

## Chapitre 4

## Analyse des paramètres du modèle GR3

**Résumé:** Ce chapitre rassemble trois analyses sur les paramètres du modèle GR3: l'analyse de la surface de réponse, l'analyse de sensibilité, l'analyse de stationnarité comparée des paramètres. Ces analyses guideront ultérieurement la démarche de mise au point de la méthode de prévision.

### 4.1 SURFACE DE RÉPONSE DES PARAMÈTRES

Le but d'une méthode d'optimisation est de trouver une série de paramètres du modèle qui optimise (soit minimise soit maximise) la fonction objectif,  $F$ . Une optimisation est réalisée par une recherche du maximum (ou minimum) présenté par la surface de réponse des paramètres, c'est-à-dire la fonction objectif  $F$ . Cette recherche est une suite d'itérations dans lesquelles la fonction objectif est évaluée numériquement sur une combinaison des valeurs des paramètres à optimiser. Chaque combinaison de valeurs des paramètres représente un "point" dans la surface de réponse des paramètres du modèle.

Une interprétation visuelle de la surface de réponse de paramètres du modèle peut mettre en évidence les difficultés que peut rencontrer une méthode d'optimisation. Cet examen fournit des informations importantes pour augmenter l'efficacité d'une méthode d'optimisation.

Avec un modèle à plus de deux paramètres, il n'est pas possible de produire un seul diagramme qui présente la surface de réponse complète. Dans ce cas, on peut considérer une section de la surface de réponse en faisant varier deux par deux les paramètres. En ce qui concerne le modèle GR3 possédant trois paramètres ( $A$ ,  $B$  et  $C$ ), on a étudié donc trois surfaces de réponse correspondant à  $AB$ ,  $BC$  et  $CA$ , respectivement.

Cette étude a été effectuée sur un seul épisode de crue. Un épisode de crue assez représentatif, de taille moyenne et à pointes multiples, a été choisi dans le bassin versant de l'Orgeval. Cet épisode de crue est illustré dans la figure 4-1. On a rajouté 1000 pas de temps avant cet épisode pour diminuer l'influence de l'initialisation de l'état initial du modèle,  $S_0$ . La fonction objectif,  $F$ , sous

forme maximisable est prise égale à l'inverse de la somme des carrés des erreurs:

$$F = \frac{1}{\sum_{i=1}^n [q(i) - q_s(i)]^2} \quad (4-1)$$

où  $q(i)$  et  $q_s(i)$  sont respectivement le débit mesuré et le débit simulé à l'instant  $i$ , et  $n$  est le nombre total de pas de temps des données utilisées.

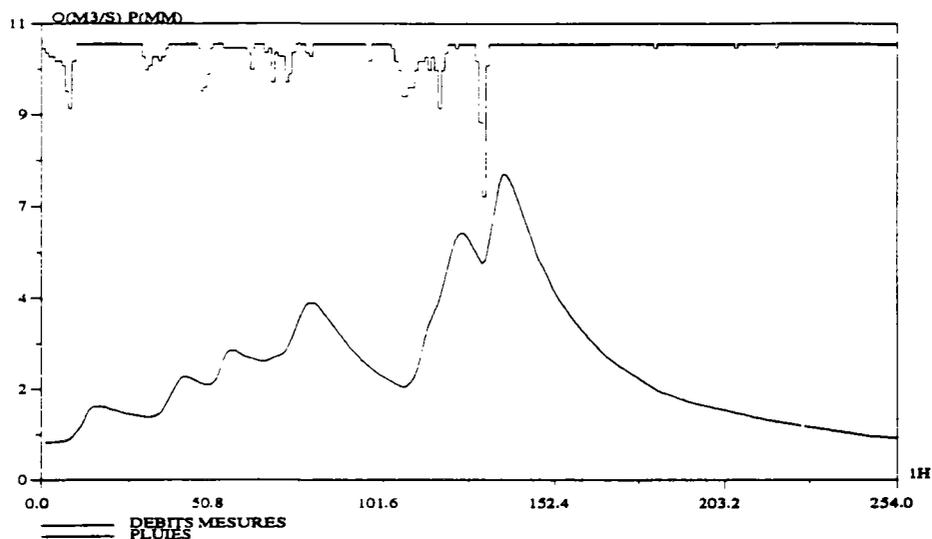
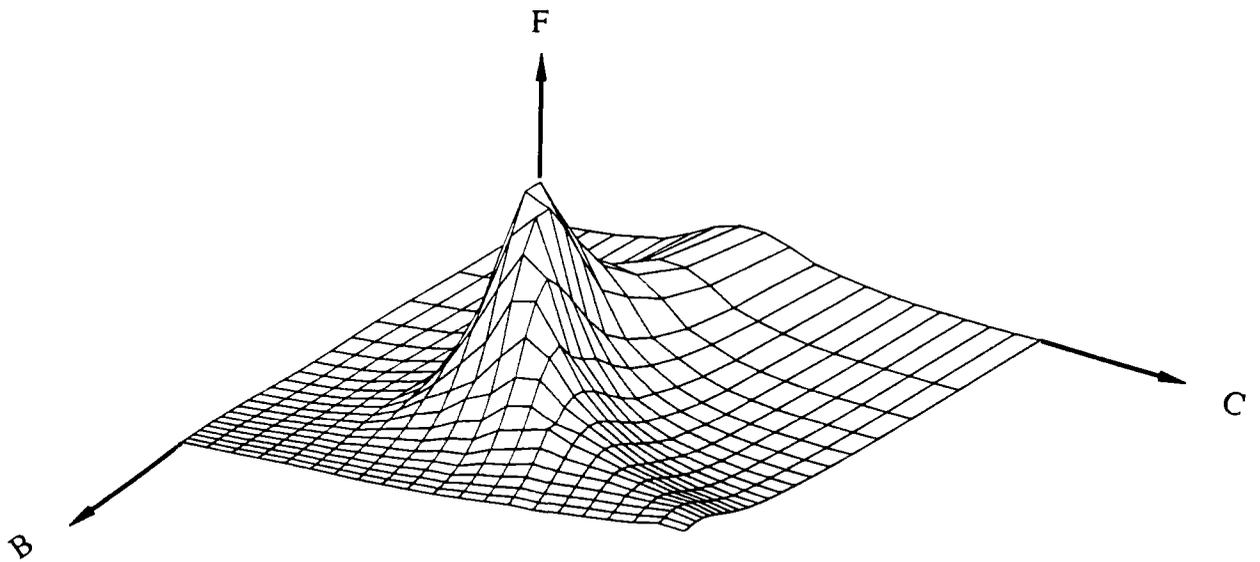


