EVOLUTION DU CHAMP DE TEMPERATURES DANS UN CONTACT SOUMIS A UN ARC ELECTRIQUE : APPROCHES ANALYTIQUES ET NUMERIQUES

Evolution du champ de températures dans un contact soumis à un arc électrique : approches analytiques et numériques

Table des illustrations

Introduction

Ce chapitre a pour objectif de proposer une simulation thermique du contact électrique permettant par la suite l'application d'un modèle de comportement mécanique (figure 5.1).

Une description détaillée du modèle thermomécanique est faite au chapitre 6. Le chapitre précédent nous a permis de mettre en place les outils nécessaires à la création de ce modèle. Nous allons donc, après une étude bibliographique des différents modèles proposés dans la littérature, présenter notre simulation numérique par éléments finis permettant d'accéder aux cartes thermiques du matériau lors de l'application d'un arc électrique.

Après une présentation du maillage et de la mise en données, nous détaillerons les résultats obtenus avec le calcul thermique seul.

5.1. Modèles analytiques et numériques

5.1.1. Bilan d'énergie et équation de la chaleur

Les contacts électriques sont le siège de phénomènes complexes : un bilan d'énergie est donc nécessaire. La résolution du problème direct se fait sur l'équation de la chaleur (pour un problème sans transformation de phase)[117]:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = div(\lambda \cdot \vec{G}radT) \qquad (5.1)$$

Avec ρ : masse volumique du matériau ;

C_p : capacité calorifique massique ;

T : température

λ : conductivité thermique.

Si on considère λ indépendant de la température, il vient :

$$\Delta T - \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \qquad (5.2)$$

Avec a : diffusivité du matériau donnée par :

$$a = \lambda / \rho C_p. \qquad (5.3)$$

Cette équation peut être résolue analytiquement mais ne prend pas en compte les flux radiatifs, les termes de changement d'état et les flux de changement de phase du matériau ainsi que la géométrie du problème considéré.

KADANI[118] propose l'équation de conservation de l'énergie à l'interface d'une électrode, en négligeant les transferts radiaux d'énergie :

$$\left[-\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right]_{mat} = \left[-\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right]_{plasma} + j_z\frac{5k}{2e}\left(T_{mat} - T_{plasma}\right) + j_z\left(\Phi_S + V_a\right) - L_{mat}\Phi_V \qquad (5.4)$$

Avec λ : conductivité thermique ;

j_z : densité de courant suivant la direction z ;

T_{mat} : température dans l'électrode en surface ;

T_{plasma} : température dans le plasma en surface ;

Φ_s : Travail d'extraction anodique ;

V_a : chute anodique ;

L_{mat} : chaleur latente d'évaporation de l'anode ;

Φ_v : quantité de matière perdue par l'anode par vaporisation (érosion) ;

k : constante de Boltzmann ;

e : charge électrique élémentaire.

Les caractéristiques du bilan sont représentés à la figure 5.1.

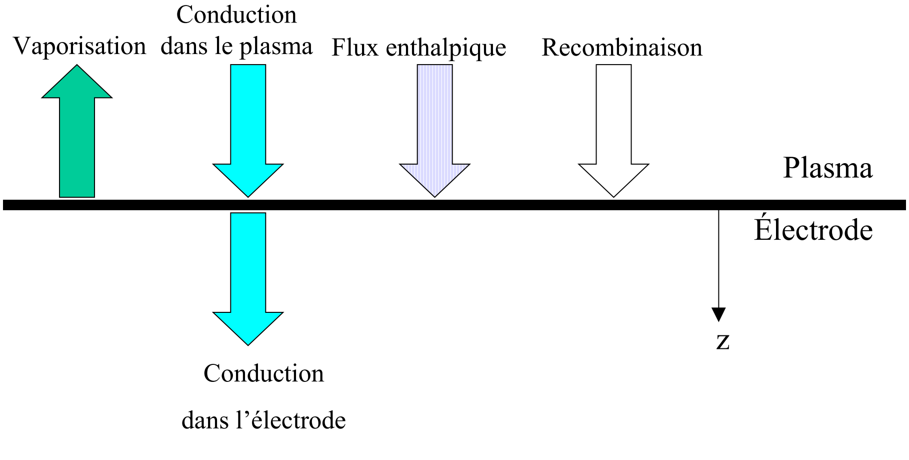


Figure 5.1. *Bilan en flux de chaleur dans une électrode*

Les propriétés thermophysiques sont indépendantes de la température. Les deux premiers termes sont des termes conductifs, le troisième terme traduit la différence d'enthalpie en surface entre l'électrode et le plasma, le quatrième terme présente l'énergie perdue par recombinaison des porteurs de charge tandis que le dernier terme est lié à l'évaporation de l'électrode. Les termes radiatifs et convectifs sont considérés comme négligeables.

La complexité de l'équation rend difficile la détermination de solutions analytiques. La résolution se fait donc au moyen de méthodes numériques. Cette analyse ne tient pas compte des effets thermiques ou magnétiques sur le bain fondu comme la thermocapillarité (effet Marangoni) ou la mise en mouvement du bain de métal liquide par le champ magnétique (effet inductif).

5.1.2. Modèles numériques de résolution de l'équation de la chaleur

LEFORT *et al*[119] ont proposé une résolution par éléments finis de l'équation de la chaleur en coordonnées cylindriques:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial T}{\partial r})+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=\frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (5.5)$$

Avec r : coordonnée radiale

T : température

a : diffusivité du matériau.

Le maillage proposé, à base carrée, est axisymétrique.

Le développement en séries de Taylor de la température au temps (n+1)Δt s'écrit :

$$T_{i,j}^{n+1}=\frac{a.\Delta t}{(\Delta z)^2}(T_{i+1,j}^{n}+T_{i-1,j}^{n})+\frac{a.\Delta t}{2j(\Delta r)^2}(2j+1)T_{i,j+1}^{n}+(2j-1)T_{i,j-1}^{n}+(1-\frac{2a.\Delta t}{(\Delta z)^2}-\frac{2a.\Delta t}{(\Delta r)^2})T_{i,j}^{n} \qquad (5.6)$$

avec : n : incrément temporel ;

i : numéro de nœuds selon les axes Z ;

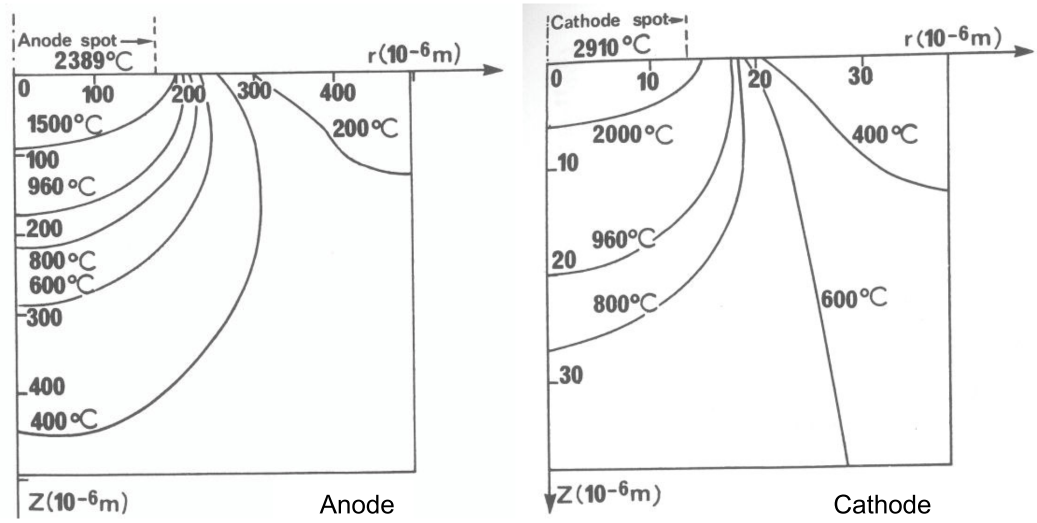
j : numéro de nœuds selon l'axe r, dans un système axisymétrique ($j \neq 0$) ;

Δr : distances entre deux nœuds suivant l'axe r ;

Δz : distances entre deux nœuds suivant l'axe z.

La température est imposée dans le pied d'arc tandis que la température du reste de la surface de l'électrode est 298K.

Les figures 5.2 et 5.3 correspondent aux isothermes obtenues pour un courant de 100A dans un contact en argent pur par LEFORT *et al*[118].



Figures 5.2 et 5.3. *Isothermes pour un contact en Ag sous 100A pour l'anode et la cathode (d'après LEFORT et al* [118]*)*

La zone fondue atteint 20 µm de profondeur et 18 µm de rayon pour la cathode. Elle atteint 170 µm de profondeur et 160 µm de rayon pour l'anode alors que l'anode a une température plus faible.

Ce modèle numérique décrit bien le comportement de l'arc à l'anode en raison de la forme régulière de la zone d'impact de l'arc unique. La cathode est généralement composée d'un ensemble de sites émissifs rapprochés : le modèle physique ne prenant pas en compte ce fait, l'interprétation des résultats est dès lors plus délicate, surtout pour des durées d'arc supérieures à 10 ms.

BENZERGA[120] a proposé un modèle simple de résolution de l'équation de la chaleur dans le cas d'un matériau présentant des propriétés thermophysiques dépendant de la température. Il a ainsi pu réduire le problème 2D de transfert d'énergie à l'électrode à un problème 1D en supposant que le transfert se fait à partir d'une demi-sphère. Cette modélisation permet d'obtenir un bon ordre de grandeur des rayons de zone fondue et de zone évaporée. Cependant, le flux de chaleur apporté par l'arc en surface diminue dans la phase d'ablation : le passage à un calcul 2D est dès lors obligatoire.

La modélisation proposée par DEVAUTOUR[121] est basée sur un maillage axisymétrique 2D. L'arc est considéré comme une densité de flux d'énergie apportée au matériau pur sur une partie de sa surface. La distribution spatiale de cette densité d'énergie n'est pas précisée mais la densité d'énergie injectée est inférieure à 5.10^{10} W/m^2. La diffusivité est dépendante de la température mais la dilatation thermique est négligée. Enfin, les bords verticaux ne voient aucun transfert d'énergie et le fond de la pastille a une température imposée. Les mouvements de liquide sont négligés (pour ne pas avoir à résoudre l'équation de Navier-Stokes) ainsi que les effets de la thermoconduction et de la viscosité du matériau.

