

MODELE D'AIDE A LA DECISION POUR LA CONCEPTION DE CHAINES LOGISTIQUES ROBUSTES

A ce stade du travail, nous disposons de moyens permettant de générer des scénarios réalistes de demande. Pour autant, l'objectif final de notre projet de recherche est de soutenir la démarche de conception de Chaînes Logistiques Humanitaires (CLH) qui présente des garanties en termes de résilience et d'efficacité. Nous allons donc développer dans ce chapitre le cœur de notre contribution en nous intéressant à la définition d'un modèle d'aide à la décision pour la conception de CLH robustes. Cette présentation sera précédée d'un état de l'art relatif au sujet de la conception de chaînes logistiques d'une part, et des approches existantes vis-à-vis des problèmes dits de localisation dans les chaînes logistiques traditionnelles et humanitaires d'autre part.

1. Conception des chaînes logistiques traditionnelles

1.1. Problématique et enjeux

Que ce soit dans le domaine de la production des biens ou des services, la performance d'un système productif est liée en grande partie à la manière dont il a été conçu. La conception d'une chaîne logistique concerne à la fois la structure physique de la chaîne et le système de pilotage de ses différentes activités (approvisionnement, production, stockage, distribution, etc.) et traite tout ou partie des localisations des centres de distribution, des choix des fournisseurs, des affectations des clients aux centres localisés et des centres aux fournisseurs choisis.

Dans les entreprises industrielles, les chaînes logistiques sont composées de cinq types d'entités (Klibi et al, 2010b) :

- Les fournisseurs externes ;
- Les usines de fabrication des produits intermédiaires et / ou finis ;
- Les centres de distribution et /ou commerciaux ;
- Les zones de demande ;
- Les activités de transport.

Pour Chopra et Meindl (2010), les décisions de conception des chaînes logistiques portent sur :

- Le rôle que doit jouer chaque acteur : quel processus va s'effectuer dans chaque installation ?
- L'emplacement de l'établissement : où les installations doivent-elles être situées ?
- La répartition des capacités : quelle capacité doit être alloué à chaque installation ?
- Le marché et l'offre : quels marchés doivent être desservi par chaque établissement ?
Quels fournisseurs doivent approvisionner chacune des installations ?

La conception physique implique de prendre en premier lieu des décisions stratégiques sur le nombre, l'emplacement, la capacité des installations de production-distribution de l'entreprise ou de l'ensemble de sociétés qui collaborent, afin de fournir des biens à un ensemble de clients. La localisation des diverses unités va influencer très fortement les performances logistiques de l'entreprise et son accès au marché. Comme il est complexe et coûteux sur les plans économique et humain d'ouvrir et de fermer une unité, les décisions portant sur la localisation relèvent du niveau stratégique. A ce niveau le plus large, le problème de localisation consiste à positionner les diverses unités composant l'entreprise (sites de production, entrepôts, points de ventes, agences, etc.) au travers des territoires couverts.

En second lieu, la conception de la chaîne implique de prendre des décisions relatives à la sélection des fournisseurs, sous-traitants, prestataires logistiques (3PL et 4PL). La conception peut aussi porter sur la détermination de l'offre produit à mettre sur le marché. Les décisions de conception du réseau ont un impact significatif sur les performances, car elles déterminent la configuration de la chaîne logistique et elles définissent les contraintes de pilotage de la chaîne, que ce soit pour diminuer le coût ou pour accroître la réactivité.

Plus fondamentalement, comment peut-on être assuré que la chaîne logistique obtenue permettra une adéquation performante pour le produit/service requis ? Pour Fisher (1997) et beaucoup d'autres, la demande influe sur la conception de la chaîne logistique. Il propose d'abord de déterminer si les produits sont fonctionnels ou innovants :

- Les produits fonctionnels répondent à des besoins fondamentaux, qui ne changent pas beaucoup au fil du temps. Ils sont stables, avec une demande prévisible et un long cycle de vie ;
- Les produits innovants ont des marges de profit plus élevées, leur demande est imprévisible, leur cycle de vie est court.

Ensuite, il faut déterminer si l'organisation de la chaîne logistique utilisée est physiquement efficace ou réactive sur le marché. Cela permettra de déterminer la nature des produits et les priorités de la chaîne. Fisher (1997) propose d'utiliser une matrice 2 x 2 (voir la figure suivante) qui croise le type de produits (fonctionnels / innovants) et le type de chaîne (efficace / réactif).

En utilisant la matrice, il est possible de déterminer si le processus utilisé pour l'approvisionnement des produits est adapté au type produit/service, à savoir :

- Une chaîne logistique efficace pour les produits fonctionnels ;
- Une chaîne logistique réactive pour des produits innovants.

Chain logistique efficace	Alignement	Inadéquation
Chain logistique réactif	Inadéquation	Alignement
	Produits fonctionnels	Produits innovants

Figure IV-1 : Matrice de correspondance entre une supply chain et ses produits.

Source : Fisher (1997).

1.2. Le facteur « risque » au centre du débat

Une préoccupation majeure des entreprises contemporaines lors de la conception de leur chaîne logistique est la prise en compte des risques. Nous considérons ici la définition normée du risque : un risque est caractérisé comme le produit probabilité \times impact ou plus précisément comme « l'effet de l'incertitude sur l'atteinte des objectifs » (*International Organization for Standardization, ISO 31000 Guide 73 : 2009, définition 1.1*). Dans le contexte particulier des chaînes logistiques, le *risque* peut être défini comme la rencontre d'un événement – décision ou aléa –

avec une situation, caractérisée par une incidence sur la performance de la chaîne (Marquès, 2010 : Lamothe, 2010).

Les chaînes logistiques sont menacées par un large spectre d'événements qui sont la source de déficiences majeures sur la performance du réseau. Martha et Vratimos (2002), Semchi-Levi et al. (2002), Helferich et Cook (2002), Christopher et Lee (2004), Chopra et Sodhi (2004) et Sheffi (2005) en présentent plusieurs cas. Les catégories de risque pour les chaînes logistiques ont été identifiées par Christopher et Peck (2004), Chopra et Sodhi (2004), Kleindorfer et Saad (2005), Wagner et Bode (2006) et Tang (2006). Grossi et Kunreuther (2005) et Banks (2006) ont étudié la gravité de ces événements, ainsi que le comportement dans l'espace et le temps de l'état de crise généré. Cependant plusieurs auteurs soulignent que très peu de modèles existant considèrent les aspects incertains dans l'étude des chaînes (Goetschalckx *et al.*, 2002 : Meixell et Gargeya, 2005 : Benyoucef, 2008).

Parmi les multiples causes de perturbation, on peut mentionner : la pénurie d'approvisionnement, les grèves, les problèmes de transport, les erreurs humaines, l'évolution des goûts de la clientèle, les défaillances technologiques, les activités malveillantes, les difficultés financières voire la faillite de partenaires, les catastrophes naturelles ou d'origine humaine, etc. (Handfield et McCormack, 2008 : Deleris et Erhun, 2011). Plusieurs exemples illustrent cette réalité et démontrent que la notion de risque dans les chaînes logistiques n'est pas qu'une affaire de spécialistes humanitaires, loin s'en faut !

- *Approvisionnement insuffisants* : en Mars 2000, un incendie dans une usine de semi-conducteurs de Philips Electronics situé à Los Alamos (Nouveau-Mexique, Etats-Unis) a stoppé la production des puces pour téléphones mobiles assemblés par Nokia et Ericsson. Nokia s'est montré réactif. Mais, pour Ericsson, ceci a retardé la production. La production perdue a été estimée à 220 millions de dollars pendant le deuxième trimestre de l'année 2000 (Latour, 2001) et a probablement précipité le déclin de cette marque. On trouve un autre cas à l'usine de production d'automobiles de MG Rover, en Longbridge (le Royaume-Uni). Un manque de pièces en Avril 2005 a forcé l'usine à suspendre ses opérations et probablement ici aussi accéléré l'effondrement de la société (Rice, 2005) :
- *Grèves* : en 1997, UPS (United Parcel Service) contrôlait 80 % des toutes les livraisons de paquets aux Etats-Unis. La grève des camionneurs d'UPS qui a duré 15 jours l'a affecté sévèrement et a paralysé la logistique de nombreux fabricants américains (Treece, 1997) ;
- *Changements des goûts de la clientèle* : en 2001, la forte baisse des ventes due à l'effondrement des entreprises de vente sur internet et la détérioration de l'économie a provoqué l'accumulation de matières premières et de produits finis sur les sites de production. Ceci a finalement conduit à Cisco à déprécier ses stocks de 2,25 milliards de dollars (Barrett, 2001) ;
- *Bugs informatiques* : une faille dans le logiciel de planification de la demande de Nike au début de l'été 2000, a provoqué un réapprovisionnement insuffisant pour la production des Air Jordans. Nike a annoncé 100 millions de dollars de ventes perdues (Koch, 2004). La gestion des chaînes logistiques repose sur l'exploitation de logiciels sophistiqués pour gérer la production, les fournisseurs, les stocks, etc. Ces logiciels sont vulnérables aux pannes des ordinateurs et aux « bugs » logiciels. Une enquête auprès de 300 entreprises

sélectionnées au hasard (aux États-Unis), a relevé qu'un tiers environ de ces entreprises a eu des incidents moyens ou majeurs causés par des virus en 2003, avec un coût moyen de récupération près de 100 000 dollars par incident (Lemos, 2004) ;

- *Défaillances technologiques* : le 14 Août 2003, une panne du réseau électrique a affecté la région nord-est des États-Unis en raison de défaillances d'équipements (Kleindorfer et Saad, 2005). Cela a privé d'énergie environ 50 millions de personnes dans l'Ontario au Canada. Pendant une trentaine de minutes, les services vitaux (hôpitaux, etc.) n'ont été opérationnels qu'à 20 % de leur capacité. Le transport ferroviaire pour voyageurs a été interrompu, et on a enregistré des perturbations majeures dans le transport aérien international (Olson, 2011) ;
- *Partenaires en difficulté ou en faillite financière* : l'effondrement financier de l'UPF Thompson a forcé Land Rover à suspendre presque totalement la production de son modèle *Discovery*. UPF Thompson était le seul fournisseur de châssis pour ce modèle. Le contrat entre les deux sociétés représentait 65 % de l'activité de UPF Thompson (Macalister 2002).