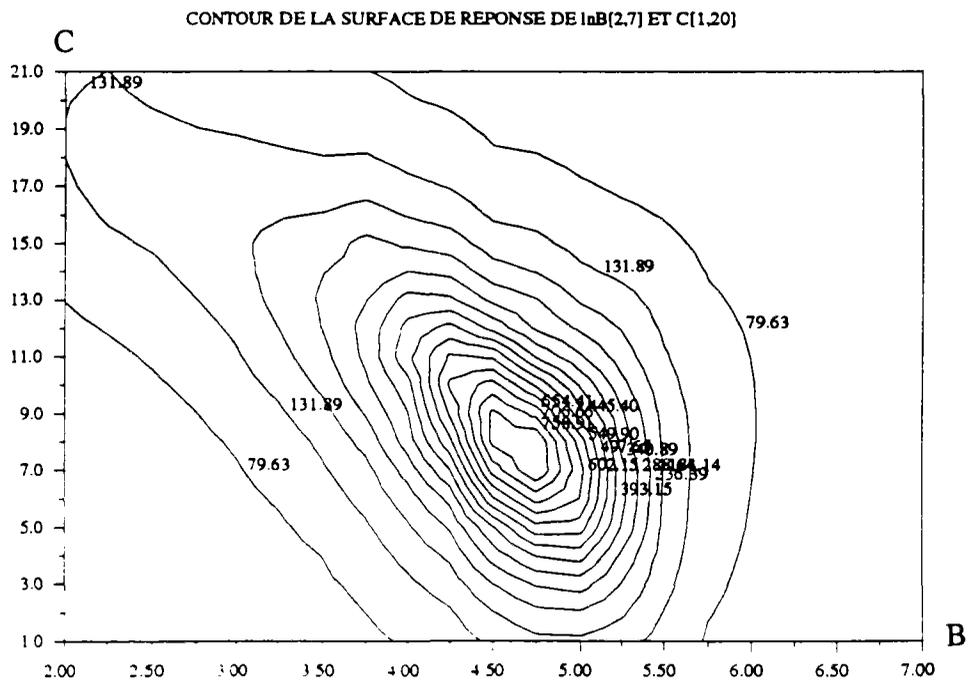
Figure 4-1 Épisode de crue choisi pour l'étude de la surface de réponse

Les domaines de variation de chaque paramètre ont été décidés a priori:  $\ln A$  varie de 2 à 12 par intervalle de 0.25,  $\ln B$  varie de 2 à 7 avec le même intervalle et  $C$  varie de 1 à 21 par intervalle de 1. Pour chaque composition de deux paramètres, le troisième et l'état initial,  $S_0$ , seront optimisés au cours du calcul de la surface de réponse. Les figures 4-2, 4-3 et 4-4 montrent les résultats.



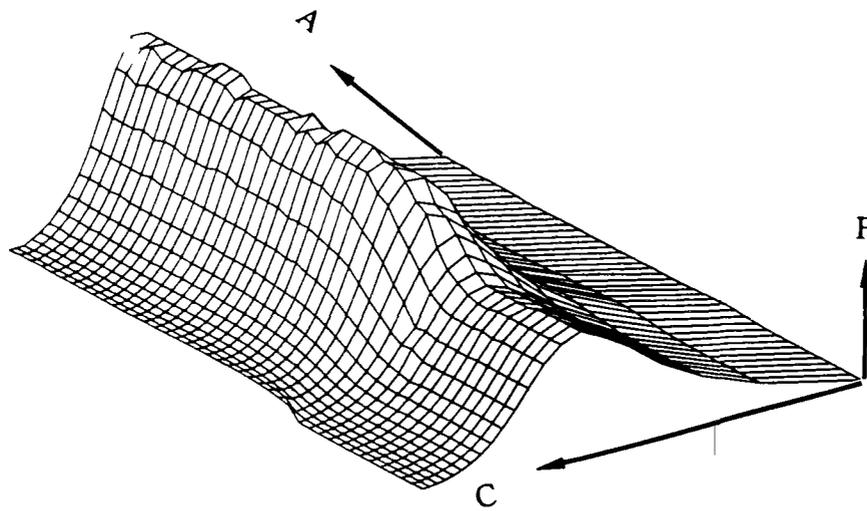


(a) Surface de réponse pour B et C

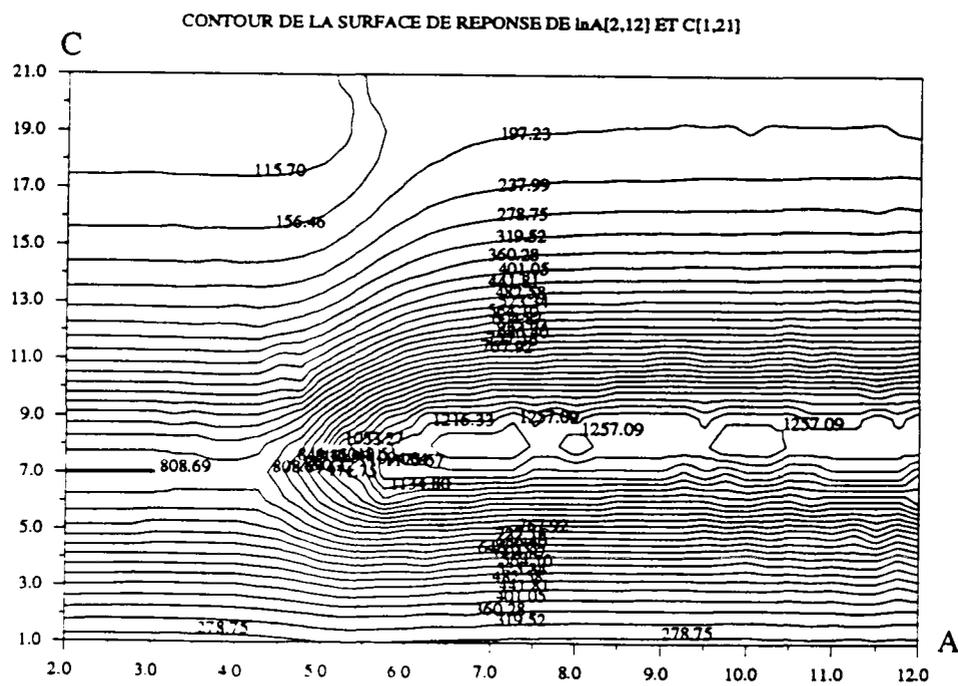


(b) Représentation par les courbes hypsométriques

Figure 4-3 Surface de réponse pour B et C et représentation par les courbes hypsométriques



(a) Surface de réponse pour C et A



D'après les figures précédentes, on voit qu'il existe 5 problèmes que peut rencontrer une méthode d'optimisation des paramètres.

Optimum secondaire: Dans les figures 4-2(b) et 4-4(b), on constate l'existence des optima secondaires. La méthode d'optimisation n'arrivera pas à l'optimum global, si elle part d'un point proche d'un optimum secondaire. La méthode d'optimisation utilisée dans le modèle GR3 (cf. §3.3) ne possède pas de dispositif pour évoluer d'un "pic" donné à un "pic" plus haut.

"Crête": Les figures 4-2(a) et 4-4(a) montrent respectivement des "crêtes" allongées en direction de A. En présence d'une "crête" orientée selon l'axe d'un paramètre, la méthode d'optimisation a tendance à converger prématurément. Dès que l'on arrive à cette "crête", le gain supplémentaire de la fonction objectif sera très limité et l'optimisation s'arrêtera loin de l'optimum.

"Plateau": Les figures 4-2 (a), 4-3(a) et 4-4(a) montrent des formes de plateau où le changement des paramètres produit peu ou pas changement sur la fonction objectif. Dans ce cas, la méthode d'optimisation peut être mise en défaut.

