Identification des paramètres du modèle de comportement et de la loi de fatigue

Le but de ce chapitre est de présenter l'identification des paramètres du modèle qui a été développé dans le chapitre précédent. Cela passe dans un premier temps par l'identification du tenseur d'élasticité, des tenseurs de chute de rigidité et ensuite par l'identification des lois d'évolution de l'endommagement d'abord en quasi-statique puis en fatigue.

Sommaire

6.1 Introduction

Le modèle de comportement présenté dans le chapitre précédent (CHAP. 4) dépend d'un certains nombre de paramètres qu'il convient d'identifier. C'est là tout l'objet de ce chapitre. L'identification se décompose en trois étapes : dans un premier temps, il convient d'identifier la loi de comportement du matériau. Cela passe par l'identification des propriétés mécaniques du matériau sain (tenseur de rigidité élastique $\underset{\approx}{C}^0$) ainsi que les tenseurs de chutes de rigidité qui représentent les chutes de rigidité dues à l'apparition de l'endommagement. Ensuite, nous identifierons les paramètres de la loi d'évolution quasi-statique (EQ. 4.61). Enfin nous terminerons par l'identification des paramètres de la loi d'évolution en fatigue (EQ. 5.12).

6.2 Identification de la loi de comportement

Afin de bien comprendre quels sont les termes à identifier, on rappelle ici la forme du tenseur de comportement donnée par les équations (4.28) à (4.31) définies précédemment (§4.2.4.2) :

$$\underset{\approx}{C} = \underset{\approx}{C}^0 - f(\alpha)\left[\underset{\approx}{C}^N U_N^2 + \underset{\approx}{C}^T U_T^2 + \underset{\approx}{C}^{NT} U_N U_T\right] \tag{6.1}$$

Il apparaît clairement que l'identification revient à déterminer les coefficients des quatre tenseurs d'ordre 4 $\underset{\approx}{C}^0$, $\underset{\approx}{C}^N$, $\underset{\approx}{C}^T$, $\underset{\approx}{C}^{NT}$ correspondants au tenseur de rigidité élastique et aux trois tenseurs de chute de rigidité. La forme des composantes U_N et U_T du vecteur $\underline{\boldsymbol{U}}$ a été donnée au chapitre précédent.

6.2.1 Identification du tenseur de rigidité élastique

Le tenseur de rigidité élastique $\underset{\approx}{C}^0$ dépend, dans le cas la plus général, c'est-à-dire pour un matériau ne présentant aucune symétrie, de 21 coefficients indépendants. Dans le cas de notre matériau, nous avons pu observer expérimentalement que ce dernier présente un plan d'isotropie du fait de l'orientation des fibres. Cela nous permet de considérer le comportement du pli unidirectionnel comme *isotrope transverse* [1]. Ainsi, l'identification de $\underset{\approx}{C}^0$ se réduit à déterminer 6 coefficients indépendants qui s'obtiennent par inversion de la matrice de souplesse du pli unidirectionnel (EQ. 6.2). Les différents coefficients de la matrice de souplesse sont obtenus par les essais de traction uni-axiale quasi-statique sur le pli unidirectionnel dans différentes directions par rapport à son axe d'isotropie transverse.

1. Un comportement isotrope transverse est invariant par rotation d'un angle quelconque autour d'un axe perpendiculaire au plan d'isotropie

$$\underset{\approx}{S} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & -\frac{\nu_{23}}{E_{22}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & -\frac{\nu_{23}}{E_{22}} & -\frac{\nu_{23}}{E_{22}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{23})}{E_{22}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \tag{6.2}$$

Ainsi, le module d'élasticité longitudinal E_{11} et le coefficient de Poisson ν_{12} sont obtenus par un essai de traction monotone quasi-statique sur un stratifié unidirectionnel de séquence (0°_3) au cours duquel on mesure l'évolution des déformations longitudinale et transverse en fonction du chargement appliqué (FIG. 6.1a).

$$\begin{cases} E_{11} = 124699 \pm 46.5 (\text{MPa}) \\ \nu_{12} = 0.323 \pm 0.007 \end{cases} \tag{6.3}$$

Un essai effectué dans le sens transverse (90°_3) au cours duquel on mesure la déformation dans l'axe du chargement permet d'accéder à E_{22} (FIG. 6.1b).

$$\begin{cases} E_{22} = 7372 \pm 2.35 (\text{MPa}) \\ \nu_{21} = 0.019 \pm 0.003 \end{cases} \tag{6.4}$$

Un essai effectué à 45˚par rapport à l'axe des fibres au cours duquel on mesure les déformations dans l'axe du chargement et dans le sens transverse permet d'accéder au module de cisaillement G_{12} (FIG. 6.2).

$$G_{12} = 3290 \pm 35 (\text{MPa}) \tag{6.5}$$

6.2.2 Identification des tenseurs de chutes de rigidité

Le tenseur $\underset{\approx}{C}^N$ représente la chute de rigidité due à la composante V_N du vecteur $\underline{V}$ caractérisant l'endommagement lorsque les fissures sont ouvertes mais non cisaillées. Dans ce cas, l'apparition des fissures est due exclusivement à ε_{22}, ainsi on a $B_6 = B_8 = B_9 = 0$.

Le tenseur $\underset{\approx}{C}^T$ représente la chute de rigidité due à la composante V_N du vecteur $\underline{V}$ caractérise l'endommagement lorsque les fissures sont cisaillées mais non ouvertes. Dans ce cas, l'apparition des fissures est due exclusivement à ε_{12}, ainsi on a $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = C_7 = 0$.

le tenseur $\underset{\approx}{C}^{NT}$ représente la chute de rigidité due au couplage des effets des composantes V_N et V_T. Cependant, rappelons que nous avons fait l'hypothèse que ces effets sont négligeables dans le cas de notre matériau.

Les termes à identifier sont résumés dans le tableau 6.1

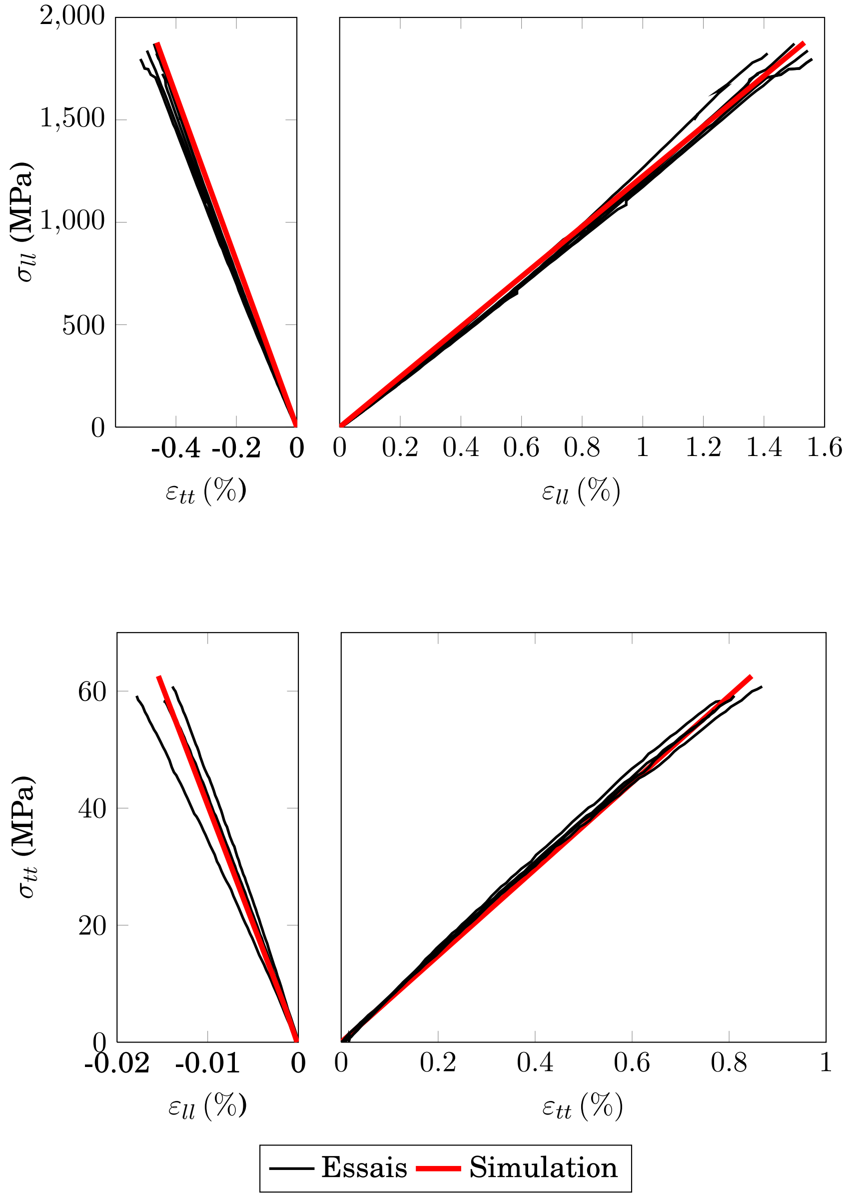

FIGURE 6.1 - *Résultats de l'identification des coefficients* E_{11}, E_{22}, ν_{12}, ν_{21}