Au-delà de ces exemples, les chaînes logistiques traditionnelles sont bien entendu également vulnérables aux perturbations causées par des catastrophes naturelles ou humaines. Divers cas ont été étudiés par Rice et Caniato (2003), Christopher et Peck (2004), Sheffi (2005), Wagner et Neshat (2010).

Pour faire face aux risques, les chaînes logistiques tendent à mettre en pratique les concepts fondamentaux du *management des risques* vu comme l'ensemble des « activités coordonnées dans le but de diriger et piloter une organisation vis-à-vis du risque » (*International Organization for Standardization*, 2009). Le processus de management des risques comprend alors classiquement 5 étapes (Zsidisin et Ritchie, 2008 : Marquès, 2010) :

- L'établissement du contexte : permet de définir l'ensemble des paramètres externes ou internes au système qu'il faut prendre en compte ainsi que les méthodes qui seront utilisées pour l'identification et l'évaluation ;
- L'identification des risques : processus de recherche, de reconnaissance et description des sources de risques, leur(s) zone(s) d'impact, les événements potentiels, leurs causes et leurs conséquences possibles ;
- L'analyse des risques : processus mis en œuvre pour comprendre la nature d'un risque ;
- L'évaluation des risques : permet de comparer les risques et de sélectionner ceux qui devront être traités ;
- Le traitement des risques : consiste dans le choix d'une solution pour traiter le risque et son implémentation (évitement, modification, suppression, partage).

Dès lors la gestion des risques dans les chaînes logistiques s'intéresse principalement aux activités préventives qui permettront à une organisation ou un réseau d'organisations « d'encaisser » les perturbations et de réagir « correctement » aux aléas qui pourront se présenter. Ainsi, (Brindley, 2004) indique que si la mission naturelle du *SCM* est de créer de la valeur au travers de la chaîne, celle du *Supply Chain Risk Management (SCRM)* consiste à préserver cette création de valeur en identifiant les risques potentiels et en mettant en place des plans de contingence susceptibles d'y faire face. Tang (2006) propose une analyse approfondie de ce que propose la littérature autour

de ce concept. Il définit entre autre le *SCRM* comme un mécanisme de coordination et de collaboration entre les acteurs d'une chaîne logistique permettant de gérer les risques de l'ensemble de cette chaîne afin d'en assurer la rentabilité et la continuité (au sens de la continuité des activités en cas de perturbation). D'après (Tang, 2006 : Handfield et McCormack, 2008 : Zsidisin et Ritchie, 2008), le *SCRM* porte sur deux grandes familles de risques. Il y a d'abord les risques dits « opérationnels ». Il s'agit des risques inhérents à l'exécution de l'activité et qui peuvent prendre par exemple la forme de machines qui tombent en panne ou de ressources humaines malades. Puis, il y a les risques liés aux « perturbations » externes. Un fournisseur qui dépose le bilan, une crise financière, un incendie dans une usine sont de cette nature. Si les méthodes de *SCRM* sont relativement bien établies concernant la gestion des risques « opérationnels » (Brindley, 2005 : Handfield et McCormack, 2008 : Zsidisin et Ritchie, 2008), la gestion de risques liés aux « perturbations » reste à structurer et à organiser (Tang, 2006).

Au final, meilleure soit la démarche de *SCRM*, il subsistera toujours des cas de figure où l'occurrence du risque se concrétisera (en particulier pour les risques liés aux perturbations) et où l'impact associé sera significatif pour l'organisation concernée. Dans les cas les plus critiques, cette situation sera qualifiée de situation de *crise* (Lauras, 2013).

1.3. Les approches de modélisation : déterministes, stochastiques ou robustes

Dans notre étude, nous allons chercher à développer un modèle mathématique susceptible de répondre à la problématique que nous nous sommes fixés. La caractéristique commune que partagent toutes les modélisations mathématiques, c'est de représenter une partie de la réalité et d'utiliser des variables et paramètres pour y aboutir. Cette représentation a pour but de permettre de prendre des décisions, de mettre en œuvre ou de comprendre les implications de la prise de décision sur la réalité étudiée. Les modèles de programmation mathématique représentent la réalité à travers la combinaison de variables et de paramètres sous la forme de contraintes et/ou de fonctions objectives. En général, les contraintes doivent être respectées et la fonction objectif permet de faire la différence entre une solution et une autre solution potentiellement meilleure.

Un modèle est dit *déterministe* lorsque toutes les données sont supposées connues sans incertitude. Un modèle déterministe se comporte toujours de la même façon et donne le même résultat pour un ensemble de valeurs identiques des paramètres d'entrée.

Dans un modèle *stochastique* certaines variables d'état sont représentées par des distributions de probabilité. Par conséquent le modèle est capable de prendre en compte le hasard ou l'incertitude dans ses résultats. Anjorin (2010) affirme que les problèmes d'optimisation stochastique sont typiquement dynamiques. Les algorithmes pour résoudre ces problèmes sont classés comme NP-difficile¹ (Dyer et Stougie, 2006).

Pour Birge et Louveaux (1997), Kall et Wallace (1994) une formulation standard d'un programme d'optimisation stochastique linéaire à deux étapes peut s'écrire de la manière suivante :

¹ P et NP (Polynomiale et Non-déterministe Polynomiale) problèmes se réfèrent au sujet de leur complexité de calcul à résoudre. Ainsi, un problème est appelé NP si sa solution peut être devinée et vérifiée en un temps polynomial et qu'aucune règle particulière n'est suivie pour faire l'estimation (non déterministe). Ainsi, un problème est NP-difficile s'il y a un algorithme pour sa solution qui peut être modifié pour résoudre n'importe quel problème NP (EB, 2014).

$$\min \quad c^t x + E_{w \in \Omega} [Q(x, w)], \quad s. t. \quad x \in X \quad (6)$$

$$\text{avec; } Q(x, w) = \min f(\omega)^t y,$$

$$s. t. \quad D(w)y \geq h(w) + T(w)x, \quad y \in Y \quad (7)$$

Où $X \subseteq R^{n_1}$ et $Y \subseteq R^{n_2}$ sont un ensemble polyédrique. ω est une variable aléatoire sur un espace de probabilité (Ω, \mathcal{F}, P) avec $\Omega \subseteq R^k$, $f: \Omega \rightarrow R^{n_2}$, $h: \Omega \rightarrow R^{m_2}$, $D: \Omega \rightarrow R^{m_2 \times n_2}$, $T: \Omega \rightarrow R^{m_2 \times n_1}$. Le problème (6) avec les variables x constitue la première étape qui doit être décidée avant la réalisation des paramètres incertains $\omega \in \Omega$. Le problème (7) avec des variables y , constitue la seconde étape.

Pour capturer la notion de risque dans la programmation stochastique, Mulvey et al. (1995) ont proposé la modification suivante (8) de la fonction objective de (6):

$$\min \quad c^t x + E_{\omega \in \Omega} [Q(x, w)] + \lambda f(w, y) \quad (8)$$

Où f est une mesure de la variabilité, telle que la variance des coûts de deuxième étape, et λ est un scalaire non négatif qui représente la tolérance au risque du modéleur. Les grandes valeurs de λ donnent des solutions qui permettent de réduire la variance tandis que les petites valeurs de λ réduisent les coûts attendus.

L'objectif du modèle stochastique est souvent d'obtenir une solution optimale qui minimise ou maximise en moyenne la valeur de l'objectif. Pour Bertsimas et Thiele (2006), la programmation stochastique s'est imposée comme un outil puissant de modélisation quand une description probabiliste aléatoire est disponible. Cependant, dans de nombreuses applications de la vie réelle, le décideur ne possède pas cette information. Quand il s'agit d'évaluer la demande client pour un produit innovant, le cycle de vie d'un produit, etc., la quantité d'informations disponibles est souvent réduite et l'estimation des probabilités devient un défi insurmontable. Dans ce cas, ce sont des modèles dits *robustes* qui seront développés. L'idée est de faire en sorte que les solutions proposées soient le moins possibles influencées par le scénario effectif. La robustesse est définie par Klibi et al. (2010b) comme une mesure de la flexibilité utile maintenue par une décision permettant de garder des marges de manœuvre pour les choix futurs. Elle se base sur une optimisation de la solution à partir de scénarios préétablis mais n'en privilégie aucun afin que la solution soit performante quel que soit le scénario (Baud-Lavigne, 2012).

En synthèse, nous retiendrons que la programmation stochastique suppose que la fonction de probabilité des paramètres aléatoires est connue alors que dans les modèles robustes, les paramètres aléatoires, les fonctions de probabilité ne sont pas forcément connues. Pour les approches robustes, les paramètres incertains peuvent être donnés par un ensemble de scénarios discrets ou une plage continue. Le but de ce type de méthode est d'obtenir une solution optimale, qui est insensible à la quasi-totalité des valeurs des paramètres incertains.

2. Les problèmes de localisation

2.1. Présentation

La détermination des emplacements géographiques des diverses unités est appelée problème de localisation ou *location problem*. Dans tous les problèmes de localisation, la question de fond est de localiser un nombre limité d'unités afin d'approvisionner ou de desservir au mieux l'aire géographique concernée. Le premier problème de location applicable à l'industrie est le problème de Weber (1929). Ce problème consiste à placer dans un plan le point qui minimise la somme pondérée des distances à un ensemble de points donnés. L'application industrielle de ce problème consiste à localiser un entrepôt permettant de minimiser les coûts de des produits circulant entre cet entrepôt et un ensemble de clients (le coût transport étant proportionnel à la distance et au volume ou poids transporté). Par la suite les travaux de Hakimi (1964) ont étendu le problème au cas de plusieurs entrepôts dans le cas discret (la localisation des entrepôts et des clients est sur sommets d'un graphe réseau) donnant le problème dit *p-median*.