"Nids-de-poule": Les figures 4-2(b) et 4-4(b) montrent plusieurs optima (secondaires) qui se situent vers la "crête" et sont assez proches l'un de l'autre. Ce fait rend plus difficile l'optimisation des paramètres parce que tous ces points peuvent être reconnus comme des valeurs optimales pour les paramètres.

"Points de selle": Dans les figures 4-2(b) et 4-4(b), on peut constater l'existence de points de selle qui se situent entre deux optima (ou optima secondaires) où plusieurs directions sont possibles pour la méthode d'optimisation. La méthode d'optimisation peut être mal aiguillée quand elle arrive à ce genre de point.

On constate que les problèmes indiqués précédemment se produisent dans des zones particulières de la surface de réponse où A est assez grand et B et C sont soit petits soit grands. Si on optimise les paramètres en partant d'un point arbitraire de la surface de réponse, il est possible que l'on rencontre les problèmes évoqués précédemment. Cela nous conduit à prendre en compte l'importance du point de départ de l'optimisation. On suggère donc pour

l'optimisation de prendre des valeurs initiales assez petites pour A sans quoi l'optimisation n'arrivera pas sur les "crêtes" et de prendre des valeurs moyennes pour B et C. Il est intéressant de trouver une coïncidence avec la suggestion d'Edijatno et de Michel (1989a) pour les valeurs initiales de l'optimisation. Dans leur cas, ils ont suggéré d'utiliser les valeurs initiales:  $\ln A_0=5$ ,  $\ln B_0=4$  et  $C_0=2$ . On a trouvé que ces trois valeurs se situent justement aux bons niveaux pour arriver au sommet selon les trois surfaces de réponse. On reconnaît qu'une contrainte est sans doute nécessaire pour la variation des paramètres surtout pour une tâche nécessitant une forte variation des paramètres comme l'ajustement des paramètres en temps réel.

## **4.2 SENSIBILITÉ CRUE PAR CRUE DES PARAMÈTRES AUTOUR DES VALEURS CALÉES GLOBALEMENT ET PAR ÉPISODE**

### **4.2.1 Généralités**

L'analyse de sensibilité est une méthode qui a été utilisée assez largement dans la recherche en modélisation. L'analyse de sensibilité consiste à perturber faiblement les paramètres du modèle, usuellement un paramètre à la fois, autour de sa valeur optimale afin d'apprécier la variation dans la sortie du modèle engendrée par la variation du paramètre.

L'un des buts de l'analyse de sensibilité consiste à comparer les différentes sensibilités des paramètres afin que des soins spéciaux puissent être pris pendant leur estimation. Dawdy et O'Donnell (1965) ont été parmi les premiers à analyser les sensibilités des paramètres d'un modèle hydrologique. Ils ont fait varier chaque paramètre dans le modèle USGS de 1, 5 et 10 pour-cent de leurs valeurs optimales, et ont examiné les changements sur la somme des carrés des différences entre les débits mesurés et calculés. L'objectif de cette analyse est d'identifier le paramètre le plus sensible pour chercher une procédure efficace d'optimisation des paramètres.

Wood (1976) a analysé la sensibilité du paramètre d'infiltration dans un modèle pluie-débit simple. En supposant que les autres paramètres dans le modèle étaient bien connus, il a utilisé une méthode analytique pour étudier l'influence du paramètre d'infiltration sur la sortie du modèle d'un point de vue probabiliste. Bien que cette méthode soit discutable quant à son application à un modèle complexe ou au cas de plusieurs paramètres, cette

étude nous a fourni un aperçu intéressant à savoir que l'effet des incertitudes, même faibles, des paramètres présente une influence sur la simulation et l'estimation de la fréquence des crues dans le cas où les débits sont générés avec un modèle pluie-débit.

Selon McCuen et Snyder (1986), le coefficient de sensibilité est le rapport entre le changement dû à un facteur et celui dû à un autre facteur du modèle. Cette définition révèle que la sensibilité n'est qu'un rapport entre deux différences.

Généralement, un modèle peut être exprimé comme une fonction  $G$ , d'une série de variables (paramètres,  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , comme suit:

$$G=f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4-2)$$

Un développement en série de Taylor peut être appliqué à cette fonction:

$$f(x_i+\Delta x_i, x_{j/j \neq i}) = G_0 + \frac{\partial G_0}{\partial x_i} \Delta x_i + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 G_0}{\partial x_i^2} (\Delta x_i)^2 + \dots \quad (4-3)$$

où  $G_0$  est la valeur de  $G$  évaluée au point:  $(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})$ . Si les deux premiers termes sont assez grands relativement au reste de l'équation 4-2,  $G$  peut être approchée par:

$$f(x_i+\Delta x_i, x_{j/j \neq i}) \approx G_0 + \frac{\partial G_0}{\partial x_i} \Delta x_i \quad (4-4)$$

Les équations 4-2 et 4-4 peuvent être utilisées pour exprimer la sensibilité,  $S_i$ .

$$S_i = \frac{\partial G_0}{\partial x_i} = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \frac{f(x_i+\Delta x_i, x_{j/j \neq i}) - f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})}{\Delta x_i} \quad (4-5)$$

Cette équation est appelée équation de sensibilité linéaire. Elle mesure en principe un changement dans le facteur  $G$  causé par le changement du facteur  $x_i$ .

Intéressons nous maintenant, non pas à la sortie  $G$  mais au critère de qualité du modèle, que nous noterons  $F$ .

L'analyse effectuée dans ce paragraphe vise en particulier deux calages: le calage global et le calage par épisode. Le calage global est un calage dans lequel on considère tous les épisodes avec les mêmes valeurs des paramètres; il représente donc la capacité moyenne de simulation sur un bassin versant.

Les valeurs des paramètres issues de ce calage peuvent être utilisées comme point de départ pour la prévision. Le calage par épisode dans lequel les paramètres varient pour chaque épisode exploite cette souplesse pour adapter le modèle à différents épisodes de crues. Il permet la simulation la plus précise avec le modèle utilisé.

La méthode consiste à perturber chaque paramètre de façon variable ( $\Delta x=0.1$ ,  $\Delta x=0.01$  et  $\Delta x=0.001$ ) autour des valeurs calées globalement et par épisode respectivement, puis à calculer les sensibilités selon la fonction objectif de l'optimisation, F. (ATTENTION: F est la somme des carrés des erreurs).

Le coefficient de sensibilité utilisé est dérivé de l'équation (4-5):

$$CS(x_i, \Delta x) = \frac{F_0 - \text{Min}(F_{+\Delta x}, F_{-\Delta x})}{\Delta x} \quad (4-6)$$

où  $F_{+\Delta x_i} = F(x_i + \Delta x, x_{j/j \neq i})$ ,  $F_{-\Delta x_i} = F(x_i - \Delta x, x_{j/j \neq i})$  et  $F_0 = F(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})$ .  $X_{i0}$  est le vecteur  $(x_i, i=1, \dots, n)$  calé soit globalement, soit par épisode.  $\Delta x$  est la perturbation sur  $x_{i0}$ .

Cette analyse a été faite sur les 26 épisodes de crues de l'échantillon de calage du Réal Collobrier (cf. §2.3). Pour chaque paramètre, on a calculé quatre coefficients de sensibilité correspondant aux deux calages: globalement et par épisode, et aux trois perturbations.

