

VI. INFLUENCE DES PARAMÈTRES D'IMPACT SUR LA RÉPONSE GLOBALE D'UNE PLAQUE ISOTROPE

Dans ce chapitre, nous étudions l'évolution de la réponse globale de la plaque et du projectile en fonction de quelques données du problème.

Nous avons divisé ces données ou ces paramètres en deux groupes: les paramètres se référant au projectile à savoir sa masse et sa vitesse initiale, et les paramètres se référant à la plaque à savoir sa rigidité d'interface, son épaisseur, et les conditions aux limites imposées à ses bords.

L'objectif de ce chapitre est d'abord d'illustrer la rapidité de calcul du code que nous développons, puisqu'il a permis en un temps court, de procéder à d'innombrables calculs dans une large gamme de données. L'ensemble des informations obtenues permet ensuite de mieux comprendre le phénomène d'impact et les notions que nous avons vues au chapitre bibliographique.

La plaque étudiée est ici isotrope, mais elle est modélisée comme une plaque multicouche.

VI.1. INFLUENCE DES PARAMÈTRES SE RÉFÉRANT AU PROJECTILE

Nous pouvons caractériser le projectile par trois paramètres: sa masse, sa forme et sa vitesse initiale.

En supposant, pour rester dans le cadre de la théorie de Hertz, que le projectile garde toujours une forme sphérique, nous avons la possibilité de faire varier sa vitesse et sa masse. La masse $m = \frac{4}{3}\pi\rho R^3$ étant directement reliée au rayon R , nous pouvons la faire varier en faisant varier le rayon R .

Les calculs numériques pour différentes valeurs de V_0 et de R ont été effectués en modélisant la plaque isotrope respectivement avec 2 couches et 4 couches. Les résultats obtenus sont similaires. Nous en présentons ceux correspondant à 4 couches.

VI.1.1. Influence de la vitesse du projectile

Les résultats sont illustrés par les courbes des figures (1-a,b,c).

fig.6.1.a- Evolution de la force de contact en fonction du temps: Influence de la vitesse du projectile

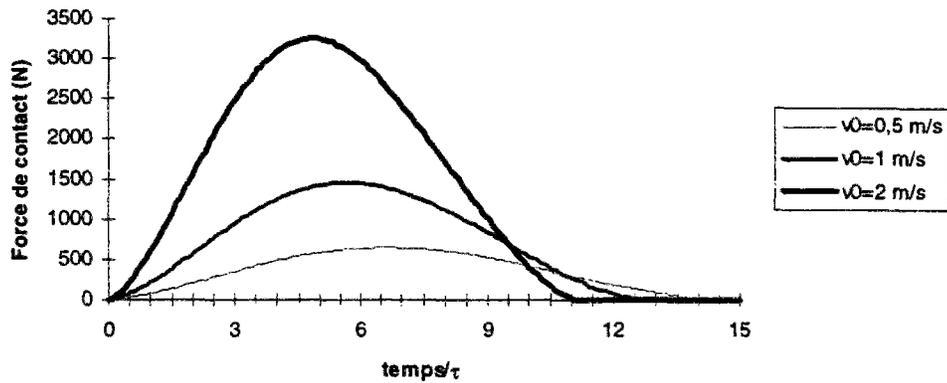


fig.6.1.b- Evolution des déplacements du centre de la plaque et du projectile en fonction du temps: Influence de la vitesse du projectile

