
Analyse des tolérances

3.1 Introduction

Comme montré dans le chapitre précédent, les variations géométriques impactent le comportement cinématique de l'engrenage. De ce fait, il est nécessaire de limiter ces variations de garantir un niveau probable de performance, via un (ou plusieurs) domaine dans lequel toute variation y évoluant sera considérée comme valide. La détermination de ces bornes de validité s'inscrit dans un processus complexe - un grand nombre de variations, de connaissances et d'outils sont nécessaires pour analyser de façon optimale les tolérances.

Loin de vouloir faire un état de l'art exhaustif de ce qu'est le tolérancement (un travail conséquent est proposé par [Hong 2002] ou dans l'ouvrage du GRT), les prochains paragraphes ont pour objectif de situer certains de nos choix (techniques ou conceptuels) parmi la pléthore des solutions existantes.

Dans ce chapitre, nous nous focalisons sur le développement d'un outil d'analyse des tolérances des engrenages. L'analyse des tolérances consiste à analyser l'impact des variations admissibles des pièces sur les exigences et ainsi vérifier que les tolérances allouées sur chaque composant permettent d'avoir un produit vérifiant ses exigences et contraintes de conception.

Deux approches sont possibles: le tolérancement au pire des cas et le tolérancement statistique. Pour l'analyse des tolérances au pire des cas (analyse déterministe), l'analyse considère les plus mauvaises combinaisons possibles des différentes valeurs de tolérances, et évalue les jeux et les caractéristiques géométriques fonctionnelles afin d'assurer la montabilité, le respect des exigences géométriques et l'interchangeabilité de 100% des mécanismes (la probabilité que les exigences géométriques soient respectées est égale à 1). Cette condition de 100% a généralement tendance à réduire les intervalles de tolérances et donc à augmenter le coût de fabrication. L'analyse statistique est une approche plus pratique et économique d'analyser les tolérances, on accepte un petit pourcentage de non-conformité. Le tolérancement statistique suppose que la probabilité de trouver une configuration au pire des cas est faible. On peut alors augmenter les tolérances sur chaque pièce. Cependant, il existe un risque sur la fonctionnalité du mécanisme: la probabilité de cumuler des pièces en limite de tolérances aussi faible soit elle n'est pas nulle. Il est alors nécessaire de maîtriser ce risque: le taux de non conformité des conditions fonctionnelles doit être évalué.

Nombreux travaux ont été réalisés sur l'analyse des tolérances d'assemblage mécanique.

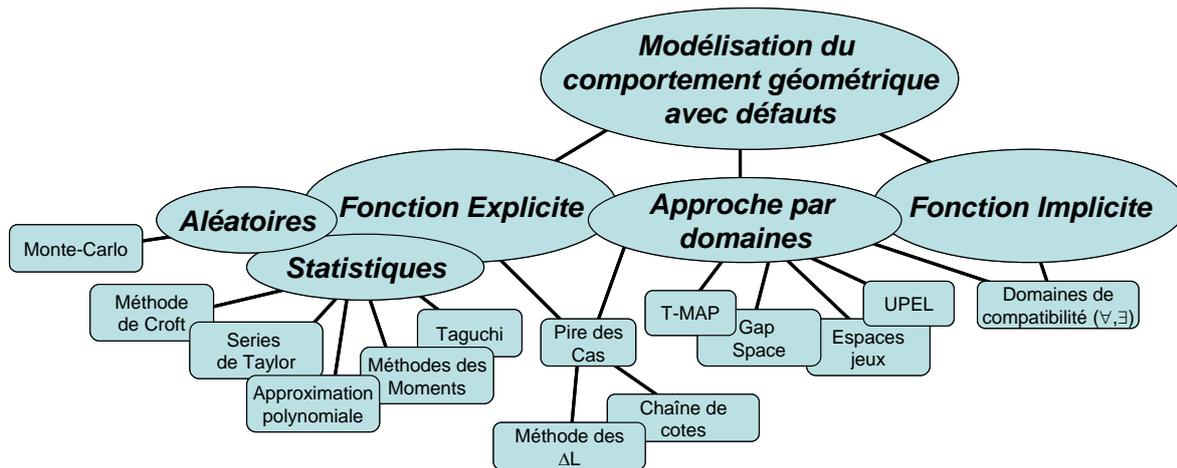


Figure 3-1-Les différentes approches pour l'analyse des tolérances [Etienne 2007]

Dans la plupart des approches citées dans la **Figure 3-1**, la formulation mathématique de l'analyse de tolérance est basée sur:

- Une modélisation de la géométrie de substitution (la géométrie de substitution est une représentation de la géométrie réelle, elle est mathématiquement descriptible. Les écarts géométriques et les jeux caractérisent les variations géométriques entre le modèle nominal et cette géométrie de substitution) permettant une paramétrisation des variations géométriques et ainsi la définition d'un espace de description
- Une modélisation du comportement du mécanisme (le comportement géométrique et cinématique n'est pas modélisable via une fonction explicite ou implicite, il est calculable par simulation numérique) définissant des relations dans l'espace de description
- Une représentation mathématique des spécifications géométriques dans l'espace de description,
- Une approche déterministe ou probabiliste pour l'analyse à proprement dit.

Pour l'analyse des tolérances des engrenages, nous avons proposé dans le chapitre précédent plusieurs modélisations possibles du comportement et plusieurs modélisations de la géométrie de substitution permettant l'analyse de l'influence de certaines variations sur l'erreur de transmission. Dans ce chapitre, nous nous focalisons sur les aspects : représentation mathématique des tolérances et approche déterministe ou probabiliste pour l'analyse.

3.2 Modèles de spécification géométrique des produits

Afin d'exprimer des limites sur la géométrie des pièces réelles (la peau de la pièce qui constitue l'interface entre la matière de la pièce et son environnement), plusieurs modèles de spécification géométrique existent. Au niveau des normes internationales, les dernières avancées (suite à la mise en place du « schéma directeur »-matrice GPS ISO TR 14638) fait apparaître deux types de tolérancement :

- le tolérancement graphique qui se trouve inscrit sur les dessins techniques
- le tolérancement formel qui consiste en une écriture déclaratrice des spécifications à partir du langage GeoSpelling. Ayant été établi à partir de concepts, il est robuste, précis et unique.

En considérant que le tolérancement formel est complet, nous pouvons considérer que tous les modèles de spécification géométrique de la littérature peuvent être décrits comme étant une condition sur une caractéristique.

Fabien SCHNEIDER dans son cours assimile le tolérancement formel au tolérancement des caractéristiques. Nous pouvons distinguer plusieurs types de modèle de spécification :

- spécification dimensionnelle.
- spécification par zone.
- spécification vectorielle ou paramétrique.
- statistique.

Cette classification n'est pas exhaustive, elle s'appuie sur la classification trouvée dans la littérature.

