

# Formabilité des tôles métalliques

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>8</b>
<b>2.2</b>	<b>Emboutissage, formabilité et concept de Courbe Limite de Formage .....</b>	<b>8</b>
2.2.1	Emboutissage .....	8
2.2.2	Formabilité et défauts de mise en forme .....	10
2.2.3	Concept de Courbe Limite de Formage .....	11
<b>2.3</b>	<b>Détermination expérimentale des CLF .....</b>	<b>13</b>
<b>2.4</b>	<b>Critères pour la détection des limites de formabilité .....</b>	<b>14</b>
2.4.1	Approche empirique .....	14
2.4.2	Principe de Force Maximum .....	17
2.4.3	Méthodes multizones .....	18
2.4.4	Analyse de bifurcation .....	19
2.4.5	Analyse linéaire de stabilité .....	21
<b>2.5</b>	<b>Simulation des essais de formabilité .....</b>	<b>21</b>
<b>2.6</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>24</b>

---

## **2.1 Introduction**

Les défauts issus de la mise en forme de tôles ayant un impact économique considérable, leur prédiction est depuis la seconde moitié du 20<sup>ème</sup> siècle devenue un enjeu industriel important. Après avoir présenté différents types de défauts pouvant impacter les propriétés mécaniques ou esthétiques de tôles embouties, les phénomènes de bifurcation et d'instabilité plastique, conduisant à certains de ces défauts, seront définis en mettant un accent particulier sur la striction diffuse, la striction localisée et plus généralement la localisation des déformations.

Différentes méthodes permettant la détermination des limites de formabilité seront alors abordées. Les méthodes expérimentales constituent historiquement la première approche utilisée. Elles ont été complétées par des approches prédictives permettant d'estimer un domaine d'états de déformations ou de contraintes admissibles avant l'occurrence de phénomènes instables. Ces méthodes permettent la détermination de domaines critiques à partir de la simple connaissance de paramètres concernant la géométrie de la tôle, le matériau utilisé et le chargement imposé. Face à l'importance du nombre de critères prédictifs présents dans la littérature, une première tentative de classement et de regroupement de ceux-ci sera menée en fonction du principe théorique ou empirique ayant servi à leur formulation.

Face au nombre de critères développés, l'utilisateur doit bien souvent se baser sur son expérience pour choisir le critère le mieux adapté à ses besoins. Afin de répondre à l'un des objectifs présentés en introduction visant à établir des relations théoriques ou des comparaisons numériques des critères de prédiction de strictions et de localisations des déformations, une comparaison de la structure de ces critères sera réalisée afin de dégager un algorithme permettant une implantation modulaire de ces critères dans un code de calcul.

## **2.2 Emboutissage, formabilité et concept de Courbe Limite de Formage**

### **2.2.1 Emboutissage**

L'emboutissage est un procédé de mise en forme de tôles par déformation plastique permettant la réalisation de produits aux formes non développables plus ou moins complexes. Des cadences de productions pouvant être élevées et des faibles pertes de matières en font un procédé particulièrement compétitif pour des applications comme la mise en forme de pièces de structure ou d'aspect en automobile, d'emballages dans l'industrie du packaging ou encore d'éléments d'électroménager et d'ustensiles.

Dans le cas d'un emboutissage à simple effet, le poinçon placé sur une presse impose un effort ou un déplacement à une tôle initialement plane, aussi appelée flan, jusqu'à ce que celle-ci prenne la forme imposée par la matrice.

Plus couramment utilisé dans l'industrie, l'emboutissage à double effet reprend l'outillage utilisé lors de l'emboutissage à simple effet en y ajoutant un serre-flan, permettant d'imposer un serrage sur le pourtour de la tôle au cours des opérations de formage. Après le positionnement du flan entre le poinçon et la matrice (Figure 2.1 (a)), la descente du serre-flan permet le maintien et le serrage du pourtour de la tôle pendant toute l'opération de formage

grâce au contrôle précis de la pression appliquée (Figure 2.1 (b)). Le déplacement du poinçon permet ensuite d'entraîner la tôle dans la matrice en lui imposant d'importantes déformations, allant au-delà de la limite d'élasticité. Cette phase peut être accompagnée de glissement de la tôle sur le serre-flan et sur la matrice. Les déformations irréversibles ainsi créées donnent à la pièce une forme proche du produit fini (Figure 2.1 (c)). Le relèvement du poinçon et du serre-flan permet de sortir la pièce qui, après retour élastique, prend sa forme finale (Figure 2.1 (d)).

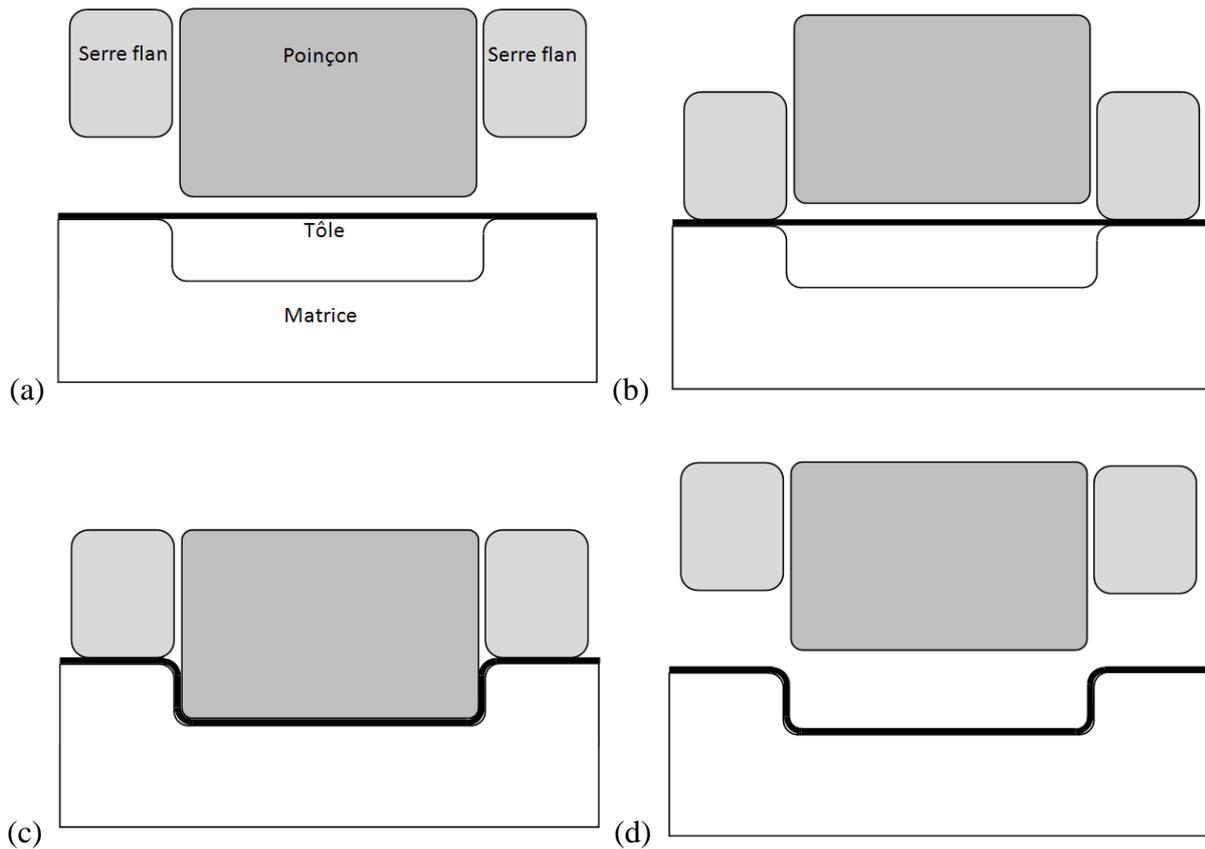


Figure 2.1 : Principales étapes d'une opération d'emboutissage. (a) Positionnement du flan, (b) serrage, (c) descente du poinçon et (d) remontée des outils mobiles.

