

FIGURE 1.1 – Couche limite turbulente, simulation numérique directe (DNS)

ponse temporelle du système étudié soumis à l'excitation calculée numériquement. La seconde approche est basée sur la caractérisation des paramètres statistiques du champ de pression pariétale. L'écoulement n'est alors pas résolu, seul des grandeurs moyennes de ce dernier sont nécessaires à l'estimation de ces paramètres statistiques. Dans un second temps un calcul éléments finis permet l'obtention des paramètres statistiques de la réponse vibroacoustique à partir des informations concernant le champ exciteur.

Ce chapitre se présente comme un état de l'art de différents moyens d'accéder aux paramètres de la couche limite, au champ de pression pariétale et au comportement vibroacoustique du système étudié. Une première partie du chapitre traitera de l'obtention des champs de pression dans le domaine spatio-temporel ainsi que des différents modèles statistiques permettant d'estimer les caractéristiques des spectres de pression. Ces différents moyens sont comparés, leurs avantages et leurs défauts sont ainsi étudiés en fonction des critères de temps et de précision nécessaire à la mise en œuvre du calcul. Dans une seconde partie, l'extension des modèles concernant la prise en compte du comportement en bas nombres d'ondes de la couche limite ainsi que la présence de défauts dans l'écoulement est étudié. Finalement le comportement vibroacoustique de la structure est décrit théoriquement et les méthodes mise en œuvre pour calculer ce dernier sont présentées.

1.2.1 Les paramètres de la couche limite

La couche limite se développant sur une structure [1.1] peut être représentée schématiquement par la figure [1.2]. Les paramètres caractéristiques de cette couche limite sont la vitesse de l'écoulement U_∞ , la position à laquelle la couche limite est observée x , l'épaisseur de cette couche limite $\delta(x)$ et les différentes grandeurs physiques caractéristiques du fluide étudié.

Les relations entre ces différents paramètres peuvent être estimées pour une couche

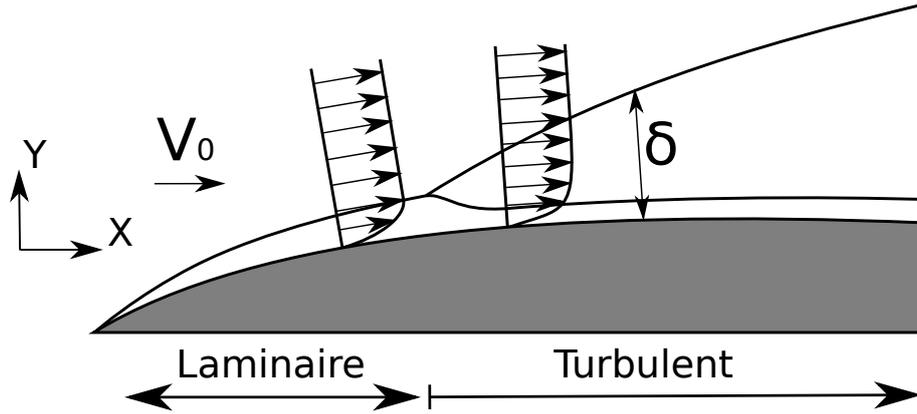


FIGURE 1.2 – Développement d'une couche limite

limite turbulente à partir de relations empiriques établies par différents auteurs. Ainsi la couche limite turbulente se développant sur une plaque plane en l'absence de gradient de pression, est décrite par [Chapman, 1979] avec les équations suivantes :

$$c_f = 0,045Re_\delta^{-1/4} \quad (1.1)$$

$$\delta_\theta = \frac{7}{72}\delta \quad (1.2)$$

$$c_f = 2\frac{d\delta_\theta}{dx} \quad (1.3)$$

Avec c_f le coefficient de friction à la paroi et $Re_\delta = U_\infty\delta/\nu$ le nombre de Reynolds relatif à l'épaisseur de couche limite et à la vitesse de l'écoulement. Le coefficient δ_θ quant à lui est l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite.

Pour des couche limites présentant une évolution spatiale, telles que celle décrite dans la figure 1.2, les équations précédentes, Eqs(1.1;1.2), peuvent être reformulées pour faire apparaître la dépendance spatiale :

$$\frac{\delta}{x} = 0,37Re_x^{-1/5} \quad (1.4)$$

$$c_f = 0,0577Re_x^{-1/5} \quad (1.5)$$

$$\frac{\delta_\theta}{x} = 0,036Re_x^{-1/5} \quad (1.6)$$

Avec $Re_x = U_\infty x/\nu$ le nombre de Reynolds relatif à la distance au bord d'attaque de la plaque. Les équations proposées par Chapman tout comme celles proposées par Prandtl [Schlichting et al., 2000] présentent une évolution sous la forme $Re_x^{-1/5}$ en fonction de la distance au bord d'attaque de la plaque. L'intervalle de validité de cette formulation est induit par l'intervalle de validité de l'équation (Eq.1.5), et l'épaisseur de quantité de mouvement δ_θ obtenue dans l'équation (Eq.1.6) ne présente pas une

bonne corrélation avec les données expérimentales présentes dans la littérature [Choi and Moin, 2012]. La formulation de Chapman est valide pour des nombres de Reynolds moyens ($Re_x < 10^6$).

Une formulation plus récente des paramètres d'une couche limite turbulente peut être trouvée dans [Choi and Moin, 2012], défini pour des nombres de Reynolds plus grands ($10^6 < Re_x < 10^9$). Le coefficient de friction est alors défini :

$$c_f = 0,020Re_\delta^{-1/6} \quad (1.7)$$

Cette nouvelle formulation (Eq.1.7) permet de décrire l'évolution spatiale des coefficients de couche limite :

$$\frac{\delta}{x} = 0,16Re_x^{-1/7} \quad (1.8)$$

$$c_f = 0,027Re_x^{-1/5} \quad (1.9)$$

$$\frac{\delta_\theta}{x} = 0,0156Re_x^{-1/7} \quad (1.10)$$

Les équations (Eq.1.8;1.9;1.10) présentent une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux pour la gamme de nombres de Reynolds ($10^6 < Re_x < 10^9$) [Choi and Moin, 2012], notamment vis à vis des résultats obtenus par [Nagib et al., 2007] et [Monkewitz et al., 2007].