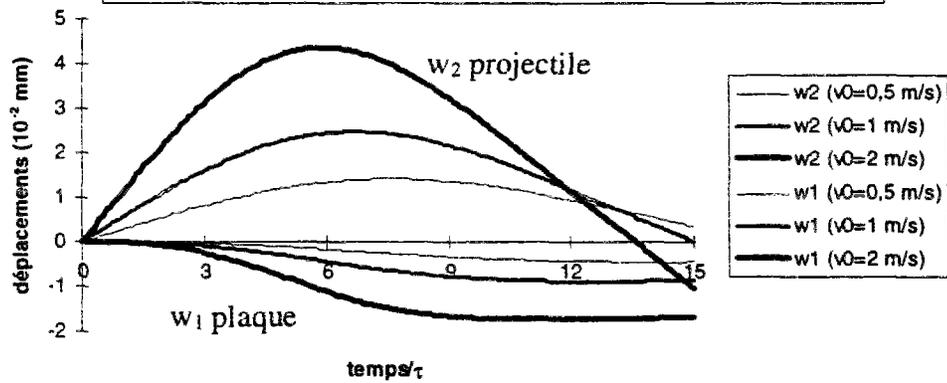
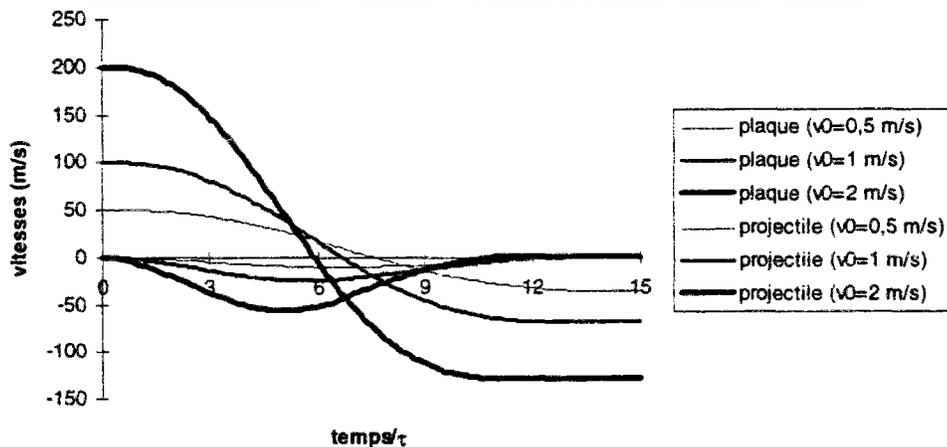


fig.6.1.c- Evolution de la vitesse du centre de la plaque et du projectile en fonction du temps: Influence de la vitesse du projectile

