

# 3

## Fatigue des élastomères

### Contents

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>87</b>
<b>3.2</b>	<b>Approche en propagation de fissure</b>	<b>87</b>
<b>3.3</b>	<b>Approche en amorçage de fissure</b>	<b>90</b>
3.3.1	Diagramme de Haigh	90
3.3.2	Courbes SN	92
<b>3.4</b>	<b>Mise en place expérimentale</b>	<b>103</b>
3.4.1	Critère de fin de vie	103
3.4.2	Machines de fatigue	103
3.4.3	Protocole expérimental	105
<b>3.5</b>	<b>Résultats en fatigue</b>	<b>109</b>
3.5.1	Fatigue uniaxiale	109
3.5.2	Fatigue multiaxiale	119
<b>3.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>128</b>

---



### 3.1 Introduction

Optimiser l'estimation des durées de vie de pièces en élastomères représente un enjeu industriel important. L'étude de la fatigue des matériaux est un outil indispensable pour atteindre cet objectif. Deux approches sont développées dans la littérature pour appréhender la fatigue des matériaux :

- La propagation, qui consiste à quantifier l'avancée d'une fissure pré-existante au sein d'une structure.
- L'amorçage, qui décrit la réponse du matériau, initialement sans défauts apparents, à des chargements à long terme dans le but de réaliser une représentation des résultats en fatigue de type courbe SN.

D'autre part, une voie pour se rapprocher des conditions de fonctionnement industrielles, des sollicitations multiaxiales, combinant différents types de chargements (traction biaxiale, traction-torsion, cisaillement-traction, ...), sont introduites (Mars, 2001).

L'objectif de ce chapitre est de proposer une méthode d'estimation des durées de vie de pièces en caoutchouc, à partir des lois de comportement déterminées dans le chapitre 2. Dans cette partie, nous nous plaçons dans le cadre de l'approche en amorçage de fissure<sup>1</sup>. L'énergie dissipée est le paramètre choisi pour décrire le comportement en fatigue uniaxial puis multiaxial du polychloroprène. Il sera comparé aux principaux critères de fatigue formulés dans la littérature. Au préalable, une bibliographie, traitant de la fatigue des élastomères, est développée, présentant les deux approches précédemment citées. Le protocole expérimental est ensuite détaillé, avec une partie dédiée à la campagne en fatigue uniaxiale et l'autre à la fatigue multiaxiale. Enfin, les résultats sont exposés et commentés.

### 3.2 Approche en propagation de fissure

Une approche globale de la propagation de fissure se base sur les travaux de Griffith (1921), dans lesquels il présente un critère énergétique de rupture en traction. Il considère la présence de forces cohésives entre atomes en pointe de fissure et postule ainsi la nécessité d'une énergie potentielle pour que celle-ci puisse se propager. Rivlin et Thomas (1953) adaptent les travaux de Griffith (1921) dans l'étude de la rupture du caoutchouc naturel en définissant une énergie de déchirement  $T$  :

$$T = -\frac{1}{h} \left( \frac{\partial W}{\partial A} \right)_l \quad (3.1)$$

Où  $h$  correspond à l'épaisseur de l'échantillon,  $W$  à l'énergie de déformation,  $A$  à la taille de fissure. L'indice  $l$  indique que la différenciation se fait dans des conditions de déplacement constant. Cette approche est validée pour des élastomères non cristallisables et différentes sollicitations (Thomas, 1960), (Greensmith, 1960), pour différents types de renforts (Greensmith et Thomas, 1955b), et pour différentes conditions (Greensmith et Thomas, 1955a). Suivant la structure de l'éprouvette étudiée, une approximation est faite dans l'expression de l'énergie de déchirement :

- $T = Wh$  dans le cas d'une éprouvette de cisaillement pur (Thomas, 1960)
- $T = 2kWa$  dans le cas d'une éprouvette pré-entaillée sur le côté (Greensmith, 1963)

où  $h$  correspond à la hauteur de l'éprouvette,  $a$  à la taille de fissure,  $k$  une fonction dépendant de l'état de déformation de l'échantillon. Lindley (1972) en donne une approximation :

$$k = \frac{2,95 - 0,08\varepsilon}{\sqrt{1 + \varepsilon}} \quad (3.2)$$

---

1. Ce choix sera discuté dans ce chapitre

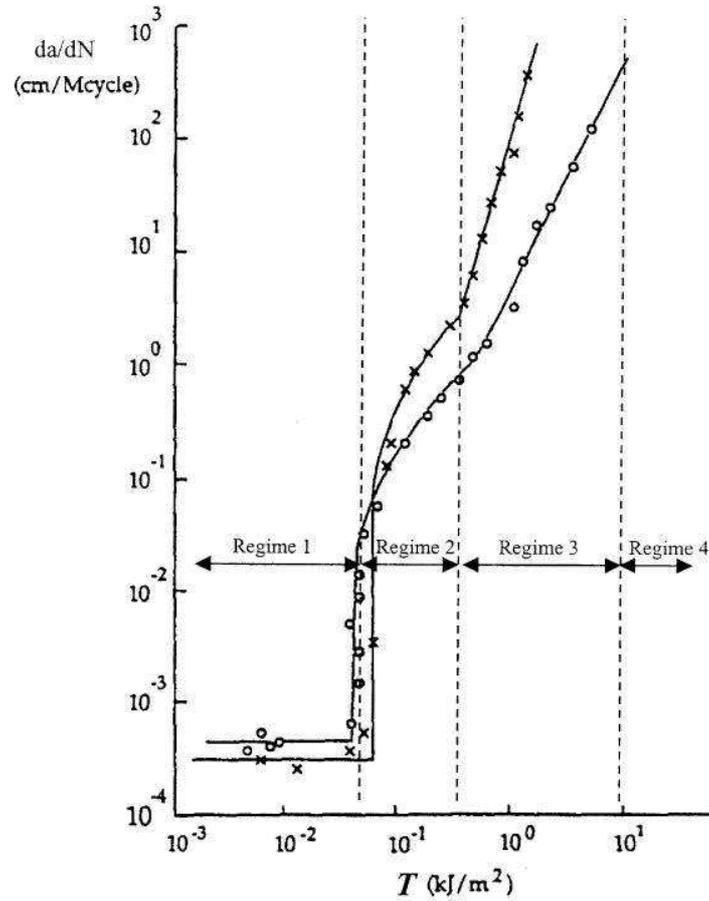


FIGURE 3.1 – Régimes de propagation de fissure d'un caoutchouc pure gomme (Lake et Lindley (1965))

$\varepsilon$  représente la déformation nominale. Lake et Lindley (1965) identifient quatre régimes de propagation de fissure pour un caoutchouc NR et SBR, en fonction de l'énergie de déchirement maximale par cycle (fig. 3.1) :

- Pour  $T \leq T_0$ , la vitesse de propagation de fissure est constante et les paramètres mécaniques n'y interviennent pas.
- Pour  $T_0 \leq T \leq T_1$ , l'avancée de fissure présente un comportement transitoire
- Pour  $T_1 \leq T \leq T_2$ , la vitesse de propagation de fissure suit une loi de Paris :  $\frac{da}{dN} = KT^\alpha$ .
- Pour  $T \geq T_2$ , l'énergie de déchirement a atteint une valeur critique, à partir laquelle la propagation de fissure est infiniment rapide.

A partir de ce constat, de nombreux modèles décrivant la propagation de fissure sont développés dans la littérature. Mars et Fatemi (2002) en font une description exhaustive. Ils présentent le phénomène de fatigue comme étant la propagation de microfissures, de taille caractéristique initiale  $a_0$  jusqu'à une taille critique  $a_f$  (Mars, 2001), (Mars et Fatemi, 2007), (Mars et Fatemi, 2009). Ils supposent que la totalité de la propagation de fissure dans les élastomères suit une loi de puissance, et obtiennent un modèle d'estimation des durées de vie en intégrant la loi de propagation de fissure (eq. 3.3).

$$N_f = \frac{1}{F-1} \frac{1}{B(2kW)^F} \left[ \frac{1}{a_0^{F-1}} - \frac{1}{a_f^{F-1}} \right] \quad (3.3)$$

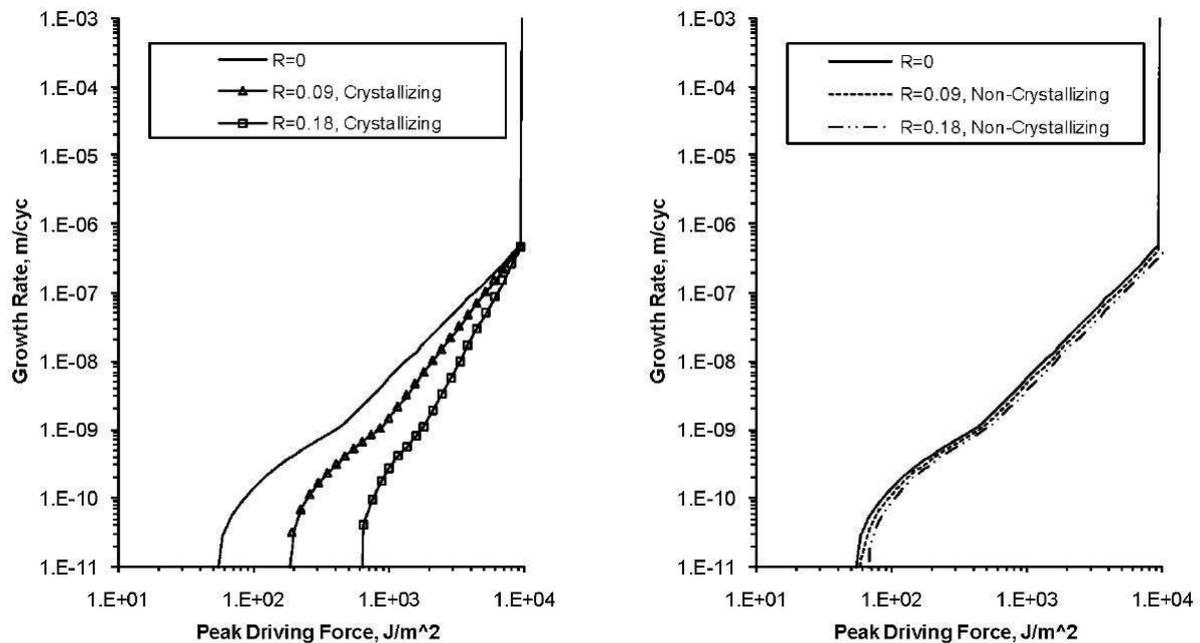


FIGURE 3.2 – Influence de la cristallisation sur le comportement en propagation de fissure du caoutchouc naturel (Mars et Fatemi (2009))

$N_f, B$  et  $F$  correspondent respectivement au nombre de cycles à rupture des paramètres matériaux à identifier. Ce modèle est ensuite amélioré en faisant dépendre  $F$  du rapport de charge<sup>2</sup> (Mars, 2001), (Mars, 2003), (Mars et Fatemi, 2007), (Mars et Fatemi, 2009) (eq. 3.4). Cette modification permet de prendre en compte le phénomène de cristallisation sous tension (cf. paragraphe 1.2.3.5) dans les estimations des durées de vie (fig. 3.2).

$$F(R) = F_0 + F_1 \cdot R + F_2 \cdot R^2 + F_3 \cdot R^3 \quad (3.4)$$

$F_0, F_1, F_2$  et  $F_3$  sont des paramètres à identifier.