Souvent précédée par la découpe du flan, cette opération d'emboutissage n'est généralement pas suffisante pour obtenir une pièce finie. Elle peut alors par exemple être suivie par d'autres opérations d'emboutissage incluant le réemboutissage et le contre-emboutissage, de détournage, de tombage des bords ou de sertissage.

Un procédé proche de l'emboutissage est l'hydroformage, pour lequel la force exercée par le poinçon sur la tôle est remplacée par un fluide sous pression. Ce procédé se révèle particulièrement adapté pour la mise en forme de pièces tubulaires pour lesquelles il peut permettre une réduction des coûts, du nombre d'opérations et de la masse du produit fini. Moyennant des adaptations permettant de prendre en compte les effets de la pression du fluide, plusieurs des modèles détaillés dans les prochains chapitres dans le cas de l'emboutissage sont aussi applicables à ce procédé (Boumaiza 2005).

Des évolutions récentes des procédés de mise en forme des tôles tendent au développement de procédés de formage incrémental. La forme et la taille du poinçon imposé sont très différentes de celles utilisées classiquement en emboutissage. Le poinçon n'est plus propre à une forme de pièce et de matrice, mais est au contraire généralement de petite taille et de forme hémisphérique. Le déplacement de ce poinçon sur toute la pièce en plusieurs passes permet de plastifier la pièce et de lui donner sa forme finale. L'utilisation d'un outil générique permet la réduction des coûts pour de petites séries et le contrôle fin du déplacement du poinçon permet la réalisation de pièces aux géométries complexes avec un seul outil. Toutefois, les cadences atteintes ne peuvent pour l'instant égaler celles obtenues avec le procédé classique d'emboutissage. La compréhension fine et la modélisation de l'influence de la trajectoire de l'outil sur la tôle, ayant une incidence capitale sur la forme finale, restent des objets de recherche. Les avantages mais aussi les limites de ce procédé en font plus un complément qu'un concurrent direct de l'emboutissage classique.

### **2.2.2 Défauts de mise en forme et formabilité**

Si le principe général de mise en forme de tôles minces (dont l'épaisseur peut varier entre 300  $\mu\text{m}$  et 3 ou 4 mm) est simple, de nombreux paramètres ont une influence sur la qualité finale des pièces et la mise au point des gammes permettant la fabrication d'une nouvelle pièce est délicate. Les principaux paramètres influents peuvent concerner les caractéristiques métallurgiques du flan ou le procédé précédemment utilisé pour son obtention, la qualité du contact entre la tôle et l'outil ou encore le trajet et l'état de déformation et de contraintes imposés à la tôle. Un choix inadapté du jeu de ces paramètres peut conduire à des défauts de mise en forme.

Parmi les défauts métallurgiques, on peut citer le phénomène de vermiculure, lié au vieillissement des aciers et se traduisant par l'apparition de fines veines sur la surface de la tôle emboutie. Sur des produits minces, une taille de grains importante (supérieure à 50  $\mu\text{m}$ ) peut provoquer un défaut sous forme de petites ondulations de la surface connu sous le nom de peau d'orange. La présence d'inclusions dans le flan peut conduire à des exfoliations et des déchirures superficielles sur la peau de la tôle lors du formage. La présence d'impuretés ou de défauts de surface sur les outils peuvent conduire à des rayures indésirables, à des fissures sur le produit fini, voire à la présence de picots à la surface de la pièce en contact avec le nez du poinçon ou à des phénomènes d'écaillage.

Des défauts de lubrification peuvent enfin perturber l'écoulement de la matière et être une des sources d'instabilités de type structurelles. Ces instabilités sont généralement liées à la présence de zones soumises à de fortes contraintes de compression. En l'absence de serre-flan ou en présence d'une pression insuffisante, des plissements peuvent se produire sur la collerette entourant la pièce ou sur une autre partie de l'embouti. La présence de contraintes résiduelles peut aussi conduire au voilage de pièces planes sans en être la cause unique. L'utilisation de nouveaux matériaux aux propriétés améliorées entraîne parfois certaines difficultés pratiques en emboutissage. La mise en forme d'aciers à très haute limite d'élasticité est accompagnée d'un fort retour élastique qu'il convient de quantifier avec

précision afin d'atteindre des côtes finales satisfaisantes. La prévision du retour élastique nécessite la mise en œuvre de modèles de comportement du matériau et de moyens numériques avancés.

Une dernière catégorie d'instabilités est qualifiée de matérielle. La striction diffuse est une réduction non homogène de l'épaisseur de la tôle. Elle ne constitue généralement pas une limite pratique de formabilité. La localisation des déformations se produit à un niveau de chargement supérieur. Les déformations se concentrent alors dans un faible volume de la tôle, conduisant à un fort amincissement local souvent sous forme de bandes et à une dégradation des propriétés mécaniques. La localisation est un phénomène précurseur de la rupture et toutes deux conduisent au rebut des produits affectés. L'ensemble des chapitres suivants est consacré à l'étude de ces phénomènes de striction et de localisation.

### **2.2.3 Concept de Courbe Limite de Formage**

Un outil utilisable en atelier a été développé pour représenter la formabilité d'une tôle : la Courbe Limite de Formage (CLF). Cette courbe représente sur un graphe la limite de formabilité d'une tôle (à matériau et épaisseur donnés) dans un espace approprié, souvent choisi à partir des déformations principales (Gensamer 1946; Keeler et Backhofen 1963; Keeler 1965; Goodwin 1968). Les limites indiquées peuvent être non seulement des limites à striction diffuse, à localisation mais aussi à rupture ou à plissement, comme l'illustre la Figure 2.2. Dans un procédé d'emboutissage, des défauts d'aspect ou des propriétés mécaniques dégradées sont constatés avant la rupture de la pièce. En première approche, la striction diffuse est caractérisée par un amincissement plus prononcé dans une large partie de l'éprouvette et donc par une perte d'homogénéité des champs mécaniques au sein de celle-ci. La striction diffuse est une instabilité dépendant de la géométrie du problème et donc une instabilité de type structure. Les CLF peuvent être utilisées pour comparer la formabilité de deux matériaux sans prendre en compte les effets de la géométrie. Dans ce cadre, les critères proposés seront écrits en suivant une approche matérielle. La striction localisée est caractérisée par un amincissement concentré dans une bande de largeur réduite (de l'ordre de quelques fois la grandeur de l'épaisseur de la tôle). Ce type de striction est couramment visible sur des aciers doux. La localisation sous forme de bandes de cisaillement est accompagnée par une forte concentration des déformations de cisaillement au sein de bandes d'épaisseur réduite délimitées par une discontinuité du gradient des vitesses. Les limites étudiées dans le reste du manuscrit seront donc constituées par les phénomènes de strictions et de localisations, bien que des critères de rupture de formes proches des critères d'instabilité plastiques présentés par la suite puissent être étudiés et implantés d'une manière tout à fait similaire à celle présentée au paragraphe 2.5. Le plissement est quant à lui une instabilité de structure liée à la présence de zones en compression notamment au niveau du serre-flan. Son étude sort elle aussi du cadre fixé.