#### **4.2.2 Sensibilité crue par crue des paramètres autour des valeurs calées globalement**

Les tableaux 4-1, 4-2 et 4-3 montrent les coefficients de sensibilité dans le cas où les paramètres du modèle sont calés globalement.

Dans le tableau 4-1, on peut constater que tous les épisodes conduisent à des valeurs positives pour un ou plusieurs paramètres sauf les épisodes n°1 et n°22 qui ont de mauvaises valeurs de NS. Quand cela se produit pour  $\Delta x$ , cela montre que l'on n'a pas obtenu les valeurs optimales des paramètres pour l'épisode correspondant.

Tableau 4-1 Coefficients de sensibilité de chaque épisode autour des valeurs calées globalement (perturbation de 0.1)

ordre	codage	NS(%)	CS ( $\Delta x=0.1$ )			
			A	B	C	S <sub>0</sub>
1	6601	68.1	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
2	6602	94.5	0.00E+00	0.00E+00	0.28E+01	0.00E+00
3	6906	90.7	0.00E+00	0.19E+00	0.22E+00	0.00E+00
4	6907	79.9	0.00E+00	0.13E+01	0.46E+00	0.00E+00
5	6908	91.2	0.00E+00	0.41E+00	0.26E+00	0.00E+00
6	6909	87.2	0.00E+00	0.00E+00	0.10E+00	0.00E+00
7	7011	84.9	0.57E-02	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
8	7112	81.9	0.00E+00	0.00E+00	0.12E+01	0.00E+00
9	7216	85.7	0.00E+00	0.44E+00	0.12E+01	0.00E+00
10	7318	89.0	0.10E-01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
11	7319	93.1	0.17E-03	0.22E+00	0.25E+01	0.13E-02
12	7320	58.8	0.17E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
13	7422	86.1	0.00E+00	0.00E+00	0.81E+00	0.00E+00
14	7426	42.6	0.00E+00	0.61E+00	0.00E+00	0.00E+00
15	7527	91.7	0.11E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
16	7630	93.3	0.57E+00	0.00E+00	0.00E+00	-0.21E-03
17	7734	95.1	0.00E+00	0.00E+00	0.31E+01	0.00E+00
18	7836	79.1	0.00E+00	0.00E+00	0.51E+01	0.35E-02
19	7837	92.7	0.00E+00	0.28E+00	0.13E+01	0.00E+00
20	7938	94.9	0.00E+00	0.93E+01	0.51E+01	0.00E+00
21	8040	73.7	0.00E+00	0.13E+01	0.94E+00	0.00E+00
22	8041	38.1	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
23	8142	87.2	0.30E-03	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
24	8343	51.8	0.18E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
25	8344	60.4	0.12E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
26	8345	89.9	0.26E-02	0.00E+00	0.75E+00	0.00E+00

Dans le tableau 4-2, on peut voir que les valeurs de CS ne sont pas nulles au moins pour un paramètre pour tous les 26 épisodes. Cela veut dire que la fonction objectif peut être améliorée avec  $\Delta x=0.01$ , et pour tous les épisodes les valeurs optimisées ne convergent pas vers leur valeurs optimales.

Tableau 4-2 Coefficients de sensibilité de chaque épisode autour des valeurs calées globalement (perturbation de 0.01)

ordre	codage	NS(%)	CS ( $\Delta x=0.01$ )			
			A	B	C	S <sub>0</sub>
1	6601	68.1	0.00E+00	0.75E-01	0.00E+00	0.00E+00
2	6602	94.5	0.00E+00	0.24E+01	0.35E+01	0.00E+00
3	6906	90.7	0.00E+00	0.89E+00	0.33E+00	0.00E+00
4	6907	79.9	0.00E+00	0.20E+01	0.59E+00	0.00E+00
5	6908	91.2	0.00E+00	0.15E+01	0.32E+00	0.00E+00
6	6909	87.2	0.00E+00	0.00E+00	0.17E+00	0.00E+00
7	7011	84.9	0.95E-01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
8	7112	81.9	0.00E+00	0.89E+00	0.14E+01	0.00E+00
9	7216	85.7	0.00E+00	0.11E+01	0.14E+01	0.00E+00
10	7318	89.0	0.22E-01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
11	7319	93.1	0.67E-02	0.44E+01	0.29E+01	0.76E-03
12	7320	58.8	0.19E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
13	7422	86.1	0.00E+00	0.29E-01	0.94E+00	0.00E+00
14	7426	42.6	0.00E+00	0.12E+01	0.00E+00	0.00E+00
15	7527	91.7	0.14E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
16	7630	93.3	0.67E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
17	7734	95.1	0.63E-01	0.00E+00	0.40E+01	0.00E+00
18	7836	79.1	0.00E+00	0.00E+00	0.60E+01	0.65E-02
19	7837	92.7	0.00E+00	0.19E+01	0.16E+01	0.00E+00
20	7938	94.9	0.00E+00	0.15E+02	0.65E+01	0.00E+00
21	8040	73.7	0.00E+00	0.20E+01	0.11E+01	0.00E+00
22	8041	38.1	0.53E-01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
23	8142	87.2	0.24E-02	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
24	8343	51.8	0.21E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
25	8344	60.4	0.31E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
26	8345	89.9	0.45E-01	0.00E+00	0.96E+00	0.00E+00

Dans le tableau 4-3, on peut voir que les valeurs de CS sont positives pour un ou plusieurs paramètres pour tous les épisodes. C'est-à-dire qu'avec  $\Delta x=0.001$ , on peut améliorer la précision des simulations pour ces épisodes.

Tableau 4-3 Coefficients de sensibilité de chaque épisode autour des valeurs calées globalement (perturbation de 0.001)

ordre	codage	NS(%)	CS ( $\Delta x=0.001$ )			
			A	B	C	S <sub>0</sub>
1	6601	68.1	0.00E+00	0.18E+00	0.00E+00	0.00E+00
2	6602	94.5	0.00E+00	0.27E+01	0.36E+01	0.00E+00
3	6906	90.7	0.00E+00	0.96E+00	0.34E+00	0.32E-01
4	6907	79.9	0.00E+00	0.20E+01	0.59E+00	0.10E-01
5	6908	91.2	0.00E+00	0.17E+01	0.33E+00	0.00E+00
6	6909	87.2	0.00E+00	0.00E+00	0.18E+00	0.12E+00
7	7011	84.9	0.11E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
8	7112	81.9	0.00E+00	0.10E+01	0.14E+01	0.74E-01
9	7216	85.7	0.00E+00	0.12E+01	0.14E+01	0.00E+00
10	7318	89.0	0.29E-01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
11	7319	93.1	0.26E-01	0.48E+01	0.29E+01	0.21E-01
12	7320	58.8	0.34E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.18E-01
13	7422	86.1	0.00E+00	0.78E-01	0.96E+00	0.00E+00
14	7426	42.6	0.00E+00	0.12E+01	0.00E+00	0.25E-01
15	7527	91.7	0.15E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.70E-01
16	7630	93.3	0.64E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
17	7734	95.1	0.11E+00	0.00E+00	0.41E+01	0.00E+00
18	7836	79.1	0.00E+00	0.00E+00	0.61E+01	0.00E+00
19	7837	92.7	0.00E+00	0.20E+01	0.16E+01	0.41E-02
20	7938	94.9	0.00E+00	0.16E+02	0.67E+01	0.00E+00
21	8040	73.7	0.12E-01	0.21E+01	0.11E+01	0.00E+00
22	8041	38.1	0.47E-01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
23	8142	87.2	0.41E-02	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
24	8343	51.8	0.16E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
25	8344	60.4	0.31E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
26	8345	89.9	0.39E-01	0.00E+00	0.98E+00	0.91E-02