Cette modélisation permet d'estimer rapidement les paramètres d'une couche limite turbulente, mais son domaine de validité est limité à l'étude de plaques planes en l'absence de gradient de pression. Pour des corps immergés de géométrie différente, ces formulations ne peuvent pas être utilisées, un calcul éléments finis peut alors être réalisé afin d'obtenir les grandeurs moyennes de l'écoulement. Ainsi un calcul RANS (Reynolds Average Navier-Stokes) qui permet de résoudre les équations de Navier-Stokes pour un fluide en utilisant la décomposition de Reynolds donne accès numériquement aux paramètres de la couche limite.

Dans le cadre de l'étude proposée ici le corps étudié étant une plaque plane, les paramètres de la couche limite sont estimés à l'aide des formulations (Eq.1.8;1.9;1.10). La gamme de nombres de Reynolds ($10^6 < Re_x < 10^9$) est en effet représentative des phénomènes observés dans le cadre des problèmes d'interaction fluide-structure étudiés.

1.2.2 Le champ de pression pariétale

Dans le cadre de la résolution d'un problème d'interaction fluide-structure en présence d'un écoulement de couche limite turbulente il est nécessaire d'estimer la pression pariétale induite par la couche limite turbulente.

En fonction du type de résultats recherchés, différentes stratégies peuvent être mises en œuvre quant à l'obtention des paramètres du champ de pression. Ces stratégies se décomposent en deux méthodes :

- un calcul direct du champ de pression spatio-temporel $p(x, y, t)$ se développant sur la structure à l'aide d'approches numériques, par exemple, par la méthode des éléments finis,
- un calcul des paramètres statistiques de la couche limite turbulente à l'aide de modèles semi-empiriques.

La première méthode permet une résolution complète du comportement du système vibroacoustique mais elle induit un coût de calcul important lors de l'estimation du champ de pression. La seconde méthode quant à elle offre une estimation rapide des paramètres statistiques du champ de pression, ceux-ci pouvant alors être utilisés pour calculer les paramètres statistiques de la réponse vibroacoustique du système où pour estimer le champ de pression par une stratégie de tirages aléatoires.

Ces différentes stratégies présentent certains avantages et inconvénients en fonction du type de problème étudié et nécessitent pour certaines la prise en compte d'hypothèses quant aux caractéristiques du champ de pression pariétale.

1.2.2.1 Résolution directe des équations de Navier-Stokes (DNS)

La simulation directe des équations de Navier-Stokes pour une couche limite turbulente permet de décrire le comportement de la couche limite turbulente sans induire d'hypothèses quant à la modélisation de cette dernière. Cette approche numérique permet d'obtenir le champ de pression spatio-temporel $p(x, y, t)$ se développant sous une couche limite turbulente sans limitation quant aux caractéristiques de l'écoulement. Ainsi il est possible de calculer un écoulement turbulent en présence d'obstacles dans la veine fluide, qu'il s'agisse de marches ou d'autre types de défauts.

Les équations résolues dans le cadre de la simulation directe sont les équations de Navier-Stokes :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.11)$$

$$\rho \frac{\partial u_j}{\partial t} + \rho u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \quad (1.12)$$

Avec ρ la masse volumique du fluide, u_i le vecteur vitesse suivant la direction i , p la pression dans le fluide et τ_{ij} le tenseur des contraintes visqueuses.

La résolution de ce système d'équations pour un problème industriel est souvent inatteignable car la discrétisation en espace et en temps nécessaire ne permet pas

l'obtention de la solution avec les moyens de calcul disponibles. La taille du problème considéré peut être évaluée à partir des paramètres de l'écoulement modélisé. Ainsi le nombre de points nécessaires à la discrétisation de ces équations est de l'ordre de grandeur de $Re^{9/4}$ [Choi and Moin, 2012, Rogallo and Moin, 1984] et la dimension de du maillage doit également être suffisante pour permettre la résolution de l'échelle de dissipation de l'énergie cinétique (échelle de Kolmogorov) :

$$\eta \sim \frac{\mu}{\rho U_\infty} \quad (1.13)$$

Pour un écoulement de longueur L_x une estimation plus précise du nombre de points nécessaires à la discrétisation, prenant en compte l'échelle de Kolmogorov est formulé par [Choi and Moin, 2012].

Si le système a pour dimensions (L_x, δ, L_z) ; la taille de discrétisation totale :

$$N_{DNS} = 0,000153 \frac{L_z}{L_x} Re_{L_x}^{37/14} \left[1 - \frac{Re_{x_0}}{Re_{L_x}}^{23/14} \right] \sim Re_{L_x}^{37/14} \quad (1.14)$$

Avec Re_{x_0} le nombre de Reynolds à l'entrée du domaine d'étude.

1.2.2.2 Résolution (LES) de l'écoulement

Le champ de pression spatio-temporel $p(x, y, t)$ se développant sous une couche limite turbulente peut également être obtenu par l'intermédiaire d'une résolution LES de l'écoulement. Ici deux type de résolution LES peuvent être envisagées, une approche sans loi de paroi et une approche avec loi de paroi. Cependant, si une loi de paroi est utilisée pour la simulation numérique, le champ de pression pariétale est issu de cette dernière et seul des grandeurs moyennées de la pression pariétale sont calculées ce qui ne permet pas de réaliser un calcul vibratoire.

Comme pour une résolution DNS, le calcul LES nécessite une discrétisation importante de la veine fluide et cette dernière est rapidement inaccessible pour des problématiques industrielles. Une estimation de la discrétisation nécessaire à la réalisation d'un calcul LES est formulée par [Choi and Moin, 2012], avec et sans loi de paroi, pour une configuration similaire à la configuration présentée dans le cadre de la DNS, avec une veine fluide de dimension (L_x, δ, L_z) .

