Expérimentations

Dans ce chapitre, nous abordons les expérimentations réalisées à différentes étapes de notre travail de thèse qui visent à tester différentes parties de notre hypothèse de recherche, en particulier concernant le diagnostic des modes de justification des élèves ainsi que la conception de tâches et des parcours d'apprentissage à partir des modèles définis dans le chapitre 7.

9.1 Contexte des expérimentations

Le projet *MindMath* prévoit plusieurs phases d'expérimentation avec des professeurs et élèves d'académies partenaires. Malheureusement, celles-ci n'ont pas pu avoir lieu dans des conditions satisfaisantes durant le temps de ce doctorat, la plateforme n'étant pas encore achevée à l'heure actuelle et les collèges ayant fermé à plusieurs reprises pendant la pandémie de Covid-19. Les analyses de ces expérimentations à venir feront donc l'objet de publications ultérieures.

Dans ce chapitre, nous nous appuyons donc uniquement sur trois expérimentations réalisées à plus petite échelle par les membres du LDAR participant au projet $MindMath^1$ et qui n'incluent pas l'intégralité des travaux que nous avons présentés auparavant. Cependant, nous expliciterons également les questions de recherche, ainsi que les méthodes de recueil et d'analyse des données prévues pour une quatrième expérimentation en classe qui n'a pas pu avoir lieu en avril 2021.

^{1.} Brigitte Grugeon-Allys, Fabrice Vandebrouck et Elann Lesnes-Cuisiniez.

9.1.1 Public et durée des trois expérimentations réalisées

Le public des trois expérimentations que nous avons réalisées est composé d'élèves de 3° en stage d'observation à Sorbonne Université Campus Pierre et Marie Curie et à l'Université Paris Diderot ² dans laquelle nous travaillons. Ces élèves sont issus de différents collèges de la région parisienne. Ils ont donc des parcours scolaires différents et nous n'avons pas eu accès au savoir enseigné dans les institutions par lesquelles ils sont passés.

Chaque expérimentation a duré environ deux heures. Dans un premier temps, les élèves ont travaillé à la résolution des exercices que nous avons conçus pour une durée d'environ une heure. Dans un deuxième temps, nous avons mené une correction en classe entière et nous avons inscrit ce qui venait de se passer dans le cadre d'une recherche plus large qui vise, entre autres, la conception d'un logiciel proposant des parcours d'apprentissage en géométrie, afin de leur montrer un aspect de la recherche en didactique des mathématiques.

9.1.2 Première et deuxième expérimentations

La première expérimentation s'est déroulée de 12 février 2018 avec dix élèves de 3^e. Cette expérimentation a eu lieu avant le début du doctorat et ne prenait donc en compte qu'une partie des travaux présentés ici dans sa conception.

La deuxième expérimentation s'est déroulée le 18 décembre 2018 avec dix-sept élèves de 3^e. C'est la suite directe de l'expérimentation précédente puisque les exercices proposés aux élèves sont les mêmes (nous avons simplement raccourci un des exercices).

Par la suite, nous appelons **expérimentations « diagnostic »** ces deux expérimentations qui visaient essentiellement à diagnostiquer les modes de justification des élèves.

Lors des expérimentations « diagnostic », la plateforme MINDMATH en elle-même n'étant pas encore exploitable, nous avons utilisé l'environnement GEOGEBRA.

9.1.3 Troisième expérimentation

La troisième expérimentation s'est déroulée le 19 décembre 2019 avec quinze élèves de 3^e dont certains ont travaillé en binômes (5 binômes et 5 élèves travaillant seuls).

^{2.} L'Université Paris Diderot s'appelle aujourd'hui Université de Paris après avoir fusionné avec l'Université Paris Descartes et l'Institut de physique du globe de Paris en 2020.

Cette expérimentation visait essentiellement à tester deux parcours d'apprentissage (relatifs aux triangles et aux parallélogrammes) ainsi qu'une première version du modèle didactique des rétroactions. Par la suite, nous l'appellerons **expérimentation** « **parcours** ».

Lors de cette expérimentation, nous avons utilisé la version de l'environnement CABRI développée pour le projet *MindMath*. Cependant, la plateforme MINDMATH elle-même et en particulier le système de rétroactions n'étant pas encore implémentés, les rétroactions ont été données à l'élève à l'oral ou à l'écrit par les trois expérimentateurs.

9.1.4 Quatrième expérimentation

La quatrième expérimentation a été annulée au dernier moment suite à la fermeture des écoles primaires et des collèges en France en avril 2021 et ne peut donc faire partie de ce travail de thèse. Cependant, nous intégrons à ce manuscrit les questions méthodologiques relatives à cette expérimentation qui devrait se dérouler dans les mois à venir.

Le public prévu lors de cette quatrième expérimentation est une classe de 4^e d'un collège de Montmélian (région Auvergne-Rhône-Alpes). L'expérimentation a pour but de tester l'EIAH MINDMATH, en particulier les modèles didactiques déjà partiellement implémentés. Nous l'appellerons **expérimentation « Montmélian »**.

Le contexte des quatre expérimentations est résumé dans le tableau 9.1.

| Expérimentation | 1^{re} | 2^{e} | 3^{e} | $4^{ m e}$ |
|----------------------------|---|------------|--|---|
| Nom | expérimentations « diagnostic » | | expérimentation « parcours » | expérimentation « Montmélian » |
| Environnement informatique | GeoGebra | | Cabri + système de papiers | MINDMATH |
| Objectif principal | Diagnostic des modes de justification | | Test de 2 parcours et des rétroactions | Test de l'EIAH avec les modèles didactiques |
| Élèves concernés | 10 élèves de 3 ^e 17 élèves de 3 ^e | | 15 élèves de $3^{\rm e}$ | 1 classe de 4 ^e |
| Date | 12/02/2018 | 18/12/2018 | 19/12/2019 | à venir |

Table 9.1 – Résumé des quatre expérimentations

9.2 Expérimentations « diagnostic »

9.2.1 Questions de recherche

Les expérimentations « diagnostic » visent à diagnostiquer le type de construction et le raisonnement associé mis en œuvre par les élèves afin de déterminer leur mode de justification relativement à la praxéologie locale de construction. Nous construisons donc un parcours diagnostique au sens où nous l'avons défini dans la section 7.4.3. En lien avec notre hypothèse de recherche (cf. section 2.4), nous nous demandons :

- 1. en quoi le MPR et les variables de tâches que nous avons définies permettent-ils de concevoir un diagnostic de l'activité géométrique d'un élève, en particulier ici, dans le cadre de tâches de construction?
- 2. le diagnostic ainsi défini permet-il effectivement de déterminer les modes de justification des élèves qui le réalisent?

La réponse à la première question s'appuie d'abord sur le MPR qui permet de sélectionner les types de tâches puis sur le modèle des tâches défini dans la section 7.2 afin de sélectionner des tâches pour caractériser le mode de justification des élèves. Ainsi, nous concevons des tâches à la fois en explorant la praxéologie de construction de figures planes grâce à un jeu sur les variables de tâches et à la fois en proposant des tâches de complexités variées grâce à un jeu sur les variables de tâches liées à la complexité. Nous choisissons des tâches qui permettent de repérer si l'élève interprète les relations entre les objets à construire et leurs propriétés. Les tâches sont de plus en plus complexes et laissent à la charge de l'élève la mise en relation du report de longueur et de la définition du cercle (exercice 1), la recherche de propriétés concurrentes pour construire un carré (exercice 2) et la mise en évidence des relations et propriétés via une heuristique (en particulier dans l'exercice 3). Nous développerons la conception de ce diagnostic et les analyses didactiques a priori des tâches qui le composent dans la section 9.2.3.

La réponse à la deuxième question s'appuie sur le modèle de l'élève défini dans la section 7.3 et une partie des critères définis dans la section 4.3 que nous rappelons ici :

- 1. le type de constructions réalisé : construction au jugé, construction molle uniquement, construction robuste;
- 2. les outils utilisés pour la construction : outils de dessin, utilisation combinatoire d'outils de construction, utilisation réfléchie d'outils de construction ;
- 3. l'utilisation ou non d'un schéma codé : pas de schéma codé, utilisation d'un schéma codé ;

- 4. la présence et la nature du raisonnement : construction sans élaboration d'un raisonnement, raisonnement dans une phase de validation d'une figure construite au jugé, raisonnement préalable à la construction (argumentation heuristique);
- 5. la validation de la construction : pas de validation, validation perceptive ou par les instruments de tracé, validation en utilisant le déplacement, validation théorique;
- 6. la visualisation des figures et les déconstructions éventuellement mises en œuvre : visualisation iconique, visualisation non iconique, mise en œuvre de déconstructions instrumentales et/ou dimensionnelles;
- 7. les propriétés mobilisées : propriétés spatio-graphiques, propriétés erronées ou inventées, propriétés utilisées en dehors de leur domaine de validité, propriétés géométriques bien utilisées;
- 8. la structure déductive du raisonnement éventuellement mis en œuvre : argumentation erronée (inversion de la causalité, utilisation de la conclusion comme donnée, etc.), argumentation heuristique correcte mais incomplète pour les besoins de la construction, argumentation heuristique correcte, démonstration;
- 9. le(s) calcul(s) réalisé(s) : erreurs de calcul, erreurs d'unités ou de conversions d'unités, calculs corrects.

Comme nous l'avons dit dans la section 9.1, ces expérimentations ont eu lieu assez tôt dans ce travail de recherche et sont réalisées dans l'environnement GEOGEBRA dans lequel aucun des modèles didactiques présentés dans le chapitre 7 n'est implémenté. L'analyse des productions est donc effectuée par les expérimentateurs à partir des fichiers réponses et des enregistrements vidéos et audios réalisés pendant le travail des élèves. Dans la section 9.2.4, nous verrons donc comment nous déterminons les modes de justification de l'élève à partir des catégories d'erreurs a priori définies dans la partie 9.2.3 pour chacune des tâches.

9.2.2 Scénario de l'expérimentation et méthode de recueil des données

Le diagnostic que nous avons conçu a été passé par dix élèves de 3^e à la moitié du deuxième trimestre (première expérimentation) puis dix-sept élèves de 3^e à la fin du premier trimestre (deuxième expérimentation). Les élèves étant en 3^e, nous avons supposé que toutes les connaissances en jeu dans les tâches (cf. section 9.2.3) seraient anciennes.

Avant le début de l'expérimentation, nous avons fait remplir aux élèves un questionnaire sur leur utilisation de GEOGEBRA afin de mieux repérer les difficultés liées à la genèse instrumentale que nous aborderons par la suite. Juste après le diagnostic, nous leur avons fait remplir un questionnaire concernant leurs points forts et faibles en mathématiques et leur moyenne dans cette matière afin de vérifier l'adéquation de nos analyses à la réalité (dans une certaine mesure puisqu'une moyenne ne permet pas d'être aussi précis que nos analyses en termes de modes de justification). Les questionnaires et les réponses des élèves que nous avons récoltées sont présentés dans l'annexe D.

Pendant la phase de déroulement du diagnostic, les élèves travaillent en autonomie, nous les aidons simplement sur les aspects liés à la manipulation de GEOGEBRA. Sur chaque ordinateur, l'écran ainsi que le flux audio environnant sont enregistrés. Les élèves sont censés travailler seuls mais nous ne les avons pas empêchés de communiquer entre eux, notamment afin d'enregistrer leurs discours potentiellement révélateurs des praxéologies qu'ils développent.

À la fin de l'expérimentation, pour chaque élève, nous avons donc récupéré une vidéo de l'écran montrant toute la résolution des exercices du diagnostic ainsi que la piste audio associée qui nous permet d'entendre les interactions de l'élève avec ses voisins ou les expérimentateurs. Les enregistrements audios et des écrans ont été réalisés avec le logiciel RECORDMYDESKTOP³. De plus, nous avons récupéré les fichiers .ggb (extension des fichiers issus de l'environnement GEOGEBRA) sauvegardés par les élèves après avoir réalisé les exercices du diagnostic. Les fichiers .ggb donnent notamment accès à la production finale de l'élève et au dernier protocole de construction réalisé.

9.2.3 Conception du diagnostic

Le diagnostic que nous avons conçu pour ces expérimentations est composé de trois exercices de construction, ces exercices étant eux mêmes composés de plusieurs tâches de construction.

Nous cherchons à déterminer les modes de justification des élèves et à les situer par rapport aux modes CO0, CO1 et CO2. Nous explicitons ici certains choix relatifs à la conception de ces tâches et exercices.

Dans un premier temps, nous avons choisi de proposer des tâches plus complexes

^{3.} Lien de la documentation du logiciel RECORDMYDESKTOP: http://doc.ubuntu-fr.org/recordmydesktop [consulté le 07/05/2021.

(notamment des constructions de quadrilatères) que celles que nous avons étudiées jusqu'à présent concernant les triangles pour nous adapter au public d'élèves de 3^e. Cependant, toutes les connaissances nécessaires pour la résolution des tâches de ce diagnostic sont issues du cycle 3. Ce sont donc des connaissances anciennes au cycle 4, a fortiori pour des élèves de 3^e, mais elles demandent des adaptations comme nous le verrons dans l'analyse a priori.

Dans un deuxième temps, nous jouons sur la portée des techniques de résolution. Le fait de se placer dans un environnement de géométrie dynamique mathématiquement contraint (cf. section 6.2.1) empêche les techniques basées sur la perception ou les instruments de mesure de produire des constructions valides comme nous l'avons vu dans la section 7.2.2. De plus, dans l'exercice 2, nous verrons que nous imposons la construction du carré à partir d'un côté dans une position non prototypique pour que des techniques uniquement basées sur la perception ne permettent pas de résoudre la tâche. Dans les parcours d'apprentissage, nous avons vu que nous jouons sur la variable de portée liée aux outils de construction du milieu pour bloquer l'utilisation de certaines propriétés (cf. section 7.4). Dans la conception du diagnostic, au contraire, nous laissons un grand nombre d'outils de construction dans le milieu pour permettre à l'élève de choisir les propriétés à mettre en œuvre dans sa construction. Nous laissons également à disposition les outils liés à la mesure (de longueur ou d'angle). En effet, même si nous considérons les élèves de cycle 4 comme relevant d'un mode ancien (CO0 ou P0) lorsqu'ils s'appuient sur la perception ou les outils de mesure pour construire et valider leurs constructions dans l'environnement de géométrie dynamique, dans une phase de diagnostic il conviendra de distinguer les deux afin de mieux adapter les parcours d'apprentissage et les rétroactions par la suite. En effet, les élèves utilisant les outils de mesure mobilisent plus de propriétés que ceux qui restent au niveau de la perception. Par exemple, pour construire le milieu d'un segment dans un environnement de géométrie dynamique (cf. exercices 1 et 2 du diagnostic), des élèves resteront au niveau de la perception (sans utiliser de propriété, en se basant simplement sur la définition du milieu d'un segment) tandis que d'autres élèves utiliseront un outil de mesure pour mesurer la longueur du segment et la diviser par deux. Ils font alors le lien entre la définition du milieu et une caractérisation par les longueurs. A noter cependant que ces deux types de construction ne sont pas attendues des élèves de cycle 4 (on attendra l'utilisation de l'outil « milieu » ou la construction du milieu à partir de deux cercles de même rayon et la médiatrice du segment par exemple).

Enfin, nous avons fait le choix de proposer des tâches de plus en plus complexes

nous permettant de repérer les types de constructions, les outils préférentiellement utilisés, la présence d'un raisonnement et les propriétés mobilisées par l'élève en lien avec les critères que nous avons définis dans la section 4.3 pour déterminer les modes de justification des élèves. Ainsi, le premier exercice consiste à exécuter un programme de construction et permet essentiellement de repérer si l'élève associe la notion de report de longueur à la définition du cercle. Le deuxième exercice correspond à la construction d'un carré et d'un demi-cercle à partir d'un côté donné. Elle demande la mise en œuvre d'une heuristique de construction pour choisir les propriétés du carré utiles pour construire et les outils de construction qui permettent de réifier ces propriétés. Le troisième exercice demande l'interprétation d'un schéma codé et le développement d'un raisonnement à plusieurs pas de déduction pour construire un rectangle à partir de ses diagonales. Nous détaillons chacune des tâches mises en jeu dans ces trois exercices dans les sections suivantes.

a. Exercice 1

Le premier exercice du diagnostic permet d'abord de repérer si l'élève fait le lien entre les étapes d'un programme de construction, les objets à construire et les outils de construction à utiliser. En particulier, il permet de repérer si l'élève fait le lien entre une égalité de longueurs et la définition d'un cercle comme ensemble de points à la même distance du centre. En lien avec les critères rappelés dans la section 9.2.1, nous nous intéressons plus particulièrement au type de construction réalisé par l'élève (au jugé, robuste, qui s'arrête à une construction molle) et aux outils de construction utilisés (outils de dessin, de mesure ou outils géométriques).