Si en plus de la localisation des sites, on cherche à déterminer les clients desservis par les unités implantées (l'allocation client), on parle de *location-allocation problem*. Le problème séminal de location allocation est dû à Kuehn et Hamburger (1963). L'objectif est de minimiser le coût de construction, de gestion, de transport et de distribution. Ce modèle fondamental est dit de localisation simple (*simple location*). Un très grand nombre d'extensions de ce problème ont été traitées dans la littérature. La très grande variété des modèles tient principalement aux hypothèses retenues :

- Les sites : nombre fixé de sites à retenir, capacité maximale d'un site ;
- Les relations entre les unités et les clients : client approvisionné par un seul ou plusieurs sites ;
- La typologie des coûts : linéaire, concave, convexe ;
- Les objectifs à atteindre : on peut très succinctement envisager les problèmes de localisation selon deux grandes problématiques :
 - ❖ Dans une problématique de service, l'objectif est de satisfaire, au moindre coût, tout ou partie de la demande (exemple : localisation d'entrepôts commerciaux ou humanitaires, d'hôpitaux) ;
 - ❖ Dans une problématique commerciale (répondre de la manière la plus profitable à la demande), l'objectif consiste à maximiser la fréquentation ou le chiffre d'affaires potentiel (exemple : localisation d'agences bancaires ou de magasins).

Notons que ces problèmes peuvent se rencontrer aussi bien dans l'industrie (dépôts, usines), dans les services publics (écoles, services d'intervention), que dans la conception des réseaux de communication (téléphonie mobile).

On trouve dans la littérature diverses classes de problèmes qui sont des extensions du problème de localisation simple :

- Lorsqu'un site ne peut approvisionner que les clients situés dans un certain rayon, on a alors un problème dit de *covering facility location* ;

- Les problèmes de *location routing* ajoute la gestion de la flotte de véhicules chargée des transports entre les entrepôts et les clients ;
- Dans les problèmes dits *warehousing location*, on prend en compte les usines qui alimentent les entrepôts ;
- D'autres classes de problèmes considèrent le choix des fournisseurs en plus de location des sites lors de la conception des réseaux de distribution (*location and supplier selection*) ;
- Enfin certains problèmes abordent la conception d'une chaîne logistique dans son ensemble (*supply chain network design*).

Tous ces problèmes de localisation peuvent se rencontrer dans un contexte déterministe, stochastique, robuste et même flou.

2.2. Etat de l'art des problèmes de localisation

Les problèmes de localisation au sens large (*location, facility location, warehousing location et location routing problem*) ont donné et donnent encore lieu à de nombreuses publications. On peut trouver plus de 3400 articles sur la localisation publiés avant 2007 sur le site *Hale T. Trevor Hale's location science references* - <http://gator.uhd.edu/~halet/>.

Un certain nombre de *surveys* récents sur différents groupes de problèmes de localisation ont été publiés depuis une quinzaine d'années. Sans être totalement exhaustif, on peut citer :

- ReVelle et Eiselt (2005), ReVelle et al. (2008) ou Daskin (2008) pour le problème général de localisation ;
- Farahani et al (2010) pour le problème de *covering facility location* ;
- Prodhon et Prins (2014) ou Michael Drexl (2013) pour le *location-routing problem* ;
- Jain et al. (2009) pour le *supplier selection problem*.

Dans leurs travaux de thèses, Tanonkou (2007) et Baud-Lavigne (2012) proposent également d'excellents états de l'art des modèles de conception de chaîne logistique et notamment des problèmes de localisation. Dans ce travail de recherche, nous voulons localiser les sites où seront implantés les entrepôts, fixer la capacité de ces entrepôts et déterminer comment les secours seront acheminés aux bénéficiaires. Le problème traité ici est fondamentalement un problème de location/allocation. La spécificité de notre approche tient principalement au fait que nous nous basons sur un ensemble de scénarios probabilisés et que d'un scénario à l'autre, les demandes et les infrastructures logistiques sont différentes. Pour un scénario donné, le contexte est déterministe. Pour l'ensemble des scénarios, il ne l'est plus !

Dans le modèle classique de Kuehn et Hamburger (*simple location*), les hypothèses retenues sont les suivantes :

- On doit approvisionner un ensemble de m clients ;
- On a recensé n sites potentiels où implanter un entrepôt (ou une usine) ;
- Chaque client sera rattaché à un seul dépôt ;
- A priori tout client peut être rattaché à n'importe quel dépôt ;
- Si le site s est retenu, il y a un coût fixe d'installation f_s ;
- Le coût de revient d'un article sur le site s est une constante p_s ;

- Les coûts de transport sont proportionnels aux quantités transportées et à la distance à parcourir.

Le problème se modélise sous la forme d'un programme linéaire à variables 0-1. Les variables de décision sont :

X_{sc} : quantité livrée à partir du site s au client c

$Y_s = 1$ si le site s est retenu, 0 sinon

Le programme correspondant est :

$$\min \sum_s f_s Y_s + \sum_s \sum_c (p_s + t_{sc}) X_{sc} \quad (9)$$

Soumis à :

$$\sum_s X_{sc} = D_c \quad \text{Le client } c \text{ reçoit ce qu'il demande}$$

$$\sum_c X_{sc} \leq M Y_s \quad \text{Détermination de } Y_s$$

Ce problème et ses extensions se modélisent comme un programme linéaire mixte à variables binaires (MILP). Ces problèmes sont NP-complets. A l'heure actuelle, les logiciels de programmation linéaire du marché (Cplex, Lingo, etc.) sont capables de résoudre ce type de problèmes avec plusieurs dizaines de variables binaires dans un temps raisonnable. Pour des problèmes de plus grande taille, de nombreuses méthodes ont été développées. Les problèmes de location/allocation ont été traditionnellement développés avec des modèles déterministes bien connus (Bagher et Yousefli 2011) tels que la théorie des graphes (Hakimi, 1964), les algorithmes de recherche arborescente (Kuenne et Soland, 1972), les méthodes exactes *branch-and-bound*, la relaxation lagrangienne ou la simulation (Murray et Church, 1996). Les métaheuristiques ont également été utilisées, comme la recherche tabou ou *tabu search* (Ohlemüller, 1997), le recuit simulé ou *simulated annealing*, la méthode de descente aléatoire proposée par Ernst et Krishnamoorthy (1999), l'algorithme amélioré avec la recherche de voisinage proposé par Brimberg et al. (2000) ou l'algorithme génétique de Gong et al. (1997).

Une grande majorité des publications sur les problèmes de *location/allocation* est déterministe et seuls quelques papiers proposent des approches stochastiques ou flous (Peres et al., 2012). Comme nous l'avons déjà dit, les méthodes habituelles pour faire face à des demandes incertaines sont basées sur l'optimisation stochastique ou robuste (Klibi et al., 2010b ; Bagher et Yousefli, 2011 ; Klibi et al., 2012b). L'optimisation stochastique utilise les probabilités d'occurrence et l'optimisation robuste utilise différents scénarios allant du plus optimiste au pire des cas. Les modèles d'optimisation stochastique cherchent le résultat optimal en moyenne. Selon (Shapiro et al., 2009) cela se justifie lorsque la loi des grands nombres peut être invoquée et que l'on s'intéresse à la performance à long terme, indépendamment des fluctuations d'une réalisation à l'autre. Dans notre cas, l'impact de ces fluctuations va potentiellement affecter des vies humaines...

Snyder (2003 : 2004) et Tanonkou (2007) proposent des états de l'art très complets des modèles stochastiques existants vis-à-vis des problèmes de location/allocation. La plupart des modèles ont comme objectif la minimisation des coûts ou la maximisation du profit de l'ensemble du réseau logistique. Certains modèles sont développés en utilisant des approches probabilistes, d'autres des approches dynamiques. Ces auteurs indiquent que les méthodes développées utilisent le plus souvent des heuristiques basées sur la relaxation lagrangienne, la recherche Tabou ou les algorithmes génétiques.

Pour Snyder (2006) toujours, les problèmes de localisation robustes sont plus difficiles à résoudre. Néanmoins ces modèles sont nécessaires car plus réalistes. La plupart de ces modèles s'inspirent de recherches antérieures sur les modèles stochastiques. On citera par exemple les travaux de (Bhattacharya et al 1992), (Canós et al., 1999), (Zhou et Liu, 2007), (Zhou et Liu, 2003), (Mehdizadeh et al., 2011), ou de (Bilsel et Ravindran, 2011).

3. Conception des chaînes logistiques humanitaires (CLH).

3.1. Les spécificités du monde humanitaire à prendre en compte.

Au cours de la phase de préparation, les humanitaires planifient leur réponse (distribution des secours) en étudiant les infrastructures existantes et les ressources disponibles (Duran et al., 2011). Une des principales difficultés rencontrées pour concevoir un réseau logistique qui restera efficace et efficient dans un environnement de crise est dû à la fiabilité des infrastructures. En effet, dans de nombreux cas, les routes, voies ferrées, ponts, aéroport peuvent être détruits ou endommagés par la catastrophe. Par conséquent, la performance attendue du réseau peut être considérablement dégradée. Pendant le tremblement de terre d'Haïti en 2010 par exemple, la situation post séisme trouvée par les acteurs humanitaires comportait beaucoup d'obstacles liés à la dégradation des infrastructures et a fortement compromis l'efficacité et l'efficience de la réponse.

Par conséquent, la réponse planifiée peut être perturbée ou rendue inapplicable par ces aléas. Si de tels changements soudains de la demande ou de l'offre se produisent lors d'une opération humanitaire, un problème complexe de re-planification apparaît. Il concerne les décisions relatives à la réallocation des stocks et le transport des articles de secours dans un environnement incertain (Rottkemper et al., 2011).

