

## **VII. EXEMPLE D'ÉTUDE PAR LE M4S D'UN PROBLÈME D'IMPACT SUR PLAQUES MULTICOUCHES**

En première partie, après la présentation et la formulation du M4s dans les premiers chapitres, les calculs effectués en statique ont permis d'entrevoir les possibilités qu'offrait le modèle quant à l'accès facile à des informations précises et très utiles au niveau des interfaces. A partir de là, nous avons entrepris de développer le modèle M4s en dynamique, dans l'optique de calculer des problèmes d'impact.

L'objectif de la deuxième partie était de préparer le champ à ce calcul. En nous appuyant sur les résultats bibliographiques, nous avons pu ainsi établir et construire un algorithme de calcul dynamique, que nous avons validé en traitant un problème d'impact sur une plaque isotrope.

Le code éléments finis est ainsi validé. Il s'agit à présent de le mettre en oeuvre. L'exemple que nous choisissons d'étudier est celui de l'impact d'un projectile cylindrique sur une plaque multicouche [0<sub>5</sub>/90<sub>5</sub>/0<sub>5</sub>].

A partir de cet exemple, il s'agit de mettre en évidence la capacité du modèle M4s à accéder de manière rapide et efficace à l'information au niveau des interfaces, ces informations devant être ensuite analysées et reliées au phénomène de délaminage.

Pour pouvoir calculer le problème choisi, certains choix de paramètres de modélisation doivent être effectués. Ce sera l'objet du premier paragraphe (VII.1).

Une fois ces choix faits, le code éléments finis sera mis à l'oeuvre pour l'étude de la plaque [0<sub>5</sub>/90<sub>5</sub>/0<sub>5</sub>]. Les résultats des calculs seront ensuite analysés et reliés à trois aspects du phénomène de délaminage: son initiation (§VII.2.1), sa propagation (§VII.2.2) et son étendue (§VII.2.3).

### **VII.1. IDENTIFICATION ET INFLUENCE DES PARAMETRES DE MODELISATION DE L'EXEMPLE D'ÉTUDE**

Nous commençons par définir le problème que nous allons étudier (§VII.1.1): les données se référant au projectile, à la plaque et aux conditions de l'impact.

Avant de traiter ce problème, et en nous aidant des résultats du chapitre précédent, nous allons identifier la valeur de certains paramètres de modélisation: les différents coefficients intervenant dans la loi de contact (§VII.1.2) et la prise en compte des conditions aux limites.

Une fois tous ces paramètres identifiés, le code éléments finis peut être utilisé. Nous comparerons alors la réponse globale qu'il fournit à celle obtenue expérimentalement.

### VII.1.1. Le problème étudié

Comme nous l'avons déjà dit, peu de résultats expérimentaux sont disponibles dans la littérature. Nous allons axer nos comparaisons sur les multiples travaux expérimentaux publiés par l'équipe de l'université de Floride et essentiellement par *Takeda et col. (1980, 1981.a-b, 1982)*.

L'exemple d'étude est celui d'une plaque constituée de 15 couches  $[0_5/90_5/0_5]$  encadrée le long de ses quatre bords. Cet empilement a été étudié expérimentalement par *Takeda et col. (1980, 1981a, 1982...)* et a fait l'objet de plusieurs études numériques [*B.R.Petersen (1985), H.Aggour & C.T.Sun (1988), C.T.Sun & W.J.Liou (1989)...*].

La plaque est carrée de 14 centimètres de côté. Son épaisseur totale vaut  $h=4.29\text{mm}$ .

Le pli élémentaire est en graphite-epoxy. Il présente les caractéristiques mécaniques suivantes [*B.R.Petersen (1985), H.Aggour & C.T.Sun (1988)*]:

$E_1$	40 GPa
$E_2$	8.27 GPa
$G_{12}=G_{13}$	4.13 GPa
$G_{23}$	3.03 GPa
$\nu_{12}$	0.25
$\rho$	1901.5 kg/m <sup>3</sup>

Le projectile est cylindrique en acier. Il présente les caractéristiques suivantes [*B.R.Petersen (1985), H.Aggour & C.T.Sun (1988)*]:

diamètre $2R$	0.9525 cm
longueur $L$	2.54 cm
masse $m_2$	0.01417 kg

Au départ, nous choisissons une vitesse initiale de 22.6m/s.

Le maillage est celui utilisé pour le calcul de la plaque isotrope du chapitre précédent (cf.fig.5.3).

### VII.1.2. Identification des paramètres de la loi de contact

Nous avons résumé dans la synthèse bibliographique (§III.3.2.) le résultat des travaux expérimentaux menés par *Yang et Sun (1982)* pour l'établissement de lois de contact reliant la force  $F$  à l'indentation  $\alpha$ .

Nous allons largement utiliser les résultats de ces travaux sur les lois de contact.

Toutefois, les conditions du problème que nous étudions ici diffèrent sur certains points des conditions adoptées par *Yang et Sun*. Les différences essentielles concernent les vitesses d'impact et les empilements utilisés. Ces différences peuvent nous amener à modifier certaines des expressions qu'ils ont proposées avant de les utiliser.

La première modification à apporter concerne le coefficient de contact  $k_c$ . Vu la faible valeur des vitesses d'impact dans leurs expériences, *Yang et Sun* ont pu construire leur analyse sur l'hypothèse d'existence d'une certaine équivalence entre les tests d'indentation statiques et les tests d'indentation en dynamique. C'est sur la base de cette hypothèse qu'ils ont pu établir l'expression du coefficient de contact  $k_c$  pendant la phase de chargement:

$$k_c = \frac{4}{3} \cdot \frac{R^{1/2}}{\frac{(1-\nu_s^2)}{E_s} + \frac{1}{E_y}}$$

Cette hypothèse peut être acceptée pour les chocs à faible vitesses. Cependant, lorsque comme ici, nous nous plaçons dans un cadre de dynamique rapide, cette hypothèse n'est généralement plus vérifiée.

Nous devons alors identifier autrement la valeur de  $k_c$ . Cela fera l'objet du premier point de ce paragraphe.

Par ailleurs, certains des coefficients intervenant dans la loi de contact qu'ils ont établie pour les phases de décharge et de rechargement, dépendent de l'empilement. Le fait qu'ils aient utilisé un empilement  $[0/45/0/-45/0]_{2s}$  différent de celui que nous étudions ici, nous amène à procéder à une nouvelle identification de ces coefficients. Il s'agira notamment de l'indentation critique  $\alpha_{cr}$  et du coefficient de contact  $k_1$  (définis en III.3.2.). Ce sera l'objet du deuxième point de ce paragraphe.

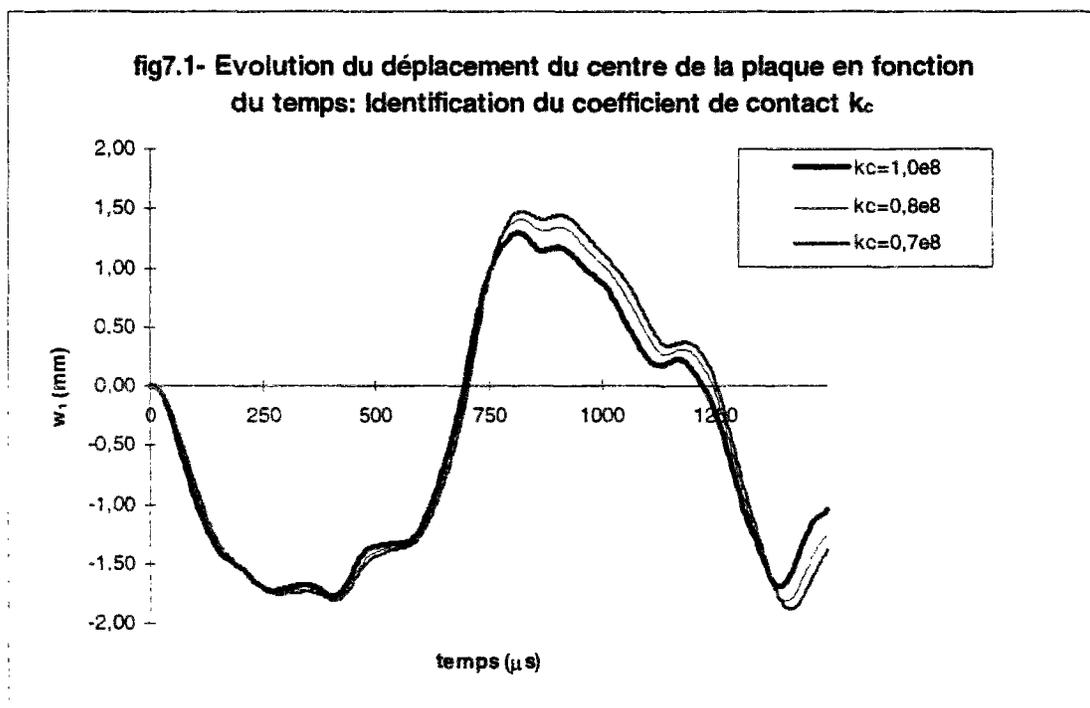
#### a) Identification du coefficient de contact $k_c$ en phase de chargement

Nous ne disposons pas d'une valeur du coefficient de contact  $k_c$  déterminée expérimentalement en dynamique rapide. Nous allons alors essayer de déterminer numériquement cette valeur.

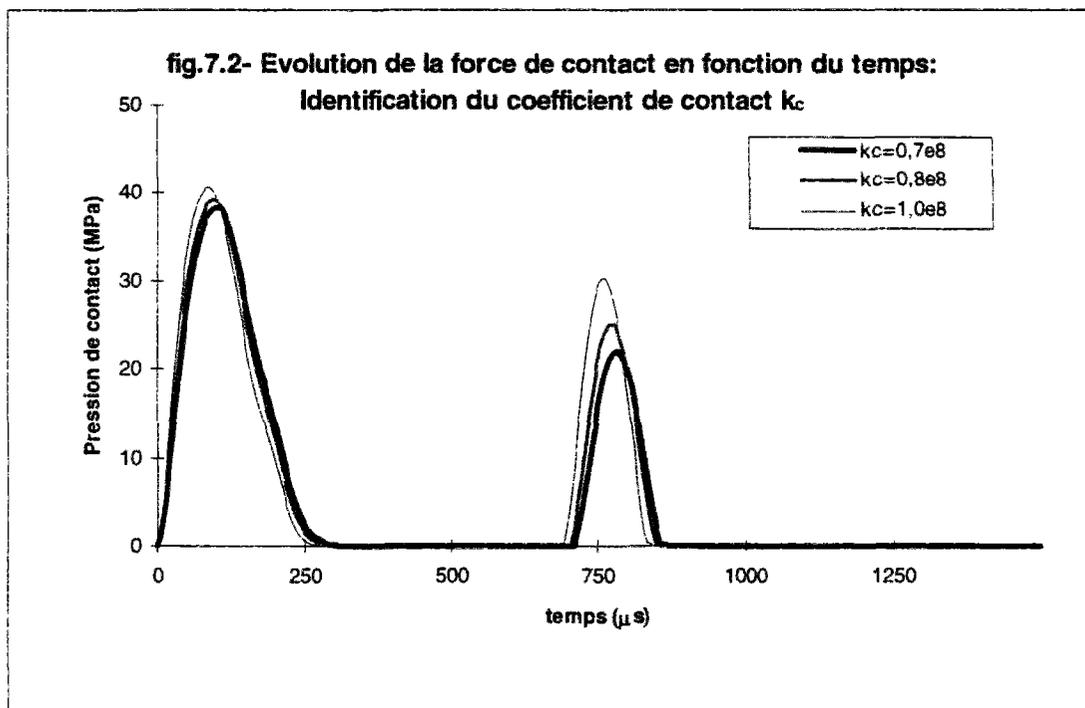
Pour cela, nous partirons de la valeur  $k_c=10^8\text{N/m}^{3/2}$  utilisée dans des études numériques pour résoudre des problèmes similaires au notre [B.R.Petersen (1985), H.Aggour & C.T.Sun (1988), C.T.Sun & W.J.Liou (1989)]. Nous allons ensuite faire varier  $k_c$  autour de cette valeur et relever la sensibilité de la réponse globale en force et déplacement. Cela permettra d'identifier approximativement  $k_c$ .

Nous nous intéresserons essentiellement à la phase de chargement, puisque la loi en décharge ne sera tout à fait identifiée qu'au point suivant. Pour l'instant, nous conservons une loi en puissance 3/2 pour cette phase.

Sur les figures 7.1 et 7.2, nous avons reporté l'évolution en fonction du temps de la flèche au centre de la plaque et de la force de contact, pour des valeurs de  $k_c$  égales à  $0.7 \cdot 10^8$ ,  $0.8 \cdot 10^8$  et  $10^8 \text{ N/m}^{3/2}$ .



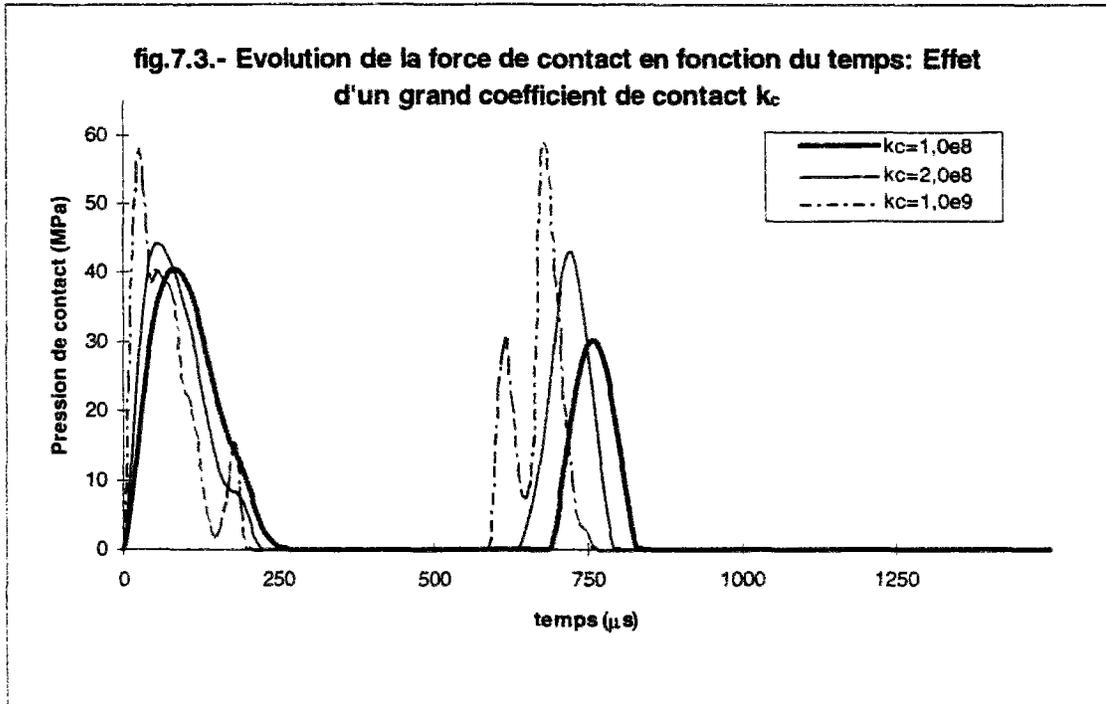
La figure 7.1 montre que la flèche est peu sensible à une faible diminution de  $k_c$ . Ce résultat a d'ailleurs été rapporté par Petersen (1985).



Pour la force de contact, l'amplitude et la durée de la phase de chargement sont également peu sensibles à cette variation de  $k_c$  lors du premier contact (fig.7.2).

Sur la figure 7.3, nous avons reporté l'évolution en fonction du temps de la force de contact pour des valeurs de  $k_c$  égales à  $10^8$ ,  $2*10^8$  et  $10^9$   $N/m^{3/2}$ . Cette figure montre que pour les grandes valeurs de  $k_c$ , la réponse en termes de force de contact n'est pas très sensible.

Pour les très grandes valeurs de  $k_c$  ( $10^9$  par exemple) des instabilités numériques commencent à apparaître. Ce phénomène d'instabilité a été observé par *Petersen (1985)* lors d'un calcul éléments finis tridimensionnels à partir d'une valeur  $k_c=1.5*10^8 N/m^{3/2}$ . Le présent code éléments finis présente donc moins d'instabilité numérique.



Au vu de ces résultats, nous pouvons conclure que la réponse globale est peu sensible à des variations non excessives du coefficient de contact  $k_c$ , et qu'il est tout à fait légitime d'utiliser pour notre calcul une valeur approchée de  $k_c$ . Nous nous contentons alors de la valeur  $k_c = 10^8 \text{N/m}^{3/2}$ .

Notons enfin, que malgré l'utilisation d'une loi en puissance 3/2 en décharge, nous avons constaté que la réponse globale reste assez proche de celle calculée numériquement par des travaux qui adoptent cette même loi en décharge [B.R.Petersen (1985), H.Aggour & C.T.Sun (1988), C.T.Sun & W.J.Liou (1989)]. La loi en puissance 3/2 en décharge n'est donc pas une très mauvaise approximation. Nous essayerons toutefois au prochain point d'améliorer la précision du contact, en adoptant une loi en puissance 5/2 tenant compte des déformations permanentes qui apparaissent.

b) Identification des coefficients intervenant dans la loi d'indentation en décharge et en phase de rechargement

Certains des travaux numériques dont nous disposons [B.R.Petersen (1985), H.Aggour & C.T.Sun (1988)] se contentent d'une loi en décharge simple en puissance 3/2. C'est cette loi que nous avons utilisée pour les calculs du paragraphe précédent. Elle a d'ailleurs fourni des résultats proches des résultats numériques de ces travaux [B.R.Petersen (1985), H.Aggour & C.T.Sun (1988), C.T.Sun & W.J.Liou (1989)].

Or, comme nous l'avons vu dans la partie bibliographique, une loi d'indentation en décharge en puissance 5/2 semble être indiquée par les travaux de Yang et Sun (1982).