3.2.1 Spécifications dimensionnelles

Une spécification dimensionnelle est une condition sur des dimensions locales exprimant une grandeur linéaire ou angulaire définie entre éléments géométriques. Par exemple, une côte linéaire et sa tolérance ne limitent que l'aspect dimensionnel d'un élément. Dans l'exemple de la figure, chaque bipoint (taille) soit sa dimension limitée par la valeur 30,1 mm en maximum et la valeur 29,9 mm en minimum. Le défaut de forme de l'élément, ici deux plans, n'est pas limité.

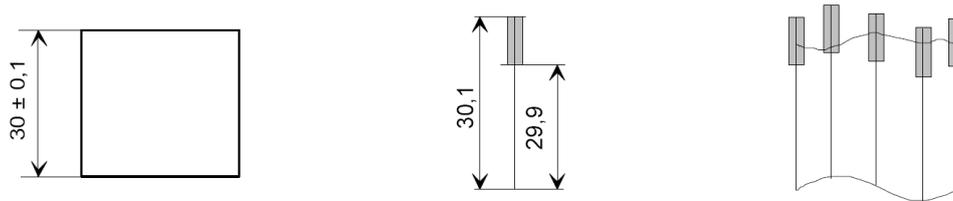


Figure 3-2-Spécification dimensionnelle entre deux plans.

Les normes définissent deux dimensions linéaires locales, aussi appelées tailles locales :

- Taille locale d'un cylindre extrait (diamètre local) : Distance entre deux points opposés de l'élément, tels que la ligne joignant les points passe par le centre du cercle associé et les sections sont perpendiculaires à l'axe du cylindre associé obtenu à partir de la surface extraite.

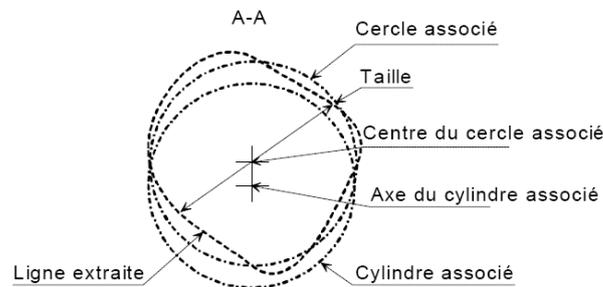


Figure 3-3-Ligne médiane d'un cylindre ISO 14660-2

- Taille locale de deux surfaces parallèles extraites : Distance entre deux points appartenant aux surfaces opposées extraites, tels que les lignes joignant les paires de points sont perpendiculaires au plan médian associé.

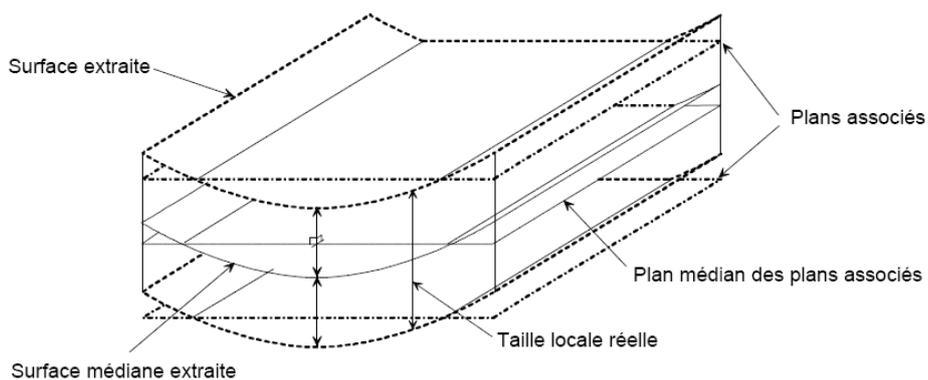


Figure 3-4-Surface médiane extraite d'un couple de plans ISO 14660-2

3.2.2 Spécifications par zones

Une spécification par zone de tolérance est une condition sur un ou plusieurs éléments géométriques – condition d'appartenir à une zone de tolérance. La zone de tolérance est un volume ou une surface délimité par des éléments surfaciques ou linéiques idéaux. Elle peut être totalement libre en position par rapport à la pièce réelle, dans ce cas l'élément auquel s'adresse la tolérance est contraint uniquement sur ses caractéristiques propres (intrinsèques) ; ou elle peut être positionnée par rapport à des éléments réels de la pièce, dans ce cas la notion de référence intervient. La norme ISO 1101 définit les zones de tolérance de toutes les tolérances géométriques. Dans la littérature, plusieurs travaux s'intéressent aux modèles de spécification par zone. Les modèles de spécification par zones ou modèle basé sur les volumes enveloppes ont été proposés par A.A.G. Requicha [Requicha 83]. Il est le premier à fournir un formalisme pour définir une sémantique du modèle de spécification par zone. Il propose un modèle de représentation des tolérances basé sur l'utilisation des surfaces offset. La zone de tolérance est représentée par un décalage du profil ou de la surface autour de sa position nominale. Requicha introduit alors la notion de classe variationnelle qui est représentée par une famille de modèles géométriques ayant la même fonction et des géométries similaires. La zone de tolérance est obtenue à l'aide d'une somme de Minkowski. Cette approche a été complétée par Srinivasan [Srinivasan 1993]. Il propose de remplacer l'opérateur de décalage des surfaces offset par celui de balayage. De manière simple, la zone de tolérance est obtenue en faisant balayer la surface, le profil ou le point d'un modèle nominal d'une pièce par une sphère (*Figure 3-5*) :

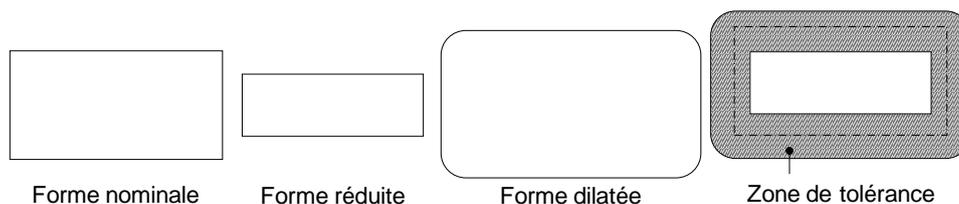


Figure 3-5 – Exemple de classe variationnelle (tiré de [Ballot 1995])

La *Figure 3-5* montre l'exemple d'un modèle de spécification par zone issue des normes

Une spécification par zone de tolérance n'est pas l'expression directe d'une condition sur une caractéristique, par contre la sémantique de celle-ci peut être exprimée comme une condition sur une caractéristique. Afin de l'illustrer, nous reprenons l'exemple détaillé par Ballu, Mathieu et Dantan, qui est une spécification géométrique de perpendicularité (*Figure 3-6*) :