En présence d'une loi de paroi le nombre de points nécessaire au calcul, pour une grille de pas $(\Delta x = \delta/n_x, \Delta y = \delta/n_y, \Delta z = \delta/n_z)$ est :

$$N_{wm} = 54,7 \frac{L_z}{L_x} n_x n_y n_z Re_{L_x}^{2/7} \left[\frac{Re_{L_x}}{Re_{x_0}}^{5/7} - 1 \right] \sim Re_{L_x} \quad (1.15)$$

En l'absence de loi de paroi il est nécessaire de mailler plus finement à la paroi. Soit $(\Delta x^+, \Delta z^+)$ les pas de discrétisation de la paroi, la taille du problème est définie par :

$$N_{wr} = 0,021 \frac{n_y}{\Delta x^+ \Delta z^+} \frac{L_z}{L_x} Re_{L_x}^{13/7} \left[1 - \frac{Re_{x_0}}{Re_{L_x}}^{6/7} \right] \sim Re_{L_x}^{13/7} \quad (1.16)$$

1.2.2.3 Obtention de la pression par tirage de phase

L'obtention de la pression pariétale par tirage de phase est réalisée en considérant les modèles de spectres de pression spatio-fréquentiels $\phi_{pp}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \omega)$ obtenus semi-empiriquement. L'obtention de ces spectres de pression est décrite au paragraphe suivant (Sec. 1.2.4), elle ne nécessite pas de calcul, les valeurs du spectre en tout point peuvent être évaluées à partir d'une expression analytique dépendant des paramètres de la couche limite.

Disposer d'un spectre de pression exprimé en espace et en fréquence ne permet pas un calcul direct de la réponse vibratoire d'une structure. En effet la composante de phase du champ de pression pariétale n'est pas disponible dans le spectre de pression, il est donc nécessaire de reconstruire la phase de la pression.

Une approche permettant la reconstruction de cette phase par tirage aléatoire est utilisée par [Ricot et al., 2012] à partir des travaux de [Wittig and Sinha, 1975]. C'est notamment la procédure de calcul développée dans le code de calcul élément finis ACTRAN.

En supposant que la densité de l'inter-spectre de puissance admette une décomposition de Cholesky :

$$G_{pp}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \omega) = H_{pp}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \omega)H_{pp}^*(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \omega) \quad (1.17)$$

avec

$$G_{pp}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \omega) = \begin{cases} 2\phi_{pp}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \omega) & \text{si } \omega > 0 \\ \phi_{pp}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \omega) & \text{si } \omega = 0 \end{cases}$$

Le champ de pression peut alors être estimé par tirage de phase, chaque réalisation s'exprimant sous la forme :

$$p^{(n)}(\mathbf{x}_i, \omega) = \sum_{j=1}^N H_{pp}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \omega)\Gamma_j^{(n)} \quad \text{avec } \Gamma_j^{(n)} = e^{i\phi_j} \quad (1.18)$$

dans cette expression ϕ_j est une phase aléatoire arbitraire comprise dans l'intervalle $[0, 2\pi]$, pour chaque point $j \in [1, N]$ du maillage sur lequel la pression est évaluée. Cette phase est obtenu par le tirage d'une loi uniforme continue sur intervalle choisi.

Le nombre de réalisations nécessaires à la convergence de cette méthode d'obtention du champ de pression augmente avec la fréquence étudiée. Ainsi, un comportement sensiblement convergé, est obtenu par [Ricot et al., 2012] à partir de 1000 réalisations indépendantes, pour des fréquences inférieures à 3000Hz.

1.2.2.4 Comparaison des méthodes d'obtention du champ de pression

Une estimation du nombre de points nécessaire à la discrétisation des problèmes physiques représentatif de l'écoulement d'un fluide lourd sur un corps immergé est

Méthode	DNS	LES sans loi de paroi	LES avec loi de paroi
Théorie	$Re_{L_x}^{37/14}$	$Re_{L_x}^{13/7}$	Re_{L_x}
Nombre de points	$10^{37/2}$	10^{13}	10^7

TABLE 1.1 – Nombre de points nécessaires au calcul du champ de pression

nécessaire à la qualification des méthodes numériques d'obtention du champ de pression pariétale. Ainsi, pour un problème décrit par une plaque plane de dimensions ($L_x = 1\text{m}$, $\delta = 0,5\text{m}$, $L_z = 1\text{m}$) dans de l'eau pour un écoulement de vitesse moyenne $U_\infty = 10\text{ms}^{-1}$, les équations (Eq. 1.14, 1.15, 1.16) permettent d'estimer le nombre de points nécessaires à une bonne discrétisation du problème (Tab. 1.1).

Il est inenvisageable de réaliser le calcul de la pression par les modélisations éléments finis de type DNS ou LES, le nombre d'éléments nécessaires à la résolution de ces problèmes est beaucoup trop important pour permettre une étude dans un temps raisonnable. Seul le calcul LES avec loi de paroi est réalisable numériquement bien que le nombre de points nécessaires à la résolution soit dans les limites des calculs réalisables industriellement. Le calcul LES avec loi de paroi n'est pourtant pas applicable pour la réalisation de calculs vibroacoustique car il ne permet pas d'obtenir le champ de pression à l'interface fluide-structure, celui-ci étant imposé par la loi de paroi et seuls des grandeurs moyennées sont calculées.

Seules les méthodes d'obtention du champ de pression par tirage aléatoire, à partir des paramètres statistiques de la couche limite sont accessibles par le calcul. Cependant ces méthodes font des hypothèses liées au choix du modèle de spectre de pression utilisé pour réaliser les tirages ainsi que liés au choix de la représentation gaussienne pour le tirage de la phase du champ de pression.

1.2.3 Influence des paramètres de couche limite

Etant donné qu'il est impossible d'accéder au champ de pression par un calcul numérique dans un temps raisonnable, seules les modélisations statistiques de ce champ sont envisageables pour traiter les problèmes fluide-structure étudiés.

La fluctuation de pression au sein d'une couche limite turbulente est souvent considérée comme un phénomène stochastique, c'est-à-dire statistiquement stationnaire et homogène en espace. Elle est alors représentée à l'aide d'une densité spectrale d'interaction. En effet si nous considérons deux signaux $\phi_x(t)$ et $\phi_{x'}(t)$, représentant la pression pariétale mesurée à deux positions différentes, \mathbf{x} et \mathbf{x}' , nous pouvons calculer la corrélation croisée entre ces deux signaux, ce qui nous donne une information sur la similarité entre ces deux signaux. La densité spectrale d'interaction est définie

comme la transformée de Fourier de la corrélation croisée, elle conserve l'information concernant la similarité entre des signaux séparés spatialement.