Une capture d'écran de l'exercice effectivement présenté aux élèves et une construction attendue se trouvent dans l'annexe D. Le programme de construction proposé dans cet exercice est le suivant :

- a) Tracer un segment [AB] de longueur quelconque.
- b) Construire le cercle (C) de diamètre [AB].
- c) Placer un point D sur le cercle (C) tel que la longueur de [AD] soit égale au rayon du cercle (C).
- d) Placer un point E sur le cercle (C) tel que la longueur de [AE] soit égale à la moitié du rayon du cercle (C).
- e) Tracer les droites (AE) et (BD). Soit F, leur point d'intersection.
- f) Tracer les droites (AD) et (BE). Soit G, leur point d'intersection.

g) Construire le cercle de diamètre [FG].

À noter que dans la deuxième expérimentation « diagnostic », seules les instructions de a) à c) ont été conservées.

Une procédure attendue, correspondant au mode de justification idoine, est présentée dans le tableau 9.2 :

| Étape de résolution | | Élément | |
|---|---|---|--|
| Données Conclusion | | technologico-théorique | |
| Tracer un se | Tracer un segment [AB] | | |
| $(C) \text{ est un cercle de diamètre} \\ [AB] \text{ (donnée de l'énoncé)} \\ \text{Le centre du cercle } (C) \text{ est le} \\ \text{milieu } O \text{ du segment } [AB]$ | | Le centre d'un cercle est le milieu de tous ses diamètres (propriété) | |
| Construire le m | ilieu O de $[AB]$ | (Selon la construction) propriétés de la médiatrice | |
| Construire le cercle de cer | tre O passant par A ou B | | |
| AD = AO (donnée de l'énoncé) | Le point D est sur le cercle de centre A passant par O | Tous les points d'un cercle sont à égale distance du centre (propriété) | |
| Construire le cercle de centre A point D à une des inters | A passant par O et construire le ections avec le cercle (C) | | |
| Construire le m | ilieu M de $[AO]$ | (Selon la construction) propriétés de la médiatrice | |
| AE = AM (donnée de l'énoncé) | Le point E est sur le cercle de centre A passant par M | Tous les points d'un cercle sont à égale distance du centre (propriété) | |
| Construire le cercle de centre A point E à une des interse | passant par M et construire le ections avec le cercle (C) | | |
| ` ' ' |) et construire le point F à leur ection | | |
| Tracer les droites (AD) et (BE) inters | | | |
| (C') est un cercle de diamètre [FG] (donnée de l'énoncé) Le centre du cercle (C') est le milieu O' du segment $[FG]$ | | Le centre d'un cercle est le milieu de tous ses diamètres (propriété) | |
| Construire le milieu O' de $[FG]$ | | (Selon la construction) propriétés de la médiatrice | |
| Construire le cercle de cen | | | |

Table 9.2 – Résolution de l'exercice 1 : « construire la figure correspondant au programme de construction suivant »

Cette procédure relève du mode de justification CO2. Pour repérer les modes de justification CO0 et CO1, nous déterminons des traces à repérer dans les productions des élèves à partir des critères définis dans la section 4.3. Ces traces permettent de faire des hypothèses sur la ou le(s) technologies erronées associées qui correspondent

aux catégories d'erreurs que nous avons abordées dans la section 7.3.2. Ces hypothèses nous permettent de déterminer un mode de justification associé. Dans le tableau 9.3, nous présentons donc les traces à repérer dans les constructions, les hypothèses sur les technologies erronées et les modes de justification associés.

| Traces dans la construction à repérer | Hypothèses sur les technologies erronées | Mode de justification associé |
|---|--|-------------------------------|
| Cercles de rayon $[AB]$ ou $[FG]$ plutôt que de diamètre $[AB]$ ou $[FG]$ | Pas de lien entre le diamètre et le centre d'un cercle | CO0, P0 |
| $ \begin{array}{c} \text{Milieux de } [AB] \text{ ou } [FG] \\ \text{placés au jugé } / \text{ avec un outil} \\ \text{de mesure} \end{array} $ | Pas de lien avec les savoirs géométriques / construction d'une figure particulière | CO0, P0 |
| D et E placés au jugé $/$ en utilisant des outils de mesure de longueurs | Pas de lien avec la notion de report de longueur (avec le cercle ou le compas) | CO0, P0 |
| | Erreur liée à la transposition informatique : le cercle n'est pas vu comme un outil de report de longueur | CO0, P0 |

Table 9.3 – Traces à repérer et catégories d'erreurs liées à l'exercice 1 : « construire la figure correspondant au programme de construction suivant »

b. Exercice 2

Le deuxième exercice du diagnostic permet de repérer si l'élève utilise des propriétés pour construire un carré et un demi-cercle à partir d'un côté donné. Comme pour l'exercice 1, en lien avec les critères rappelés dans la section 9.2.1, nous nous intéressons plus particulièrement au critère 1 correspondant au type de construction réalisé par l'élève (au jugé, robuste, qui s'arrête à une construction molle) et au critère 2 correspondant aux outils de construction utilisés (outils de dessin, de mesure ou outils géométriques). De plus, nous nous intéressons à la présence d'un raisonnement (critère 4) et aux propriétés que l'élève mobilise (critère 7).

Une capture d'écran de l'exercice effectivement présenté aux élèves et une construction attendue se trouvent dans l'annexe D. L'énoncé est le suivant : « À partir du segment [AB] tracé, construire un carré ABCD et un demi-cercle de diamètre [AB] ».

Dans le tableau 9.4, nous présentons une des procédures correctes possibles. D'autres procédures sont envisageables selon l'ordre de construction des éléments du carré ABCD et les propriétés mobilisées (cf. image 9.1). En particulier, plutôt que de s'appuyer sur la vision d'un carré comme un quadrilatère qui a deux angles droits et trois côtés consécutifs de même longueur, l'élève peut voir le carré comme un

quadrilatère qui a deux côtés consécutifs égaux et trois angles droits. Des constructions à partir des diagonales et/ou des symétries (axiales ou centrales) sont possibles et mathématiquement correctes mais peu probables à partir de la donnée d'un côté du carré.

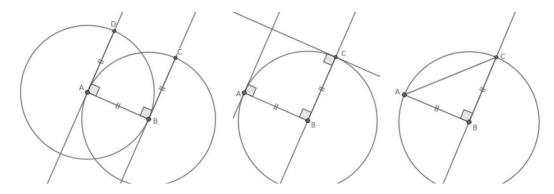


Image 9.1 – De gauche à droite : construction du carré avec deux angles droits et trois côtés consécutifs égaux, construction du carré avec deux côtés cônsécutifs égaux et trois angles droits, construction du carré à partir de la symétrie par rapport à une diagonale

| Étape de | Élément | |
|--|--|---|
| Données | Données Conclusion | |
| ABCD est un carré (donnée de l'énoncé) | $\overrightarrow{BAD} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} \text{ et}$ $\overrightarrow{BAD} = \overrightarrow{CBA} = \overrightarrow{DCB} =$ $\overrightarrow{CDA} = 90^{\circ}$ | Un carré est un quadrilatère qui a deux angles droits et trois côtés consécutifs égaux (propriété) |
| Construire la perpendiculaire | e au côté $[AB]$ passant par A | (Selon la construction) deux droites perpendiculaires forment un angle droit (définition) |
| Construire la perpendiculaire | e au côté $[AB]$ passant par B | (Selon la construction) deux droites perpendiculaires forment un angle droit (définition) |
| AB = AD | Le point D est sur le cercle de centre A passant par B | Tous les points d'un cercle sont à égale distance du centre (propriété) |
| | A passant par B et construire le avec la perpendiculaire en A | |
| BA = BC Le point C est sur le cercle de centre B passant par A | | Tous les points d'un cercle sont à égale distance du centre (propriété) |
| Construire le cercle de centre B passant par A et constuire le point C à une intersection (dans le même demi-plan que D) avec la perpendiculaire en B | | |
| $ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | | Le centre d'un demi-cercle est le milieu de son diamètre (propriété) |

| Construire le milieu O de $[AB]$ | (Selon la construction) propriétés de la médiatrice |
|---|--|
| Construire le demi-cercle de centre O d'extrémités A et B | |

Table 9.4 — Une résolution de l'exercice 2 : « à partir du segment [AB] tracé, construire un carré ABCD et un demi-cercle de diamètre [AB] »

La résolution de cet exercice présente plusieurs difficultés géométriques et instrumentales. Du côté instrumental, nous repérons plus facilement des difficultés dans la mise en relation de la propriété d'égalité de longueurs et de la définition du cercle à partir de l'analyse des productions réalisées pour répondre à l'exercice 1. Des difficultés pour faire le lien entre angles droits et droites perpendiculaires peuvent aussi apparaître et nous nous attendons à voir les élèves au mode CO1 privilégier le constructeur d'angles plutôt que l'outil « perpendiculaire ».

Du côté géométrique, il s'agit de mobiliser au moins deux types de propriétés (une sur les angles, une sur les côtés) mais la mise en œuvre du raisonnement lui-même reste assez simple.

Pour la construction du demi-cercle, nous devrions retrouver les mêmes difficultés que pour la construction des cercles dans l'exercice 1.

Dans le tableau 9.5, nous synthétisons les traces à repérer dans la construction, les catégories d'erreurs et les modes de justification associés liés à cet exercice.

| Traces dans la construction à repérer | Hypothèses sur les technologies erronées | Mode de justification associé |
|---|--|-------------------------------|
| Points C et D placés au jugé $/$ à l'aide d'outils de mesure | Pas de prise en compte des données de l'énoncé pour les mettre en relation avec des savoirs géométriques | CO0, P0 |
| Points C et D placés sur les perpendiculaires mais pas les cercles | Utilisation d'une partie des données mais erreur liée à la transposition informatique : le cercle n'est pas vu comme un outil de report de longueur | CO1, P1 |
| Demi-cercle construit au jugé (sans déterminer son centre ou centre au jugé) / centre déterminé avec des outils de mesure | Pas de prise en compte des données de l'énoncé pour les mettre en relation avec des savoirs géométriques / construction d'une figure particulière | CO0, P0 |

Table 9.5 – Traces à repérer et catégories d'erreurs liées à l'exercice 2 : « à partir du segment [AB] tracé, construire le carré ABCD et un demi-cercle de diamètre [AB] »

c. Exercice 3

Le troisième exercice du diagnostic permet de repérer si l'élève est en capacité d'interpréter un schéma codé et de raisonner sur les données pour dégager un programme de construction et le valider en lien avec la nature du quadrilatère. Comme pour l'exercice précédent, nous nous intéressons aux critères liés au critère 1 relatif au type de construction réalisé par l'élève (au jugé, robuste, qui s'arrête à une construction molle), au critère 2 lié aux outils de construction utilisés (outils de dessin, de mesure ou outils géométriques), au critère 4 lié au raisonnement et au critère 7 relatif aux propriétés que l'élève mobilise.

Une capture d'écran de l'exercice effectivement présenté aux élèves et la construction attendue se trouvent dans l'annexe D. L'énoncé de l'exercice est : « Construire la figure ACDEB à partir des segments [AB] et [AC] déjà tracés ». Il est accompagné d'un schéma codé présenté sur l'image 9.2.

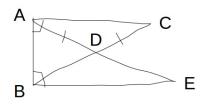


Image 9.2 – Schéma codé accompagnant l'exercice 3 de l'expérimentation « diagnostic »

Une première procédure de résolution est présentée dans le tableau 9.6. Les élèves qui ont passé ce diagnostic étant en 3^e, nous envisageons une deuxième procédure passant par les propriétés des diagonales d'un rectangle dans le tableau 9.7.

| Étape de | Élément | |
|--|------------|---|
| Données | Conclusion | technologico-théorique |
| AD = CD (donnée de l'énoncé) D est sur la médiatrice de $[AC]$ | | Un point à égale distance des deux extrémités d'un segment se trouve sur sa médiatrice (propriété) |
| Construire la médiat | | |
| Tracer le segment $[BC]$ et cons avec la n | | |
| Construire la droite perp | | |
| Tracer la demi-droite [AD l'intersection de la demi-dro | | |

TABLE 9.6 – Une résolution de l'exercice 3 : « construire la figure ACDEB à partir des segments [AB] et [AC] déjà tracés »

| Étape de | Élément | |
|--|--|---|
| Données | Conclusion | technologico-théorique |
| AD = DC (donnée de l'énoncé) | ADC est un triangle isocèle | Un triangle qui a deux côtés égaux est isocèle (propriété) |
| ADC est un triangle isocèle | $\widehat{CAD} = \widehat{ACD}$ | Les angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux (propriété) |
| (AC) et (BE) sont perpendiculaires à (AB) (donnée de l'énoncé) | (AC) et (BE) sont parallèles entre elles | Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles (propriété) |
| (AC) et (BE) sont parallèles entre elles | $\widehat{ACB} = \widehat{AEB} \text{ et}$ $\widehat{ACB} = \widehat{EBC}$ | Une droite qui coupe deux droites parallèles forme des angles alternes-internes égaux (propriété) |
| $\widehat{ACB} = \widehat{AEB} \text{ et}$ $\widehat{ACB} = \widehat{EBC} \text{ et}$ $\widehat{DAC} = \widehat{ACD} \text{ et } D \in (AE)$ $\text{et } D \in (BC)$ | $\widehat{EBD} = \widehat{DEB}$ et $\widehat{DAC} = \widehat{EBD}$ | Transitivité de l'égalité |
| $\widehat{EBD} = \widehat{DEB}$ | BDE est un triangle isocèle en D | Un triangle qui a deux angles égaux est isocèle (propriété) |
| BDE est un triangle isocèle en D | BD = DE | Un triangle isocèle a deux côtés égaux (définition) |
| $\widehat{BAC} = \widehat{EBA}$ et $\widehat{DAC} = \widehat{EBD}$ | $\widehat{BAD} = \widehat{DBA}$ | Propriétés des angles |
| $\widehat{BAD} = \widehat{DBA}$ | ADB est un triangle isocèle en D | Un triangle qui a deux angles égaux est isocèle (propriété) |
| ADB est un triangle isocèle en D | AD = BD | Un triangle isocèle a deux côtés égaux (définition) |
| AD = CD et $AD = BD$ et $BD = DE$ | AD = BD = CD = DE | Transitivité de l'égalité |
| AD = BD = CD = DE | ACEB est un rectangle | Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu et sont de même longueur est un rectangle (propriété) |
| ACEB est un rectangle $ACEB$ a quatre angle droits | | Un rectangle est un quadrilatère qui a trois angles droits (définition) |
| Construire la perpendic | | |
| | Construire la perpendiculaire à AB passant B et construire E à l'intersection des deux perpendiculaires. | |
| ~ | latère $ACEB$ et construire D à exsection | |

TABLE 9.7 – Une autre résolution de l'exercice 3 : « construire la figure ACDEB à partir des segments [AB] et [AC] déjà tracés »

Bien que la première construction soit beaucoup plus simple à mettre en œuvre

et ne nécessite pas de montrer que le quadrilatère ABEC est un rectangle, elle met en jeu une propriété de la médiatrice étudiée en $6^{\rm e}$ (Mathématiques: repères annuels de progression pour le cycle 3, 2019, pp. 10-11) et peu utilisée comme un outil dans des tâches de construction. c'est pourquoi nous avons envisagé une autre procédure s'appuyant sur les propriétés des parallélogrammes particuliers. Cette deuxième construction doit d'abord passer par la preuve de la nature du quadrilatère. Cette preuve nécessite notamment de mobiliser des propriétés relatives aux angles dans un triangle isocèle et aux angles alternes-internes formés par des droites parallèles. La construction s'appuie ensuite sur le rectangle comme un quadrilatère avec trois angles droits. Le point D est à l'intersection des diagonales.