Toutefois, peu de travaux sont disponibles dans la littérature concernant l'étude de la propagation de fissure liée à des chargements multiaxiaux. Mars (2001) met en évidence l'influence de l'angle initial du plan de fissure dans le comportement en propagation de fissure expérimentale du matériau. La sollicitation utilisée dans ses travaux reste néanmoins la traction simple.

La description globale de la propagation de fissure propose une méthode intuitive d'estimation des durées de vie, par l'intégration de lois de Paris. Cette méthode est principalement utilisée pour la propagation de fissure en traction. Il ne nous semble pas qu'il existe de travaux relatant d'une méthode expérimentale de quantification de la propagation de fissure sous chargement multiaxial. Ce manque est partiellement comblé par son étude en mode mixte (Mars, 2001), (Nait Abdelaziz et al., 2005).

2.  $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$

**REMARQUE 3.1**

Une approche locale de la propagation de fissure est proposée dans la littérature (Martin-Borret, 1998), apportant des informations complémentaires. Cette méthode, inspirée par les travaux de Rice (1968), repose sur la détermination d'un bilan énergétique dans un contour fermé autour de la pointe de fissure. Cette partie ne sera pas développée car la propagation de fissure n'intervient pas dans notre étude.

**REMARQUE 3.2**

Nous n'avons pas choisi l'approche en propagation de fissure pour étudier la fatigue du polychloroprène car celle en initiation de fissure paraît plus naturelle pour traiter de la fatigue multiaxiale de notre matériau.

### 3.3 Approche en amorçage de fissure

L'approche en amorçage de fissure consiste à estimer la durée de vie de pièces sans défauts apparents par l'utilisation d'un paramètre issu de la mécanique des milieux continus : le critère de fatigue. La représentation des résultats en fatigue du matériau peut être réalisée suivant deux méthodes :

- Le diagramme de Haigh, utilisant la description du comportement en fatigue en fonctions de deux paramètres
- Une approche classique, utilisant la représentation de type courbe SN, dans laquelle le critère de fatigue est tracé en fonction des durées de vie en fatigue

Ce paragraphe a pour objectif de proposer une liste non exhaustive des principaux critères de fatigue présents dans la littérature.

#### 3.3.1 Diagramme de Haigh

Le diagramme de Haigh représente des courbes de niveau d'iso-durées de vie dans un plan où les abscisses et ordonnées correspondent respectivement à une valeur représentative de la moyenne et de l'amplitude du chargement. Cette forme de représentation s'inspire de celles de Goodman et de Gerber (Sendekyj, 2001), couramment utilisées dans les matériaux métalliques.

Cette approche est adaptée pour les élastomères par André et al. (1998), pour quantifier l'influence du rapport de charge sur le comportement en fatigue d'un caoutchouc naturel (fig. 3.3). Ils établissent un diagramme de Haigh, permettant de qualifier l'influence de l'amplitude et de la moyenne de chargement (et donc également du rapport de charge) sur la tenue en fatigue du matériau. Ainsi, ils observent un changement de comportement en fatigue à partir d'un rapport de charge  $R = 0$  (fig. 3.3). Les travaux d'André et al. (1998) sont aussi à l'origine de différents autres diagrammes représentant le comportement en fatigue du NR :

- Saintier (2001) propose un diagramme de Haigh (fig. 3.4). Il en propose l'expression suivante (eq. 3.5) :

$$\sigma_{eq} = \begin{cases} \alpha_1 \cdot \Delta\sigma + \beta_1 \cdot \sigma_m & \text{si } R < 0 \\ \alpha_2 \cdot \Delta\sigma + \beta_2 \cdot \sigma_m & \text{si } R > 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

où la formulation est fonction de l'amplitude de contrainte ( $\Delta\sigma$ ) et de la contrainte moyenne ( $\sigma_m$ ).  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont des paramètres à identifier.

- Oshima et al. (2007) réalisent un diagramme de Haigh avec une plus grande plage de valeurs de rapports de charge, et différencient le comportement en fatigue du NR selon trois zones (fig. 3.5), dont

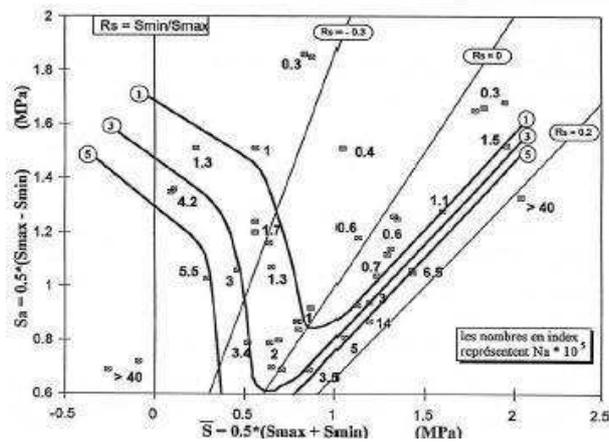


FIGURE 3.3 – Diagramme de Haigh de André et al. (1998) appliqué à un Caoutchouc Naturel

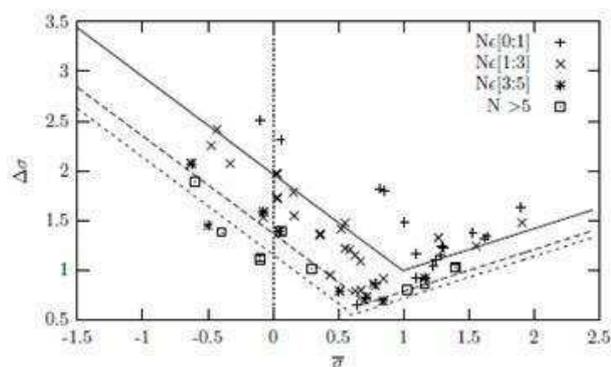


FIGURE 3.4 – Critère de fatigue uniaxial sous la forme d'un diagramme de haigh, résultats en fatigue de Saintier (2001) pour un caoutchouc naturel

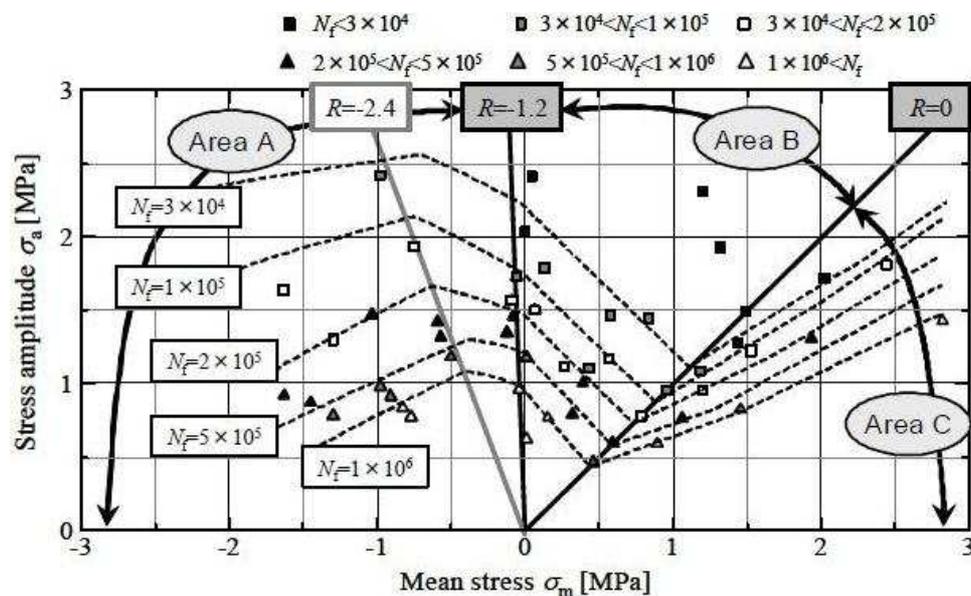


FIGURE 3.5 – Diagramme de Haigh uniaxial d'Oshima et al. (2007)

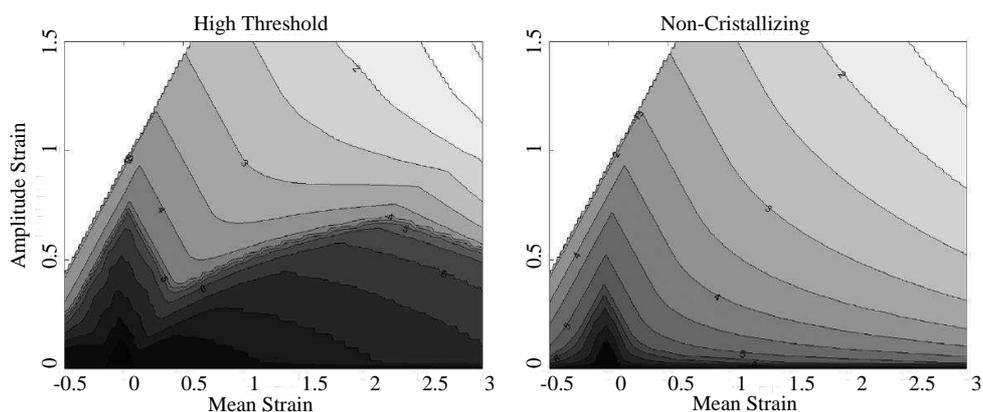


FIGURE 3.6 – Diagramme de Haigh uniaxial de Mars et Fatemi (2009)

deux d'entre elles correspondent à un rapport de charge négatif. Ils constatent aussi un renforcement du comportement en fatigue pour des valeurs positives de rapport de charge.

- Mars et Fatemi (2009) réalisent un diagramme de Haigh à partir d'un modèle d'estimation des durées de vie obtenues avec une approche en propagation de fissure (cf. paragraphe 3.3) (fig. 3.6).

### 3.3.2 Courbes SN

Le principe de cette démarche consiste à représenter un critère de fatigue en fonction d'un nombre de cycles<sup>3</sup>. Sont présentés par la suite différents critères existant dans la littérature.

3. Ce dernier pourra être le nombre de cycles à l'amorçage de fissures, à ruptures ...

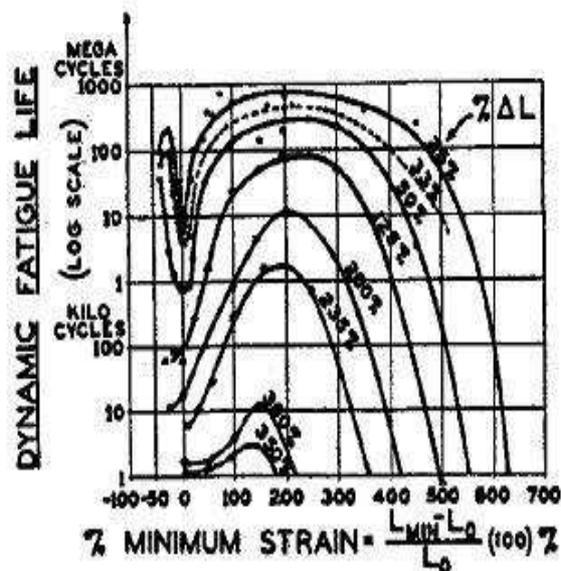


FIGURE 3.7 – Résultat de fatigue en traction simple de Cadwell (1940) pour un Caoutchouc Naturel

### 3.3.2.1 Première déformation principale

Cadwell (1940) observe l'influence de la déformation minimale en traction ainsi que celle de l'amplitude de déformation dans la fatigue uniaxiale d'un caoutchouc naturel. Il conclut qu'une augmentation de la déformation minimale, à amplitude constante, provoque une augmentation de la durée de vie en fatigue de pièces en caoutchouc naturel (fig. 3.7)

Fielding (1944) assimile ce phénomène à la cristallisation sous tension (cf. fig. 3.8), et le décrit comme la création de renforcement à partir d'un certain niveau de déformation minimale.