Connaître la densité spectrale d'interaction permet donc d'obtenir des informations quant à la répartition spatiale statistique du phénomène et l'interaction entre des signaux observés en différents points de l'espace, ce qui est nécessaire au calcul de la réponse statistique de la structure. Afin de disposer d'une formulation de la densité spectrale d'interaction, différents modèles de spectres ont été développés.

Ces différents modèles font souvent apparaître le produit entre un spectre de pression en un point et un inter-spectre de pression normalisé, dans le domaine spatio-fréquentiel ou dans le domaine des nombres d'onde et de la fréquence.

1.2.3.1 Spectre de pression pariétale en un point

Si nous ne considérons que l'excitation observée en un point de l'espace, nous pouvons nous limiter à l'étude de la densité spectrale de la pression pariétale. Les informations concernant la similarité entre des signaux séparés spatialement ne sont alors pas prises en compte.

Les différents modèles spectraux décrivant l'excitation pariétale en un point ont été développés, dès les années 1960, à partir de données expérimentales. Compte tenu des moyens d'essais et des données expérimentales disponibles, le domaine de validité de ces modèles se limite à des écoulements de couche limite turbulente, en l'absence de gradient de pression.

Parmi les différentes formulations développées, nous pouvons citer celles obtenues par [Chase, 1980, Corcos, 1963, Efimtsov, 1982, Smolyakov and Tkachenko, 1991]. Des études concernant les limites de validité des modèles, ainsi que des études comparatives entre ces derniers ont été menées, notamment dans les travaux de [Graham, 1997, Hwang et al., 2009] et [Bonness et al., 2010].

Ces spectres peuvent être séparés en deux groupes : les modèles basés sur une séparation des variables [Corcos, 1963, Efimtsov, 1982], qui font l'hypothèse que les caractéristiques spatiales et temporelles de la pression pariétale peuvent être décomposées en deux contributions indépendantes, et les modèles considérant que les variables ne peuvent pas être séparées [Chase, 1980, Smolyakov and Tkachenko, 1991].

1.2.3.2 Notions d'échelles

L'étude des couches limites fait souvent appel à des notions d'échelle [Goody, 2004]. Ainsi si la couche limite peut être identifiée comme similaire pour différentes conditions expérimentales, nous pouvons adimensionnaliser les variables dépendant des conditions

Variabes	Mise à l'échelle du spectre	Mise à l'échelle de la fréquence
Internes	$\Phi(\omega)u_\tau^2/\tau_w^2\nu$	$\omega\nu/u_\tau^2$
Mixtes	$\Phi(\omega)u_\tau/\tau_w^2\delta$	$\omega\delta/u_\tau$
Externes	$\Phi(\omega)U_\infty/q^2\delta^*$	$\omega\delta^*/U_\infty$

TABLE 1.2 – Variables de mise à l'échelle standards

expérimentales par des grandeurs dépendant des paramètres expérimentaux considérés en définissant des échelles de longueur, de vitesse et de pression.

Dans le cas d'une couche limite, les différentes échelles sont liées à des notions de structures cohérentes et de mouvements organisés [Blake, 1970]. Cependant, la complexité de la pression pariétale ne permet pas l'expression d'une unique loi d'échelle, universelle, pour la couche limite [Bull, 1996].

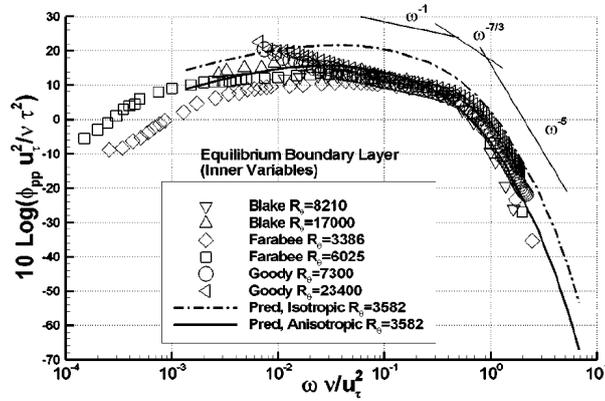
Dans une première approche la couche limite a donc été divisée en deux régions [Bull, 1967] :

- La région interne, définie comme incluant la sous couche visqueuse, la zone tampon et une partie de la région pleinement turbulente, définie par la loi $\log(y^+ = 0; y^+ = 40)$, avec $y^+ = yu_\tau/\nu$ une distance adimensionnelle caractérisant la couche limite. Parmi les grandeurs physiques influençant le comportement du fluide dans cette région, nous pouvons citer, la masse volumique ρ , la viscosité cinématique ν , la distance à la paroi y et le cisaillement à la paroi τ_w . Selon les différents travaux présents dans la littérature [Blake, 1970], la région interne a principalement une influence sur le comportement en haute fréquence du spectre de pression pariétale.
- La région externe est définie à partir de la zone pleinement turbulente et au-delà ($y^+ = 40; y/\delta = 1$), avec δ l'épaisseur de la couche limite. La viscosité n'a que peu d'influence sur le comportement du fluide, dans la région externe, car les principales structures turbulentes peuvent être considérées non visqueuses dans cette zone. Cette région a une influence sur les niveaux de pression en basse fréquence du spectre [Blake, 1970].

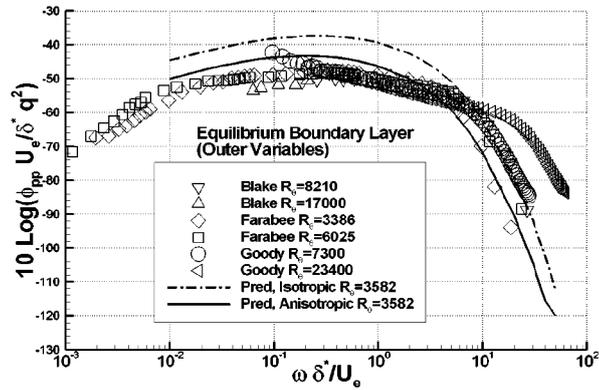
Cette représentation permet une mise à l'échelle de la couche limite en fonction de trois différents types de variables d'échelle (Tab.1.2) : Les variables internes (Fig.1.3a), les variables externes (Fig.1.3b) et les variables mixtes (Fig.1.3c). Ces variables sont les variables les plus souvent utilisées dans la littérature.