Yang et Sun ont proposé l'expression (3.4):

$$F = F_m \left( \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_m - \alpha_0} \right)^4 \quad \text{en phase de décharge}$$

et l'expression (3.5):

$$F = k_1 \cdot (\alpha - \alpha_0)^{3/2}$$

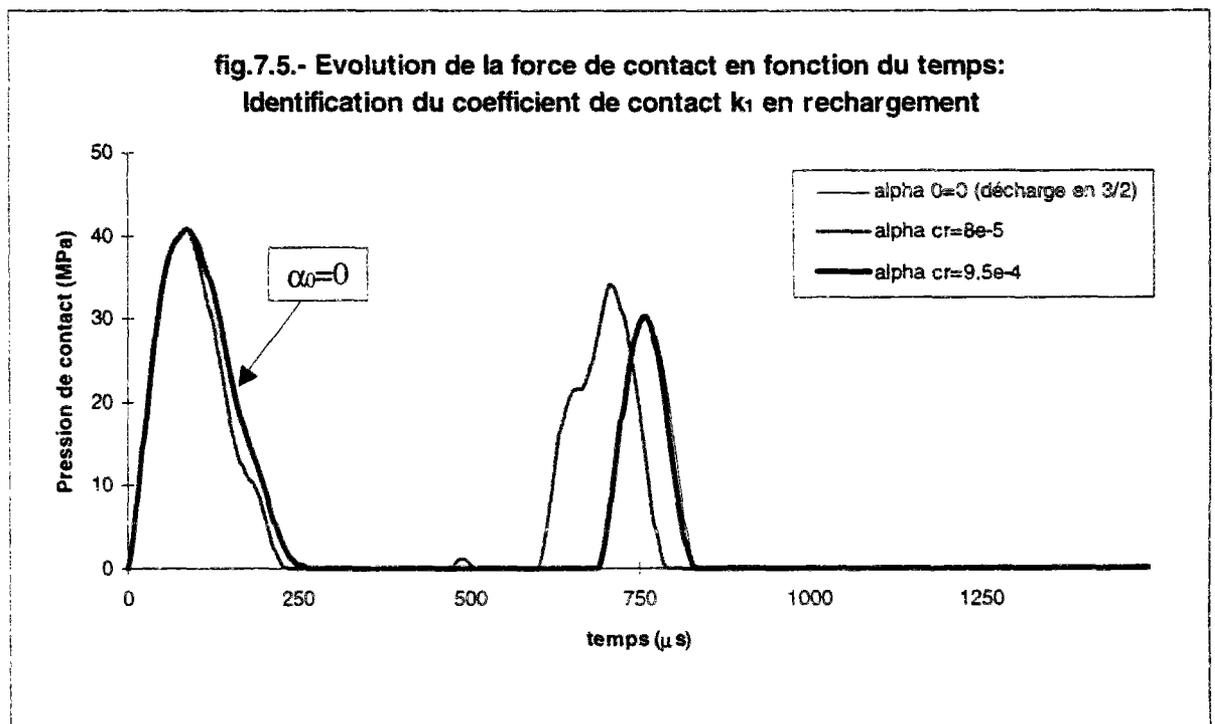
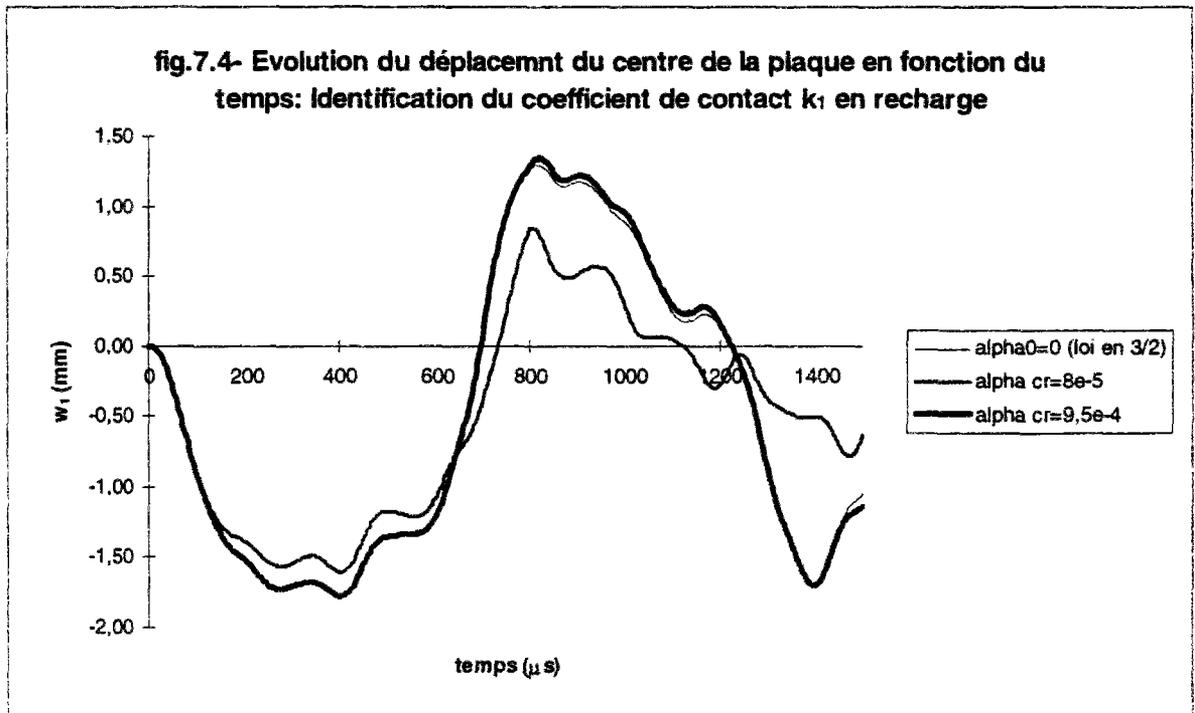
avec 
$$k_1 = \frac{F_m}{(\alpha_m - \alpha_0)^{3/2}} \quad \text{en phase de rechargement.}$$

Pour pouvoir utiliser ces expressions, nous avons besoin de connaître deux données expérimentales spécifiques à la structure étudiée:

- le coefficient de contact  $k_1$  qui apparaît dans la loi en phase de rechargement (défini en III.3.2);
- un coefficient  $\alpha_{cr}$  dit d'indentation critique, qui sert à déterminer l'indentation permanente  $\alpha_0$  figurant ci-dessus.

Dans leurs travaux, Yang et Sun ont étudié une plaque dont la séquence d'empilement  $[0/45/0/-45/0]_{2s}$  est différente de celle  $[0/90/0]$  de la plaque que nous étudions ici, le matériau constituant les plis élémentaires étant le même dans les deux cas. Nous avons alors testé la valeur  $\alpha_{cr}=8 \cdot 10^{-5}$  utilisé par *Yang et Sun* (1982).

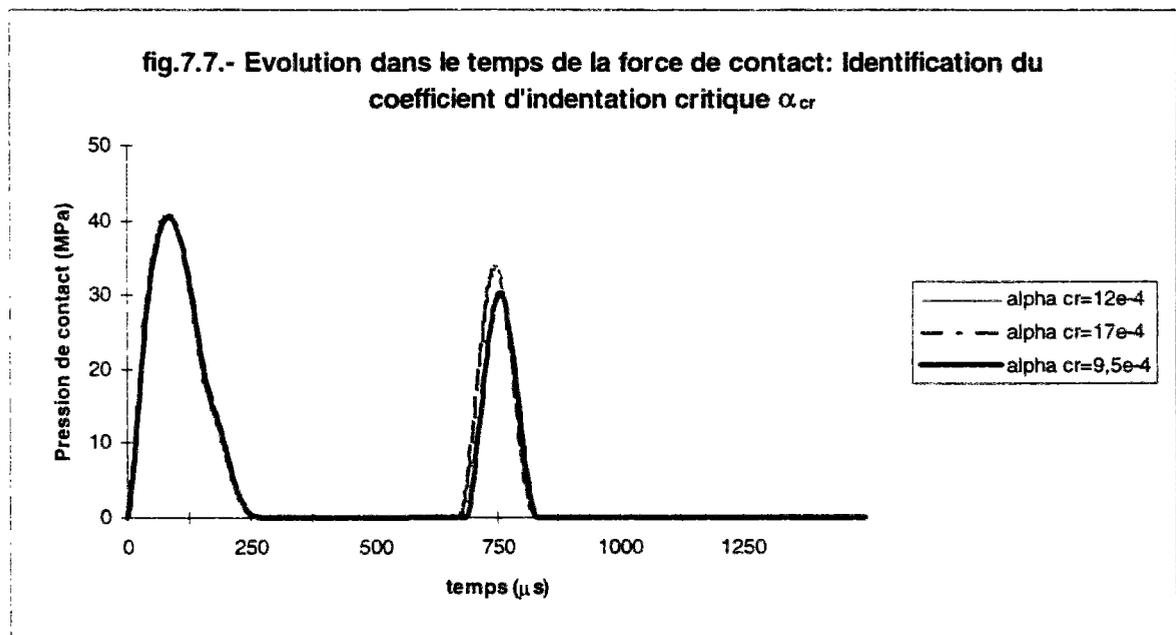
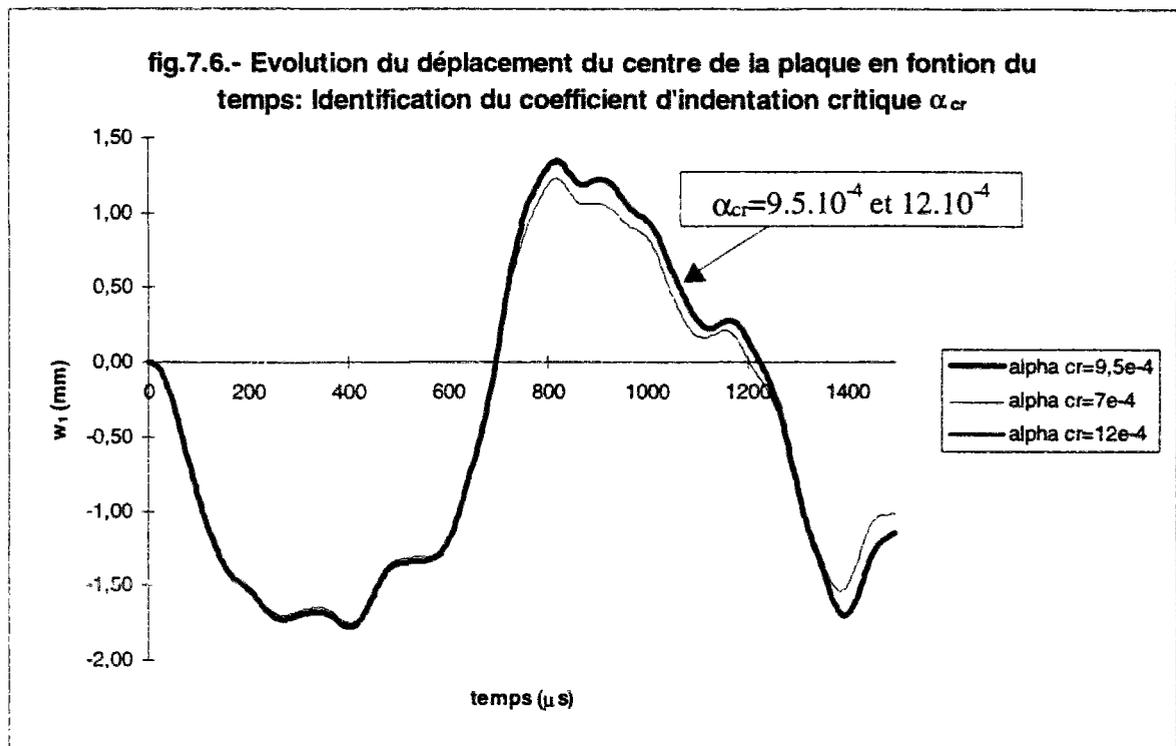
Le choix de cette valeur  $\alpha_{cr}=8 \cdot 10^{-5}$  affecte considérablement la réponse globale en fournissant des écarts considérables avec le résultat des calculs précédents (fig.7.4,7.5).



De plus, la valeur de  $k_1$  est dans ce cas largement plus grande que celle de  $k_c$  (rapport de près de 100), alors que l'on s'attend à ce qu'elle en soit proche (cf.III.3.2). La valeur de  $\alpha_{cr}$  ne dépend donc pas seulement du matériau mais aussi de l'empilement utilisé. Nous allons alors essayer de l'identifier numériquement.

Pour cela, nous avons testé une valeur  $\alpha_{cr}=9.5 \cdot 10^{-4}$  de façon à assurer au coefficient  $k_1$  une valeur proche de celle de  $k_c$ . Dans ce cas, la réponse calculée est plus réaliste. Elle présente peu d'écarts par rapport au calcul sans déformations permanentes (fig.7.4,7.5).

Nous avons ensuite essayé de calculer la réponse globale pour plusieurs valeurs de  $\alpha_{cr}$  autour de la valeur  $9.5 \cdot 10^{-4}$ . Les figures 7.6 et 7.7 représentent l'évolution dans le temps de la flèche au centre de la plaque et de la force de contact, pour les valeurs  $\alpha_{cr}=7 \cdot 10^{-4}$  et  $\alpha_{cr}=12 \cdot 10^{-4}$ .



Ces figures montrent qu'une légère variation dans la valeur de  $\alpha_{cr}$  ( $\pm 25\%$ ), a peu d'influence sur la courbe de décharge. Cela a d'ailleurs été mentionné par Yang et Sun (cf.III.3.2).

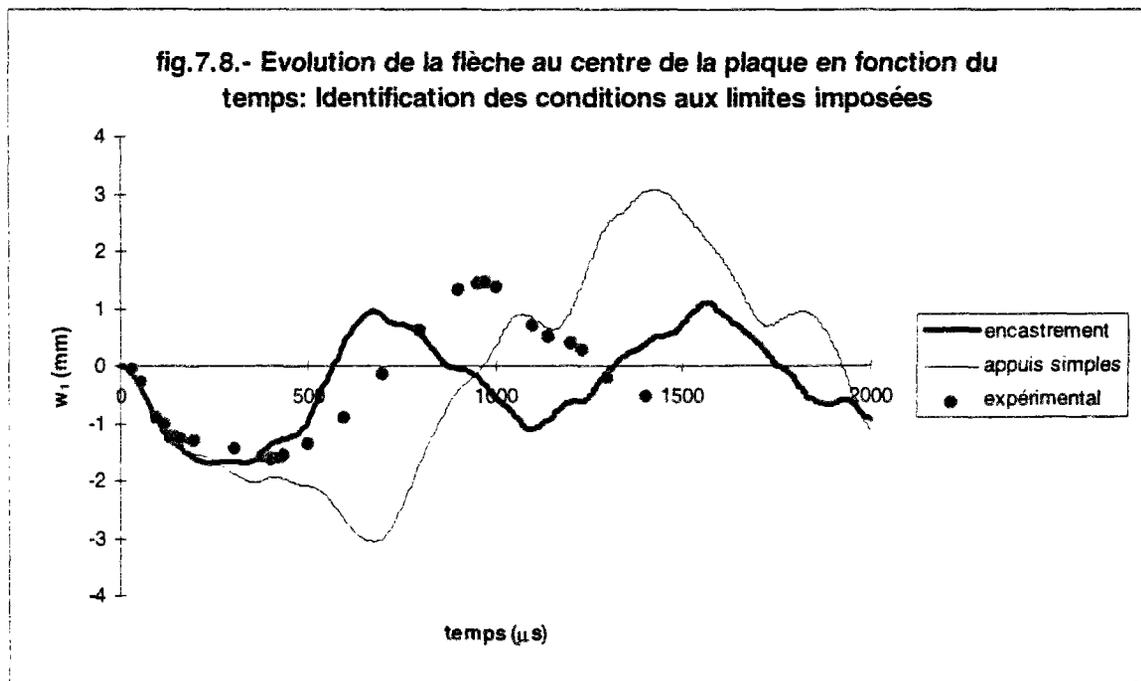
La réponse globale est donc peu sensible aux faibles imprécisions sur  $\alpha_{cr}$ , tant que la valeur choisie est proche de la valeur réelle.

Nous pouvons donc adopter une valeur approximative de  $\alpha_{cr}$ . Pour le reste de l'étude, nous fixons  $\alpha_{cr}$  à  $10 \cdot 10^{-4}$ .

La loi de contact se trouve ainsi définie.

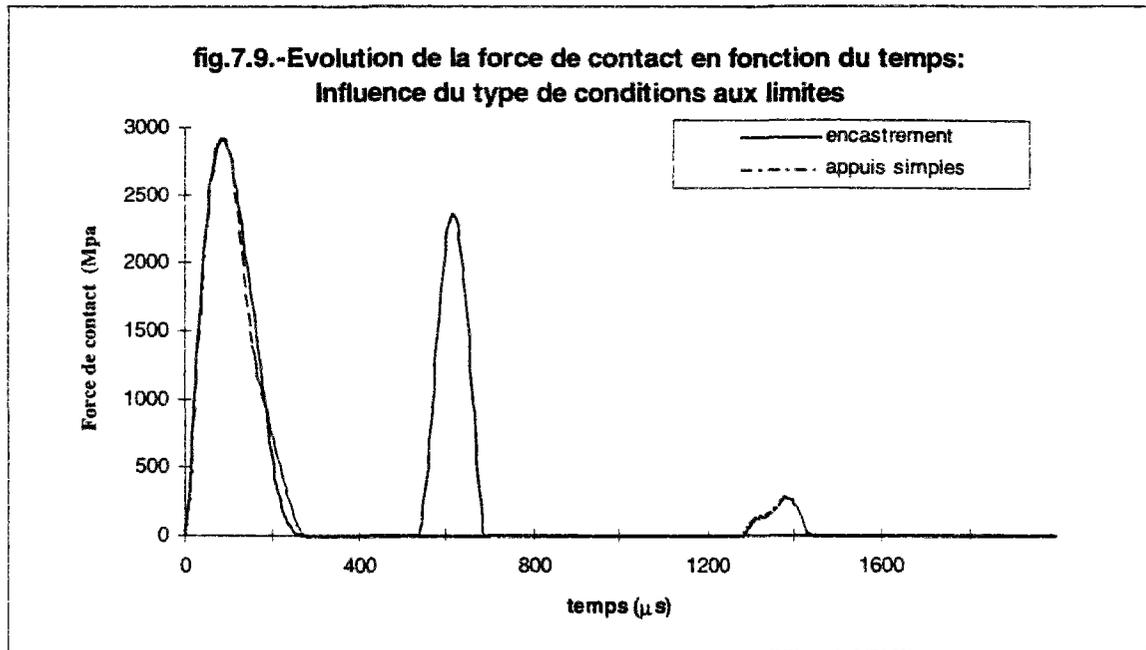
### VII.1.3. Identification des conditions aux limites expérimentales imposées

Comme nous l'avons rapporté dans la synthèse bibliographique, il est impossible lors de tests d'impact, de reproduire parfaitement des conditions d'encastrement. La plaque est en effet autorisée, au droit de ces supports, à se déplacer horizontalement et aussi à tourner quelque peu, de sorte que le point effectif d'encastrement se trouve être quelque part à l'intérieur du châssis d'encastrement. Les conditions expérimentales d'encastrement font que la plaque est en fait dans une situation intermédiaire entre l'appui simple et l'encastrement parfait. La figure 7.8 illustre bien cela.



Nous pouvons en effet y remarquer que la courbe expérimentale passe, au moins pendant les premières phases de l'impact, entre les deux autres courbes.

Pour la courbe représentant la force de contact, nous enregistrons peu de variation pour le premier contact entre les deux cas de conditions aux limites (fig.7.9).



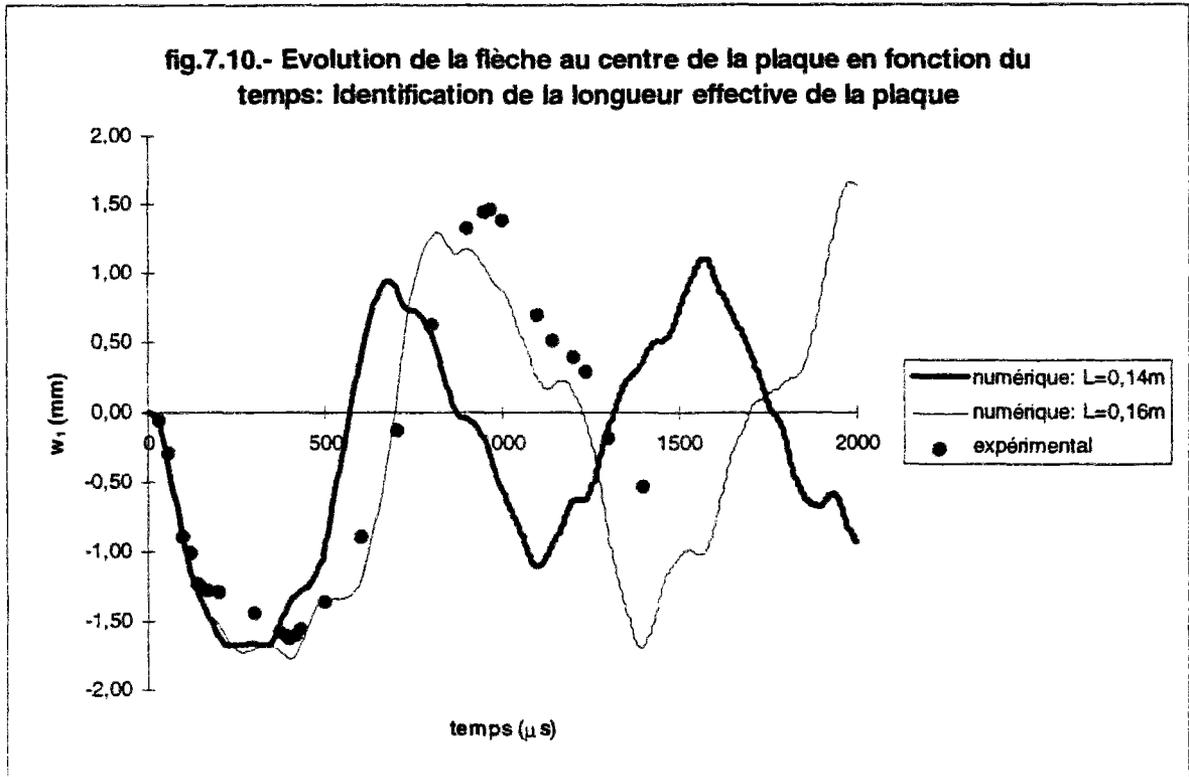
Par contre, lorsque l'appui est simple, le deuxième contact est enregistré avec un retard de  $700\mu\text{s}$  et une amplitude beaucoup plus faible.

