de nos observations concernant la qualité du « nettoyage » d'un milieu poreux saturé d'huile newtonienne par un fluide viscoélastique. D'après nos expériences en cellule et leur interprétation on peut conclure qu'il est favorable d'utiliser un fluide viscoélastique pour mieux nettoyer une cellule droite, puisque des différences sensibles vont apparaître à des vitesses suffisamment élevées. Il faut remarquer que ces différences seront sensibles uniquement au démarrage de l'écoulement : on va emporter un peu plus d'huile sur les bords avec le fluide viscoélastique. Ensuite, en régime stationnaire, il n'y a plus de différence.

En réalité un milieu poreux est plus complexe qu'une cellule droite. Les fluides rencontrent sans cesse des resserrements et des élargissements des conduits. Il est probable que l'on se trouve souvent alors plus proche d'une situation telle que celle étudiée à travers la restriction. Dans ce cas on constate que l'effet d'un fluide viscoélastique est finalement mitigé : à l'entrée d'une restriction il a tendance à moins bien nettoyer l'huile, alors qu'à la sortie il a tendance à mieux nettoyer.