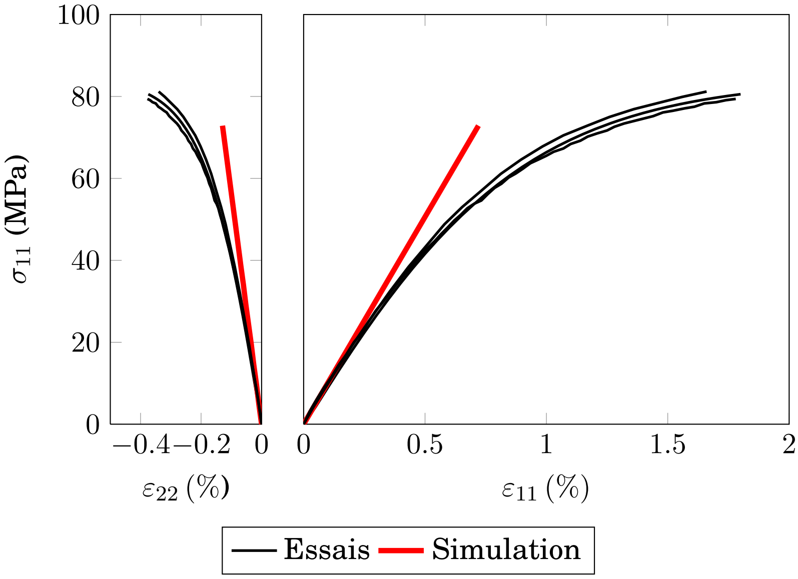

FIGURE 6.2 - *Résultats de l'identification du coefficient G_{12}*

Caractéristiques	Valeurs	Unité
E_1	124.345	(GPa)
$E_2 = E_3$	7.372	(GPa)
$G_{12} = G_{13}$	3.290	(GPa)
G_{23}	5.205*	(GPa)
$\nu_{12} = \nu_{13}$	0.323	
$\nu_{21} = \dfrac{E_{22}}{E_{11}}\nu_{12}$	0.019	
ν_{23}	...*	

R^0_{11}	125.324	(GPa)
$R^0_{22} = R^0_{33}$	9.652	(GPa)
$R^0_{66} = R^0_{55}$	3.204	(GPa)
R^0_{44}	5.205*	(GPa)
R^0_{12}	4.457	(GPa)
R^0_{13}	4.612	(GPa)
R^0_{23}	4.626	(GPa)

FIGURE 6.3 - *Caractéristiques mécaniques de l'unidirectionnel identifiées expérimentalement et coefficients de sa matrice de rigidité (obtenues par inversion de la matrice de souplesse) (Les valeurs indicées « $*$ » ont été tirées de la littérature.)*

Paramètres	Nombres de coefficients	Nature mathématique	Coefficients
$\underset{\approx}{C}^0$	6	4-tenseur	$\begin{pmatrix} 2A_1 & A_2 & A_2 & 0 & 0 & 0 \\ & 2A_4 & A_5 & 0 & 0 & 0 \\ & & 2A_4 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 2A_6 & 0 & 0 \\ & (S) & & & 2A_8 & 0 \\ & & & & & 2A_8 \end{pmatrix}$
$\underset{\approx}{C}^N$	6	4-tenseur	$\begin{pmatrix} 2B_1 & B_2 & B_3 & 0 & 0 & 0 \\ & 2B_4 & B_5 & 0 & 0 & 0 \\ & & 2B_7 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & (S) & & & 0 & 0 \\ & & & & & 0 \end{pmatrix}$
$\underset{\approx}{C}^T$	3	4-tenseur	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_9 \end{pmatrix}$
$\underset{\approx}{C}^{NT}$	4	4-tenseur	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_1 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & D_2 \\ & & 0 & 0 & 0 & D_3 \\ & & & 0 & D_4 & 0 \\ & (S) & & & 0 & 0 \\ & & & & & 0 \end{pmatrix}$

TABLE 6.1 - *Paramètres à identifier pour l'écriture du tenseur de comportement*

6.3 Identification de m des variables m et r

Pour comprendre comment identifier les fonctions m et r il convient d'en rappeler leur forme :

– pour les fissures de type 1 :

$$\begin{cases} \text{si} \quad \varepsilon_{22} > 0, \quad m_1 = \dfrac{\left(\dfrac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{22}^R}\right)^2 + 2\left(\dfrac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_{12}^R}\right)^2}{\left(\dfrac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{22}^R}\right)^2 + \left(\dfrac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_{12}^R}\right)^2} \quad \text{sinon} \quad m_1 = 2 \\ \text{si} \quad \varepsilon_{22} > 0, \quad r_1 = \sqrt{\varepsilon_{22}^2 + \varepsilon_{12}^2} \quad \text{sinon} \quad r_1 = \sqrt{\varepsilon_{12}^2} \end{cases} \tag{6.6}$$

– pour les fissures de type 2 :

$$\begin{cases} \text{si} \quad \varepsilon_{11} > 0, \quad m_2 = \dfrac{\left(\dfrac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{11}^R}\right)^2 + 2\left(\dfrac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_{12}^R}\right)^2}{\left(\dfrac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{11}^R}\right)^2 + \left(\dfrac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_{12}^R}\right)^2} \quad \text{sinon} \quad m_2 = 2 \\ \text{si} \quad \varepsilon_{11} > 0, \quad r_1 = \sqrt{\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{12}^2} \quad \text{sinon} \quad r_2 = \sqrt{\varepsilon_{12}^2} \end{cases} \tag{6.7}$$

– pour les fissures de type 3 :

$$\begin{cases} \text{si} \quad \varepsilon_{33} > 0, \quad m_3 = \dfrac{\left(\dfrac{\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{33}^R}\right)^2 + 2\left(\dfrac{\varepsilon_{13}}{\varepsilon_{13}^R}\right)^2}{\left(\dfrac{\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{33}^R}\right)^2 + \left(\dfrac{\varepsilon_{13}}{\varepsilon_{12}^R}\right)^2} \quad \text{sinon} \quad m_3 = 2 \\ \text{si} \quad \varepsilon_{33} > 0, \quad r_3 = \sqrt{\varepsilon_{33}^2 + \varepsilon_{13}^2} \quad \text{sinon} \quad r_3 = \sqrt{\varepsilon_{13}^2} \end{cases} \tag{6.8}$$

Au vues de la forme de la fonction m, il apparait clairement que son identification revient à déterminer les déformations à rupture du pli unidirectionnel dans certaines directions particulières. Plus précisément, il nous faut déterminer les déformations à ruptures dans les directions $\underline{\boldsymbol{e}}_1$, $\underline{\boldsymbol{e}}_2$ et $\underline{\boldsymbol{e}}_3$ (ε_{11}^R, ε_{22}^R, ε_{33}^R) ainsi que les déformations à rupture en cisaillement dans les plans $(\underline{\boldsymbol{e}}_1, \underline{\boldsymbol{e}}_2)$ $(\underline{\boldsymbol{e}}_1, \underline{\boldsymbol{e}}_2)$ (ε_{12}^R,ε_{13}^R). Cependant, compte tenu du fait des propriétés de symétries particulières (isotropie transverse) que présente le matériau, l'identification du paramètre m se limite en fait à déterminer seulement 3 déformations à rupture dans la direction transverse et en cisaillement du plis unidirectionnel. Celles ci sont obtenues par les essais de traction quasi-statique monotone sur les séquences (90°_3) et (45°_3).

$$\begin{cases} \varepsilon_{11}^R = \varepsilon_{22}^R = \varepsilon_{33}^R = 0.808 \pm 0.044\ \% \\ \varepsilon_{12}^R = \varepsilon_{13}^R = 1.747 \pm 0.076\ \% \end{cases} \tag{6.9}$$

La loi de comportement, c'est-à-dire la loi qui relie le comportement du matériau à son état d'endommagement est maintenant identifiée. Il convient alors d'identifier la loi d'évolution de l'endommagement, c'est-à-dire loi loi qui donne l'évolution de l'endommagement en fonction des sollicitations appliquées au matériau.