Les conditions aux limites peuvent donc changer la nature de la réponse. Il est de ce fait important d'essayer de reproduire avec précision la réalité des conditions aux limites pour espérer obtenir une réponse réaliste.

Pour cela, nous avons entrepris les calculs non pas avec la longueur réelle  $a=0.14\text{m}$ , mais avec une longueur de plaque légèrement plus grande, qui mesure la distance entre les deux points effectifs d'encastrement.

Certains travaux dont nous disposons [H.Aggour & C.T.Sun (1988), C.T.Sun & W.J.Liou (1989)] affirment qu'une longueur effective  $L=0.16\text{m}$  est la plus proche de la réalité des conditions d'encastrement.

Avec cette valeur, nous calculons une flèche au centre de la plaque proche de celle enregistrée expérimentalement (fig.7.10).



C'est cette valeur que nous retenons pour la suite.

La réponse numérique obtenue avec cette valeur est très proche de la réponse expérimentale; la validation de la réponse globale est pratiquement établie.

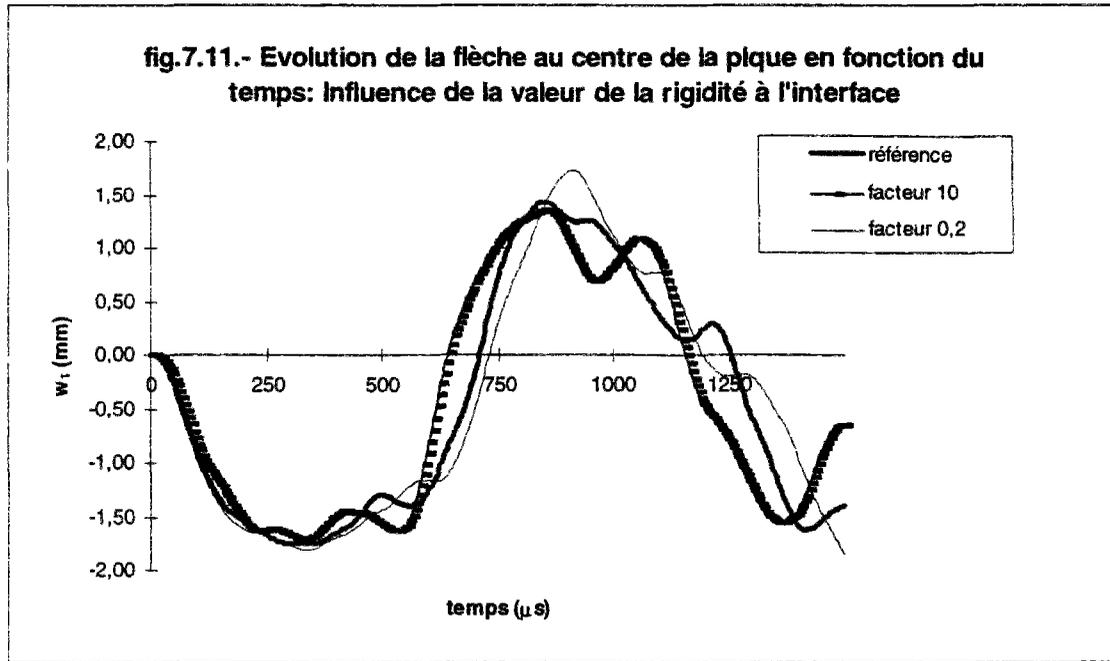
Il reste maintenant à vérifier, comme dans le chapitre précédent, que la réponse n'est pas très sensible aux autres paramètres tels que la rigidité d'interface.

#### VII.1.4. Influence de la valeur de la rigidité d'interface

Comme nous l'avons mentionné lors de l'étude de la plaque isotrope, la démarche de calcul des termes de rigidité à l'interface n'a pas encore été arrêtée. Entre les valeurs données par les différentes démarches des écarts peuvent exister dans un rapport de 1 à 1.5 environ. Le choix de l'une ou l'autre de ces démarches ne change rien quand à la philosophie et aux performances du modèle M4s, mais peut affecter quelque peu l'amplitude des réponses calculées.

Pour nous assurer qu'en choisissant l'une ou l'autre des démarches la réponse n'est pas très affectée, nous avons prévu des écarts par rapport à la valeur de référence (donnée par la formule (1.45)), avec laquelle nous avons travaillé jusque là, et ceci dans un rapport variant de 0.2 à 10.

Quelques résultats sont rapportés figure 7.11.



Nous remarquons d'abord, comme cela a été le cas en isotropie, que le fait de choisir une rigidité plus grande à l'interface affecte peu la flèche  $w_1$ . Le cas illustré est celui d'une rigidité 10 fois plus grande.

Le fait par contre de choisir une rigidité plus faible peut affecter de façon non négligeable la réponse globale (cas d'un facteur 0.2).

Nous pouvons toutefois estimer, comme en isotropie, et compte tenu de l'ensemble des résultats que nous avons par ailleurs enregistrés, que dans un rapport de 0.5 à 2, la réponse globale change peu, et cela durant une bonne partie du phénomène impact (jusqu'à 800μs).

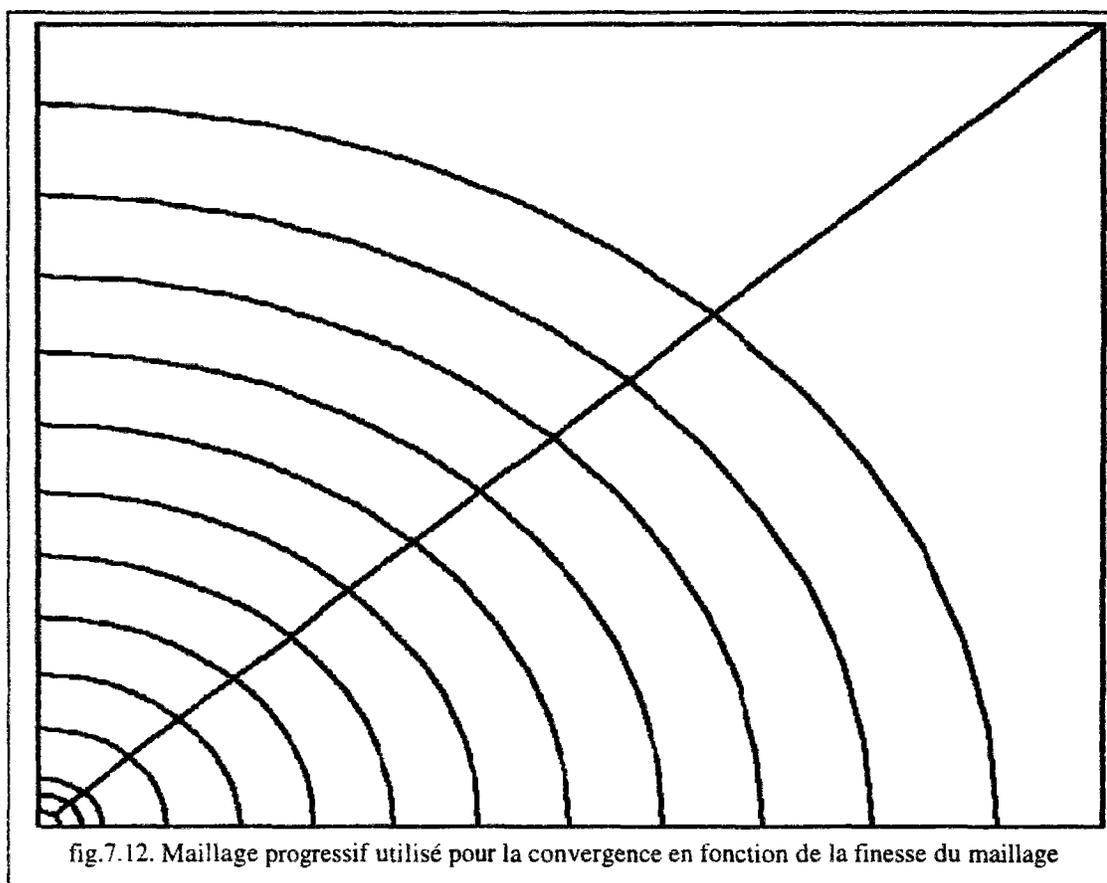
Le choix de l'une ou l'autre des démarches d'identification des rigidités aux interfaces n'est donc pas très important au niveau du calcul de la réponse globale.

### VII.1.5. Influence de la finesse du maillage utilisé

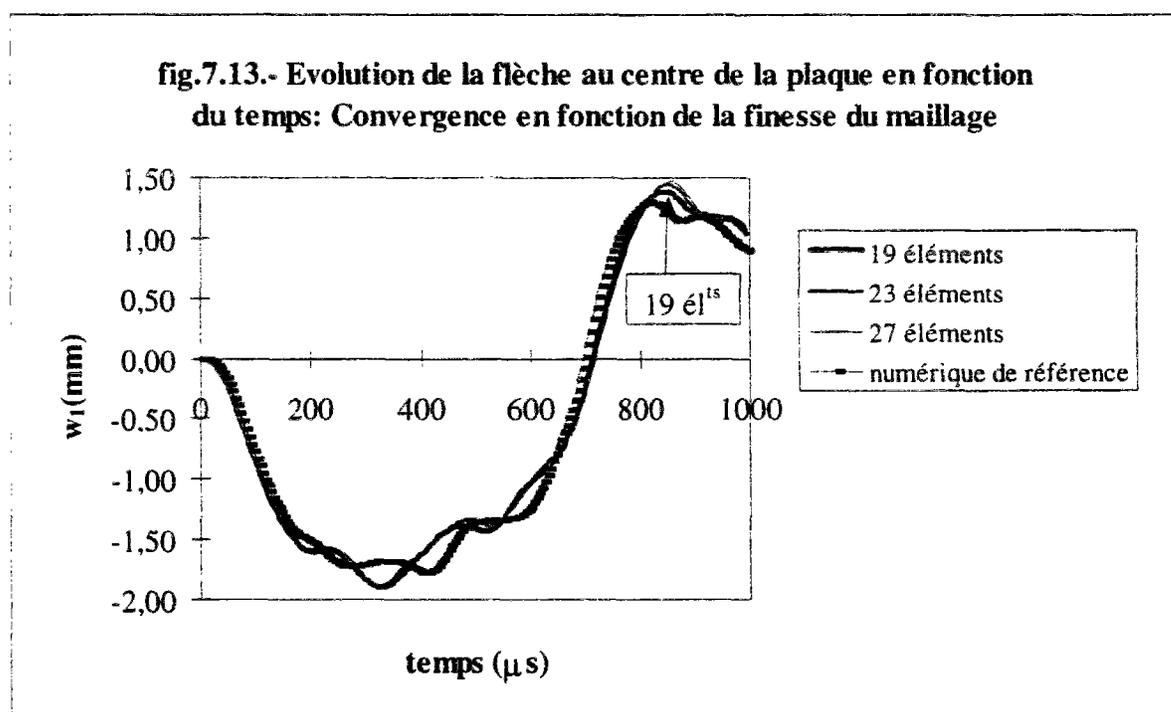
Les calculs du paragraphe précédent ont permis de retrouver numériquement les résultats expérimentaux, et de valider la réponse globale de la plaque orthotrope.

Dans ce paragraphe nous allons faire varier la finesse du maillage et observer la précision des calculs. Il s'agit de montrer la convergence des résultats lorsque la finesse du maillage augmente.

Cela permettra aussi de mettre en évidence la rapidité de calcul de notre code éléments finis.

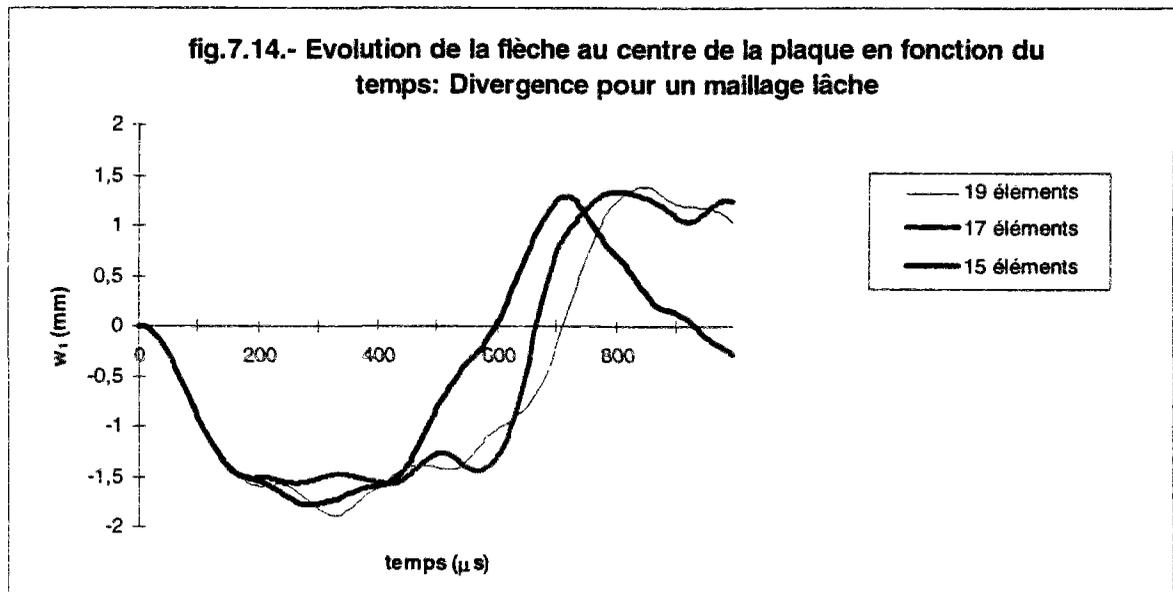


Sur la figure 7.13, nous avons rapporté les flèches que nous obtenons pour des maillages de même type, respectivement à 19, 23 et 27 éléments (fig.7.12). Le maillage de référence (avec lequel nous avons validé la réponse globale) a 29 éléments, mais n'est pas de même type (fig.5.3.).



La figure 7.13 montre que le type de maillage utilisé peut avoir un effet sur la flèche au centre de la plaque (forme de la courbe d'évolution entre les deux types de maillage). Pour les trois maillages de même type, un petit décalage est enregistré avec 19 éléments; nous obtenons par contre pratiquement la même précision avec respectivement 23 et 27 éléments. A partir de 23 éléments, la finesse de maillage n'a donc plus d'influence sur la précision des résultats; il y a bien convergence.

La figure 7.14 montre qu'avec moins de 19 éléments, les résultats manquent de précision et ne sont plus acceptables.



Au vu de ces résultats, nous pouvons dire qu'un maillage à 23 éléments est largement suffisant pour le calcul de la plaque orthotrope à 3 couches que nous étudions.

Les temps de calcul sont extrêmement courts; il ne faut pas plus de 40s sur une machine de puissance moyenne (SUN SS20) pour obtenir la réponse de la plaque composite (avec 23 éléments et 200 pas de temps).

Une comparaison directe avec les modèles 3D au point de vue durée des calculs n'est pas encore possible, puisque le code numérique que nous avons développé n'a pas été optimisé du point de vue rapidité des calculs. Toutefois, nous pensons, compte tenu des temps de calcul enregistrés, que le modèle que nous utilisons est beaucoup plus rapide que les modèles éléments finis 3D.



## VII.2. ÉTUDE DU DÉLAMINAGE DE LA PLAQUE MULTICOUCHE IMPACTÉE

La première partie de ce chapitre a permis de fixer des paramètres se référant à la modélisation du problème d'impact que nous étudions, et de procéder à une validation du calcul de la réponse en déplacement du centre de la plaque impactée.

Nous pouvons à présent aborder la dernière partie de ce travail qui constitue son aboutissement, et qui consiste à mettre en évidence la capacité du modèle M4s à fournir efficacement et rapidement des informations relatives à l'étude du délaminage d'une plaque composite soumise à l'impact.

Nous avons vu dans l'étude bibliographique (§III.3.2.c) que le délaminage peut être caractérisé par trois aspects: son initiation, sa propagation, et enfin l'étendue de la surface délaminage.

Il ressort des résultats expérimentaux rapportés dans cette synthèse bibliographique, que l'initiation du délaminage est régie par les contraintes transverses aux interfaces, le plus souvent au niveau de la zone de contact, que sa propagation à travers l'épaisseur est en relation étroite avec la propagation des ondes de flexion engendrées par l'impact, et enfin que l'étendue de la surface délaminée est en relation avec la réponse globale de la structure.

Pour étudier ces trois aspects du délaminage, nous allons consacrer trois paragraphes:

Dans le premier, nous allons calculer les contraintes transverses à travers la plaque, dans le but de déterminer l'endroit où ces contraintes sont optimales. Cela nous renseignera sur l'endroit d'initiation du délaminage. Nous étudierons ensuite l'effet de quelques paramètres du problème sur la position et la valeur de cette contrainte maximale;

Dans le deuxième paragraphe, nous mettrons en évidence l'existence et la propagation des ondes de flexion dans la plaque, ainsi que l'effet que peuvent avoir certains paramètres sur cette propagation;

Dans le troisième paragraphe enfin, nous étudierons l'influence de certains paramètres, ou données du problème, sur la réponse globale, et donc par la même sur l'étendue de la surface délaminée.

Nous aurons ainsi abordé les trois aspects du délaminage et mis en évidence les informations que peut fournir simplement et rapidement le modèle M4s.

## VII.2.1. Initiation du délaminage

### a) Point d'initiation du délaminage

C'est le mécanisme de propagation par bande à travers l'épaisseur (cf.III.3.2) qui est à l'origine de l'initiation du délaminage. Par ailleurs, nombreux auteurs parmi ceux qui ont pu calculer les contraintes transverses, pensent que le délaminage est régi par ces contraintes [S.P.Joshi (1985), C.A.Ross & col. (1985), F.K.Chang & col. (1990), S.Abrate (1991,1994)...], qui doivent par conséquent être à la base de la définition d'un éventuel critère de délaminage.

Comme nous l'avons relevé à travers l'étude en statique (§II.2 et §II.3), une relation étroite relie les contraintes transverses d'interface  $\tau$  du modèle M4 aux contraintes équivalentes du modèle 3D. Pour le modèle M4s, l'information relative à l'interface est résumée dans la donnée des contraintes  $\tau$ . Nous pensons alors que ces contraintes transverses  $\tau$  du M4s peuvent constituer un candidat intéressant et simple d'accès pour étudier l'initiation et éventuellement définir un critère simple de délaminage.