Le tableau 4-4 donne les moyennes et les écarts-types des valeurs de CS sur les 26 épisodes sous trois perturbations. On peut déduire de ce tableau que 1) les valeurs de CS sont assez dispersées entre épisodes (valeurs des écarts-types élevées), 2) sous la même perturbation, les valeurs moyennes de CS des paramètres sont différentes et si l'on veut juger les sensibilités relatives de ces paramètres, on trouve: sous  $\Delta x=0.001$  et  $\Delta x=0.01$ , le plus sensible est B, et

sous  $\Delta x=0.1$ , le plus sensible est C; 3) pour différentes perturbations, le même paramètre ne présente pas la même sensibilité, et les moyennes sous  $\Delta x=0.001$  et  $\Delta x =0.01$  sont assez proches pour A, B et C; 4) selon la dernière colonne de ce tableau (valeurs moyennes de CS sur trois perturbations), les paramètres les plus sensibles sont, dans l'ordre décroissant, B et C, A,  $S_0$ .

Tableau 4-4 Moyennes et écarts-types des valeurs de CS (calage global)

Paramètre	$\Delta x= 0.1$		$\Delta x =0.01$		$\Delta x= 0.001$		moyenne (3 moyennes)
	moyenne	écart-type	moyenne	écart-type	moyenne	écart-type	
A	0.83E-01	0.24E+00	0.12E+00	0.29E+00	0.13E+00	0.31E+00	0.11E+00
B	0.54E+00	0.18E+01	0.13E+01	0.30E+01	0.14E+01	0.31E+01	0.11E+01
C	0.10E+01	0.15E+01	0.12E+01	0.18E+01	0.12E+01	0.19E+01	0.11E+01
$S_0$	0.18E-03	0.71E-03	0.28E-03	0.12E-02	0.15E-01	0.29E-01	0.52E-02

Il est naturel qu'une simulation globale ne soit pas très bonne parce que dans un calage global, on ne trouve qu'une précision "moyenne" pour tous les épisode considérés qui présentent souvent, entre eux, des caractéristiques assez différentes. Pour affiner l'analyse de sensibilité des paramètres, on conduit cette analyse autour des valeurs des paramètres calées par épisodes.

### 4.2.3 Sensibilité crue par crue des paramètres autour des valeurs calées par épisode

Les tableaux 4-5, 4-6 et 4-7 montrent les coefficients de sensibilité de chaque paramètre pour chaque épisode autour des valeurs calées par épisode. Les dessins de la simulation sont dans l'ANNEXE-IV.

On peut constater dans le tableau 4-5 que, hormis les épisodes n°19 et n°21, tous les autres épisodes ont des valeurs de CS soit nulles soit négatives. C'est-à-dire qu'avec  $\Delta x=0.1$  on ne peut généralement pas améliorer la simulation.

Tableau 4-5 Coefficients de sensibilité de chaque épisode autour des valeurs calées par épisode (perturbation de 0.1)

ordre	codage	NS(%)	CS ( $\Delta x=0.1$ )			
			A	B	C	S <sub>0</sub>
1	6601	95.9	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
2	6602	98.4	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
3	6906	95.9	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
4	6907	94.7	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
5	6908	95.5	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
6	6909	97.6	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
7	7011	99.1	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
8	7112	93.8	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
9	7216	98.1	0.00E+00	0.00E+00	-0.23E-04	0.00E+00
10	7318	96.6	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
11	7319	97.3	0.00E+00	0.00E+00	-0.14E-04	0.00E+00
12	7320	90.7	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
13	7422	98.9	0.00E+00	0.00E+00	-0.34E-04	0.00E+00
14	7426	98.6	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
15	7527	97.5	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
16	7630	95.5	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
17	7734	98.5	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
18	7836	85.9	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
19	7837	98.2	0.30E-06	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
20	7938	98.1	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
21	8040	96.8	0.37E-05	0.00E+00	0.00E+00	0.48E-05
22	8041	98.6	0.00E+00	0.45E-06	0.00E+00	0.00E+00
23	8142	99.3	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
24	8343	95.9	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
25	8344	95.9	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
26	8345	97.0	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

Dans le tableau 4-6, on trouve que les valeurs de CS sont nulles pour tous les épisodes sauf pour les épisode n°21 et n°22 qui présentent de très faibles valeurs de CS pour A ou S<sub>0</sub>. Cela veut dire que  $\Delta x=0.01$  est trop faible pour distinguer les différentes sensibilités. Rappelons que  $\Delta x=0.01$  et  $N=20*n$  sont pris comme conditions d'arrêt de l'optimisation des paramètres du modèle GR3 (cf. §3.3), on pense que cette double condition d'arrêt est efficace en remarquant que dans le tableau 4-6, le critère NS arrive à de bonnes valeurs optimales.

Tableau 4-6 Coefficients de sensibilité de chaque épisode autour des valeurs calées par épisode (perturbation de 0.01)

ordre	codage	NS(%)	CS ( $\Delta x=0.01$ )			
			A	B	C	$S_0$
1	6601	95.9	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
2	6602	98.4	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
3	6906	95.9	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
4	6907	94.7	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
5	6908	95.5	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
6	6909	97.6	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
7	7011	99.1	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
8	7112	93.8	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
9	7216	98.1	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
10	7318	96.6	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
11	7319	97.3	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
12	7320	90.7	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
13	7422	98.9	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
14	7426	98.6	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
15	7527	97.5	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
16	7630	95.5	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
17	7734	98.5	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
18	7836	85.9	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
19	7837	98.2	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
20	7938	98.1	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
21	8040	96.8	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.15E-05
22	8041	98.6	0.48E-01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
23	8142	99.3	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
24	8343	95.9	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
25	8344	95.9	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
26	8345	97.0	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

Dans le tableau 4-7, on montre les valeurs de CS sous la perturbation 0.001 plus petite que la valeur limite ( $\Delta x=0.01$ ) utilisée dans la méthode d'optimisation. On y trouve que les valeurs de CS dans ce tableau sont positives pour un ou plusieurs paramètres pour tous les épisodes sauf pour les crues 6907, 6908, 7836 et 7837. Cela indique que, d'une part, la valeur limite  $\Delta x=0.01$  est généralement raisonnable pour optimiser les paramètres du modèle GR3, et d'autre part, on peut encore améliorer la simulation avec un petit changement de paramètre comme  $\Delta x=0.001$ , bien que les valeurs de NS soient assez élevées.