1.2.3.3 Caractéristiques des spectres

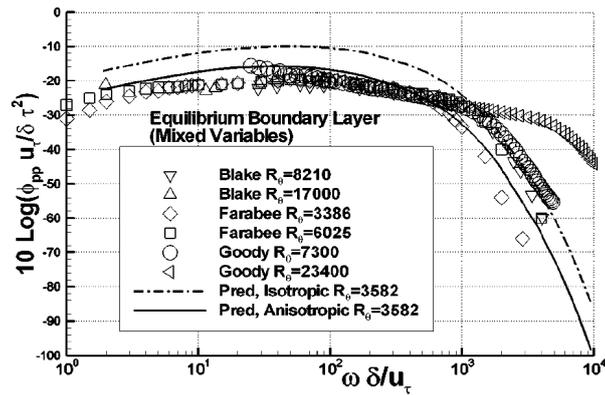
Les caractéristiques des spectres de pression pariétale en un point ont fréquemment été discutées dans la littérature, [Bull, 1996] [Keith et al., 1992] [Farabee and Casa-



(a) Variables internes



(b) Variables externes



(c) Variables mixtes

FIGURE 1.3 – Différentes mises à l'échelle [Lee et al., 2005]

rella, 1991] [Blake, 1986] [Cockburn and Robertson, 1974]. Il n'existe pas de mise à l'échelle qui permette de faire coïncider les données expérimentales, pour toutes les plages de fréquences. Ainsi les travaux des auteurs précédents ont amené à l'utilisation de différentes lois d'échelle, permettant de faire coïncider les données pour différentes régions. Ces lois font apparaître différentes grandeurs caractérisant une couche limite turbulente, telles que la vitesse de l'écoulement U_∞ , l'épaisseur de déplacement δ^* ,

$$\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{U}{U_\infty}\right) dy$$

la pression dynamique $q = (1/2\rho U_\infty^2)$, la vitesse de cisaillement $u_\tau = (\sqrt{\tau_w/\rho})$ et l'épaisseur de quantité de mouvement δ_θ .

$$\delta_\theta = \int_0^\infty \frac{U}{U_\infty} \left(1 - \frac{U}{U_\infty}\right) dy$$

Le spectre de pression pariétale est donc divisé en quatre grandes régions [Bull, 1996], (Fig.1.4) :

- La région des basses fréquences, $\omega\delta^*/U_\infty \leq 0,03$ (ou $\omega\delta/u_\tau \leq 5$). Ici le spectre varie en ω^2 , l'échelle de pression est définie par q ou par τ_w et l'échelle temporelle est définie par δ^*/U_∞ . Nous pouvons donc écrire la mise à l'échelle sous la forme $\phi_p(\omega)U_\infty/q^2\delta^* = f_1(\omega\delta^*/U_\infty) = c_1 * (\omega\delta^*/U_\infty)^2$. Avec c_1 une constante.
- La région des moyennes fréquences $5 \leq \omega\delta/u_\tau \leq 100$. Cette région comporte le pic spectral, qui apparaît vers $\omega\delta/u_\tau = 50$. L'échelle de pression est définie par τ_w et l'échelle temporelle est définie par δ/u_τ . Nous pouvons donc écrire $\phi_p(\omega)u_\tau/\tau_w^2\delta = f_2(\omega\delta/u_\tau)$.
- La région universelle (ou région de superposition), $100 \leq \omega\delta/u_\tau \leq 0,3(u_\tau\delta/\nu)$, qui existe pour des nombres de Reynolds $u_\tau\delta/\nu \geq 333$ (ce qui correspond, en posant δ_θ l'épaisseur de quantité de mouvement, à $Re_\theta = U_\infty\delta_\theta/\nu \leq 3500$, d'après [Smol'yakov, 2000]). Dans cette région nous pouvons utiliser aussi bien les grandeurs internes que les grandeurs externes à la couche limite pour réaliser la mise à l'échelle de données. Cela revient à dire que $\omega\phi_p(\omega)\tau_w^2 = f_3 = c_3$, avec c_3 une constante. Ceci implique que, dans cette région, le spectre varie théoriquement en ω^{-1} . Des résultats expérimentaux obtenus par [Goody, 2004] et par [Smol'yakov, 2000], tendent à montrer que la pente du spectre dans cette région n'est pas si constante et varie entre $\omega^{-0,7}$ et $\omega^{-1,11}$.
- La région des hautes fréquences, à partir de $0,3 \leq \omega\nu/u_\tau^2$, est caractérisée par l'influence de la viscosité. Dans cette région le spectre dépend donc des grandeurs internes à la couche limite, qui prennent en compte l'influence de la viscosité. L'échelle de pression généralement utilisée dans cette région est τ_w et l'échelle