La dispersion des données tant au niveau des propriétés des matériaux que des paramètres de contrôle du procédé conduit à ne pas définir une limite de formabilité unique mais un

ensemble de courbes ayant une probabilité donnée d'instabilité plastique (Banabic et Vos 2007).

De nombreux exemples de trajets de chargements montrent d'autre part des états de déformations situés au dessus de la CLF mais ne conduisant pourtant pas à un défaut dans la zone considérée de la pièce emboutie. Col propose d'expliquer ce paradoxe par les effets du rapport entre la courbure imposée à la pièce lors du formage et l'épaisseur du flan (Col 2010). Lors du passage de la tôle sur les rayons de l'outil, une flexion importante se produit et avec elle une déformation plastique d'une partie superficielle de la tôle. Le fort gradient de déformations et de contraintes suivant l'épaisseur n'est plus en accord avec les hypothèses d'homogénéité faites pour l'obtention de CLF. D'après l'auteur, ce rapport tend à augmenter la formabilité dans certains domaines comme la traction plane (TP) par exemple et la diminuer dans d'autres. La prise en compte des effets de courbure et d'épaisseur conduit à introduire le concept de Surface Limite de Formage plutôt que celui de CLF.

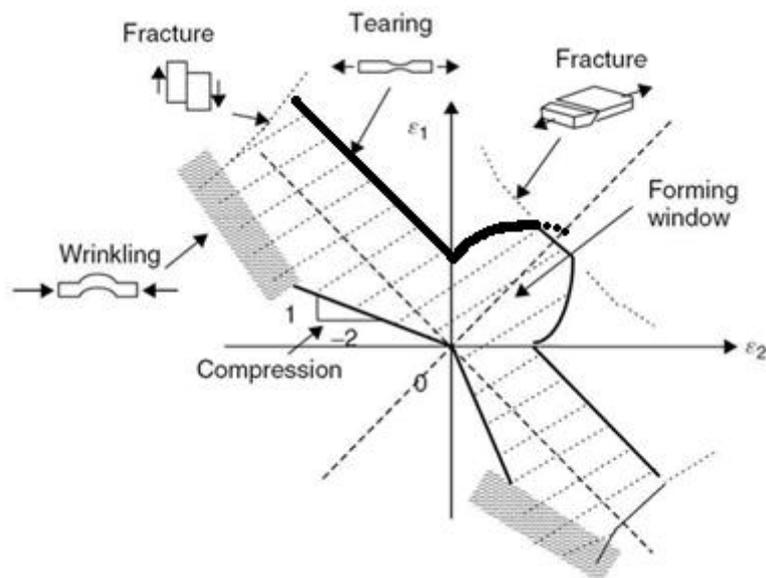


Figure 2.2 : Limites de formabilité en emboutissage et CLF à localisation (trait gras) d'après (Marciniak et al. 2002).

Sur des pièces présentant un fort degré de complexité et dont certaines parties sont soumises à des trajets de chargements non-linéaires critiques, la simulation de l'ensemble du procédé d'emboutissage à l'aide d'un code commercial de calcul par éléments finis disposant d'indicateurs fiables d'instabilités plastiques constitue une alternative pour s'affranchir des limites du concept des CLF. Celles-ci constituent néanmoins un outil pratique pour la comparaison de la formabilité de matériaux différents ou un indicateur de faisabilité d'un procédé d'emboutissage sur une pièce ne présentant pas de difficulté particulière. La popularité des CLF n'étant pas démentie, il réside un fort intérêt pour le développement de méthodes prédictives tant expérimentales que théoriques.

### **2.3 Détermination expérimentale des CLF**

Une première approche pour la détermination des CLF est purement expérimentale. Il s'agit alors d'étudier le niveau de chargement ou l'état de déformation à partir duquel une éprouvette standardisée présente une localisation. Comme les machines de traction multiaxiales ne sont pas universellement répandues, différentes géométries d'éprouvettes montées sur une machine de traction ou sur un montage spécifique permettent de reproduire les trajets de chargements allant de la traction uniaxiale à la traction équibiaxiale dans la zone de l'éprouvette où la localisation se produit.

La méthode proposée par Keeler et Backofen consiste à tester différents niveaux de chargements sur plusieurs éprouvettes identiques et sur plusieurs outils conduisant à des localisations pour des trajets de chargements variés (Keeler et Backhofen 1963). La localisation est repérée de manière visuelle et tactile lorsqu'un défaut d'épaisseur devient perceptible à la surface de l'éprouvette. La détermination du chargement limite à partir duquel l'instabilité plastique devient perceptible permet pour chaque type d'éprouvettes testées, donc pour différents trajets de chargements, de tracer des courbes limites de formage. Les points reportés sur un même graphe permettent la détermination des zones saines, à localisation et à rupture. Si cette méthode se révèle simple à mettre en œuvre et utilisable en atelier, elle présente toutefois les inconvénients majeurs d'être dépendante de la sensibilité de l'opérateur et particulièrement longue puisque un nombre d'essais important est nécessaire au tracé d'une CLF.

Différents types d'essais mécaniques ont été mis au point pour reproduire les différents trajets de déformations linéaires permettant d'obtenir une CLF. La méthode IRSID utilisait des éprouvettes entaillées montées sur une machine de traction classique reproduisant des trajets de chargement allant de la traction uniaxiale à la traction plane. Cette méthode a l'avantage d'être réalisable avec des moyens d'essais courants, de ne pas soumettre l'éprouvette à du frottement avec les outils et de ne pas y introduire de flexion, mais les forts gradients de déformations au niveau des entailles rendent difficile l'exploitation des mesures de déformations dans ces zones critiques. Les points situés dans la partie droite de la CLF peuvent quant à eux être obtenus à partir d'essais de gonflement hydraulique réalisés sur des éprouvettes de formes proches d'ellipses (Ben Tahar 2005). Dans l'essai de Nakajima, des disques entaillés sont maintenus aux extrémités sur une presse munie d'un poinçon hémisphérique (Nakajima et al. 1968; Nakajima et Kikuma 1971). Le déplacement du poinçon jusqu'à rupture de l'éprouvette conduit à la localisation dans certaines zones. L'utilisation d'un poinçon hémisphérique directement en contact avec l'éprouvette introduit néanmoins de la flexion dans la zone testée et nécessite la prise en compte du frottement. Dans l'essai de Marciniak, le poinçon hémisphérique est remplacé par un poinçon cylindrique et un contre flan est placé entre la tôle et le poinçon. Le contre flan joue un rôle important, il doit être plus ductile que le flan testé et avoir un frottement beaucoup plus important avec lui qu'avec le poinçon. Sa mise en œuvre est donc plus délicate que l'essai de Nakajima, mais il permet d'éviter la flexion et le frottement entre la tôle et l'outil dans la zone critique. Le choix de techniques de dépouillement pertinentes est tout aussi important.