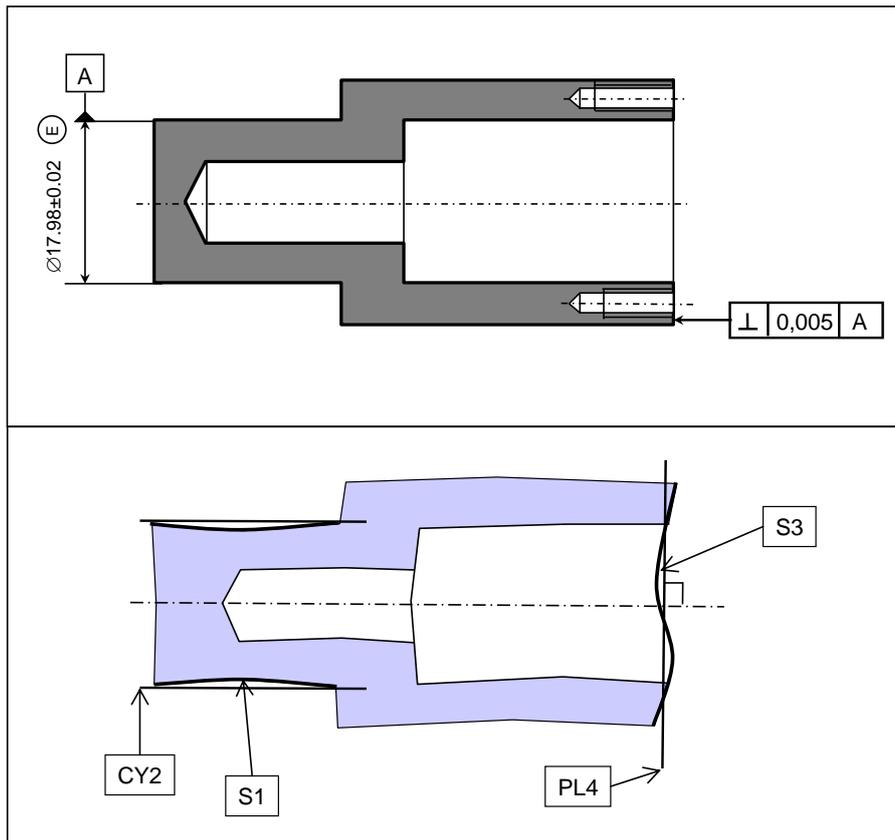


Figure 3-6-Exemple d'une spécification géométrique de perpendicularité

La première partie de l'expression de cette spécification en langage GeoSpelling concerne la définition de la référence :

- PARTITION, à partir du SKIN modèle, d'une surface nominale cylindrique (S1).
- ASSOCIATION, à partir de la surface (S1), d'un cylindre (CY2), avec :
 - contraintes : le cylindre (CY2) est extérieur matière par rapport à (S1)
 - objectif : minimiser le diamètre du cylindre (CY2)

La seconde partie de l'expression concerne l'élément tolérancé et corrigé [MAT05b] :

- PARTITION, à partir du SKIN modèle, d'une surface nominale plane (S3).
- ASSOCIATION, à partir de la surface (S3), d'un plan (PL4), avec :
 - contraintes : le plan (PL4) est orthogonal à l'axe du cylindre (CY2)
 - objectif : minimiser la plus grande des distances des points de (S3) au plan (PL4)

La caractéristique est une caractéristique entre un élément non-idéal et un élément idéal (élément corrigé) :

- EVALUATION de la caractéristique suivante : deux fois la plus grande distance des points de (S3) au plan (PL4).

La dernière partie de l'expression est la condition :

La valeur de la caractéristique doit être inférieure ou égale à la valeur de la tolérance.

3.2.3 Modèle de spécification paramétrique ou vectorielle

Une spécification paramétrique ou vectorielle est une condition sur une caractéristique géométrique. La description de la géométrie de la pièce par des caractéristiques peut être paramétrique ou vectorielle.

Le principe du tolérancement vectoriel est basé sur le concept de la surface de substitution qui est l'image de la surface non idéale mathématiquement descriptible via un ensemble de paramètres – décomposition des écarts en écarts de type élémentaire (position, orientation, taille, forme). Une spécification est une ou plusieurs conditions limitant ces paramètres. A. WIRTZ a mis en avant un modèle vectoriel qui définit pour un élément géométrique de substitution associé selon le critère des moindres carrés quatre vecteurs représentant la position par rapport à un repère unique, l'orientation, la dimension et la forme [Wirtz, 1991]. La variation de la géométrie est exprimée par la variation des composantes de ces quatre vecteurs. Cette approche a été étendue aux spécifications géométriques normalisées par D. GAUNET [Gaunet, 1993].

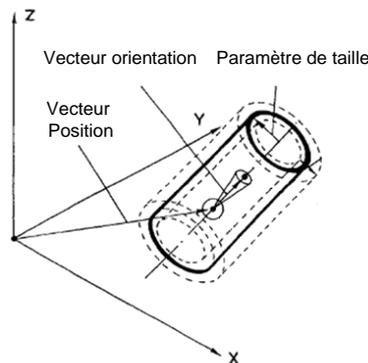


Figure 3-7 – Le modèle de spécification paramétrique par A. Wirtz [Wirtz 1991]

3.2.4 Modèle de spécification statistique

Une spécification statistique est une condition sur une caractéristique statistique d'une ou plusieurs caractéristiques géométriques. Ce type de modèle est issu des pratiques de la maîtrise de la qualité des produits mécaniques. Les entreprises manufacturières ont adopté un dispositif de validation de production par des indicateurs d'aptitude (C_{pp}, C_{pk}...) [NF X 06-033], [Pillet 99], [Pillet 02]. Ces indicateurs permettent de maîtriser la production en vue d'obtenir une proportion

importante de pièces conformes. Pillet propose le tolérancement inertiel [Pillet 2005] qui consiste à limiter l'inertie statistique des écarts, qui est proportionnelle à la fonction perte de Taguchi :

$$I = \delta^2 + \sigma^2 \quad (3.1)$$

δ représente l'écart de la caractéristique par rapport à la valeur cible et σ^2 est la variance de la caractéristique.

3.2.5 Modèles de spécification dans le cas des engrenages.

Le cas des normes :

Les spécifications et les caractéristiques spécifiées proposées par les normes [ANSI/AGMA 2009-B1], [AGMA 390.03a], [ISO/TR 10064-1], [ISO 1328-1] sont nombreuses [Henriot 1983]. Il est possible de donner une vue synthétique des caractéristiques spécifiées données par les normes (cf. Tableau 1-1 chapitre 1). D'une manière générale, les normes ne proposent pas d'expression formelle de la sémantique de chaque spécification, mais elles fournissent des informations concernant les écarts spécifiés : des définitions textuelles, des illustrations graphiques et des stratégies de mesures. Les normes concernant les engrenages proposent deux types de spécification : la spécification des écarts géométriques des pièces et la spécification des écarts liés à la cinématique de l'engrenage.

Le premier type de spécification vise à limiter les écarts géométriques des engrenages. Ces écarts peuvent être classés principalement en deux catégories :

- Les écarts de forme qui sont composés des écarts de profil (écart total, de forme et d'inclinaison de profil) et des écarts d'hélice (écart total, de forme et d'inclinaison d'hélice). Par exemple, la norme définit l'écart total de profil F_α comme *la distance entre deux tracés du profil de référence qui encadrent le tracé de profil effectif dans la longueur d'évaluation L_α (partie de la longueur utilisable sur laquelle les tolérances de la classe de précision doivent s'appliquer)* [ISO 1328-1] (Figure 3-8).