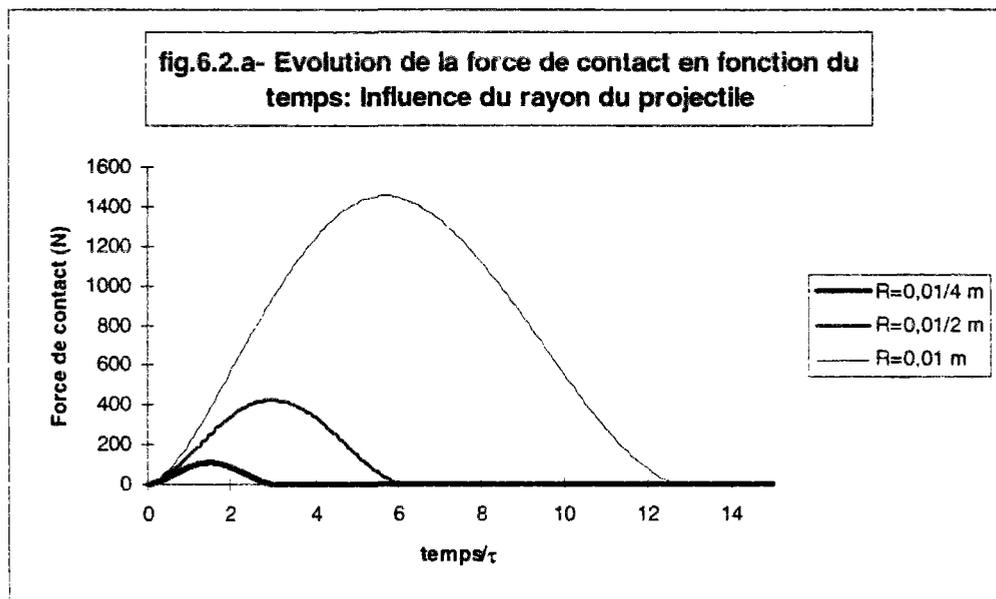


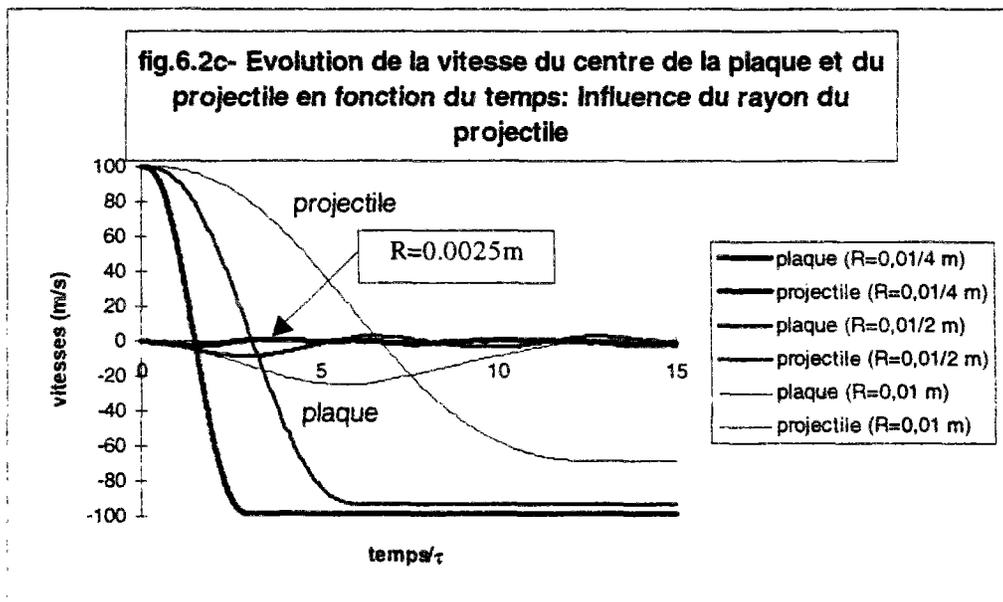
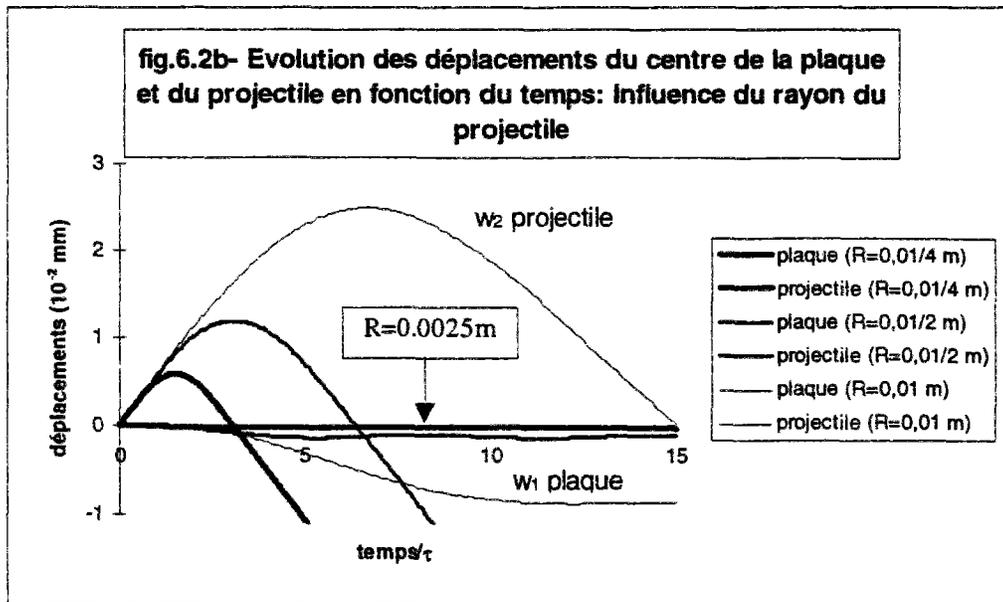
Elles appellent plusieurs remarques:

- la réponse varie en amplitude et en période. Une augmentation de la vitesse a pour effet d'augmenter l'amplitude et de diminuer la période de la réponse;
- l'allure des courbes est conservée. Cela veut dire que la réponse est de même nature;
- la durée de contact, définie à partir de la courbe d'évolution de la force de contact, présente de faibles variations. Pour un rapport de 2 entre les vitesses, nous obtenons un rapport d'environ 1.15 pour les durées de contact.