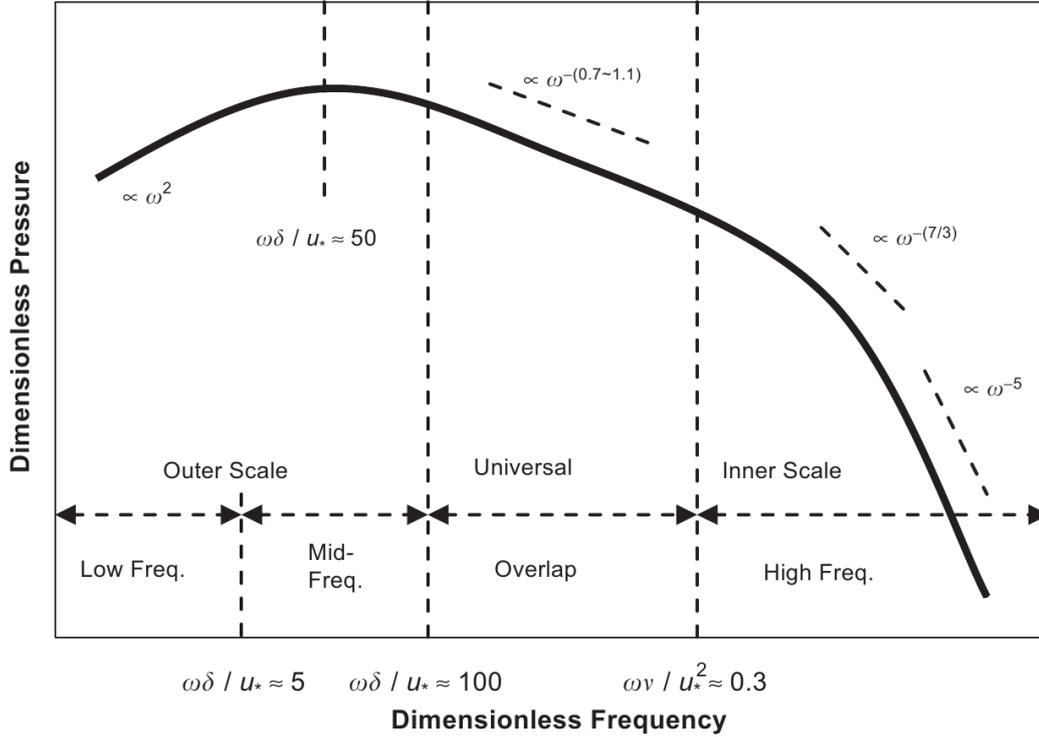


FIGURE 1.4 – Caractéristiques du spectre de pression [Bonness et al., 2010]

temporelle utilisée est ν/u_τ^2 . Il vient donc que $\phi_p(\omega)u_\tau^2/\nu\tau_w^2 = f_4(\omega\nu/u_\tau^2)$, le spectre dans cette région a donc une pente comprise entre ω^{-1} et ω^{-5} .

Si nous cherchons à définir un modèle descriptif du spectre de pression pariétale, le plus universel possible, il se doit d'être fonction des différentes grandeurs de mise à l'échelle définies précédemment. Il est également nécessaire que les comportements asymptotiques des fonctions f_i ($i = 1, 2, 3, 4$) soient vérifiés. Partant de ces considérations, des modèles semi-empiriques ont été proposés par différents auteurs, les considérations théoriques à l'origine de leur développement étant recalibrées à l'aide de résultats expérimentaux. Ces recalibrages se font par l'introduction, dans les formules théoriques, de paramètres expérimentaux, devant être de nouveau estimés à chaque modification des conditions expérimentales.

Les premiers modèles développés ne prenaient en compte qu'une seule échelle, il s'agit des formulations de Maestrello [Maestrello, 1969], Cockburn et Robertson [Cockburn and Robertson, 1974] et Efimtsov [Efimtsov, 1982]. L'introduction de descriptions multi-échelles a été initiée par Efimtsov [Efimtsov, 1984], avec l'ajout de la dépendance en Reynolds afin d'améliorer ses travaux précédents. D'autres approches multi-échelles ont été définies plus récemment, soit en considérant une définition par partie du spectre fonction de la région étudiée [Smol'yakov, 2000], soit en introduisant un facteur représentatif du rapport entre les différentes échelles [Goody, 2004].

Si nous considérons les représentations les plus utilisées dans la littérature nous pouvons nous limiter à l'étude des spectres proposés par les auteurs suivants :

- Efimtsov [Efimtsov, 1982] et [Efimtsov, 1984].
- Chase [Chase, 1980], [Chase, 1987] et Chase/Howe [Howe, 1998].
- Tkachenko [Smolyakov and Tkachenko, 1991].
- Smol'yakov [Smol'yakov, 2000].
- Goody [Goody, 2004].
- Robert [Robert, 1984]

1.2.3.4 Modèle de Efimtsov

Efimtsov propose en 1982 une approche permettant de représenter le spectre de pression pariétale, à partir d'une hypothèse de dépendance, en nombre de Mach (M), en nombre de Reynolds (Re) et en nombre de Strouhal (St) de ce dernier [Efimtsov, 1982]. L'étude menée par Efimtsov est basée sur des résultats expérimentaux obtenus dans le domaine aéronautique, pour des nombres de Mach compris entre $M = 0,41$ et $M = 2,1$ avec des valeurs de Reynolds comprises entre $Re_x = 0,5 * 10^8$ et $4,85 * 10^8$.

Le spectre de pression pariétale obtenu est défini de la manière suivante :

$$\phi_p(\omega) = \frac{0,01\tau_w^2\delta}{u_\tau[1 + 0,02 * St^{2/3}]} \quad (1.19)$$

Une amélioration de la formulation précédente est proposée en 1995, suite à l'étude de données expérimentales issues d'expériences en tunnel aérodynamique et de vols sur un Tupolev TU-144LL [Rackl and Weston, 2005] [Efimtsov et al., 1999]. Cette nouvelle formulation permet une meilleure description des résultats expérimentaux, sous la forme :

$$\phi_p(\omega) = \frac{2\pi\alpha\beta\rho^2u_\tau^3\delta}{(1 + 8\alpha^3St^2)^{1/3} + \alpha\beta Re(St/Re)^{10/3}} \quad (1.20)$$

Avec, $\alpha = 0,01$, $Re = \delta u_\tau / \nu$, $\beta = [1 + (3000/Re)^3]^{1/3}$ et le nombre de Strouhal, $St = \omega\delta / u_\tau$.

Les études menées ultérieurement concernant le spectre de Efimtsov [Rackl and Weston, 2005], ont mis en lumière la présence de deux phénomènes que le modèle ne prédisait pas. :

- Les données expérimentales analysées par Efimtsov font apparaître un pic pour un nombre de Strouhal $St = \omega\delta^*/U_\infty$ d'environ 0,6.
- La pente obtenue pour les fréquences supérieures à $1000Hz$ ne correspond pas aux données expérimentales.

1.2.3.5 Modèle de Rackl et Weston

Partant des observations réalisées précédemment, concernant les résultats obtenus par Efimtsov, Rackl et Weston proposent l'ajout de deux facteurs afin de corriger les écarts constatés [Rackl and Weston, 2005] :

$$\log_{10}(\phi_p(\omega)) = \log_{10}(\phi_p^{Efimtsov}(\omega) + F_1(\omega) + F_2(\omega)) \quad (1.21)$$

Ces deux grandeurs s'ajoutent au spectre exprimé en décibels et sont définies afin de rapprocher la formulation de Efimtsov des données obtenues par Rackl et Weston. Ainsi, le premier facteur permet la prise en compte d'un pic observé sur les données expérimentales.

$$F_1(\omega) = 2,5 \exp \left[- \left(\ln \left(\frac{2\pi f \delta^*}{U_\infty} \right) - \ln(0,6) \right)^2 \right] \quad (1.22)$$