Le problème de conception de la Chaîne Logistique Humanitaire (CLH) peut être défini comme la capacité à concevoir un réseau cohérent qui reste en mesure de gérer de manière adéquate la réponse à une catastrophe en dépit des défaillances ou des insuffisances des infrastructures et des ressources potentielles. Fondamentalement, notre travail de recherche consiste à proposer un modèle de localisation innovant afin d'améliorer la résilience et l'efficience de la réponse humanitaire face aux perturbations prévisibles des infrastructures logistiques. Bien que l'environnement change très vite et de manière imprévisible après une catastrophe, Kovács et Spens (2007) affirment, que les humanitaires pourraient bénéficier de l'utilisation de systèmes d'aide à la décision portant sur l'optimisation de leurs réseaux logistiques. De plus, il existe un consensus parmi les experts sur le terrain pour estimer qu'il y a beaucoup de leçons à retirer du monde de l'industrie. Certaines pratiques du monde du commerce pourraient être adaptées et utilisées dans le monde humanitaire. On peut affirmer que, bien que la logistique humanitaire possède des caractéristiques distinctes, les principes de base de la logistique des entreprises peuvent s'y appliquer (Kovács et Spens, 2007 ; Charles, 2010).

Si une large majorité de la recherche publiée est déterministe, les chercheurs, en particulier ceux travaillant sur l'humanitaire, proposent maintenant des modèles stochastiques afin de mieux prendre en compte l'incertitude (Martel et al., 2013). Mais que l'approche soit stochastique ou non, le véritable problème vient du fait que les catastrophes naturelles sont pour la plupart difficile à prévoir et que la demande induite par ces catastrophes encore plus (Cassidy, 2003 ; Murray, 2005). Il faut ajouter à cela, qu'une fois la crise déclenchée, l'environnement change si rapidement que les informations sur la situation réelle ne sont pas disponibles à temps. De plus, une analyse approfondie d'un réseau logistique doit prendre en compte les coûts de transport, la

taille des entrepôts, les contraintes de l'environnement, les ratios de rotation des stocks, les coûts de stockage, les niveaux de service et beaucoup d'autres données et paramètres. Comme cela a été évoqué précédemment, ces données et paramètres sont assez difficiles à recueillir dans le monde humanitaire.

3.2. Etat de l'art de la conception de CLH.

Les articles scientifiques s'intéressant aux CLH étaient peu nombreux jusque vers les années 2000. Depuis cette date, dans les bases de données académiques (*Science Direct*, *IsiWeb*) leur nombre est croissant chaque année. Et nous ne comptons pas les articles non référencés dans ces bases, publiés dans des journaux spécifiques relatifs aux réfugiés, aux pays en voie de développement, à la santé ou dans la littérature militaire.

Altay et Green (2006), Kovács (2007), Simpson et Hancock (2009), Lettieri et al. (2009) et plus récemment Galindo et Batta (2013) présentent des revues bibliographiques sur la littérature relative à la recherche dans le monde humanitaire. Ces revues de littérature ont des portées différentes. Certains de ces papiers s'intéressent à l'ensemble des articles liés à la gestion des catastrophes avec une approche gestion des opérations et recherche opérationnelle. D'autres mettent plus spécifiquement l'accent sur les articles concernant la CLH.

Il ressort de l'ensemble de ces articles que la littérature académique sur la logistique humanitaire tend à se concentrer sur la phase de préparation de secours aux sinistrés. Si nous nous référons à Altay (2005), ce que Kovács et Spens (2007) appelle la phase de préparation se divise en deux axes :

- Les efforts d'atténuation pour limiter l'impact de la crise potentielle ;
- Les efforts de préparation pour préparer l'aide à apporter après la survenue.

Pourtant, même avec cette distinction, le travail effectué avant la survenue d'une catastrophe vient en premier dans les études. Ceci est en phase avec le fait que, si les fonds sont abondants pour l'intervention immédiate, le financement de la phase de préparation, si vital pourtant, est souvent négligé par les bailleurs de fonds. N'ayant pas de fonds pour travailler sur cette phase ni aucune pression de la part des bailleurs de fonds pour le faire, les ONGs consacrent la plupart de leurs efforts sur les opérations de secours immédiats, la recherche et la mise en œuvre de moyens plus efficaces pour fournir une assistance dans les premières semaines suivant la catastrophe. Cette brèche laisse une formidable opportunité aux universitaires pour chercher des solutions efficaces en matière de préparation et d'atténuation des catastrophes. Ces travaux portent essentiellement sur cinq aspects intéressants les opérations logistiques :

- La gestion des connaissances afin de capitaliser sur les opérations passées et de transférer la connaissance aux prochaines opérations logistiques ;
- Les ressources financières pour assurer la possession de fonds suffisant pour préparer et lancer les opérations ;
- Les ressources humaines : sélection et entraînement de personnes aptes à planifier, coordonner ou assurer les opérations si nécessaire ;

- La collaboration entre acteurs pour trouver des moyens de travailler harmonieusement et efficacement avec les autres intervenants sur le terrain (gouvernements, militaires, sécurité civile autres ONGs et intervenants privés) ;
- Le management des opérations proprement dit : gestion des stocks et des transports, développement de technologies et de logiciels supports, mesures de performance dans le domaine humanitaire.

En ce qui concerne plus spécifiquement les problèmes de localisation en contexte humanitaire, la littérature se partage entre phase de préparation et phase de réponse. Hale et Moberg (2005), Salmeron (2010), Rawls et Turnquist (2010), Mete et Zabinsky (2010) s'intéressent au prépositionnement de structures locales dédiés. D'autres modèles de localisation dédiés au secteur caritatif portent sur la phase de réponse. On peut citer Barbarosoglu et al. (2002), Ozdamar et al. (2004), Yi et Ozdamar (2007), Campbell et al. (2008) et Rath et Gutjahr (2014).

4. Localisation d'entrepôts de premier secours

Notre objectif est de fournir la conception d'une chaîne logistique dans le cadre de l'intervention humanitaire pour supporter la mise en œuvre des secours en cas de crise (en déterminent l'emplacement, le nombre et la taille des entrepôts). La configuration du réseau et la conception devraient idéalement permettre d'envoyer tous les produits nécessaires aux moments nécessaires de la manière la plus efficace, même si l'infrastructure a été partiellement ou totalement endommagés lors de la catastrophe. La principale originalité de notre proposition consiste à garantir l'efficacité de la réponse malgré les perturbations potentielles sur l'infrastructure, tout en maximisant l'efficacité (en minimisant les coûts). En conséquence le modèle est de type optimisation linéaire mixte stochastique.

Pour faciliter la lecture des données et variables, nous adopterons par la suite les conventions suivantes :

- Une donnée a un nom écrit en minuscule : c_g = capacité globale fixé par le planificateur ;
- Une variable de décision a un nom écrit en majuscule : C = capacité à déterminer ;
- Les indices seront écrits entre parenthèses : $C(j)$, $X(i,j)$.

4.1. Présentation du cas d'application numérique

Afin de rendre plus concret la problématique que nous traitons et illustrer les solutions retenues, nous allons travailler en nous appuyant sur un petit exemple représentatif. Nous nous plaçons dans une zone géographique soumise à des risques de catastrophes naturelles récurrentes dues à des tremblements de terre et des vagues de froid. En effet, cette zone est traversée d'ouest en est par une barrière montagneuse qui la coupe en deux. Cette barrière montagneuse crée des conditions climatiques différentes sur les flancs nord et sud et restreint les capacités de transport nord/sud. Cette zone est de plus à la frontière de deux plaques tectoniques et sujette au séisme. Pour secourir la population, on décide d'implanter des entrepôts dans lesquels seront stockés des kits de première urgence.

Nous nous plaçons sous les hypothèses présentées au chapitre précédent pour la construction de scénarios. Il est possible de collecter pour cette zone des données suffisantes sur les catastrophes survenues dans les dix dernières années (étape 1). Le zonage retenu pour l'exemple est purement géométrique et divise la zone en 3 x 4 régions (étape 2). Il est possible d'implanter un entrepôt dans chacune des régions. La « carte » de la figure suivante reprend cette partie.

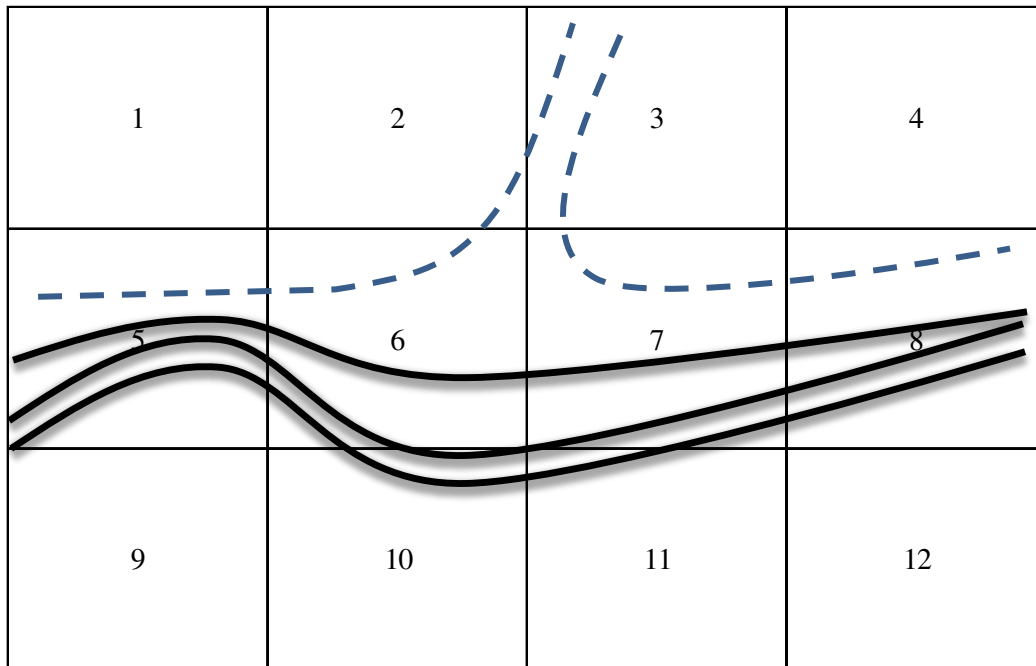


Figure IV-2 : Carte de la zone étudiée avec les montagnes et les plaques tectonique.