6.4 Identification de la loi d'évolution

6.4.1 Cas quasi-statique

La loi d'évolution décrite dans le chapitre 4, dérivée de l'inégalité de Clausius-Duhem est écrite en utilisant le critère c (eq. 4.54). Ce critère dépend d'un seuil critique $A^c(\alpha, m, r)$ qui doit être identifié à partir des données expérimentales.

On rappelle que l'on a définit dans le chapitre précédent trois types de fissures intra-laminaires. En conséquence de cela, il existe trois seuils critiques à identifier $A_1^c(\alpha_1, m_1, r_1)$, $A_2^c(\alpha_2, m_2, r_2)$, $A_3^c(\alpha_3, m_3, r_3)$. Toutefois, dans le cas de notre matériau, du fait des propriétés de symétries, on a $A_1^c(\alpha_1, m_1, r_1) = A_2^c(\alpha_2, m_2, r_2) = A_3^c(\alpha_3, m_3, r_3)$.

Le processus d'identification du seuil critique A^c est identique à celui proposé par THIONNET *et al.* [Thionnet et al., 2002]. L'identification nécessite la donnée de courbes expérimentales donnant la densité de fissures en fonction du chargement appliqué. La dépendance des seuils vis-à-vis des variables m et r permet de tenir compte du fait que l'énergie nécessaire pour créer une fissure dépend du mode de chargement. Nous faisons toutefois l'hypothèse que l'influence de r est négligeable par rapport à celle de m. On a donc besoin de renseignements expérimentaux où la densité de fissure est relevée pour des plis soumis à des valeurs différentes de m. Ensuite, par une procédure inverse, en donnant l'évolution des densités de fissures expérimentales, on calcule la variable A et on écrit qu'au cours du processus d'endommagement, on a $A = A^c$. Un lissage de ces résultats fournit la fonction $A^c(\alpha, m)$. Le lissage est pris sous la forme :

$$A^c(\alpha, m) = -b(m) \exp \frac{\ln\left[-\ln\left(1 - \dfrac{\alpha}{c(m)}\right)\right]}{a(m)} \tag{6.10}$$

où $a(m)$, $b(m)$ et $c(m)$ sont les paramètres à identifier.

Comme nous venons de l'expliquer, pour identifier le seuil A^c nous avons besoin d'au moins trois empilements permettant d'avoir trois valeurs différentes de m. Le mieux étant que ces valeurs soient régulièrement réparties entre 1 et 2 (idéalement 1,1.5 et 2). D'après la définition que nous avons donnée de m et les propriétés mécaniques du pli unidirectionnel, il ressort que les trois séquences testées $(0^\circ_3/90^\circ_6/0^\circ_3)$, $(0^\circ_3/\pm55^\circ_3)_s$ et $(0^\circ_3/\pm45^\circ_3)_s$ permettent d'avoir respectivement m =1, 1.523 et 1.928. Les séquences $(0^\circ_3/90^\circ_3/0^\circ_3)$ et $(0^\circ_3/90^\circ_{12}/0^\circ_3)$ donnent également $m = 1$, toutefois nous avons choisi d'utiliser la séquence intermédiaire $(0^\circ_3/90^\circ_6/0^\circ_3)$ pour l'identification alors que les deux autres serviront de validation.

Séquences	m
$(0^\circ_3/90^\circ_{n=3,6,12}/0^\circ_3)$	1
$(0^\circ_3/\pm 55^\circ_3/0^\circ_3)$	1.523
$(0^\circ_3/\pm 45^\circ_3/0^\circ_3)$	1.928

TABLE 6.2 - *Valeur de la variable m pour les différentes séquences*

L'idée consiste donc, dans un premier temps, à simuler un essai de traction sur chacune des trois séquences retenues. Il faut ensuite comparer les courbes expérimentales et simulées donnant la densité de fissures (ou la variable d'endommagement α) en fonction du chargement appliqué et ajuster les paramètres a, b et c de la fonction seuil jusqu'à ce que les courbes simulées et expérimentales soient concordantes.

REMARQUE

Le paramètre c est facilement identifiable dans la mesure où il correspond à la valeur de α lorsque la fissuration a atteint son état de saturation. On peut donc le déduire directement des courbes expérimentales.

On obtient ainsi trois jeux de paramètres (a, b, c) (un pour chaque séquence) puis on effectue alors un lissage de chacun des paramètres en fonction de la variable m. Le lissage est pris sous une forme polynomiale (EQ. 6.11 à 6.13) :

$$a(m) = a_0 + a_1 \times m + a_2 \times m^2 + a_3 \times m^3 + a_4 \times m^4 + a_5 \times m^5 \tag{6.11}$$

$$b(m) = b_0 + b_1 \times m + b_2 \times m^2 + b_3 \times m^3 + b_4 \times m^4 + b_5 \times m^5 \tag{6.12}$$

$$c(m) = c_0 + c_1 \times m + c_2 \times m^2 + c_3 \times m^3 + c_4 \times m^4 + c_5 \times m^5 \tag{6.13}$$

Les coefficients ainsi identifiés sont donnés dans le tableau 6.3.

a		b		c	
a_0	37.0751	b_0	-4.04025	c_0	0.26015
a_1	-3.87171	b_1	2.81454	c_1	0.42307
a_2	-5.00351	b_1	1.93482	c_2	-0.10806
a_3	-1.52086	b_3	0.30735	c_3	-0.00160
a_4	0.20949	b_4	-0.23807	c_4	0.00047
a_5	0.86458	b_5	-0.18852	c_5	0.00098