Les catégories d'erreurs et les modes de justification associés qui sont liés à cet exercice sont présentés dans le tableau 9.8.

| Traces dans la construction à repérer | Hypothèses sur les technologies erronées | Mode de justification associé |
|---|--|-------------------------------|
| Points D et E placés au jugé / avec des instruments de mesure | Pas de prise en compte des données de l'énoncé pour les mettre en relation avec des savoirs géométriques / construction d'une figure particulière | CO0, P0 |
| Points D placé au jugé mais point E construit en fonction du point D et sur la perpendiculaire à $[AB]$ passant par B | Prise en compte partielle des données de l'énoncé pour les mettre en relation avec des savoirs géométriques | CO1, P1 |

Table 9.8 – Traces à repérer et catégories d'erreurs liées à l'exercice 3 : « construire la figure ACDEB à partir des segments [AB] et [AC] déjà tracés »

9.2.4 Méthode d'analyse des productions

Pour analyser les productions des élèves et déterminer leur mode de justification dominant à partir du film de leur écran mais aussi de l'enregistrement audio, nous nous appuyons sur les traces à repérer dans les constructions associées à des catégories d'erreurs définies dans l'analyse didactique *a priori*. Ainsi, pour chacune des tâches, nous relevons certaines traces dans les productions des élèves qui nous donnent des indices sur les raisonnements mis en œuvre pour la construction, en particulier en lien avec les critères relatifs au type de construction réalisé, aux outils de constructions utilisés, au raisonnement et aux propriétés mobilisées (cf. critères rappelés dans la section 9.2.1).

À ces traces sont associés des modes de justification à partir des hypothèses que nous faisons sur les technologies erronées. Pour ce diagnostic, nous nous sommes concentrés sur la praxéologie locale relative à la construction, c'est pourquoi nous ne parlerons que des modes CO0, CO1 et CO2. Cependant, nous avons vu que les traces relevées dans les productions des élèves étaient également associées à la praxéologie locale de preuve car, comme nous l'avons vu dans la section 4.3, ces deux praxéologies sont très liées. Nous reviendrons plus sur cet aspect dans l'analyse de l'expérimentation « parcours » dans la section 9.3.

Pour chaque tâche, la résolution de l'élève est donc codée par les modes de justification associés aux erreurs et au raisonnement repérés. Ce codage est répété sur toutes les tâches de tous les exercices d'un diagnostic, ce qui permet à la fin de déterminer le mode de justification dominant de l'élève sur les praxéologies locales en jeu. Ici, le diagnostic est calculé « à la main » et nous nous arrêtons à l'analyse des trois exercices de construction proposés.

9.2.5 Analyse des productions des élèves

Dans cette partie, nous ne développons nos analyses que pour la première des deux expérimentation « diagnostic ».

a. Données

Lors de la première expérimentation, nous avons enregistré les écrans et la piste audio de dix élèves (Ae, An, Mr, Al, Da, Aa, Fa, Ib, La et Ie) pendant toute la durée de l'expérimentation.

Cependant, des difficultés informatiques nous ont amenés à récupérer les productions de huit élèves sur les dix dont cinq (Ae, Mr, Al, Da, Aa) pour lesquels la vidéo est complète et trois (An, Fa, Ib) pour lesquels la vidéo est partielle ou sans piste audio. Nous n'avons récupéré aucun fichier pour l'élève Ie et seulement quelques images du deuxième exercice pour l'élève La, nous ne prendrons pas en compte ces deux élèves. Notons également que l'élève Ib a été particulièrement guidé par un expérimentateur mais, le fichier correspondant étant endommagé, nous ne pouvons pas connaître l'impact de ces aides sur ses productions. L'expérimentation étant un diagnostic, nous ne prendrons pas en compte son travail ici.

Les captures d'écran des productions des sept élèves que nous étudierons par la suite sont présentées dans l'annexe D.

b. Analyse de l'exercice 1

Dans le tableau 9.9, nous relevons les traces dans les productions des élèves à partir des traces à identifier et des catégories d'erreurs définies pour les tâches de l'exercice 1.

| Élève | Cercles de rayon $[AB]$ ou $[FG]$ (CO0) | Milieux de $[AB]$ ou $[FG]$ placés au jugé ou avec un outil de mesure $(CO0)$ | D et E placés au jugé ou avec un instrument de mesure, pas de lien avec le report de longueur (CO0) | D et E placés au jugé ou avec un instrument de mesure, difficulté liée à la transposition informatique (CO0) | Construction attendue (CO2) |
|-------|---|---|---|--|-----------------------------------|
| Ae | | | | | X |
| An | | | | | X |
| Mr | | | Mesure | ? | |
| Al | | X | X | | |
| Da | | X | X | | |
| Aa | | Comptage | Comptage | | |
| Fa | | X | X | | |

Table 9.9 – Traces repérées dans les productions des élèves pour l'exercice 1 de l'expérimentation « diagnostic »

L'exercice 1 présente essentiellement deux difficultés :

- la construction des cercles de diamètre donné (sachant qu'il n'y a pas d'outil permettant directement cette construction);
- la construction des points D et E sur ce cercle et à une distance donnée du point A.

Concernant la construction des cercles d'abord, les élèves Ae, An et Mr construisent le milieu en utilisant l'outil de construction « milieu » de Geogebra.

En revanche, les élèves Al, Da, Aa et Fa placent ces milieux au jugé. Ils savent cependant tous que pour tracer un cercle de diamètre donné, il faut d'abord trouver son milieu (nous les entendons le dire dans l'enregistrement audio). À noter que Ae a fait apparaître un quadrillage (sans le vouloir) qu'elle utilise ensuite pour placer les points en comptant les carreaux. Elle continuera d'utiliser un quadrillage dans les autres exercices, suivie par ses voisins Al, Da et Fa. Nous considérons que compter les carreaux relève d'un mode ancien car lorsque les objets ne tombent pas sur les intersections du quadrillage, ces élèves placent les points au jugé.

Concernant la construction des points D et E, Ae et An mobilisent la technique visée décrite dans la section 9.2.3.

Mr s'appuie, elle, sur la mesure. Elle affiche la mesure de longueur du rayon du cercle précédemment tracé et celle d'un segment [AD] puis déplace le point D sur le cercle jusqu'à ce que ces deux mesures soient égales. Pour le point E, elle calcule la moitié de la longueur du rayon et fait de même. Mr n'évoque pas le manque d'un compas (outil dont dispose le logiciel même s'il fonctionne très différemment du compas de l'environnement papier-crayon), nous faisons donc l'hypothèse que ce n'est pas cet instrument de l'environnement papier-crayon qui lui manque ici mais qu'elle ne fait pas le lien avec la définition du cercle. Cependant, elle ne mobiliserait probablement pas cette technique de construction molle dans l'environnement papier-crayon où la mesure ne s'actualise pas automatiquement au déplacement des points comme c'est le cas dans l'environnement GEOGEBRA, nous faisons donc l'hypothèse que cette technique est en lien avec la transposition informatique et en particulier certaines techniques de tâtonnements qui peuvent se trouver valorisées comme nous l'avons vu dans la section 6.2.

Les quatre autres élèves placent de nouveau les points au jugé. Aa utilise de nouveau son quadrillage mais elle compte les carreaux des segments [AC] et [CD] (cf. image 9.3) sans remarquer que ce n'est pas ce qui est demandé dans l'énoncé et sans comprendre que D appartenant au cercle de centre C passant par A, ces deux longueurs seront toujours égales. Le point E est, lui, placé « à peu près » (sic).

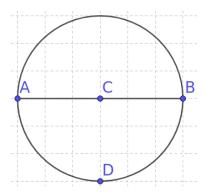


Image 9.3 – Construction du point D de l'exercice 1 par l'élève Aa (la police a été agrandie)

En conclusion, concernant les modes de justification sur la praxéologie relative aux constructions de figures géométriques planes, pour cet exercice, les résolutions des élèves Ae et An sont codées par le mode idoine CO2 (la construction qu'ils réalisent est celle attendue). Les résolutions des élèves Al, Da, Aa et Fa sont codées

par le mode ancien CO0 car on relève deux catégories d'erreurs relevant de ce mode. Nous avons vu que certains aspects de la construction de l'élève Mr relevaient du mode idoine et d'autres du mode ancien, sa résolution est donc codée CO0 et CO2 et nous ne pouvons pas conclure concernant le mode de justification local de cette élève. Ce codage va s'ajouter au codage des autres tâches qui permettra le calcul du mode de justification dominant des élèves sur les trois tâches du diagnostic.

c. Analyse de l'exercice 2

Dans le tableau 9.10, nous relevons les traces repérées dans les productions des élèves à partir de celles que nous avons définies dans la section 9.2.3 pour l'exercice 2.

| Élève | Points C et D placés au jugé ou avec un outil de mesure (CO0) | Points C et D placés sur les perpendiculaires mais pas sur les cercles (CO1) | Demi-cercle construit au jugé (CO0) | Construction attendue (CO2) |
|-------|---|--|---|--------------------------------|
| Ae | | | | X |
| An | | X | | |
| Mr | Ajustement | X | | |
| Al | Comptage | | X | |
| Da | Comptage | | X | |
| Aa | Comptage | | X | |
| Fa | Comptage | | X | |

Table 9.10 – Traces repérées dans les productions des élèves pour l'exercice 2 de l'expérimentation « diagnostic »

De nouveau pour la tâche de construction du carré, l'élève Ae mobilise une technique visée (celle présentée dans le tableau 9.4) et ne fait pas d'erreur. Sa production est de nouveau codée CO2.

An construit d'abord un angle de 90° en B sur le segment [AB], créant le point C. Il affiche les mesures de longueur de [AB] et [BC] et constate qu'elles sont identiques (le constructeur d'angles de GEOGEBRA fonctionne en fait comme une rotation d'angle donné). Il construit alors la perpendiculaire à [AB] en A puis la perpendiculaire à cette nouvelle droite passant par C. L'intersection des deux perpendiculaires est appelée D (cf. image 9.4). Ainsi, cet élève s'appuie effectivement sur la construction de droites perpendiculaires mais il n'utilise pas la notion de report de longueur ici. Cependant, nous ne savons pas ce qu'il aurait fait s'il avait découvert

que les longueurs AB et BC étaient différentes : aurait-il ajusté la position du point C ou aurait-il utilisé le report de longueur pour reporter AB sur la demi-droite [BC) et produire un quadrilatère avec trois angles droits et deux côtés consécutifs de même longueur? La production de l'élève est ici codée CO1.

Mr utilise la même technique ici que celle qu'elle a utilisée pour la construction des points D et E sur le cercle de l'exercice 1. Elle place un point C au jugé sur l'écran puis, avec l'outil « angle de mesure donnée » construit un point B' (qui correspond en fait au point D du carré) tel que $\widehat{BCB'} = 90^\circ$. Elle affiche les mesures de longueurs des quatre côtés du quadrilatère et déplace le point C jusqu'à obtenir quatre côtés de même longueur (cf. image 9.5). Cette élève mobilise, au moins en acte, la caractérisation du carré comme un losange avec un angle droit mais elle construit encore une fois une figure particulière qui n'est pas robuste. La production présente une catégorie d'erreurs associée au mode CO0 et une catégorie d'erreurs associée au mode CO1.

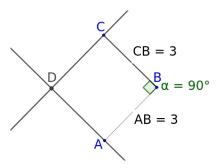


Image 9.4 – Construction du carré ABCD de l'exercice 2 par l'élève An (la police a été agrandie)

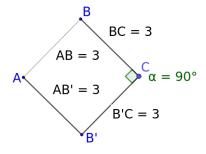


Image 9.5 — Construction du carré ABCD de l'exercice 2 par l'élève Mr (la police a été agrandie)

Ces trois élèves (Ae, An et Mr) construisent le demi-cercle de diamètre [AB] en construisant d'abord le milieu du segment puis en utilisant l'outil « arc de cercle (centre - 2 points) ». Cette production est codée CO2.

Les quatre autres élèves adoptent la stratégie de Aa en affichant un quadrillage. Al, Da et Aa déplacent ensuite le côté [AB] donné de manière à le positionner à la verticale et à faire correspondre les points A et B avec des intersections du quadrillage (cf. image 9.6). Fa déplace également les points pour qu'ils correspondent à des intersections du quadrillage mais conserve globalement l'orientation du segment [AB] qui devient une diagonale du carré qu'elle construit (elle renommera ensuite le point B et C). Cette résolution est codée COO.

Ces quatre élèves construisent le demi-cercle à partir de son centre mais en estimant la position de ce dernier au jugé sur le segment [AB] car celui-ci ne tombe

pas sur une intersection du quadrillage (cf. image 9.6). Ils pourraient en fait changer la précision du quadrillage en zoomant sur la fenêtre mais ils ne semblent pas connaître cette fonctionnalité. Le demi-cercle ne passe visiblement pas par les deux points A et B mais à défaut d'une meilleure stratégie, ces élèves ne corrigent pas ce problème. Encore une fois, nous constatons qu'en l'absence de quadrillage, ces élèves travaillent au jugé et leurs productions restent donc codées par le mode de justification CO0.

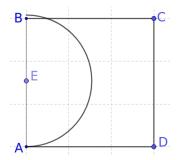


Image 9.6 – Construction du carré ABCD de l'exercice 2 par l'élève Da (la police a été agrandie)

d. Analyse de l'exercice 3

Dans le tableau 9.11, nous relevons les traces dans les productions des élèves à partir de celles définies dans la section 9.2.3 pour l'exercice 3.

| Élève | Points D et E placés au jugé ou avec un outil de mesure (CO0) | Points D placé au jugé mais point E construit en fonction du point D et sur la perpendiculaire à $[AB]$ passant par B (CO1) | Construction attendue (CO2) |
|-------|---|---|-----------------------------|
| Ae | | | X |
| An | | | X |
| Mr | | X | |
| Al | X | | |
| Da | X | | |
| Aa | X | | |
| Fa | X | | |

Table 9.11 – Traces repérées dans les productions des élèves pour l'exercice 3 de l'expérimentation « diagnostic »

Les regroupements d'élèves que nous avons opérés dans l'analyse des deux exercices précédents se retrouvent également ici.

Ainsi, Ae et An mobilisent une technique attendue en construisant le point D au milieu du segment [BC]. Nous ne savons pas si An a effectivement montré que la figure à construire est un rectangle avant de construire ce point. En revanche, nous savons que Ae a demandé à sa voisine (pour laquelle nous n'avons pas récupéré de fichier) si les longueurs AC et BE étaient égales, ce que sa voisine a confirmé. Ae ne semble pas la croire mais, à défaut d'autres idées, finit par construire D au milieu du segment [BC] et mesure les longueurs AD et DC pour constater qu'elles sont égales comme demandé sur le schéma (cf. image 9.7). La construction du point D de

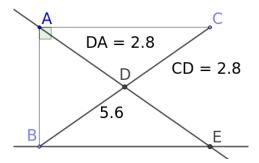


Image 9.7 – Construction du rectangle ABEC de l'exercice 3 par l'élève Ae (la police a été agrandie)

Ae n'est pas effectuée au jugé mais c'est cette validation qui finit par la convaincre. Cependant, cette nuance ne peut pas être perçue dans l'analyse automatique des productions des élèves à partir des traces à repérer dans les constructions que nous avons définies, le mode de justification codé pour Ae (et pour An) est donc CO2.

Pour construire le point E, Ae construit la perpendiculaire à [AB] passant par B et An un angle de 90° degrés en B. Ils construisent tous les deux E à l'intersection de la perpendiculaire et de la droite (AD).

Mr place un point D sur le segment [BC] et comme dans la résolution des autres exercices, elle déplace ce point jusqu'à obtenir AD = DC. Elle tente aussi de construire un angle droit en B comme l'élève An mais ne remarque pas qu'elle utilise mal l'outil. Cependant, elle construit le point E à l'intersection de cette « perpendiculaire » et de [AC), conformément aux hypothèses que nous avons faites dans l'analyse didactique a priori de cet exercice, sa résolution est donc codée CO1.