Tableau 4-7 Coefficients de sensibilité de chaque épisode autour des valeurs calées par épisode (perturbation de 0.001)

ordre	codage	NS(%)	CS ( $\Delta x=0.001$ )			
			A	B	C	S <sub>0</sub>
1	6601	95.9	0.43E-01	0.43E-01	0.00E+00	0.00E+00
2	6602	98.4	0.00E+00	0.00E+00	0.13E-01	0.00E+00
3	6906	95.9	0.54E-02	0.28E-02	0.00E+00	0.00E+00
4	6907	94.7	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
5	6908	95.5	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
6	6909	97.6	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
7	7011	99.1	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.16E-01
8	7112	93.8	0.00E+00	0.48E-02	0.14E-02	0.00E+00
9	7216	98.1	0.45E-02	0.00E+00	0.00E+00	0.53E-02
10	7318	96.6	0.57E-03	0.00E+00	0.27E-02	0.00E+00
11	7319	97.3	0.00E+00	0.00E+00	0.39E-01	0.00E+00
12	7320	90.7	0.00E+00	0.12E+00	0.91E-02	0.00E+00
13	7422	98.9	0.88E-02	0.12E-01	0.21E-01	0.00E+00
14	7426	98.6	0.27E-01	0.19E-01	0.29E+00	0.00E+00
15	7527	97.5	0.93E-02	0.00E+00	0.48E-02	0.00E+00
16	7630	95.5	0.00E+00	0.71E+00	0.00E+00	0.95E+00
17	7734	98.5	0.00E+00	0.00E+00	0.12E+00	0.00E+00
18	7836	85.9	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
19	7837	98.2	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
20	7938	98.1	0.00E+00	0.11E+00	0.00E+00	0.00E+00
21	8040	96.8	0.15E-04	0.00E+00	0.00E+00	0.15E-04
22	8041	98.6	0.65E-01	0.00E+00	0.12E-01	0.00E+00
23	8142	99.3	0.00E+00	0.00E+00	0.14E-02	0.22E-01
24	8343	95.9	0.00E+00	0.00E+00	0.14E-02	0.66E-01
25	8344	95.9	0.28E-01	0.39E-01	0.39E-01	0.00E+00
26	8345	97.0	0.14E-01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

Pour comparer les différents résultats pour les différentes perturbations autour des valeurs calées par épisode, on donne les moyennes et les écarts-types des valeurs de CS dans le tableau 4-8. On y constate que 1) les niveaux de quantité de ces coefficients de sensibilité sont plus petits relativement à ceux montrés dans le tableau 4-4; 2) entre différentes perturbations, les valeurs de CS pour le même paramètre sont assez différentes surtout entre  $\Delta x=0.1$  et  $\Delta x=0.01$  avec une chute pour 0.01; 3) selon les coefficients de sensibilité sous la perturbation  $\Delta x=0.001$ , on peut donner comme ordre de sensibilité croissante pour les quatre paramètres: B, C, S<sub>0</sub> et A.

Tableau 4-8 Moyennes et écarts-types des valeurs de CS (calage par épisode)

Paramètre	$\Delta x = 0.1$		$\Delta x = 0.01$		$\Delta x = 0.001$	
	moyenne	écart-type	moyenne	écart-type	moyenne	écart-type
A	0.15E-06	0.72E-06	0.18E-02	0.92E-02	0.79E-02	0.16E-01
B	0.17E-07	0.86E-07	0.00E+00	0.00E+00	0.41E-01	0.14E+00
C	-0.28E-05	0.81E-05	0.00E+00	0.00E+00	0.21E-01	0.59E-01
$S_0$	0.18E-06	0.92E-06	0.57E-07	0.29E-06	0.41E-01	0.18E+00

#### 4.2.4 Conclusion sur l'analyse de sensibilité des paramètres

On note le fait que différentes valeurs de coefficient de sensibilité peuvent être données dans une des conditions suivantes: différentes perturbations, différentes crues, différents valeurs calées. Cela démontre que la sensibilité des paramètres est une fonction de ces facteurs et que les conclusions à tirer d'une telle analyse sont relatives à ces conditions.

Il est intéressant de voir que pour une perturbation et une crue données, quel que soit le calage (global ou par épisode), les niveaux des sensibilités des paramètres sont assez proches. Rappelons que dans la méthode d'optimisation utilisée dans le modèle GR3, on a adopté des variations égales pour tous les paramètres lors de la recherche de l'optimisation après avoir pris les logarithmes des paramètres (cf. 3.3.2). Cette transformation est confirmée par l'analyse de sensibilité effectuée ici. Cela renforce la méthode d'optimisation utilisée pour le modèle GR3.

Un calage sur l'ensemble de crues n'arrive pas à l'optimum des paramètres pour chaque crue.

Un calage par épisode peut généralement converger vers l'optimum des paramètres pour chaque épisode. Cela démontre l'efficacité de la méthode d'optimisation utilisée pour le modèle GR3.

Dans ces deux calages, B joue un rôle plus sensible que les autres paramètres et  $S_0$  présente également de l'importance. Ce dernier fait indique que le problème issu de l'initialisation du modèle n'est pas un problème négligeable.

Il est naturel que les paramètres deviennent moins sensibles dès qu'ils arrivent à leur optimum, mais on note aussi que lorsque les paramètres sont

encore loin de leur optimum, les coefficients de sensibilité sont aussi faibles, par exemple, dans le tableau 4-5, toutes les valeurs de CS sont nulles pour les épisodes n°1 et n°22. ce fait montre que la condition que les sensibilités des paramètres deviennent faibles n'est qu'une condition nécessaire et non pas suffisante pour juger si ces paramètres sont arrivés à leur optimum.

On peut diminuer le critère d'arrêt de l'optimisation selon  $\Delta x$  en vue d'obtenir plus de précision pour la simulation. Cela peut être intéressant pour une tâche qui nécessite beaucoup de précision comme la prévision des crues en temps réel.

On note qu'une simulation sur l'ensemble des épisodes n'est pas très éloignée d'une bonne simulation pour chaque épisode selon les valeurs de NS issues de ces deux calages, et qu'autour des valeurs des paramètres provenant d'un calage global, les paramètres sont assez sensibles. Cela donne des possibilités d'améliorer les simulations de chaque épisode à partir d'un calage global. Ainsi, il est raisonnable de prendre les valeurs des paramètres issues d'un calage global comme valeurs de départ communes pour tous les épisodes de crue pour l'optimisation d'un épisode voire pour la prévision au cours de cet épisode.

### 4.3 STATIONNARITÉ COMPARÉE DES PARAMÈTRES

Il est intéressant d'étudier la consistance de chaque paramètre du modèle GR3, c'est à dire, la permanence des valeurs de ces paramètres entre les différentes crues. On vient de voir dans le chapitre 3 que les paramètres étaient assez variables d'une année à l'autre. Il est de la plus grande importance de voir si cette variation peut se produire au cours d'une année, entre crues successives. Nous allons entreprendre une étude assez systématique sur cet aspect fondamental. Cette étude a été entreprise sur l'approche par épisode de crue. Pour cela, on répartit les paramètres du modèle en deux groupes, les paramètres du premier groupe sont fixés pour l'ensemble des crues, ceux de l'autre groupe peuvent changer d'une crue à l'autre. On va représenter chacune de ces répartitions par la liste des paramètres en mettant en lettres majuscules ceux qui sont variables crue par crue. Ainsi la technique (ABc) correspondra à A et B ajustés crue par crue et à C fixe pour tous les épisodes.