Le second facteur quant à lui, modifie la pente du spectre de Efimtsov pour des fréquences supérieures à 1000 Hz.

$$F_2(\omega) = \frac{1}{4} \left[\tanh \left(\log_{10} \left(\frac{f}{1000} \right) \right) + 1 \right] (M - 1,65) \log_{10}(f) \quad (1.23)$$

1.2.3.6 Modèle de Chase et Chase-Howe

L'approche semi-empirique développée par Chase consiste en l'intégration dans le plan des nombres d'onde d'un spectre en nombre d'onde-fréquence, qu'il définit à partir de l'équation de Poisson [Chase, 1980]. Une amélioration de ce développement est proposée par Chase [Chase, 1987], sous la forme suivante :

$$\phi_p(\omega) = \rho^2 u_\tau^4 \omega^{-1} [a_+ \gamma_M \alpha_M^{-3} (1 + \mu_M^2 \alpha_M^2) + 3\pi C_T \alpha_T^{-1} (1 + \alpha_T^{-2})] \quad (1.24)$$

avec, $\alpha_M^2 = \alpha_T^2 = 1 + (b\omega\delta/U_c)^{-2}$, $C_M = 0,1553$, $C_T = 0,00476$, $b = 0,75$, $\mu_M = 0,176$, $a_+ = 2\pi(C_M + C_T)$ et $\gamma_M = C_M/(C_M + C_T)$, les valeurs des paramètres empiriques conseillées par Chase. Ici C_M et C_T sont respectivement liés à la proportion relative de l'interaction turbulence/cisaillement moyen et de l'interaction turbulence/turbulence. Ces paramètres sont dépendants des conditions observées au sein de l'écoulement et doivent être ajustés par la mesure.

En se basant sur les travaux de Chase [Chase, 1987], Howe propose une représentation simplifiée [Howe, 1998]. Le résultat obtenu par Howe présente une pente en ω^2 , pour les basses fréquences, alors que le modèle original, quant à lui, tend vers une constante. La dénomination Chase-Howe est la terminologie retenue dans la littérature [Goody, 2004], s'agissant du modèle proposé par Howe, formulé de la manière suivante :

$$\phi_p(\omega) = \rho^2 u_\tau^4 \omega^{-1} (\omega\delta^*/U_\infty)^3 [\alpha_p^2 + (\omega\delta^*/U_\infty)^2]^{-3/2}, \quad \alpha_p = 0,12 \quad (1.25)$$

Ces deux modélisations ne sont applicables que pour des fréquences telles que $\omega\nu/u_\tau^2 \leq 0,3$. En effet, pour des fréquences plus élevées, les spectres de pression pariétale obtenus décroissent en ω^{-1} , ils ne présentent donc pas de décroissance en $\omega^{-7/3}$ et ω^{-5} , comme observé expérimentalement [Hwang et al., 2009].

1.2.3.7 Modèle de Goody

Considérant l'absence de prise en compte des différentes régions de la bande de fréquence dans l'expression proposée par Chase, Goody modifie le modèle pour intégrer une dépendance vis à vis des caractéristiques de ces différentes régions. L'amélioration proposée par Goody est donc basée sur une étude de dix-neuf spectres expérimentaux correspondants à une large gamme de nombres de Reynolds $1400 < Re_\theta < 23400$ [Goody et al., 2008] et l'introduction de paramètres expérimentaux représentatifs des régions de la bande de fréquence telles que définies dans [Hwang et al., 2009].

Goody choisit de baser son développement sur l'approche simplifiée proposée par Howe car cette dernière permet de décrire les caractéristiques essentielles du spectre de pression avec un minimum de variables. Le modèle de Chase-Howe est modifié pour décroître en ω^{-5} pour les hautes fréquences, le dénominateur est modifié pour améliorer la corrélation avec les données expérimentales dans les moyennes fréquences et une constante multiplicative est ajoutée pour augmenter le niveau du spectre afin d'obtenir une meilleure correspondance avec les données expérimentales. La formulation semi-empirique proposée par Goody est :

$$\frac{\phi_p(\omega)U_\infty}{\tau_w^2\delta} = \frac{C_2(\omega\delta/U_\infty)^2}{[(\omega\delta/U_\infty)^{0,75} + C_1]^{3,7} + [C_3R_T^{-0,57}(\omega\delta/U_\infty)]^7} \quad (1.26)$$

Les constantes C_1 , C_2 et C_3 , sont obtenues empiriquement par Goody et sont fonction de la taille des différentes régions du spectre. $R_T = (\delta/U_\infty)/(\nu/u_\tau^2)$ est le rapport entre les échelles temporelles internes et externes de la couche limite.

Dans l'approche proposée, le ratio entre C_1 et $C_3R_T^{-0,57}$ représente la largeur de la zone universelle du spectre de pression pariétale ($\propto \omega^{-(0,7\sim 1,1)}$). Goody affirme que le modèle peut être extrapolé pour des valeurs du nombre de Reynolds supérieures à la limite des données expérimentales étudiées ($Re_\theta = 23400$), car la calibration de ce dernier repose sur la valeur de $R_T = (\delta/U_\infty)/(\nu/u_\tau^2)$, qui est un facteur dépendant du nombre de Reynolds. Les valeurs conseillées par Goody pour les grandeurs empiriques sont $C_1 = 0,5$; $C_2 = 3$; $C_3 = 1,1$.

1.2.3.8 Modèle de Tkachenko

L'analyse développée par Tkachenko et Smol'yakov [Smolyakov and Tkachenko, 1991] est une modélisation approchée, basée sur des travaux antérieurs [Tkachenko

and Marshov, 1989 :

$$\phi_p(\omega) = 5,1 \frac{\tau_w^2 \delta^* / U_\infty}{1 + 0,44(\omega \delta^* / U_\infty)^{7/3}} \quad (1.27)$$

Ce modèle possède une réponse constante pour les basses et moyennes fréquences et varie en $\omega^{-7/3}$ pour les hautes fréquences.