L'équation obtenue est résolue en utilisant une méthode enthalpique :

$$\frac{\partial H(T)}{\partial t} = div(\lambda.\vec{\nabla} T) + S \qquad (5.7)$$

Avec H : enthalpie du matériau ;

S : termes de source (lié à l'effet Joule).

La discontinuité en température de la conductivité et de la capacité calorifique lors de la transition de phase pose de nombreux problèmes numériques. Cette difficulté est supprimée en supposant que la transition de phase se fait continûment sur un intervalle de température. L'enthalpie obtenue est donc linéaire par intervalle. La validation du modèle a été effectuée au moyen du problème de Dirichlet : deux températures T_1 et T_2 sont imposées sur deux faces opposées d'un solide telles que $T_1 < T_f < T_2$. Le solide fond : la solution analytique est donnée par CARSLAW & JAEGER[122]. L'écart entre la solution numérique et la solution analytique est de quelques pour cent.

Ce modèle s'applique aux matériaux purs comme le cuivre. Les résultats obtenus sont présentés sous forme de courbes isothermes pour le cuivre à la figure 5.4.

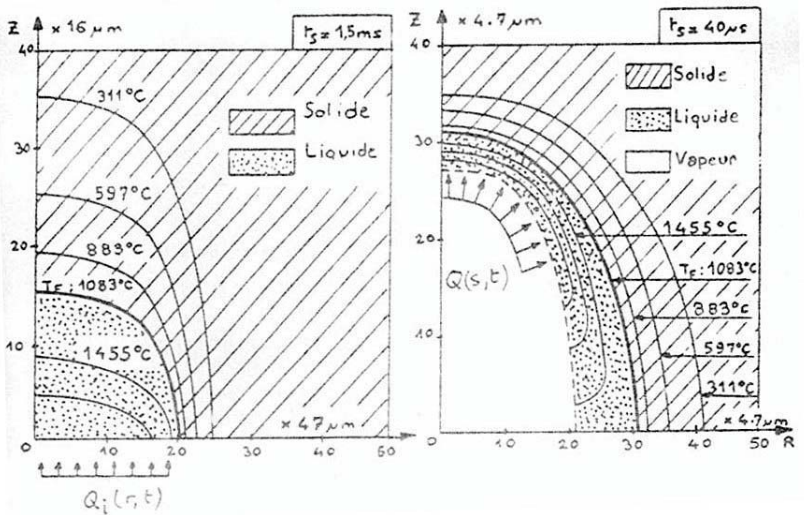


Figure 5.4. *Isothermes dans le cuivre (d'après DEVAUTOUR[121])*

On constate que la forme des courbes isothermes est très proche de celles obtenues par LEFORT. Ce travail permet de constater que la densité de puissance est un paramètre très important. Il montre aussi que l'ajout de SnO_2 dans l'argent a pour effet d'augmenter la viscosité du bain fondu et rend donc l'éjection du métal plus difficile.

Ce modèle thermique par éléments finis ne permet pas d'obtenir l'état de contrainte du matériau au cours du cycle, de réaliser des calculs dans le cas de matériaux composites.

5.1.3. Modèle analytique couplé

KHARIN[123] a développé un modèle mathématique décrivant l'érosion de l'arc dans les contacts électriques, que ce soit par éjection de gouttelettes ou par perte de masse. Le problème est traité en coordonnées cylindriques. La densité de courant a une distribution spatiale donnée par :

$$j = j_0\, e^{-\alpha r^2} \qquad (5.8)$$

La description de l'érosion en phase liquide ou vapeur provient de l'équation du mouvement :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = \frac{1}{\gamma_1} \vec{\nabla} P + \nu \cdot \Delta \vec{V} + \vec{F} \qquad (5.9)$$

Avec V : vitesse des particules liquides ou gazeuses ;

P : pression appliquée par les particules liquides ou gazeuses ;

γ_1 : densité du liquide ;

ν_1 : viscosité du liquide ;

F : force électromagnétique.

Ainsi que des équations de conservation de l'énergie :

$$\nabla \vec{V} = \vec{0} \qquad (5.10)$$

pour la partie fondue (notée 1) :

$$\gamma C\left(\frac{\partial T_1}{\partial t} + \vec{V}\cdot\vec{\nabla}T_1\right) = \lambda_1^2 \Delta T_1 + q_{T1} + q_{j1} \qquad (5.11)$$

Avec C : capacité calorifique ;

λ : conductivité thermique ;

q_{j1} : densité des sources de chaleurs par effet Joule.

q_{T1} : densité des sources de chaleur par effet Thomson régi par : $q_{Ti} = -\sigma_{Ti}\vec{j}_i \nabla T_i$ (5.12) ;

σ_{Ti} : coefficient de Thomson ;

j_i : densité de courant de l'état i (liquide ou solide).

Pour la partie solide (notée 2), le déplacement des particules solides est négligé :

$$\gamma C\left(\frac{\partial T_2}{\partial t}\right) = \lambda_2^2 \Delta T_2 + q_{T2} + q_{j2} \qquad (5.13)$$

En utilisant les équations de conservation de l'énergie à travers les interfaces ainsi que l'expression des forces de thermocapillarité, électromagnétiques et hydrodynamiques, il est possible de montrer que l'effet Marangoni joue un rôle fondamental pour l'éjection de gouttelettes liquides dans le cas d'une électrode de cuivre ou de tungstène pour des densités de courant de l'ordre de 10^7 A/m^2.

La figure 5.5 donne une représentation des mouvements convectifs du bain fondu et de la densité d'énergie.

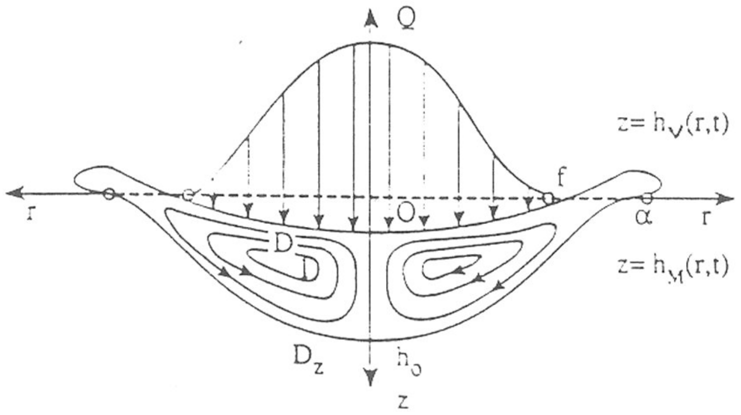


Figure 5.5. *Mouvements convectifs du bain fondu et la densité d'énergie*
La zone fondue D a un rayon a. Elle est délimitée par les courbes h_M et h_v et subi des mouvements convectif sous l'effet de la pression des sources énergétiques Q(r) (d'après KHARIN[123])

L'érosion à l'état solide est décrit en faisant appel à l'équation de la chaleur avec un terme d'effet Joule. Le calcul des contraintes est réalisé en thermoélasticité en régime quasi statique. Les composantes principales du tenseur des contraintes sont alors :

$$\sigma_{rr} = -\frac{2E\alpha_0}{1-\mu}\frac{1}{r^3}\int_b^r x^2 T(x,t)dx \quad (5.14)$$

et

$$\sigma_{\psi\psi} = -\frac{\sigma_{rr}}{2} - \frac{E\alpha_0}{1-\mu}T(r,t) \qquad (5.15)$$

Avec E : module d'Young ;

α_0 : coefficient de dilatation du matériau à l'ambiante ;

μ : coefficient de Poisson ;

r : coordonnée radiale ;

ψ : coordonnée angulaire ;

x : variable d'intégration ;

b : diamètre de l'arc (considéré comme sphérique) ;

Il est possible de décrire l'évolution des contraintes dans le matériau à l'état solide. La figure 5.6 donne l'évolution spatiale de cette contrainte.

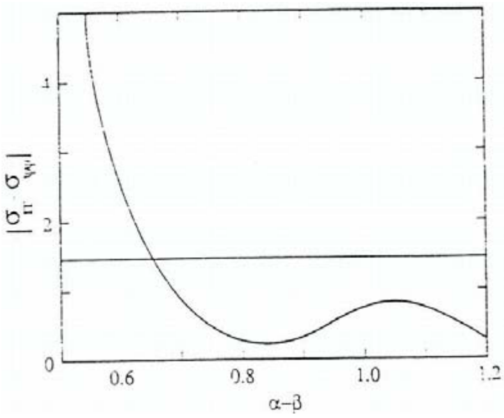


Figure 5.5. *Evolution de la différence σ_{rr}-$\sigma_{\psi\psi}$ en fonction de $\alpha - \beta$ (d'après KHARIN[123])*

Avec : α: rayon de la zone fondue. $\alpha = r / 2at^{1/2}$ (5.16) et β: rayon de conductivité idéale symbolisant le rayon de la tache. $\beta = b / 2at^{1/2}$ (5.17)

On constate que la décroissance de la contrainte avec l'augmentation de la distance au centre de l'électrode n'est pas monotone. Elle commence par décroître fortement jusqu'à atteindre un minimum puis elle remonte avant de rediminuer suivant un profil sinusoïdal amorti.

Ce modèle est, à notre connaissance, le seul reproduisant la chaîne complète des phénomènes mis en œuvres par le passage d'un arc électrique par la prise en compte des phénomènes électriques, thermiques, de mécanique des fluides et de mécanique du solide. Cependant, les paramètres thermophysiques sont indépendants de la température et la résolution est faite en thermoélasticité. Aucune validation expérimentale n'est proposée.

5.1.4. Modèles numériques couplés

LAGO et GONZALEZ[124] ont proposé une simulation du plasma d'arc et de l'anode en géométrie axisymétrique 2D au moyen du code de calcul commercial FLUENT[125]. Les gaz plasmagènes peuvent être l'argon ou l'air. L'anode est en fer, en aluminium ou en cuivre.

L'anode est simulée au moyen d'un bilan d'énergie de type KADANI[117] et d'un bilan de courant prenant en compte les conditions de flux (conduction, flux enthalpique et effet de la densité de courant) ainsi que la convection sur la surface libre de l'anode. La densité de courant et la densité d'énergie injectées à l'anode sont donc déterminées par le code de calcul d'après les caractéristiques du plasma. Les densités d'énergie sont cependant de l'ordre de 10^{11}W/m^2. Tout en supposant l'anode indéformable, les auteurs ont pris en compte les chaleurs latentes de changement d'état.