TABLE 6.3 - *Coefficients identifiés du seuil d'endommagement en statique A^c*

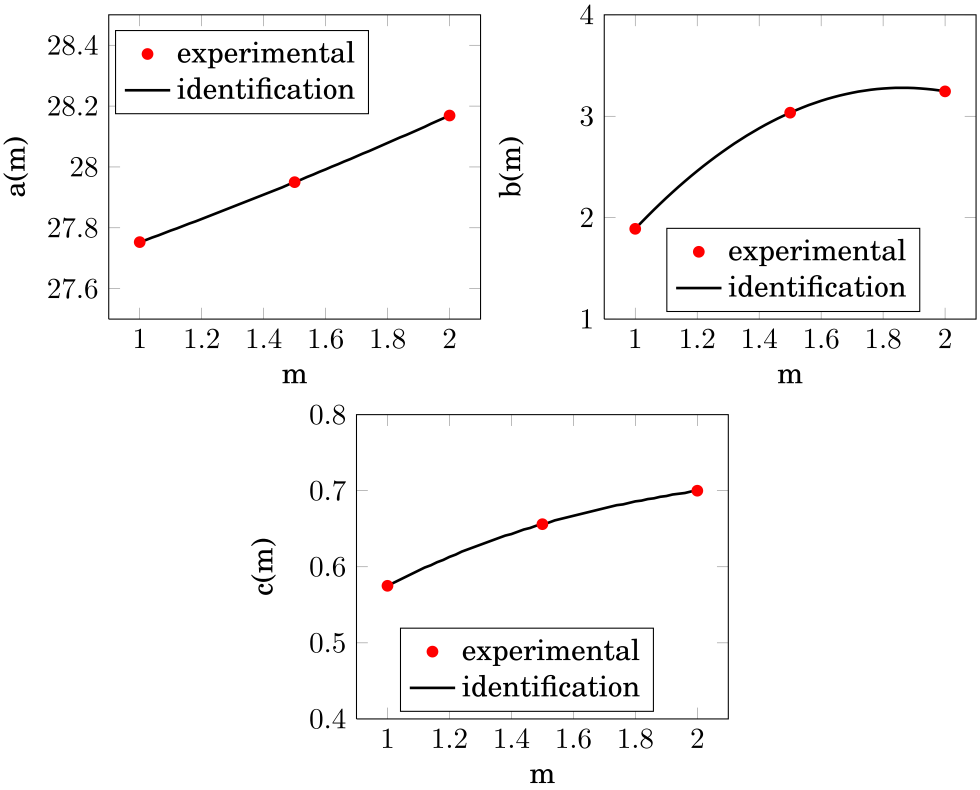

FIGURE 6.4 - *Résultats de l'identification des coefficients de la fonction seuil d'endommagement*

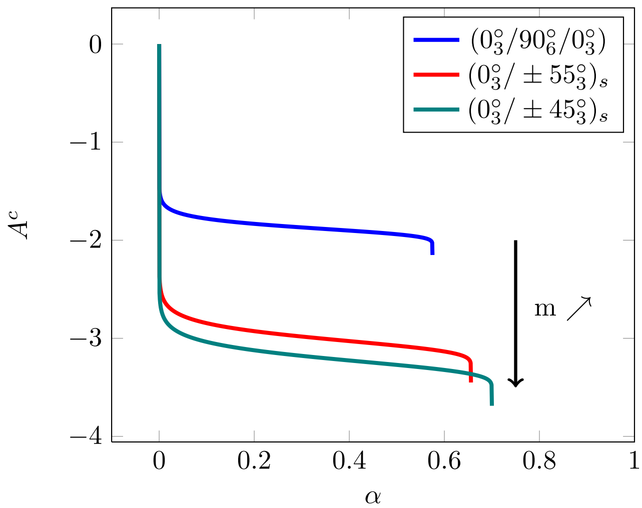

FIGURE 6.5 - *Résultat de l'identification du seuil d'endommagement pour les séquences* $(0^\circ_3/90^\circ_{n=3,6,12}/0^\circ_3)$, $(0^\circ_3/\pm 55^\circ_3)_s$ *et* $(0^\circ_3/\pm 45^\circ_3)_s$ *correspondant respectivement à* $m = 1$, $m = 1.5$ *et* $m = 2$

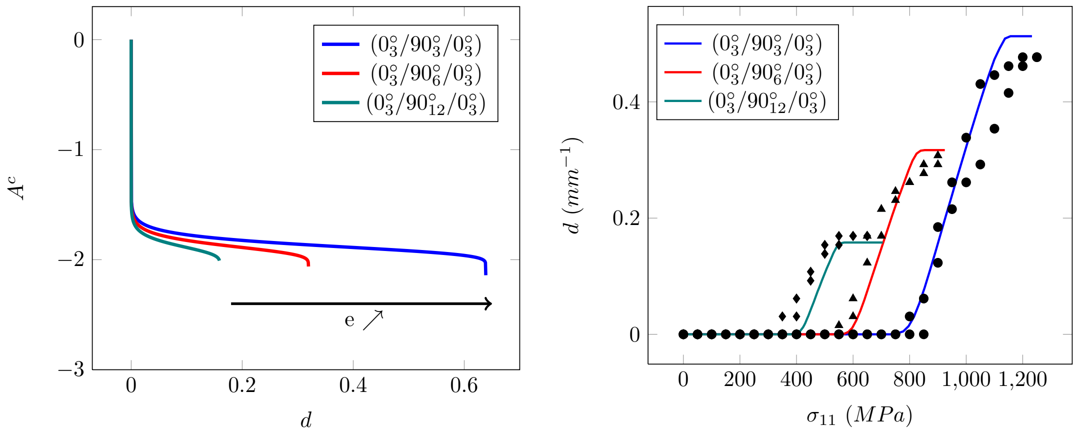

FIGURE 6.6 - *Résultat de l'identification pour les séquences* $(0^\circ_3/90^\circ_{n=3,6,12}/0^\circ_3)$*, soit pour* $m = 1$

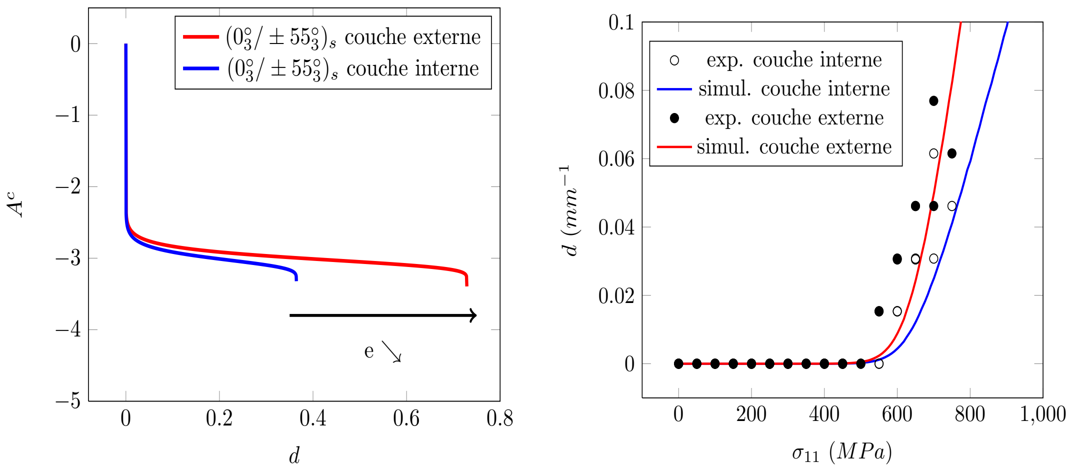

FIGURE 6.7 - *Résultat de l'identification pour la séquence* $(0^\circ_3/\pm 55^\circ_3)_s$*, soit pour* $m = 1.5$

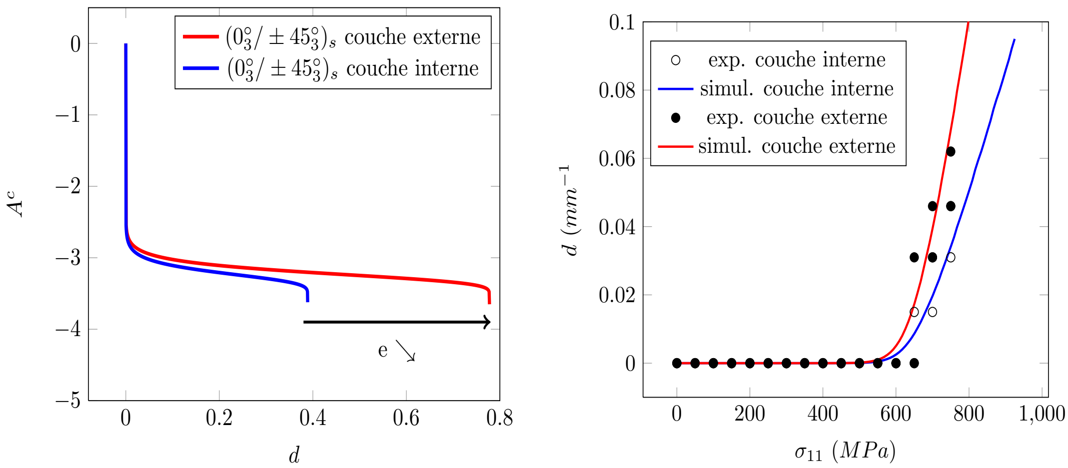

FIGURE 6.8 - *Résultat de l'identification la séquence* $(0^\circ_3/\pm 45^\circ_3)_s$*, soit pour* $m = 2$