Afin de s'affranchir du nombre élevé d'essais à effectuer en utilisant la méthode de Keeler, des méthodes alternatives proposent d'estimer l'état de déformation à localisation sur une éprouvette ayant dépassé le niveau critique de chargement au cours de ces tests. Des grilles ou des cercles gravés sur la surface de l'éprouvette permettent en effet de déterminer de manière précise l'état de déformation en certains points de la surface déformée au cours du test. En considérant que les zones proches de la fissure sont dans un état précédant la rupture, il est possible en mesurant le gradient des déformations à la surface de l'éprouvette d'estimer par interpolation polynomiale la déformation à localisation (Bragard et al. 1972). Au moment de la localisation, la vitesse de déformation augmente fortement dans la zone critique alors qu'en dehors, la pièce cesse son chargement ou se décharge élastiquement. Les moyens actuels permettent de mesurer tout au long du chargement la déformation de l'éprouvette par des méthodes de corrélation d'images sur la surface ayant reçu un mouchetis. En fin d'essai, la zone critique est connue et il est possible de tracer l'évolution de sa vitesse de déformation (Marron et al. 1997). Cette méthode se révèle particulièrement efficace et rapide à utiliser, des similitudes entre le critère de localisation retenu et ceux utilisés par certaines approches développées dans les prochains chapitres, et notamment avec le modèle M – K, pourront être établies.

L'utilisation des méthodes expérimentales pour la détermination des CLF reste actuellement limitée par le coût de mise en œuvre et le manque de normes conduisant à une forte variabilité des résultats d'un laboratoire à l'autre (Ben Tahar 2005). De nouvelles normes devraient toutefois permettre de standardiser le choix du type d'éprouvettes, de l'essai conduisant à l'état de déformation critique et de l'indicateur de localisation (Col 2010).

## **2.4 Critères pour la détection des limites de formabilité**

Face aux difficultés techniques de mise en œuvre et au coût des méthodes expérimentales, de nombreux travaux ont été menés depuis la seconde moitié du 20<sup>ème</sup> siècle pour développer des critères permettant la prédiction des limites de formabilité des tôles métalliques. Le nombre de critères développés rend peu probable une étude exhaustive, toutefois cinq approches différentes peuvent être dégagées parmi les critères les plus couramment employés : une approche empirique, une basée sur le principe de Force Maximum, les méthodes multizones, celles basées sur l'analyse de bifurcation et enfin les méthodes d'analyse de stabilité par perturbation linéarisée. La présentation successive de chacune de ces approches et des critères en étant issus fait l'objet des prochains paragraphes. Une démarche générale servant à l'implantation de ces critères pourra alors être déterminée.

### **2.4.1 Approche empirique**

Afin de fournir un outil simple et rapidement applicable en atelier, des méthodes basées sur le traitement statistique de jeux de données expérimentales ont été développées.

L'étude des facteurs influençant la formabilité des tôles, menée notamment sur les aciers doux, a permis à Keeler et Brazier de montrer que les CLF d'une même famille de matériaux

présentaient une forme similaire (Keeler et Brazier 1975). En approchant les courbes limites de formage à instabilité plastique par deux droites, une dans le domaine du retreint et une dans le domaine de l'expansion, trois paramètres suffisent : la déformation critique en traction plane notée  $FLD_0$  et les pentes des droites en retreint et en expansion.

La Figure 2.3 donne la forme de la CLF obtenue en utilisant cette approche. La détermination de ces différents paramètres a fait l'objet d'études statistiques. Les angles des droites en retreint et en expansion ainsi déterminés sont d'environ  $-45^\circ$  et  $20^\circ$  par rapport à l'axe des abscisses (Bleck et al. 1998). La détermination du paramètre  $FLD_0$  a fait l'objet de plusieurs formules, dont les plus usitées sont issues des travaux de la North American Deep Drawing Research Group (NADDRG) et de la Bethlehem Steel Corporation.

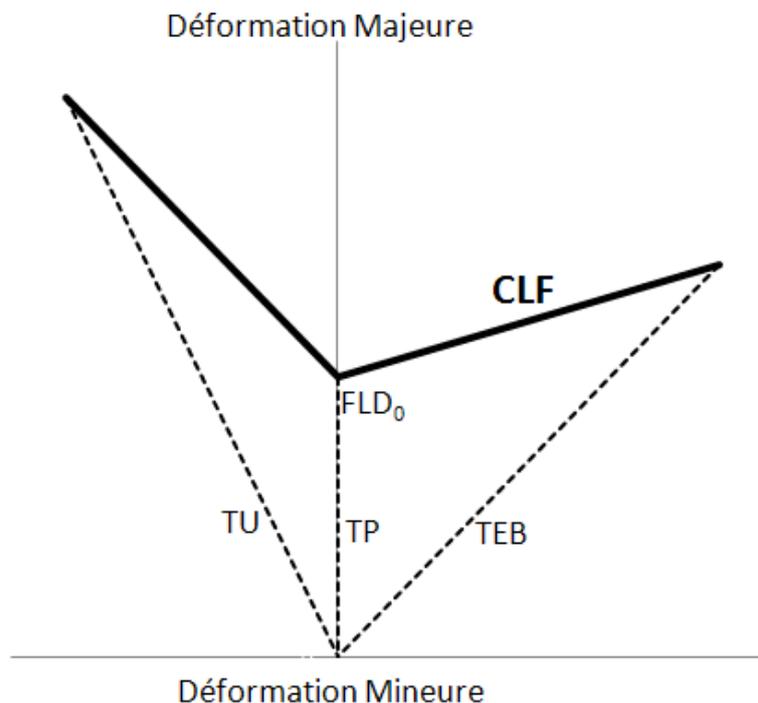


Figure 2.3 : Forme générale des CLF à localisation obtenues avec le modèle empirique de Keeler et Brazier.

*Modèle NADDRG :*

La formule de prédiction de  $FLD_0$  proposée par la North American Deep Drawing Research Group a été développée pour les aciers dont l'évolution de l'écrouissage peut être représentée par la loi de Hollomon. Cette loi d'écrouissage isotrope non saturante de type puissance sera précisée au Chapitre 3. Cette formule prend en compte l'influence de l'épaisseur de la tôle :

$$FLD_0 = \frac{(23,3 + 14,13e_0)}{0,21} n \quad (2.1)$$

avec  $e_0$  l'épaisseur initiale de la tôle et  $n$  le coefficient d'écroutissage identifié pour des lois non saturantes. Physiquement le coefficient 0,21 correspondait à une valeur du coefficient d'écroutissage  $n$  au-delà de laquelle la déformation critique à localisation en déformation plane était censée ne plus évoluer. Cette valeur et la signification physique de ce facteur ont toutefois été remises en cause par la suite (Col 2010). Initialement identifiée sur des aciers doux, cette formule a été testée sur différentes familles d'aciers et les CLF et  $FLD_0$  ont été comparés à ceux prédits par d'autres critères et à des résultats expérimentaux (Bleck et al. 1998). Si la Figure 2.4 présente des prédictions de formabilité qualitativement en bon accord avec les données expérimentales pour des aciers IF, HS et DP, ce résultat n'est toutefois pas généralisable à toutes les nuances d'aciers. Selon les auteurs, le critère (2.1) semble par exemple surestimer la formabilité d'aciers de nuances TRIP et austénitiques, ce qui peut conduire à l'obtention de pièces défectueuses lors d'opérations d'emboutissage pour des points situés bien en dessous de la CLF prédite. L'utilisation de ce critère pour d'autres nuances d'aciers que certaines nuances d'aciers doux, et notamment pour les nouvelles nuances d'aciers, ne peut donc être menée sans certaines précautions.