VI.1.2. Influence de la masse du projectile

La plaque isotrope a été modélisée en 4 couches. La variation de la masse est obtenue en faisant varier le rayon du projectile. Le rayon prend les valeurs 0.01m (valeur de référence), 0.005m et 0.0025m. La réponse globale est illustrée par les courbes des figures (2-a,b,c).





Nous constatons que:

- aussi bien l'amplitude que la période de la réponse dépendent de la taille du projectile. Une diminution du rayon et donc de la masse du projectile a pour effet de diminuer l'amplitude et la période de la réponse;

- nous obtenons le même type de réponse globale, puisque l'allure des courbes est conservée;

- lorsque le projectile est petit ($R=0,01/4m$), le projectile repart après contact avec une vitesse $\frac{dw_2}{dt}$ voisine de sa vitesse initiale. La plaque entre en très faibles vibrations. Lorsque le projectile est petit, le contact est donc parfaitement élastique.

Avec de tels projectiles, et avec des vitesses plus élevées, la plaque presque immobile peut être perforée par le projectile.

VI.1.3. Étude quantitative de l'influence de la vitesse et du rayon du projectile

Nous avons vu aux deux paragraphes précédents (§I.1 et §I.2), que lorsque la vitesse et le rayon (ou la masse) du projectile varient, nous obtenons les mêmes allures de courbe. Nous allons essayer dans ce paragraphe de quantifier les variations enregistrées.

a). Approche analytique simplifiée

Lorsque les vibrations produites par la collision peuvent être négligées, on peut écrire [W.E.Goldsmith (1960)]:

$$f = -m_2 \cdot \ddot{w}_2 = m_1 \cdot \ddot{w}_1$$

(Cela revient en fait à supposer toute la masse de la plaque concentrée au point de contact).

En dérivant deux fois la relation $\alpha = w_2 - w_1$, on obtient:

$$\ddot{\alpha} = -f \cdot \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)$$

Dans le cadre de la théorie de Hertz on a $f = k_c \cdot \alpha^{3/2}$, ce qui donne:

$$\ddot{\alpha} = -k_c \cdot \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \cdot \alpha^{3/2}$$

En posant $k_1 = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$ et en intégrant, on obtient:

$$\frac{1}{2} (\dot{\alpha}^2 - V_0^2) = -\frac{2}{5} k_1 \cdot k_c \cdot \alpha^{5/2} \quad (6.1)$$

Le maximum d'indentation α_m a lieu lorsque s'annule la vitesse relative $\dot{\alpha} = 0$, ce qui donne:

$$\alpha_m = \left(\frac{5 \cdot V_0^2}{4 \cdot k_1 \cdot k_c} \right)^{2/5}$$

soit encore:

$$f_m = k_c \cdot \left(\frac{5 \cdot V_0^2}{4 \cdot k_1 \cdot k_c} \right)^{2/5} \quad (6.2)$$

Lorsque le contact est élastique (pas de déformations permanentes), les déformations sont réversibles, et la durée de contact est déterminée à partir de l'équation (6.1) par:

$$\tau_c = 2 \int_0^{\alpha_m} \frac{d\alpha}{\sqrt{V_0^2 - \frac{4}{5} \cdot k_1 \cdot k_c \cdot \alpha^{5/2}}}$$

Cette intégrale est calculable par changement de variable $x = \frac{\alpha}{\alpha_m}$ et donne:

$$\tau_c = \frac{2.9432}{V_0^{1/5}} \left[\frac{5}{4 \cdot k_1 \cdot k_c} \right]^{2/5} \quad (6.3)$$

Par ailleurs, lorsque le projectile est assez petit, nous pouvons négliger sa masse m_2 devant celle m_1 de la plaque, de sorte que $k_1 \approx \frac{1}{m_2}$.