6.4.2 Identification de la fonction seuil d'endommagement en fatigue

6.4.2.1 Méthodologie

Dans le cas de la fatigue, le procédé d'identification est tout à fait comparable puisque l'on utilise la variable $A(\varepsilon, \alpha, m, r)$ pour calculer le seuil critique. La différence par rapport au cas quasi-statique réside dans le fait qu'il y a plusieurs seuils à identifier (dans l'absolu, autant que de cycles) et le calcul est effectué pour chacune des courbes du réseau de courbes expérimentales qui donnent, pour chacun des empilements, pour chaque niveau de contrainte, la densité de fissures en fonction du nombre de cycles. Sur le même modèle que dans le cas quasi-statique, la fonction seuil est prise sous la forme (EQ. 6.14) :

$$A^c(\alpha, m, N, R, F) = -b(m, N, R, f) \exp \frac{\ln\left[-\ln\left(1 - \frac{\alpha}{c(m, N, R, f)}\right)\right]}{a(m, N, R, f)} \qquad (6.14)$$

L'identification du seuil nécessite, comme pour le cas quasi-statique, au moins trois séquences qui permettent de rendre compte de l'influence du mode de sollicitation. Nous reprendrons donc les séquences $(0^\circ_3/90^\circ_6/0^\circ_3)$, $(0^\circ_3/\pm 55^\circ_3)_s$ et $(0^\circ_3/\pm 45^\circ_3)_s$ qui, rappelons le donnent respectivement $m_0 = 1$, $m_0 = 1.523$ et $m_0 = 1.928$.

Ensuite, afin de rendre compte de l'effet de la contrainte maximum appliquée, nous avons besoin d'essais à différents niveaux de contrainte longitudinale maximum. Ainsi nous utiliserons les résultats des essais effectués à 40%, 50% et 60% de la contrainte à rupture présentés précédemment (CHAP. 3 §3.8).

Enfin, si l'on souhaite rendre compte des effets du rapport de charge R et f dans l'identification du seuil, il est nécessaire de disposer d'essais à différentes fréquences et différents rapport de charge. Toutefois, nous ne disposons ici que d'essais à fréquence fixée à 1 Hz, de plus on montre expérimentalement que la variation de la contrainte maximale, à plus d'influence que celle du rapport de charge. Nous nous limiterons donc à l'influence du mode de chargement et de la contrainte longitudinale maximum. Précisons toutefois que dans le cas où l'on souhaiterait rendre compte des effets de f et R, la méthode serait identique à celle que nous allons présenter. Finalement, neuf essais sont nécessaires pour l'identification de la fonction seuil (TAB. 6.4) :

Séquences	Mode	σ_{MAX}
$(0^\circ_3/90^\circ_3)_s$	1	$0.4\sigma_R/0.5\sigma_R/0.6\sigma_R$
$(0^\circ_3/\pm 55^\circ_3)_s$	1.523	$0.4\sigma_R/0.5\sigma_R/0.6\sigma_R$
$(0^\circ_3/\pm 45^\circ_3)_s$	1.928	$0.4\sigma_R/0.5\sigma_R/0.6\sigma_R$

TABLE 6.4 - *Essais utiles à l'identification du seuil de fatigue*

Ensuite, pour chaque valeur m_0 de m, c'est à dire pour chaque séquence d'empilement :

1. Pour chaque niveau de contrainte, les courbes donnant l'évolution la densité de fissures α en fonction du nombre de cycles N sont utilisées comme données d'entrée du notre simulation. On peut alors calculer la valeur du seuil $A^c(\alpha, m_0, r)$ en considérant que lors du processus d'endommagement on a : $A = A^c$;

2. Pour différentes valeurs de N (dans l'absolu pour chaque cycle), les valeurs discrètes $A^c(\alpha, m_0, r)$ sont lissées en fonction de α ;

3. Finalement le réseau complet de $A^c(\alpha, m_0, r)$ s'obtient par un lissage en fonction de m.

6.4.2.2 Identification

Afin d'identifier les seuils critiques, nous réalisons dans un premier temps un lissage du réseau de courbes expérimentales en fonction du nombre de cycles, l'objectif étant de simplifier leur introduction dans notre programme informatique. Le lissage est pris sous la forme suivante (EQ. 6.15) :

$$\alpha = \alpha(N) = p_3 \left(1 - \mathrm{e}^{-\left(\dfrac{\log(N) + p_4}{p_1}\right)^{p_2}} \right) \tag{6.15}$$

Notons que p_3 correspond à la valeur de α à saturation qui, rappelons le, est constante et indépendante du chargement. Ainsi $p_3 = 0.549$ pour la séquence $(0^\circ_3/90^\circ_3)_s$, $p_3 = 0.658$ pour la séquence $(0^\circ_3/\pm 55^\circ_3)_s$ et $p_3 = 0.695$ pour la séquence $(0^\circ_3/\pm 45^\circ_3)_s$. Les deux autres paramètres sont ensuite déterminés à l'aide d'une méthode des moindres carrés pour chacun des trois niveaux de contrainte (TAB. 6.5).

$(0^\circ_3/90^\circ_3)_s$				
	p_1	p_2	p_3	p_4
$0.4\sigma_R$	4.05	12.15	0.549	0.00
$0.5\sigma_R$	7.26	8.28	0.549	4.06
$0.4\sigma_R$	49.02	40.56	0.549	46.61

$(0^\circ_3/\pm 55^\circ_3)_s$				
	p_1	p_2	p_3	p_4
$0.4\sigma_R$	5.07	20.41	0.658	0.00
$0.5\sigma_R$	4.76	8.78	0.658	0.00
$0.6\sigma_R$	4.58	6.59	0.658	0.00

$(0^\circ_3/\pm 45^\circ_3)_s$				
	p_1	p_2	p_3	p_4
$0.4\sigma_R$	5.34	15.27	0.695	0.00
$0.5\sigma_R$	5.07	10.71	0.695	0.00
$0.6\sigma_R$	4.73	8.97	0.695	0.00

TABLE 6.5 - *Lissage des réseaux de courbes expérimentales*

Ensuite, l'introduction de ces courbes dans notre programme permet d'obtenir pour chaque valeur m_0 et chaque niveau de contrainte les valeurs des seuils d'endommagement pour chaque cycle. Puis, par un lissage des coefficients a, b et c de la fonction seuil en fonction du nombre de cycles on obtient le réseau des seuils à iso-valeurs de N. Notons d'ores et déjà que le paramètre c correspond à la valeur de l'endommagement à saturation qui est indépendante du nombre de cycle mais dépend de m. Ensuite, on constate que la seule variation du paramètre b suffit à rendre compte du réseau complet des seuils à iso-nombre de cycles. On propose de prendre un lissage du paramètre b en fonction du nombre de cycles N sous la forme EQ. 6.17. Les paramètre a et c sont quant à eux indépendants du nombre de cycles et sont pris respectivement sous la forme EQ. 6.16 et 6.18. Les résultats du lissage sont donnés dans les tableaux TAB. 6.6.

$$a(N) = a_0 \tag{6.16}$$

$$b(N) = b_0 \times \exp\left(-\exp\left(b_1 \times \ln\left(\frac{\log(N) + b_4}{b_2}\right)\right)\right) + b_3 \tag{6.17}$$

$$c(N) = c_0 \tag{6.18}$$

$(0^\circ_3/90^\circ_3)_s$					
a		b		c	
a_{00}	27.75	b_{00}	-1.86	c_{00}	0.549
a_{01}	/	b_{01}	1.44	c_{01}	/
a_{02}	/	b_{02}	1.45	c_{02}	/
a_{03}	/	b_{03}	-0.23	c_{03}	/
a_{04}	/	b_{04}	-1.09	c_{04}	/
$(0^\circ_3/\pm 55^\circ_3)_s$					
a		b		c	
a_0	27.95	b_0	-1.48	c_0	0.658
a_1	/	b_1	2.3	c_1	/
a_2	/	b_2	2.19	c_2	/
a_3	/	b_3	-1.59	c_3	/
a_4	/	b_4	-0.59	c_4	/
$(0^\circ_3/\pm 45^\circ_3)_s$					
a		b		c	
a_{00}	28.169	b_{00}	-1.48	c_{00}	0.695
a_{01}	/	b_{01}	2.3	c_{01}	/
a_{02}	/	b_{02}	2.19	c_{02}	/
a_{03}	/	b_{03}	-1.8	c_{03}	/
a_{04}	/	b_{04}	-0.59	c_{04}	/