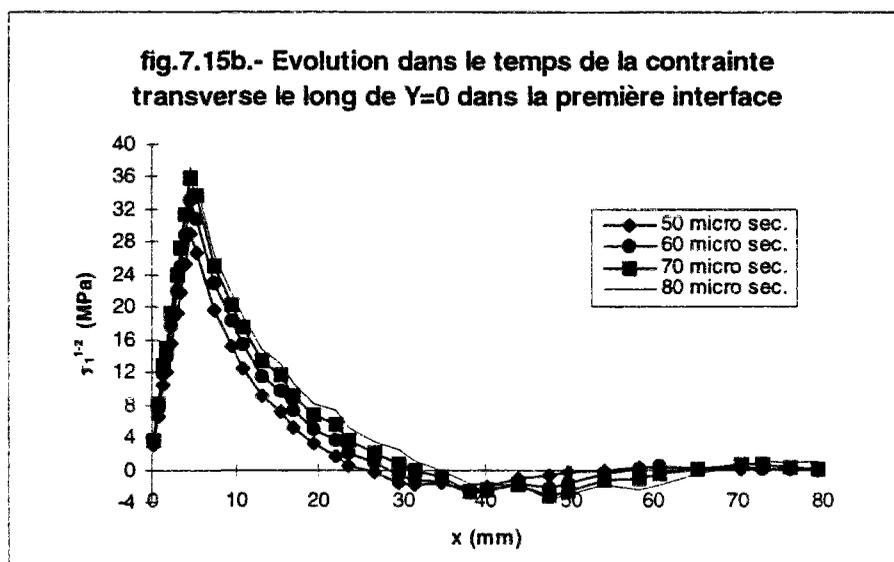
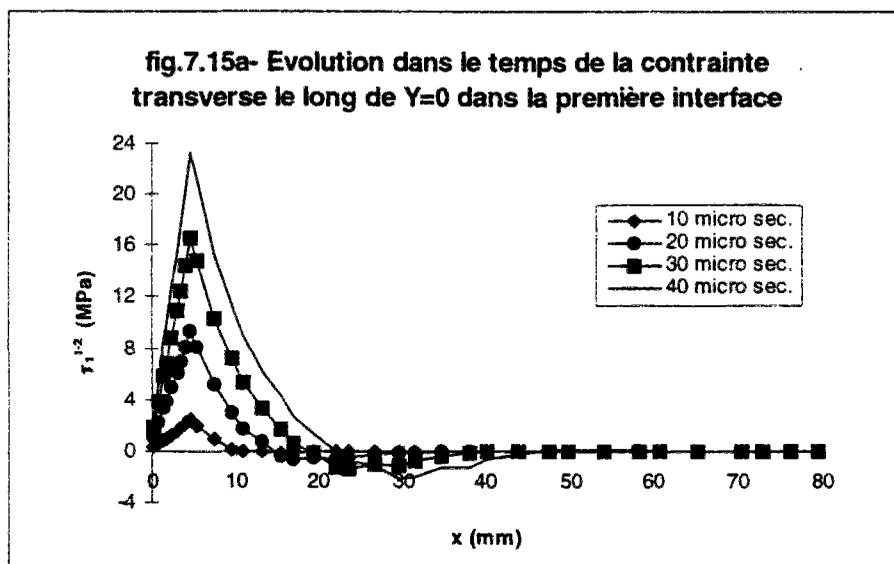
Nous allons donc dans ce paragraphe étudier la répartition des contraintes transverses ainsi que l'influence de certains des paramètres d'impact sur cette répartition. Nous nous intéresserons surtout à localiser les points de maxima de contrainte  $\tau_z$ . Nous pensons que c'est là que le délaminage est le plus susceptible de s'initier. Bien sûr, il ne s'agit pas pour l'instant de définir un critère de délaminage, mais de marquer l'intérêt que présentent les contraintes  $\tau$  pour sa définition, tout en mettant en valeur la simplicité d'accès à ces contraintes qu'offre le modèle M4s.

Pour localiser le point de maxima de contrainte  $\tau_z$ , nous allons étudier la répartition de cette contrainte d'abord selon l'axe X, puis selon l'axe Y. Cela nous permettra d'estimer la distance de ce point au centre de la plaque. Nous essayerons ensuite, à travers l'étude de la répartition de  $\tau$  autour de la zone de contact, d'estimer l'angle polaire de ce point d'initiation.

Nous ne pourrions pas effectuer de comparaison avec d'autres résultats, puisque d'une part nous ne disposons pas de résultats expérimentaux de mesure aux interfaces, et que d'autre part les quelques études numériques qui ont essayé de calculer les contraintes transverses se sont généralement contentées d'en calculer des moyennes sur l'épaisseur.

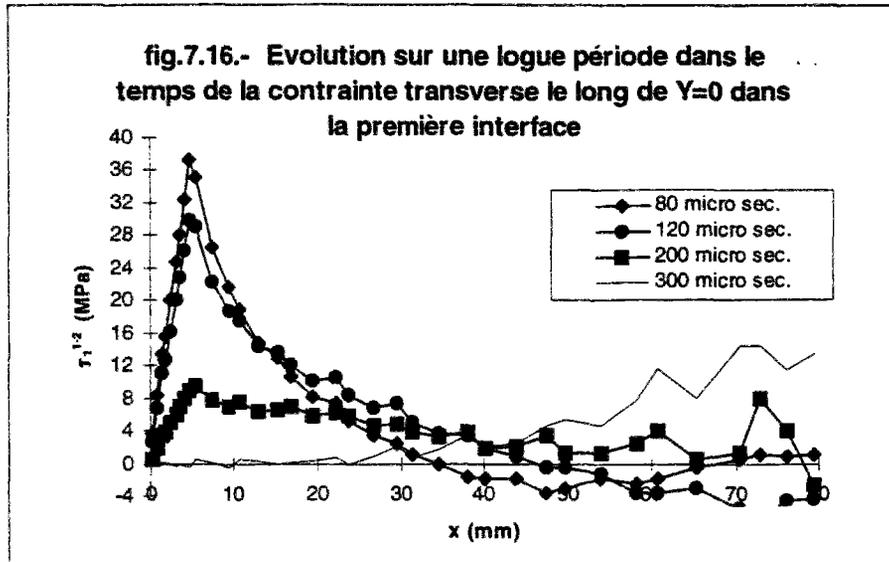
#### ● *Contrainte transverse $\tau$ le long de l'axe $Y=0$*

Les figures 7.15a et 7.15b donnent l'évolution dans le temps de la composante 1 de la contrainte transverse  $\tau$  dans la première interface 0/90. Elles montrent que le point d'intensité maximale le long de cette ligne se situe au voisinage de la zone de contact (le rayon de cette zone est en effet de 4.76mm).



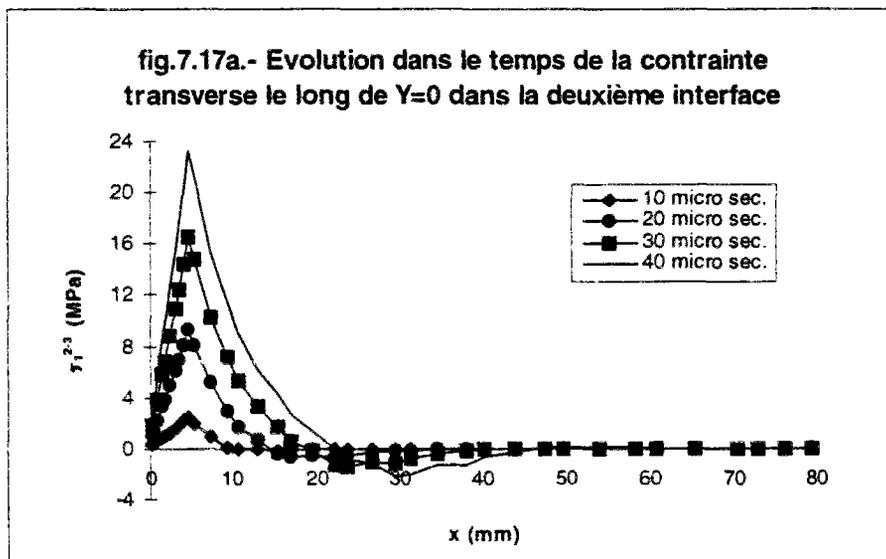
Nous rappelons que la durée de l'impact (premier contact) est encore ici de l'ordre de  $250\mu\text{s}$ ; cela veut dire que nous nous plaçons dans la gamme des *chocs rapides*.

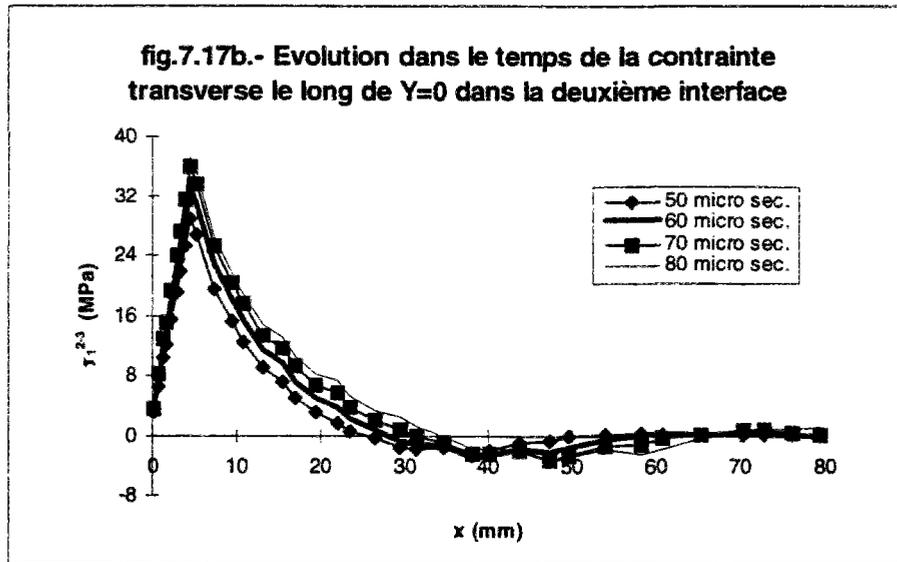
Nous remarquons alors que le point d'intensité maximale ne se déplace pas lorsqu'au cours du temps l'onde de flexion se propage. Ce point d'intensité maximale de contrainte  $\tau$  et le point d'initiation du délaminage ont donc en commun de ne pas évoluer dans le temps. Ce qui indique encore que les contraintes transverses  $\tau$  sont en relation avec l'initiation du délaminage plutôt qu'avec sa propagation dans le plan de l'interface.



Après réflexion de l'onde (fig.7.16), le point de contrainte maximale peut se situer vers le bord de la plaque (300 $\mu$ s). Ceci rappelle l'éventualité évoqué au chapitre III, selon laquelle le délaminage pouvait sous certaines conditions d'impact s'initier aux bords de la plaque.

Les figures 7.17a et 7.17b représentent le long de l'axe Y=0, l'évolution de la contrainte transverse  $\tau_1^{2-3}$  dans la deuxième interface 0/90.

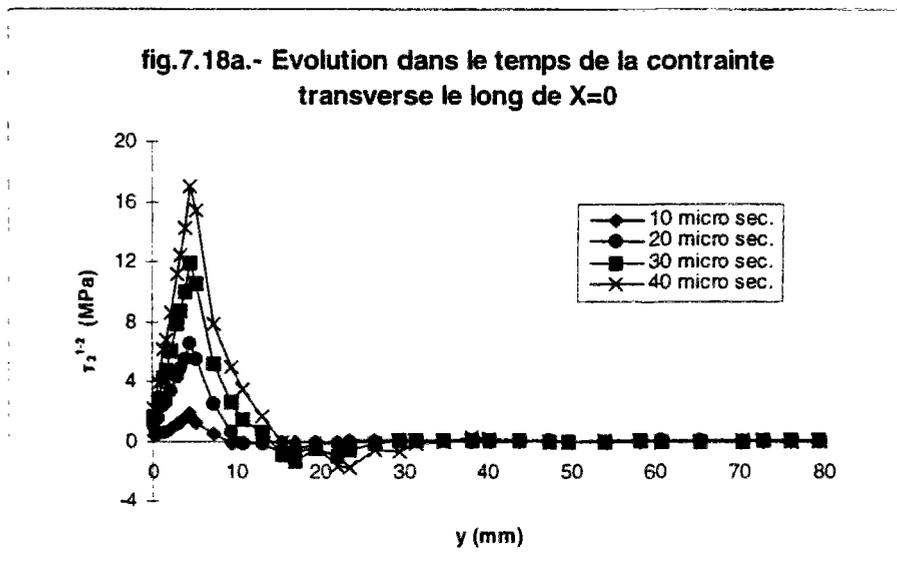


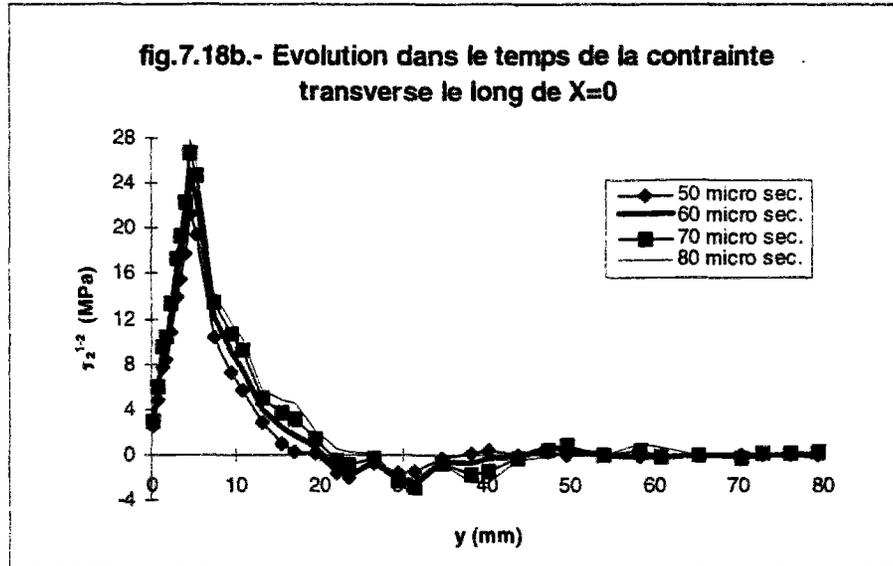


Hormis les amplitudes, ces deux courbes présentent les mêmes allures que les trois précédentes. Elles viennent confirmer que le maximum de contrainte de cisaillement transverse se situe, pour les deux interfaces, au voisinage de la zone de contact, et plus précisément à la limite de celle-ci.

● *Contrainte transverse  $\tau$  le long de l'axe  $X=0$*

De façon similaire et symétrique, nous avons calculé la composante 2 de la contrainte  $\tau$  le long de l'axe  $X=0$ .





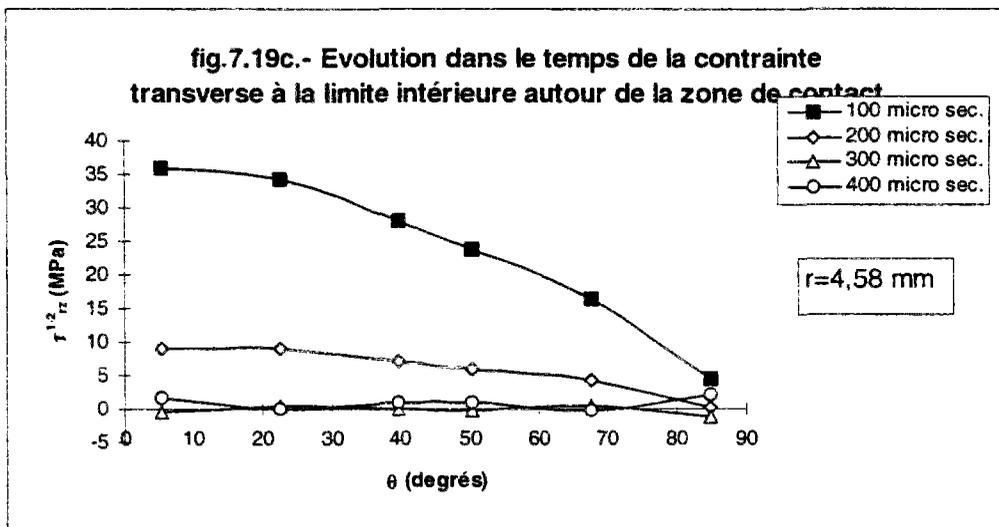
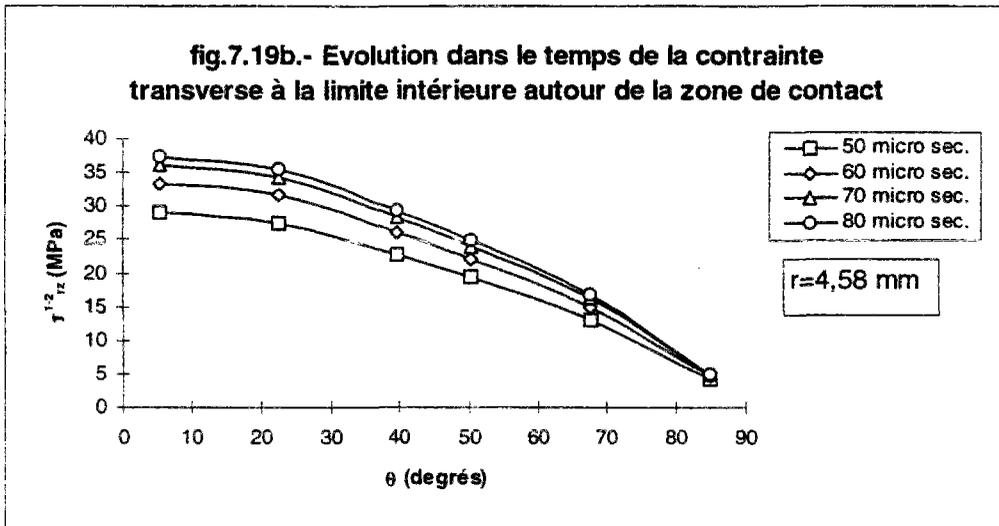
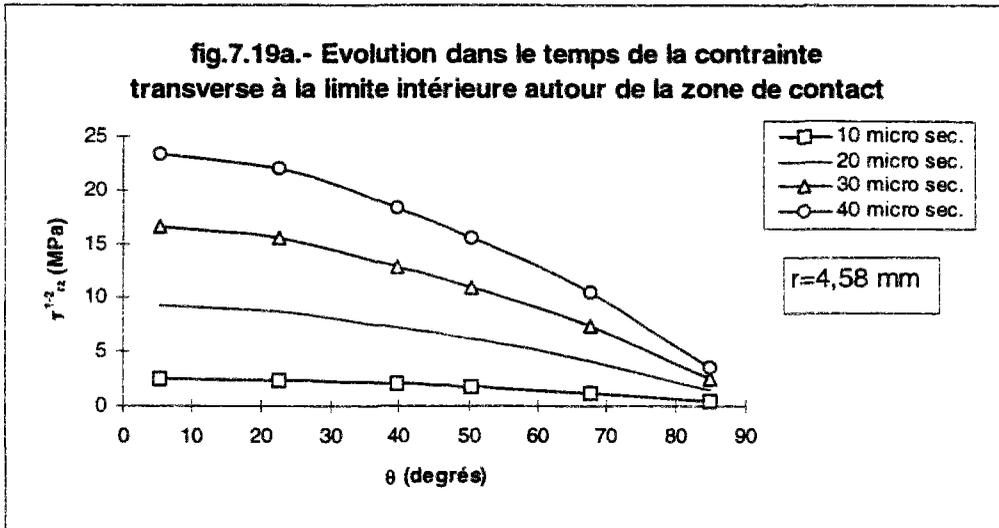
Les figures 7.18a et 7.18b montrent que les variations le long de l'axe X=0 sont similaires à celles selon l'axe Y=0. L'amplitude des contraintes est toutefois plus faible. Le point d'intensité maximale se situe encore au voisinage de la zone d'impact.