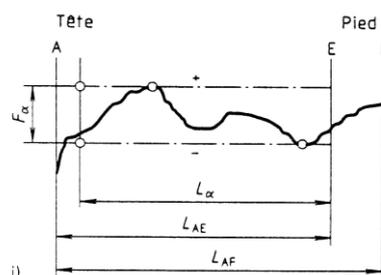


Figure 3-8- Spécification de l'écart total de profil [ISO 1328-1].

Cette spécification de l'écart total de profil s'apparente à la spécification par zone.

Le second type de spécification concerne les écarts entre différents éléments géométriques.

Globalement la norme propose deux types d'écarts :

- Les écarts de situations entre la denture de l'engrenage et l'axe de son alésage ou de son arbre. Par exemple dans le cas des engrenages coniques, la norme spécifie deux types de ces écarts dénommés par le terme *Runout*: le runout radial ou *wobble* (débattement) existe lorsque l'axe de rotation du pignon (alésage ou arbre) n'est pas parallèle à l'axe de la denture (l'ensemble des dents de l'engrenage). Cet écart est mesuré généralement dans une direction parallèle à l'axe de rotation de l'engrenage. Le second type de runout est le runout axial qui est défini par toutes les causes de variations des distances entre les axes de rotation et de la denture, prises dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation de la denture (*Figure 3-9*).

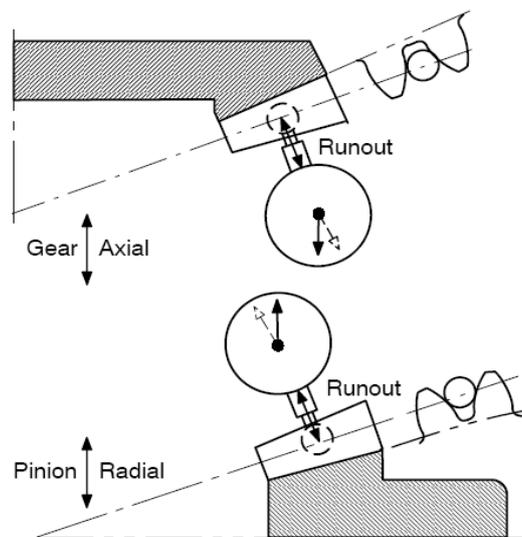


Figure 3-9-Contrôle des Runout selon [ANSI/AGMA 2009-B1]

Les runouts sont estimés par l'intermédiaire des variations d'un comparateur dont la direction de palpage est perpendiculaire à une génératrice du cône primitif.

- Les écarts de situation entre dents-erreurs de pas. Les normes différencient plusieurs types d'erreurs de pas : les erreurs individuelles et cumulées de pas. Par exemple, *une erreur individuelle de pas f_p est la différence algébrique entre la valeur effective d'un pas et la valeur correspondante théorique. Elle est définie sur un cercle concentrique à*

l'axe de la roue situé sensiblement à mi hauteur de dent [ISO 1328-1]. Le moyen de contrôle de l'erreur de pas est explicité *Figure 3-10*.

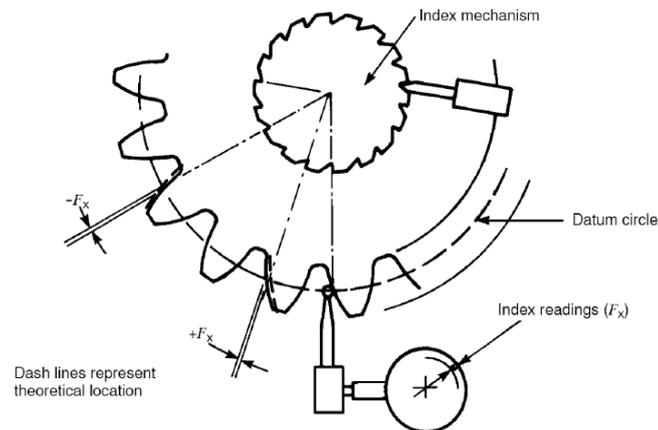


Figure 3-10- Moyen de contrôle de l'erreur de pas [ANSI/AGMA 2009-B1]

Le pignon à contrôler est monté sur un système indexé sur le pas angulaire nominal. Sa précision doit être très petite devant les défauts de la pièce à contrôler. Un comparateur dont la tête est située sur un cercle de mesure situé « sensiblement à hauteur de la dent » vient toucher la pièce. Les déviations lues donnent une estimation de l'erreur de pas individuelle f_p .

La spécification des écarts liés à la cinématique de l'engrenage permet une évaluation plus fonctionnelle de l'engrenage. Les normes proposent de limiter deux types d'écarts cinématiques : les écarts composés radiaux et les écarts composés tangentiels. Le niveau de bruit généré par un engrenage en fonctionnement et sa tenue en service dépendent principalement des écarts composés tangentiels dont les principaux sont l'écart total composé tangentiel F_i' et l'écart de saut de dent tangentiel f_i' . La norme ISO 1328-1 [ISO 1328-1] en donne les définitions suivantes :

- *L'écart total composé tangentiel F_i' est la différence maximale entre les déplacements circonférentiels effectifs et théoriques mesurés sur le cercle de référence de la roue contrôlée, lorsque celle-ci engrène au cours d'un tour complet. (Note : avec une roue étalon durant le contrôle, le contact se produit sur une seule famille de flancs conjugués.*
- *L'écart de saut de dent tangentiel f_i' est la valeur de l'écart composé tangentiel pour une rotation de un pas.*

Les normes distinguent trois types de configuration d'essai d'engrènement :

- La roue à contrôler engrène avec une roue étalon : dans ce cas un seul tour de la roue à contrôler est nécessaire puis le contact se produit sur une seule famille de flancs conjugués. La roue étalon doit être 4 classes de qualité en dessous de la roue à contrôler afin que son influence sur l'erreur d'engrènement soit la plus faible possible.
- La roue à contrôler engrène avec la roue conjuguée de l'engrenage : dans ce cas il est nécessaire d'effectuer un nombre de tour de la roue à contrôler égal au nombre de dents de la roue conjuguée divisé par le plus grand facteur commun des deux nombres de dents des engrenages. La norme [ISO 1328-1] ne traite pas ce cas.
- Un train d'engrenages avec plus de deux roues en contact : la norme [ISO 1328-1] ne traite pas ce cas.

L'estimation des écarts cinématique tangentiels au sens de la norme s'effectuent avec une roue étalon afin d'obtenir l'impact des défauts de la roue à contrôler uniquement sur l'erreur de transmission. De plus les défauts de montage (situation des axes de la machine à essais d'engrènement) sont eux aussi très faibles devant les défauts de la roue à contrôler. En service, la configuration est bien entendu différente. L'engrenage est constitué de deux roues « réelles », généralement de qualité au sens ISO sensiblement équivalente. Lors d'un fonctionnement sous charge, les déformations des organes de montage (axes, roulement,..) et du carter généreront des écarts de montage et des irrégularités dans la cinématique de l'engrenage.