TABLE 6.6 - *Lissage des paramètres a, b et c en fonction du nombre de cycles*

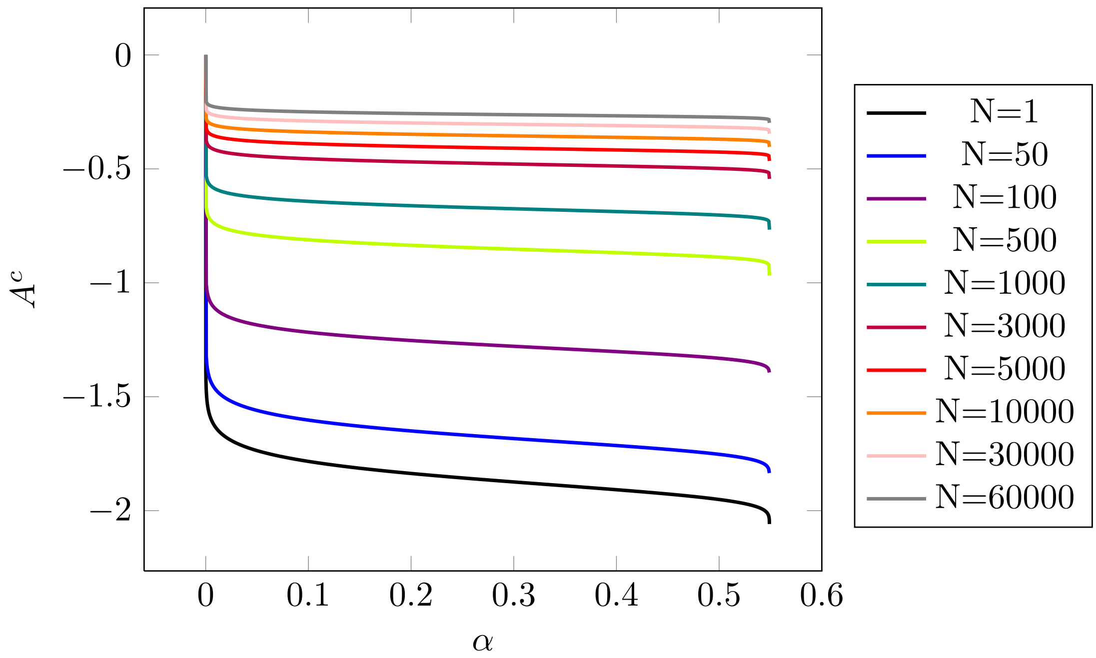

FIGURE 6.9 - *Réseaux des seuils critiques iso-nombre de cycles pour pour la séquence* $(0^\circ_3/90^\circ_6/0^\circ_3)$

$(0^\circ_3/90^\circ_3)_s$

N	a	b	c
1	27.753	-1.890	0.549
50	27.753	-1.698	0.549
100	27.753	-1.289	0.549
500	27.753	-0.859	0.549
1000	27.753	-0.680	0.549
5000	27.753	-0.413	0.549
10000	27.753	-0.358	0.549
30000	27.753	-0.307	0.549
60000	27.753	-0.264	0.549

TABLE 6.7 - *Lissages des seuils critiques iso-nombre de cycles pour m=1.*

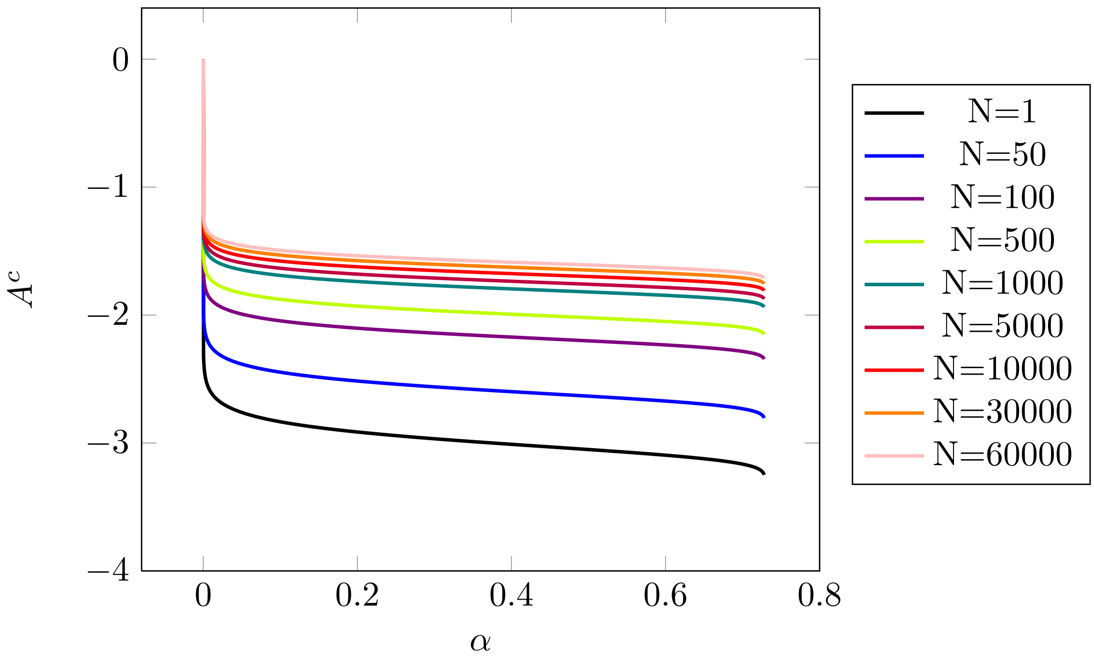

FIGURE 6.10 - *Réseaux des seuils critiques iso-nombre de cycles pour pour la séquence* $(0^\circ_3/\pm 55^\circ_3)_s$.

$(0^\circ_3/\pm 55^\circ_3)_s$

N	a	b	c
1	27.950	-3.03	0.658
50	27.950	-2.62	0.658
100	27.950	-2.19	0.658
500	27.950	-2.01	0.658
1000	27.950	-1.81	0.658
5000	27.950	-1.75	0.658
10000	27.950	-1.69	0.658
30000	27.950	-1.64	0.658
60000	27.950	-1.60	0.658