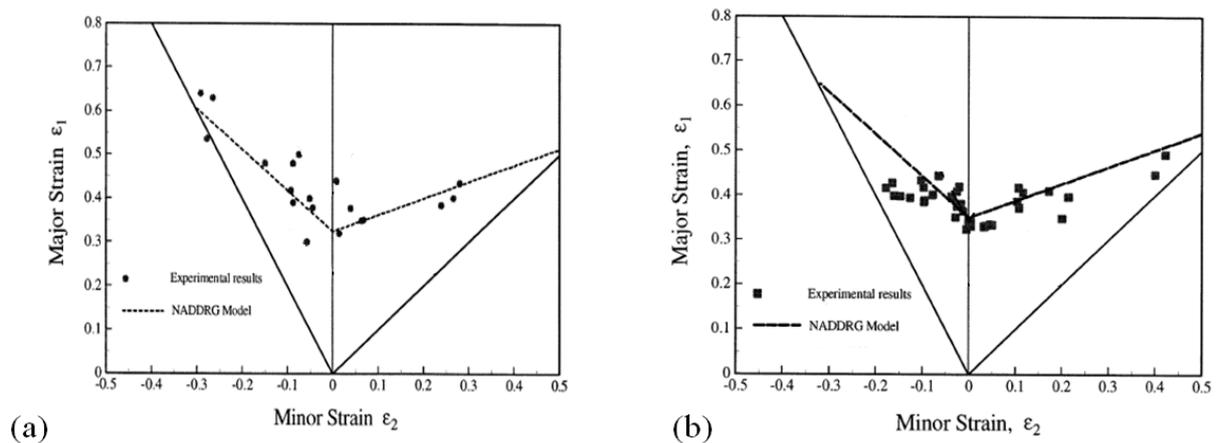


Figure 2.4 : Exemples de CLF obtenues avec le modèle empirique de la NADDRG pour a) un acier Interstitial Free High Strength et b) un acier Dual Phase d'après (Bleck et al. 1998).

#### Modèle BSC :

Un modèle alternatif, basé sur le même principe expérimental, a été proposé par la Bethlehem Steel Corporation. La formule pour la détermination de  $FLD_0$  basée sur l'allongement à rupture devient :

$$FLD_0 = 2,78 + 3,244e_0 + 0,892A \quad (2.2)$$

avec  $e_0$  l'épaisseur initiale de la tôle exprimée en mm et  $A$  un coefficient de formabilité déterminé de manière empirique. Cette formule semble toutefois donner de moins bonnes prédictions que celle déterminée par la NADDRG.

Les modèles présentés ci-dessus ne font intervenir qu'un nombre limité de paramètres, ce qui les rend très simples. Afin de rendre compte de manière plus précise du comportement réel des matériaux, Cayssials propose un modèle permettant de prendre en compte un nombre plus important de paramètres ayant une influence sur la détermination de  $FLD_0$  puis sur le reste de la CLF, avec notamment la sensibilité à la vitesse de déformation, l'écroutissage, l'épaisseur de la tôle et l'endommagement (Cayssials 1998).

#### **2.4.2 Principe de Force Maximum**

La première étude historique fréquemment citée concernant la prédiction d'instabilités plastiques est due à Considère. Suite à de nombreuses observations expérimentales sur la traction uniaxiale de barres en acier, celui-ci postule que la striction diffuse se produit lorsque l'effort appliqué par la machine de traction atteint son maximum lors d'un essai monotone (Considère 1885). Initialement limité à la prédiction de la striction diffuse en traction uniaxiale, ce critère a été étendu par la suite à la prédiction de modes diffus lors de chargements plans de tôles minces (Swift 1952). La striction diffuse est alors associée aux maxima simultanés des chargements dans les directions principales. Violant certaines observations expérimentales, ce postulat nécessite toutefois une réinterprétation (Habbad 1994). D'autres extensions du critère de Considère concernent la prévision de modes localisés de produits plats soumis à des chargements bi-axiaux.

Selon l'approche de Hill, la striction localisée se produit dans des zones présentant la stationnarité d'une composante particulière du tenseur des déformations (Hill 1952). De telles zones existant uniquement dans le domaine du retreint, le critère de Hill est restreint au tracé de la partie gauche des CLF. Entre la traction uniaxiale et la traction plane, la localisation est alors prédite si l'effort normal à cette bande à déformation stationnaire atteint un maximum. Les prévisions de ce critère sont généralement considérées être en bon accord avec les données expérimentales. Il a alors été parfois associé aux critères de Swift ou au modèle de Marciniak et Kuczynski (Marciniak et Kuczyński 1967) pour le tracé de la partie droite de la CLF. Le critère de Hora est une autre extension du critère de Considère (Hora et al. 1996). La localisation est alors associée au maximum des efforts principaux majeurs ou mineurs au cours d'un essai monotone avec prise en compte des effets de bi-axialité du chargement. La popularité de ce critère est due à la fois à la simplicité de sa mise en œuvre numérique, à son faible coût en temps CPU et à ses prédictions proches des CLF expérimentales (Brunet et Clerc 2007).

Plus récemment, une extension du critère de Swift à la striction localisée à été proposée (Mattiasson et al. 2006). Après un chargement monotone linéaire jusqu'à striction diffuse, celui-ci est libre d'évoluer vers un trajet de déformation plane, associé à la localisation. Ce critère a été comparé par les auteurs à des prédictions numériques issues de la simulation par éléments finis d'essais présentés dans le paragraphe 2.3.

Un inconvénient majeur de cette approche est qu'elle repose sur un postulat empirique difficilement vérifiable. D'autres voies ont alors été adoptées pour la proposition de modèles aptes à prédire les instabilités plastiques.

### 2.4.3 Méthodes multizones

Une autre approche, de type ingénieur, considère l'évolution des états de déformations dans deux ou plusieurs zones de la tôle présentant initialement des différences de propriétés géométriques ou mécaniques. Deux démarches différentes sont proposées. La première est basée sur la comparaison de l'évolution de propriétés mécaniques de deux zones dont une représente un défaut initial. La seconde est basée sur la simulation numérique du chargement d'une tôle dont l'épaisseur n'est pas constante.

Le modèle présenté par Marciniak et Kuczynski, qui sera souvent noté M – K par la suite, est basé sur l'hypothèse selon laquelle la striction localisée se produit à un endroit des éprouvettes où se trouve un défaut (Marciniak et Kuczyński 1967). Bien que différentes causes puissent être à l'origine du défaut, celui-ci est introduit sous la forme d'une bande d'épaisseur réduite par les auteurs. Après le chargement de la zone saine, les états mécaniques des deux zones sont calculés grâce aux équations de passage de la zone saine à la zone affectée par le défaut. La localisation est prédite lorsque les déformations dans la partie défectueuse tendent à évoluer beaucoup plus rapidement que celles de la zone saine.

Il a été montré que l'orientation initiale de la bande par rapport aux directions de chargement avait une influence sur le niveau de localisation prédit (Hutchinson et Neale 1978). Il est donc nécessaire de tester différentes orientations initiales de la bande défectueuse et de sélectionner que l'orientation permettant de minimiser la valeur de la déformation critique pour chaque trajet de chargement. Le temps CPU est donc conséquent puisque pour chaque point de la CLF les états mécaniques de deux zones doivent être calculés pour plusieurs orientations de la bande. Ce critère reste néanmoins populaire et se révèle particulièrement facile à adapter à de nouvelles lois de comportements, celles-ci n'apparaissant pas directement lors de la formulation du critère. Différents paramètres définis arbitrairement par l'utilisateur sont introduits lors de la formulation de ce modèle, le plus influent étant la taille du défaut d'épaisseur initial.