L'arc est simulé en utilisant les équations de la magnéto-hydro-dynamique. Le plasma est supposé être un fluide Newtonien à l'équilibre thermodynamique local.

Le modèle a été validé avec les résultats expérimentaux de HSU *et al.* [126] ainsi qu'avec un dispositif expérimental d'arc transféré.

Les courbes isovaleurs de température obtenues dans le cuivre sont données à la figure 5.6.

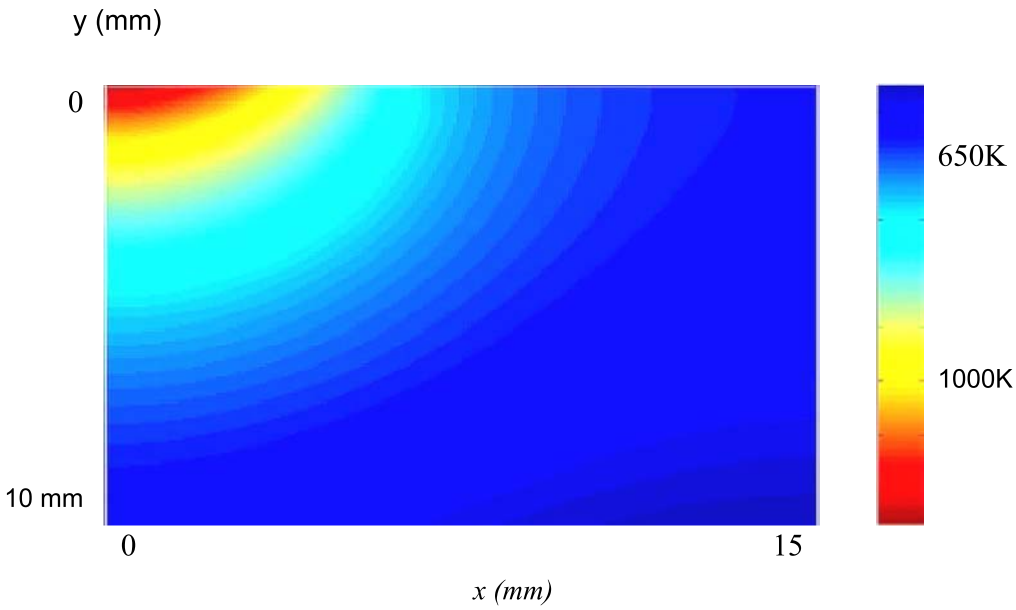


Figure 5.6. *Courbes isovaleurs de température dans le cuivre (d'après GONZALEZ[123])*

La température maximale atteinte est de l'ordre de la température de fusion du cuivre. Cependant, ce modèle ne prend pas en compte le comportement mécanique du matériau. De plus, le dispositif expérimental est refroidi de façon à ne pas atteindre la température de fusion de l'électrode.

LEFORT *et al*[127] ont développé un modèle numérique 1D ou 2D thermique couplé avec une description de la physique du pied d'arc. Il permet la résolution du problème de Stefan avec ablation. L'effet des chutes de tension anodiques et cathodiques sur le bilan de puissance est pris en compte.

Il permet de constater que les trois phases de l'électrode n'évoluent pas de la même manière en fonction du temps : la fraction énergétique du solide décroît continûment tandis que la fraction énergétique de liquide admet une valeur maximale avant de laisser la place au gaz (figure 5.7).

% énergie par rapport à l'énergie totale injectée

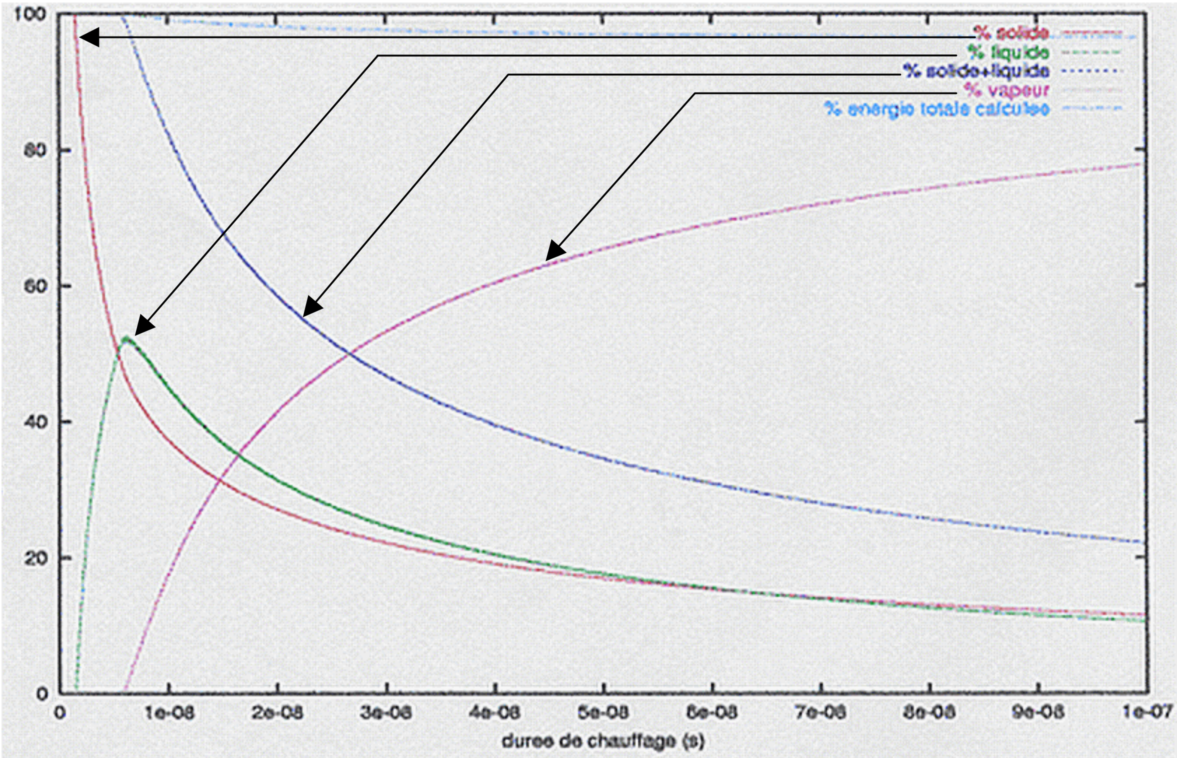


Figure 5.7. *Répartition temporelle du flux d'énergie sous les trois phases (d'après LEFORT)*

Flux total de chaleur de 10^{12} W/m² dans le cas d'une électrode de cuivre. Modèle 1D.

Enfin, les spots cathodiques sont très petits avec des densités de courant très fortes (environ 10^{11} A/m²).

Ce modèle permet d'avoir une connaissance fine des phénomènes thermiques rencontrés dans les électrodes.

La simulation numérique des contacts électriques souffre d'un double handicap : le faible nombre d'essais expérimentaux permettant la validation des résultats de calculs, d'une part et le caractère couplé des calculs, d'autre part. Ceux-ci font intervenir un grand nombre de disciplines de la physique (thermique, physique du pied d'arc, mécanique des fluides, électricité, mécanique des milieux continus). Si des modèles thermiques ou magnéto-hydrodynamiques existent, aucun modèle thermomécanique satisfaisant n'a été trouvé. La mise en place d'un modèle thermomécanique est l'objectif du chapitre suivant.

5.2. Mise en place de la simulation thermique d'un contact soumis à un arc électrique

L'objectif de ce calcul numérique est d'accéder à l'état de contrainte dans le matériau et de prédire l'évolution de la propagation des fissures dans l'Ag-SnO_2 sous l'effet de l'impact de plusieurs arcs.

Etant donné la complexité des phénomènes mis en jeu, le calcul est entièrement numérique.

Nous avons d'abord choisi de ne traiter dans ce calcul que la partie thermomécanique du problème. Il se décompose comme suit : un flux d'énergie en surface du contact génère un gradient thermique. Celui-ci donne lieu à des déformations thermiques qui conduisent à l'apparition d'un champ de contraintes. Un calcul de fatigue thermique permet alors d'obtenir des vitesses de propagation de fissures (figure 5.8).

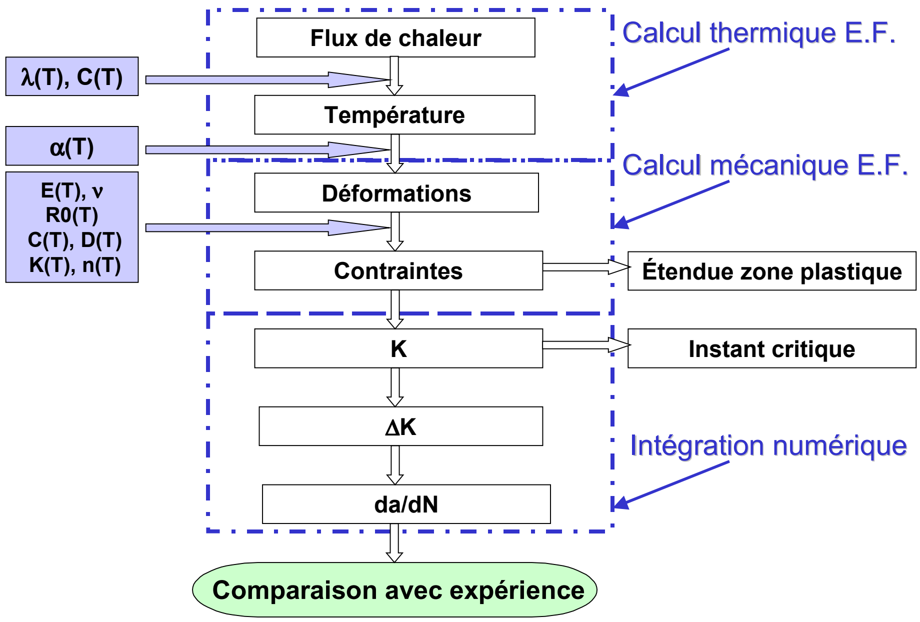


Figure 5.8. *Présentation du modèle*

Le calcul par éléments finis a été réalisé au moyen du code de calcul Zebulon 8.3. L'intégration numérique de la loi de propagation de fissure a été réalisée sous Microsoft Excel 2000.

La validation du calcul thermique se fera au moyen des relevés de température réalisés lors d'essais d'érosion électrique et de la mesure de la profondeur de la zone affectée par un arc. Ces deux résultats ont été présentés dans le chapitre 3.