Les quatre autres élèves construisent les points D et E (voire uniquement le point E pour Al) au jugé, souvent après avoir tenté plusieurs fois d'utiliser les outils de construction « angle de mesure donnée », « parallèle » ou « perpendiculaire ». En effet, ces élèves affichent de nouveau un quadrillage mais les longueurs de [AB] et [AC] déjà construits ne permettent de faire coïncider les points et les intersections du quadrillage qui ne peut donc pas leur servir comme dans les autres exercices. De plus,

l'utilisation combinatoire des outils de construction de l'environnement sans plan prédéfini et leur mauvaise maîtrise du logiciel GEOGEBRA les empêchent d'aboutir à une construction satisfaisante, ils reviennent donc à une construction purement au jugé qui est codée COO.

e. Hypothèses sur le mode de justification dominant des élèves sur la praxéologie locale de construction

Le fait d'appliquer le même codage à toutes les tâches de la praxéologie locale de construction permet de calculer un mode de justification dominant au delà des techniques erronées mobilisées par les élèves pour résoudre chacune des tâches individuellement. Nous proposons donc un résumé des codages pour chacun des trois exercices et une hypothèse sur le mode de justification dominant selon la praxéologie locale relative à la construction de figures planes pour chacun des élèves dans le tableau 9.12. Pour cela, dans l'exemple de ce diagnostic partiel, nous utilisons un algorithme simplifié en sommant les codes COO, CO1 et CO2, le mode de justification dominant correspond au code qui apparaît le plus de fois ⁴.

Nous avons vu dans le chapitre 7 que les exercices que nous concevons pour l'EIAH MINDMATH ne sont composés que d'une seule tâche. Dans ce diagnostic, ce n'est pas le cas des exercices 1 et 2 qui sont donc codés par deux modes de justification pour les deux tâches qu'ils mettent en jeu.

| | Exerc | cice 1 | Exerc | cice 2 | Exercice 3 | |
|-------|--------------------------|----------------------------|--------------------------|-----------------------------------|------------------------------|--------------------------------------|
| Élève | Construction des cercles | Construction de D et E | Construction du carré | Construction du demi-cercle | Construction du rectangle | Mode de justification dominant |
| Ae | CO2 | CO2 | CO2 | CO2 | CO2 | CO2 |
| An | CO2 | CO2 | CO1 | CO2 | CO2 | CO2 |
| Mr | CO2 | CO0 | CO0/CO1 | CO2 | CO1 | CO1 |
| Al | CO0 | CO0 | CO0 | CO0 | CO0 | CO0 |
| Da | CO0 | CO0 | CO0 | CO0 | CO0 | CO0 |
| Aa | CO0 | CO0 | CO0 | CO0 | CO0 | CO0 |
| Fa | CO0 | CO0 | CO0 | CO0 | CO0 | CO0 |

Table 9.12 – Diagnostic du mode de justification dominant des élèves

Nous constatons que les modes de justification des élèves ont tendance à rester stables. Seule Mr relève à plusieurs reprises des modes CO0, CO1 et CO2 mais le

^{4.} S'il y a une égalité entre deux codes, nous choisissons le plus faible, si c'est entre les trois, nous choisissons CO1.

calcul global nous permet de dire qu'elle relève du mode CO1 et nous observons dans ces productions qu'elle semble en effet chercher à entrer dans une démarche géométrique en utilisant les propriétés géométriques en jeu même si elle reste sur la construction de figures particulières en utilisant la mesure.

9.2.6 Conclusion sur les expérimentation « diagnostic »

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, l'analyse des productions des élèves permet de répondre à notre deuxième question de recherche, à savoir : le diagnostic relatif à la construction de figures ainsi défini permet-il effectivement de déterminer les modes de justification des élèves qui le réalisent?

Concernant la mise en relation des résultats de ce diagnostic partiel et des moyennes en mathématiques des élèves (cf. annexe D), nous constatons que les élèves dont le processus de construction relève majoritairement du mode de justification CO2 ont effectivement de bons résultats (19 pour Ae, 16 pour An). Mr au mode CO1 a également une bonne moyenne (17), trois des quatre élèves les plus en difficulté ont environ 13 de moyenne (Al, Da et Aa) et Fa 4. Le diagnostic étant partiels (en particulier il ne s'intéresse qu'à une partie de la praxéologie locale de construction en mettant en jeu des savoirs qui ne sont pas au programme de $3^{\rm e}$) et les élèves étant issus de collèges et de classes différentes, ces observations sont évidemment à relativiser. Cependant, nous ne constatons pas d'incohérences avec les modes de justification diagnostiqués.

Cette expérimentation présente néanmoins un certain nombre de limites. La première étant que nous n'avons jamais explicité aux élèves le fait de devoir construire des figures robustes. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 6, c'est une des spécificités de la géométrie dynamique sur laquelle nous nous appuyons pour, notamment, proposer un milieu contraint mathématiquement, mais nous constatons dans les réponses aux questionnaires (cf. annexe D) et dans nos observations le jour de l'expérimentation que la plupart des élèves ne maîtrisent pas cet environnement. Nous pouvons donc faire l'hypothèse que tous les élèves ne considèrent pas la construction de figures robustes comme un objectif.

Cela rejoint une deuxième limite de cette expérimentation qui concerne les difficultés des élèves liées à une genèse instrumentale insuffisante. Grâce aux vidéos des écrans, nous avons pu remarquer que presque tous les élèves ont beaucoup de mal à manipuler les différents outils du logiciel (y compris Ae qui relève du mode CO2). Par exemple, l'image 9.8 présente une difficulté fréquemment rencontrée par

les élèves dans l'utilisation de l'outil « angle de mesure donnée ». En effet, pour construire par exemple un angle \widehat{ABC} sur un segment [AB], cet outil construit le point C comme l'image du point A par la rotation de centre B et d'angle de mesure donnée. Mr ne déplace pas les points de sa figure, elle ne remarque donc pas qu'elle a construit un point E' et que c'est donc l'angle $\widehat{E'BE}$ qui est droit et non l'angle \widehat{ABE} .

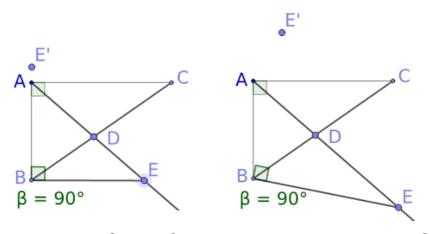


Image 9.8 – Les angles $\widehat{E'BE}$ et \widehat{ABE} se confondent mais seul l'angle $\widehat{E'BE}$ est droit

Avant l'expérimentation, nous avions fait l'hypothèse que l'utilisation de GEOGE-BRA était répandue au collège. Dans les questionnaires, les élèves répondent qu'ils utilisent effectivement cet environnement depuis un à trois ans mais pour beaucoup, et en particulier les quatre élèves du collège J qui relèvent du mode CO0 (Al, Da, Fa et Aa), c'est en fait l'enseignant qui utilise le logiciel en projetant son écran devant la classe. Nous remarquons que les difficultés liées à la genèse instrumentale ne sont pas toujours un obstacle à la mise en œuvre de propriétés géométriques comme on peut le voir dans les productions de Ae, cependant nous ne pouvons pas ignorer qu'elles puissent constituer des obstacles pour les élèves en difficulté en mathématiques. Pour l'expérimentation « parcours » que nous analyserons dans la section 9.3, nous avons donc décidé d'intégrer une présentation des outils de construction de l'environnement sous la forme d'une tâche réalisée en classe entière avant le début de l'expérimentation en elle-même. De plus, nous avons utilisé l'environnement CABRI et réduit le nombre d'outils de construction dans le milieu, les objectifs étant différents comme nous le verrons par la suite.

Dans ces expérimentations « diagnostic », nous n'avons eu que peu accès aux blocs *logos* des praxéologies développées par les élèves et, même si nous pouvons faire des hypothèses sur les propriétés utilisées pour construire les figures correctes, nous avons du mal à dire si les élèves élaborent une argumentation heuristique et,

le cas échéant, quels en sont les îlots déductifs. Dans l'analyse de l'expérimentation suivante, nous verrons comment nous avons essayé de dépasser ces difficultés en proposant notamment une feuille de réponses à remplir ainsi qu'une tâche de preuve accompagnant une tâche de construction de triangle. Ces nouvelles informations nous permettent de mieux tirer parti des critères définis dans la section 4.3.

9.3 Expérimentation « parcours »

9.3.1 Questions de recherche

L'expérimentation « parcours » vise à proposer une partie d'un parcours d'apprentissage et des rétroactions pour l'entrée dans la géométrie théorique. En pratique, les élèves à qui nous nous adressons étant en 3^e, nous reprenons partiellement le parcours d'apprentissage que nous avons défini dans la section 7.4.2 mais en proposant en premier l'une des tâches les plus complexes (la construction, sans constructeur d'angle, d'un triangle isocèle avec un angle au sommet de 60°) afin d'engager directement les élèves dans l'élaboration d'un raisonnement à plusieurs pas. De plus, nous leur proposons une tâche mettant en jeu une transformation géométrique afin de mieux faire le lien avec le programme de 3^e où les constructions sont essentiellement liées aux transformations géométriques du plan.

L'objectif de cette expérimentation est de construire le triangle isocèle avec un angle de 60° sans constructeur d'angle. La tâche étant complexe, même en 3°, nous prévoyons donc des rétroactions ainsi que d'autres tâches de construction qui jouent sur les variables de portée pour faire percevoir à l'élève la limite de portée des techniques qu'il emploie et l'amener à changer de propriétés compte tenu des outils de construction proposés.

Les questions de recherche qui guident cette expérimentation sont donc les suivantes :

- 1. comme dans les expérimentations « diagnostic », peut-on déterminer les modes de justification locaux de l'élève à partir des traces à relever définies *a priori*?
- 2. le parcours que nous définissons permet-il aux élèves de construire, sans constructeur d'angle, le triangle isocèle avec un angle de 60° avec une technique et les technologies visées?
- 3. quelles rétroactions sont les plus pertinentes au regard de la technique de résolution développée par l'élève? Au regard des apprentissages et de l'évolution du mode de justification de l'élève?

La première question de recherche rejoint une des questions de recherche des expérimentations « diagnostic ». Pour cette expérimentation, nous compléterons l'analyse menée à partir des techniques, technologies et catégories d'erreurs définies a priori sur les praxéologies locales relatives à la construction et à la preuve, avec une analyse plus fine des critères que nous avons identifiés dans la section 4.3 et rappelés dans la section 9.2.1.

La réponse à la deuxième question de recherche s'appuie sur les modèles de tâche, de parcours d'apprentissage et de rétroaction. Nous avons défini un parcours relatif à la construction de triangles ainsi qu'un système de rétroactions (et un autre relatif à la construction de parallélogrammes mais nous ne nous intéresserons ici qu'au premier). L'objectif de ce parcours étant de résoudre la tâche 1, nous nous demandons donc si les rétroactions ainsi que les autres tâches de construction que nous proposerons si nécessaire et selon un arbre de décision défini dans la section 9.3.4 permettent effectivement à l'élève de résoudre la tâche dans le mode de justification idoine. Nous détaillerons la conception de ce parcours dans la section 9.3.3. Pour répondre à cette deuxième question, nous analysons les productions des élèves mais également leurs discours grâce aux enregistrement audios et vidéos réalisés.

Enfin, cette expérimentation servait également d'expérimentation exploratoire sur la question des rétroactions. Elle a permis de mettre en œuvre et tester un premier modèle de rétroactions qui a ensuite servi de base pour construire le modèle effectivement présenté dans le chapitre 8. Pour répondre à la troisième question de recherche, nous analysons donc les réponses des élèves aux rétroactions qu'ils reçoivent (à l'oral ou dans leur production) ainsi que l'évolution de leurs techniques de résolution de la première tâche.

9.3.2 Scénario de l'expérimentation et méthode de recueil des données

L'expérimentation s'est déroulée avec quinze élèves de 3^e à la fin du premier trimestre, toutes les connaissances en jeu dans la résolution des tâches sont anciennes.

Le questionnaire que nous avons demandé de remplir aux élèves se réduit ici à une question relative à leurs précédentes utilisations d'un logiciel de géométrie dynamique. La question et les réponses sont présentées dans l'annexe D.

Lors de cette expérimentation, nous avons fait le choix de construire des binômes pour avoir plus facilement accès aux discours technologico-théoriques des élèves. Cinq élèves travaillaient donc seuls et dix en binômes (pour former 5 binômes). Trois

binômes étaient formés d'élèves qui se connaissaient déjà et les deux autres d'élèves de collèges différents, leurs interactions ne sont donc pas tout à fait les mêmes mais nous n'étudierons pas cet aspect.

L'expérimentation commence par une tâche de construction suivant un programme de construction (cf. image 9.9) réalisée en collaboration entre les élèves et un des expérimentateurs qui projette son écran au tableau.

Réalise le programme de construction suivant :. a) Construis deux points A et B. Pour nommer un point, tu peux sélectionner l'outil «texte» et cliquer sur le point. b) Construis le cercle de centre B passant par A. c) Place un point C sur le cercle. d) Place un deuxième point D sur le cercle et supprime-le en cliquant dessus puis sur la touche « suppr» du clavier. e) Construis le triangle dont les sommets sont les points A, B, C. f) Construis le triangle A'B'C' symétrique du triangle ABC par le point B. g) Déplace les différents points de la figure. h) Appuie sur le bouton valider. Symétrie centrale Texte Triangle

Image 9.9 – Exercice d'entraînement : « réalise le programme de construction suivant »

Après avoir exécuté le programme de construction, les élèves et l'expérimentateur appuient sur le bouton « valider » et un message s'affiche, explicitant certaines des spécificités importantes liées aux constructions réalisées sur le logiciel que nous avons étudiées dans le chapitre 6 : « les éléments de la figures vérifient les propriétés que tu as utilisées à la construction. Par exemple, les triangles restent symétriques par rapport au point B quand tu déplaces les points A, B ou C. Tu ne peux pas directement déplacer le triangle A'BC' car il dépend du triangle ABC et du point B. » (cf. image dans l'annexe D).

Cette construction introductive permet de familiariser les élèves avec l'environnement CABRI qu'ils ne connaissent pas même si la plupart d'entre eux connaissaient le logiciel GEOGEBRA (cf. réponses au questionnaire, annexe D). Elle permet également d'insister sur la construction de figures robustes et nous verrons que les élèves y attachent plus d'importance que dans l'expérimentation « diagnostic » que nous avons analysée (cf. section 9.2.6).

Par la suite, les élèves résolvent (seuls ou à deux) les exercices du parcours. Lorsqu'ils ont besoin d'aide, le système de rétroactions n'étant pas encore implémenté, ils ont pour consigne de lever la main pour appeler un expérimentateur qui vient leur délivrer une rétroaction suivant l'arbre de décision qui a été construit et que nous présenterons dans la partie 9.3.4.

De plus, nous avons distribué une feuille de réponses qui sert aussi de feuille de brouillon (cf. annexe D pour un extrait). Les élèves doivent résoudre la tâche de preuve (tâche 2, cf. section 9.3.3) sur cette feuille. Pour les tâches de construction, l'énoncé est rappelé sur la feuille et on pose la question « comment sais-tu que ta construction sur le logiciel est correcte? Sur quelles propriétés t'appuies-tu? ». Le but est que l'élève explicite son mode de validation, voire l'argumentation heuristique qu'il a élaborée. Les réponses des élèves à la question concernant leur utilisation d'un environnement de géométrie dynamique et aux deux premières tâches de l'expérimentation se trouvent dans l'annexe D.

Comme pour les expérimentations « diagnostic », nous utilisons le logiciel RE-CORDMYDESKTOP pour enregistrer les écrans des élèves ainsi que le flux audio capté par chacun des ordinateurs (cf. section 9.2.2).

9.3.3 Conception du parcours relatif à la construction de triangles

L'enjeu de cette expérimentation est de repérer si les tâches d'un parcours ainsi que des rétroactions peuvent aider les élèves à interroger les propriétés utilisées dans la construction d'une figure et à les amener à élaborer une argumentation heuristique. Pour cela, nous avons construit une expérimentation en deux parties, la première sur les triangles (tâches 1 à 4) et la seconde sur les parallélogrammes particuliers (tâches 5 à 7). Nous ne nous intéresserons qu'à la partie centrée sur les triangles par la suite. À noter que dans cette expérimentation, les exercices sont composés d'une seule tâche de construction ou de preuve comme dans l'EIAH MINDMATH.

Nous présentons par la suite l'organisation des tâches du parcours sur les triangles et nous détaillerons leurs analyses didactiques *a priori* dans les sections suivantes. Nous aborderons ensuite la conception du système de rétroactions utilisé dans la section 9.3.4.