Roberts et Benzies (1977) réalisent des essais de traction uniaxiale et equibiaxiale en fatigue cyclique sur des éprouvettes en NR et SBR. Ils utilisent également la déformation principale comme critère de fatigue. Ils montrent ainsi que la traction equibiaxiale est un chargement plus endommageant que la traction simple.

Il est à noter, en revanche, que la déformation principale ne semble pas unifier les résultats de Roberts et Benzies (1977) pour des faibles durées de vie.

### 3.3.2.2 Première contrainte principale

Saintier (2001) postule que la première contrainte principale est le paramètre pilotant l'ouverture de fissure dans un caoutchouc et que la normale au plan de fissuration coïncide avec le vecteur propre lié à celle-ci.

Bennani (2006) suppose que seule la partie positive de la contrainte participe à l'endommagement en fatigue du caoutchouc naturel et utilise la contrainte efficace comme critère de fatigue multiaxial (eq. 3.6)

$$\sigma_{eff} = \sigma_{max}^P - Sup(0, \sigma_{min}^P) \quad (3.6)$$

Où  $\sigma_{max}^P$  et  $\sigma_{min}^P$  représentent les valeurs minimales et maximales la première contrainte principale.

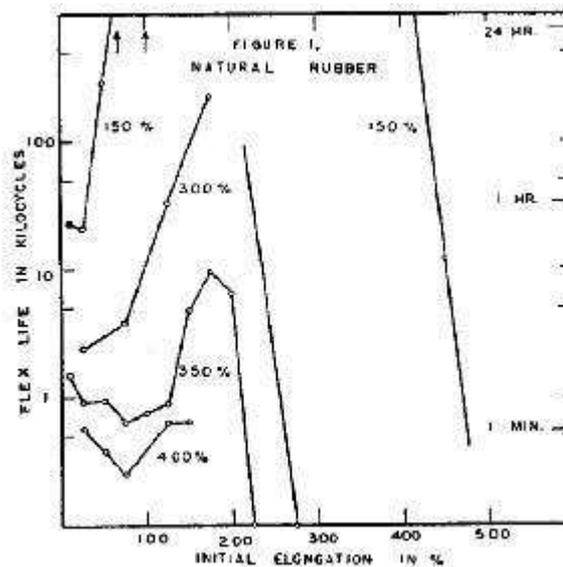


FIGURE 3.8 – Résultat de fatigue en traction simple de **Fielding (1944)** appliqué à un Caoutchouc Naturel

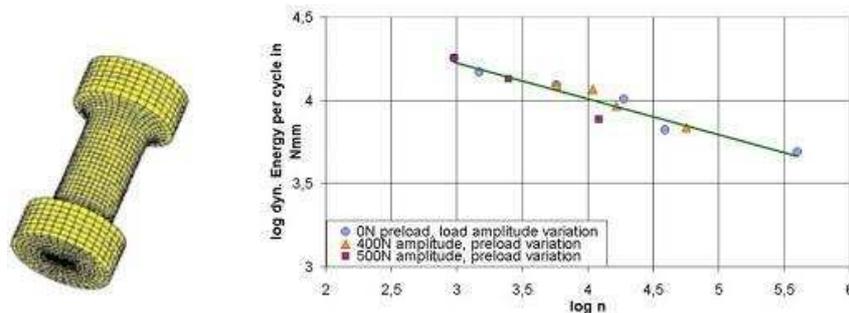


FIGURE 3.9 – (a) Eprouvette utilisé par Abraham et Alshuth pour caractériser la fatigue en traction de l'EPDM. (b) Courbe de fatigue représentant différentes conditions de fatigue et utilisant l'énergie de déformation comme critère de fatigue.

### 3.3.2.3 Densité d'énergie de déformation (SED)

L'énergie de déformation est représentée par l'aire contenue sous la courbe de chargement dans le plan contrainte-déformation en sollicitation uniaxiale. C'est un paramètre scalaire qui, sous certaines conditions, est proportionnel à l'énergie de déchirement (cf paragraphe 3.2), ce qui en fait un candidat naturel pour être un critère de fatigue. Après une analyse approfondie des résultats de **Roberts et Benzies (1977)**, **Ro (1989)** conclut que l'énergie de déformation est un critère de fatigue plus adapté que des paramètres basés sur la déformation principale (**Mars et Fatemi, 2002**). **Alshuth et Abraham (2002)** montrent qu'un tel critère peut unifier le comportement en fatigue suivant différents rapports de charge (fig. 3.9).

Cependant, **Mars (2001)** montre que le critère SED n'est pas satisfaisant pour des sollicitations multiaxiales (fig. 3.10). S'appuyant sur le fait que l'énergie de déformation n'est pas totalement utilisée dans l'ouverture de fissure dans un cas de chargement multiaxial, il met en place comme critère l'énergie de fissuration.

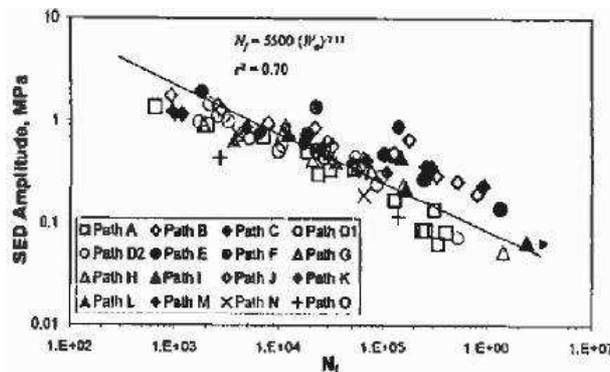


FIGURE 3.10 – Résultats de fatigue multiaxiale de Mars (2001) appliqué à un caoutchouc naturel pour la densité d'énergie de déformation

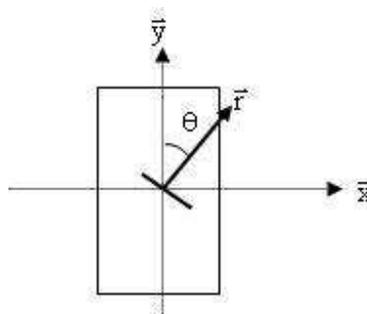


FIGURE 3.11 – Représentation du plan de fissuration sur une éprouvette de type lanière

### 3.3.2.4 Densité d'énergie de fissuration (CED)

Ce paramètre s'inspire de l'idée de Roach (1982) qui constate que pour les essais de traction simple, toute l'énergie de déformation est utilisée pour la fissuration, alors que seule la moitié de celle-ci l'est pour le cas de la traction equibiaxiale. Ce qui motive l'idée de disponibilité de l'énergie de déformation pour la fissuration multiaxiale.

La fissuration se faisant dans un plan non orthogonal à l'axe de l'éprouvette étudiée, il décide de formuler, en petites déformations, un paramètre énergétique (eq. 3.7) qui varie selon l'angle  $\theta$  formé par la normale au plan de fissuration  $\bar{r}$  et l'axe de l'éprouvette (fig. 3.11).

$$dW_c = \bar{r} \cdot \bar{\sigma} \cdot d\bar{\epsilon} \cdot \bar{r}^T \quad (3.7)$$

La valeur de  $\theta$  maximisant  $dW_c$  définira le plan de fissuration, ainsi que la valeur du critère. Par la suite, c'est la formulation de ce critère dans le cadre des grandes déformations qui sera utilisé (Mars, 2001) :

$$dW_c = \frac{\bar{R}^T \cdot \bar{C} \cdot \bar{S} \cdot d\bar{E} \cdot \bar{R}}{\bar{R}^T \cdot \bar{C} \cdot \bar{R}} \quad (3.8)$$

Plus de détails sur l'utilisation de ce critère sont présentés dans l'annexe E.

Pour tester son critère, Mars (2001) développe également une campagne expérimentale en fatigue multiaxiale d'un caoutchouc NR et SBR (un élastomère cristallisable et un autre non cristallisable servant de comparaison). La figure 3.12 montre les conditions expérimentales choisies par l'auteur. Dans ce contexte, Mars (2001) conçoit une éprouvette adaptée à la fatigue multiaxiale en traction et torsion (fig.

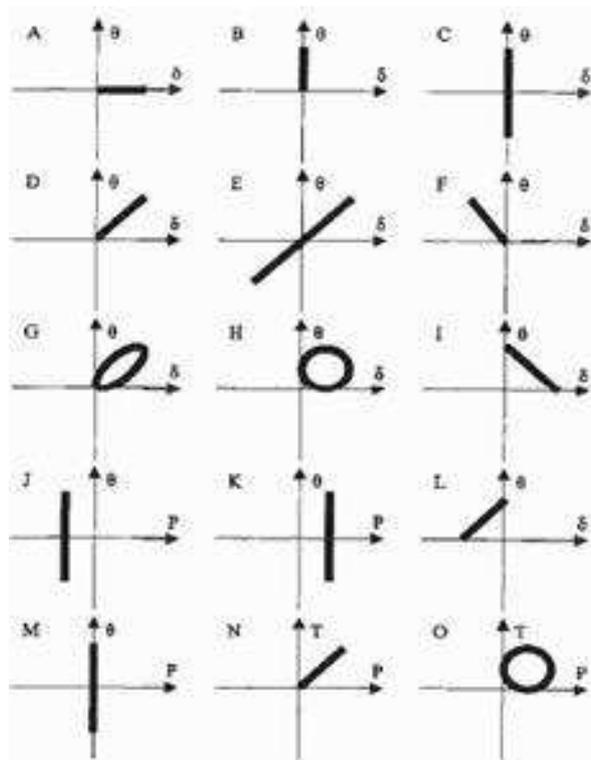


FIGURE 3.12 – Conditions expérimentales en fatigue des travaux de Mars (2001)

3.13). Il expose dans la littérature (Mars et Fatemi, 2004) les étapes qui aboutissent à la réalisation de cette éprouvette : Elle doit

- avoir une structure favorisant l'apparition de fissure au niveau des surfaces extérieures
- être de symétrie de révolution
- avoir une zone critique en sa partie centrale
- être facilement démoulable.

En termes de résultats, Mars (2001) conclut que la densité d'énergie de fissuration apporte des résultats plus intéressants dans sa globalité que la densité d'énergie de déformation (fig. 3.14).

Certains chercheurs approfondissent leur recherche sur ce paramètre (Zine et al., 2006), (Zine et al., 2011), (Kim et al., 2005), (Harbour et al., 2007), (Harbour et al., 2008). Il est intéressant de constater, en observant la figure 3.15, que la densité d'énergie de fissuration prédit la zone critique comme étant la fin du rayon de raccord pour l'éprouvette diabolo et la partie centrale pour l'éprouvette AE2, ce qui corrobore certains résultats de la littérature (Lacroix, 2004), (Saintier, 2001), (Bennani, 2006).