5.2.1. Hypothèses, conditions aux limites et conditions de chargement

Les hypothèses que nous avons faites peuvent être regroupées en plusieurs familles.

5.2.1.1. Hypothèses concernant le domaine d'étude

L'arc, comme pour DEVAUTOUR[120], est vu comme un pourvoyeur d'énergie thermique. Ceci tient à deux raisons : primo, très peu de codes de calculs sont capables de gérer correctement les problèmes thermomécaniques, de mécanique des fluides et d'électricité, secundo, il nous est apparu impossible de réaliser les essais mécaniques de caractérisation du comportement (ainsi que l'identification d'un modèle de comportement) et de créer un modèle complet prenant en compte tous les phénomènes dont les contacts électriques sont le siège dans le délai imparti pour une thèse.

Nous ne nous sommes pas intéressés aux phénomènes liés au matériau à l'état liquide. Négliger ce type de problème nous évite la résolution conjointe de l'équation de la chaleur, de l'équation de Navier-Stokes et des équations de comportement mécanique. Nous ne prenons donc en compte, ni les mouvements de bain liquide, ni les phénomènes d'évaporation, ni l'éjection de gouttelettes de matériau liquide. Nous avons aussi supposé que le matériau liquide n'applique pas de déformation sur le matériau solide. Dans un essai de type « locomotive », une part importante du matériau est éjectée par la pression de l'arc sur le matériau. Cependant, le phénomène le plus critique pour l'endommagement des contacts électriques en endurance semble être la fissuration et sa description ne nécessite pas la modélisation de la phase liquide.

Nous avons supposé l'absence de couplage entre thermique et mécanique afin de permettre aux calculs de converger. Le comportement mécanique n'a donc pas d'influence sur l'évolution du champ de température de l'arc suivant. Cette hypothèse est raisonnable au début de l'essai électrotechnique. Elle n'est plus justifiée lorsque les fissures ont une taille comparable à celle de la structure. Cependant, les énergies très importantes et très localisées, les durées d'arc brèves et la nécessité d'obtenir un calcul réalisable dans un délai raisonnable rendent extrêmement difficile la réalisation d'un calcul couplé.

Notre objectif était de réaliser un calcul simple, pouvant être exploité par un partenaire industriel, mais suffisamment réaliste pour donner des résultats acceptables.

5.2.1.3 Hypothèses concernant les conditions de chargement

L'arc est vu comme une densité d'énergie apportée le long d'une partie de la surface. Zebulon ne permet pas l'application d'un flux dépendant de la distance à l'axe de symétrie.

Nous avons choisi une évolution temporelle de la densité d'énergie P homothétique du produit tension d'arc et intensité (figure 5.9).

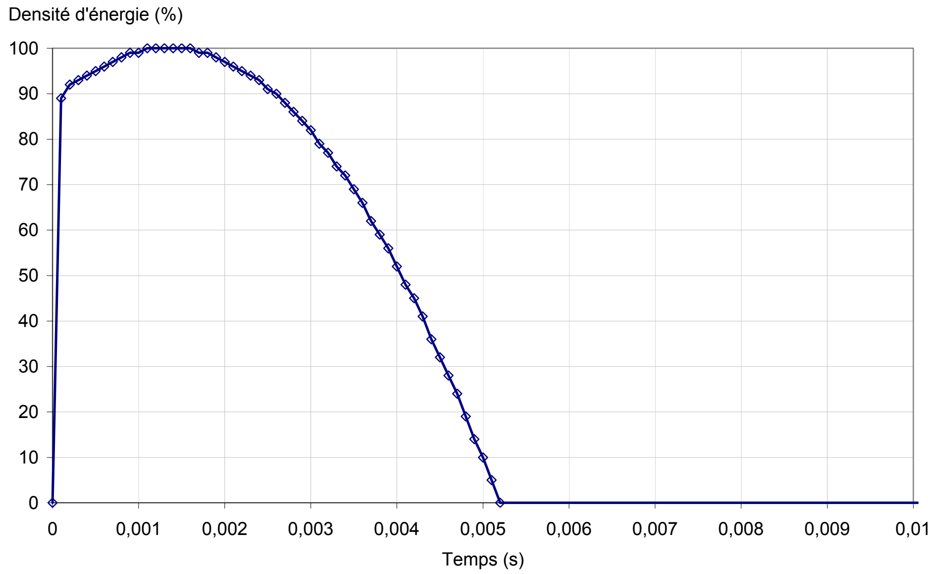


Figure 5.9. *Evolution de la densité d'énergie en fonction du temps*

5.2.1.3. Hypothèses concernant les conditions aux limites

Les surfaces libres du matériau sont soumises à la convection et au rayonnement. Les paramètres convectifs h et radiatifs α sont considérés comme indépendants de la température et de l'espace. Leurs valeurs seront déterminées plus loin. La température initiale du matériau et la température du milieu extérieur au maillage sont égales à 298K.

5.2.1.4. Hypothèses concernant le comportement du matériau

Nous avons supposé que le matériau était homogène : nous ne nous intéressons donc pas aux contraintes apparaissant à l'interface entre le renfort et la matrice. Cette hypothèse n'est possible qu'en raison du rapport très faible entre la taille de grain de SnO_2 et la taille de la structure. Un seul modèle de comportement du matériau décrit donc la totalité de la pastille. Les paramètres thermophysiques retenus sont ceux présentés dans le chapitre 2 tandis que le modèle de comportement mécanique et le modèle d'endommagement par fissuration ont été présentés au chapitre 4.

Le matériau est initialement isotrope et l'histoire avant le premier arc n'a pas d'influence.

Nous avons utilisé un modèle thermique transitoire, faisant appel à la capacité calorifique volumique du matériau ainsi qu'à sa conductivité thermique. Ces deux paramètres sont pris dépendants de la température.

5.2.2. Géométrie et maillage

Toute la difficulté du maillage dans ce calcul repose donc sur l'équilibre entre vitesse de résolution du calcul et convergence.

Nous avons choisi une géométrie axisymétrique 2D avec une zone d'impact de l'arc au centre en raison de la forme cylindrique de la pastille, conformément aux choix de la quasi-totalité de la littérature dans le domaine. Ceci nous permet de limiter le nombre de nœuds et donc le temps de calcul. L'hypothèse d'axisymétrie est raisonnable pour le premier arc. Le deuxième arc et les suivants n'ont aucune raison de tomber au centre de la pastille. Cependant, cette hypothèse se justifie sur un essai de plusieurs dizaines de manœuvres où la répartition des zones d'impacts de l'arc dépend principalement de la distance au centre de la pastille et dépend peu de la coordonnée angulaire[29]. La géométrie axisymétrique permet d'avoir un calcul plus rapide car effectué en deux dimensions au lieu d'un calcul 3D. Malgré tout, le maillage utilisé nécessite plus de 3000 nœuds, pour prendre correctement en compte les très fortes énergies mises en jeu et les temps très brefs associés.

La figure 5.10 représente une vue du maillage utilisé.

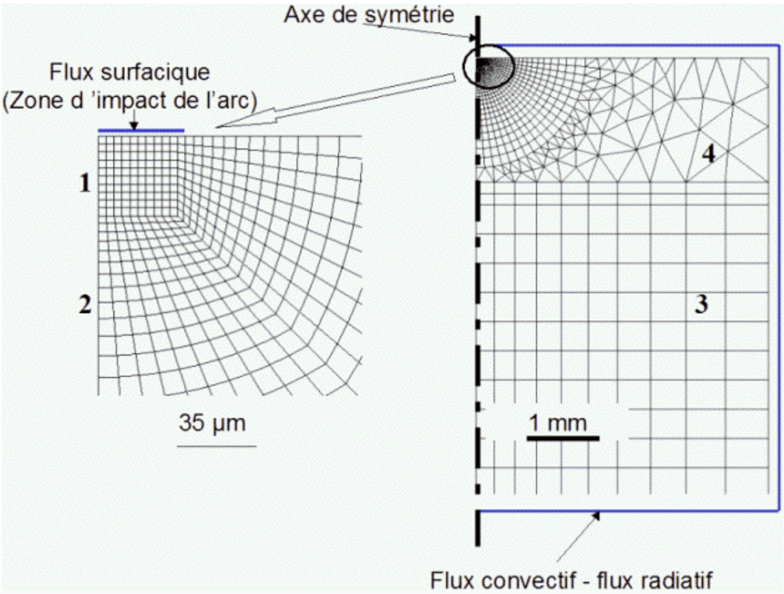


Figure 5.10. *Schéma du maillage utilisé et conditions aux limites*

La zone d'impact de l'arc (1) a été maillée par des éléments carrés. La zone située à proximité est à géométrie sphérique (2). Le reste de la pastille de contact a été maillé librement (4) à l'aide de triangles. Le support de contact est à maillage rectangulaire (3).

Nous avons effectué un calcul avec un maillage entièrement rectangulaire doté d'un grand nombre de nœuds (plus de 30 000) et un grand nombre de pas de temps (plus de 1 000) pour évaluer la qualité des réponses données avec notre maillage. L'écart est inférieur à 1%.

Nous avons effectué une étude de l'effet du nombre de mailles sur la précision du calcul, à dimensions constantes et nous avons donc retenu le maillage permettant d'obtenir un calcul rapide et convergeant facilement.

Le maillage possède une zone d'impact de l'arc de 35 µm de rayon. Ceci correspond aux résultats expérimentaux de GUILLOT[128] pour l'Ag-SnO_2 14% avec un courant de 300 A pour la cathode. L'analyse expérimentale pour une électrode d'Ag donne dans les mêmes conditions un rayon de pied d'arc de 36 µm soit 3% de plus alors que le pourcentage de SnO_2 a varié dans des proportions importantes. L'influence du pourcentage de SnO_2 sur le rayon du spot cathodique est donc faible.

Le nombre de nœuds et de points d'intégration a une forte influence sur la qualité des résultats dans le cadre d'un calcul thermomécanique. La sensibilité du calcul thermique dépend essentiellement du nombre de nœuds. Pour le calcul mécanique, le nombre de nœuds et de points d'intégration ont tous les deux une grande importance. Zebulon permet de générer des maillages quadratiques, avec un nœud intermédiaire entre chaque intersection des lignes reliant les bords extérieurs de chaque maille. Il est aussi possible d'avoir un jeu de points d'intégration normal (avec 9 points d'intégration par maille carrée) ou réduit (avec 4 points de Gauss par maille carrée). Nous avons choisi de mailler la zone d'impact et sa proximité avec un maillage quadratique normal tandis que le reste de la pastille est maillé avec un jeu quadratique réduit. Cela permet d'avoir un maximum d'information dans les régions de forte sollicitation sans augmenter exagérément le nombre de points d'intégration.