Pratiques industrielles :

Nous pouvons noter d'autres approches que celle proposées par les normes. Le tolérancement par zone est pratiqué dans l'industrie (pompe à engrenages, engrenages non conventionnels, ...) (Figure 3-11-Spécification géométrique portant sur la denture d'un engrenage conique).

Cyrille BAUDOIN [Baudouin 2008] et Tylo PFEIFER [Pfeifer 2001] ont proposé, dans le même temps, une décomposition vectorielle similaire afin d'étudier les écarts de topographie des flancs de pignons pour la métrologie des engrenages.

Dans les normes des engrenages et la littérature, les spécifications sont très nombreuses et de natures différentes (dimensionnelles, par zone et vectorielle), et la définition de celles-ci est essentiellement pilotée par les moyens de métrologie pour des engrenages cylindriques.

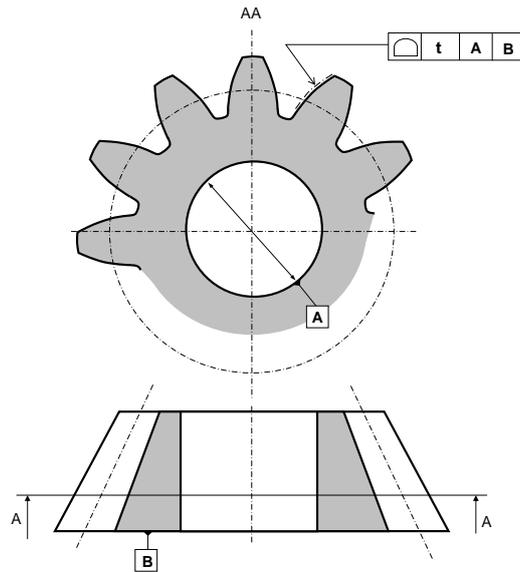


Figure 3-11-Spécification géométrique portant sur la denture d'un engrenage conique

L'analyse des tolérances a pour objectif d'évaluer l'impact des tolérances géométriques d'un produit sur les exigences fonctionnelles. Une évaluation quantitative de cet impact n'est possible que si les tolérances sont représentables mathématiquement dans l'espace de description du modèle de comportement. Que le modèle de spécification soit dimensionnel, paramétrique ou par zone, il est nécessaire de se ramener à une représentation paramétrique de la géométrie de substitution. La section suivante expose différents outils mathématiques pour la représentation des spécifications.

3.3 Les modèles de représentations des spécifications

Les travaux de recherche menés actuellement portant sur les outils d'analyse des tolérances, en prenant comme base les spécifications normalisées par l'ISO ou autres s'appuient sur une approche variationnelle où la géométrie réelle des pièces est appréhendée par une variation de la géométrie nominale. Dans cette approche, la géométrie réelle est modélisée par un ensemble d'éléments géométriques idéaux (surfaces ou éléments géométriques de substitution). L'ensemble des écarts décrit les variations des éléments de la géométrie de substitution, par rapport à la géométrie nominale. Cette modélisation permet une description mathématique des variations géométriques. Nous trouvons plusieurs modes de représentation des variations géométriques, notamment par :

- vecteurs [Bourdet, 73], [Gossard et al, 88], [Wu et al ,88],
- torseurs de petits déplacements [Gaunet, 94], [Ballot, 95], [Bourdet et al, 95] ,
- matrices [Turner, 90b], [Sodhi et Turner, 94b], [Sodhi, 95].

- ...

A partir de cette modélisation des variations de la géométrie de substitution par des écarts, la représentation mathématique des spécifications géométriques dans l'espace des écarts est un ensemble de contraintes limitant ces écarts.

Les représentations mathématiques proposées dans la littérature peuvent être distinguées suivant différents critères :

- La nature de l'élément de substitution
- L'outil mathématique de représentations des variations
- L'outil mathématique de représentations des spécifications
- ...

Ainsi, nous proposons la classification suivante :

Modèle de représentation des spécifications	1D / 3D	Nature de l'élément de substitution	Outil mathématique de représentation des variations	Outil mathématique de représentation des spécifications
Modèle unidirectionnel	1D	Point	Vecteur	Vecteur Mini ou Maxi
Delta L [Bourdet]	1D	Point	Intervalle	Intervalle
Modèle vectoriel [Chase]	3D	Point	Vecteur	Vecteur Mini ou Maxi
Modèle vectoriel [Wirtz]	3D	Surface associée de même nature que la surface nominale	Vecteurs	Intervalles
Modèle torsorien [Ballot, Giordano, Teissandier]	3D	Surface associée de même nature que la surface nominale	Torseur	Domaine
Modèle matriciel [Shah, Davidson]	3D	Surface associée de même nature que la surface nominale	Matrice homogène linéarisée	Domaine
Modèle SATT [Clément]	3D	EGRM associé	Longueurs et angles	Intervalles
Modèle cinématique [Rivest, Bennis]	3D	Surface associée de même nature que la surface nominale	Chaîne cinématique	Intervalles
Modèle Jacobien et torsorien [Desrocher, Laperriere]	3D	Surface associée de même nature que la surface nominale	Matrice Jacobienne et torseur	Intervalles
Modèle Pire des cas [Joskowicz, Sacks]	2D et 3D	Surface associée de même nature que la surface nominale	aucun	Modèle géométrique 2D ou 3D des pièces à leur état au maximum ou au minimum de matière

Les deux premières approches reposent sur une modélisation 1D : Une direction est définie par une droite de projection selon laquelle chaque surface, ligne ou point est représentée par un point, il s'agit de l'élément de substitution. Les défauts géométriques entre deux points de substitution sont modélisés soit par un vecteur (cas des chaînes de cotes 1D) ou deux intervalles (cas des Delta L).

Une grande partie des approches 3D reposent sur une géométrie de substitution ne tenant pas compte des défauts de forme et sur une modélisation des défauts relatifs d'orientation et de position par torseur et/ou matrice ou chaîne cinématique. La représentation des spécifications est soit réalisée via des intervalles en considérant indépendamment chaque variation, soit réalisée via un domaine en considérant l'ensemble des variations.

En synthèse, nous pouvons remarquer que la plupart des modèles de représentations des spécifications ne permettent pas de modéliser les défauts de forme et donc de représenter les spécifications géométriques de forme. Par rapport à la problématique de l'analyse des tolérances des engrenages nécessitant la modélisation des défauts de forme et aux modélisations des surfaces de substitution proposées dans le chapitre précédent support de l'analyse de l'engrènement, il est nécessaire d'enrichir les modèles de représentation des spécifications existants.

3.4 La représentation mathématiques des spécifications dans le cas des engrenages

Dans cette section, nous proposons une représentation mathématique des spécifications des engrenages.