En suivant une démarche similaire, Hart étudie une éprouvette dans le cas d'une traction uniaxiale comportant un défaut initial sous forme d'un faible défaut mécanique (par exemple endommagement ou plus fort écrouissage d'une partie de l'éprouvette) (Hart 1967). Au cours du chargement, si l'amplitude de la différence de vitesse de déformation des sections reste proche d'une constante, alors la déformation au niveau du défaut est considérée stable. Si au contraire une forte variation entre les sections avec et sans défaut est observée, alors le mode instable est considéré atteint. Des similitudes formelles entre ce critère et celui de Considère sont obtenues dans le cas de comportements indépendants du temps. Le modèle de Ghosh, apportant quelques modifications à la proposition de Hart, est quant à lui basé sur un défaut d'origine géométrique (Ghosh 1974). Ces méthodes ne semblent toutefois plus utilisées.

Une approche plus récente s'appuie sur les avancées en termes de puissance de calcul. L'épaisseur réelle des tôles ne peut être constante, du fait d'irrégularités lors des opérations de laminage, des effets de la microstructure ou encore de la rugosité. Une tôle non homogène est alors modélisée par une plaque dont les éléments ont des épaisseurs variables, définies de manière aléatoire autour d'une valeur moyenne (Reyes et al. 2008). En utilisant un modèle non local, les auteurs étudient l'évolution de l'état mécanique de la tôle par la méthode des éléments finis et prédisent la localisation lorsque la déformation se concentre dans une zone de la tôle.

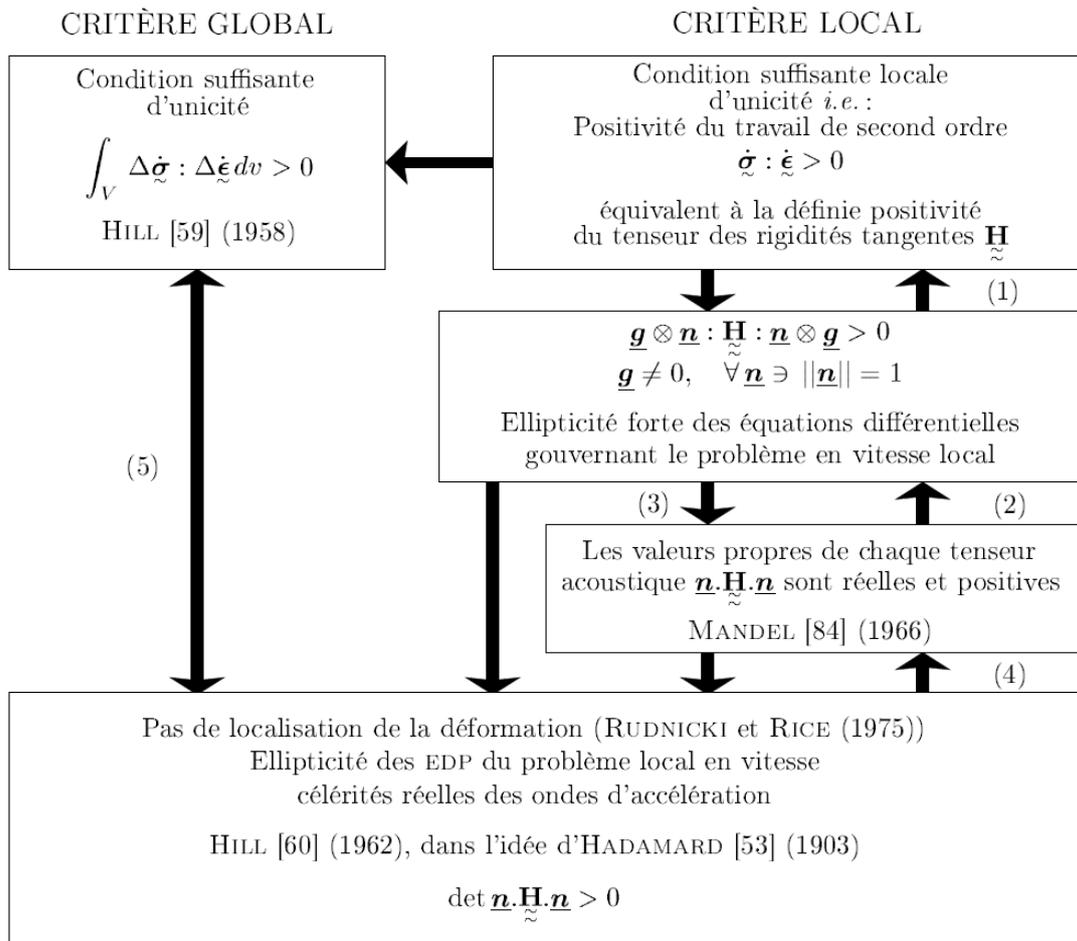
Tous ces critères nécessitent toutefois l'introduction d'une taille de défaut initial et de critères d'arrêt définis par l'utilisateur. Afin d'éviter d'avoir recours à ces paramètres, des méthodes basées sur l'analyse de bifurcation peuvent être utilisées pour les matériaux indépendants du temps.

#### **2.4.4 Analyse de bifurcation**

La striction diffuse peut être perçue comme le passage d'un état homogène de déformation dans l'éprouvette à un état quasi-homogène et peut donc être vue comme un problème de bifurcation liée à la perte d'unicité de la solution du problème d'équilibre. La théorie de la bifurcation permet d'établir des conditions sous lesquelles une bifurcation est possible ou non. Le critère de Bifurcation Générale repose sur le principe de perte de positivité de travail de second ordre (Drucker 1950; Drucker 1956), (Hill 1958) dans le cas du flambage. Un critère moins conservatif reposant sur la stationnarité des efforts correspond à la bifurcation par Point Limite (Valanis 1989). Ces critères intrinsèques ont l'avantage de ne s'appuyer que sur la seule connaissance du comportement du matériau et ne nécessitent plus, comme le modèle  $M - K$ , de paramètres définis arbitrairement.

Dans le cas de la prédiction de modes localisés sous forme de bandes, les premiers travaux sont basés sur l'étude des conditions de stationnarité des ondes d'accélération dans les solides élastiques linéaires puis non linéaires (Thomas 1961; Hill 1962; Mandel 1964). Une approche équivalente est développée pour les matériaux élasto-plastiques à partir des travaux de (Hill et Hutchinson 1975; Rudnicki et Rice 1975; Stören et Rice 1975; Rice 1976). La bifurcation est associée à la perte d'ellipticité des équations du système, ce qui n'est possible dans le cas de la plasticité incrémentale associée qu'avec un régime adoucissant. Dans le cas de géomatériaux, l'utilisation de lois de plasticité non associée permet une localisation avant le pic de la courbe contrainte de Cauchy – déformation vraie (i.e. dans le régime d'écroutissement positif) (Desrues 1984; Chambon 1986; Sulem et Vardoulakis 1990; Darve 1994). Pour la mise en forme de matériaux métalliques, le régime adoucissant peut être introduit par le couplage des lois de comportement avec de l'endommagement en plasticité associée (Doghri et Billardon 1995; Haddag 2007; Haddag et al. 2009). Une autre possibilité pour l'obtention d'une localisation dans le régime d'écroutissement positif consiste à introduire des points de vertex sur la surface de plasticité, ce qui peut être obtenu par l'usage de la théorie de déformation totale de la plasticité (Stören et Rice 1975) ou encore par l'utilisation de lois de comportement micromécaniques (Lorrain et al. 2005; Franz et al. 2009). La formulation du

critère repose sur la présence d'une discontinuité du gradient des vitesses à travers la bande de localisation dans un milieu homogène. Dans le cas où le module tangent est le même à l'intérieur et à l'extérieur de la bande jusqu'à la localisation, la bifurcation est qualifiée de continue, et de discontinue dans le cas contraire. Une condition plus conservative est donnée par la condition de perte d'ellipticité forte (Bigoni et Hueckel 1991). Ces derniers présentent d'ailleurs un tableau, valable en petites déformations, synthétisant les liens existant entre les critères issus de l'analyse de bifurcation, reproduit en Figure 2.5.