Nous allons alors axer nos recherches du point d'intensité maximale à la limite de la zone de contact. Nous rechercherons autour de celle-ci, la direction selon laquelle l'intensité de  $\tau$  est la plus grande, c'est à dire là où le délaminage est le plus susceptible de s'initier. C'est l'objet du point suivant.

● *Répartition de la contrainte  $\tau$  autour de la zone de contact*

Nous allons donc essayer de localiser le point où la contrainte est maximale tout autour à la limite de la zone de contact. Nous allons effectuer cette recherche à partir de la composante radiale  $\tau_{rz}$  de la contrainte de cisaillement transverse (définie par la relation 2.29 du §II.3.3.). Cette composante radiale se confond avec  $\tau_1$  lorsque la direction  $\theta$  vaut  $0^\circ$ , et avec  $\tau_2$  lorsque cette direction vaut  $90^\circ$ .

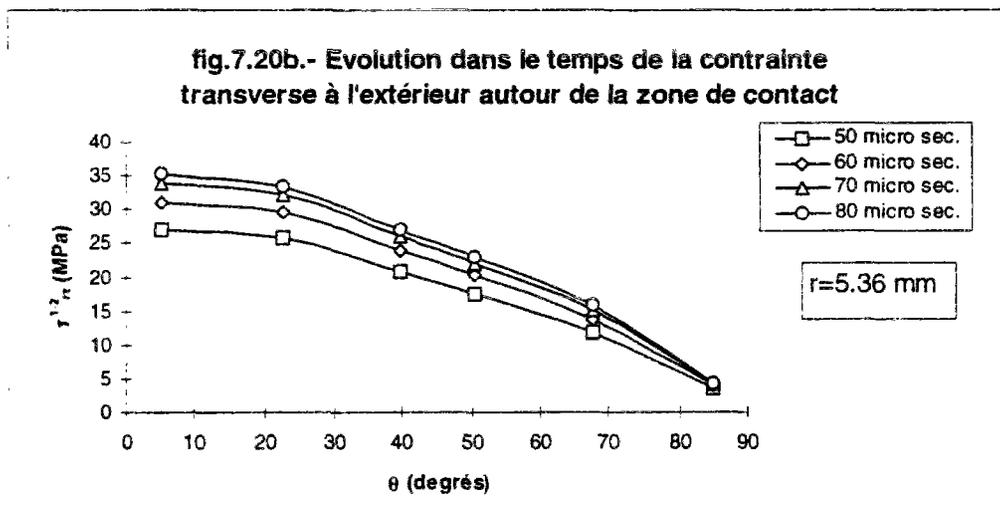
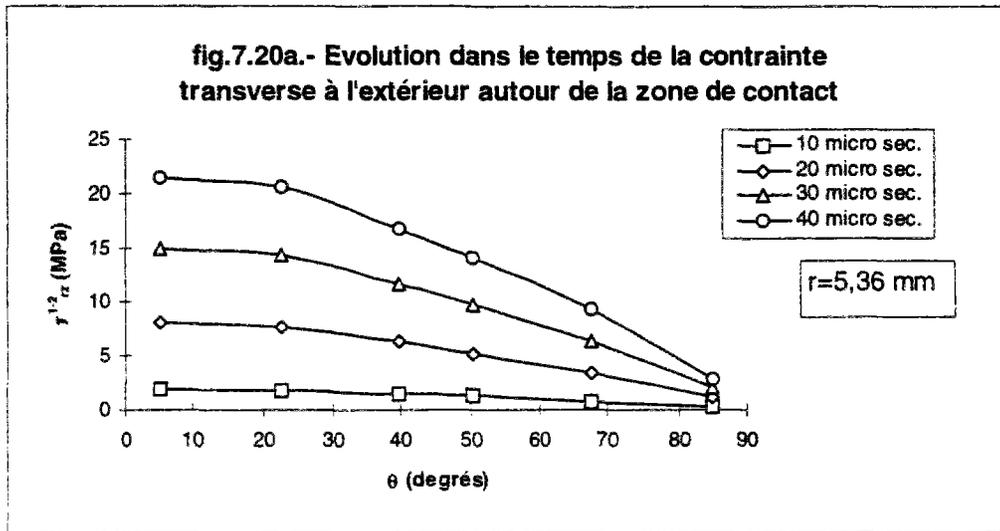
Nous pensons qu'il est possible d'imaginer un critère de délaminage simple portant sur  $\tau_{rz}^{\max}$ . C'est pour cela que nous nous limitons à l'étude de  $\tau_{rz}$ . Le fait de prendre éventuellement en compte  $\tau_{z\theta}$  (définie par 2.30) dans un tel critère, ne change rien à la démarche que nous suivons ici.



Les figures 7.19.a-b-c ont été obtenues à une distance  $r=4.58$ mm légèrement inférieure au rayon de contact  $R=4.76$ mm. Elles montrent que pendant les

premiers instants de l'impact, le maximum de contrainte  $\tau_{rz}$  correspond à la direction  $\theta=0^\circ$ .

Les figures 7.20a et 7.20b ont été obtenues à une distance  $r=5.36\text{mm}$ , légèrement supérieure au rayon de contact. Comparées aux figures 7.19a et 7.19b, elles indiquent que le point de maxima de contrainte  $\tau_{rz}$  est très proche de la limite de la zone de contact.



● Localisation du point de maxima de contrainte  $\tau$

A partir des résultats précédents, nous pouvons conclure, en nous basant sur l'hypothèse que l'initiation du délaminage a lieu au point où la contrainte de cisaillement transverse  $\tau_{rz}$  est maximale, que cette initiation devrait se produire à la limite de la zone de contact, dans la direction  $\theta=0^\circ$ .

Comme nous l'avons évoqué ci-dessus, cette initiation n'a lieu qu'après atteinte d'un certain seuil en dessous duquel des fissures apparaissent certes, mais pas le délaminage.

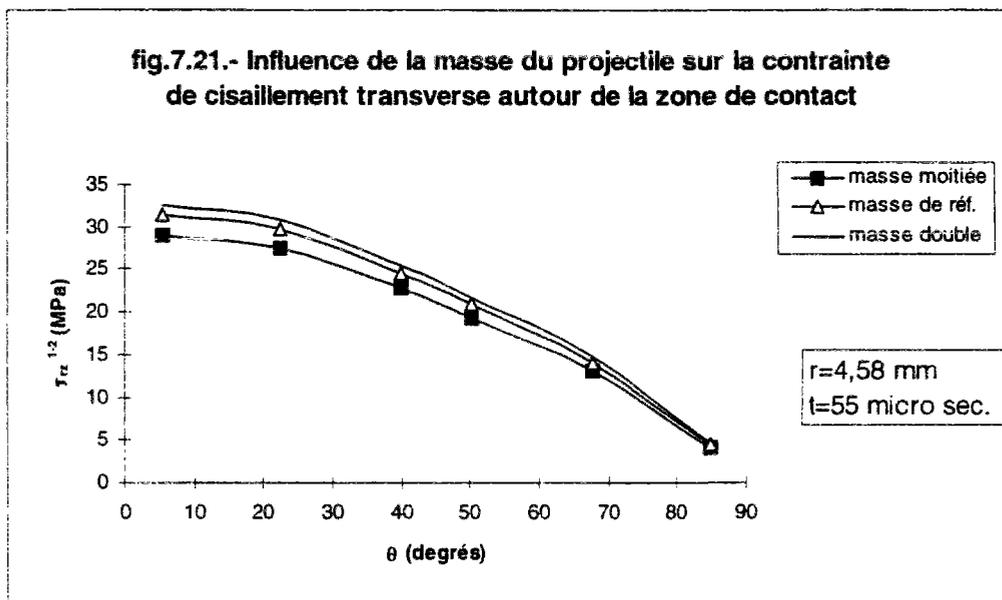
Si on peut définir un critère de délaminage simple portant sur  $\tau_{rz}^{\max}$  uniquement, le seuil de délaminage peut être défini de manière simple à partir de la composante radiale  $\tau_{rz}$  de cisaillement transverse.

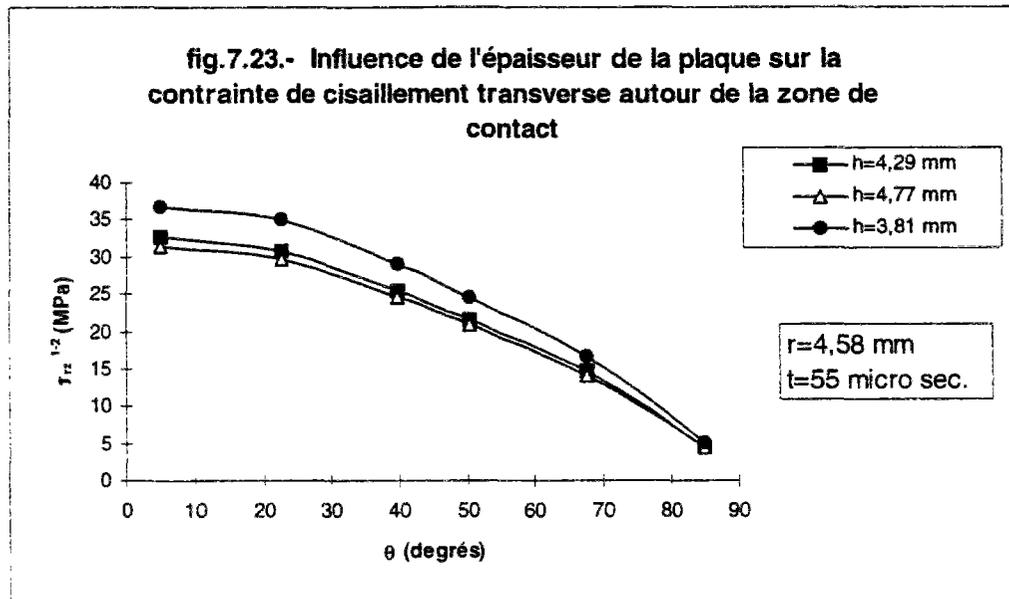
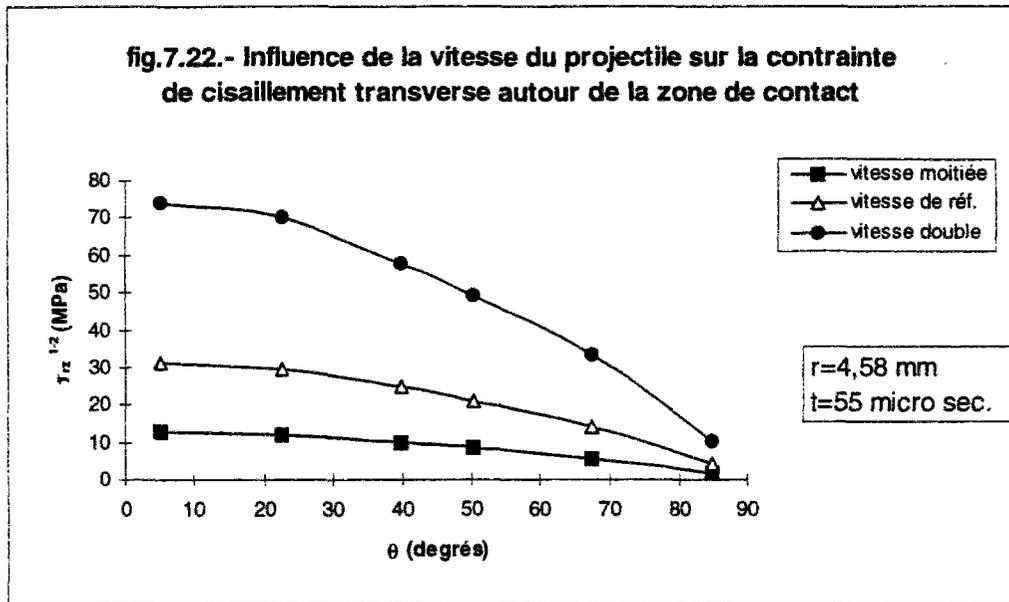
Nous allons à présent étudier l'effet que peuvent avoir quelques paramètres du problème sur l'endroit où  $\tau_{rz}$  atteint son maximum.

b) Effet des paramètres d'impact sur la répartition de la contrainte  $\tau$  autour de la zone d'impact

Nous nous limiterons, en guise d'exemples, à l'étude de l'effet de la masse et de la vitesse du projectile, ainsi que celui de l'épaisseur totale de la plaque.

Dans notre analyse, nous nous basons sur l'hypothèse que le délaminage s'initie au point où l'intensité de contrainte  $\tau_{rz}$  est maximale.





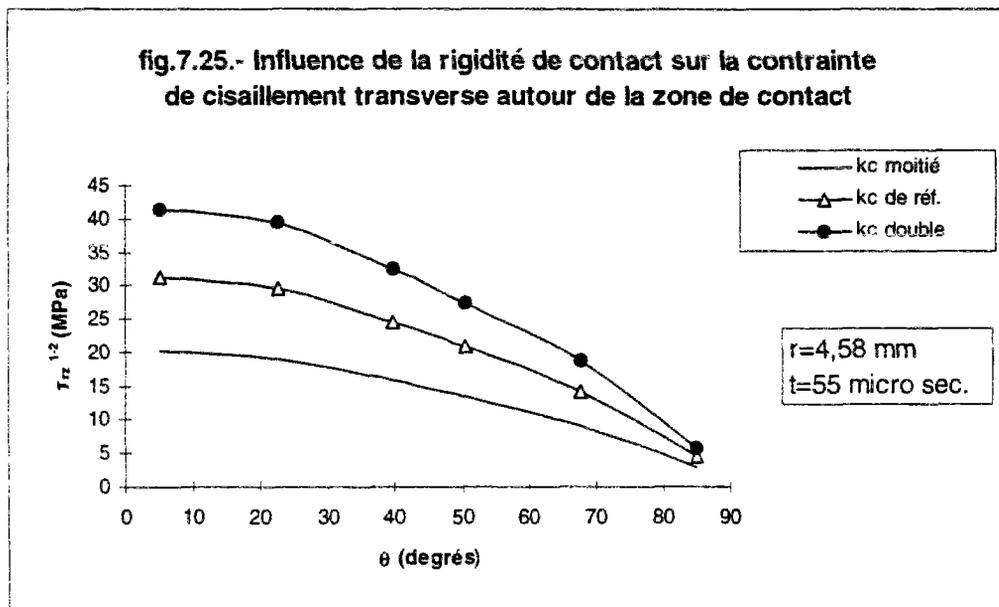
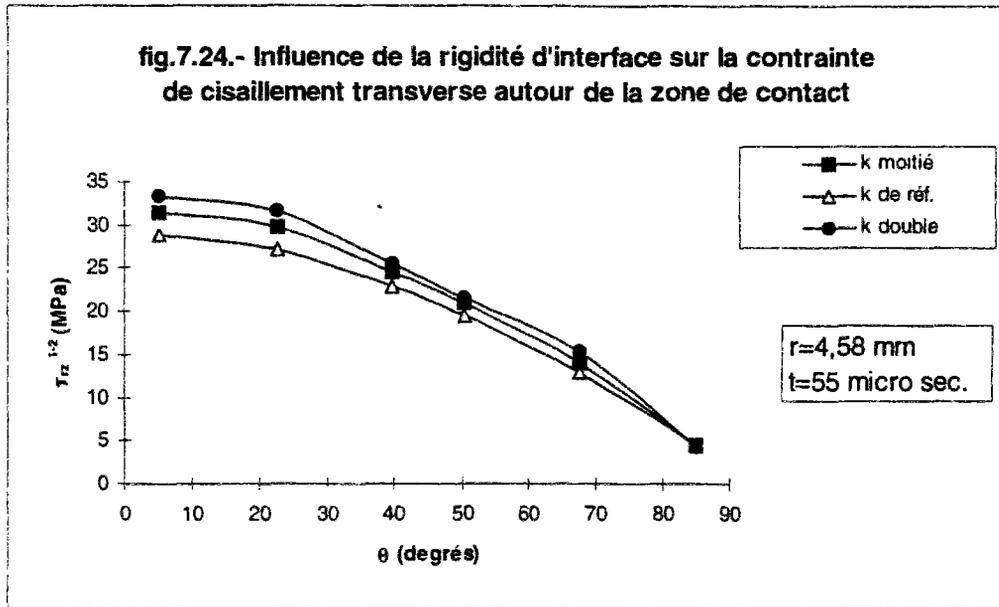
Au vu des figures 7.21 et 7.22, il apparaît qu'une augmentation de la masse ou de la vitesse du projectile a pour conséquence d'augmenter la valeur de  $\tau_{rz}$ ; la structure sera alors plus susceptible de délaminer.

Très approximativement, la valeur de  $\tau_{rz}$  évolue en  $(V_0)^{5/4}$ ; si nous multiplions  $V_0$  par 2, nous multiplions  $\tau_{rz}$  par environ 2.4.

Le fait par contre d'augmenter l'épaisseur de la structure, diminue la composante  $\tau_{rz}$  et protège un peu plus la structure contre le délaminage (fig.7.23).

Très approximativement là encore, la valeur de  $\tau_{rz}$  évolue en  $1/h$ ; si nous multiplions  $h$  par 2, nous divisons  $\tau_{rz}$  également par 2.

Au vu de ces trois figures, nous pouvons aussi constater que l'effet de la vitesse est le plus marquant et le plus important.



Nous noterons enfin, que dans les calculs précédents, nous avons procédé à une étude plutôt qualitative du délaminage, et nous n'avons pas attaché une grande importance aux amplitudes obtenues. Dans ce sens, nous n'avons pas étudié, ce qui semblait logique, l'effet des paramètres de modélisation (loi de contact en décharge, rigidité de contact...) sur les amplitudes enregistrées. Nous attirons ici l'attention que ces paramètres, bien que n'affectant pas les résultats qualitativement, peuvent devenir importants lorsque l'on veut calculer avec précision le maximum de la contrainte de cisaillement transverse pour l'utiliser dans un critère de délaminage (fig.7.24, 7.25).

Mais cela devrait faire l'objet d'une étude ultérieure. La figure 7.25 montre cependant, que dans ce cas il faut définir avec précision ces paramètres.

Pour fixer les idées, nous dirons qu'approximativement  $\tau_{rz}$  évolue en  $k^{1/7}$  et  $(k_c)^{1/2}$ .

### VII.2.2. Ondes de flexion et propagation du délaminage

A partir de travaux expérimentaux conduits avec différentes vitesses, et menés sur des empilements proches du notre, *Takeda et col. (1981b)* ont mis en évidence l'existence d'une onde de flexion de grande amplitude et de faible vitesse, dominant la réponse. La vitesse initiale était de l'ordre de 290m/s dans la direction 0° et 225m/s dans la direction 90°. Ces vitesses diminuaient lorsque l'on s'éloignait du centre de la plaque.

Cette onde de flexion dominante revêt une importance capitale quant à l'étude des phénomènes essentiels présents tels que la fissuration et le délaminage. C'est ainsi que *Takeda et col. [1980, 1981b, 1982]* ont soutenu la thèse selon laquelle le délaminage (dans l'interface) est en relation étroite avec cette onde dominante. Les résultats que nous avons rapportés dans la synthèse bibliographique indiquent aussi que cette onde conditionne la propagation du délaminage dans le plan de l'interface. *Takeda et col. (1982)* ont même relevé que la vitesse de propagation du délaminage dans la direction X se stabilise à une valeur très proche de celle de la vitesse de l'onde dans cette direction.