D'autre part, Kim et al. (2005) utilisent la densité d'énergie de fissuration pour prédire le plan de fissuration dans un modèle élément finis d'un pneumatique. Le but de cette étude est ensuite de calculer le taux de restitution d'énergie selon le plan déterminé :

$$G = \frac{\Delta W}{\Delta a} \quad (3.9)$$

Où  $W$ ,  $a$  et  $G$  représentent respectivement l'énergie nécessaire à la propagation de fissure, la taille de cette dernière, et le taux de restitution d'énergie. En supposant que la propagation de fissure suive une loi de Paris, un modèle d'estimation des durées de vie  $N_f$  est ainsi calculé :

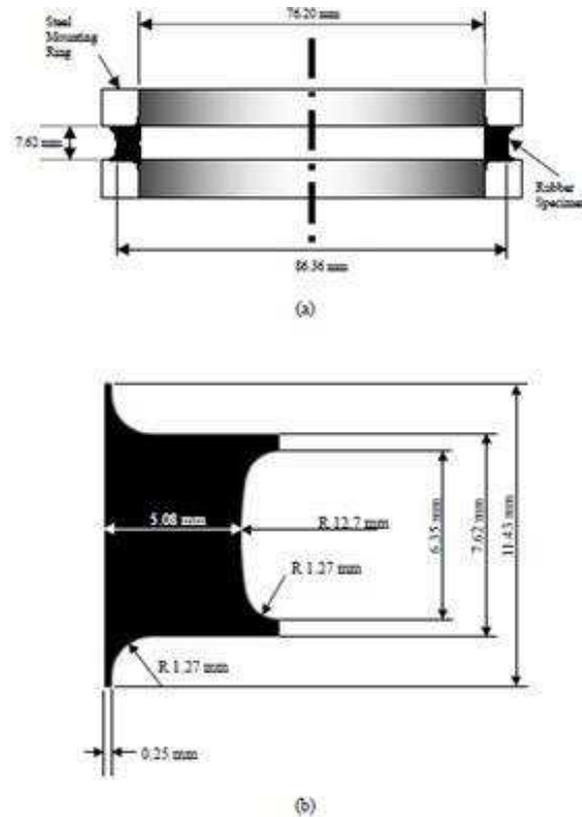


FIGURE 3.13 – Epreuve utilisée par Mars et Fatemi (2004) lors de sa campagne de fatigue multiaxiale : (a) vue en coupe de l'éprouvette, (b) Section de la partie caoutchouc de l'éprouvette

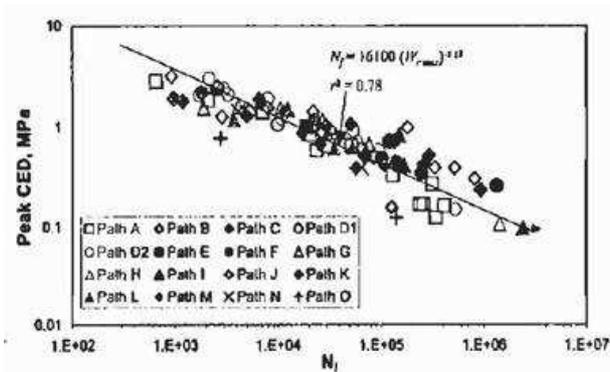


FIGURE 3.14 – Résultats de fatigue multiaxiale de Mars (2001) appliqué à un caoutchouc naturel pour la densité d'énergie de fissuration

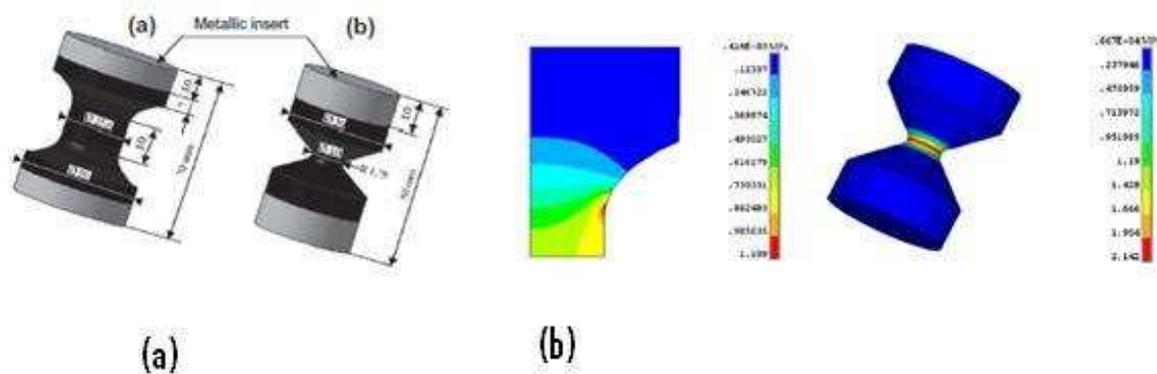


FIGURE 3.15 – Résultats d’une étude éléments finis de [Zine et al. \(2011\)](#). sur éprouvette diabolo et AE2 (a) Plans des éprouvettes diabolo et AE2, (b) Répartition de l’énergie de fissuration dans ces éprouvettes

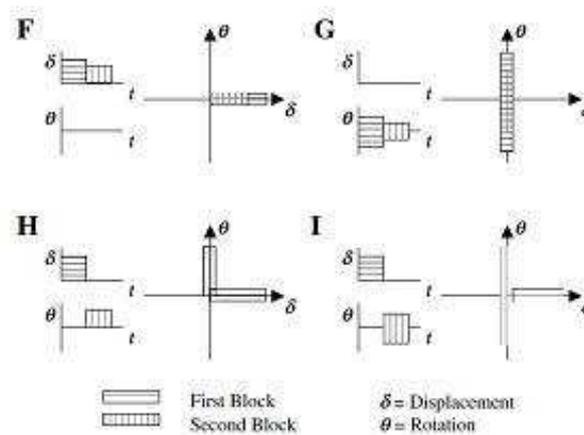


FIGURE 3.16 – Conditions expérimentales utilisées par [Harbour et al. \(2008\)](#) pour étudier la fatigue à amplitude variable

$$N_f = \frac{1}{A} \cdot \left[ \frac{1}{1-n} (c_1 + c_2 a)^{1-n} \frac{1}{c_2} \right]_{a_0}^{a_f} \quad (3.10)$$

Dans cette équation,  $A$  et  $n$  sont des constantes à identifier ; tandis que  $c_1$  et  $c_2$  sont des paramètres matériaux. Enfin,  $a_f$  et  $a_0$  sont respectivement la taille de fissure finale et initiale. Avec ce modèle, ils obtiennent une estimation des durées de vie d’un type de pneumatique proche de la réalité.

Enfin, [Harbour et al. \(2008\)](#) étendent les travaux de [Mars et Fatemi \(2006\)](#) dans l’étude du cumul en fatigue multiaxial, en utilisant des sollicitations en fatigue avec des séquences de blocs (fig. 3.16). Ils couplent ainsi une approche de cumul linéaire d’endommagement de type règle de Miner avec différents critères de fatigue tels que la première déformation principale, la densité d’énergie de déformation et la densité d’énergie de fissuration. Il en conclut ainsi que les résultats obtenus avec la densité d’énergie de fissuration ont une bonne corrélation (fig. 3.17).

### 3.3.2.5 Valeur propre minimale du tenseur d’Eshelby

Partant de l’idée que la microstructure d’un matériau semble avoir une influence dans le comportement mécanique des élastomères, et particulièrement en fatigue, [Verron et al. \(2006\)](#), [Verron et Andriyana](#)

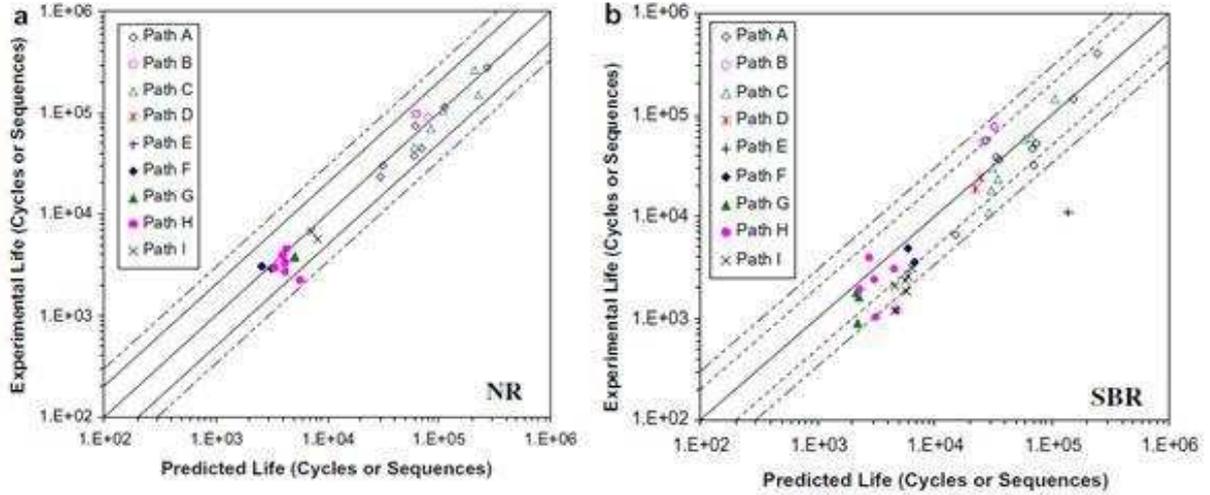


FIGURE 3.17 – Résultats globalisés en fatigue multiaxiale à amplitude constante et variable en utilisant la densité d'énergie de fissuration [Harbour et al. \(2008\)](#)

(2008), [Andriyana et Verron \(2005\)](#) étudient la mécanique configurationnelle introduite par [Eshelby \(1951\)](#). Cette théorie a, entre autre, pour objectif d'étudier l'influence des défauts dans le comportement mécanique des matériaux dans le cadre de l'élasticité linéaire. Cette notion est adaptée pour les grandes déformations par [Eshelby \(1975\)](#). Certains auteurs apportent des précisions sur cette notion de mécanique configurationnelle ([Gurtin, 2000](#)). Le tenseur des contraintes d'Eshelby  $\bar{\bar{\Sigma}}$  (eq. 3.11) est utilisé par [Verron et Andriyana \(2008\)](#), [Andriyana et Verron \(2005\)](#), [Andriyana et Verron \(2008\)](#), [Andriyana et al. \(2008\)](#), [Andriyana et Verron \(2007\)](#) comme critère de fatigue multiaxial des caoutchoucs.

$$\bar{\bar{\Sigma}} = W\bar{\bar{I}} - \bar{\bar{C}}.\bar{\bar{S}} \quad (3.11)$$

[Verron et Andriyana \(2008\)](#) introduisent une application du tenseur d'Eshelby pour l'étude en fatigue multiaxiale de matériaux hyperélastiques et dissipatifs tels que les caoutchoucs. Ils utilisent une différenciation de ce tenseur afin de prendre en compte l'histoire de chargement du matériau dans l'estimation de son comportement en fatigue (eq. 3.12).

$$d\bar{\bar{\Sigma}} = \frac{d\bar{\bar{\Sigma}}}{d\bar{\bar{C}}} : d\bar{\bar{C}} \quad (3.12)$$

Le tenseur différencié est diagonalisé :

$$d\bar{\bar{\Sigma}} = d\Sigma_i \bar{V}_i \otimes \bar{V}_i \quad (3.13)$$

Où  $d\Sigma_i$  et  $V_i$  représentent respectivement les valeurs et vecteurs propres du tenseur  $d\bar{\bar{\Sigma}}$ . Ensuite, parti de l'hypothèse que seules les valeurs propres négatives du tenseur obtenu ont un caractère endommageant, [Verron et Andriyana \(2008\)](#) introduisent un paramètre  $d\Sigma_d$  qu'ils intègrent ensuite pour obtenir un critère de fatigue multiaxial :

$$d\Sigma_d = \left\{ \begin{array}{ll} d\Sigma_i & \text{si } d\Sigma_i < 0 \text{ et } \bar{V}_i . d\bar{\bar{\Sigma}} . \bar{V}_i < 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{array} \right\}$$