Il faut noter aussi que la présence d'une discontinuité de conditions aux limites (au bord de l'arc) pose de gros problèmes de résolution.

5.2.3. Méthodes de résolution

Il existe 4 algorithmes de résolution. Nos essais ont montré que l'algorithme le plus adapté pour le calcul complet est celui faisant appel à la méthode itérative de Newton-Raphson (algorithme p1p2p3 dans le code Zebulon).

La résolution est contrôlée par une fonction de coût nommée ratio absolu définie par la différence quadratique entre les réactions extérieure et intérieure du maillage. Les forces extérieures sont liées aux conditions aux limites tandis que les forces intérieures sont déduites du calcul du terme de travail virtuel et donc liées à la résolution du calcul.

Le calcul est découpé en séquences ou en cycles pour lesquels on fixe un nombre d'incréments. Le nombre d'incréments choisi représente le meilleur compromis entre la complexité du résultat (conduisant à un calcul lent ou divergent) et la représentativité de la solution, donnée par comparaison avec un calcul réalisé avec une précision très importante.

5.2.3.1. Discrétisation spatiale

Le bilan d'énergie est donné par :

$$\int_V \rho \dot{U} dV = \int_S q dS + \int_V r dV \quad (5.19)$$

Avec U : énergie interne du système ;

q : flux de chaleur ;

r : source externe d'énergie.

Zebulon transforme la relation précédente en une relation faisant appel à une fonction de forme par une approche de type Galerkin :

$$\int_V N\rho\dot{U}dV + \int_V \frac{\partial N}{\partial \underline{x}} \underline{\underline{\lambda}} \frac{\partial T}{\partial \underline{x}} dV = \int_V NrdV + \int_S NqdS \qquad (5.20)$$

Avec N : fonction de forme de la température T ;

x : position actuelle ;

λ : conductivité thermique (au sens de Fourier).

5.2.3.2. Discrétisation temporelle

La discrétisation temporelle utilise la méthode théta :

$$f_{t+\Delta t} = f_t + ((1-\theta)\dot{f}_t + \theta\dot{f}_{t+\Delta t})\Delta t \qquad (5.21)$$

avec : f : fonction à intégrer ;

θ : paramètre d'interpolation.

Pour la thermique, nous avons choisi d'effectuer une intégration de type Euler implicite avec θ = 1, du fait de la relative stabilité des calculs thermiques. Pour la mécanique, θ peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et 1 selon la stabilité et l'influence du temps sur le comportement dans le calcul. L'application de cette méthode à la relation précédente donne :

$$-\int_V N\rho \frac{1}{\theta\Delta t}\left[U_{t+\Delta t} - U_t\right] - \frac{1-\theta}{\theta}\dot{U}_t dV + \int_v \frac{\partial N}{\partial \underline{x}} \underline{\underline{\lambda}} \frac{\partial T}{\partial \underline{x}} dV = \int_V NrdV + \int_S NqdS \qquad (5.22)$$

Cette relation est alors résolue en utilisant la méthode de Newton-Raphson.

5.2.4. Paramètres thermophysiques

Zebulon utilise deux paramètres : la conductivité et la capacité calorifique volumique.

La conductivité λ est définie par :

$$\underline{f} = -\underline{\underline{\lambda}}(T)\frac{\partial T}{\partial \underline{x}} \qquad (5.23)$$

avec : x : incrément spatial

Le jacobien (déterminant de la matrice jacobienne) est alors :

$$\int_V \left\{ {}^t\frac{\partial \underline{\underline{N}}}{\partial \underline{\underline{x}}}\underline{\underline{\lambda}}\frac{\partial N}{\partial x} + \left({}^t\frac{\partial \underline{\underline{N}}}{\partial \underline{\underline{x}}}\frac{\partial \underline{\underline{\lambda}}}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial \underline{x}} \right)\underline{\underline{N}} \right\} dV \qquad (5.24)$$

tandis que la capacité calorifique définie par :

$$c = \frac{dU}{dT} \qquad (5.25)$$

donne le jacobien :

$$\frac{1}{\theta \Delta t}\int_V {}^t\underline{\underline{N}}\frac{dU}{dT}\underline{\underline{N}}dV \qquad (5.26)$$

Le rayonnement q_r est alors défini par :

$$\frac{\partial q_r}{\partial T} = 4\varepsilon\sigma T^3 \qquad (5.27)$$

Avec ε : constante de corps gris

σ : constante de Stefan.

L'emploi du rayonnement dans Zebulon implique d'utiliser les degrés Kelvin comme unité de température.

La convection est définie par :

$$q_c = h\,(T - T_e) \qquad (5.28)$$

Avec : h : paramètre convectif (<1).

La capacité calorifique au sens de Zebulon est donc volumique et ne prend pas directement en compte les changements d'état. Mais sa formulation enthalpique permet d'appliquer une méthode comme celle utilisée par DEVAUTOUR[120]. La capacité calorifique et la conductivité peuvent dépendre de la température sous forme d'une fonction ou sous forme tabulée. Les changements d'états se traduisent alors par des trapèzes en fonction de la température pour la capacité calorifique et par des changements brusques de valeurs de conductivité.

Les conductivités et les capacités calorifiques volumiques retenues ont été présentées dans le chapitre 2.

5.2.5. Validation du code de calcul

L'algorithme de résolution du calcul thermique a été validé sur des tests simples.

Le premier est un cylindre plein de rayon 100mm et de longueur infinie soumis à un flux convectif. Il est soumis à un choc thermique. Le maillage est réalisé en 2D axisymétrique avec 9 points de Gauss par maille. Il fait partie du guide de validation des progiciels[129]. Une solution analytique existe[130]. La comparaison de la solution analytique tabulée et du résultat du calcul numérique donne un écart maximum en température de 7% au cours du régime transitoire. Les températures en régime stabilisé se recoupent avec une erreur inférieure à 0,5% de la température analytique.

Le deuxième test a été réalisé sur notre maillage cylindrique. La totalité de la surface supérieure est soumise à un flux de chaleur constant. La température est calculée pour un point situé au centre du maillage en fonction du temps. La conductivité et la capacité calorifique sont supposées constantes. Les valeurs sont celles de l'Ag-SnO_2 à l'ambiante. La solution analytique est donnée par CARSLAW et JAEGER[122]. La différence entre la simulation et l'expérience est inférieure à 5%.

5.3. Résultats

Nous avons effectué des tests sur deux types de calcul : les calculs pour 1 cycle et les calculs pour 6 000 cycles.

Nous avons choisi les valeurs de paramètres suivants :

- rayon de la zone d'impact : 35 µm ;
- durée de l'arc : 5,2 ms ;
- durée du cycle : 1s ;
- signal en énergie ayant une forme homothétique de u(t).i(t) avec u et i mesurés expérimentalement sur un essai de type « locomotive ».

5.3.1. Effet des paramètres sur le calcul à grand nombre de cycles

5.3.1.1. Effet des conditions aux limites sur le calcul cyclé

Les paramètres h, ε et P sont interdépendants et ne peuvent être identifiés séparément. Nous avons fait des mesures de températures en plusieurs points lointains de l'arc pour un signal périodique identique à celui présenté à la figure 5.9. Nous avons ensuite déterminé les constantes de temps et les températures asymptotiques associées à chaque jeu de valeurs des paramètres h, ε et P.

Nous disposons d'une base expérimentale de température au cours d'un essai électrique réel (figure 3.62). Le signal est bruité du fait du caractère aléatoire de l'énergie d'arc. Nous avons effectué une moyenne sur ce signal puis déterminé la constante de temps τ et la température asymptotique A définies par la relation :

$$T(t>0) = A(1-e^{-t/\tau}) + T(t=0) \qquad (5.29)$$

Le temps 0 correspond au début du cycle d'arcs électriques. La température ne suit pas une loi exponentielle mais une somme de fonctions de ce type dont les valeurs propres vérifient les fonctions propres orthogonales du système. Cependant, le calcul du premier ordre permet l'identification des coefficients.

Nous avons alors effectué un test de robustesse en faisant varier un à un chaque paramètre sur des essais de quelques milliers de cycles.

Le premier paramètre est le coefficient de transfert radiatif ε, constante de corps gris (sans dimension).

La figure 5.11 représente la température en un nœud éloigné de la zone d'impact de l'arc de 4 mm pour différentes valeurs de ε. Une augmentation de ε conduit à une diminution quasi linéaire du paramètre A de l'essai et de la constante de temps τ.

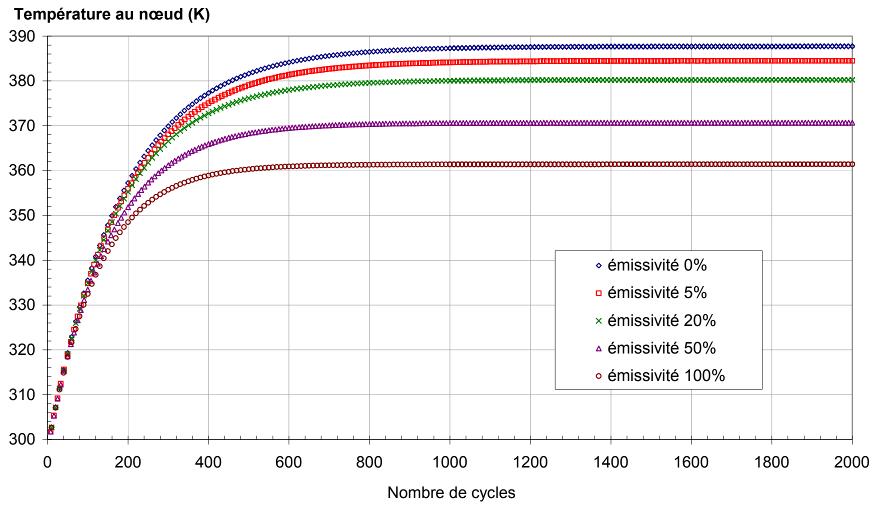


Figure 5.11. *Effet de la variation d'émissivité sur le calcul des températures*
Calcul thermique d'un contact soumis à des arcs électriques (2 000 cycles)

Nous nous sommes ensuite intéressés au paramètre convectif h. La figure 5.12 représente l'évolution des valeurs numériques de A et de τ en fonction de la valeur de h.