En plus des trois paramètres, il intervient le quatrième paramètre  $S_0$ , taux de remplissage initial du réservoir S, qui résume l'histoire du bassin avant le début de l'épisode et qui est obligatoirement variable d'un épisode à l'autre.

$S_0$  affecte forcément le fonctionnement du modèle GR3 et perturbe dans une certaine mesure le calage des paramètres. En fixant  $S_0$  arbitrairement, les résultats de la simulation pour chaque crue deviennent très largement mauvais, avec par exemple, une grande disparité dans les valeurs. La prémisses évidente de notre étude est de rendre la simulation acceptable, sinon l'analyse se basant sur cette simulation manquerait son but. Lors du calage des paramètres, la valeur du critère associé à un jeu de paramètres correspondra à la valeur optimale de  $S_0$ .

Les paramètres variables d'une crue à l'autre doivent évidemment être optimisés avant de juger de la valeur d'un paramètre global. Les considérations qui précèdent montrent que l'optimisation se fera à trois niveaux. On optimise totalement 4 paramètres  $S_0$ , A, B et C à chaque crue. Afin d'éviter l'influence de  $S_0$  sur les 3 autres, on adopte une méthode en trois boucles pour les optimiser. Ces trois boucles, imbriquées l'une dans la suivante, sont:

boucle 1: on cale  $S_0$  crue par crue;

boucle 2: on cale les paramètres en lettre majuscule crue par crue et

boucle 3: on cale les paramètres globaux (en lettres minuscules).

On aurait pu ranger  $S_0$  dans la boucle 2, cependant on préfère l'isoler pour réduire son importance pendant l'optimisation. Il nous paraît que les résultats de simulation provenant de la méthode précédente sont plus fiables que si on avait recherché conjointement les valeurs optimales des paramètres du niveau 2 et de  $S_0$ .

### **4.3.1 Résultats des différents groupements des 3 paramètres**

Nous fixons  $\beta=5$  conformément au modèle GR3 horaire (cf. §3.5). Nous allons exposer les résultats obtenus par chaque type de regroupement et les commenter. Le tableau 4-9 montre pour chaque façon de procéder les valeurs moyennes des différents critères (cf. les équations 3-3, 3-4, 3-5 et 3-6) obtenus pour les 26 crues issues de l'échantillon-I du Réal Collobrier (cf..

§2.3). Le tableau 4-10 montre les valeurs calées globalement sur 26 épisodes de crue ou la moyenne des paramètres calés par épisode. Le tableau 4-11 donne des écarts-types des valeurs des paramètres calés par épisode.

Tableau 4-9 Les valeurs moyennes des critères

mode de calage	NS (%)	EB (%)	RD (%)	EP (%)	ED (pdt)
(abc)	80.1	-5.2	90.6	83.5	-0.5
(Abc)	85.0	-2.6	94.1	85.2	-0.9
(aBc)	90.1	-1.7	100.7	89.5	0*
(abC)	86.4	-5.6	101.7	87.2	-1.3
(ABc)	93.6	1.9	100.2*	92.8	-0.3
(AbC)	89.4	-3.2	99.6	89.3	-1
(aBC)	93.6	-2.6	101.6	92.4	-1.2
(ABC)	96.7*	0.1*	100.9	95.3*	-1

\* représente la meilleure valeur de la colonne

Tableau 4-10 Valeurs de paramètres optimaux (en logarithme)

mode de calage	A	B	C
(abc)	5.28	6.04	1.16
(Abc)	{7.92}	5.94	1.31
(aBc)	5.51	{5.25}	1.23
(abC)	5.08	5.73	{0.35}
(ABc)	{5.13}	{5.12}	1.25
(AbC)	{6.11}	5.27	{1.19}
(aBC)	5.29	{5.33}	{0.80}
(ABC)	{4.32}	{5.18}	{1.31}

{.} représente la valeur moyenne sur 26 épisodes

Tableau 4-11 Les écarts-types des paramètres

mode de calage	S <sub>A</sub>	S <sub>B</sub>	S <sub>C</sub>
(abc)			
(Abc)	5.30		
(aBc)		1.85	
(abC)			3.28
(ABc)	3.50	1.79	
(AbC)	3.36		0.93
(aBC)		1.19	3.02
(ABC)	2.11	1.32	0.92

Selon le tableau 4-9, la plus haute précision est fournie, comme on pouvait s'y attendre, par la simulation où les trois paramètres varient crue par crue. A l'opposé, le plus mauvais critère est obtenu pour la simulation avec trois paramètres fixés. On constate que les jeux (ABC), (aBC) et (ABc) de paramètres variables nous donnent les résultats les plus satisfaisants.

Selon le tableau 4-10, on a constaté que le paramètre B a presque la même moyenne pour les calages (aBc), (aBC) et (ABC). Par contre, la moyenne de A fait une grande chute de (Abc) à (AbC) et à (ABc), et aussi à (ABC). Comparativement, le paramètre C est assez peu variable en moyenne.

On s'attend que la possibilité d'ajuster les trois paramètres A, B et C pour chaque crue séparément donne des résultats sensiblement meilleurs, et que lorsqu'un paramètre varie selon la crue, cette variation soit modeste. En réalité, et c'est une surprise, les variations sont beaucoup plus élevées que prévues: en moyenne, le critère NS passe de 80.1% à 96.7% ce qui est considérable, et lorsque les paramètres sont autorisés à varier d'une crue à l'autre, les variations ont un écart-type allant de 0.92 pour lnC à 2.11 pour lnA, ce qui est énorme, car de telles variations correspondraient à des bassins très différents. Il est aussi intéressant de noter que lorsqu'on restreint le nombre de paramètres pouvant varier selon la crue, les variations de ces paramètres restés libres sont généralement nettement plus importantes que lorsque le nombre de paramètres libres était plus élevé ce qui montre une certaine dépendance entre les paramètres quant aux conséquences de leurs modifications et donc, peut-être une certaine redondance quand on reste dans la durée restreinte d'une seule crue.

L'examen des tableaux permet en outre trois remarques: 1) si l'on en juge par la valeur du critère, les calages (aBc), (aBC), (ABc) et (ABC) sont, dans l'ordre croissant les plus efficaces; 2) si l'on désire limiter les variations des paramètres, on peut accepter de laisser varier C épisode par épisode lorsque A lui-même varie et 3) chaque paramètre a son propre rôle et ne peut pas être remplacé par les autres.

### **4.3.2 Analyse des gains et des pertes pour différents groupements de paramètres variant crue par crue**

La section précédente a montré les résultats des calages avec différents groupements des paramètres variables crue par crue. Parmi eux, le calage par épisode et le calage sur l'ensemble des épisodes de crue ont été regardés comme deux cas extrêmes et les autres cas apparaissent comme des solutions intermédiaires. On a constaté dans le tableau 4-9 que plus nombreux sont les paramètres calés sur l'ensemble des crues, moins bons sont les résultats du

calage et qu'en revanche plus nombreux sont les paramètres calés par épisode, meilleurs sont les résultats. Ici, on étudie ce fait d'une façon plus approfondie.

On a proposé deux coefficients similaires au coefficient de sensibilité de l'équation 4-5 pour évaluer les différentes stratégies: le coefficient dit de gain et le coefficient dit de perte.