Après l'intégration de ce tenseur, le critère de fatigue est défini comme suit :

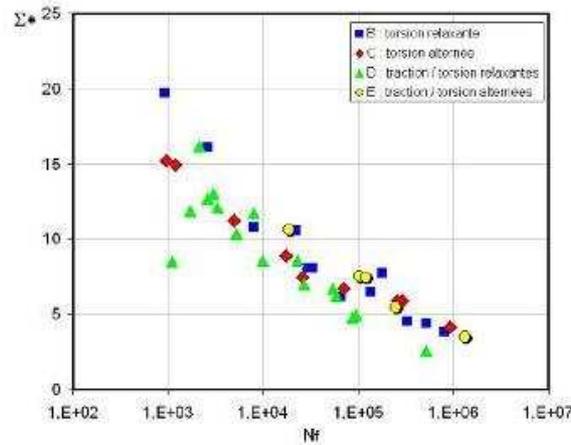


FIGURE 3.18 – Résultats de fatigue multi-axiale de Verron et Andriyana (2008) et Andriyana (2007) appliqués à un caoutchouc naturel pour la valeur propre minimale du tenseur d'Eshelby

$$\Sigma^* = |\min((\Sigma_{d_i})_{i=1,2,3}, 0)| \quad (3.14)$$

Les résultats expérimentaux de Mars (2001) sont utilisés pour tester l'efficacité du critère ainsi introduit. Celui-ci semble montrer de bonnes corrélations avec la réalité expérimentale (fig.3.18) et permet de prédire le plan de fissuration orthogonal au vecteur propre associé à  $d\Sigma_d$ . Ces prédictions sont comparées avec l'angle de fissuration expérimentale et les résultats sont présentés en figure 3.19.

Previati et Kaliske (2012) étudient la fatigue du pneumatique, et plus particulièrement le phénomène de décohésion entre le câblé et le caoutchouc. Ils utilisent des critères de fatigue (les premières contraintes et déformations principales, l'énergie de déformation et la contrainte configurationnelle) pour décrire le comportement mécanique stabilisé d'un pneumatique avec un calcul par éléments finis. Ils concluent que seul le critère contrainte configurationnelle est capable de prédire efficacement la direction de propagation de fissure du matériau au niveau des câblés, et ce, pour deux chargements différents ayant la même valeur de contrainte maximale.

### 3.3.2.6 Densité d'énergie dissipée (DED)

En postulant l'existence d'un lien entre l'endommagement en fatigue uniaxiale et l'énergie de déformation plastique, Ellyin (1974) et Lefebvre et Ellyin (1984) utilisent une relation de la forme de l'éq. 3.15 pour estimer les durées de vie de matériaux métalliques :

$$\Delta\sigma\Delta\varepsilon = KN_f^\alpha \quad (3.15)$$

Où  $K$  et  $\alpha$  sont des paramètres matériaux. La fig. 3.20 représente un cycle de chargement uniaxial appliqué à un matériau métallique elastoplastique, dans laquelle l'énergie considérée, ainsi que les amplitudes en contrainte ( $\Delta\sigma$ ) et déformation ( $\Delta\varepsilon$ ), sont définies. Ranganathan et al. (2008) corrèle la vitesse d'avancée de fissure avec l'énergie dissipée en pointe de fissure d'une éprouvette CT.

D'autre part, Payne et Whittaker (1971a) trouvent un lien entre l'énergie d'hystérésis à rupture en traction et la propagation de fissure de caoutchoucs amorphes, ce qui inspire ensuite Lu (1991) puis Lacroix (2004) et Lacroix et al. (2005) à choisir ce paramètre comme critère pour estimer les durées de vie en fatigue uniaxiale de différents caoutchoucs synthétiques. Ce paramètre est défini suivant l'équation 3.16 :

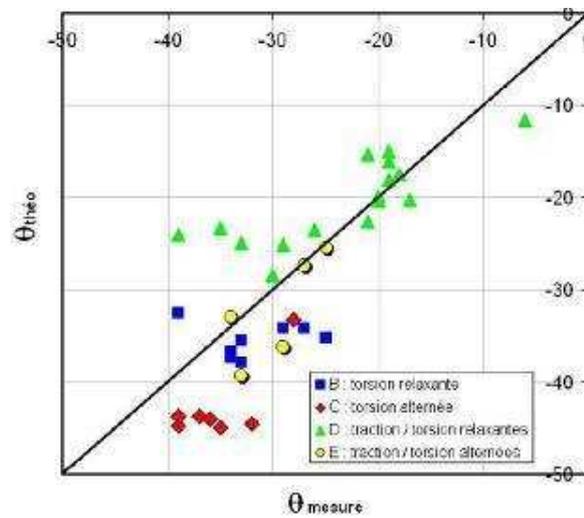


FIGURE 3.19 – Comparaison entre les angles de fissurations prédits avec  $\Sigma^*$  avec les résultats expérimentaux pour différentes sollicitations multiaxiales (Andriyana, 2007)

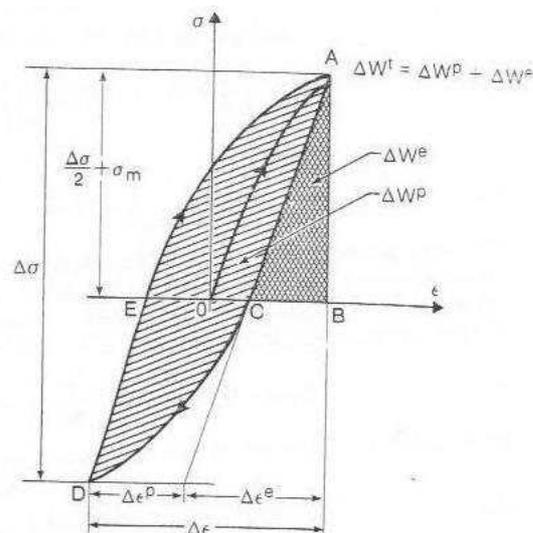


FIGURE 3.20 – Courbe Contrainte-Déformation d'un matériau elastoplastique. Définition des paramètres énergétiques (Ellyin et Golos, 1988)

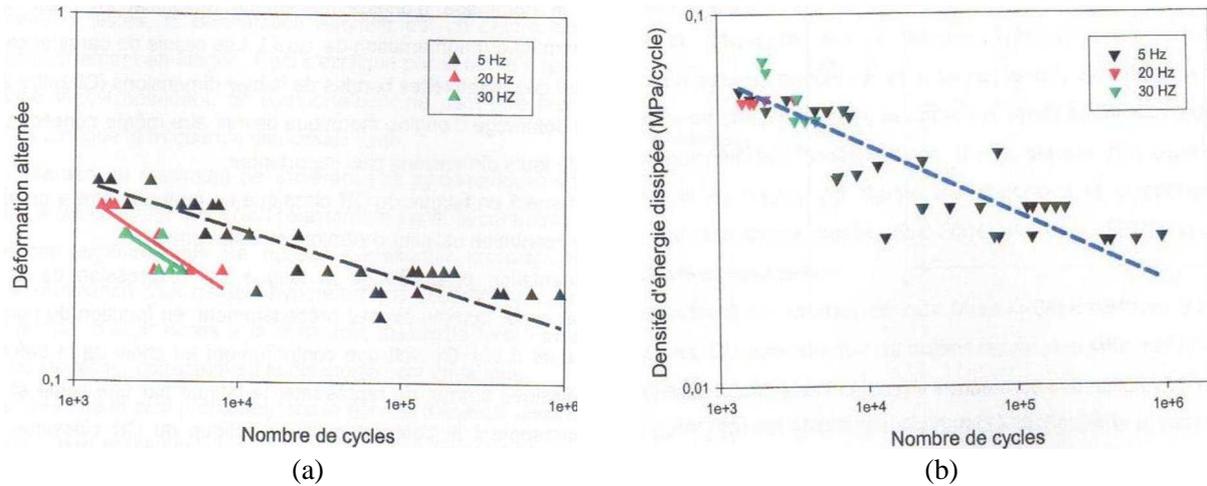


FIGURE 3.21 – Résultats en fatigue en traction de Lacroix (2004) : (a) avec la déformation alternée et (b) avec la densité d'énergie dissipée (MPa/cycles)

$$W_d = \int_{cycle} \bar{\Pi} : \dot{\bar{F}} dt \quad (3.16)$$

Lacroix (2004) montre également que l'énergie dissipée peut unifier le comportement en fatigue de différents types de chargement, contrairement à la déformation alternée (fig. 3.21).

Le Saux et al. (2010b), Le Saux et al. (2010a), Le Saux (2010) étudient la fatigue thermique d'un polychloroprène. La corrélation qui existe entre endommagement en fatigue et énergie dissipée leur donne l'idée d'utiliser cette dernière comme critère de fatigue. Toutefois, ils ne peuvent pas calculer cette grandeur directement par la mécanique des milieux continus, car ils ont choisi de modéliser le comportement mécanique de leur matériau par un modèle hyperélastique. Ils ont donc utilisé une loi puissance qui lie l'énergie de déformation à l'énergie dissipée :

$$W_d = \kappa W^\gamma \quad (3.17)$$

les paramètres  $\kappa$  et  $\gamma$  sont des paramètres matériaux identifiés à partir de la mesure locale de la température de surface du matériau pendant un essai cyclique. Ils constatent également que dans certaines conditions, l'énergie dissipée est proportionnelle à l'auto-échauffement mesurée en surface du matériau. C'est ainsi qu'ils définissent un critère de fatigue qui est fonction de cette dernière.

$$N = \frac{C}{\Theta(\varepsilon_{max})\omega(\varepsilon_{max})} \quad (3.18)$$

Dans cette formulation,  $C$  est une constante à identifier, tandis que  $\Theta(\varepsilon_{max})$  et  $\omega(\varepsilon_{max})$  représentent l'évolution de l'auto-échauffement et de la densité volumique des défauts présents dans le volume considéré en fonction de la première déformation principale  $\varepsilon_{max}$ . A partir de cette équation, les auteurs ont directement accès à l'évolution de  $\varepsilon_{max}$  en fonction du nombre de cycles nécessaires à l'initiation de fissures (fig. 3.22).

C'est dans ce contexte que la recherche d'un critère de fatigue multiaxial, adapté à un polychloroprène se base. L'énergie dissipée est le critère de fatigue mis en place dans cette étude. Elle sera testée dans

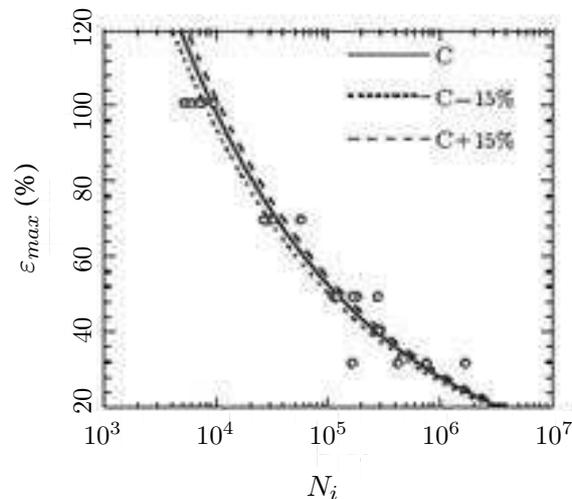


FIGURE 3.22 – Courbe de fatigue estimant les durées de vies du polychloroprène en traction cyclique (Le Saux, 2010)

une campagne expérimentale en fatigue uniaxiale, puis confrontée avec différents critères (énergie de déformation (SED), la première contrainte principale (PK1), la contrainte configurationnelle (Eshelby) et l'énergie de fissuration (CED)) pour des chargements multiaxiaux. Mais au préalable, le protocole expérimental sera détaillé dans le paragraphe suivant.