Nous allons montrer dans ce paragraphe, que le modèle M4s est capable d'étudier cette onde et sa propagation. Nous tâcherons aussi de montrer la capacité du modèle M4s à étudier l'influence de paramètres tels que la masse et la vitesse du projectile et l'épaisseur de la plaque sur l'amplitude et la vitesse de cette onde.

Nous aurons ainsi montré que, si la nature de la relation qui relie la propagation de l'onde à celle du délaminage est spécifiée, le modèle M4s serait capable de fournir les informations nécessaires à l'étude de la propagation de ce dernier.

#### a) Naissance et propagation des ondes de flexion

Les figures 7.26a et 7.26b montrent clairement l'existence de l'onde de flexion.

fig.7.26a.- Mise en évidence de l'onde de déplacement selon Y=0

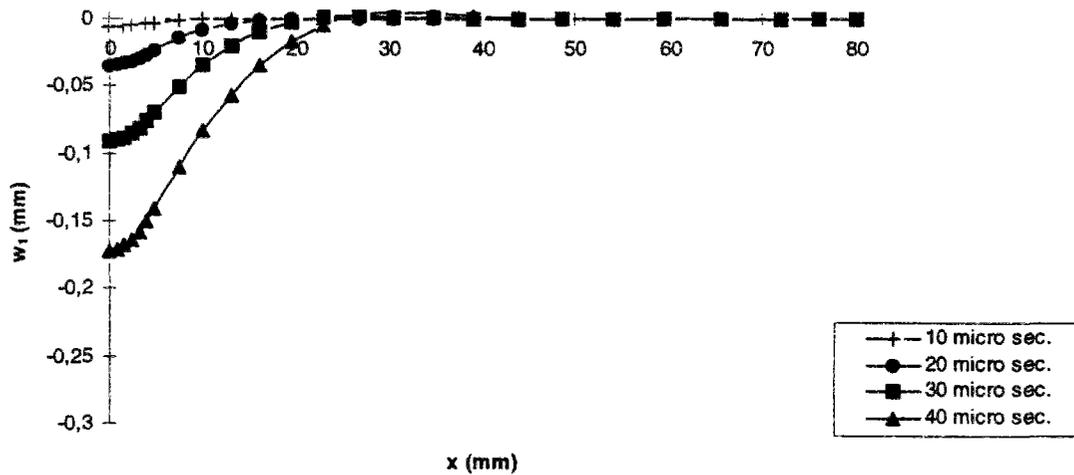
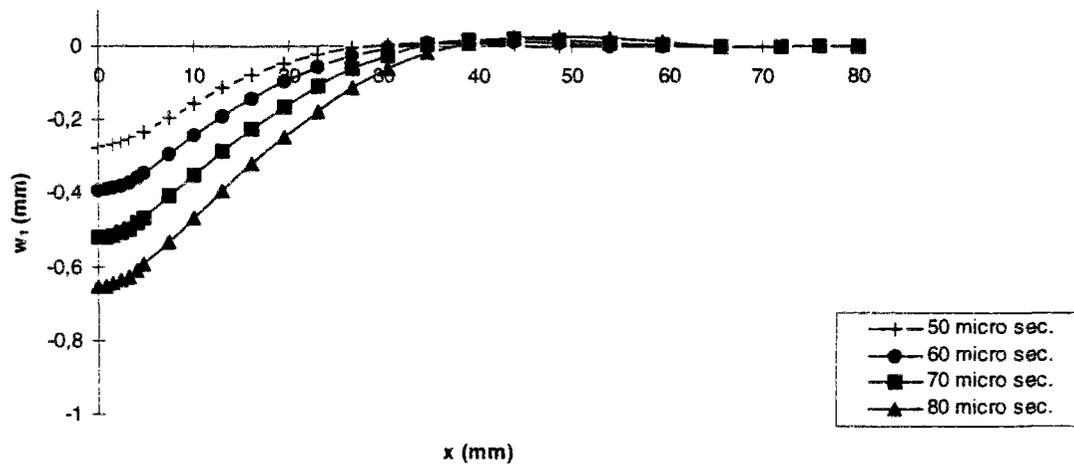
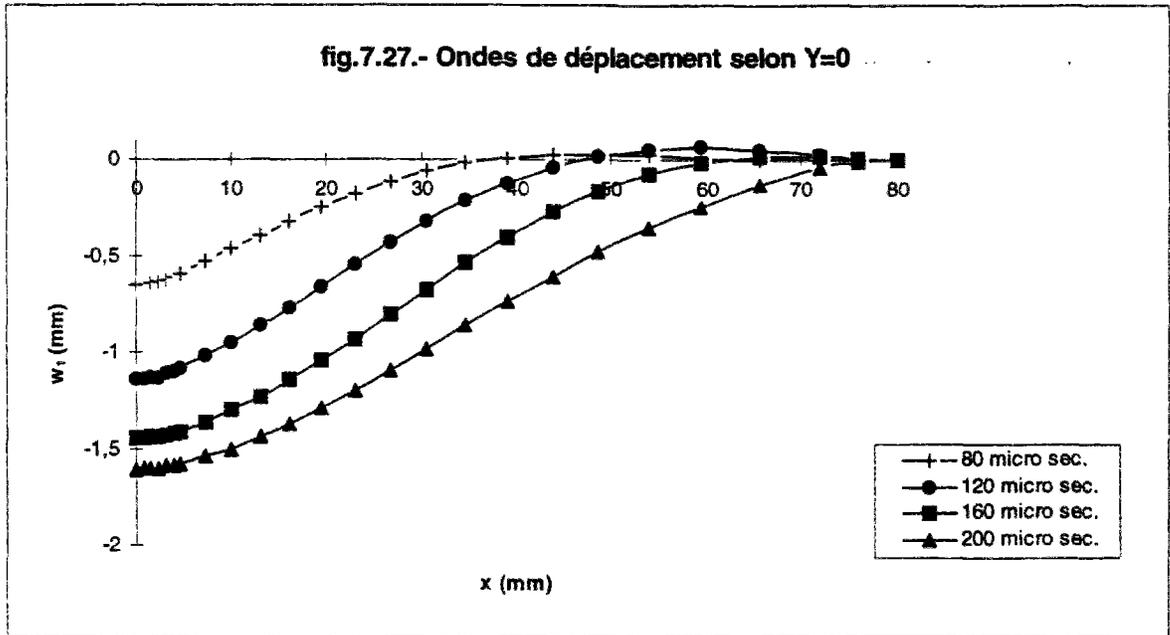


fig.7.26b.- Mise en évidence de l'onde de déplacement selon Y=0



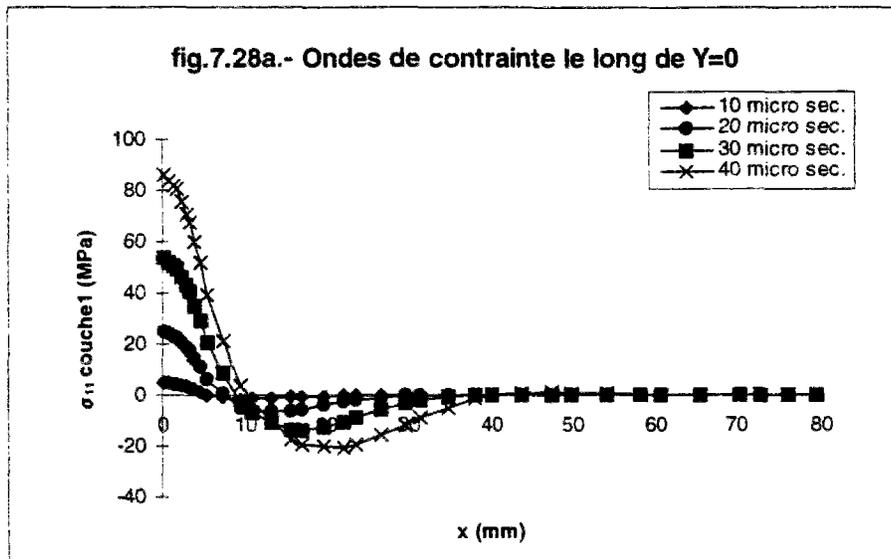
Cette onde naît au niveau de la zone de contact et se propage vers les bords; elle impose des déformations à l'ensemble de la plaque.

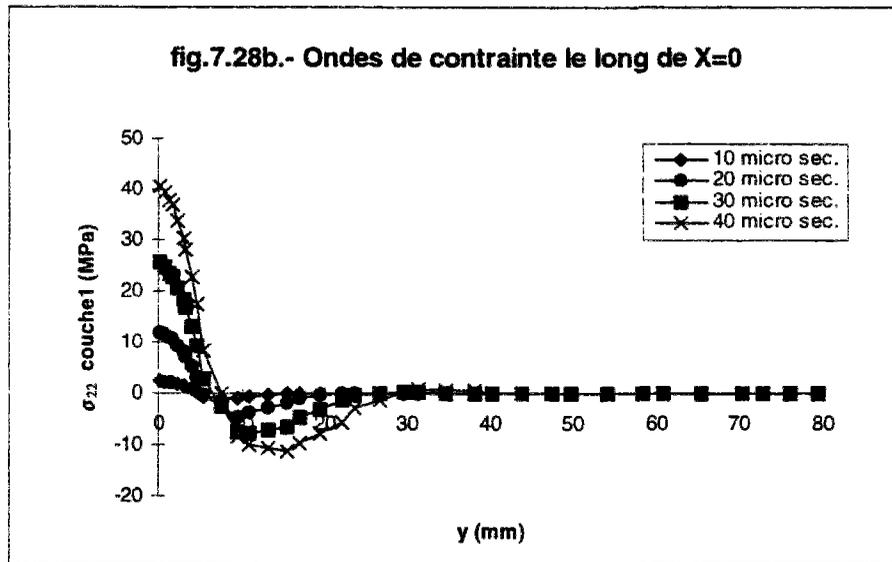
Arrivée au bord encastree, l'onde se refléchi et donne naissance à une onde réfléchi qui vient se superposer à l'onde incidente (fig.7.27).



L'onde n'ayant pas une forme et une vitesse constante, nous n'avons pas trouvé un moyen de mesurer de façon précise sa vitesse variable.

Nous avons pu toutefois comparer la vitesse de l'onde dans la direction X et celle dans la direction Y (fig.7.28a et 7.28b).





Le point où l'intensité de contrainte est minimale se déplace plus rapidement dans la direction X (fig.7.28a) que dans la direction Y (fig.7.28b). La vitesse de propagation de l'onde est donc plus grande selon la direction du module d'Young le plus élevé.

b) Influence des paramètres d'impact sur les ondes

Nous allons à présent étudier l'effet sur la propagation des ondes de la masse et de la vitesse du projectile, ainsi que celui de l'épaisseur de la plaque.

*\* Effet de la masse du projectile*

La masse de référence avec laquelle nous avons mené les calculs précédents est  $m_2=0.01417\text{kg}$ . Nous allons ici effectuer des calculs avec des masses double et moitié.

fig.7.29a.- Effet de la masse du projectile sur les ondes de flexion pendant les premiers instants de l'impact

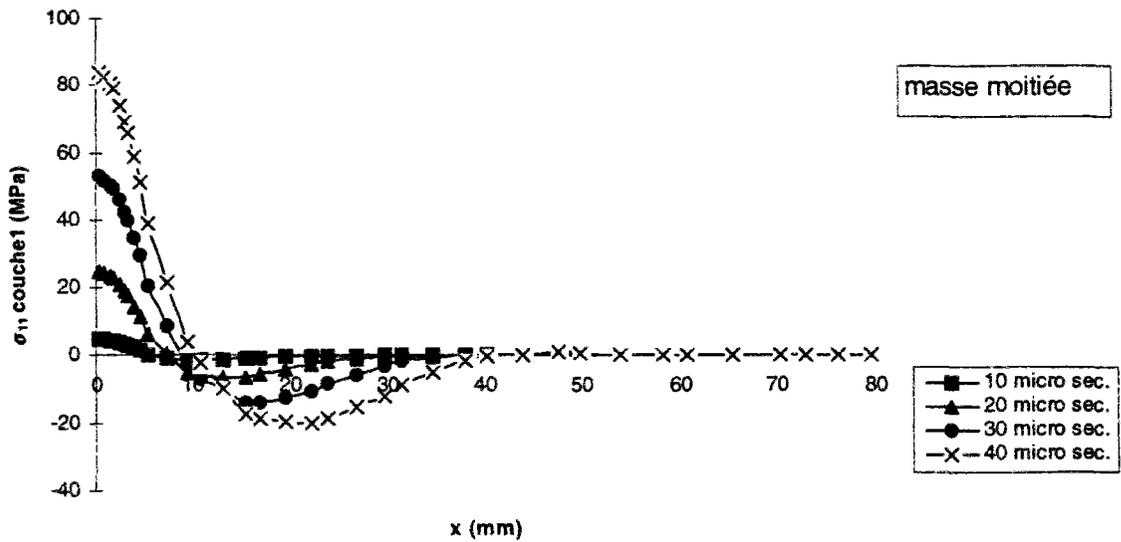
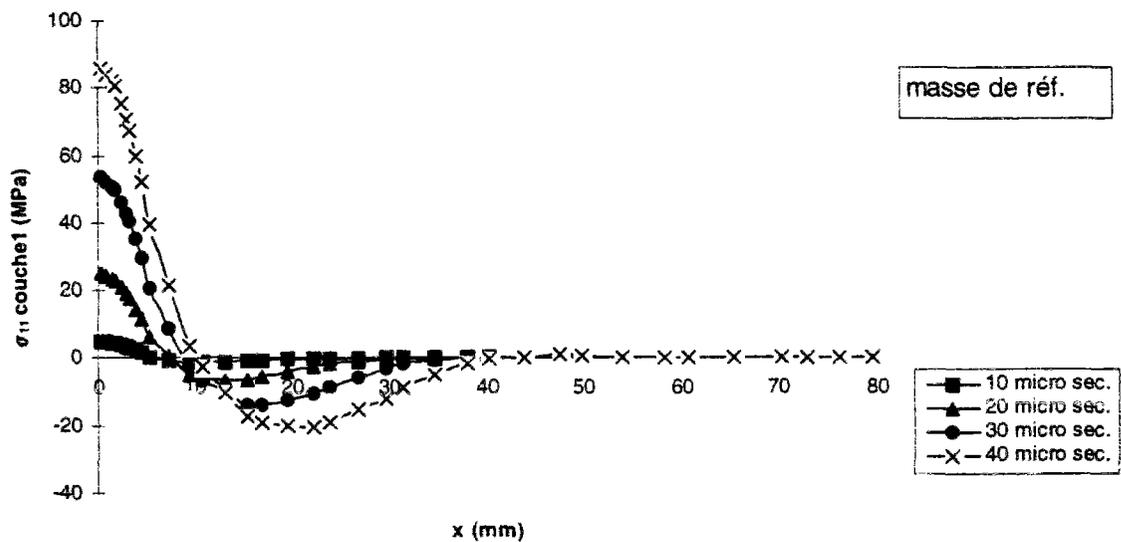
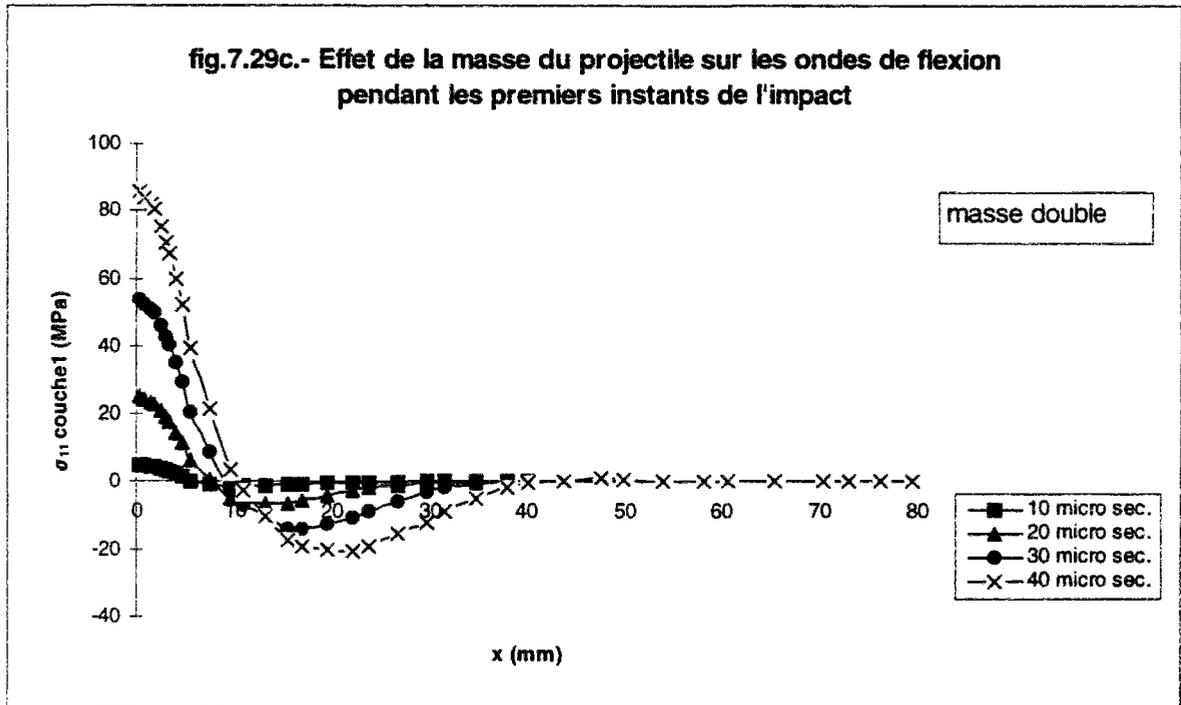


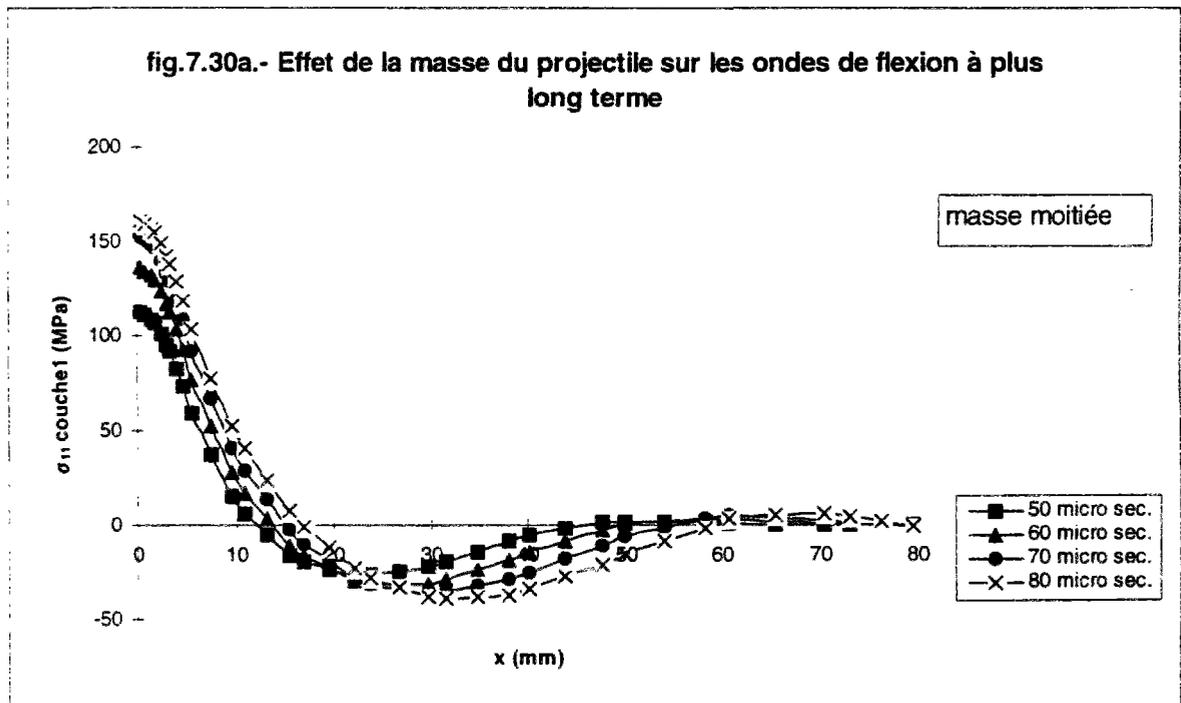
fig.7.29b.- Effet de la masse du projectile sur les ondes de flexion pendant les premiers instants de l'impact