La première tâche, désignée comme la tâche 1, proposée aux élèves est la construction, sans constructeur d'angle, d'un triangle ABC isocèle en A tel que l'angle en A mesure 60° à partir d'un côté non base déjà tracé. Nous avons déjà étudié cette tâche

dans le chapitre 7 (cf. image 7.4). Comme nous l'avons déjà vu et le reverrons par la suite dans son analyse *a priori*, cette tâche nécessite de mobiliser quatre propriétés et surtout de réaliser un pas de côté en passant des données liées aux angles de l'énoncé à des propriétés sur les longueurs de côté du triangle. C'est cette tâche que nous voulons étudier en priorité et autour de laquelle est construite l'expérimentation.

En plus des rétroactions prévues que nous verrons dans la section 9.3.4, pour aider les élèves qui en auraient besoin, nous avons conçu une autre tâche de construction d'un triangle isocèle, plus simple et dont les variables de portée sont choisies pour permettre à l'élève de mobiliser directement des propriétés mettant en jeu les angles du triangle. Cette tâche, appelée tâche 3 est présentée sur l'image 9.10 ⁵. La tâche 3 vise aussi à questionner l'élève sur ses différences avec la tâche 1 (en particulier concernant les outils de construction dans le milieu) et sur le changement de point de vue à opérer sur le choix des propriétés pour construire la figure avec un report de longueur et non un constructeur d'angles.

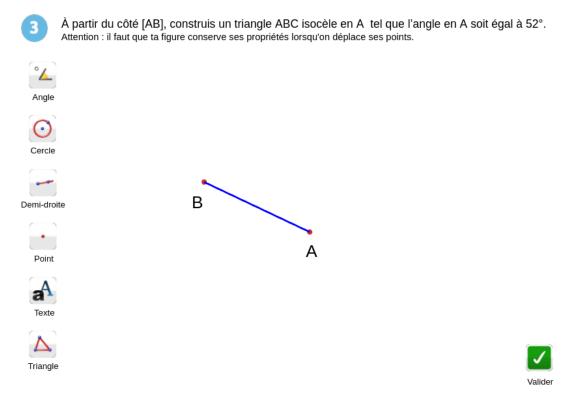


Image 9.10 – Tâche 3 : « À partir du côté [AB], construis le triangle ABC isocèle en A tel que l'angle en A mesure 52° »

Comme nous l'avons vu dans l'analyse des résultats des expérimentations « diagnostic », beaucoup d'élèves ont des difficultés à faire le lien entre l'égalité de longueurs

^{5.} Une approximation s'est glissée dans l'énoncé de cette tâche, c'est bien la mesure de l'angle en A qui est égale à 52° .

et la définition du cercle. Cette propriété est mise en jeu dans les tâches 1 et 3. C'est pourquoi, nous avons conçu une autre tâche, appelée tâche 8, pour travailler spécifiquement cette relation (cf. image 9.11). Il est donc prévu de proposer cette tâche aux élèves qui ne feraient pas le lien entre l'outil « cercle » et le report de longueur.

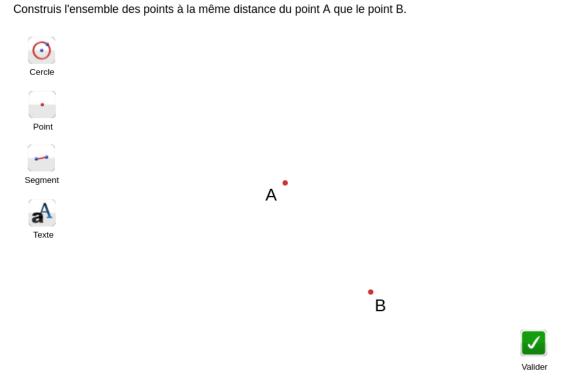
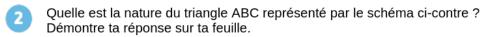


Image 9.11 – Tâche 8 : construis l'ensemble des points à la même distance du point A que le point B

De plus, afin de mieux prendre en compte le raisonnement mené par l'élève qu'il n'écrirait pas forcément sur sa feuille de réponses et puisque le public auquel nous nous adressons est composé d'élèves de 3^e qui ont donc déjà abordé la notion de démonstration, nous avons également proposé une tâche de preuve dans cette expérimentation. Cette tâche, appelée tâche 2 (cf. image 9.12), consiste à montrer la nature d'un triangle isocèle avec un angle de 60° au sommet. Le raisonnement mené est donc identique à celui qui est mobilisé pour construire le triangle équilatéral dans la tâche 1. Nous verrons dans l'analyse des productions en quoi les réponses des élèves à cette tâche nous aident également à interpréter les réponses à la tâche 1.



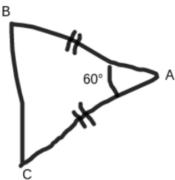


Image 9.12 – Tâche 2 : « quelle est la nature du triangle ABC représenté par le schéma ci-contre ? Démontre ta réponse »

Enfin, pour faire le lien avec le programme scolaire de 3^e, nous avons proposé une tâche, la tâche 4, mettant en jeu une transformation géométrique du plan, en particulier la notion de symétrie centrale même s'il s'agit d'un attendu de la classe de 5^e (cf. image 9.13).

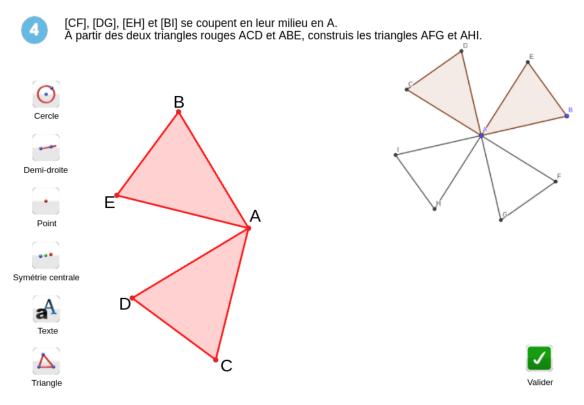


Image 9.13 – Tâche 4 : « [CF], [DG], [EH] et [BI] se coupent en leur milieu en A. À partir des deux triangles rouges ACD et ABE, construis les triangles AFG et AHI »

Nous ne nous attarderons pas spécialement sur les analyses a priori et des

productions des élèves pour cette tâche 4 qui sort du parcours construit autour de la tâche 1. Celles-ci sont proposées dans l'annexe D.

Les tâches sont donc proposées dans cet ordre : 1 - (3) - (8) - 2 - 4. Les tâches entre parenthèses sont facultatives, elles dépendent de l'activité de l'élève comme nous le verrons dans la section 9.3.4.

a. Tâche 1

Nous avons étudié la tâche 1 (cf. image 7.4) dans la section 7.3 où nous avons, en particulier, explicité les variables de types de tâches, de tâches et la technique visée que nous rappelons ici :

- VT1 : un triangle équilatéral;
- VT2 : côté non base et angle au sommet;
- Vt_P1 : un côté en position non prototypique;
- Vt_P2 : report de longueur et outils inutiles pour la construction (parallèle, perpendiculaire);
- Vt_C1 : 4 propriétés à mobiliser ;
- Vt_C2 : énoncé dans le langage naturel (angle donné sous la forme d'une mesure, côté donné en longueur), triangle désigné comme « triangle isocèle » ;
- Vt C3: pas d'objets externes.

Comme nous l'avons déjà vu, la tâche 1 est une tâche complexe, en particulier parce que la valeur de la variable de portée Vt_P2 empêche l'utilisation des propriétés des angles de la figure directement pour construire. Sa résolution nécessite donc l'élaboration d'un raisonnement qui mobilise quatre propriétés et qui permettent de passer des données sur les angles à des nouvelles données sur les côtés du triangle. Une technique visée est présentée dans le tableau 9.13.

| Étape de la te | Élément | |
|---|---|---|
| Données | Conclusion | technologico-théorique |
| ABC est un triangle (donnée de l'énoncé) | $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^{\circ}$ | La somme des angles d'un triangle est égale à 180° (propriété) |
| ABC est un triangle isocèle en A (donnée de l'énoncé) | Les angles à la base $\widehat{(ABC)}$ et \widehat{ACB}) sont égaux | Si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base sont égaux (propriété) |
| $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^{\circ}$ et $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ et $\widehat{BAC} = 60^{\circ}$ (donnée de l'énoncé) | $2 \times \widehat{ABC} + 60^{\circ} = 180^{\circ};$ $\widehat{ABC} = 60^{\circ};$ $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 60^{\circ}$ | Règles du calcul algébrique |

| $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 60^{\circ}$ | ABC est triangle équilatéral | Si un triangle a ses trois angles égaux, alors il est équilatéral (propriété) |
|--|--|---|
| ABC est un triangle équilatéral | AB = AC = BC | Un triangle équilatéral a ses trois côtés égaux (définition) |
| AB = AC | Le point C est sur le cercle de centre A passant par B | Tous les points d'un cercle sont à égale distance du centre (propriété) |
| Construire le cercle de | | |
| BA = BC | Le point C est sur le cercle de centre B passant par A | Tous les points d'un cercle sont à égale distance du centre (propriété) |
| Construire le cercle de | | |
| Construire le point C à une in tracer le tri | | |

Table 9.13 – Technique visée pour la résolution de la tâche 1 : « à partir du côté [AB], construis un triangle ABC isocèle en A tel que l'angle en A mesure 60° »

À noter qu'une fois qu'on a montré que le triangle ABC est équilatéral, il est techniquement possible de construire la médiatrice du segment [AB] et de construire le point C à une des intersections entre cette médiatrice et le cercle de centre A passant par B plutôt que de construire le triangle à partir de ses côtés. Cependant, les outils « milieu » ou « médiatrice » ne faisant pas partie du milieu, la construction de la médiatrice revient, la plupart du temps, à la construction du triangle à partir des deux cercles de centres A et B et de rayon AB. Une construction particulièrement indirecte utilisant la construction de la médiatrice est proposée dans l'annexe D.

La tâche 1 est complexe en ce qui concerne le raisonnement mis en œuvre mais elle demande peu d'éléments dans sa construction. C'est pourquoi nous n'identifions que deux traces à repérer dans les constructions des élèves (cf. tableau 9.14). Cependant, à partir de ces traces et en appui sur les critères 1, 2, 4 et 7 (cf. section 9.2.1), nous pouvons faire plusieurs hypothèses sur les technologies erronées et les modes de justification associés selon les praxéologies locales de construction et de preuve. Comme nous le verrons, l'appui sur les vidéos et pistes audios enregistrées, ainsi que sur la résolution de la tâche 2 nous seront particulièrement utiles pour déterminer quelle(s) hypothèse(s) correspond(ent) le mieux au raisonnement de l'élève.

| Traces dans la construction à repérer | Hypothèses sur les technologies erronées | Mode de justification associé |
|---------------------------------------|---|-------------------------------|
|---------------------------------------|---|-------------------------------|

| | L'élève ne mobilise pas les propriétés géométriques (savoirs) ou reste sur des savoirs spatio-graphiques | P0 |
|---|---|---------|
| Point C placé n'importe où | L'élève ne semble pas organiser une argumentation heuristique pour obtenir un résultat exploitable pour la construction | P0 |
| | Erreur liée à la transposition informatique : le cercle n'est pas vu comme un outil de report de longueur | CO0 |
| Point C placé sur un des deux cercles (mais pas l'autre) | Utilisation combinatoire des outils de construction sans signification géométrique | CO0, P0 |
| | Propriété du triangle isocèle retranscrite mais blocage par rapport à l'angle de 60° | P1 |

Table 9.14 – Traces à repérer et catégories d'erreurs liées à la tâche 1 : « à partir du côté [AB], construis un triangle ABC isocèle en A tel que l'angle en A mesure 60° »

Dans la section 9.3.4, nous verrons les rétroactions prévues pour aider les élèves dans la résolution de cette tâche.

b. Tâche 2

La tâche 2 (cf. image 9.12) est une tâche de preuve qui demande l'élaboration d'un raisonnement assez semblable à l'argumentation heuristique normalement développée dans la résolution de la tâche 1. Cette tâche nous donne donc des indications sur le raisonnement mené par l'élève dans la résolution de la tâche 1 et en particulier sur sa perception de la figure à construire. Ainsi, si l'élève ne répond pas que la figure est un triangle équilatéral, nous pouvons faire l'hypothèse que sa construction précédente ne s'appuie pas non plus sur cette déduction. Les tâches étant un peu différentes, d'autres facteurs peuvent expliquer les différences de réponse aux tâches 1 et 2, c'est pourquoi nous ne pouvons faire que des hypothèses.

Une des preuves possibles est présentée dans le tableau 9.15.

| Étape de la te | Élément | |
|--|---|--|
| Données Conclusion | | technologico-théorique |
| ABC est un triangle (donnée de l'énoncé) | $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^{\circ}$ | La somme des angles d'un triangle est égale à 180° (propriété) |

| AB = BC (donnée de l'énoncé) | ABC est un triangle isocèle | Si un triangle a deux côtés égaux, il est isocèle (propriété) |
|---|---|---|
| ABC est un triangle isocèle en A | Les angles à la base $\widehat{(ABC)}$ et \widehat{ACB}) sont égaux | Si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base sont égaux (propriété) |
| $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^{\circ}$ $\underline{\text{et } \widehat{ABC} = \widehat{ACB} \text{ et}}$ $\widehat{BAC} = 60^{\circ} \text{ (donnée de l'énoncé)}$ | $2 \times \widehat{ABC} + 60^{\circ} = 180^{\circ};$ $\widehat{ABC} = 60^{\circ};$ $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 60^{\circ}$ | Règles du calcul algébrique |
| $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 60^{\circ}$ | ABC est triangle équilatéral | Si un triangle a ses trois angles égaux, alors il est équilatéral (propriété) |

Table 9.15 – Résolution de la tâche 2 : « quelle est la nature du triangle ABC représenté par le schéma ci-contre ? Démontre ta réponse »

Les traces dans la construction à repérer ainsi que nos hypothèses sur les modes de justification associés sont présentées dans le tableau 9.16. Nous nous appuyons en particulier sur les critères 5 (validation), 7 (propriété utilisées) et 8 (structure du raisonnement).

| Traces dans la preuve à repérer | Hypothèses sur les technologies erronées | Mode de justification associé |
|--|--|-------------------------------|
| Conclusion triangle rectangle | Connaissances erronées sur les types de triangles | P0 |
| Conclusion triangle isocèle | Raisonnement global non mené au bout (simple interprétation du codage) | P1 |
| | Perception ou mesurage sur l'écran | P0 |
| Conclusion triangle équilatéral avec erreurs dans la démonstration | Démarche de preuve mais erreurs concernant la structure de la preuve (pas d'usage des données, pas de démonstration dans le désordre, pas non liés, utilisation de la conclusion pour démontrer, mauvaise utilisation d'un théorème) | P1 |

Table 9.16 – Traces à repérer et catégories d'erreurs liées à la tâche 2 : « quelle est la nature du triangle ABC représenté par le schéma ci-contre ? Démontre ta réponse »

Il n'est pas envisagé dans l'expérimentation de donner des rétroactions aux élèves sur cette tâche qu'ils réalisent dans l'environnement papier-crayon. Quelle que soit leur résolution, ils passent ensuite à la tâche 4 selon le parcours prévu que nous avons vu dans la section 9.3.3.

c. Tâche 3

La tâche 3 (cf. image 9.10) d'énoncé « à partir du côté [AB], construis le triangle ABC isocèle en A tel que l'angle en A mesure 52° » est une tâche de construction issue du type de tâches générique « construire un triangle ». Comme dans la tâche 1, il s'agit de construire un triangle isocèle mais le jeu sur les variables de types de tâches et de tâches entraîne un saut qualitatif entre ces deux tâches.

Ainsi, les variables de types de tâches et de tâches qui permettent de la générer et de la caractériser sont :

- VT1 : un triangle isocèle;
- VT2 : côté non base et angle au sommet;
- Vt P1: un côté en position non prototypique;
- Vt P2: report de longueur et constructeur d'angle;
- Vt C1: 1 propriété à mobiliser;
- Vt_C2 : énoncé dans le langage naturel (angle donné sous la forme d'une mesure, côté donné en longueur), triangle désigné comme « triangle isocèle » ;
- Vt C3: pas d'objets externes.