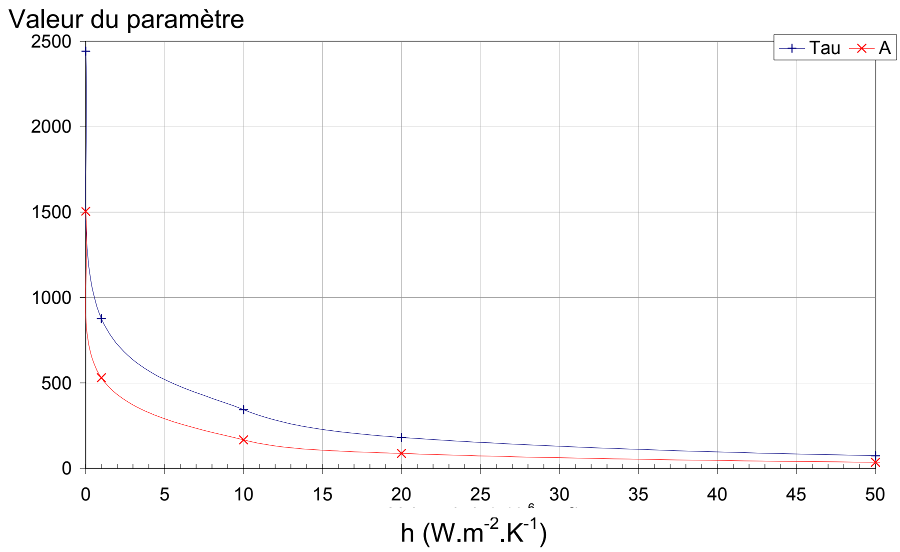


Figure 5.12. *Effet du paramètre convectif h sur la réponse transitoire et la réponse finale*
Calculs thermiques d'un contact soumis à des arcs électriques (2 000 cycles)

L'augmentation de h conduit à une diminution de A et de la constante de temps τ. Il a un effet plus fort que l'émissivité. On constate que la décroissance est très rapide quand h augmente.

La figure 5.13 représente l'évolution de la température en fonction du nombre de cycles pour différentes densités de puissance P injectées sur la zone d'impact de l'arc.

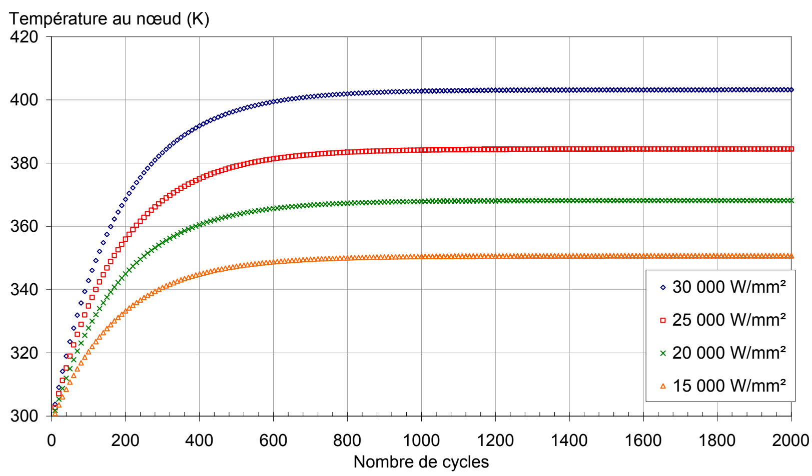


Figure 5.13. *Effet de la densité de puissance sur la réponse transitoire et la réponse finale*

L'augmentation de la densité de puissance conduit à une augmentation linéaire du paramètre A de l'essai et de la constante de temps τ.

L'augmentation de la durée du cycle conduit à une diminution du paramètre A de l'essai et de la constante de temps τ (figure 5.14).

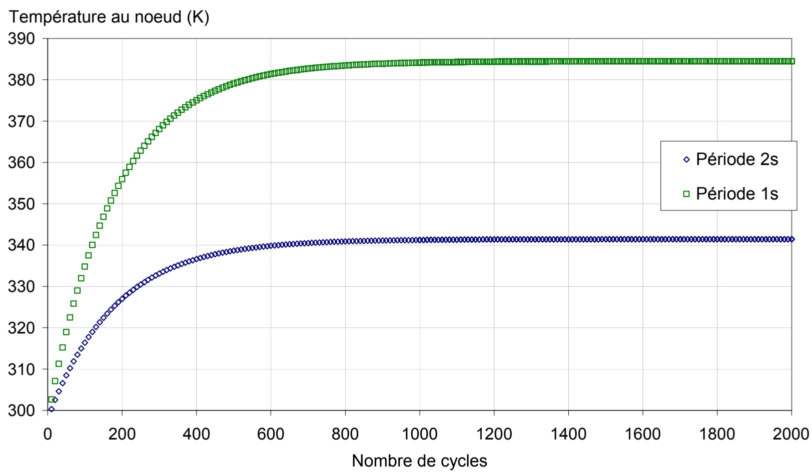


Figure 5.14. *Effet de la période sur la réponse transitoire et la réponse finale*

Ceci nous a permis d'identifier un jeu de paramètres pour lequel le modèle représente correctement le régime transitoire par rapport à l'expérience (figure 5.15), soit une densité de puissance de 25 000 W/mm^2, un paramètre convectif h de 12 et un paramètre de corps gris de 5%.

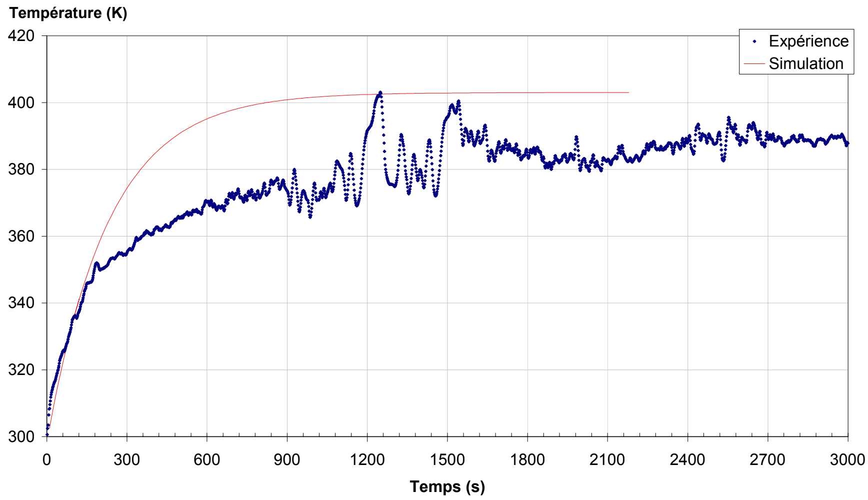


Figure 5.15. *Température d'un point éloigné de l'arc électrique : confrontation simulation expérience pour les régimes transitoires*

5.3.1.2. Effet des paramètres matériaux sur le calcul thermique cyclé

Nous nous sommes intéressés à la conductivité thermique λ, à la capacité calorifique c et à l'influence des pics de capacité calorifique volumique liés aux changements d'état.

Nous avons pris trois valeurs de conductivité définies par un pourcentage d'une valeur pivot correspondant à la conductivité thermique de l'Ag-SnO_2.

λ semble avoir peu d'effet sur le calcul thermique (figure 5.16).

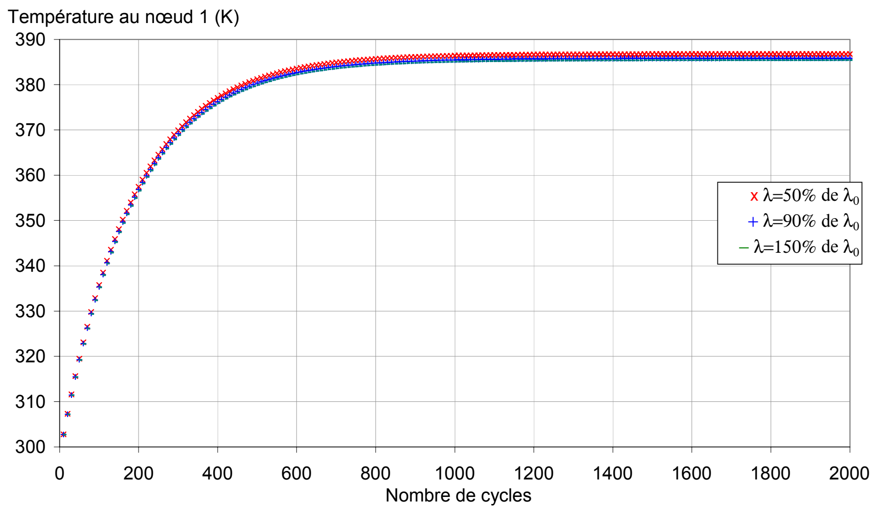


Figure 5.16. *Effet de la conductivité sur la réponse transitoire et la réponse finale*

De la même manière, la capacité calorifique a été évaluée par rapport à une valeur-pivot (figure 5.17). La capacité calorifique a exclusivement un effet sur le régime transitoire. Une forte capacité calorifique rend les phases transitoires plus progressives.

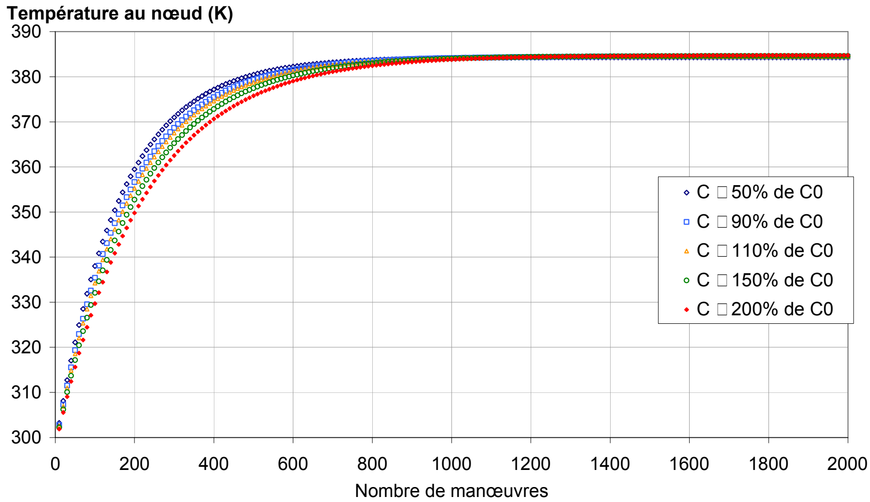


Figure 5.17. *Effet de la capacité calorifique volumique sur la réponse transitoire et la réponse finale*

Une fois les valeurs des paramètres de densité de puissance, de convection h et la constante de corps gris identifiés, nous allons nous intéresser à l'évolution spatiale de la température au cours d'un cycle.