## 3.4 Mise en place expérimentale

### 3.4.1 Critère de fin de vie

Avant de présenter la mise en place expérimentale, il est important de définir le critère de fin de vie, qui nous permet de définir l'instant à partir duquel l'échantillon testé en fatigue peut être considéré comme rompu. Celui-ci est indispensable au calcul des durées de vie en fatigue expérimentale. Cadwell (1940) et Lacroix (2004) utilisent la rupture totale de l'échantillon comme définition de la fin de vie. Mars (2001), Saintier (2001), André et al. (1998) proposent comme critère l'apparition d'une fissure d'une taille supérieure ou égale à 1mm. Le Cam (2005) définit la fin de vie de ses éprouvettes à partir de l'apparition d'une fissure de taille supérieure ou égale à 2mm. Dans cette étude, le critère de fin de vie de notre éprouvette sera la rupture totale de l'échantillon. Ce choix est motivé par la taille de l'échantillon, car la section est suffisamment réduite pour considérer la propagation de fissure comme quasi-inexistante (Andriyana et Verron, 2007).

### 3.4.2 Machines de fatigue

#### 3.4.2.1 Electroforce BOSE 3300

La machine de fatigue, utilisée pour les essais multiaxiaux, est pilotée par deux moteurs électromagnétiques indépendants, permettant d'assurer un mouvement axial et angulaire. La plage de déplacement axial autorisé est  $\pm 12,5$  mm avec des performances en fréquence pouvant aller jusqu'à 100 Hz suivant le déplacement du vérin. Celui-ci est mesuré à l'aide d'un capteur LVDT. L'asservissement de la rotation, quant à lui, est limité en fréquence et en amplitude par la raideur angulaire de l'échantillon utilisé.



FIGURE 3.23 – Photo de la machine de fatigue Electroforce BOSE 3300 du CERMEL

Les efforts et couples résultants d'un tel chargement sont évalués à l'aide d'une cellule, pouvant mesurer des forces jusqu'à  $\pm 2200$  N et des couples de  $\pm 28$  Nm maximum.

### 3.4.2.2 INSTRON 8802

Cette machine de fatigue, utilisée pour les essais uniaxiaux, est pilotée par un compresseur hydraulique, qui lui délivre de l'huile sous pression (200 bars). La plage maximale de ses déplacements est de  $\pm 52$ mm, avec des performances en fréquence pouvant aller jusqu'à 200 Hz suivant le déplacement du vérin. Pour mesurer les réactions en force, la machine est équipée d'une cellule de force de  $\pm 10$ kN.



FIGURE 3.24 – Machine de fatigue INSTRON 8802

$F_{max}$	$R$	$F_{max}$	$R$	$F_{max}$	$R$	$F_{max}$	$R$	$F_{max}$	$R$			
300 N	0,5	200 N	0,5	175 N	0,5	150 N	0,4	160 N,	0,3			
	0,4		0,4		0,4		0,3		0,2	0,1		
			0		0,2		0,1		0			
	250 N		0,5		-0,1		0		-0,1	0	-0,1	100 N
0,4			-0,3		-0,1		-0,1		-0,3	-0,3		
					-0,3		-0,3		-0,3			
					-0,3		-0,3		-0,3			

TABLE 3.1 – Conditions expérimentales INSTRON 8802

### 3.4.3 Protocole expérimental

La campagne expérimentale en fatigue du polychloroprène se divise en deux parties : la première sera consacrée à la fatigue en traction simple, pour vérifier, entre autre, une éventuelle cristallisation du polychloroprène (Legorju-Jago, 1998), (Legorju-Jago et Bathias, 2002), (Zhang et al., 2011), (Krigbaum et Roe, 1964).

Afin de pouvoir observer l'influence de ce phénomène dans le comportement en fatigue de notre matériau, l'objectif est d'établir un diagramme de Haigh (courbes de niveau d'endurance dans le plan  $(\Delta\sigma, \sigma_m)$ ). Le tableau 3.1 liste l'ensemble des essais menés sur l'INSTRON 8802, qui se sont inspirés des travaux d'André et al. (1998).

La deuxième partie de cette campagne expérimentale concerne l'étude de la fatigue multiaxiale du polychloroprène. Celle-ci a été menée sur l'Electroforce BOSE 3300. Un pilotage en déplacement et en rotation a été adopté. Le but est d'observer l'influence de la multiaxialité, des rapports de déplacement ( $R_d$ ) et de rotation ( $R_\theta$ ) (Eq. 3.19) et de leurs maxima dans la réponse en fatigue multiaxiale. La variation de la multiaxialité est obtenue par le déphasage  $\delta$  entre le chargement axial et angulaire.

$$R_d = \frac{U_{min}}{U_{max}} = \frac{U_m - U_a}{U_m + U_a} \quad (3.19)$$

$$R_\theta = \frac{\theta_{min}}{\theta_{max}} = \frac{\theta_m - \theta_a}{\theta_m + \theta_a}$$

où  $U_{min}$ ,  $U_{max}$ ,  $U_m$ ,  $U_a$  correspondent au minimum, maximum, moyenne et amplitude de déplacement axial.  $\theta_{min}$  et  $\theta_{max}$ ,  $\theta_m$  et  $\theta_a$  sont leurs homologues en angle. La figure 3.25 représente un cycle de fatigue multiaxial, où l'ensemble des paramètres étudiés dans la partie expérimentale sont définis. Les courbes tracées sont les signaux temporels d'un cycle de chargement axial ( $U(t)$ ) et angulaire ( $\theta(t)$ ).

Le tableau 3.2 parcourt l'ensemble des sollicitations étudiées :

Les déplacements axiaux et angulaires sont définis de sorte que la relation (eq.3.20) soit respectée :

$$\gamma(t + \delta) = 0.1\varepsilon(t) \quad (3.20)$$

avec  $\varepsilon$  et  $\gamma$  qui sont les définitions hpp des déformations axiale et angulaire<sup>4</sup>. Les equations 3.21 et 3.22 rappellent le lien existant entre les déformations et les déplacements :

4. sous l'eq. 3.20  $R_d = R_\theta$

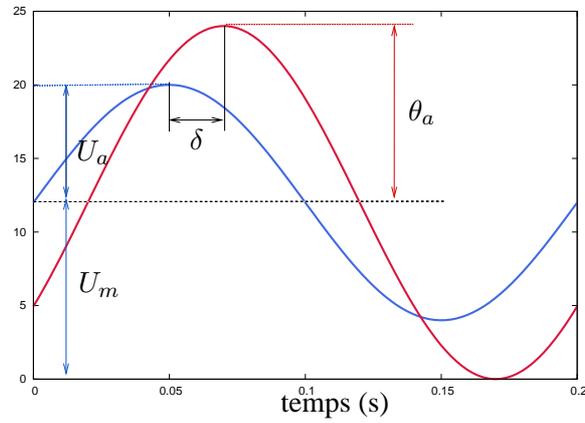


FIGURE 3.25 – Cycle de fatigue multiaxial

$\delta$ (°)	$R_d$	$U_{max}$ (mm)	$U_{min}$ (mm)	$\theta_{max}$ (°)	$\theta_{min}$ (°)
0°, 90°, 180°, Traction	0,2	20	4	40	8
		17	3,4	34	6,8
		15	3	30	6
	0,1	20	2	40	4
		17	1,7	34	3,4
		15	1,5	30	3
	0	20	0	40	0
		17	0	34	0
		15	0	30	0
	-0,2	20	-4	40	-8
		17	-3,4	34	-6,8
		15	-3	30	-6

TABLE 3.2 – Conditions de fatigue multiaxiales

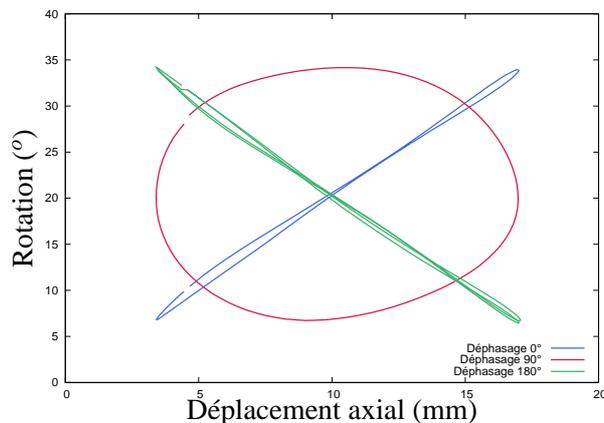


FIGURE 3.26 – Résultats expérimentaux des différents chargements multiaxiaux ( $U_{max} = 17\text{mm}$  et  $R_d = 0.2$ )

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{L} = \lambda - 1 \quad (3.21)$$

$$\gamma = \frac{\beta R}{2L} \quad (3.22)$$

Le choix de ces paramètres se base sur notre campagne expérimentale en fatigue uniaxiale, préalablement menée, à partir de laquelle des valeurs en déformations axiales ont été déterminées. La fig. 3.26 expose les résultats expérimentaux pour les différents chargements multiaxiaux utilisés au cours de cette campagne expérimentale ( $U_{max}$  et  $R_d$  fixés).

### 3.4.3.1 Epreuve utilisée

La problématique, vis-à-vis de l'étude expérimentale de la fatigue des élastomères, est l'absence de normes qui fixe la géométrie de l'éprouvette utilisée pour cette étude. Ainsi, il existe différentes géométries d'éprouvettes dans la littérature (fig. 3.27) :

- l'éprouvette de type haltère, qui a été utilisée pour caractériser le comportement en fatigue du SBR et du NR en traction simple (Mars, 2001), (Mars et Fatemi, 2002)(fig. 3.27-a)
- l'éprouvette diabolo, souvent utilisée pour décrire la fatigue en traction et traction compression des élastomères (Alshuth et Abraham, 2002), (Lacroix et al., 2005), (Ostoja-Kuczynski, 2005), (Saintier, 2001), (Bennani, 2006), (Verron et al., 2006)(fig. 3.27-b). Elle a été également choisie pour étudier la fatigue multiaxiale du caoutchouc naturel et synthétique (Saintier, 2001), (Poisson et al., 2011), (Poisson et al., 2012).
- l'éprouvette AE2, une éprouvette axisymétrique comportant un faible rayon d'entaille à mi-hauteur, favorisant l'étude en fatigue multiaxiale (Saintier, 2001), (Robisson, 2000), (Ostoja-Kuczynski, 2005) (fig. 3.27-c).
- l'éprouvette de Mars (cf. paragraphe 3.3.2.4)
- l'éprouvette Pancake utilisée par Legorju-Jago et Bathias (2002) pour l'étude de la fatigue sous pression hydrostatique (fig. 3.27-d).

Les faibles dimensions de l'éprouvette diabolo, utilisée par Lacroix (2004), permettent une relative homogénéité de la température au sein du matériau, en faisant un choix naturel pour notre étude.