Pour l'étape 3, nous retiendrons trois niveaux de crise (forte, moyenne ou faible). Généralement, une crise frappe plusieurs régions avec des intensités variables selon la région. Par exemple, un tremblement de terre de forte intensité dont l'épicentre est dans la région 2 (crise forte) aura comme conséquence des crises moyennes dans les régions 3 et 6. Les vagues de froid toucheront à des degrés divers les régions 5, 6, 7 et 8 simultanément. En se basant sur les historiques des crises du passé, douze scénarios de catastrophe ont été identifiés et leur probabilité de survenue estimée. Le scénario 1 par exemple correspond à la survenue d'un tremblement de terre de forte intensité sur la faille séparant les régions 3 et 7. La crise sera forte sur ces deux régions et se répercutera-en suivant la faille, sous forme de crise moyenne sur les régions 6 et 7 et faible sur les régions 2 et 4.

Scénario	Proba (%)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	9	-	-	F	-	-	M	F	M	-	-	-	-
2	13	-	M	-	-	-	M	-	-	-	-	-	-
3	5	M	F	M	-	-	F	-	-	-	-	-	-
4	10	-	M	M	-	-	-	M	-	-	-	-	-
5	3	-	M	F	M	-	M	-	-	-	-	-	-
6	12	-	-	-	-	M	M	-	-	-	-	-	-
7	6	-	F	-	-	-	F	M	-	-	-	-	-
8	8	F	M	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	12	-	-	-	M	-	-	M	F	-	-	-	M
10	10	-	-	-	-	-	-	-	-	M	M	-	-
11	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	F	M
12	5	-	-	-	-	-	-	-	M	-	-	M	F

Table IV-1 : Cas exemple - Scénarios (- = Faible : M = Moyenne : F = Forte).

En cas de crise d'amplitude moyenne ou forte, une partie de la population doit être secourue. Les secours sont constitués d'un kit standard (vivre, couverture, médicaments) délivré à chaque personne. A la fin de l'étape 4 (évaluer l'impact sur les populations), on a pu dresser le tableau suivant qui donne le nombre de personnes à secourir par région selon que la crise est moyenne ou forte.

Région	Crise moyenne	Crise forte
1	2 000	3 000
2	3 500	6 000
3	4 500	8 000
4	1 500	2 800
5	500	1 000
6	1 000	1 500
7	3 000	5 000
8	1 500	3 500
9	2 000	3 500
10	3 000	5 000
11	4 000	7 000
12	2 000	4 500

Table IV-2 : Cas exemple - Nombre de personnes à secourir.

On obtient ainsi les demandes correspondant à chacun des scénarios :

Scénario	Demande												Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	0	0	8 000	0	0	1 000	5 000	1 500	0	0	0	0	15 500
2	0	3 500	0	0	0	1 000	0	0	0	0	0	0	4 500
3	2 000	6 000	4 500	0	0	1 500	0	0	0	0	0	0	14 000
4	0	3 500	4 500	0	0	0	3 000	0	0	0	0	0	11 000
5	0	3 500	8 000	1500	0	1 000	0	0	0	0	0	0	14 000
6	0	0	0	0	500	1 000	0	0	0	0	0	0	1 500
7	0	6 000	0	0	0	1 500	3 000	0	0	0	0	0	10 500
8	3 000	3 500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6 500
9	0	0	0	1500	0	0	3 000	3 500	0	0	0	2 000	10 000
10	0	0	0	0	0	0	0	0	2000	3 000	0	0	5 000
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7 000	2 000	9 000
12	0	0	0	0	0	0	0	1 500	0	0	4 000	4 500	10 000
Espérance	340	1 850	1 635	225	60	535	1 290	630	200	300	690	605	8360

Table IV-3 : Cas exemple – Demandes associées à chaque scénario (en nombre de kits).

L'étape 5 a pour objectif d'évaluer l'impact d'une catastrophe sur les infrastructures. Une catastrophe peut modifier l'environnement logistique de deux manières.

- En restreignant les capacités de transport existant entre régions ;
- En diminuant les capacités de réponse d'un entrepôt où ont été stockés des kits d'urgence.

Il est possible en temps normal de circuler d'une région à l'autre. Mais la zone montagneuse Est/Ouest restreint les capacités de transport entre deux régions et augmente le coût de transport. Le tableau suivant donne le nombre de kits $f(i,j)$ que l'on peut transporter entre deux régions i et j lorsque les réseaux de transports ne sont pas détériorés ou coupés.

Flux initial inter-régions $f(i,j)$											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4 000	3 500	3 500	3 000	4 000	4 000	4 000	3 000	2 400	3 200	3 200	2 800
3 500	3 500	4 000	3 000	3 000	3 500	3 500	3 000	2 400	3 200	3 200	2 800
3 500	4 000	4 000	3 000	4 000	4 000	4 000	3 000	2 400	3 200	3 200	2 800
3 000	3 000	3 000	3 000	3 000	3 000	3 000	3 000	2 000	2 800	2 800	2 400
4 000	3 000	4 000	3 000	4 000	2 000	1 600	1 200	2 400	2 400	2 400	2 400
4 000	3 500	4 000	3 000	2 000	4 000	4 000	2 500	2 400	2 000	2 000	2 000
4 000	3 500	4 000	3 000	1 600	4 000	4 000	2 400	800	1 200	1 600	1 200
3 000	3 000	3 000	3 000	1 200	2 500	2 400	3 000	1 200	1 200	1 200	1 200
2 400	2 400	2 400	2 000	2 400	2 400	800	1 200	4 000	2 400	2 400	2 400
3 200	3 200	3 200	2 800	2 400	2 000	1 200	1 200	2 400	4 000	2 400	2 400
3 200	3 200	3 200	2 800	2 400	2 000	1 600	1 200	2 400	2 400	4 000	3 200
2 800	2 800	2 800	2 400	2 400	2 000	1 200	1 200	2 400	2 400	3 200	4 000

Table IV-4 : Cas exemple – Flux inter-régions nominaux (en nombre de kits).

La majorité des transports se fait par des routes assez vulnérables, notamment les routes de montagne. Un tremblement de terre de forte intensité ou de fortes chutes de neige peuvent les couper, ne laissant que l'acheminement aérien, les largages par hélicoptère ou le passage de petits convois. Pour prendre ceci en compte, nous considérerons qu'après une catastrophe, il ne reste qu'une partie $m(i,j)$ du flux initial $f(i,j)$ entre les deux régions i et j . Pour déterminer $m(i,j)$, nous travaillerons en deux phases. Un premier tableau donne le pourcentage du réseau routier utilisable dans la région i après une catastrophe de niveau moyen ou fort.

Région	Impact flux	
	Moyen	Fort
1	90 %	75 %
2	90 %	75 %
3	90 %	75 %
4	90 %	75 %
5	80 %	60 %
6	80 %	60 %
7	80 %	60 %
8	80 %	60 %
9	90 %	80 %
10	90 %	80 %
11	90 %	80 %
12	90 %	80 %

Table IV-5 : Cas exemple – Capacité du réseau (% de la capacité nominale).

Pour déterminer le pourcentage de flux résiduel entre les régions i et j , nous considérons que ces pourcentages sont multiplicatifs :

- Si la région 1 subit une crise forte et la région 5 aucune crise ou une crise faible, le pourcentage sera de $90 \% \times 100 \% = 90 \%$. Le flux maximal entre les régions 1 et 5 sera donc de 3600 kits ($90 \% \times 4000$) ;
- Si les régions 1 et 5 subissent une crise moyenne simultanément, le pourcentage entre ces deux régions sera de $90 \% \times 80 \% = 72 \%$. Le flux maximal entre les régions 1 et 5 sera donc 2880 kits ($72 \% \times 4000$) ;
- Si la région 1 subit une crise forte et la région 5 une crise moyenne, le pourcentage sera de $75 \% \times 80 \% = 60 \%$. Le flux sera de 2400 kits.

Le second risque est la perte de tout ou partie des stocks entreposés suite à la catastrophe. A Haïti en 2010, la solution retenue avait été d'implanter un seul stock à Port au Prince. Ceci était logique compte tenu de la répartition de la population et des voies de communication. Lors du tremblement de terre, cet entrepôt a été détruit et n'a pu servir... Pour tenir compte de ce risque, nous introduisons un paramètre donnant le pourcentage utilisable $p(j)$ de la capacité de l'entrepôt $C(j)$ selon l'importance de la crise frappant la région j . Ces pourcentages de la capacité nominale sont donnés dans le tableau suivant.

Région	Impact sur les stocks $p(j)$	
	Moyen	Fort
1	80 %	60 %
2	80 %	60 %
3	80 %	60 %
4	80 %	60 %
5	70 %	50 %
6	70 %	50 %
7	70 %	50 %
8	70 %	50 %
9	90 %	65 %
10	90 %	65 %
11	90 %	65 %
12	90 %	65 %

Table IV-6 : Cas exemple - Capacité des entrepôts après la catastrophe.