En écrivant que $k_c = \frac{2}{3} \cdot \frac{E}{1-\mu^2} \cdot \sqrt{R}$ [W.E. Goldsmith (1960)], et en reportant les expressions de k_1 et k_c dans (6.2) et (6.3), on peut facilement établir que:

$$\begin{aligned} \tau_c &\text{ varie comme } \frac{1}{V_0^{1/5}} \text{ et comme } R \\ f_m &\text{ varie comme } V_0^{6/5} \text{ et comme } R^2 \end{aligned}$$

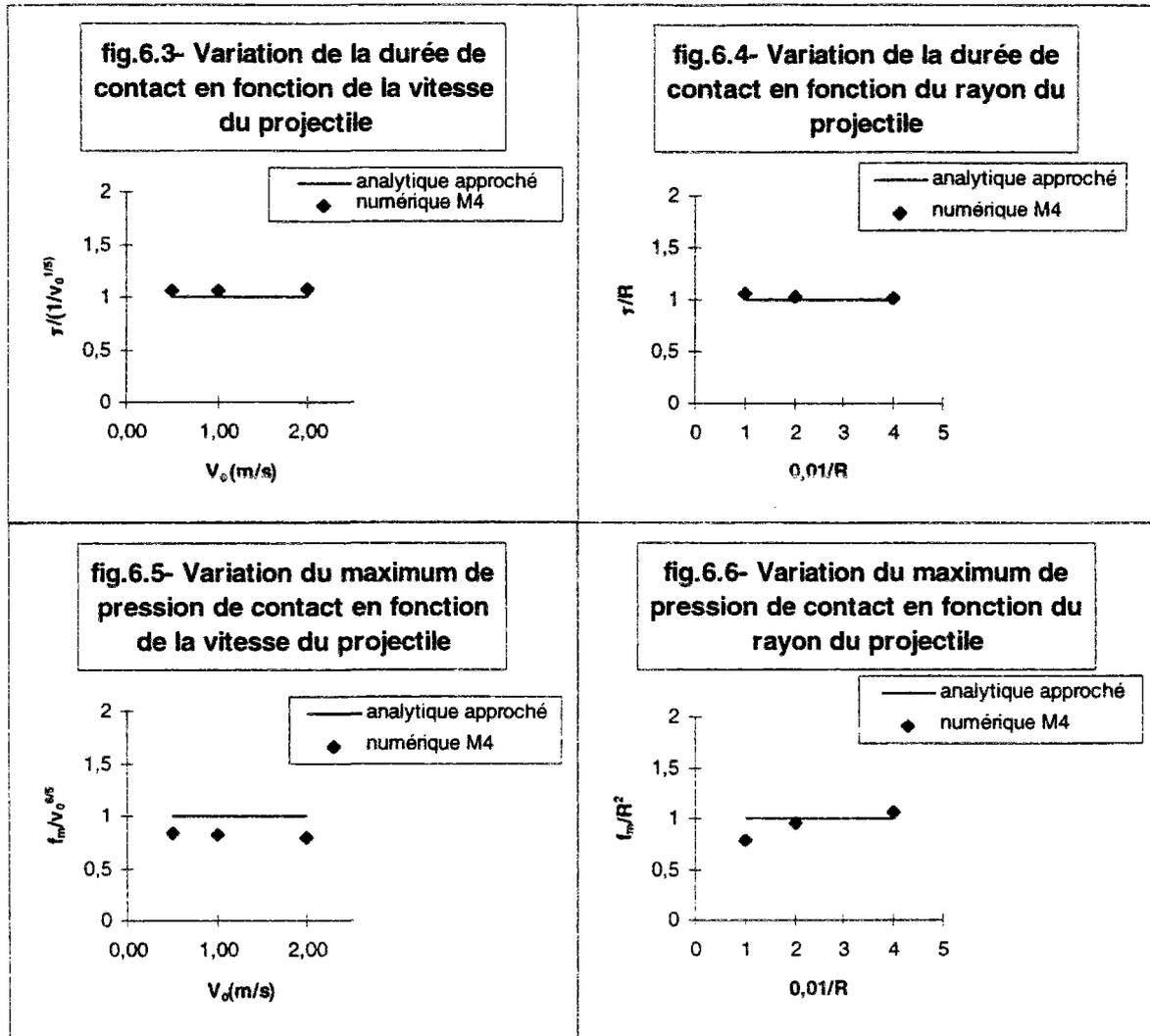
Ces résultats issus d'une analyse simplifiée, supposant certaines hypothèses simplificatrices, ne sont qu'approximatifs. Nous avons pu par exemple relever un écart de l'ordre de 23% sur le calcul de f_m entre le résultat obtenu par cette approche simplifiée et celui donnée par l'approche analytique de Karas (1939) (cf. V.3).