- (1) pour un mouvement plan isochore
- (2) pour une plasticité associée
- (3) seulement si toutes les valeurs propres du tenseur  $\underline{\mathbf{n}} \cdot \underline{\tilde{\mathbf{H}}} \cdot \underline{\mathbf{n}}$  sont réelles
- (4) pour une plasticité associée
- (5) pour une plasticité associée, une cinématique contrainte sur toute la frontière du corps et des conditions homogènes avant bifurcation, RICE [108] (1976)

Figure 2.5 : Relations entre les critères de bifurcation plastique d'après (Bigoni et Hueckel 1991) et repris par (Keryvin 1999).

#### **2.4.5 Analyse linéaire de stabilité**

Les méthodes d'analyse de stabilité matérielle sont probablement les plus récentes et leurs difficultés de mise en œuvre, tant théoriques que numériques, sont probablement à l'origine de leur utilisation plus limitée que les approches précédemment citées. Elles constituent toutefois une alternative aux méthodes d'analyse de bifurcation dans le cas de matériaux dépendant du temps. Dans le cas de modes localisés, deux approches d'analyse de stabilité sont présentes dans la littérature.

La première méthode permet d'étudier la stabilité d'un équilibre formulé à partir du travail de premier ordre d'un solide rigide plastique. La méthode d'analyse de stabilité, basée sur les travaux de Lyapunov (Lyapunov 1904; 1907), conduit à étudier le taux de croissance d'une perturbation introduite dans les équations d'équilibre. La stabilité de la solution est conservée tant que la solution du système perturbé reste « proche » de la solution du système non perturbé, c'est-à-dire tant que le taux de croissance de la perturbation n'excède pas une valeur critique. Initiée par Clifton pour la prédiction de conditions critiques permettant l'apparition d'un mode instable en cisaillement (Clifton et al. 1984; Shawki et Clifton 1989), cette méthode a ensuite été appliquée par Molinari et ses collaborateurs aux solides thermoviscoplastiques modélisés par des lois phénoménologiques en cisaillement simple (Fressengeas et Molinari 1987; Dudzinski et Molinari 1991) puis aux matériaux modélisés par des lois micromécaniques (Boudeau et Gelin 1994; Toth et al. 1996; Boudeau et al. 1998).

La seconde approche repose sur les mêmes bases mathématiques. L'écriture du problème initial est toutefois différente et applicable par exemple aux matériaux élasto-viscoplastiques (Cano 1996; Benallal 2000; Benallal et Comi 2003) ou aux matériaux viscoélastiques endommageables (Keryvin 1999). La perturbation des équations d'équilibre écrites sous forme incrémentale conduit toutefois à un problème différent du précédent. Il a pu être montré que lorsque le comportement élasto-viscoplastique tend vers un comportement élastoplastique, le critère de perte d'ellipticité peut être vu comme un cas limite du critère basé sur l'analyse de stabilité (Barbier et al. 1998).

Bien que les notions de bifurcations plastiques et d'instabilités plastiques fassent appel à des problématiques et des méthodes de résolutions différentes, il n'est pas rare que les phénomènes de striction diffuse, de striction localisée et de localisation sous forme de bandes présentant des discontinuités du gradient des vitesses soient qualifiés d'instabilités plastiques ou matérielles dans la littérature. Par abus de langage, le terme d'instabilité plastique sera fréquemment utilisé dans ce mémoire, indépendamment de la méthode de résolution choisie, pour qualifier ces phénomènes.

### **2.5 Simulation des essais de formabilité**

Différents principes, regroupés en quatre classes, sont à la base de la formulation des principaux critères théoriques permettant la prédiction des phénomènes de striction diffuse, de striction localisée et de localisation sous forme de bandes au niveau d'un point matériel. Bien que les formulations de ces critères puissent paraître très différentes au premier abord, les

critères sont a priori tous développés pour prédire une instabilité plastique et devraient donc présenter des similitudes importantes dans leur mise en oeuvre. Mis à part les critères basés sur des méthodes multizones pour lesquels l'analyse requiert quelques étapes supplémentaires, tous les critères peuvent être implantés en suivant un schéma d'intégration commun.

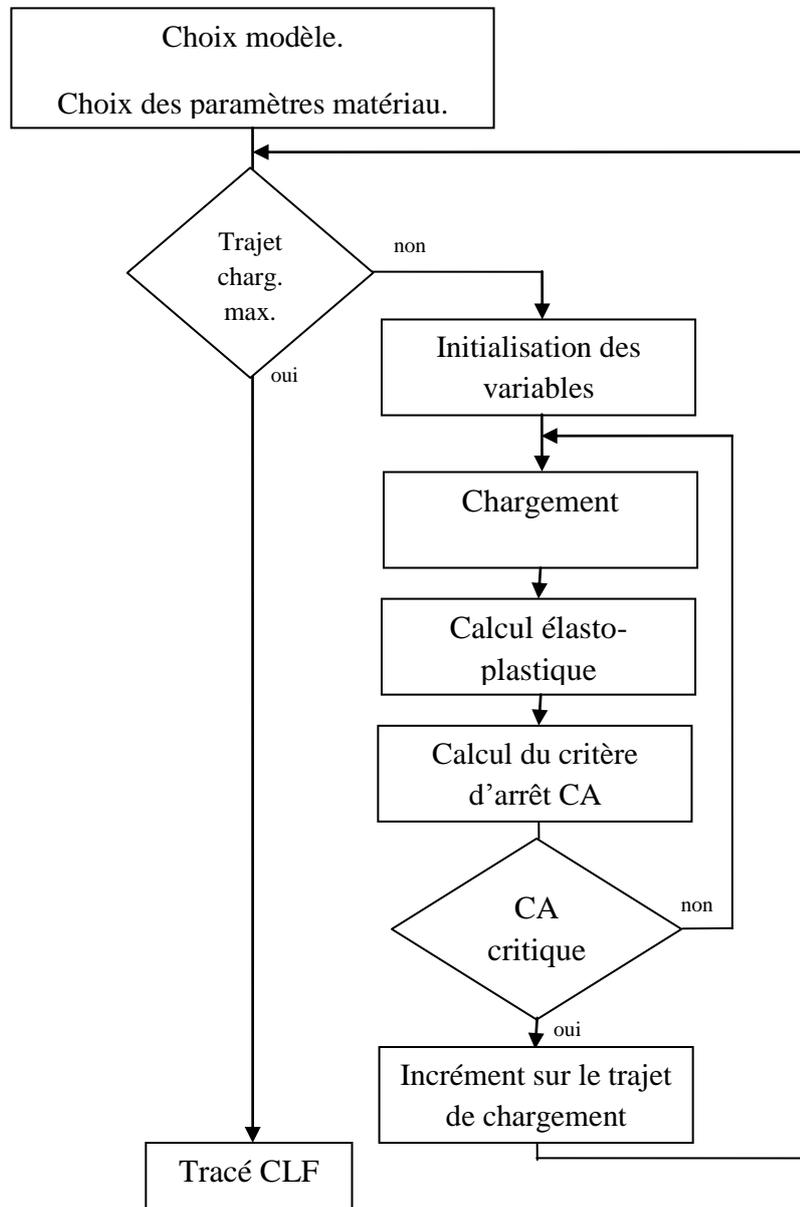


Figure 2.6 : Schéma général d'implantation des critères d'instabilité plastique.