5.3.2. Champ de température au cours d'un cycle

La zone d'impact, symbolisée par un carré, fait 35 µm de coté. La figure 5.18 retrace l'évolution de la température dans le contact en $Ag\text{-}SnO_2$ au cours de l'essai. La zone d'impact est située dans le coin supérieur gauche des maillages.

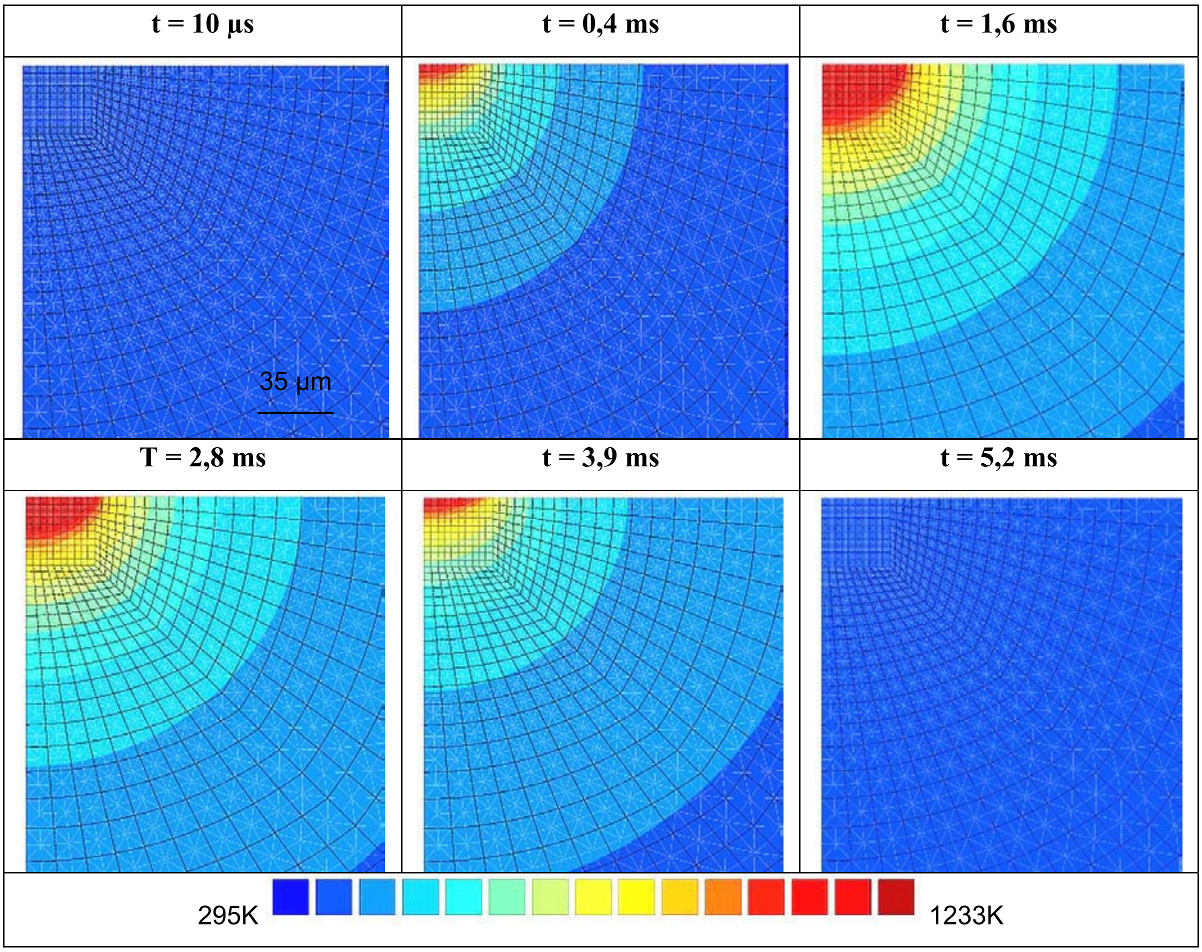


Figure 5.18. *Evolution du champ de température au cours d'un cycle*

Nous nous sommes intéressés à six instants clé. Le premier correspond au premier incrément du calcul. Le deuxième correspond à l'instant où la température maximale dépasse la température de fusion du matériau (en rouge sur la carte). La phase liquide apparaît à partir de 0,4 ms. La température maximale au point d'impact est atteinte au bout de 1,1 ms. Le troisième instant correspond à l'instant de chauffage maximal. Le rayon de la zone affectée continue d'augmenter jusqu'à 1,6 ms. Le quatrième instant correspond à la fin du premier tiers du refroidissement, tandis que le cinquième instant correspond à la fin du deuxième tiers du refroidissement. La phase liquide disparaît vers 4,1 ms. Le sixième instant correspond à l'extinction de l'arc. A 5,2 ms, le contact est à une température proche de l'ambiante. Les isothermes présentent une géométrie sphérique.

La mesure de rugosimétrie du chapitre 3 donnait une profondeur de cratère de 50 µm pour un arc de 41 J et de 30 µm pour un arc de 24 J. L'analyse des cartes isothermes de la figure 5.18 donne une profondeur de zone fondue de 25 µm pour un arc d'énergie supposée de 18 J. Si la profondeur du cratère dépend essentiellement de la profondeur de la zone fondue, l'accord est correct entre expérience et simulation.

Les températures maximales atteintes sont proches des valeurs de la littérature pour l'argent ou pour des pseudo-alliages[120].

5.3.3. Evolution spatiale de la température au cours d'un cycle

La figure 5.19 représente l'évolution de la température en fonction de la distance au centre de la zone d'impact r pour différents moments de l'histoire de l'arc.

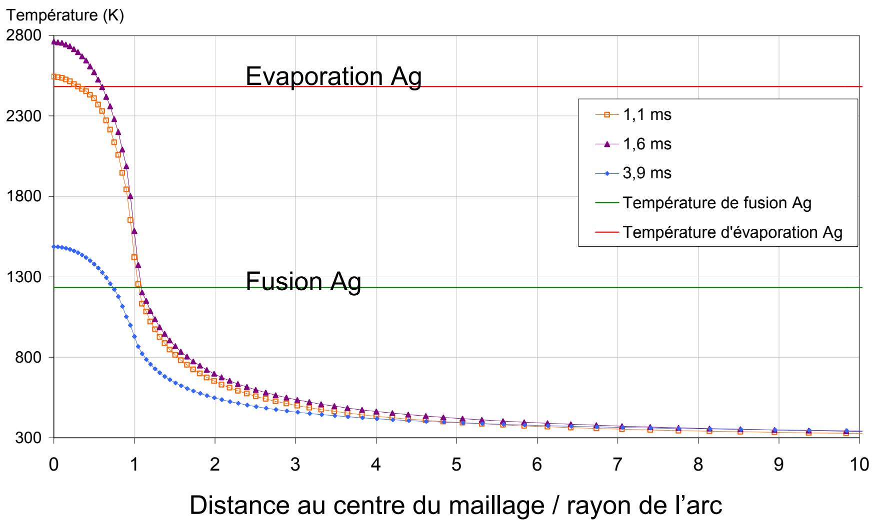


Figure 5.19. *Répartition spatiale de la température en surface*
Les temps indiqués correspondent respectivement à l'établissement de l'arc, à la fin du chauffage et au milieu du refroidissement. La distance au centre de la zone d'impact est normalisée par le rayon de la zone d'impact

La zone fondue atteint le quart du rayon de la zone d'impact de l'arc (r_c) à l'établissement de l'arc, 0,5 r_c à la fin du chauffage et 0,66r_c au milieu du refroidissement.

Dans tous les cas, la température décroît très vite : elle est inférieure à 500K pour des distances supérieures à 4r_c.

Le volume d'Ag-SnO2 dépassant la température d'ébullition de l'argent peut être assimilé à une sphère : son rayon vaut alors 0,6 r_c soit un volume de $5{,}3.10^{-8}$ cm^3.

Si nous considérons que la zone fondue est sphérique, celle-ci a d'après la courbe précédente un volume de $3{,}1.10^{-4}$ mm^3. La masse correspondante est de 3 µg. La valeur obtenue pour les essais locomotive (mesurée sur un profil rugosimétrique) est supérieure de 50% aux valeurs issues de la simulation numérique. Il semblerait donc que notre modèle ait tendance à sous-estimer le volume de matière fondue et donc le rayon de 14%.

La figure 5.20 donne l'interprétation de KANG & BRECHER[92] de l'évolution de la température et de la contrainte dans le matériau au cours d'un cycle.

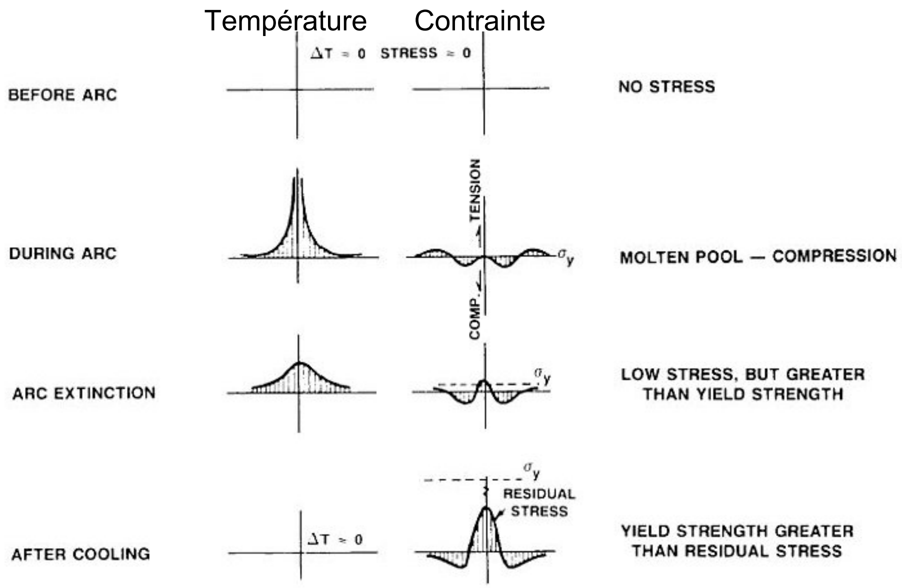


Figure 5.20. *Evolution de la température et de la contrainte avant et pendant l'arc ainsi que lors de l'extinction de l'arc et après le refroidissement (d'après KANG & BRECHER[92])*

Les quatre moments clé auxquels ils se sont intéressés sont :

- avant l'arc, où l'on suppose que le matériau est à température ambiante et sans contrainte résiduelle ;
- pendant l'arc où le gradient de température est énorme et les ondes en contraintes se succèdent, avec un bain fondu en compression et la zone proche du bain fondu en traction ;

- pendant l'extinction où la température chute au centre de la zone d'impact, ce qui fait augmenter les contraintes du fait de la solidification du bain fondu. Les contraintes peuvent ainsi dépasser localement la limite élastique ;

- après l'arc, avec un matériau à l'ambiante et des contraintes résiduelles inférieures à la limite élastique.