Les données paraissent, en tout cas dans un premier temps, identiques : un côté non base du triangle isocèle est déjà tracé et la mesure de l'angle au sommet est donnée. Cependant, nous notons une différence majeure avec la tâche 1, à savoir la présence du constructeur d'angle parmi les outils du milieu. Cet outil permet d'utiliser directement la donnée de l'énoncé relative à l'angle au sommet. Comme dans la tâche 1, la propriété d'égalité des longueurs dans le triangle isocèle se traduit par l'utilisation d'un outil de report de longueur qui est ici l'outil « cercle » pour construire le cercle de centre A passant par B. En passant de la tâche 3, plus simple à résoudre, à la tâche 1, les élèves doivent se rendre compte de la limitation de la portée de la technique utilisée ici. Cette prise de conscience, accompagnée par des rétroactions comme nous le verrons par la suite, doit ensuite l'amener à chercher à construire le triangle de la tâche 1 sans constructeur d'angle mais avec l'outil de report de longueur qui reste disponible. Afin de marquer un peu plus la différence entre les tâches 1 et 3, nous avons également choisi de proposer ici un angle de 52° .

L'élève peut alors potentiellement se demander ce qu'il peut exploiter avec un angle de 60° qu'il ne pourrait pas avec un angle de 52°.

Une technique attendue pour construire le triangle isocèle qui présente donc la mobilisation d'une seule propriété est présentée dans le tableau 9.17.

| Étape de la te | Élément | | |
|--|---|--|--|
| Données | technologico-théorique | | |
| Construire une demi-droite issu | | | |
| avec | [AB] | | |
| ABC est un triangle isocèle en A (donnée de l'énoncé) | Un triangle isocèle a deux côtés de même longueur (définition) | | |
| AB = AC | Tous les points d'un cercle sont à égale distance du centre (propriété) | | |
| Construire le cercle de centre A point C à l'intersection avec la AB | | | |

Table 9.17 – Résolution de la tâche 3 : « à partir du côté [AB], construis un triangle ABC isocèle en A tel que l'angle en A mesure 52° »

Comme pour la tâche 1, il y a assez peu de traces dans la construction à repérer. Nous les définissons en lien avec les critères 1, 2, 4 et 7 et nous les présentons ainsi que les modes de justification associés dans le tableau 9.18.

| Traces dans la construction à repérer | Hypothèses sur les technologies erronées | Mode de justification associé |
|--|--|-------------------------------|
| Point C placé n'importe où | L'élève ne mobilise pas les propriétés géométriques (savoirs) ou reste sur des savoirs spatio-graphiques | Р0 |
| Point C sur la demi-droite mais pas sur le cercle | L'élève a pris une partie des données en compte mais ne fait pas le lien entre l'égalité des côtés d'un triangle isocèle et la notion de report de longueur | P1 |
| | Erreur liée à la transposition informatique : le cercle n'est pas vu comme un outil de report de longueur | CO0 |

Table 9.18 – Traces à repérer et catégories d'erreurs liées à la tâche 3 : « à partir du côté [AB], construis un triangle ABC isocèle en A tel que l'angle en A mesure 52° »

Nous verrons dans la section 9.3.4 les rétroactions envisagées pour aider l'élève dans la résolution de cette tâche.

d. Tâches 4 et 8

La résolution de la tâche 4 (cf. image 9.13) fait appel à la notion de transformation géométrique (et en particulier à celle de symétrie centrale) que nous avons laissée de côté tout au long de ce travail de thèse mais qui permet de faire le lien avec le programme scolaire actuel au niveau 3^e. Par la suite, nous laisserons cette tâche de côté, son analyse didactique *a priori* ainsi que l'analyse rapide des productions des élèves sont présentées dans l'annexe D.

La tâche 8 (cf. image 9.11) permet de travailler la définition du cercle comme un ensemble de points à la même distance de son centre et donc la propriété de report de longueur que l'on peut associer à l'outil de construction « cercle ». La technique de résolution visée consiste à construire le cercle de centre A passant par B. Les erreurs sont toutes associées à un mode de justification CO0. Elle a été conçue pour les élèves qui ne font pas le lien entre la propriété de report de longueur et la construction d'un cercle. Comme nous le verrons dans l'analyse des productions, cette tâche n'a jamais été proposée aux élèves lors de l'expérimentation, nous n'y reviendrons donc pas.

9.3.4 Conception des rétroactions relatives aux tâches de construction de triangles

Comme nous l'avons vu, les élèves commencent par résoudre la tâche 1 qui est au cœur de l'expérimentation. S'ils utilisaient l'environnement MINDMATH, ils disposeraient de deux boutons sur lesquels cliquer pour recevoir des rétroactions de l'environnement (cf. section 8.4) : un bouton « aide » et un bouton « valider ». La plateforme MINDMATH n'étant pas encore développée au moment de l'expérimentation, les rétroactions élaborées ici sont donc données à l'oral ou à l'écrit par les expérimentateurs sur demande de l'élève (comme s'il cliquait sur les boutons « aide » ou « valider »). Ces rétroactions interviennent pour aider l'élève dans sa résolution, soit directement, soit en lui proposant de résoudre d'abord une autre tâche, comme nous l'avons vu précédemment.

Afin de simuler un peu mieux le fonctionnement de l'EIAH, nous avons élaboré un arbre de décisions qui permet aux expérimentateurs de décider quelle rétroaction ou quelle autre tâche donner à l'élève. Les branches de l'arbre de décision se basent sur les traces repérées dans les productions de l'élève et des questions potentiellement posées à l'élève sur la technique et les technologies qu'ils emploient pour mieux inférer les éventuelles erreurs (nous avons vu précédemment qu'à une trace, pouvaient être

associées plusieurs hypothèses sur les technologies erronées). Les traces à repérer ainsi que les hypothèses sur les technologies erronées et les modes de justification associés ont été définis *a priori* comme nous l'avons vu dans la section précédente.

L'arbre de décisions que nous avons élaboré est présenté sur les images 9.15 et $9.14^{\,6}$

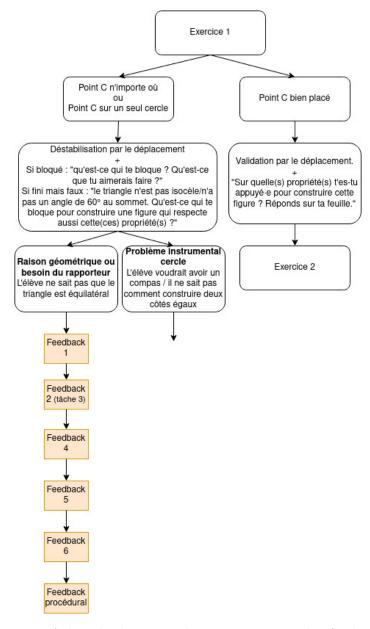


Image 9.14 – Arbre de décisions des rétroactions relatif à la tâche 1

^{6.} Nous n'évoquons ici que les rétroactions des tâches 1 et 3. Les rétroactions de la tâche 4 sont présentées dans l'annexe D et, comme nous l'avons vu, la tâche 2 est une tâche de démonstration sur feuille qui consiste à expliciter le raisonnement mis en œuvre dans la tâche 1 et pour lequel nous ne faisons pas de retours directs à l'élève. Pour la tâche 8, si l'élève ne réussit pas à construire le cercle pour représenter l'ensemble des points à la même distance du point A que le point B, nous passons directement à une aide procédurale.

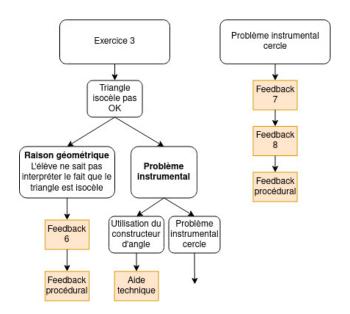


Image 9.15 – Arbre de décisions des rétroactions relatif à la tâche 3

Les rétroactions et les redirections vers une autre tâche (toutes appelées feedbacks sur les images) sont :

Feedback 1. Fais un schéma codé de la figure à construire.

Feedback 2. Je te propose un autre exercice un peu différent qui va t'aider ensuite à résoudre celui-là. Ouvre l'exercice 3.

Feedback 3. Quelles sont les différences et points communs avec l'exercice que tu viens de résoudre?

Feedback 4. Quel(s) type(s) de triangle(s) peux-tu construire avec les outils à ta disposition?

Feedback 5. Peux-tu montrer que ce triangle est équilatéral?

Feedback 6. Quelles données y a-t-il dans l'énoncé? Que peut-on en déduire concernant les côtés et les angles du triangle à construire?

Feedback 7. Comment ferais-tu sur papier? Tu peux utiliser ta feuille de brouillon.

Feedback 8. Je te propose un autre exercice un peu différent qui va t'aider ensuite à résoudre celui-là. Ouvre l'exercice 8.

Comme nous l'avons vu dans la section 8.4.3, certaines rétroactions posent des questions à l'élève afin de l'amener à raisonner sur les données, les propriétés géométriques et les outils du milieu. Les rétroactions s'enchaînent, de plus en plus directives, tant que l'élève ne réussit pas à construire la figure attendue.

Si nous reprenons le modèle des rétroactions défini dans la section 8.4.2, nous remarquons que la plupart de ces rétroactions (1, 4, 5, 6, 7, 9) sont liées à l'heuristique à mettre en œuvre, en lien avec les éléments de technique que nous avons explicités dans le MPR (cf. section 4.2.2). Ces rétroactions cherchent d'abord à faire identifier à l'élève les propriétés « immédiates » du triangle isocèle (rétroaction 1) puis à aller plus loin en mettant en relation ces propriétés et les outils de construction à disposition (rétroaction 4). La rétroaction 5 donne la nature du triangle à construire et interroge l'élève sur la possibilité de passer des données de l'énoncé et des propriétés immédiates codées sur son schéma aux propriétés du triangle équilatéral. La rétroaction 6 va également dans ce sens en appuyant sur le pas de côté que doit réaliser l'élève en passant des propriétés sur les angles à des propriétés sur les côtés du triangle. La rétroaction 7 est aussi une rétroaction en lien avec la genèse instrumentale et les questions de transposition informatique puisqu'elle renvoie l'élève à l'environnement papier-crayon (cf. section 8.4.3).

Sur les arbres de décisions, nous voyons également apparaître des rétroactions qui mettent en évidence les erreurs faites par l'élève. C'est la première rétroaction donnée par l'expérimentateur lorsqu'il est appelé par l'élève qui a déjà commencé sa construction.

La rétroaction « aide technique » correspond à une aide donnée à l'oral par l'expérimentateur concernant l'utilisation du constructeur d'angle dans l'environnement de géométrie dynamique.

La rétroaction « feedback procédural » correspond à un dialogue entre l'expérimentateur et l'élève afin de l'amener à résoudre l'exercice. Cette rétroaction est de nouveau en lien avec l'argumentation heuristique mais telle qu'elle est menée ici, elle particulièrement difficile à prévoir et à implémenter car l'expérimentateur doit interroger l'élève sur certains points de sa résolution ou de la tâche qu'il détermine lui-même puis se base sur les réponses de l'élève pour l'amener vers une piste ou une autre. Dans la pratique, ces aides procédurales peuvent devenir des aides à visée constructive selon le discours de l'expérimentateur, Butlen, Charles-Pézard, et Masselot parlent alors d'« une dynamique – voire une dialectique – entre le procédural et le constructif qui peut être initialisée par du procédural » (Butlen et al., 2015, p. 15).

9.3.5 Méthode d'analyse des productions

Dans la section suivante, nous analysons les productions des élèves pour la tâche 1. La tâche 2 nous permet de compléter nos analyses comme nous le verrons et la tâche 3 n'a pas été réalisée par tous les élèves, nous l'aborderons dans l'analyse des rétroactions. La tâche 8 n'a été réalisée par aucun élève, nous ne l'évoquerons donc plus.

Dans un premier temps, nous analysons les productions des élèves à chaque clic sur les boutons « aider » ou « valider » comme le feraient les algorithmes utilisant les modèles didactiques implémentés dans l'EIAH. Comme nous l'avons vu, nous n'utilisons pas encore la plateforme MINDMATH puisqu'elle n'était pas encore développée au moment de l'expérimentation, l'appui sur ces deux boutons est remplacé par un appel à un expérimentateur.

Lorsque nous avons défini les traces à repérer a priori, nous avons fait des hypothèses sur les technologies erronées liées ainsi que sur le mode de justification associé. Pour une même trace repérée dans les constructions des élèves, nous faisons donc plusieurs hypothèses correspondant potentiellement à des modes de justification différents. Il est prévu que l'EIAH, grâce à la mémoire des catégories d'erreurs de l'élève et des modes de justification précédemment calculés, puisse également faire des hypothèses sur l'origine la plus probable de l'erreur lorsque cela est nécessaire. Ce n'est pas un aspect de la plateforme que nous étudions ici, notamment car cette fonctionnalité n'est pas encore implémentée.

Dans un deuxième temps, nous analysons les productions des élèves d'une façon plus fine à partir des critères relevés dans la section 4.3 et rappelés dans la section 9.2.1 (nous laisserons les critères 6 et 9 de côté). Ceux-ci nous permettent de caractériser plus finement le type de construction et le type de raisonnement mis en jeu par l'élève ou le binôme.

Enfin, nous analyserons les rétroactions qui ont été données aux élèves selon les besoins identifiés par les expérimentateurs et suivant les arbres de décisions présentés dans la section 9.3.4. Nous verrons leurs impacts sur les techniques et technologies mobilisées par les élèves.

9.3.6 Analyse des productions des élèves

a. Données

Nous avons enregistré les écrans et la piste audio de cinq binômes d'élèves (Em/El, Ev/Hi, Ca/Sm, Is/Me et Sa/Mi) et de cinq élèves (Ni, Pr, Ya, Ma et Sh) pendant toute la durée de l'expérimentation.

Cependant, des difficultés au moment de la récupération des fichiers ont causé des dommages partiels sur l'audio de trois élèves ou binômes (Ma, Ev/Hi et Is/Me) pour lesquels nous aurons donc parfois des difficultés à analyser les blocs technologicothéoriques mis en œuvre. Nous n'avons pas du tout pu récupérer la piste audio du fichier de l'élève Sh que nous ne prendrons donc pas en compte dans nos analyses.

Les productions écrites des élèves sur la feuille de réponses pour les tâches 1 et 2 se trouvent dans l'annexe D. Comme nous allons le voir, tous les élèves ont finalement résolu correctement la tâche 1, nous ne présentons donc pas les captures d'écran de leurs productions dans l'annexe.

b. Traces relevées dans les productions des élèves pour la tâche 1

Dans un premier temps, nous analysons les productions des élèves pour la tâche 1 à partir des traces à repérer dans les constructions que nous avons définies dans la partie 9.3.3. Grâce aux enregistrements audios et aux autres tâches résolues par les élèves, nous pouvons faire des hypothèses sur les technologies erronées associées à ces traces. Le bouton « aide » n'existant pas encore et les élèves appelant parfois les expérimentateurs pour valider leur construction, nous différencions ces deux contextes dans le tableau 9.19 dont nous détaillerons les lignes par la suite.

| | | | Point C placé n'importe où | | | Point C un seu | | |
|----------|----------|----------------|--|---|--|--|--|---------------------------------------|
| Élève(s) | Contexte | Pas de point C | Pas de prise en compte des don- nées (P0) | Pas d'orga- nisa- tion du raison- nement (P0) | Pas de cercle comme report de longueur (CO0) | Cercle tracé par défaut (CO0, P0) | Prise en compte de la pro- priété isocèle (P1) | Point C sur les deux cercles |
| Ni | valider | | | | | | | X |
| Ya | valider | | | | | | | X |
| Ev/Hi | valider | | | | | | X | |
| | valider | | | | | | | X |
| Ca/Sm | aide | X | | | | | | |
| | valider | | | | | | | X |

| Em/El | aide | | | | | | X | |
|-------|---------|---|---|---|---|---|---|---|
| | valider | | | | | | | X |
| Is/Me | valider | | X | | | | | |
| | valider | | | | | | | X |
| | aide | | ? | ? | ? | | | |
| Ma | aide | | | | | ? | ? | |
| | valider | | | | | | | X |
| | aide | X | | | | | | |
| Pr | aide | | | | | ? | ? | |
| | aide | | | | | | X | |
| | aide | | | | | | | X |
| | aide | | X | | | | | |
| Sa/Mi | valider | | X | X | X | | | |
| | valider | | | | | | | X |

Table 9.19 — Traces repérées dans les productions des élèves pour la tâche 1 de l'expérimentation « parcours »

Nous constatons que pour tous les élèves ou binômes, la dernière aide ou validation (du logiciel ou d'un expérimentateur) intervient pour valider une réponse correcte, ce qui était l'objectif de l'expérimentation. Cependant, les cheminements pour y arriver sont très différents d'un élève à l'autre.