Le coefficient de gain est proposé relativement au calage global, et permet de mesurer le "gain" obtenu en passant du calage global au calage par épisode. Il est défini pour  $n$  épisodes de crue comme suit:

$$C_{gn} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{NS(i) - NSG(i)}{\sum_{j=1}^3 [|x(i,j) - xg(.,j)| / |xg(.,j)|]} \quad (4-7)$$

où  $NSG(i)$  est la valeur du critère NS, correspondant au  $i^e$  épisode de crue, issue d'un calage dans lequel tous les trois paramètres du modèle GR3 sont calés sur l'ensemble des épisodes de crue et  $[x(i,j), i=1, \dots, 26; j=1, 2, 3]$  sont les valeurs des paramètres du modèle issues de ce calage pour le  $i^e$  épisode de crue, et  $NS(i)$  est la valeur de NS, correspondant au  $i^e$  épisode de crue, issue d'un jeu de paramètres dans lequel un ou deux paramètres sur trois sont calés par épisode de crue et  $[xg(.,j), i=1, \dots, 26; j=1, 2, 3]$  sont les valeurs des paramètres du modèle issues de ce jeu de paramètres. Le dénominateur de l'équation 4-7 permet de diminuer les influences causées par les différentes unités des paramètres et mesure la somme des variations relatives des paramètres par rapport aux valeurs de ces paramètres calées sur l'ensemble des crues. Ce critère est donc une mesure moyenne sur la totalité des épisodes des gain en précision par chaque unité de variation relative des paramètres. Il existe une valeur de  $C_{gn}$  pour chaque combinaison de paramètres calés crue par crue.

Le coefficient de perte,  $C_{p1}$ , est proposé relativement au calage par épisode et permet de mesurer la perte de précision lorsque le degré de "liberté" (nombre de paramètres) est diminué. Ce coefficient ressemble à celui de l'équation 4-6. Dans l'équation 4-8,  $NSE(i)$  est la valeur de NS, correspondant au  $i^e$  épisode de crue, issue du calage dans lequel les trois paramètres du modèle sont calés par épisode et  $[xe(i,j), i=1, \dots, 26; j=1, 2, 3]$  sont les valeurs de

paramètres issues de ce calage, et  $NS(i)$  est la valeur de  $NS$ , correspondant au  $i^e$  épisode de crue, issue d'un jeu de paramètre dans lequel au moins un paramètre est calé globalement et  $[x(i,j), i=1,\dots,26; j=1,2,3]$  sont les valeurs de paramètres issues de ce jeu de paramètres.

$$C_{pt} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{NSE(i) - NS(i)}{\sum_{j=1}^3 [ |x_e(i,j) - x(i,j)| / |x_e(i,j)| ]} \quad (4-8)$$

$C_{pt}$  est relatif à un jeu de paramètres calés globalement parmi les différents paramètres du modèle.

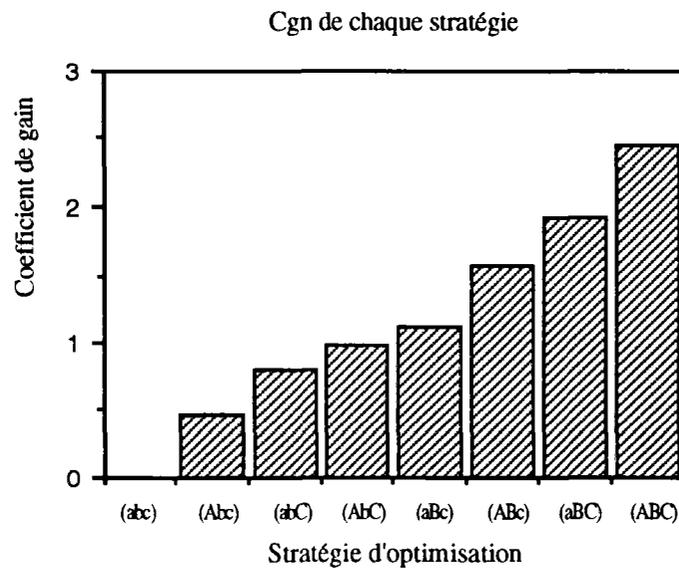
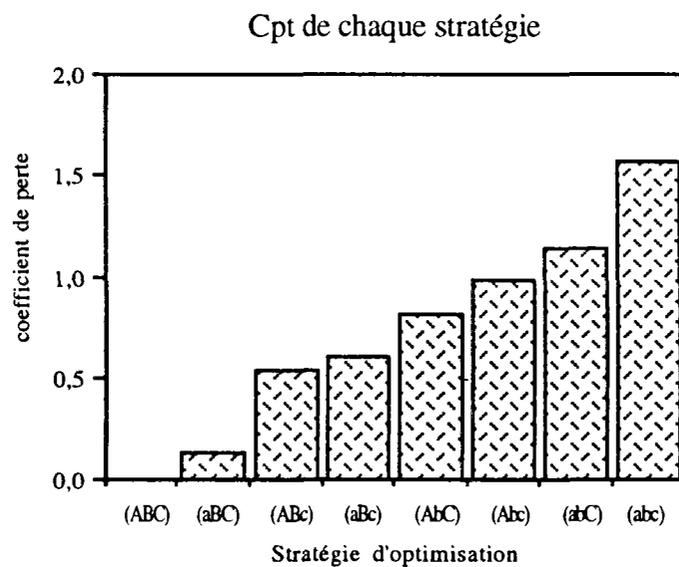
Le rapport entre  $C_{gn}$  et  $C_{pt}$  est pris noté  $T_{g/p}$ :

$$T_{g/p} = \frac{C_{gn}}{C_{pt}} \quad (4-9)$$

Ce rapport reflète d'une certaine manière l'intérêt de chaque combinaison. La combinaison possédant la plus grande valeur de  $T_{g/p}$  pourrait être considérée alors comme préférable.

Les figures 4-5 et 4-6 montrent les variations de  $C_{gn}$  et de  $C_{pt}$  selon les différentes stratégies d'optimisation, rangées par ordre croissant. On a nommé chaque groupement de paramètres de la façon décrite dans la section précédente.

Ces figures montrent deux résultats intéressants. Premièrement, il n'est pas tout à fait vrai qu'optimiser plus de paramètres par épisode soit meilleur que d'en optimiser moins car la valeur de  $C_{gn}$  du groupement (aBc) est plus grande que celle du groupement (AbC). Deuxièmement, les différentes stratégies ne sont pas classées dans le même ordre par  $C_{gn}$  et  $C_{pt}$ , c'est-à-dire que la stratégie possédant le plus de gain n'a peut-être pas le plus de perte. On peut prolonger cette analyse avec la figure 4-7.

Figure 4-5 C<sub>gn</sub> de chaque stratégie d'optimisationFigure 4-6 C<sub>pt</sub> pour chaque stratégie d'optimisation

La figure 4-7 montre les variations de  $T_{g/p}$  pour différentes stratégies d'optimisation. On peut constater que la combinaison (aBC) a la plus grande valeur de  $T_{g/p}$  et il est donc, en principe, recommandé parmi les stratégies à deux paramètres optimisés par épisode. Parmi les jeux comprenant un paramètre optimisé par épisode, le jeu (aBc) est à préférer. Ces choix montrent que le paramètre B est un facteur très important pour le modèle GR3.