Modélisation de la géométrie de substitution :

Les engrenages sont caractérisés par leurs éléments de base et la nature des profils des dents. Ces profils sont définis sur une portion et forment les surfaces actives qui permettent la transmission du mouvement. Les écarts de position et d'orientation de ces surfaces par rapport à leur situation nominale, et les défauts de forme impactent la qualité de l'engrènement. Le modèle de substitution, support de l'analyse de l'engrènement, est l'ensemble des surfaces actives des engrenages (denture). La géométrie réelle est alors modélisée par un ensemble de surfaces non idéales, intégrant les écarts de situation et de forme.

Chaque surface du modèle de substitution est mathématiquement décrite par un vecteur dont les composantes sont des équations polynomiales obtenues par approximation du modèle nominal et des défauts.

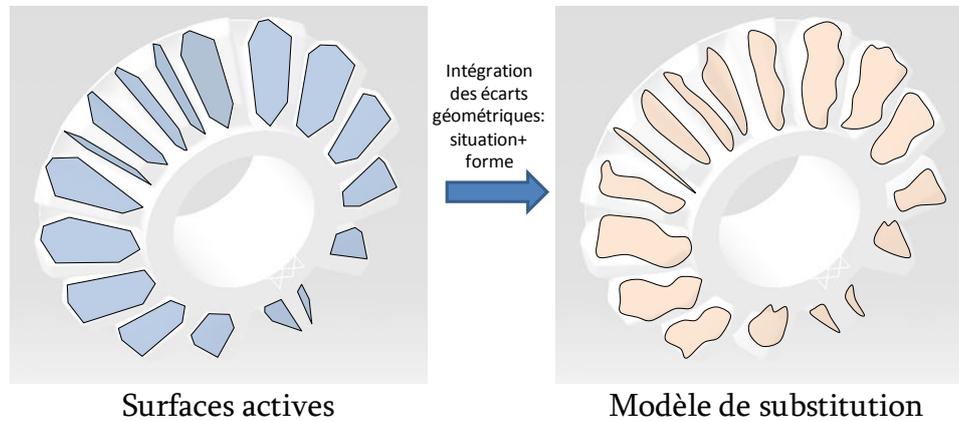


Figure 3-12-Modèle de substitution retenu pour l'analyse des tolérances

Modélisation des écarts géométriques :

Comme il a été mentionné précédemment, les écarts géométriques sont classés en deux catégories :

- les écarts de situations entre éléments géométriques et défauts de montage,
- les écarts de formes des éléments géométriques.

Un outil mathématique de représentation des variations est utilisé pour chacun de ces défauts.

Outil mathématique de représentation des écarts géométriques de situation entre éléments géométriques et défauts de montage:

Dans ses travaux de thèse [Bruyère 2006], J. Bruyère propose de modéliser les défauts d'orientation et de position entre éléments géométriques, et les défauts d'assemblage par des matrices homogènes de changement de repère : ces défauts vont provoquer des écarts de situation entre différents repères. Cette modélisation vectorielle permet de simuler :

- Les erreurs de pas,
- Les écarts de situation entre l'axe de l'élément de guidage du pignon et la denture,
- Les écarts de situation entre l'axe de l'élément de guidage et le bâti,
- Les écarts de situation entre les axes de rotation des corps.

La **Figure 3-13** schématise les différents repères introduits pour la modélisation vectorielle des écarts de situation entre éléments géométriques, et défauts de montage.

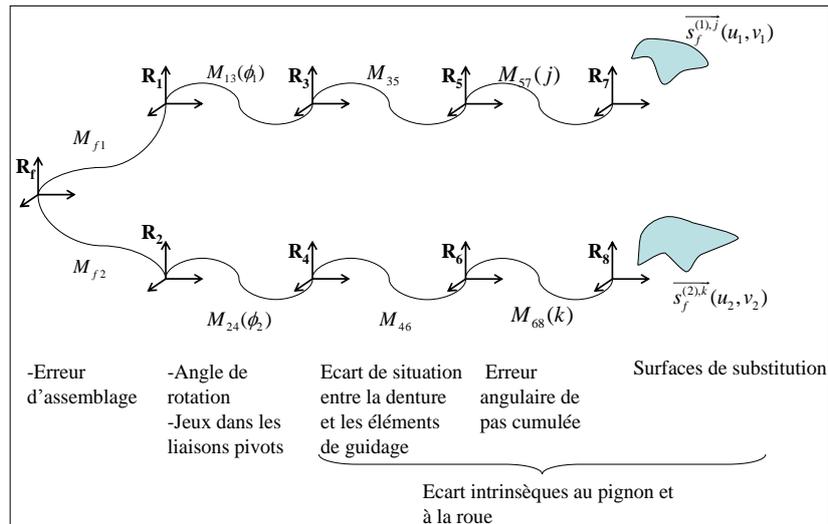


Figure 3-13- Modèle vectoriel de représentation des écarts de situation entre éléments géométrique [Bruyère 2006]

Le tableau suivant précise les éléments géométriques auxquels sont rigidement liés les différents repères :

Repère		Éléments géométriques liés
Pignon	Roue	
R ₇	R ₈	Une des surfaces actives de substitution
R ₅	R ₆	Première surface active de substitution (choix arbitraire)
R ₃	R ₄	Surface fonctionnelle réalisant la liaison pivot avec le bâti
R ₁	R ₂	Bâti
Commun		
R _f		Bâti

Tableau 3-1-Repères et éléments géométriques liés [Bruyère 2006]

Les écarts géométriques de situation entre éléments géométriques, et défauts de montage sont introduits par des matrices de changement de repères. Le tableau suivant synthétise les différents écarts introduits lors des différents changements de repères.