La dernière étape de la démarche consiste maintenant à déterminer où seront implantés les entrepôts dans lesquels seront stockés les kits de première urgence. Pour compléter l'exemple, nous rajoutons quelques hypothèses supplémentaires :

- Il est possible d'implanter au plus un seul entrepôt par région ;
- Pour des raisons financières et pour assurer un meilleur contrôle des produits stockés, le nombre d'entrepôts retenu doit être faible (3 maximum) ;
- L'ensemble de ces entrepôts doit permettre d'intervenir pour secourir au plus 14000 personnes. Financièrement, les autorités n'ont pas les moyens financiers de stocker plus. En outre, au-delà de 14000 personnes, il semble possible de mobiliser aisément la générosité internationale, ce qui n'est pas le cas des catastrophes petites et moyennes

récurrentes. On constate déjà que dans le scénario 1 (demande 15500), il ne sera pas possible de subvenir entièrement aux besoins ;

- Pour assurer une meilleure dissémination des stocks, nous fixons une capacité minimale $a(j)$ et maximale $b(j)$ d'un stock implanté dans la région j . Ici $a(j) = 2000$ et $b(j) = 6000$;
- L'implantation d'un entrepôt dans la région induit un coût de création $f(j)$ et des coûts de surveillance, de renouvellement des produits stockés périssables ou avec des dates de péremption. Ces coûts sont proportionnels à la capacité $C(j)$ stocké dans l'entrepôt et égaux à $v(j) \times C(j)$. Ces coûts varient d'une région à l'autre.

Région	Capa min kit $a(j)$	Capa max kit $b(j)$	Coût fixe implantation entrepôt $f(j)$	Coût variable/kit $v(j)$
1	2 000	6 000	1 050	1,0
2	2 000	6 000	1 000	1,0
3	2 000	6 000	1 000	1,0
4	2 000	6 000	1 050	1,0
5	2 000	6 000	1 200	1,1
6	2 000	6 000	1 100	1,2
7	2 000	6 000	1 100	1,1
8	2 000	6 000	1 300	1,1
9	2 000	6 000	1 200	1,3
10	2 000	6 000	1 100	1,1
11	2 000	6 000	1 100	1,1
12	2 000	6 000	1 000	1,1

Table IV-7 : Cas exemple – Capacités et coûts d'entreposage par région.

Les coûts de transport entre régions sont variables en fonction de la distance et des moyens de transport utilisables. Le tableau suivant donne le coût de transport d'un kit entre deux régions.

Coût transport $t(i,j)$											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	1	2	3	1	2	3	4	3	4	5	6
1	0	1	2	2	1	2	3	4	3	4	5
2	1	0	1	3	2	1	2	5	4	3	4
3	2	1	0	4	3	2	1	6	5	4	3
4	3	2	1	3	2	1	0	5	4	3	2
5	2	1	2	1	0	1	2	3	2	3	4
6	3	2	1	2	1	0	1	4	3	2	3
7	4	3	2	1	3	2	1	0	5	4	3
8	3	4	5	6	2	3	4	5	0	1	2
9	4	3	4	5	3	2	3	4	1	0	1
10	5	4	3	4	4	3	2	3	2	1	0
11	6	5	4	3	5	4	3	2	3	2	1
12	5	4	3	2	4	3	2	3	2	1	0

Table IV-8 : Cas exemple – Coûts de transport entre les régions.

4.2. Contribution n°3 : Modèle de base de conception d'une CLH robuste pour un scénario donné.

4.2.1. Modèle mathématique.

Dans cette partie, nous allons modéliser le problème en considérant un seul scénario (la survenue d'une seule catastrophe). Nous voulons déterminer où doivent être ouverts les entrepôts qui répondent au mieux et avec quelle capacité. Comme dans tous les problèmes de localisation, nous aurons une variable binaire $Y(j)$ qui vaudra 1 si un entrepôt est implanté dans la région j et 0 sinon. Nous avons besoin d'une variable $C(j)$ pour déterminer la capacité de l'entrepôt j . Le nombre de kits expédiés de l'entrepôt situé en j vers la région i sera représenté par une variable $X(i,j)$.

Notre objectif est avant tout de fournir l'ensemble des secours demandés (efficacité). Mais en fonction du contexte, une telle solution peut ne pas exister. On notera $R(i)$ le nombre de demande non satisfaite dans la région i . Une demande non satisfaite aura un coût élevé s (ici 10 000). Une manière d'optimiser l'efficacité sera donc de minimiser le coût de non satisfaction comme suit :

$$\sum sR(i)$$

A fourniture égale, pour des raisons d'efficacité, nous voulons la solution logistique la moins coûteuse (implantation et gestion des entrepôts, transport). Globalement notre fonction objectif consistera à minimiser le coût de non satisfaction plus les coûts logistiques.

Ce problème peut se modéliser sous forme du Programme Linéaire en Nombres Entiers (PLNE) suivant :

Index :

i	index de la demande
j	index des entrepôts potentiels

Paramètres :

$a(j)$	capacité maximale de l'entrepôt en j
$b(j)$	capacité minimale de l'entrepôt en j
cg	capacité globale de stockage
d_i	demande à satisfaire en i
f_j	coût d'implantation de l'entrepôt
$m(i,j)$	flot maximum entre i et j
nw	nombre maxi d'entrepôt
$P(j)$	pourcentage de la capacité utilisable
s	coût de non satisfaction d'une demande
$t(i,j)$	coût de transport entre i et j
$v(j)$	coût variable de gestion de l'entrepôt

Variables :

$C(j)$	capacité de l'entrepôt en j
$R(i)$	demande en i non satisfaite
$X(i,j)$	secours à i fournis par j
$Y(j)$	1 si l'entrepôt est implanté en j , 0 sinon

Programme mono scénario (PMS) :

$$\min = s \cdot \sum_i R(i) + \sum_j (f(j) \cdot Y(j) + v(j) \cdot C(j)) + \sum_i \sum_j t(i, j) \cdot X(i, j)$$

$$(1) \forall j, \sum_i X(i, j) \leq Y(j) \cdot \sum_i d(i)$$

$$(2) \forall i, \sum_j X(i, j) + R(i) = d(i)$$

$$(3) \forall j, \sum_i X(ij) \leq p(j) \cdot C(j)$$

$$(4) \forall j, a(j) \cdot Y(j) \leq C(j) \leq b(j) \cdot Y(j)$$

$$(5) \forall i \forall j, X(i, j) \leq m(i, j)$$

$$(6) \sum_j Y(j) \leq nw$$

$$(7) \sum_j C(j) = cg$$

$$(8) \forall j Y_j \in \{0,1\}$$

- (1) Assure que l'entrepôt j est ouvert s'il fournit des secours ;
- (2) La demande en i est fournie par les entrepôts ou non satisfaite ;
- (3) L'entrepôt j ne peut pas envoyer plus que sa capacité utilisable ;
- (4) Si l'entrepôt est ouvert sa capacité est entre a(j) et b(j). Sinon la capacité est de 0 ;
- (5) Les flux entre i et j sont limités ;
- (6) Le nombre d'entrepôt ouvert est limité ;
- (7) La capacité globale des entrepôts ouverts est cg.
- (8) Variable binaire décrivant l'ouverture d'un entrepôt ou non.

4.2.2. Application numérique.

Appliquons le programme au scénario 1. On veut ouvrir un maximum de trois entrepôts avec une capacité totale de 14000 kits. La demande totale de 15500 kits est supérieure à la capacité totale stockée. On aura donc au minimum 1500 démunis soit un pourcentage de 9,7 %.

Commençons par calculer les différents paramètres associés au scénario 1. La demande pour les régions sera :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total
0	0	8000	0	0	1000	5000	1500	0	0	0	0	15500

Table IV-9 : Application numérique PMS – Demande par région.

L'impact sur les stocks existant sera alors :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
100 %	100 %	70 %	100 %	100 %	85 %	55 %	70 %	100 %	100 %	100 %	100 %

Table IV-10 : Application numérique PMS – Impact sur les stocks régionaux.

Les flux maximaux de transport entre régions sont donnés ci-dessous :

de\vers	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4 000	3 500	2 625	3 000	4 000	3 200	2 400	2 400	2 400	3 200	3 200	2 800
2	3 500	3 500	3 000	3 000	3 000	2 800	2 100	2 400	2 400	3 200	3 200	2 800
3	2 625	3 000	2 250	2 250	3 000	2 400	1 800	1 800	1 800	2 400	2 400	2 100
4	3 000	3 000	2 250	3 000	3 000	2 400	1 800	2 400	2 000	2 800	2 800	2 400
5	4 000	3 000	3 000	3 000	4 000	1 600	960	960	2 400	2 400	2 400	2 400
6	3 200	2 800	2 400	2 400	1 600	2 560	1 920	1 600	1 920	1 600	1 600	1 600
7	2 400	2 100	1 800	1 800	960	1 920	1 440	1 152	480	720	960	720
8	2 400	2 400	1 800	2 400	960	1 600	1 152	1 920	960	960	960	960
9	2 400	2 400	1 800	2 000	2 400	1 920	480	960	4 000	2 400	2 400	2 400
10	3 200	3 200	2 400	2 800	2 400	1 600	720	960	2 400	4 000	2 400	2 400
11	3 200	3 200	2 400	2 800	2 400	1 600	960	960	2 400	2 400	4 000	3 200
12	2 800	2 800	2 100	2 400	2 400	1 600	720	960	2 400	2 400	3 200	4 000

Table IV-11 : Application numérique PMS – Flux maximums inter-régions.

La solution optimale est d'ouvrir les entrepôts dans la région 1, 2 et 4 avec des capacités respectives de 2450, 6000 et 5550. Le tableau suivant synthétise les résultats :

Régions	Expédié de l'entrepôt			Demande			% démunis
	E1	E2	E4	Livrée	Non livrée	Total	
R3	2 450	3 000	2 250	7 700	300	8 000	3,80 %
R6	0	1 000	0	1 000	0	1 000	0,00 %
R7	0	2 000	1 800	3 800	1 200	5 000	24,00 %
R8	0	0	1 500	1 500	0	1 500	0,00 %
Stock	2 450	6 000	5 550	14 000	1 500	15 500	9,70 %

Table IV-12 : Application numérique PMS – Synthèse des résultats.