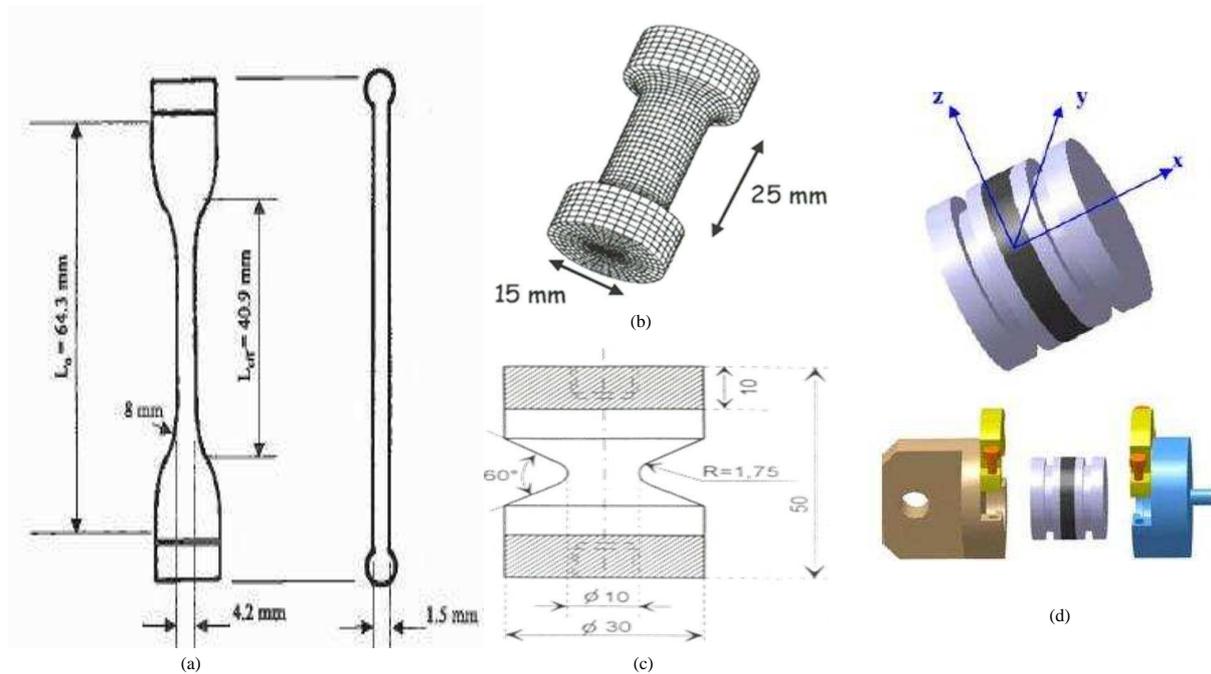


FIGURE 3.27 – Quelques éprouvettes de fatigue utilisées dans la littérature : (a) Epreuve haltère, (b) epreuve de type diabolo, (c) Epreuve de type AE2, (d) Epreuve Pancake

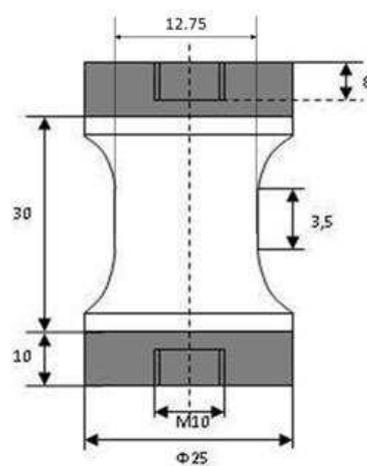


FIGURE 3.28 – Plan de l'épreuve de type diabolo

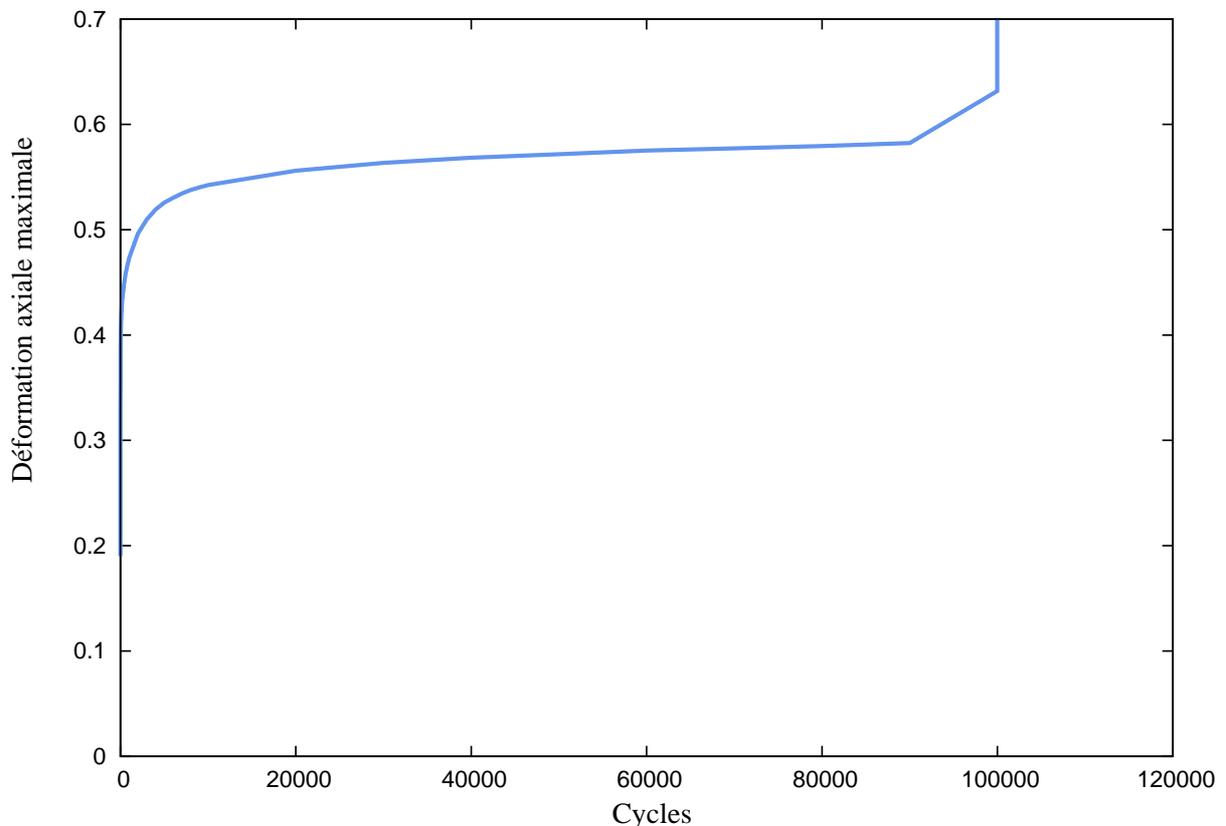


FIGURE 3.29 – Evolution de la déformation maximale au cours d'un essai de fatigue piloté en force

## 3.5 Résultats en fatigue

Dans les paragraphes précédents de ce chapitre, un rappel de la littérature a tout d'abord été proposé, avec un approfondissement plus important pour les critères de fatigue. Dans un premier temps, nous allons présenter les résultats de fatigue uniaxiale.

### 3.5.1 Fatigue uniaxiale

Le but de cette partie est d'observer l'influence du rapport de charge sur le comportement en fatigue du polychloroprène en traction. C'est pourquoi nous n'y développons pas de critère de fatigue approfondi. Ils sont calculés à partir d'un cycle de fatigue du matériau. Le choix de ce cycle est important, car il doit être représentatif de l'ensemble des essais de fatigue. La fig. 3.29 dévoile l'évolution typique de la déformation maximale, lors d'un essai de fatigue en traction piloté en force. Cette dernière ne se stabilise pas pendant ce type d'essais.

C'est pour cette raison que nous faisons le choix de prendre le dernier cycle de fatigue avant la rupture pour calculer les critères de fatigue de cette partie. Les fig. 3.30-3.33 représentent les courbes de type SN du polychloroprène en traction pour respectivement la contrainte maximale, la contrainte alternée, l'énergie de déformation et l'énergie dissipée. L'ensemble des rapports de charge sont présentés sous forme de symboles distinctifs. La droite noire montre la corrélation globale des résultats en fatigue et le coefficient  $R^2$  témoigne de sa précision.

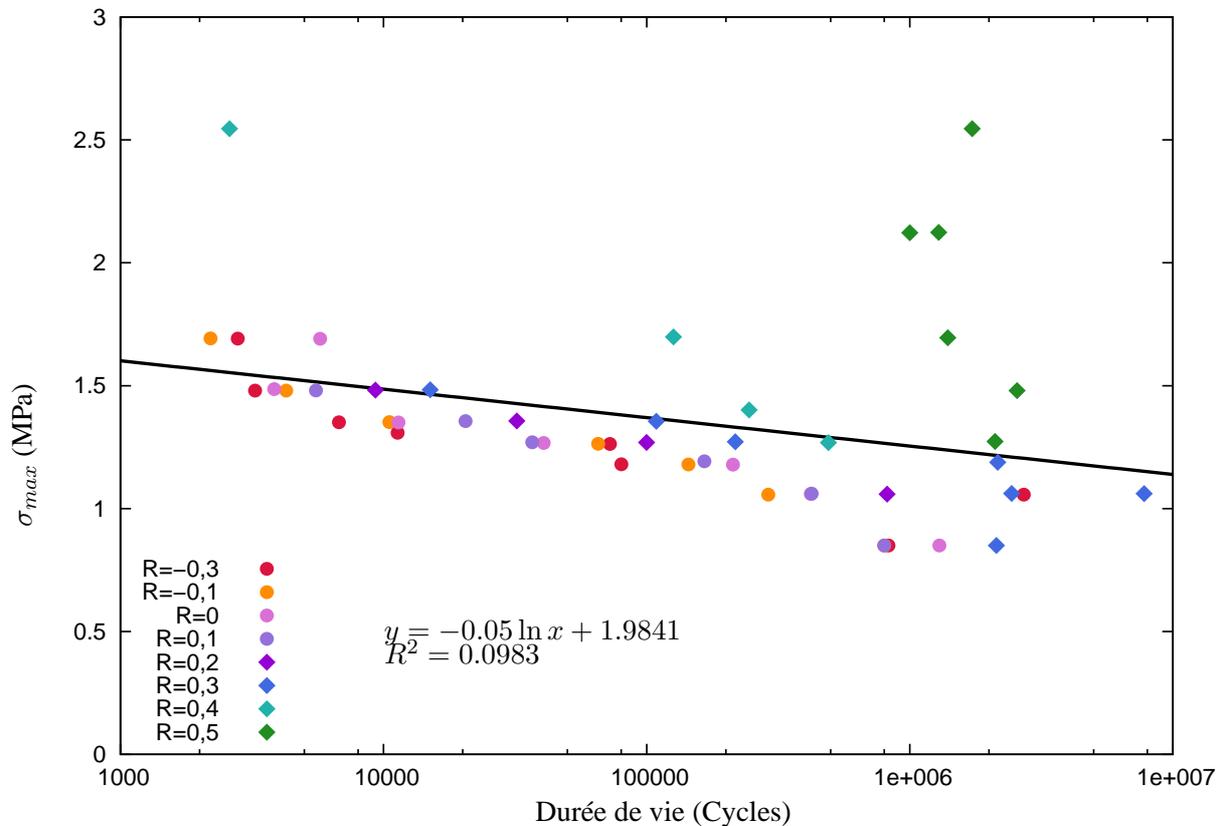


FIGURE 3.30 – Courbe SN du polychloroprène avec la contrainte maximale  $\sigma_{max}$

#### REMARQUE 3.3

Les calculs expérimentaux de critères de fatigue impliquent une détermination globale de ceux-ci.