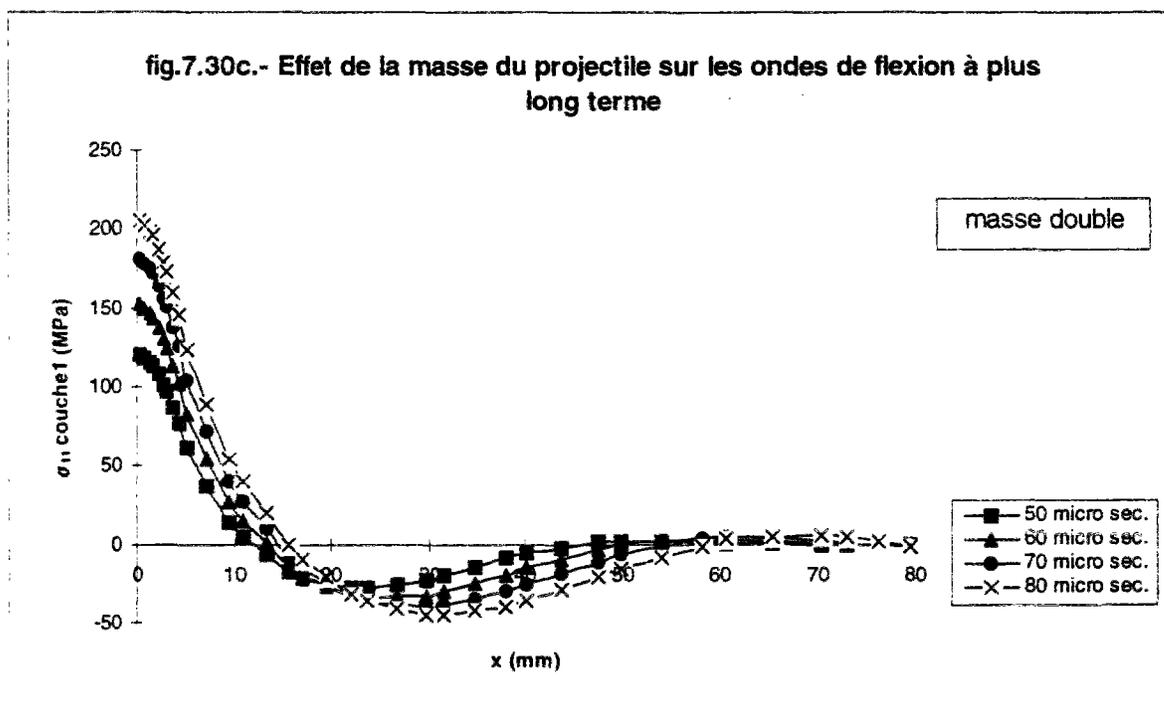
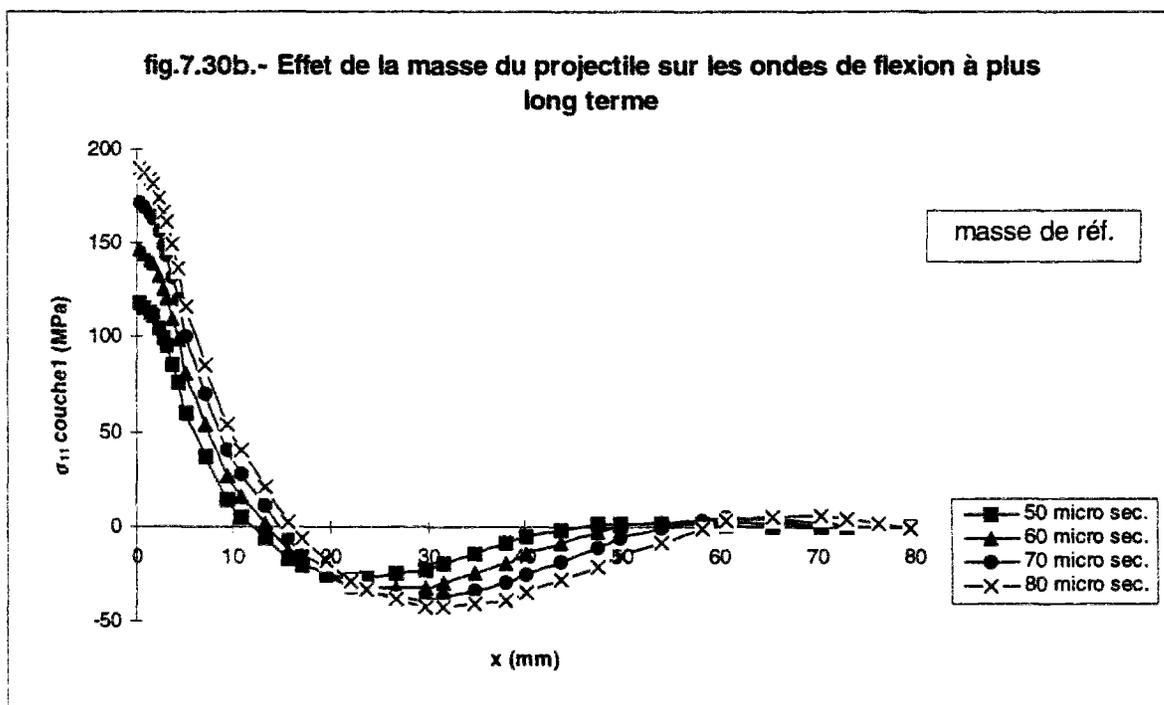




Les courbes des figures 7.29.a-b-c montrent que pendant les premiers instants de l'impact (jusqu'à 40  $\mu$ s), la masse du projectile n'a pratiquement pas d'effet sur l'onde de flexion dominante.

Pour les instants ultérieurs (fig.7.30.a-b-c), l'effet d'inertie augmente. L'amplitude de l'onde est alors affectée.





Nous concluons qu'une augmentation de la masse du projectile a pour effet d'augmenter l'amplitude de l'onde. La vitesse de propagation de l'onde quant à elle ne semble pas dépendre de la masse du projectile.

● *Effet de la vitesse du projectile*

Les calculs ont été menés avec des vitesses double et moitié de la valeur de référence. Les résultats sont illustrés par les courbes des figures 7.31.a-b-c.

fig.7.31a.- Effet de la vitesse du projectile sur les ondes de flexion

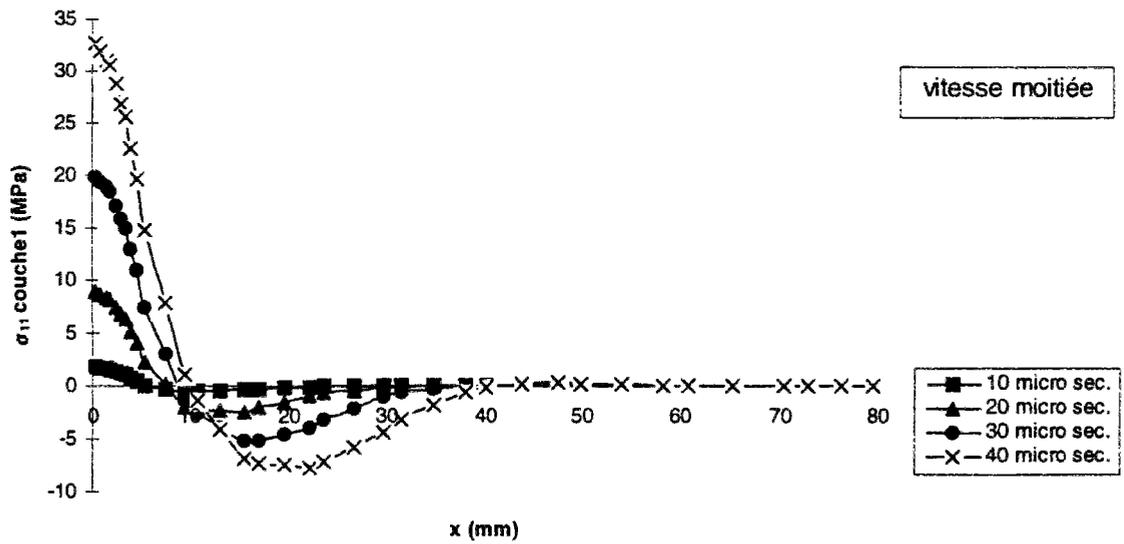
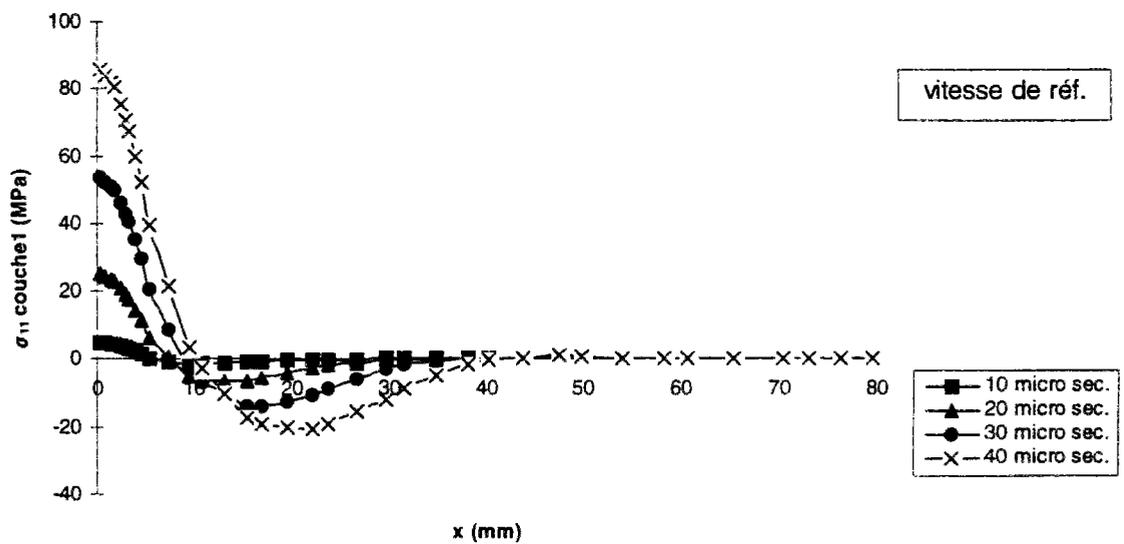
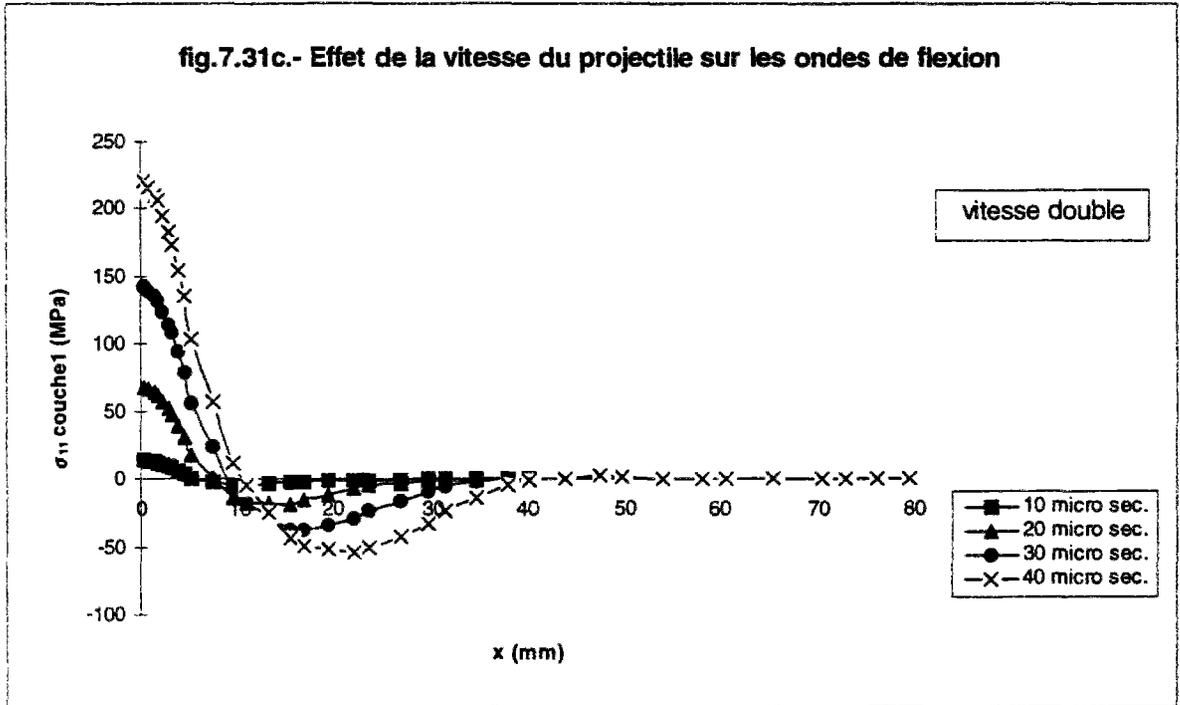


fig.7.31b.- Effet de la vitesse du projectile sur les ondes de flexion





La conclusion que nous pouvons tirer est qu'une augmentation de la vitesse a pour effet d'augmenter l'amplitude de l'onde de flexion. La vitesse de propagation de l'onde par contre ne semble pas affectée.

● *Effet de l'épaisseur de la plaque*

Les calculs ont été effectués pour trois valeurs usuelles d'épaisseur totale:  $h=3.81$ mm,  $h=4.29$ mm et  $h=4.77$ mm.

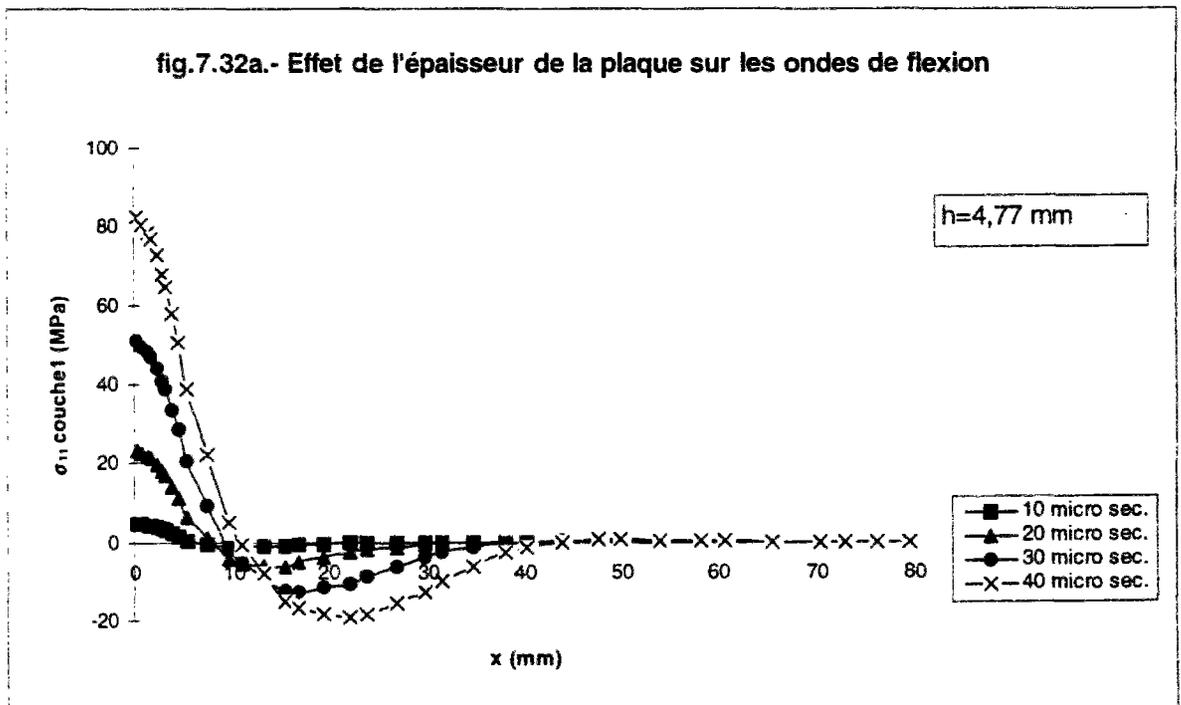


fig.7.32b.- Effet de l'épaisseur de la plaque sur les ondes de flexion

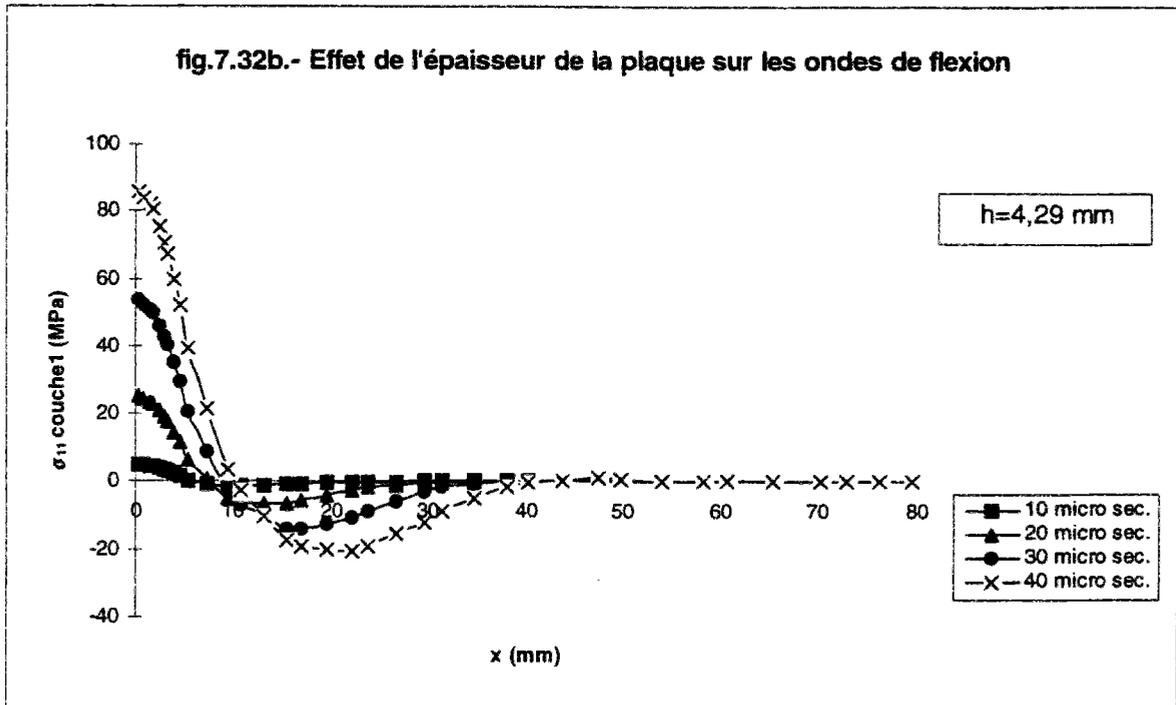
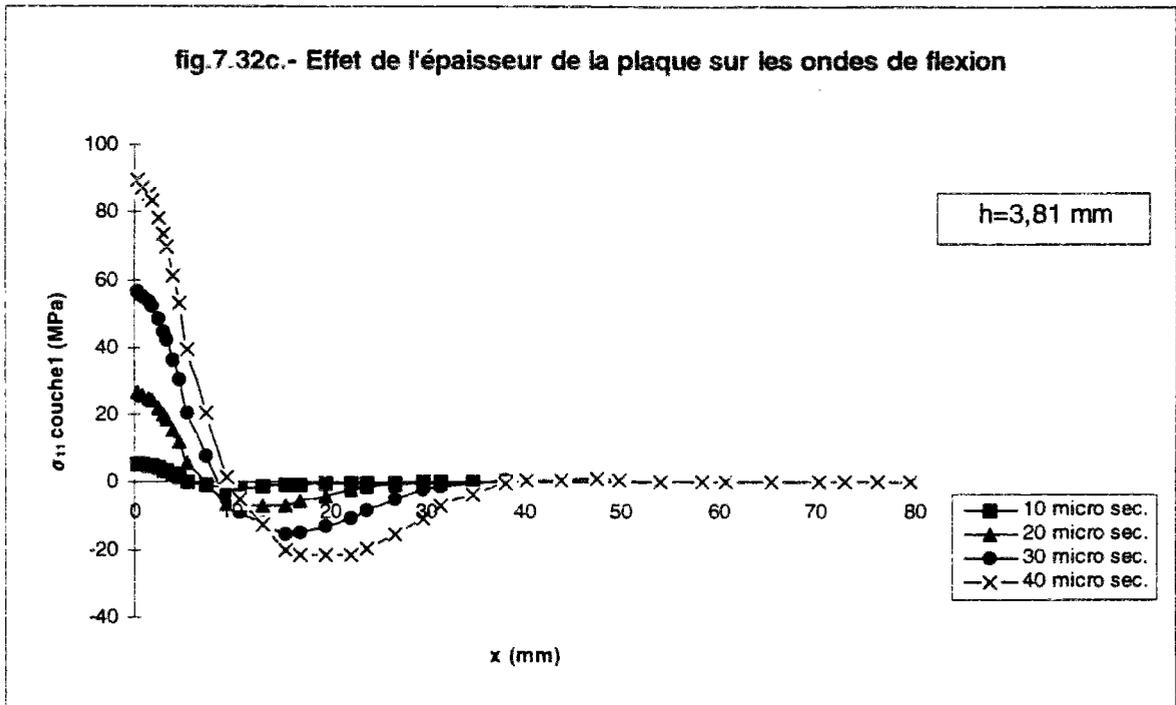