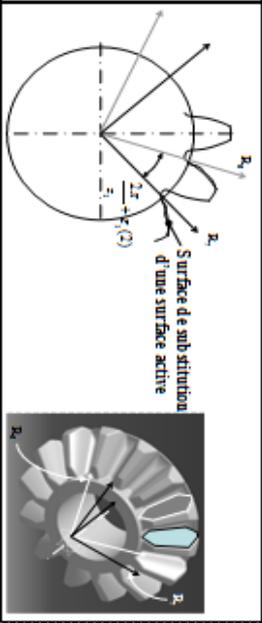
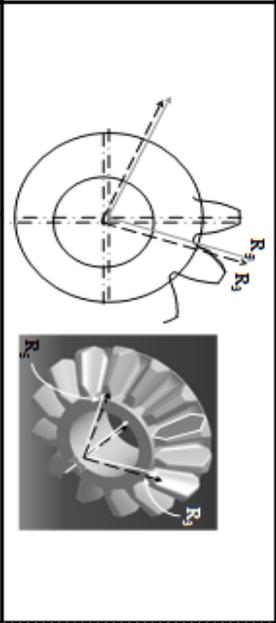
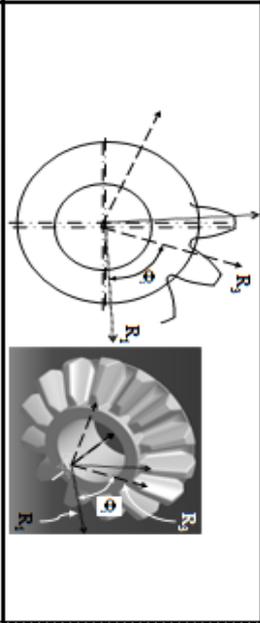
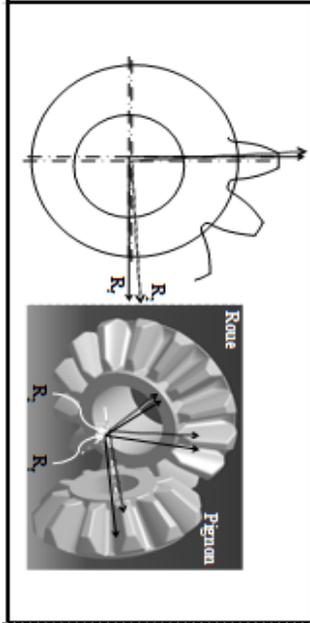
Ecart introduits	Changement de repère associé	Matrice associée	Illustration	Remarque
erreur de pas cumulée	R_7 vers R_5 et R_8 vers R_6	m57(m) et m68(m)		Une matrice pour chaque surface active de substitution
écarts de situation entre l'axe de l'élément de guidage et la denture	R_5 vers R_3 et R_6 vers R_4	m35 et m46		3 écarts linéaires et 3 écarts angulaires introduits
écarts de situation entre l'axe de l'élément de guidage et le bâti+angle de rotation	R_3 vers R_1 et R_4 vers R_2	m13(Φ_1) et m24(Φ_2)		3 écarts linéaires et 3 écarts angulaires introduits+ angles de rotation
écarts de situation entre les axes de rotation des corps	R_2 vers R_1	m2f		3 écarts linéaires et 3 écarts angulaires introduits, $R_2=R_1$

Tableau 3-2-Modélisation vectorielle des écarts géométriques [Bruyère 2006]

Outil mathématique de représentation des défauts de forme :

Le modèle de représentation des défauts de forme doit permettre de transcrire analytiquement les variations de forme d'un élément géométrique à l'intérieur d'une zone de tolérance. Les formes générées doivent être les plus quelconques possibles. Nous proposons alors la démarche suivante :

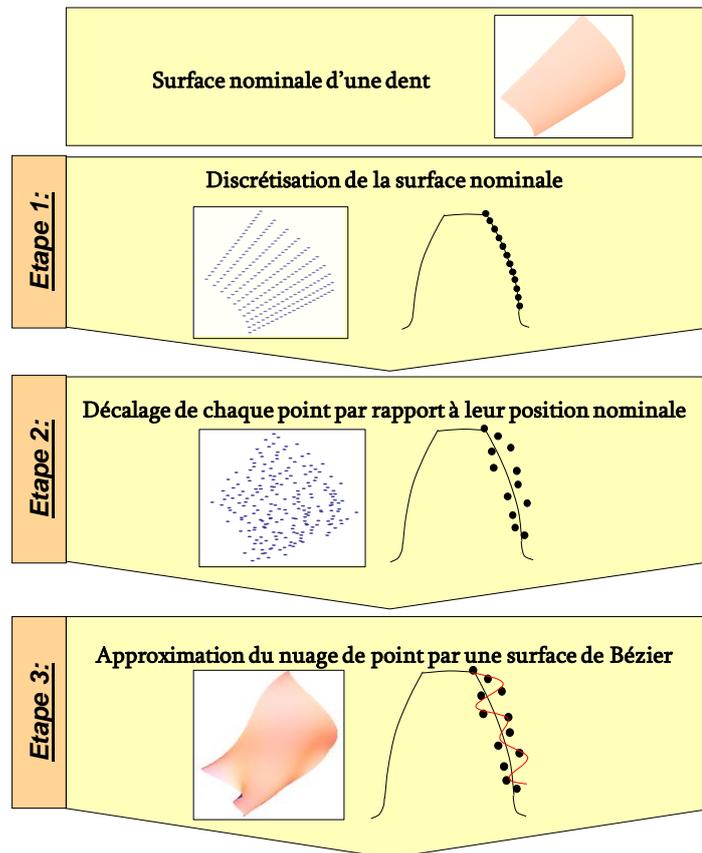


Figure 3-14-Démarche proposée pour le modèle de représentation des défauts de forme.

- En premier lieu, chaque surface nominale des dents est discrétisée
- Les défauts de forme sont ensuite introduits, en décalant chaque point suivant la normale à la surface nominale passant par le point avant transformation.
- A l'étape 3, le nuage de points ainsi obtenu est approximé par une surface de Bézier

Modélisation des spécifications via des contraintes sur les écarts :

Le modèle de substitution ainsi défini permet la simulation des variations des écarts géométriques. Les spécifications sont alors modélisées par des contraintes sur ces écarts :

- Outil mathématique de représentation des spécifications pour les écarts de situation :

Les écarts de situation correspondent aux paramètres intervenant explicitement dans les coefficients des matrices de changements de repère homogène. Une spécification est modélisée par un intervalle porté sur chacun des paramètres représentant les écarts de situation ou un ensemble de contraintes portées sur les paramètres représentant les écarts de situation.

- Outil mathématique de représentation des spécifications pour les défauts de formes :
Une spécification de forme est modélisée via une zone tolérance à l'intérieur de laquelle la surface y est contrainte. Nous proposons de modéliser la zone de tolérance par le volume dont les limites correspondent au décalage supérieur et inférieur de la surface nominale.

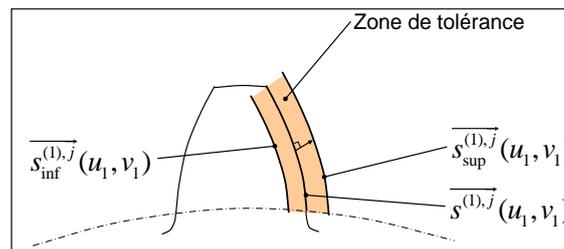


Figure 3-15- Zone de tolérance de forme spécifiée sur une surface active

Les limites supérieures et inférieures de la zone de tolérance sont données par :

$$\begin{aligned} \overline{s_{\text{sup}}^{(1),j}}(u_1, v_1) &= \overline{s^{(1),j}}(u_1, v_1) + \frac{t}{2} \overline{n^{(1),j}}(u_1, v_1) \\ \overline{s_{\text{inf}}^{(1),j}}(u_1, v_1) &= \overline{s^{(1),j}}(u_1, v_1) - \frac{t}{2} \overline{n^{(1),j}}(u_1, v_1) \end{aligned} \quad (1.1)$$

t est la valeur de la tolérance de forme.

Cette zone de tolérance impose un décalage des points dans l'intervalle $\left[-\frac{t}{2}, \frac{t}{2}\right]$.