TABLE 6.8 - *Lissages des seuils critiques iso-nombre de cycles pour m=1.5.*

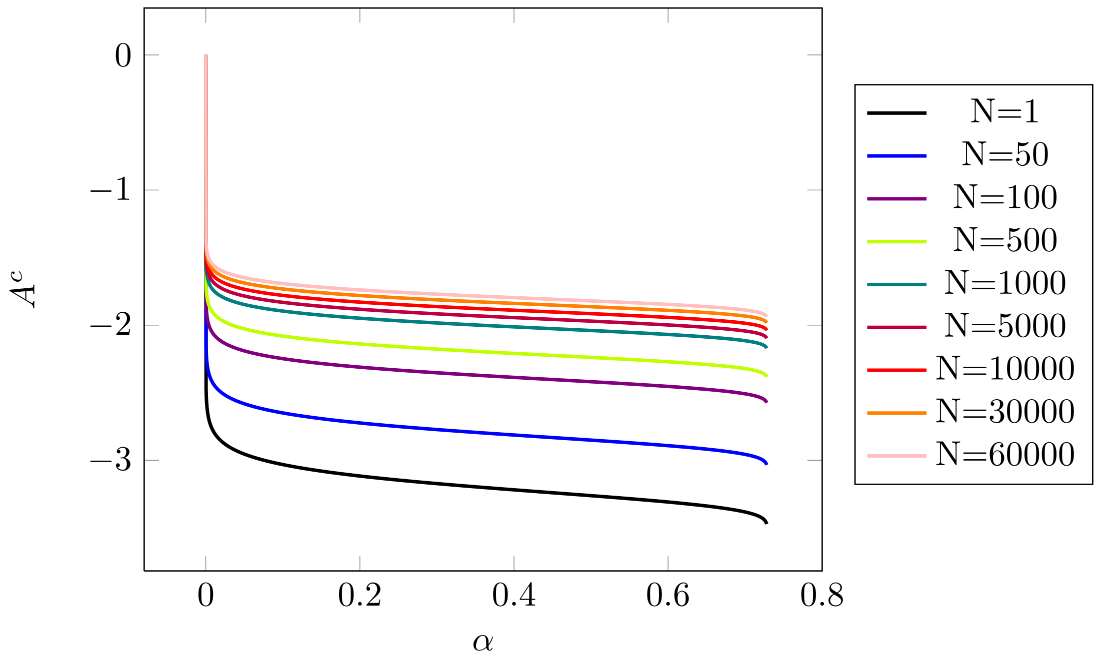

FIGURE 6.11 - *Réseaux des seuils critiques iso-nombre de cycles pour pour la séquence* $(0^\circ_3/\pm 45^\circ_3)_s$.

$(0^\circ_3/\pm 45^\circ_3)_s$

N	a	b	c
1	28.169	-3.245	0.695
50	28.169	-2.836	0.695
100	28.169	-2.406	0.695
500	28.169	-2.227	0.695
1000	28.169	-2.09	0.695
5000	28.169	-1.960	0.695
10000	28.169	-1.905	0.695
30000	28.169	-1.854	0.695
60000	28.169	-1.811	0.695

TABLE 6.9 - *Lissages des seuils critiques iso-nombre de cycles pour m=2.*

Nous disposons maintenant de trois réseaux de courbes. Chaque courbe est associée à un triplet de paramètres (a, b, c) Il nous reste alors à lisser les coefficients a, b et c en fonction de la variable m. Nous obtiendrons ainsi, pour chaque cycle, une surface seuil d'endommagement qui dépend de l'endommagement α et du mode m (FIG. 6.13). Le lissage est pris sous une forme polynomiale pour chacun des paramètres (EQ. 6.19,6.20,6.21) :

$$a_0(m) = a_{00} + a_{10} \times m + a_{20} \times m^2 + a_{30} \times m^3 + a_{40} \times m^4 + a_{50} \times m^5 \tag{6.19}$$

$$b_i(m) = b_{0i} + b_{1i} \times m + b_{2i} \times m^2 + b_{3i} \times m^3 + b_{4i} \times m^4 + b_{5i} \times m^5 \tag{6.20}$$

$$c(m) = c_{00} + c_{10} \times m + c_{20} \times m^2 + c_{30} \times m^3 + c_{40} \times m^4 + c_{50} \times m^5 \tag{6.21}$$