Après avoir initialisé les paramètres concernant le matériau et le chargement, un incrément de chargement dépendant du trajet choisi est appliqué à la tôle. A partir de la connaissance de l'état mécanique de la tôle en début d'incrément et de la valeur de l'incrément de chargement, les états de contrainte et de déformation, les variables internes et le module tangent peuvent être actualisés en fin d'incrément. Un critère de prédiction d'instabilité plastique est alors

appliqué pour évaluer la criticité du nouvel état de la tôle. Tant que l'instabilité n'est pas atteinte, la tôle peut être chargée. Une fois le niveau critique de localisation atteint pour un trajet de chargement, cette procédure est appliquée pour d'autres trajets. La CLF est finalement tracée avec l'ensemble des points critiques obtenus pour les différents trajets, comme le résume la Figure 2.6.

Ce schéma a servi de base pour l'intégration des modèles de comportement et des critères dans un code spécifique développé sous Matlab. Le choix du chargement fera l'objet du prochain paragraphe. La seconde étape, concernant la définition du modèle de comportement, sera présentée dans le prochain chapitre. Les écritures des critères d'instabilité plastique seront développées dans les Chapitres 4 à 6. Des applications de cette méthode seront finalement données dans le Chapitre 7.

Il est à noter que dans le cas du modèle  $M - K$  basé sur la méthode à deux zones, la base du schéma reste la même, toutefois des étapes supplémentaires sont nécessaires pour effectuer le chargement des différentes zones à partir d'équations de passage, pour déterminer l'état mécanique dans la bande défectueuse et pour tester l'influence de l'orientation initiale de la bande sur le niveau de localisation. Le schéma d'intégration de ce critère sera présenté de manière plus détaillée en même temps que le critère au Chapitre 6.

Le chargement à imposer aux tôles lors des développements théoriques des critères de striction et de localisation ou de leurs simulations numériques n'est pas unique et plusieurs facteurs peuvent guider le choix. Le premier est la raison d'usage, certains critères étant classiquement associés avec tel ou tel type de chargements. Un second tend à reproduire le plus fidèlement possible les conditions expérimentales. Une troisième raison peut être liée à la possibilité parfois de simplifier les développements théoriques de certains critères lors de l'utilisation d'un trajet de chargement particulier. Dans la plupart des cas, le choix du trajet de chargement n'est pas imposé directement par le choix du critère et ils peuvent donc être présentés séparément. Le premier type de chargement linéaire direct est le chargement radial ou de la forme :

$$\Delta \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \Delta A_{11}^0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta A_{22}^0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta A_{33}^0 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

avec  $\Delta \mathbf{A}$  l'incrément de la variable considérée et  $\Delta A_{ii}^0$  les incréments des composants de ce tenseur. Généralement les termes non diagonaux sont nuls. Dans le cas où la variable est liée à une contrainte, le terme  $\Delta A_{33}^0$  est imposé nul, ce qui correspond alors à un état plan de contraintes. Le rapport constant entre  $\Delta A_{22}^0$  et  $\Delta A_{11}^0$  est alors noté  $\alpha$ . Dans le cas où elle est liée à une déformation plastique, le rapport est noté  $\beta$  et la relation  $\Delta A_{33}^0 = -\Delta A_{11}^0 - \Delta A_{22}^0$  permet d'avoir une trace de la déformation plastique nulle.

Un chargement mixte, alliant certains éléments diagonaux du tenseur d'incrément de déformations à des éléments du tenseur des incréments de contraintes, permet d'imposer un

chargement en déformation tout en vérifiant un état plan de contraintes. Ce chargement conserve la forme (2.3), mais les deux premiers termes de la diagonale sont des termes d'incrément de déformations alors que le troisième est un terme nul en contraintes.

Des chargements bilinéaires sont parfois présents dans la littérature, il s'agit d'effectuer une première partie du trajet de chargement avec une valeur constante de  $\alpha$  ou de  $\beta$  jusqu'à une valeur de déformation (ou de contrainte) prédéfinie puis de changer brutalement cette valeur et de continuer le chargement avec un autre rapport constant. Ces trajets sont utilisés pour montrer l'influence du trajet de chargement sur la CLF.

Lors d'opérations réelles de mise en forme, il est généralement constaté qu'une zone de la tôle subit différents rapports de chargements au cours de l'essai. Le trajet de chargement a une grande influence sur le niveau de déformation acceptable par une pièce. Les trajets linéaires proposés ci-dessus peuvent devenir insuffisants pour juger de la criticité du procédé et il convient de simuler le trajet réellement suivi par un point sur une pièce. Afin de mieux reproduire ce type de trajets, un chemin non linéaire quelconque peut être imposé lors de la simulation. Une alternative est la simulation du procédé dans un code de calcul par éléments finis. Dans ce cas, les critères développés peuvent être facilement couplés au code (par le biais d'une routine UARM par exemple dans Abaqus).

## 2.6 Conclusion

L'emboutissage est un procédé largement utilisé pour la mise en forme de tôles métalliques. La mise au point des outils et du procédé pour une nouvelle pièce reste néanmoins une opération délicate nécessitant un savoir faire pointu, notamment avec l'arrivée de nouvelles nuances d'acier, et de nombreux défauts peuvent apparaître sur la pièce lors du formage. La striction diffuse présente par exemple une perte d'homogénéité des champs mécaniques dans la pièce au cours du chargement sous forme d'un amincissement dans une zone étendue. La striction localisée, intervenant plus tardivement, est associée à un amincissement de la tôle lié à une concentration des déformations dans une bande de faible épaisseur. Son évolution est très rapide et conduit à la rupture de la pièce. La localisation des déformations sous forme de bandes comporte les mêmes caractéristiques sans nécessairement être liée à un amincissement. Afin de réduire ces risques, des Courbes Limites de Formage ont été mises au point pour donner une idée du domaine de formabilité d'une tôle.

Des approches variées ont été proposées pour définir des critères théoriques permettant de tracer de telles courbes à partir de la simple connaissance du comportement du matériau. Parmi ces approches, les principales sont le principe de force maximum, les méthodes multizones, l'analyse de bifurcation et l'analyse linéaire de stabilité. Dans la plupart des cas, les démarches d'implantation de ces méthodes sont similaires, comprenant des étapes de chargement, la détermination du nouvel état mécanique à l'aide d'un calcul élasto-plastique ou élasto-viscoplastique et l'application d'un critère d'arrêt pour la détermination de la déformation critique à instabilité plastique.

L'étape du chargement a été présentée dans ce chapitre, les suivantes feront l'objet des chapitres 3 à 6.