Les coûts logistiques sont de 17100 pour l'ouverture et la gestion des entrepôts et de 20250 pour le transport. Dans cette solution le nombre de demande non satisfaite est de 1500, ce qui est le minimum possible.

4.2.3. Extension du modèle

Considérons la pénurie. La demande est de 15500 pour 14000 kits stockés, soit 9,7 % de demande impossible à satisfaire. Dans la solution, la région 7 reçoit environ 76 % de ses besoins alors que la région 3 en reçoit 96,2 % et les régions 6 et 8 en reçoivent l'intégralité. Cette solution est optimale en ce qui concerne le nombre de kits effectivement distribués et les coûts logistiques. Mais elle est probablement humainement et politiquement inacceptable surtout pour la population de la région 7 :

- *Humainement* : on peut estimer que si un fort pourcentage des besoins est livré, il se mettra en place une forme d'entraide dans la population et dans les familles pour partager les premiers secours. Ce type d'entraide sera plus difficile à se réaliser si les secours sont très limités ;
- *Politiquement* : des disparités fortes de traitement d'une région à l'autre constituent un facteur de tension politique après la catastrophe, en particulier si l'aide est fournie par un organisme gouvernemental.

Deux méthodes peuvent alors être envisagées pour lisser la pénurie :

- Soit on ajoute au programme (PMS) une contrainte supplémentaire limitant le pourcentage α de demande non reçu :

$$(9) \forall i, \sum_j R(i) \leq \alpha.d(i)$$

En prenant $\alpha = 9,7 \%$, on obtiendra une solution parfaitement équitable en termes de répartition des demandes non satisfaites ;

- Soit on restreint les demandes initiales, avant de faire tourner le programme, pour aboutir à une demande totale de 14 000 correspondants aux secours possibles. Pour avoir une répartition équitable, on appliquera un coefficient de 90,1 %. En pratique, cette seconde solution laisse au planificateur le choix de la décision. Supposons que la région 8 soit facilement accessible depuis un pays voisin et que l'aide internationale complémentaire puisse lui parvenir rapidement. Dans ce cas, le responsable de l'aide pourra, par exemple, décider de réserver l'ensemble des 14 000 kits aux autres régions et assurer la demande des 1500 de la région 8 via l'aide internationale.

La solution totalement équitable utilise les mêmes entrepôts mais les coûts de transport augmentent de 4,3 % et passent de 20250 à 21111.

Régions	Expédié de l'entrepôt			Demande			% démunis
	E1	E2	E4	Livrée	Non livrée	Total	
R3	1 979	2 997	2 250	7 226	774	8 000	9,70 %
R6	0	903	0	903	97	1 000	9,70 %
R7	616	2 100	1 800	4 516	484	5 000	9,70 %
R8	0	0	1 355	1 355	145	1 500	9,70 %
Stock	2 450	6 000	5 550	14 000	1 500	15 500	9,70 %

Table IV-13 : Application numérique PMS étendue – Synthèse des résultats.

4.2.4. Application multi scénarios.

Le programme PMS permet de trouver la meilleure affectation pour un scénario donné. Le tableau ci-dessous va nous permettre de détecter les scénarios critiques (colonne « démunis »). Ici la mauvaise surprise vient du scénario 5 où on découvre qu'on ne pourra pas satisfaire les

besoins, bien que les stocks constitués (14000) soit égaux aux besoins (14000). Ceci est dû aux effets de détérioration des infrastructures. La perte d'une partie des kits stockés apparaît quand les quantités stockées surpassent les quantités distribuées (colonne « kits perdus »). Enfin les deux dernières colonnes permettent d'avoir des estimations des coûts minimaux.

Sc.	Demande	Démunis	Démunis %	Stockage	Kits perdus	Coûts	
						transport	entrepôt
1	15 500	1 500	9,7 %	14 000	0	20 250	17 100
2	4 500	0	0	5 000	500	1 000	6 000
3	14 000	0	0	14 000	0	20 000	18 255
4	11 000	0	0	13 183	2 183	0	16 683
5	14 000	960	6,9 %	14 000	0	20 600	18 380
6	1 500	0	0	2 000	500	500	3 500
7	10 500	0	0	13 333	2 833	3 500	16 967
8	6 500	0	0	7 639	1 139	0	9 689
9	10 000	0	0	12 076	2 076	3 500	16 026
10	5 000	0	0	5 380	380	0	8 663
11	9 000	0	0	10 667	1 667	2 200	13 833
12	10 000	0	0	12 587	2 587	0	17 246

Table IV-14 : Application numérique – Identification des scénarios critiques.

Le second tableau donne les entrepôts ouverts et les capacités stockées. Ces résultats peuvent éventuellement permettre de détecter si certaines localisations sont à privilégier.

Sc	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Stockage
1	2 450	6 000	0	5 550	0	0	0	0	0	0	0	0	14 000
2	0	5 000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5 000
3	0	0	0	4 950	3 125	0	5 925	0	0	0	0	0	14 000
4	0	3 889	5 294	0	0	0	4 000	0	0	0	0	0	13 183
5	0	0	3 200	0	4 800	0	6 000	0	0	0	0	0	14 000
6	0	0	0	0	0	2 000	0	0	0	0	0	0	2 000
7	0	6 000	2 000	0	0	0	5 333	0	0	0	0	0	13 333
8	3 750	3 889	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7 639
9	0	0	0	4 067	0	0	5 787	0	0	0	0	2 222	12 076
10	0	0	0	0	0	0	0	0	2 222	3 158	0	0	5 380
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6 000	4 667	10 667
12	0	0	0	0	0	0	0	2 143	0	0	4 444	6 000	12 587

Table IV-15 : Application numérique – Entrepôts ouverts et capacités stockées.

Ce modèle (PMS) peut aussi être utilisé pour valider des solutions existantes ou des localisations prévues a priori. L'implantation de ces entrepôts de première nécessité peut s'avérer politiquement sensible et les décisions peuvent être prises sur des critères d'aménagement du territoire, de taille de la population de chaque région, des impôts versés par chaque région, voire purement électoralistes. Sur l'exemple, les régions les plus densément peuplées sont les régions 3,

11 et 2. Géographiquement ces régions sont centrales et de part et d'autres de la chaîne montagneuse. Sur le papier (ou dans les médias), le choix de ces trois régions est défendable. Supposons une répartition de 5000 en régions 3 et 11 et 4000 en région 2. En fixant les variables de décision correspondantes, nous obtenons les résultats suivants.

Scénario	Probabilité (%)	Coûts		Démunis
		Transport	Entrepôt	
1	9	19 020	17 600	3 000
2	13	1 900	17 600	0
3	5	18 500	17 600	1 750
4	10	9 670	17 600	0
5	3	17 760	17 600	1 900
6	12	2 000	17 600	0
7	6	12 700	17 600	0
8	8	5 900	17 600	0
9	12	16 500	17 600	0
10	10	8 680	17 600	0
11	7	17 440	17600	0
12	5	20 000	17600	0
Espérance		10 926	17600	415

Table IV-16 : Application numérique – Coûts finaux.

Nous verrons au paragraphe suivant que cette solution est bonne en termes de coût de transport mais ne l'est plus en ce qui concerne les victimes non secourus. Bien entendu, on pourrait envisager une approche de type méta-heuristique utilisant le modèle mono-scénario. Une solution est donnée par le choix des sites et des capacités. En jouant sur le choix des sites et/ou sur les capacités, il est facile de constituer des solutions voisines (méthode de voisinage) ou d'opérer des mutations (méthode génétique). Ces méta heuristiques pourraient permettre de trouver une bonne solution, mais au prix de nombreux essais.

4.3. Contribution n° 4 : Programme Stochastique Multi-Scénarios (PSMS) pour la conception d'une CLH robuste.

4.3.1. Modèle mathématique.

L'approche mono-scénario n'est donc pas suffisante. Par nature, nous ignorons précisément où vont arriver les catastrophes et nous devons nous baser sur un ensemble de scénarios. Nous proposons donc d'utiliser une approche stochastique. On dispose de K scénarios de probabilités distinctes h_s . Comme dans tout problème stochastique, nous aurons maintenant deux types de variables : (1) Les variables indépendantes de tout scénario. Ici, nous voulons localiser et dimensionner des entrepôts permettant de répondre au mieux aux divers scénarios. Nous aurons toujours les variables binaires $Y(j)$ qui valent 1 si un entrepôt est implanté dans la région j et 0 sinon et les variable $C(j)$ pour déterminer la capacité de l'entrepôt j (2) Les variables liées à un scénario : $R(i,s)$ la demande non satisfaite dans le scénario s et $X(i,j,s)$ les secours à la région i fournis par l'entrepôt situé en j dans le scénario « s ».

La fonction objectif à minimiser comprendra donc deux parties : (i) les coûts d'implantation et de gestion des entrepôts qui sont indépendant des scénarios retenus et (ii) les coûts de transport et de non satisfaction de la demande dépendant des scénarios. Ces derniers seront minimisés en espérance. Le modèle sera donc le suivant.