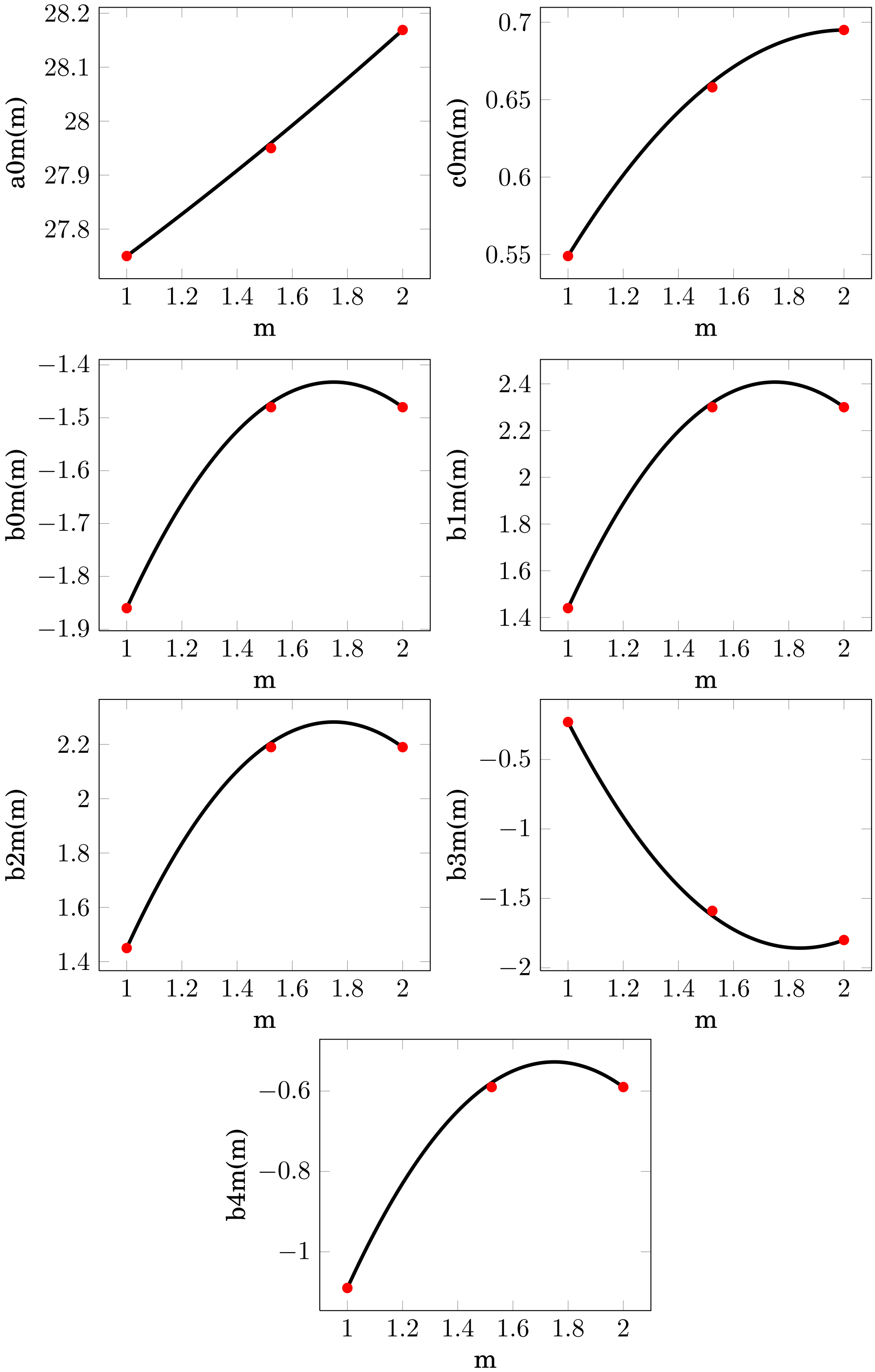

FIGURE 6.12 - *Lissage des paramètres a, b et c en fonction du mode m.*

a_{00}	27.407	a_{10}	0.00	a_{20}	0.00	a_{30}	0.00	a_{40}	0.00	a_{50}	0.00
a_{01}	0.305	a_{11}	0.00	a_{21}	0.00	a_{31}	0.00	a_{41}	0.00	a_{51}	0.00
a_{02}	0.038	a_{12}	0.00	a_{22}	0.00	a_{32}	0.00	a_{42}	0.00	a_{52}	0.00
a_{03}	0.00	a_{13}	0.00	a_{23}	0.00	a_{33}	0.00	a_{43}	0.00	a_{53}	0.00
a_{04}	0.00	a_{14}	0.00	a_{24}	0.00	a_{34}	0.00	a_{44}	0.00	a_{54}	0.00
a_{05}	0.00	a_{15}	0.00	a_{25}	0.00	a_{35}	0.00	a_{45}	0.00	a_{55}	0.00
b_{00}	-3.76	b_{10}	-2.86	b_{20}	-2.25	b_{30}	5.94	b_{40}	-3.59	b_{50}	0.00
b_{01}	2.66	b_{11}	6.02	b_{21}	5.18	b_{31}	-8.47	b_{41}	3.50	b_{51}	0.00
b_{02}	-0.76	b_{12}	-1.72	b_{22}	-1.48	b_{32}	2.3	b_{42}	-1.00	b_{52}	0.00
b_{03}	0.00	b_{13}	0.00	b_{23}	0.00	b_{33}	0.00	b_{43}	0.00	b_{53}	0.00
b_{04}	0.00	b_{14}	0.00	b_{24}	0.00	b_{34}	0.00	b_{44}	0.00	b_{54}	0.00
b_{05}	0.00	b_{15}	0.00	b_{25}	0.00	b_{35}	0.00	b_{45}	0.00	b_{55}	0.00
c_{00}	0.115	c_{10}	0.00	c_{20}	0.00	c_{30}	0.00	c_{40}	0.00	c_{50}	0.00
c_{01}	0.578	c_{11}	0.00	c_{21}	0.00	c_{31}	0.00	c_{41}	0.00	c_{51}	0.00
c_{02}	-0.144	c_{12}	0.00	c_{22}	0.00	c_{32}	0.00	c_{42}	0.00	c_{52}	0.00
c_{03}	0.00	c_{13}	0.00	c_{23}	0.00	c_{33}	0.00	c_{43}	0.00	c_{53}	0.00
c_{04}	0.00	c_{14}	0.00	c_{24}	0.00	c_{34}	0.00	c_{44}	0.00	c_{54}	0.00
c_{05}	0.00	c_{15}	0.00	c_{25}	0.00	c_{35}	0.00	c_{45}	0.00	c_{55}	0.00

TABLE 6.10 - *Coefficients identifiés du seuil d'endommagement en fatigue.*

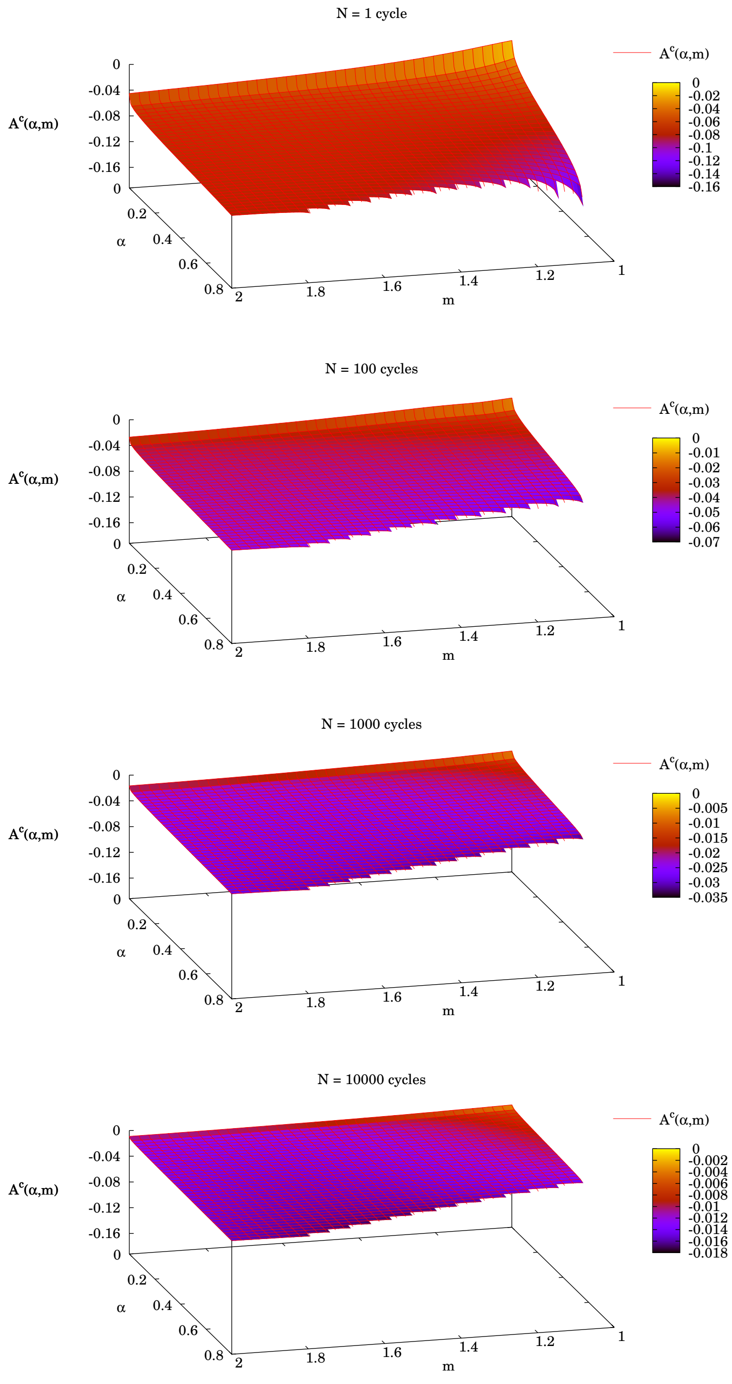

FIGURE 6.13 - *Surfaces seuils critiques iso-nombre de cycles N=1,100,1000,10000*

Finalement, on présente (FIG. 6.14) les résultats de l'identification de la loi d'évolution de l'endommagement en fatigue dans le cas de la séquence $(0^\circ_3/90^\circ_6/0^\circ_3)$.

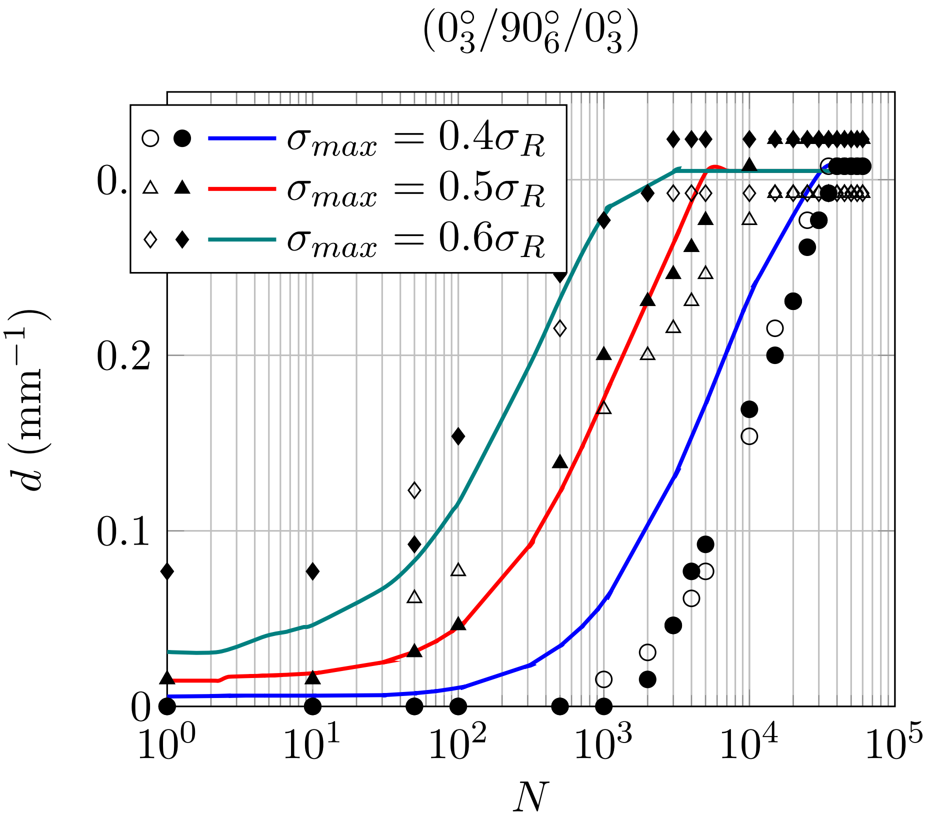

FIGURE 6.14 - *Résultats de l'identification de l'évolution de la densité de fissures en fonction du nombre de cycle dans la couche à 90° de la séquence* $(0^\circ_3/90^\circ_6/0^\circ_3)$ *sollicitée en traction uni-axiale cyclique pour trois niveaux de contrainte*