Néanmoins, nous allons essayer de voir si les rapports donnés constants par cette approche simplifiée le sont vraiment dans le cas général. C'est l'objet du prochain paragraphe.

b). Comparaison de l'approche numérique M4s et de l'approche analytique simplifiée

Pour différentes valeurs de V_0 , respectivement de R , nous avons calculé les rapports $\frac{\tau_c}{1/V_0^{1/5}}$ et $\frac{f_m}{V_0^{6/5}}$, respectivement $\frac{\tau_c}{R}$ et $\frac{f_m}{R^2}$, donnés constants par l'approche analytique simplifiée.

Les résultats ramenés au cas de référence $V_0=1\text{m/s}$ et $R=1\text{cm}$, sont illustrés par les figures (6.3-6.6).



Nous pouvons constater que:

- Sur la figure 6.6 le rapport $\frac{f_m}{R^2}$ présente des écarts de plus de 20% pour des valeurs différentes de R . La propriété de constance de ce rapport émise dans le cadre de l'approche analytique simplifiée n'est donc pas vérifiée. Il y a lieu d'effectuer les calculs avec d'autres valeurs de R avant de pouvoir déterminer les variations de f_m en fonction de R ;
- l'ensemble des trois autres rapports (courbes 6.3, 6.4 et 6.5) présentent des écarts très faibles, de sorte que nous pouvons dire que pour une plaque isotrope, et dans la gamme des vitesses et des masses que nous avons testées, la durée de contact τ_c

varie comme $\frac{1}{V_0^{1/5}}$ et comme R et que f_m varie comme $V_0^{6/5}$. L'établissement d'un tel lien entre τ_c d'une part et V_0 et R d'autre part, permet de rapprocher deux des méthodes de classification des impacts (cf. §III.1.1 et §III.1.2), l'une classique se basant sur la masse et la vitesse et l'autre, dite phénoménologique, faisant appel aux durées de contact.

VI.2. INFLUENCE DES PARAMÈTRES SE RÉFÉRANT A LA PLAQUE

Plusieurs paramètres se rattachant à la plaque isotrope peuvent affecter la réponse globale: son épaisseur, les conditions aux limites imposées à ses bords latéraux, sa taille, et , exceptionnellement pour le M4, la rigidité qui caractérise ses interfaces.

VI.2.1. Influence de la valeur de la rigidité aux interfaces

Lorsque nous modélisons par le M4 une plaque isotrope par des couches identiques, la rigidité de cisaillement d'interface est la même pour toutes les interfaces. Néanmoins, comme nous l'avons évoqué ailleurs (cf I.2.2.), plusieurs démarches ont été envisagées pour le calcul de la valeur de ces rigidités. Pour l'instant nous effectuons nos calculs en nous basant sur la formule (1.45) du chapitre I. Nous avons alors, dans ce paragraphe, prévu des écarts par rapport à cette valeur de référence, pour évaluer l'influence que cela a sur la réponse globale de la plaque, et essentiellement sur la force de contact entre la plaque et le projectile.