Deux élèves (Ni et Ya) valident directement la réponse correcte. Néanmoins, leur justification sur la feuille de réponses ainsi que leur résolution de la tâche de preuve nous montrent qu'ils n'ont pas développé le même raisonnement. La simple analyse de leur figure au moment de la validation ne suffit pas à les distinguer.

Dans la section suivante, nous reprenons les critères définis dans la section 4.3 et rappelés dans la section 9.3.5 pour mieux étudier et distinguer entre elles les productions des élèves.

Nous ne procédons pas à un diagnostic du mode de justification des élèves ici car le système de rétroaction mis en œuvre avait pour but de leur faire résoudre correctement toutes les tâches de construction, c'est le raisonnement menant à cette résolution qui nous intéresse.

c. Critères pour analyser les productions des élèves pour la tâche 1

Dans cette section, nous utilisons les critères relevés dans la section 4.3 pour étudier les praxéologies mises en œuvre par les élèves dans la résolution de la première tâche. Nous ne prenons pas en compte les critères 6 (relatif à la visualisation des

figures et aux déconstructions) et 9 (relatif aux calculs) que nous pouvons pas repérer ici.

Pour repérer les valeurs des autres critères (rappelées dans la section 9.2.1) dans les productions des élèves, nous nous appuyons sur la vidéo de l'écran tout au long de la résolution de la tâche 1, l'enregistrement audio, leur justification sur la feuille de réponses à la question « Exercice 1 [...] Comment sais-tu que ta construction sur le logiciel est correcte? Sur quelles propriétés t'appuies-tu? » (cf. annexe D) mais aussi leur résolution de la tâche 2 de preuve (cf. section 9.3.3). Les critères 7 et 8 concernent en particulier la tâche de preuve.

Nous présentons d'abord les valeurs des critères repérées dans le tableau 9.20 avant de détailler certains aspects des productions des élèves. Comme nous l'avons vu précédemment, tous les élèves et binômes finissent par construire la figure attendue. Ces valeurs sont donc relevées dans leurs premières productions et donnent une idée générale de leur résolution même si celle-ci évolue avec les rétroactions qui sont données.

| Élève(s) | 1. Type de construc- tion | 2. Outils utilisés | 3. Schéma codé | 4. Place du raison- nement | 5. Validation | 7. Pro- priétés mobili- sées | 8. Structure du raison- nement |
|----------|------------------------------------|-------------------------|-----------------------------|----------------------------------|--|---------------------------------------|---|
| Ni | robuste | de construc- tion | non | sûrement avant | théorique | géomé- triques | argumen- tation correcte |
| Ya | robuste | de construc- tion | non | ? | ? | géomé- triques | ? |
| Ev/Hi | robuste | combina- toire | non | avant | théorique | géomé- triques | argumen- tation correcte |
| Ca/Sm | robuste | de construc- tion | oui (ré- troaction 1) | après car demandé | théorique | fausses/ inventées | argumen- tation erronée |
| Em/El | molle | combina- toire | non | après car demandé | Em: théorique $+$ déplacement. $El:$ théorique | Em: géométriques. $El:$ inventées | Em:? El: argumentation incomplète |
| Is/Me | molle | combina- toire | non | après car demandé | ? | géomé- triques | ? |
| Ma | molle | combina- toire | oui (ré- troaction 1) | ? | ? | ? | ? |

| Pr | molle et au jugé | combina- toire | oui (ré- troaction 1) | après car demandé | ? | inventées / fausses | argumentation correcte (forme mais pas fond) |
|-------|---------------------|-----------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|--|--|
| Sa/Mi | au jugé | spatio- graphiques | oui (ré- troaction 1) | pas de raisonne- ment | par le déplace- ment | géomé- triques et inventées / fausses | argumen- tation incom- plète |

Table 9.20 – Valeurs des critères relevées dans les productions des élèves pour la tâche 1 de l'expérimentation « parcours »

Nous ne sommes parfois pas en mesure de déterminer la valeur prise par le critère dans la production de l'élève pour plusieurs raisons :

- pour le critère 5, il s'agit d'élèves qui décrivent le processus de construction sur la feuille de réponse sans expliquer pourquoi cette construction répond bien à la consigne;
- pour le critère 8, il s'agit d'élèves qui n'ont pas résolu la tâche 2 (Ma) ou qui en ont conclu que le triangle était isocèle à partir du codage (Ya, Is/Me). Dans le deuxième cas, l'argumentation est correcte (ils évoquent la définition du triangle isocèle) mais il ne s'agit pas de résoudre la même tache que ceux qui ont cherché à montrer que le triangle est équilatéral;
- pour les autres critères, nous manquons parfois d'informations car le son n'a pas pu être enregistré (Ma) ou parce que l'élève ne s'explique ni à l'oral ni à l'écrit (Ya).

Nous revenons maintenant aux neuf résolutions d'élèves ou de binômes. Nous laissons de côté la résolution de Ma sur laquelle nous n'avons pas assez d'informations ici.

L'élève Ni, d'abord, résout la tâche 1 en moins de deux minutes. Nous faisons l'hypothèse que le programme de construction qu'elle élabore s'appuie sur la justification visée. En effet, nous constatons qu'elle construit directement une figure robuste en utilisant uniquement les outils de construction nécessaires. Elle vérifie que la figure est robuste avant d'appuyer sur le bouton « valider ». De plus, sa justification prend la forme d'une argumentation dans laquelle on peut dégager des îlots déductifs même si la structure globale d'un raisonnement déductif n'est pas respectée contrairement à ce qu'on pourrait attendre en 3^e (cf. image 9.16).

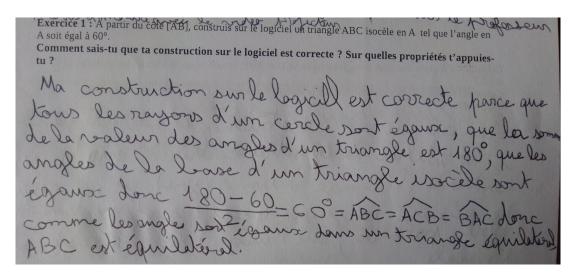


Image 9.16 – Réponse de l'élève Ni pour justifier la résolution de la tâche 1

Nous avons vu dans la section précédente, que lorsque l'élève Ya appuie sur le bouton « valider », il a également correctement résolu la tâche. Si nous nous intéressons au processus de construction, nous remarquons qu'au contraire de Ni, il hésite quelques minutes et trace d'abord un triangle au jugé puis le cercle de centre A passant par B pour placer un troisième point dessus. Il efface toutes ces constructions intermédiaires avant de construire les deux cercles et le point C à une des deux intersections. Cependant, Ya n'évoque jamais le triangle équilatéral sur sa feuille réponse. Pour la tâche 1, il évoque le cercle comme report de longueur mais nous ne savons pas pourquoi c'est cette propriété qui lui permet de résoudre la tâche. Pour la tâche 2, il montre que le triangle est isocèle à partir du schéma codé sans aller plus loin. Nous ne pouvons pas savoir si cet élève a utilisé les propriétés du triangle équilatéral sans l'expliciter et qu'il n'a pas fait le lien entre les tâches 1 et 2 ou s'il s'est inspiré de la résolution de Ni (sa voisine) sans parvenir ensuite à justifier la construction réalisée.

Tous les autres binômes ou élèves montrent plus de difficultés dans la résolution de la tâche 1.

Le binôme Ev/Hi construit très vite le cercle de centre A passant par B en expliquant (nous les entendons dans l'enregistrement) que tout point sur ce cercle permettra de construire un triangle isocèle en A. Cependant, elles ont plus de mal à construire un angle de 60° . Elles cherchent d'abord à diviser un angle plat en trois pour obtenir trois angles de 60° . Pour cela, elles s'appuient sur la construction de perpendiculaires mais maîtrisent mal cet outil de construction et ne comprennent pas ce qu'elles sont en train de construire à l'écran. Elles finissent par tout supprimer.

Finalement, elles construisent la perpendiculaire à [AB] passant, au jugé, par son milieu puis la prolongent jusqu'à couper le cercle. Le milieu du segment [AB] est déterminé au jugé mais leur mauvaise maîtrise des outils de construction de CABRI leur fait croire que l'environnement leur a indiqué le milieu du segment alors qu'il a simplement fait apparaître un point pour leur permettre de construire une perpendiculaire à [AB] passant par ce point. Elles prolongent ensuite la perpendiculaire jusqu'à couper le cercle précédemment construit et tracent le triangle ABC avec C à l'intersection du cercle et de la perpendiculaire (cf. image 9.17). Ev et Hi sont

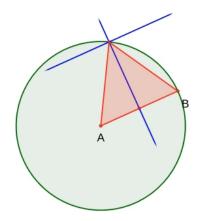


Image 9.17 – Première construction du binôme Ev/Hi

surprises que le logiciel ne valide pas cette construction qui serait effectivement correcte si la perpendiculaire était effectivement la médiatrice du segment [AB] en passant bien par le milieu du segment [AB]. Ces élèves ont fait un pas de côté en passant des données sur les angles à la construction d'une médiatrice (même au jugé) s'appuyant sur les propriétés des droites remarquables dans un triangle équilatéral. Cependant, nous ne savons pas ce qui les empêche de construire le triangle équilatéral à partir de ses côtés. Finalement, c'est leur voisin (El) qui leur indique qu'il faut tracer les deux cercles et c'est après qu'elles cherchent à montrer que la figure est un triangle équilatéral. À noter que l'une des deux élèves du binôme a déjà évoqué à plusieurs reprises le triangle équilatéral en disant par exemple que si un angle du triangle est égal à 60° , « l'autre aussi ». Cependant, l'autre élève rétorque qu'il est possible de construire un triangle avec des angles de 60° , 50° et 70° , l'élève qui a évoqué le triangle équilatéral ne parvient pas à trouver d'autres arguments pour convaincre sa partenaire. Sur la feuille de réponse, les deux élèves présentent une argumentation correcte correspondant à celle visée.

Un autre élève, Pr, cherche à utiliser les hauteurs du triangle à construire. Il les trace sur le schéma codé qu'il réalise après avoir reçu la rétroaction 1 (cf. section

9.3.4) mais les construit également dans un triangle ABC tel que C se trouve sur le cercle de centre A passant par B (cf. image 9.18). Dès le début de la résolution, cet

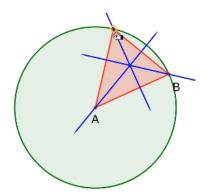


Image 9.18 – Première construction de l'élève Pr

élève interpelle un expérimentateur car « 60° normalement c'est équilatéral » (sic). L'expérimentateur lui demande alors d'y réfléchir mais cet élève ne parvient pas à faire le pas de côté nécessaire pour passer d'une information sur les angles à une information sur les côtés du triangle à construire. Les nombreuses rétroactions de l'expérimentateur que nous étudierons dans la section suivante lui permettent par la suite de construire le triangle équilatéral à partir des deux cercles. La résolution de la tâche 2 au cours de laquelle l'élève invente une propriété (« quand un triangle a un angle égal à 60° tous les angles valent 60° ») 7 nous permet de faire l'hypothèse que bien qu'ayant fait le lien entre les 60° de l'énoncé et le triangle équilatéral à construire, l'élève n'est pas en mesure d'élaborer un raisonnement menant de l'un à l'autre (cf. image 9.19).

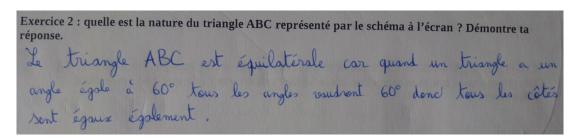


Image 9.19 – Réponse de l'élève Pr à la tâche 2

Le binôme Em/El réalise d'abord une construction molle en construisant le cercle de centre A passant par B, le cercle de centre B passant par A et en déplaçant un point C sur le premier cercle (après plusieurs autres essais). Ils constatent que la

^{7.} Nous pouvons aussi faire l'hypothèse que Pr a simplement oublié le mot « isocèle » mais cette propriété serait également inventée puisqu'il ne la justifie pas et qu'elle ne fait, $a\ priori$, pas partie des propriétés étudiées au collège.

figure réalisée est un triangle équilatéral mais ils ne savent pas justifier en quoi elle répond bien à la tâche donnée et ne proposent pas une construction robuste après avoir identifié la nature du triangle. C'est le dialogue avec un expérimentateur qui leur permet de commencer à expliciter les propriétés du triangle équilatéral. Nous voyons avec la justification d'Em sur sa feuille que le raisonnement élaboré intervient dans une phase de validation d'une figure déjà construite. En effet, sur la feuille de réponse celle-ci ne développe pas le raisonnement permettant de passer des données de l'énoncé aux propriétés utiles à la construction mais explicite en quoi les propriétés d'un triangle équilatéral correspondent aux propriétés attendues pour considérer la tâche comme résolue (cf. image 9.20). De plus, elle s'appuie sur le déplacement pour s'assurer que sa réponse est correcte.

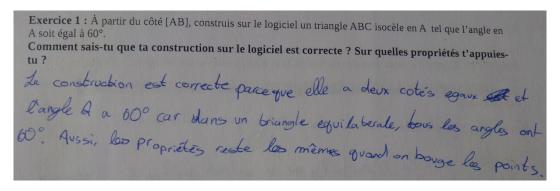


Image 9.20 – Réponse de l'élève Em pour justifier la résolution de la tâche 1

Même si le binôme Ca/Sm a du mal à résoudre la tâche 1, nous remarquons que ces deux élèves ne passent jamais pas une construction au jugé ou une construction molle. Comme presque tous les autres, elles commencent par tracer un cercle de centre A passant par B puis elles passent en revue les outils de construction à disposition mais les abandonnent en remarquant qu'ils ne leur permettent pas de construire l'angle voulu. L'expérimentateur leur propose donc de résoudre d'abord les tâches 3 et 2 (nous le verrons dans la section suivante). En revenant sur la tâche 1, elles parviennent à construire le triangle demandé mais nous ne pouvons pas savoir si elles ont mobilisé le raisonnement attendu ou si elles ont entendu la réponse (la plupart des autres élèves ou binômes avaient déjà résolu la tâche 1 avant qu'elles ne terminent). La justification sur leur feuille de réponse passe par une propriété erronée « la somme des angles d'un triangle équilatéral est égal à 60° ». Si elles savent que le triangle à construire est équilatéral, comme Pr, elles ne parviennent pas à élaborer le raisonnement qui part des données de l'énoncé pour en déduire la nature du triangle.

L'élève Is du binôme Is/Me construit très vite un triangle qui ne correspond pas à l'énoncé (cf. image 9.21). Il est le seul à utiliser (par hasard) l'outil « cercle »

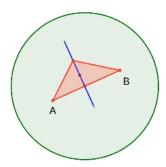


Image 9.21 – Première construction du binôme Is/Me

comme un compas en cliquant d'abord sur [AB] puis sur un point mais les élèves du binôme ne remarquent pas cette fonctionnalité de l'outil. Lorsqu'un expérimentateur leur demande de justifier la construction réalisée, Is invoque l'angle de 90° ainsi construit. En remarquant qu'ils ne sont pas partis dans la bonne direction, Me intervient ensuite et propose d'utiliser le cercle « comme un genre de compas » (sic) (bien qu'elle n'utilise pas la fonctionnalité précédemment évoquée) avant de tracer les deux cercles de centre A et B et le point C à une intersection. Nous ne savons pas ce qui a poussé l'élève à adopter cette construction. Les deux élèves ne justifient leur construction sur la feuille de réponse que par le programme de construction réalisé (cf. image 9.22). De plus, ils répondent tous les deux que le triangle de la tâche 2 est un triangle isocèle en s'appuyant sur le codage de la figure.

```
Exercice 1: À partir du côté [AB], construis sur le logiciel un triangle ABC isocèle en A tel que l'angle en A soit égal à 60°.

Comment sais-tu que ta construction sur le logiciel est correcte? Sur quelles propriétés t'appuies-tu? Nous avant tracé un cercle de centre A et de srayon AB et on cercle de centre B et de nayon AB. Ensuite notes avans placé le point C à l'intersection des deux cercles et avans tracé le triangle.
```

Image 9.22 – Réponse de l'élève Me pour justifier la résolution de la tâche 1

Enfin, le binôme Sa/Mi est celui qui se trouve le plus en difficulté. Avant d'être fortement guidées par un expérimentateur, ces élèves construisent le triangle au jugé en ne s'aidant que du déplacement. Leurs difficultés semblent en partie liées à leur manque de connaissance des propriétés géométriques (somme des angles dans un triangle égale à 190°, un triangle qui a trois côtés de même longueur est isocèle, etc.). Comme nous le verrons dans la section suivante, un expérimentateur les aide à élaborer le raisonnement au fur et à mesure et elles semblent alors étonnées que le triangle puisse être à la fois isocèle et équilatéral. Elles ne savent pas non plus mobiliser le cercle comme outil de report de longueur y compris après un retour à

l'environnement papier-crayon. Lorsque l'expérimentateur leur demande de vérifier la robustesse de la figure à la fin de la construction, elles ont « peur de tout casser » (sic), montrant qu'elles ne font pas le lien entre l'argumentation heuristique élaborée avec l'expérimentateur, les propriétés des outils de construction utilisés et les propriétés de la figure construite. Cependant, elles tentent toutes les deux de réinvestir ces connaissances dans leur justification de la résolution de la tâche 1 et dans la résolution de la tâche 2 bien que les argumentations soient incomplètes et appuyées sur une juxtaposition des arguments (cf. image 9.23).