1.2.3.9 Modèle de Smol'yakov

Smol'yakov définit aussi un modèle différent de celui défini précédemment, en considérant différentes variables, en fonction de la bande de fréquence étudiée [Smol'yakov, 2000]. Cette représentation, issue du modèle théorique de spectre en nombre d'onde-fréquence défini par Smol'yakov possède trois régions, en fonction de la pulsation adimensionnelle $\bar{\omega} = \omega \nu / u_\tau^2$, pour $Re_\theta > 1000$:

$$\begin{aligned} \phi_p(\omega) &= 1,49 \cdot 10^{-5} R_\theta^{2,74} \omega^{-2} \frac{1 - 0,117 R_\theta^{0,44} \omega^{-1/2}}{u_\tau^2 / (\tau_w^2 \nu)}, \\ \text{si : } \bar{\omega} &< \bar{\omega}_0, \\ \phi_p(\omega) &= 2,75 \bar{\omega}^{-1,11} \frac{1 - 0,82 e^{-0,51(\bar{\omega}/\bar{\omega}_0 - 1)}}{u_\tau^2 / (\tau_w^2 \nu)}, \\ \text{si : } \bar{\omega}_0 &< \bar{\omega} < 0,2, \\ \phi_p(\omega) &= \left(38,9 e^{-8,35 \bar{\omega}} + 18,6 e^{-3,58 \bar{\omega}} + 0,31 e^{-2,14 \bar{\omega}} \right) \frac{1 - 0,82 e^{-0,51(\bar{\omega}/\bar{\omega}_0 - 1)}}{u_\tau^2 / (\tau_w^2 \nu)}, \\ \text{si : } 0,2 &< \bar{\omega}, \end{aligned} \quad (1.28)$$

Ce spectre varie en ω^2 pour les basses fréquences, en $\omega^{-1,11}$ pour les moyennes fréquences, en exponentielle pour les hautes fréquences.

1.2.3.10 Modèle de Robert

Le modèle proposé par Robert [Robert, 1984] est purement issu de considérations empiriques, concernant les pentes observées expérimentalement sur des spectres de pression pariétale en fonction de la fréquence :

$$\begin{aligned} \phi_p(\omega) &= 2,14 \cdot 10^{-5} (q_\infty^2 \delta^* / U_\infty), & \text{si : } \eta < 0,25 \\ \phi_p(\omega) &= 7,56 \cdot 10^{-6} \eta^{-0,75} (q_\infty^2 \delta^* / U_\infty), & \text{si : } 0,25 < \eta < 3,5, \\ \phi_p(\omega) &= 1,27 \cdot 10^{-4} \eta^{-3} (q_\infty^2 \delta^* / U_\infty), & \text{si : } 3,5 < \eta, \end{aligned} \quad (1.29)$$

$$\eta = \frac{\omega \delta^*}{U_\infty}$$

Ce spectre, défini par parties, est constant pour les basses fréquences, il varie en $\omega^{-0,75}$ pour les moyennes fréquences et en ω^{-3} pour les hautes fréquences.

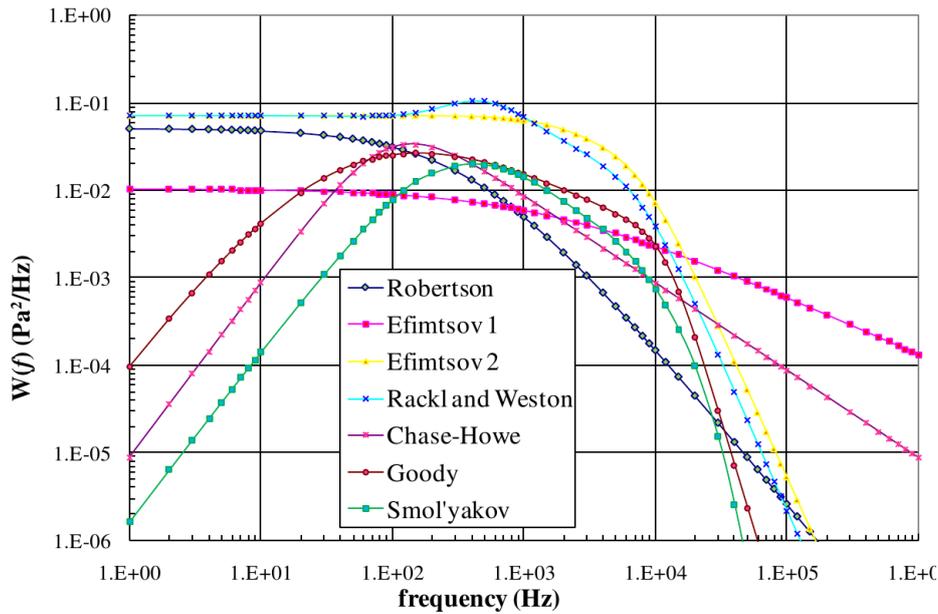


FIGURE 1.5 – Modèles de spectres de pression pariétale [Miller, 2011]

1.2.3.11 Comparaison des différents modèles

Une première évaluation des modèles peut être réalisée en comparant la moyenne des pressions quadratiques avec les valeurs obtenues par des modèles décrivant la pression quadratique moyenne, tels les modèles de Lueptow [Lueptow, 1995] et Farabee [Farabee and Casarella, 1991]. Ainsi il apparaît que les modèles de Robertson et de Chase-Howe sous-estiment la pression quadratique moyenne, tandis que les modèles de Efimtsov 1995 et Rackl sur-estiment cette pression [Miller, 2011]. Les modèles de Efimtsov 1982, Goody et Smol'yakov fournissent quant à eux des valeurs proches de la gamme obtenue par les approches de Lueptow et Farabee, concernant la pression quadratique moyenne.

Si les pentes observées expérimentalement (Fig. 1.4) pour les différentes bandes de fréquences sont considérées, ces dernières sont de l'ordre de ω^2 en basse fréquence et ω^{-1} en moyenne fréquence. Pour des fréquences supérieures le spectre de pression présente une évolution avec une pente comprise entre $\omega^{-7/3}$ et ω^{-5} . Expérimentalement la position du point d'inflexion, pour le spectre de pression, se situe en $\phi_p(\omega)U_\infty/(\tau_w^2\delta^*) \sim 0,2$. Ainsi, le tracé des différents spectres en grandeurs adimensionnées (Fig. 1.5) fait apparaître ces différentes caractéristiques et permet de comparer les pentes obtenues théoriquement ainsi que la position du point d'inflexion, avec les grandeurs expérimentales. Seuls les modèles proposés par Soml'yakov et par Goody respectent le comportement, du spectre de pression pariétale, observé expérimentalement.