Les variables dépendantes du scénario s retenu :

$R(i,s)$ demande en i non satisfaite dans scénario s
 $X(i,j,s)$ secours à i fournis par j dans scénario s

Index :

i index de la demande
j index des entrepôts potentiels
s scénario

Paramètres inchangés :

$a(j)$ capacité maximale de l'entrepôt en j
 $b(j)$ capacité minimale de l'entrepôt en j
cg capacité globale de stockage
 $f(j)$ coût d'implantation de l'entrepôt
nw nombre maxi d'entrepôt
s coût de non satisfaction d'une demande
 $t(i,j)$ coût de transport entre i et j
 $v(j)$ coût variable de gestion de l'entrepôt

Paramètres scénarisés :

$d(i,s)$ demande à satisfaire en i
 $h(s)$ Probabilité du scénario s
 $m(i,j,s)$ flot maximum entre i et j
 $p(j,s)$ pourcentage de la capacité utilisable

Variables inchangées :

$C(j)$ capacité de l'entrepôt en j
 $Y(j)$ 1 si l'entrepôt est implanté en j, 0 sinon

Variables scénarisées :

$R(i,s)$ demande en i non satisfaite dans scénario s
 $X(i,j,s)$ secours à i fournis par j dans scénario s

Programme stochastique multi-scénarios (PSMS) :

$$\min = \sum_i s \sum_s h(s).R(i,s) + \sum_j (f(j).Y(j) + v(j).C(j)) + \sum_i \sum_j \sum_s h(s).t(i,j).X(i,j)s$$

$$(1) \forall j, \sum_i X(i,j) \leq Y(j).MaxDmde$$

$$(2) \forall i, \forall s \sum_j X(i,j,s) + R(i,s) = d(i,s)$$

$$(3) \forall j, \forall s \sum_i X(i,j,s) \leq p(j,s).C(j)$$

$$(4) \forall j, a(j).Y(j) \leq C(j) \leq b(j).Y(j)$$

$$(5) \forall i \forall j \forall s, X(i, j, s) \leq m(i, j, s)$$

$$(6) \sum_j y(j) \leq nw$$

$$(7) \sum_j C(j) \leq cg$$

$$(8) \forall j Y_j \in \{0,1\}$$

4.3.2. Application numérique

Sur l'exemple, la solution est d'ouvrir les entrepôts des régions 1, 5 et 11 avec des capacités de 3700, 4620 et 5680. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Scénario	Probabilité (%)	Coûts		Démunis
		Transport	Entrepôt	
1	9	37 000	18 380	1 500
2	13	4 850	18 380	0
3	5	30 530	18 380	185
4	10	23 040	18 380	0
5	3	30 920	18 380	1 580
6	12	1 000	18 380	0
7	6	21 620	18 380	180
8	8	7 040	18 380	0
9	12	24 700	18 380	0
10	10	8 680	18 380	0
11	7	20 360	18 380	0
12	5	23 248	18 380	0
espérance		17 119	18 380	202

Table IV-17 : Application numérique PSMS – Résultats.

Il n'est pas possible de satisfaire tous les besoins dans quatre des scénarios (1, 3, 5 et 7). En espérance, le pourcentage de démuni sera de $202/8435 = 2,4\%$.

4.3.3. Extension du modèle

Regardons en pourcentage la répartition des démunis entre régions :

Scenario	Pourcentage non satisfait							% moyen
	1	2	3	4	6	7	8	
1	0,0 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	30,0 %	0,0 %	9,7 %
3	0,0 %	0,0 %	4,1 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	1,3 %
5	0,0 %	0,0 %	19,8 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	11,3 %
7	0,0 %	3,0 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	0,0%	0,0 %	1,7 %

Table IV-18 : Application numérique PSMS – Pourcentage de non satisfaction.

Cette solution ne donne pas une répartition équitable de la non-satisfaction entre régions. Ceci est particulièrement probant pour la région 7 dans le scénario 1 et la région 3 dans le scénario 5. Là aussi, il est possible d'améliorer la répartition sans augmenter le nombre de démunis de chacun des scénarios. Pour cela, il nous faut connaître le pourcentage maximal $PM(s)$ de non satisfaction dans une région pour le scénario s . Dans la fonction objectif à minimiser, nous ajouterons un « coût » proportionnel aux $PM(s)$.

Soit $dn(s)$ le nombre de démunis obtenu précédemment pour le scénario s .

Dans le programme (PSMS), on ajoute :

- Les variables $PM(s)$;
- Les données $dn(s)$;
- Les contraintes supplémentaires suivantes pour les scénarios « s ».

A travers :

$$(9) \quad \forall s \quad PM(s) = \text{Max} \sum_i R(i,s) / d(i,s)$$

$$(10) \quad \forall s \quad \sum_i R(i,s) = dn(s)$$

(9) Donne le pourcentage maximum de démunis dans une région pour le scénario s

(10) Le nombre de démunis du scénario s reste identique.

Dans la fonction objectif à minimiser, on ajoute un coût proportionnel aux $PM(s)$. La solution obtenue conserve les mêmes entrepôts avec des capacités stockées identiques. Seuls les flux sont changés. Les coûts de transport augmentent alors de 0.6 %.

Scénario	Probabilité (%)	Coûts		Démunis
		Transport	Entrepôt	
1	9	37 923	18 380	1 500
2	13	4 850	18 380	0
3	5	30 702	18 380	185
4	10	23 040	18 380	0
5	3	30 920	18 380	1 580
6	12	1 000	18 380	-
7	6	21 620	18 380	180
8	8	7 040	18 380	0
9	12	24 700	18 380	0
10	10	8 680	18 380	0
11	7	20 360	18 380	0
12	5	23 248	18 380	0
espérance		17 210	18 380	202

Table IV-19 : Application numérique PSMS étendue – Synthèse des résultats.

Elle améliore la situation des scénarios 1 et 3, mais le problème reste entier pour le scénario 5.

Scénario	Pourcentage non satisfait							% moyen
	1	2	3	4	6	7	8	
1	0,0 %	0,0 %	11,5 %	0,0 %	0,0 %	11,5 %	0,0 %	9,7 %
3	1,3 %	1,3 %	1,3 %	0,0 %	0,0 %	1,3 %	0,0 %	1,3 %
5	0,0 %	0,0 %	19,8 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	11,3 %
7	0,0 %	3,0 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	1,7 %

Table IV-20 : Application numérique PSMS étendue – Non satisfaction.

4.3.4. Modèle multi-scénarios.

L'hypothèse de base retenue jusqu'ici était de trouver une solution qui minimise le nombre de démunis et ce, à moindre coût. Dans le cas où les secours doivent satisfaire des besoins vitaux immédiats, ce critère est indiscutable. On constate sur les deux résolutions précédentes que cet objectif rentre en conflit avec le critère de répartition équitable de la pénurie sur les régions. Dans un contexte où l'aide est mise en place par les pouvoirs publics et si le reste des secours peut être acheminé dans des délais courts, le critère de répartition équitable peut devenir prépondérant. Sur notre exemple, une solution robuste qui garantirait que dans tous les scénarios où c'est possible, toute région reçoit au minimum 95% de ses besoins peut être attrayante pour les décideurs.

Pour les scénarios 1 et 5 pour lesquels on sait d'avance que l'on aura un minimum de 9,7 % et 6,9% de pénurie, les seuils à respecter seront supérieurs ou égal à ces valeurs. Nous proposons de rajouter un tableau à remplir par les décideurs donnant le pourcentage maximum $px(s)$ de pénurie acceptable dans le scénario s .

Pour prendre en compte cette nouvelle contrainte, nous devons ajouter deux contraintes au programme (PSMS) :

$$(9) \quad \forall s \quad PMs = \text{Max} \sum_i Ris / dis$$

$$(11) \quad \forall s \quad PM(s) \leq pxs$$

(9) Donne le pourcentage maximum de démunis dans une région pour le scénario s (déjà utilisée précédemment).

(11) Limite la valeur du pourcentage maximum.

Le risque est d'aboutir à des programmes sans solution si les valeurs $px(s)$ sont trop faibles. Afin d'obtenir une réponse dans tous les cas, nous proposons de supprimer les contraintes (11) et d'ajouter une pénalité $w(s)$ si $PM(s)$ dépassent la valeur $px(s)$. Le coût de lissage sera alors proportionnel à ce dépassement. En définitif, les équations à ajouter seront :

$$(9) \quad \forall s \quad PMs = \text{Max} \sum_i Ris / dis$$

$$(12) \quad \text{CoutLissage} = \sum_s \sum_i (PM(s) - px(s)) * w(s)$$

Reprenons l'exemple. Ici nous visions un pourcentage de démunis maximum de 10 % pour le scénario 1, 8 % pour le scénario 5 et 5 % pour les autres. Pour éviter d'augmenter le pourcentage sur les scénarios 1 et 5 déjà critiques, nous avons pris des poids plus forts pour ces deux scénarios. Les seuils d'acceptation et coûts associés dans la table suivante :

Scénario	Pourcentage maximum	Pénalité si dépassement
1	10 %	10 000
2	5 %	1 000
3	5 %	1 000
4	5 %	1 000
5	8 %	5 000
6	5 %	1 000
7	5 %	1 000
8	5 %	1 000
9	5 %	1 000
10	5 %	1 000
11	5 %	1 000
12	5 %	1 000

Table IV-21 : Application numérique PSMS multi-scénarios.

La solution obtenue ouvre les entrepôts 1, 5 et 11 avec des capacités respectives de 3 900, 5 700 et 4 400. Sur ce petit exemple, les résultats sont très proches de ceux obtenus précédemment. La pénurie moyenne passe de 202 à 203. On gagne un petit peu sur le scénario 7 qui passe de 11,3 % à 10,9 % au détriment du scénario 3 qui passe de 1,3 % à 1,4 %. Pour les autres scénarios, les pourcentages restent identiques. Les coûts de transports par contre augmentent significativement de 17 119 à 20 665 soit +20 %.

Scénario	Probabilité (%)	Coûts		Démunis	% Démunis
		Transport	Entrepôt		
1	9	36 000	18360	1 500	9,7%
2	13	4 850	18360	-	0,0%
3	5	29 691	18360	195	1,4%
4	10	29 960	18360	-	0,0%
5	3	36 760	18360	1 580	10,9%
6	12	2 500	18360	-	0,0%
7	6	25 080	18360	180	1,7%
8	8	12 120	18360	-	0,0%
9	12	25 400	18360	-	0,0%
10	10	15 840	18360	-	0,0%
11	7	27 820	18360	-	0,0%
12	5	37 140	18360	-	0,0%
Espérance		20 665	18360	203	

Table IV-22 : Application numérique PSMS multi-scénarios – Synthèse des résultats.