Synthèse :

La représentation mathématique des spécifications est basée sur :

- Un modèle de substitution des engrenages limité aux surfaces actives. Ces surfaces sont mathématiquement décrites par des équations polynomiales (surfaces de Bézier).
- Un modèle de représentation des écarts géométriques. Ce modèle est basé sur une représentation vectorielle des écarts de situation entre éléments géométriques et des défauts de montage et sur une représentation par zone des écarts de forme. Ce modèle vient compléter les travaux de M. Bruyère.

- Une modélisation des spécifications via des intervalles ou contraintes limitant les variations des écarts géométriques de situations et les variations des points des nuages avant approximation.

L'approche proposée permet une modélisation des écarts géométriques de trois types :

- Une modélisation purement vectorielle : seuls les défauts de situation entre éléments géométrique et défauts de montage sont pris en compte : cette modélisation est particulièrement bien adaptée à l'analyse des tolérances où les écarts géométriques sont spécifiés selon les normes des engrenages ([AGMA 390.03a], [ISO/TR 10064-1]), donc aux engrenages à profil en développante de cercle.
- Une modélisation par zone des écarts géométriques : les surfaces intégrant les défauts géométriques sont contraintes dans une zone de tolérance. Ce type de modélisation est adapté pour l'analyse des tolérances où le tolérancement par zone est associé (fabricants de pompe à engrenages, profils non usuels, etc.) :

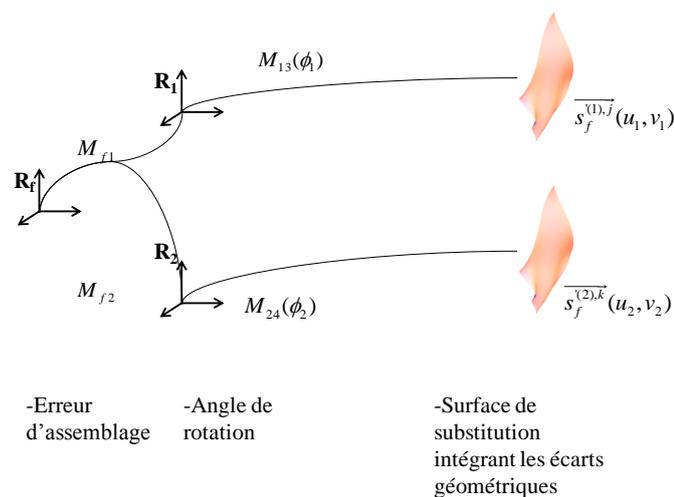


Figure 3-16-Modélisation des écarts géométriques par zone

- Une modélisation hybride faisant intervenir une modélisation vectorielle des écarts de situation entre éléments géométriques et une modélisation par zone des défauts de forme (*Figure 3-17*).

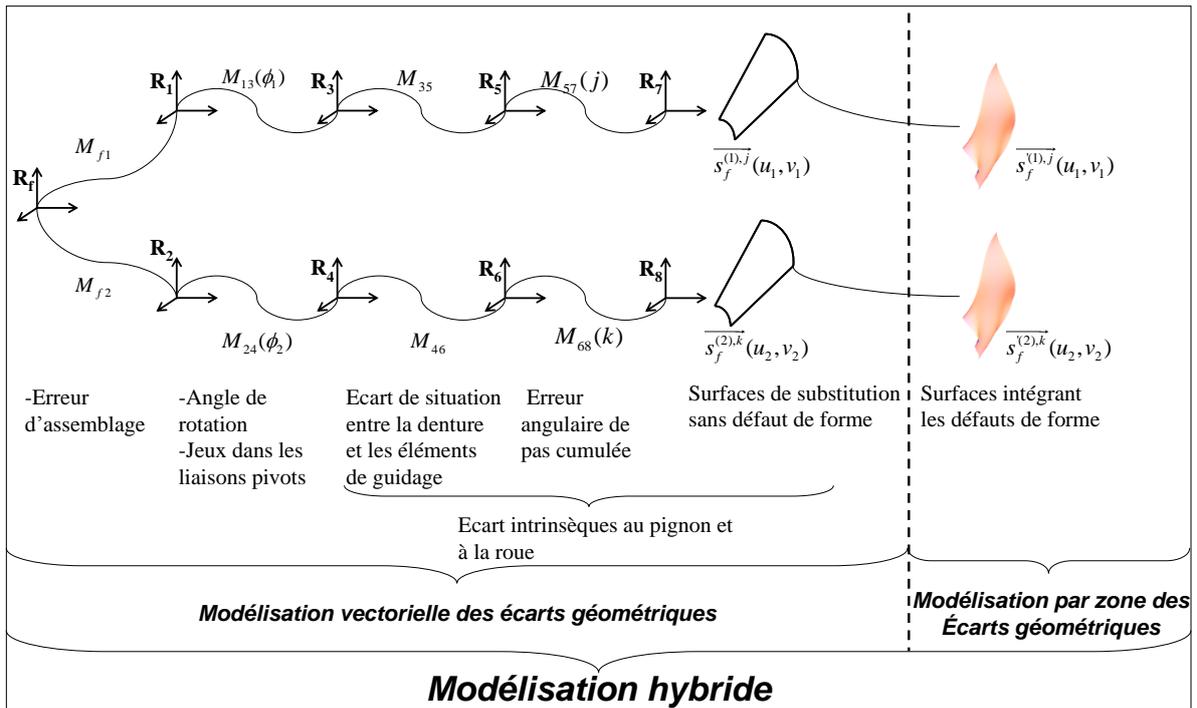


Figure 3-17- Modèle hybride de représentation des écarts géométriques

La Figure 3-18 montre l'influence d'un défaut de situation de la denture du pignon par rapport à son axe ainsi qu'un défaut de forme lorsqu'il engrène avec une roue étalon (modélisation hybride des écarts géométriques). La géométrie simulée correspond à une classe ISO 7 et engrène avec une roue étalon virtuelle.

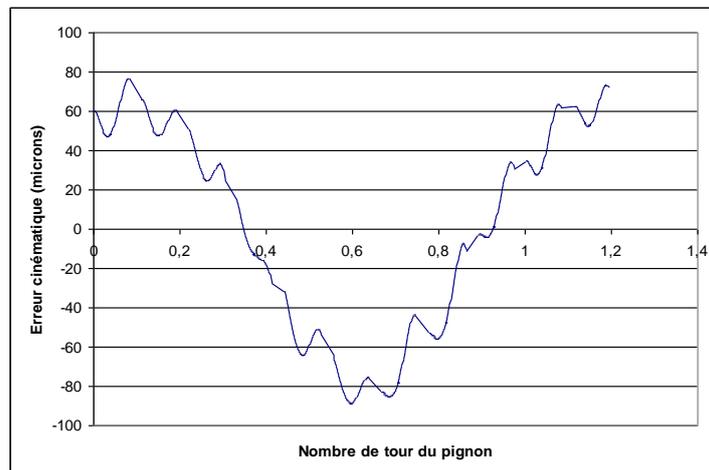


Figure 3-18- Influence d'un défaut de forme et d'un défaut de situation de la denture/axe du pignon