Les calculs numériques de ce paragraphe ont été effectués en modélisant la plaque isotrope en 2 couches et en 4 couches. Les résultats obtenus sont similaires. Ils sont illustrés par les courbes des figures (6.7-a,b,c).

fig.6.7.a- Evolution de la force de contact en fonction du temps:
Influence de la rigidité d'interface

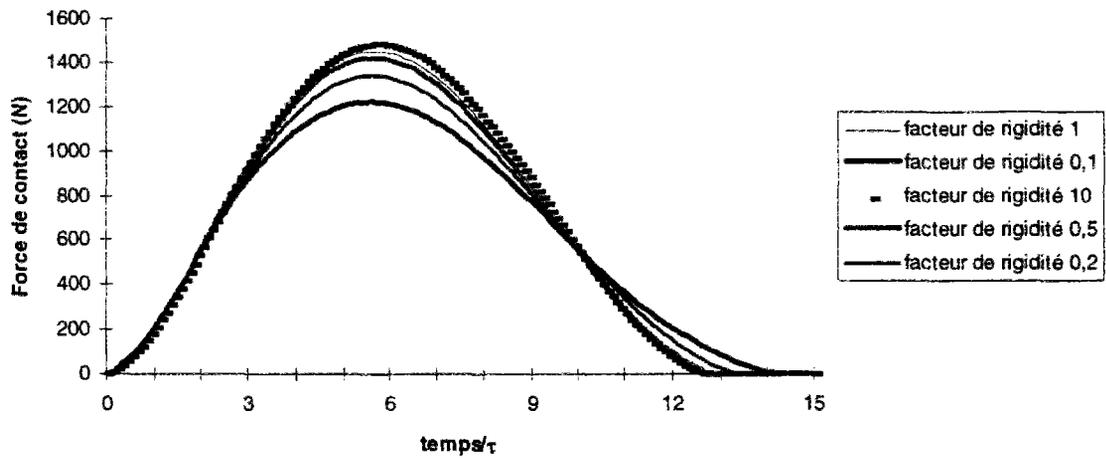
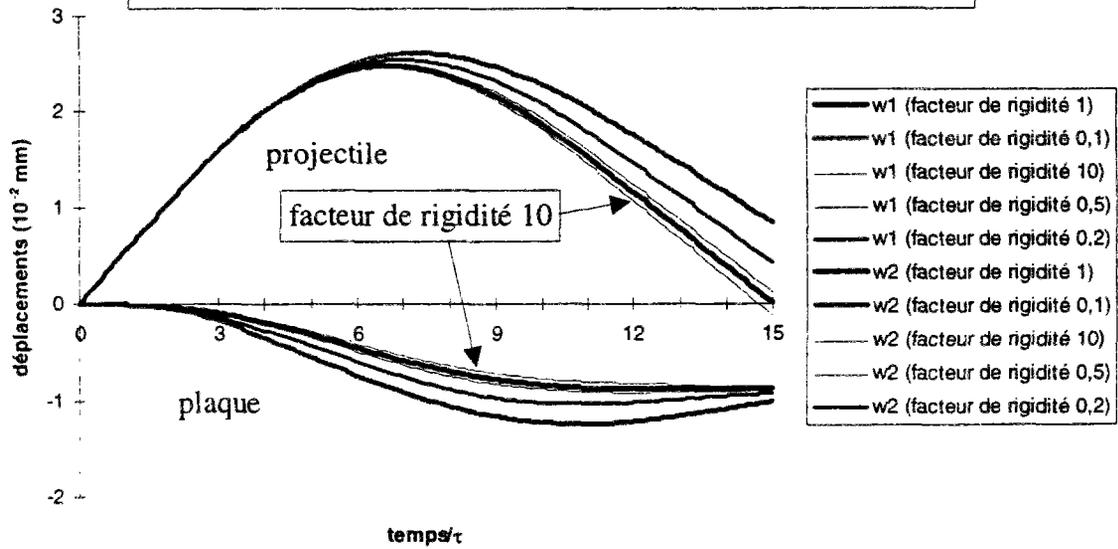
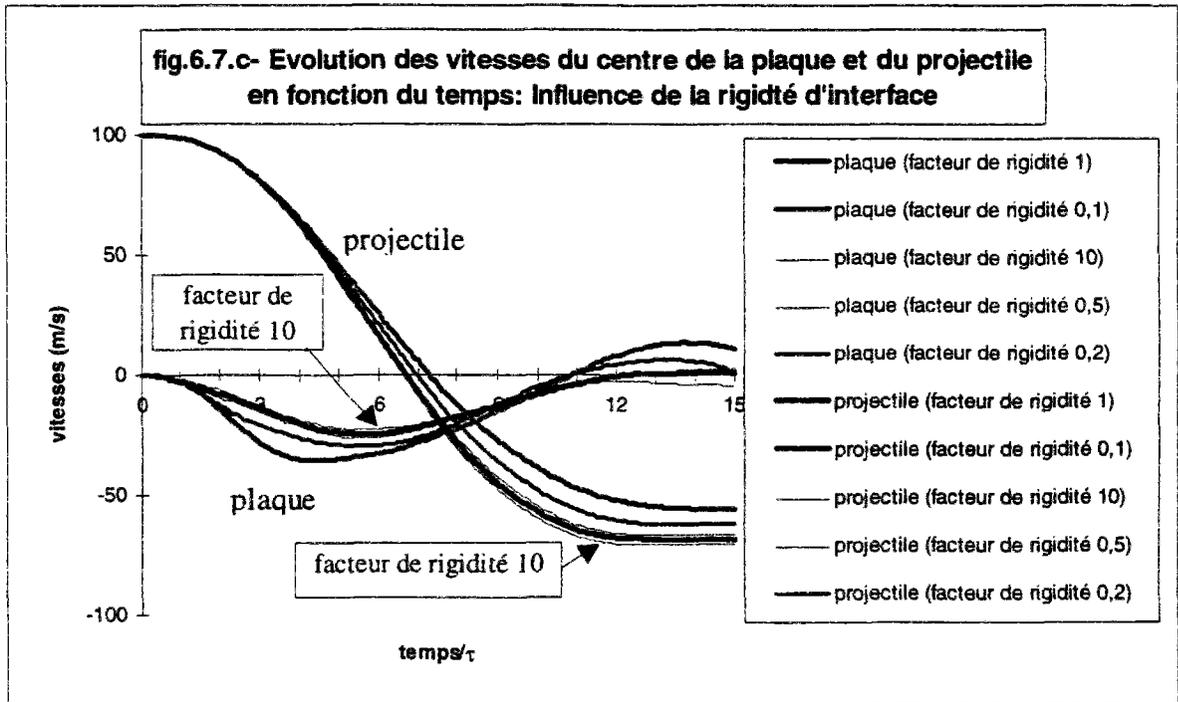