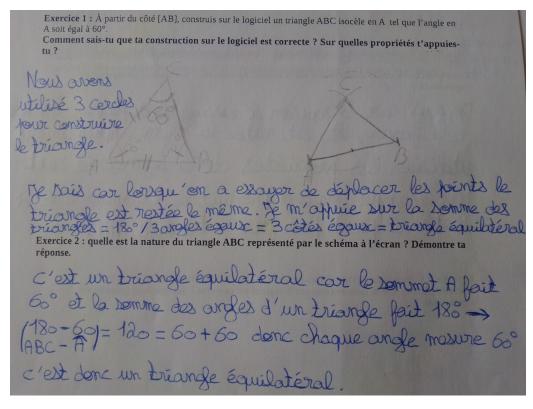


Image 9.23 – Réponse de l'élève Sa aux tâches 1 et 2

d. Rétroactions

L'expérimentation « parcours » correspondant également à une première mise en œuvre d'un système de rétroactions. Nous nous intéressons à leurs impacts sur les résolutions des élèves.

Notons d'abord que les arbres de décisions présentés dans la section 9.3.4 ont été assez peu suivis sur le long terme. Le plus souvent, la rétroaction 1 « Fais un schéma codé de la figure à construire » et le renvoi à d'autres tâches ont été utilisés mais les autres rétroactions se sont fondues dans le dialogue entre l'expérimentateur et l'élève ou le binôme. Cependant, comme nous l'avions prévu, nous constatons que ce sont

les rétroactions en lien avec l'heuristique et l'argumentation heuristique à élaborer qui sont le plus souvent renvoyées aux élèves. Ces rétroactions sont le plus souvent données sous forme de questions comme nous l'avions déjà évoqué dans la section 8.4.3. Les informations données par les expérimentateurs dans les dialogues (directement ou sous forme de questions) peuvent parfois complètement modifier la tâche de l'élève. Ainsi, à l'élève Pr qui émet l'hypothèse que le triangle à construire est équilatéral, l'expérimentateur répond très vite que c'est ce qu'il doit chercher à construire désormais. L'élève ne cherche donc plus à montrer pourquoi un triangle isocèle avec un angle de 60° est équilatéral mais comment construire un triangle équilatéral avec les outils de construction du milieu. Mais c'est aussi le cas du binôme Sa/Mi qui, très en difficulté dès le début de la tâche, est accompagné par l'expérimentateur qui dirige la résolution et valide la réalisation d'étapes intermédiaires comme nous l'avons vu avec la notion d'étayage dans la section 8.3.1.

Nous remarquons également que certains élèves, en particulier le binôme Sa/Mi (mais aussi Ma ou Is/Me à certains moments) ont eu besoin de rétroactions sur le savoir lui-même, en particulier les propriétés des triangles, des triangles isocèles et des triangles équilatéraux. Ce type de rétroaction fait partie du modèle présenté au chapitre 8.

La tâche 3 qui demande la construction d'un triangle isocèle avec le constructeur d'angle a été prescrite à Ca/Sm et à Ma. La réaction du binôme Ca/Sm montre bien les difficultés rencontrées dans la résolution de la tâche 1. En effet, en ouvrant l'exercice 3, elles s'exclament « ah voilà, y a un angle » (sic) et utilisent tout de suite le constructeur d'angle. De même pour Ma. Dans les deux cas, les élèves rencontrent des difficultés dans l'utilisation de cet outil de construction mais finissent par construire le triangle attendu en construisant d'abord le cercle de centre A passant par B puis l'angle de 52° en plaçant directement le point C sur le cercle A Lorsque l'expérimentateur vient valider la résolution de la tâche 3 de A0 de A1 met lui-même en avant les différences avec la tâche précédente et en particulier la présence du constructeur d'angle dans le milieu de la tâche 3 et l'angle de A2 mais nous n'entendons pas les élèves réagir. Par erreur, l'expérimentateur les renvoie ensuite à la tâche 2 de preuve. Elles cherchent alors « une » propriété dans leur cahier de mathématiques. Lorsque l'expérimentateur revient et leur demande la nature du triangle, elles répondent qu'il est équilatéral. Cependant, nous ne savons pas si elles

^{8.} Le constructeur d'angle de CABRI ne fonctionne pas comme celui de GEOGEBRA dont nous avons parlé précédemment, il ne réalise pas une rotation, l'élève peut placer le point où il veut sur l'écran.

sont arrivées seules à ce résultat ou si elles ont été aidées par leurs voisins. De retour sur la tâche 1, elles construisent assez vite le triangle équilatéral à partir des deux cercles. Nous n'avons pas le son du fichier de Ma une fois de retour à la tâche 1 mais celui-ci met beaucoup plus de temps (plus de vingt minutes) pour finalement résoudre la tâche, probablement guidé par un expérimentateur. Il n'évoque d'ailleurs jamais le triangle équilatéral sur sa feuille de réponse (il ne résout pas la tâche 2). Ainsi, le fait de proposer la tâche 3 aux élèves en difficulté pour résoudre la tâche 1 ne semble pas forcément les aider. S'ils sont très vite soulagés de découvrir un constructeur d'angle dans le milieu de la tâche 3, ils ne semblent pas comprendre en quoi la différence entre les angles de 52° et de 60° pourrait leur permettre d'obtenir de nouvelles données sur les côtés du triangle pour pouvoir construire le triangle de la tâche 1 avec le report de longueur plutôt que le constructeur d'angle.

Concernant les liens avec l'environnement papier-crayon, un seul binôme (le binôme le plus en difficulté, Sa/Mi) a eu besoin d'un retour à l'environnement papier-crayon. Les élèves ont peu utilisé leurs feuilles comme brouillon, à l'exception de Ev qui a griffonné des calculs afin de déterminer comment passer d'un angle plat à l'angle de 60° demandé dans l'énoncé.

Concernant la question du schéma codé, nous remarquons qu'aucun élève n'en a réalisé avant de recevoir la rétroaction 1 et que celui-ci étant tracé, ils n'y reviennent pas sans l'intervention d'un expérimentateur. Sur les cinq schémas réalisés, deux le sont manifestement à la règle. De plus, trois des cinq schémas correspondent à une simple retranscription des données de l'énoncé : un triangle isocèle en A codé à partir de sa définition (deux côtés de même longueur) et un angle de 60° en A. Ces schémas ne sont plus utilisés par la suite. Les deux autres schémas codent des informations supplémentaires : les trois côtés égaux et les trois angles égaux sur l'un, les trois angles égaux à 60° sur l'autre (cf. image 9.24). L'expérimentateur s'appuie

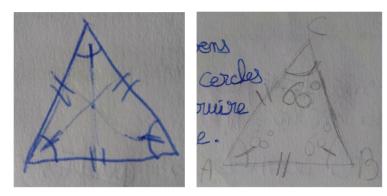


Image 9.24 - À gauche, schéma codé de Pr. À droite, schéma codé de Sa

en particulier sur le schéma de Sa pour guider le binôme en difficultés Sa/Mi. Pr, qui a très vite eu l'intuition qu'il fallait construire un triangle équilatéral comme nous l'avons vu dans une section précédente, trace le schéma codé d'un triangle équilatéral pour tenter de comprendre comment il va pouvoir le construire à l'écran. On voit qu'il a fait apparaître les hauteurs qui apparaissent également dans sa construction comme nous l'avons déjà vu.

9.3.7 Conclusion sur l'expérimentation « parcours »

Nous rappelons d'abord les questions de recherche qui sous-tendent cette expérimentation :

- 1. comme dans les expérimentations « diagnostic », peut-on déterminer les modes de justification locaux de l'élève à partir des traces à relever définies *a priori*?
- 2. le parcours que nous définissons permet-il aux élèves de construire, sans constructeur d'angle, le triangle isocèle avec un angle de 60° avec une technique et les technologies visées?
- 3. quelles rétroactions sont les plus pertinentes au regard de la technique de résolution développée par l'élève? Au regard des apprentissages et de l'évolution du mode de justification de l'élève?

Concernant la première question de recherche, même si nous n'avons pas autant développé cet aspect que dans l'analyse des expérimentation « diagnostic », nous avons vu dans la section 9.3.6.b. qu'à partir des traces à repérer dans les constructions définies a priori, il est possible de faire des hypothèses sur les technologies erronées mobilisées par les élèves. Cependant, cette détection manque parfois de finesse, ce qui peut être un problème pour la détermination du mode de justification dominant et l'envoi de rétroactions adaptées.

Concernant la troisième question de recherche, nous avons constaté que les dialogues entre les expérimentateurs et les élèves constituaient toujours les rétroactions les plus pertinentes pour prendre en compte leur raisonnement, leurs difficultés et rester dans leur ZPD. Si nous excluons la possibilité d'un étayage réalisé par un enseignant (car ce sera impossible dans l'EIAH MindMath où toutes les rétroactions seront automatiques), nous avons observé que les rétroactions donnant des informations sur le savoir en jeu mais surtout les rétroactions concernant la démarche heuristique à mettre en œuvre sont les plus utiles du point de vue des élèves. Une des perspectives de ce travail de recherche, en articulation avec les chercheurs en informatique du LIP6 spécialisés dans la conception d'EIAH et la société Cabrilog est

donc de parvenir à construire un diagnostic relativement fin des techniques mobilisées par les élèves pour l'envoi de rétroactions adaptées à leurs démarches.

Enfin, concernant la deuxième question de recherche, le parcours consistant à résoudre la tâche 3 pour mieux revenir sur la tâche 1 n'a pas semblé porter ses fruits. En effet, celui-ci manquait de progressivité même pour des élèves de 3^e (la tâche 1 peut être prescrite, et l'est dans certains manuels, au niveau 5^e). De plus, les rétroactions n'ont pas assez insisté sur la différence entre les deux milieux et le fait de devoir chercher de nouvelles propriétés pour construire le triangle de la tâche 1 uniquement avec le report de longueur. Le modèle des parcours d'apprentissage présenté dans le chapitre 7 prend en compte ces résultats. De plus, les rétroactions apportées par l'enseignant ou le logiciel sont capitales pour la bonne réussite de ces parcours d'apprentissage par les élèves, nous ramenant aux limites et aux perspectives évoquées précédemment.

9.4 Expérimentation « Montmélian »

Comme nous l'avons précisé dans la section 9.1, l'expérimentation « Montmélian » n'a pas pu avoir lieu avant la fin de l'écriture de ce manuscrit. Dans cette section, nous ne présentons donc que nos questions de recherche ainsi que les méthodes de recueil et d'analyse de données prévues.

9.4.1 Questions de recherche

L'expérimentation « Montmélian » correspond au premier test de l'EIAH MIND-MATH avec les modèles didactiques que nous avons présentés dans les chapitres 7 et 8. Les questions de recherche qui sous-tendent cette expérimentation sont donc nombreuses. Nous distinguons trois axes principaux :

- 1. Des questions relatives à l'activité de l'élève.
 - (a) L'élève reconnaît-il le type de tâches à résoudre? Y a-t-il des aspects de l'énoncé qui permettent de reconnaître le type de tâches ou qui font obstacle à cette reconnaissance? Lesquels?
 - (b) L'élève utilise-t-il une technique adaptée à la tâche à résoudre?
 - (c) L'élève réagit-il aux rétroactions lorsqu'elles sont pertinentes? Lorsqu'elles ne le sont pas? Comment l'élève utilise-t-il les rétroactions?
 - (d) L'élève progresse-t-il d'un parcours d'apprentissage à l'autre?

- (e) Quelles difficultés techniques ou instrumentales rencontre l'élève?
- 2. Des questions relatives aux différences entre l'organisation et la gestion ordinaires de la classe et celles mises en œuvre dans l'EIAH MINDMATH.
 - (a) Les tâches de l'EIAH sont-elles habituelles? À quel(s) niveau(x) scolaire(s) et dans quel(s) contexte(s)?
 - (b) Selon le niveau scolaire, les élèves ont-ils développé des praxéologies complètes nécessaires à la résolution des tâches des parcours d'apprentissage?
 - (c) La progression des parcours définis dans l'EIAH est-elle comprise par les élèves? Les enseignants?
 - (d) Les modes de justifications des élèves sont-ils en adéquation avec les compétences et connaissances réelles des élèves relativement aux praxéologies locales en jeu?
- 3. Des questions relatives aux modèles didactiques tels qu'ils sont implémentés dans l'EIAH à l'heure actuelle.
 - (a) Les rétroactions sont-elles pertinentes didactiquement par rapport à la réponse de l'élève?
 - (b) L'enseignant doit-il apporter des aides supplémentaires qui ne sont pas prises en charge par l'EIAH?
 - (c) Le diagnostic automatique des modes de justification est-il en concordance avec le diagnostic réalisé « à la main »?
 - (d) Les parcours d'apprentissage adaptatifs sont-ils cohérents avec les modes de justification et les objectifs d'apprentissage de l'enseignant?

9.4.2 Scénario prévu de l'expérimentation et méthode de recueil des données

Dans un premier temps, nous récupérerons les données de l'EIAH MINDMATH, à savoir toutes les données concernant les tâches proposées aux élèves (générateur de types de tâches, valeurs des variables de types de tâches et de tâches) ainsi que celles générées au cours de la résolution (traces dans les constructions repérées automatiquement par le logiciel, modes de justification locaux, modes de justification au fur et à mesure de leur mise à jour, rétroactions envoyées).

De plus, pour répondre aux questions de recherche que nous avons évoquées, nous mettrons en lien ces données avec des enregistrements de l'écran et la piste audio des ordinateurs comme nous l'avons vu dans les expérimentations précédentes. L'analyse d'une vingtaine ou d'une trentaine d'heures (multipliées par le nombre de séances réalisées) étant particulièrement fastidieuse, nous envisageons de demander à l'enseignant de désigner lui-même certains élèves (des élèves en difficulté, des bons élèves et des élèves dans la moyenne) et de construire des binômes d'élèves (un bon élève avec un élève en difficulté, un élève dans la moyenne avec un élève en difficulté, un bon élève avec un élève dans la moyenne) afin de maximiser l'hétérogénéité des données recueillies. De plus, nous envisageons de récupérer les brouillons des élèves pour ceux qui en utilisent afin d'avoir potentiellement mieux accès à leur raisonnement.

Cependant, comme nous l'avons vu dans la section 6.2 et encore dans ce chapitre, lorsqu'ils travaillent sur un ordinateur, les élèves ont du mal à utiliser une feuille de brouillon. La présence d'un ou plusieurs expérimentateurs sur place, en plus de l'enseignant, nous permettra de poser directement des questions aux élèves sur leurs démarches de résolution. Ces dialogues seront enregistrés au cours de l'expérimentation elle-même.

De plus, nous avons conçu des questionnaires à destination des élèves et des enseignants qui nous permettront de recueillir leurs retours sur l'utilisation de l'environnement MINDMATH. Ces questionnaires sont présentés dans l'annexe D.