On constate que les profils de température obtenus par la simulation avec Zebulon confirment cette description.

5.3.4. Influence du chargement thermique et des paramètres thermophysiques sur le champ de température pour un cycle

Nous avons évalué l'influence des paramètres P, ε et h sur la distribution spatiale de la température.

Le premier paramètre, la densité de puissance P dans la zone d'impact, a une forte influence sur le champ de température. La température maximale atteinte augmente quand P augmente (figure 5.21) et ce, de manière non linéaire.

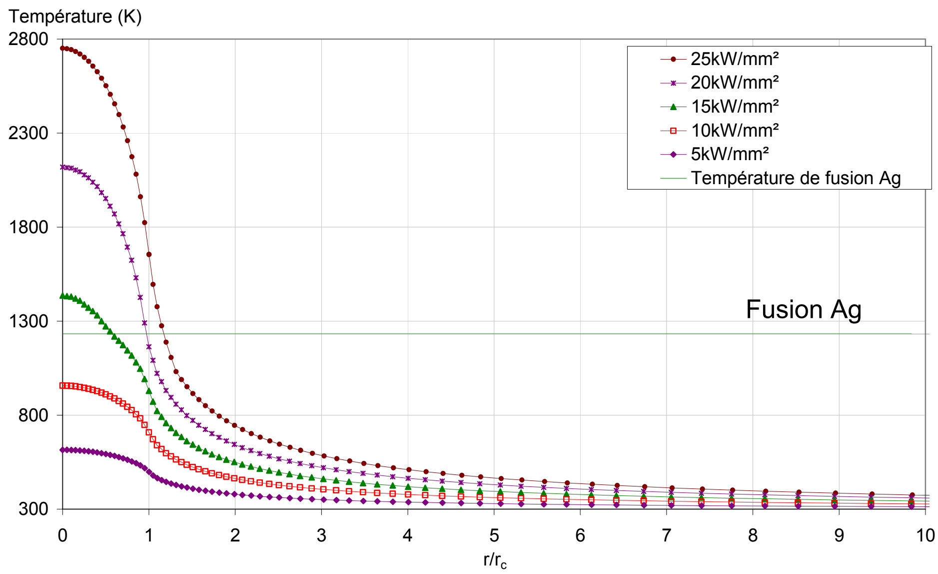


Figure 5.21. *Influence de la densité de puissance sur l'évolution spatiale de la température*
r_c : taille de la zone d'impact de l'arc, r : distance au centre de la zone d'impact

Il n'y a pas de zone fondue pour les énergies d'arc inférieures à 15kW/mm^2. Pour les énergies de 15 kW/mm^2 et plus, l'augmentation de la taille de la zone fondue est non linéaire. On constate aussi que la zone de gradient maximal se trouve au bord de l'arc.

Les paramètres ε et h n'ont quasiment aucune influence sur le profil de température (figures 5.22 et 5.23).

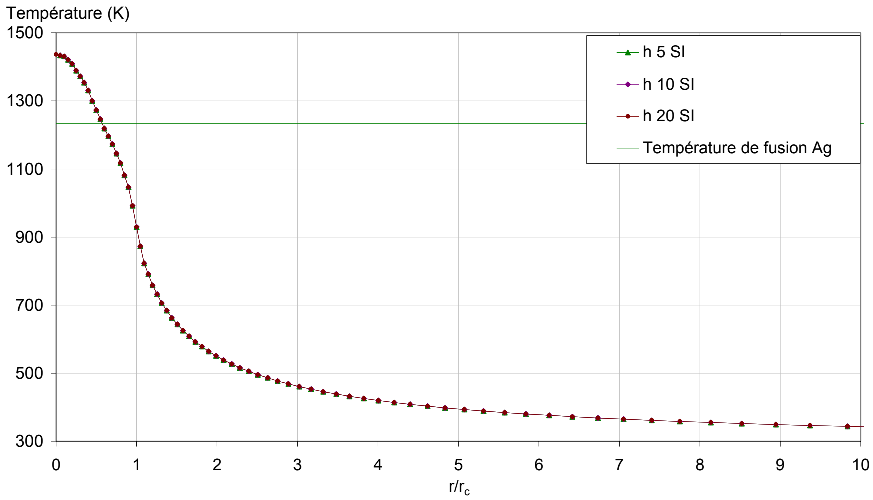


Figure 5.22. *Influence de h sur le profil en température en surface*

Puissance :15 kW/mm²

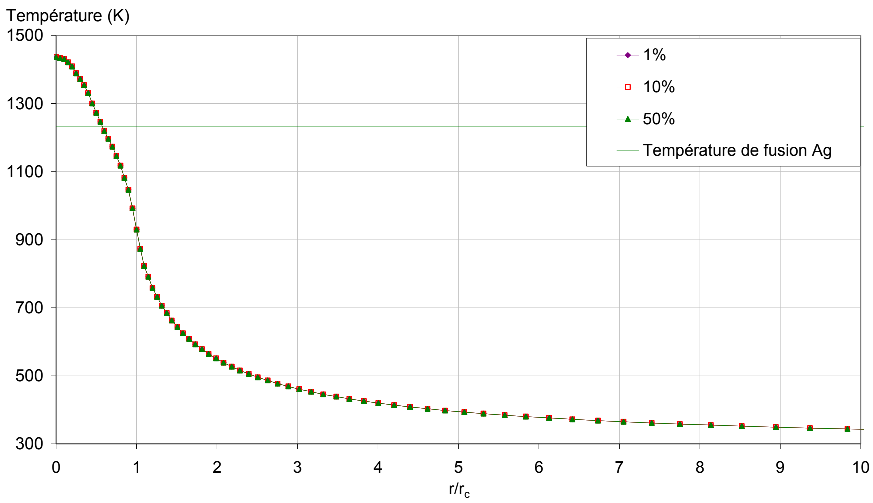


Figure 5.23. *Influence de ε sur le profil en température en surface*

Puissance :15 kW/mm²

La densité de puissance injectée est donc la condition de chargement la plus importante pour un essai comportant un seul cycle. L'émissivité et le paramètre convectif n'ont une influence que sur des temps longs.

5.4. Vers une approche thermomécanique

Nous avons construit un modèle thermique cyclé utilisant le code de calcul par éléments finis Zebulon 8.3. Après une étape de validation de l'approche thermique dans Zebulon, nous avons pu identifier les paramètres de forte sensibilité pour notre calcul. La densité de puissance injectée dans le contact par l'arc, le facteur convectif h et la constante de corps gris ε ont été évalués grâce à des essais électriques réels. En outre, l'étude paramétrique nous a permis de montrer que le paramètre le plus important pour des temps courts est la densité de puissance injectée dans le contact tandis que le paramètre convectif a une grande importance pour les temps longs. Les cartes thermiques montrent une progression sphérique des isothermes au cours du passage de l'arc électrique. Le contact fond d'après notre calcul jusqu'à 25 µm de profondeur, ce qui correspond aux valeurs expérimentales obtenues par rugosimétrie.

Ce modèle thermique a pour but de permettre d'accéder aux cartes de température aux nœuds afin de calculer les contraintes correspondantes et donc l'endommagement résultant de la sollicitation générée par le choc thermique dû à l'arc.

C'est l'objectif du chapitre 6.

Bibliographie du chapitre 5

[117] SAINT BLANQUET C., Cours de conduction thermique, Université de Nantes, site Internet : http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/blanquet/conducti/cddex.htm

[118] KADANI A., Modélisation 2D et 3D des arcs électriques dans l'argon à pression atmosphérique avec la prise en compte du couplage thermique et électrique arc – électrodes et de l'influence des vapeurs métallique, Thèse, Université Pierre et Marie Curie Paris 6, 1995.

[119] LEFORT A., ANDANSON P., BESSEGE R., Energy transmitted to a metal contact by the cathode and anode of an electric arc, Proceedings of the 33th IEEE Holm conference on electrical contacts, pp137-143, 1987

[120] BENZERGA L., Contribution à la modélisation des phénomènes thermiques de conduction et de changements d'état intervenant dans les interactions arc - électrode, Thèse, Université Paris 6, 1988

[121] DEVAUTOUR J., Contribution à l'étude des interactions arc-électrodes, influence de la structure métallurgique sur les mécanismes d'érosion des appareils de coupure, Thèse, Université Paris 6, 1992

[122] CARSLAW H.S., JAEGER J.C., Conduction of heat in solids, Snd Ed., Clartendon Press,Oxford, p76, 1959

[123] KHARIN S.N., mathematical model of arc erosion in electrical contacts, Proceedings of the 16th International Conference on Electrical Contacts, pp205-209, 1992

[124] LAGO F., GONZALEZ J.J., FRETON P. and GLEIZES A., A numerical modelling of an electric arc and its interaction with the anode : part I. The two-dimensional model, Journal of Physics D : Applied Physics, 37, pp883-897, 2004

[125] Site Internet : http://www.fluent.com

[126] HSU K.C., ETEMADI K. and PFENDER E., Study of the free-burning high-intensity argon arc, Journal of Applied Physics, 54, pp1293-1301, 1983

[127] Site Internet : http://www.univ-bpclermont.fr/LABOS/laept/laept-fr/laept-fr-accueil/laept-fr-accueil.html

[128] GUILLOT J.P., Analyse théorique et expérimentale des pieds d'arcs électriques, thèse, Université Blaise-Pascal, 1995

[129] Guide de validation des progiciels de calcul de structure, SFM, Afnor Technique, pp 312-313

[130] McADAMS W.H., Transmission de la chaleur, Paris, Dunod, 1961