fig.7.32c.- Effet de l'épaisseur de la plaque sur les ondes de flexion



Les résultats illustrés par les courbes des figures 7.32.a-b-c montrent que la valeur de l'épaisseur a peu d'effet sur l'amplitude de l'onde de flexion. Son effet sur la vitesse de propagation de cette onde est plus appréciable; une augmentation de l'épaisseur a pour effet d'augmenter légèrement cette vitesse de propagation.

c) Conclusion

Des travaux antérieurs [N.Takeda (1980), N.Takeda & col. (1981.a-b, 1982)] ont soutenu la thèse qu'une relation étroite relie la propagation des ondes de flexion

au délaminage et plus particulièrement à la propagation du délaminage dans les interfaces.

Si cette relation est confirmée et spécifiée, le modèle M4s, de part le fait qu'il est capable d'étudier et de décrire ces ondes, est capable de fournir rapidement et simplement les informations nécessaires à l'étude de la propagation du délaminage.

Par ailleurs, comme nous l'avons évoqué dans la synthèse bibliographique (III.3.2.c), certains auteurs [*N.Takeda & col. (1982)*] affirment que la vitesse de propagation du délaminage selon l'axe X a une valeur proche de la vitesse de propagation de l'onde de flexion selon ce même axe. Si cette affirmation est confirmée, les résultats que nous venons d'obtenir nous permettent de conclure que:

- la masse et la vitesse du projectile n'ont pas d'influence sur la vitesse de propagation du délaminage; ce qui confirme d'ailleurs les résultats expérimentaux [*N.Takeda & col. (1982)*];
- la vitesse de propagation du délaminage augmente légèrement avec l'épaisseur totale de la plaque.

Par ailleurs, l'amplitude de l'onde augmente avec la masse et la vitesse du projectile.

### VII.2.3. Étendue de la surface délaminée

La surface délaminée est souvent mesurée expérimentalement à partir d'observations radiographiques au scanner.

Comme nous l'avons évoqué dans la synthèse bibliographique (cf.III.3.2.c), une étude expérimentale a établi que la surface délaminée a une étendue proportionnelle à la réponse globale exprimée en termes de flèche au centre et de pression de contact [*N.Takeda & R.L.Sierakowski (1980)*].

La réponse globale constitue dans ce sens un moyen de prédiction de l'étendue de la surface délaminée. Nous nous reposons sur cette thèse pour développer notre analyse dans ce paragraphe.

Le calcul de la flèche au centre de la plaque a été effectué et validé dans un paragraphe antérieur (cf.VII.1.3.).

La réponse en termes de pression (ou de force de contact) peut fournir des informations supplémentaires, à travers notamment son amplitude et l'existence ou non d'un contact multiple. Nous commencerons donc par évoquer ce phénomène de contact multiple, avant d'étudier l'effet qu'ont certains paramètres sur la réponse globale et sur l'étendue de la surface délaminée.

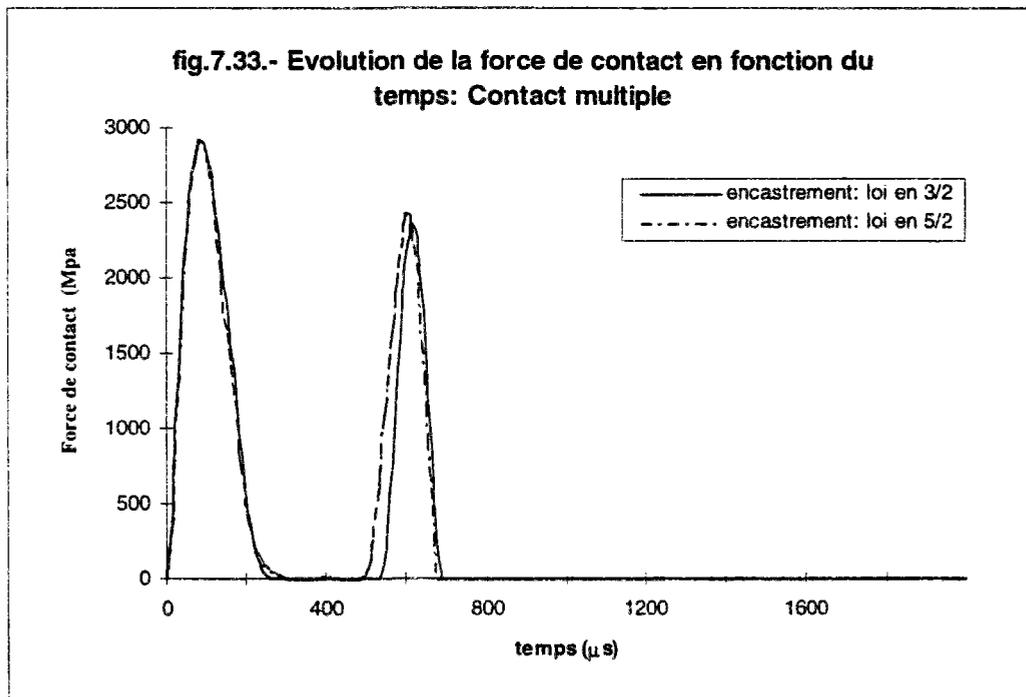
a) Le contact multiple

Depuis quelques années déjà, l'attention a été attirée par *Takeda & R.L.Sierakowski (1980)* sur l'importance qu'il faut consacrer à ce phénomène. En effet l'énergie apportée par le projectile devant être dissipée dans la structure afin d'éviter la perforation et la rupture, le contact multiple permet de dissiper en plusieurs fois cette énergie incidente.

Le fait d'avoir plusieurs contacts lors d'un impact, peut aussi diminuer les pics de pression enregistrés; nous obtenons alors une réduction de l'étendue de la surface délaminée.

Le phénomène de contact multiple a été enregistré expérimentalement par *Takeda et col. (1981b)* lors de l'étude d'un problème proche du notre. Auparavant, *Preston et Cook (1975)* ont pu prédire la possibilité d'un contact multiple dans le cas de poutres en graphite-epoxy. Plusieurs études numériques plus récentes sont venues confirmer l'existence de ce phénomène [*B.R.Petersen (1985), H.Aggour & C.T.Sun (1988), H.Y.T.Wu & F.K.Chang (1989)*].

Le modèle numérique que nous avons développé est capable de mettre en évidence ce phénomène (fig.7.33).



Un premier contact a lieu entre le début de l'impact et environ 300 µs, instant auquel le projectile se sépare de la plaque. Le deuxième contact a lieu à environ 500 µs et dure un peu moins de 200 µs.

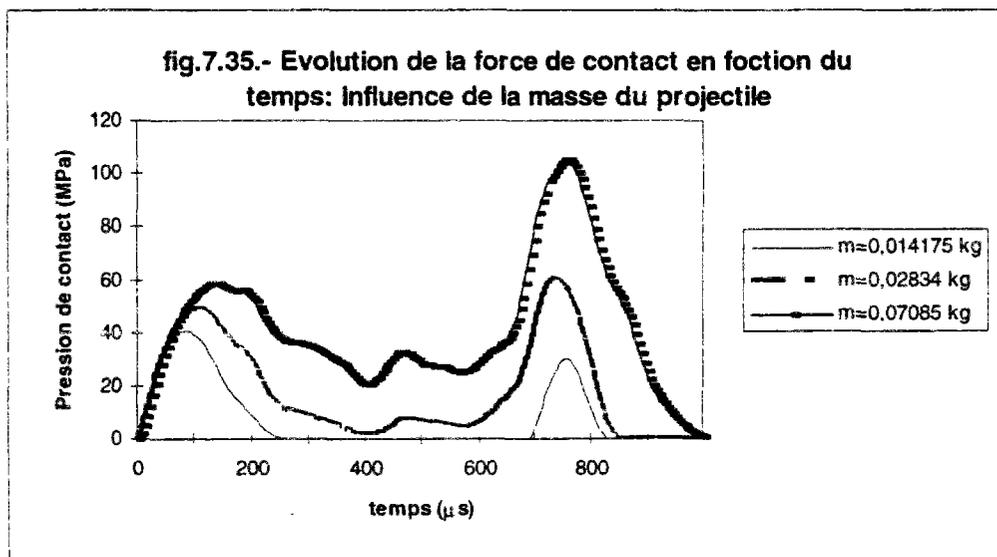
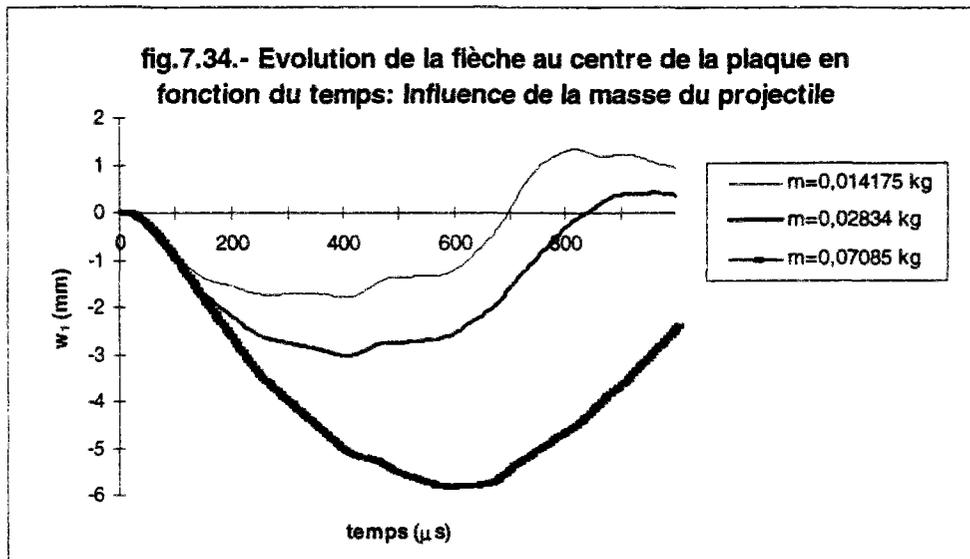
b) Influence des paramètres d'impact sur la réponse globale

Nous allons étudier ici l'effet de la masse et de la vitesse du projectile, ainsi que celui de l'épaisseur totale de la plaque.

● *Influence de la masse du projectile*

En gardant une forme cylindrique pour le projectile, nous pouvons changer sa masse en faisant varier sa longueur, son rayon ou son matériau.

Nous avons calculé la réponse globale pour plusieurs valeurs de longueur (et donc pour plusieurs valeurs de la masse  $m$ ).



Les courbes des figures 7.34 et 7.35 montrent que la masse a une influence à la fois sur l'amplitude et sur la période de la réponse. L'amplitude de la réponse augmente avec la masse.

La figure 7.35 montre aussi clairement que la nature de la réponse peut évoluer en fonction de la masse. Cela confirme nos dires dans la partie bibliographique selon lesquels la vitesse à elle seule ne suffit pas pour classer les impacts.

Les calculs présentés fig.7.34 et 7.35 ne permettent pas de dégager un sens d'évolution clair de la durée de contact en fonction de la masse.

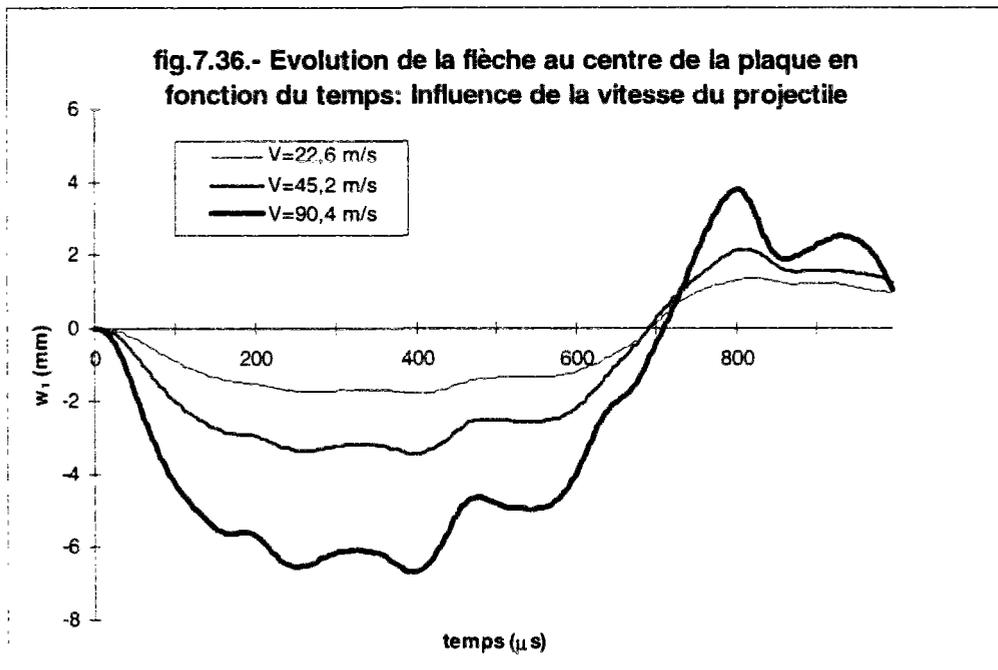
● *Influence de la vitesse du projectile*

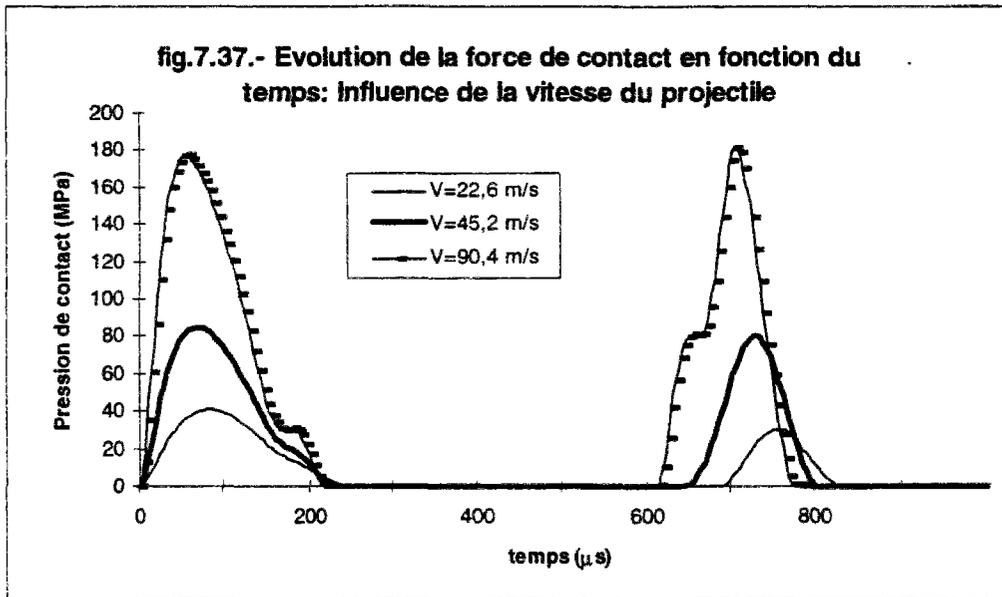
Des travaux récents mentionnés par *Abrate (1994)* ont montré que la surface délaminée peut dépendre de l'angle d'incidence de la vitesse du projectile.

Toutefois, il se dégage aussi de ces travaux que l'étendue de la surface endommagée ne dépend que de la composante normale de la vitesse, si bien que l'étude des impacts obliques peut se ramener à celle des impacts transverses. La réponse globale et la surface délaminée ne dépendent donc que de la composante normale de la vitesse d'impact.

Nous allons donc ici conserver une vitesse du projectile perpendiculaire à la plaque et faire varier son amplitude, tout en restant dans le cadre des impacts rapides. Nous observons alors l'effet de cette vitesse sur la réponse globale.

Les figures 7.36 et 7.37 ont été obtenues avec une vitesse de 22.6m/s, ainsi qu'avec des vitesses double et quadruple.





Elles montrent que la réponse globale est quasi-linéaire par rapport à la vitesse d'impact (au moins avant le deuxième contact). En effet, la période de contact, c'est à dire la durée du premier contact, reste pratiquement constante. L'amplitude de la réponse quant à elle est quasi-proportionnelle à la vitesse.

Nous pouvons retrouver ce dernier résultat, pour cet ordre de vitesse, chez plusieurs auteurs [*J.K.Chen & C.T.Sun (1985c)*, *B.R.Petersen (1985)*, *H.Aggour & C.T.Sun (1988)*, *H.Y.T.Wu & col. (1989)*]. Il rejoint un résultat expérimental largement répandu, selon lequel la surface délaminée varie linéairement en fonction de l'énergie incidente [*N.Takeda & R.L.Sierakowski (1980)*, *S.Abrate (1991)...*].

Nous noterons enfin la possibilité qu'offre le modèle de prendre en compte des vitesses de l'ordre de 300km/h (à la limite des *chocs ballistiques*), tout en conservant des courbes lisses, sans instabilités numériques.

● *Influence de l'épaisseur de la plaque*

Nous avons calculé la réponse pour différentes valeurs de l'épaisseur totale:  $h=3.81\text{mm}$ ,  $h=4.29\text{mm}$  et  $h=5.715\text{mm}$ .