fig.6.7.b- Evolution des déplacements du centre de la plaque et du projectile en fonction du temps: Influence de la rigidité d'interface





Nous constatons alors que:

- comme prévu, la réponse globale varie avec la valeur de la rigidité de cisaillement d'interface, mais cette variation est faible;
- par rapport à la valeur de référence, le fait d'augmenter la rigidité à l'interface influe très peu sur la réponse globale;
- dans une gamme de rapports de $\frac{1}{2}$ à 2 par rapport à cette valeur, la réponse reste pratiquement la même;
- seule une diminution considérable (facteur 5) de la rigidité à l'interface a une influence considérable sur la réponse.

Au vu de ces résultats, et du fait que les autres démarches envisagées pour le calcul de ces rigidités à l'interface prévoient des écarts faibles par rapport à la valeur de référence (cf.I.2.2), nous pouvons conclure que le choix de la méthode de calcul de la rigidité d'interface a peu d'influence sur la réponse globale.

VI.2.2. Influence de l'épaisseur totale de la plaque

L'approche simplifiée du §I.3.1. prévoit, lorsque la masse m_2 du projectile est petite devant celle m_1 de la plaque, que le maximum f_m de la force de contact, ainsi que la durée τ_c du contact, sont indépendants de l'épaisseur totale h de la plaque. Ce résultat s'appuie essentiellement sur l'hypothèse que la plaque est assez épaisse pour que les vibrations produites par la collision puissent être négligées.

Nous allons ici faire varier l'épaisseur et voir si ces affirmations sont vérifiées dans le cas général. Les résultats obtenus pour trois valeurs différentes de l'épaisseur totale h de la plaque sont présentés figures (8.a,b,c).