Au premier abord, nous constatons, pour les critères contrainte maximale et énergie de déformation (fig. 3.30 et 3.32), que les résultats relatifs aux rapports de charge de 0.4 et 0.5 se détachent très nettement du reste des résultats. En revanche, la contrainte alternée et la densité d'énergie dissipée proposent des corrélations convenables, avec un coefficient  $R^2$  respectivement égal à 0.63 et 0.7 (fig. 3.31 et 3.33).

Les figures 3.34 à 3.37 utilisent la même base de données en fatigue uniaxiale, sans tenir compte des résultats à  $R = 0.5$ . Une très nette amélioration des corrélations, concernant les critères contrainte maximale et énergie de déformation, est ainsi obtenue (fig. 3.34 et 3.36). Il est intéressant de noter que les résultats relatifs à la contrainte alternée et à la densité d'énergie dissipée varient peu. Cela montre que la densité d'énergie dissipée semble le plus à même d'unifier les résultats pour différents rapports de charge.

#### REMARQUE 3.4

La contrainte alternée constitue un critère de fatigue intéressant en traction. Toutefois, il est difficile d'utiliser un tel paramètre pour étudier la fatigue multiaxiale, à cause des rotations matérielles pendant le chargement.

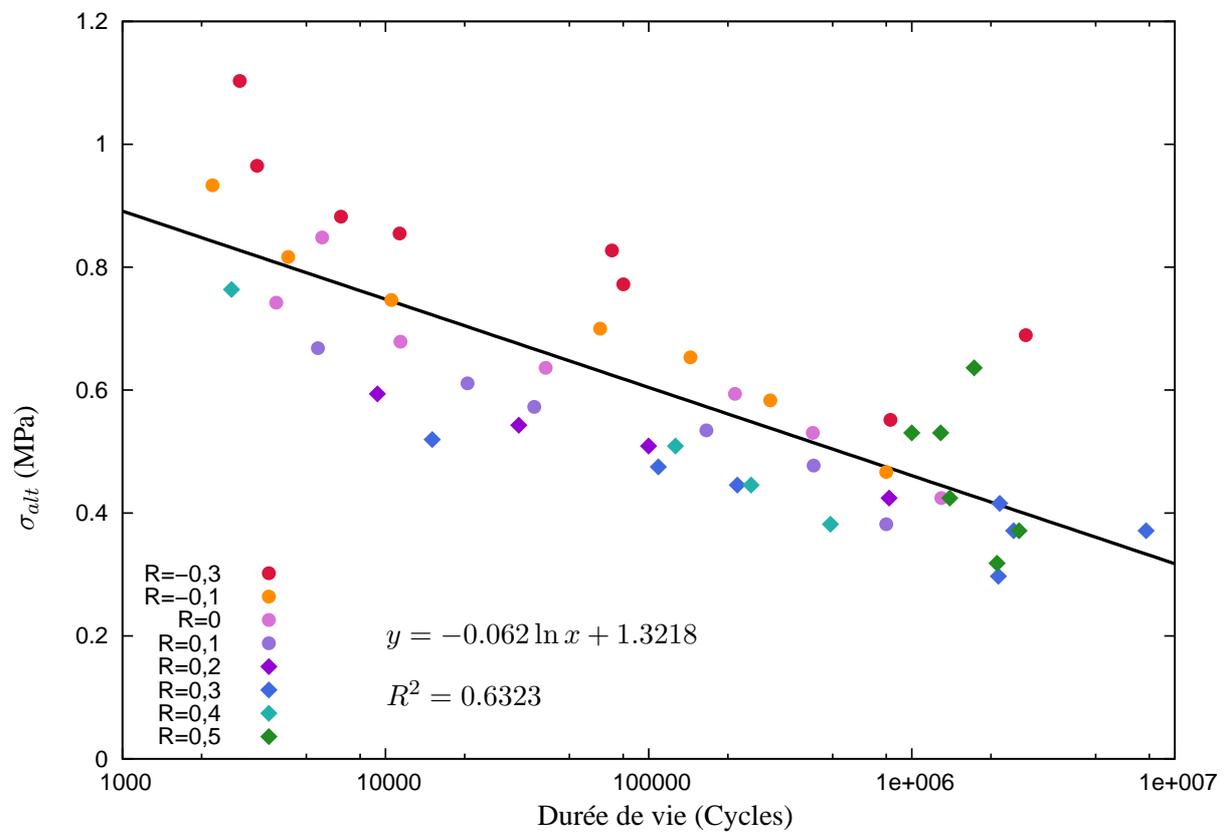


FIGURE 3.31 – Courbe SN du polychloroprène avec la contrainte alternée

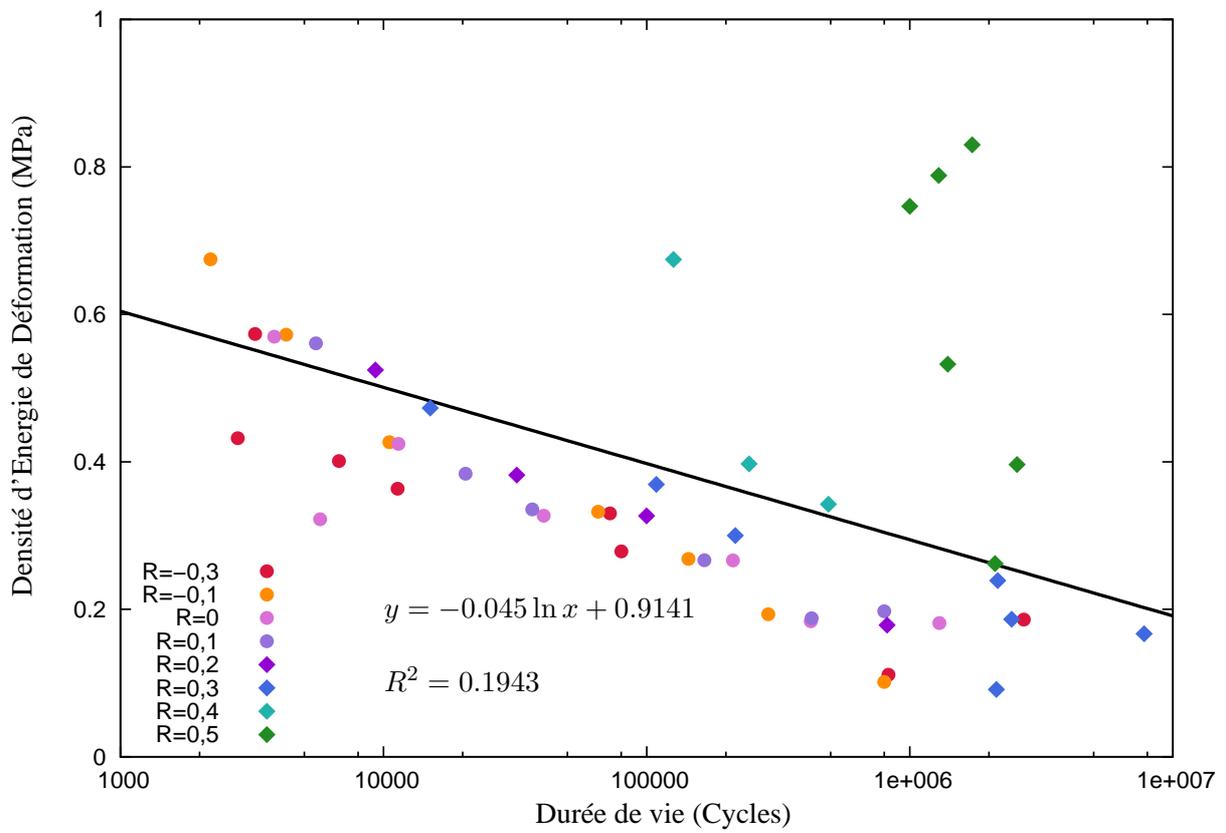


FIGURE 3.32 – Courbe SN du polychloroprène avec la densité d'énergie de déformation

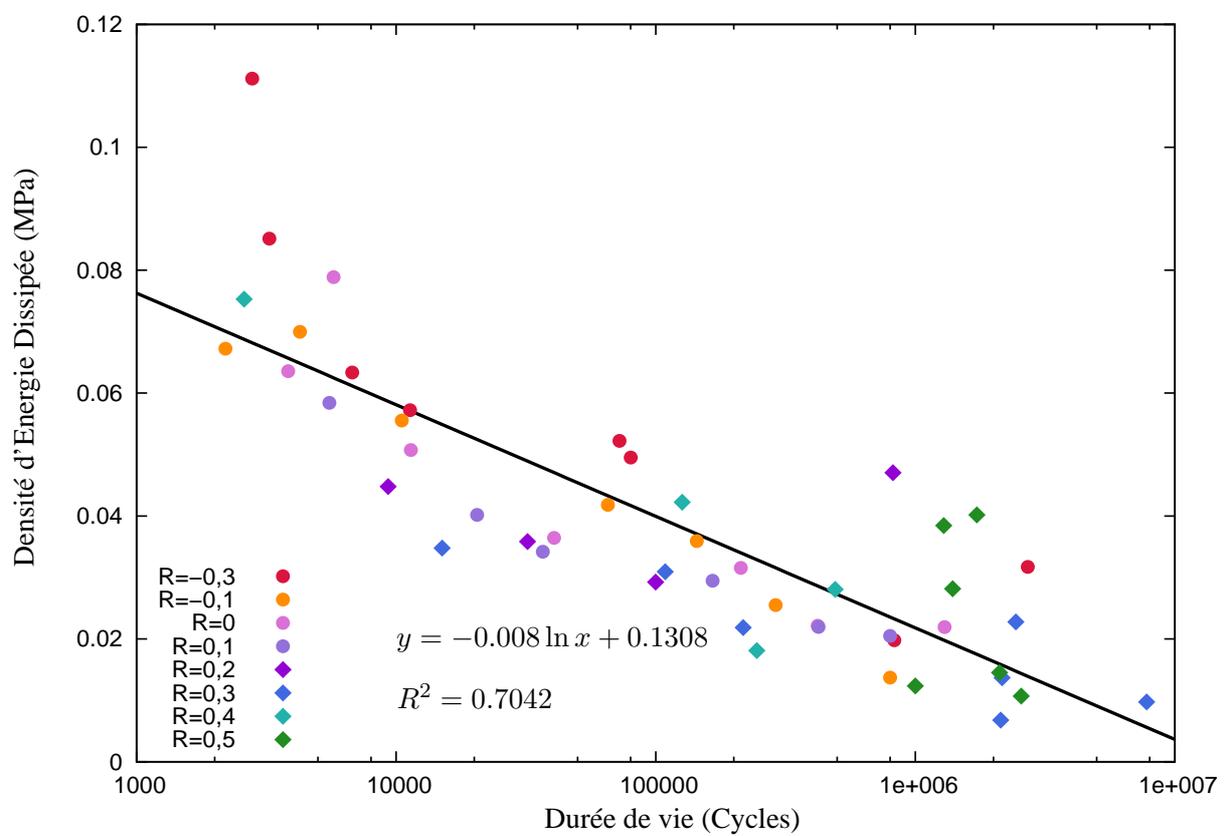


FIGURE 3.33 – Courbe SN du polychloroprène avec la densité d'énergie dissipée

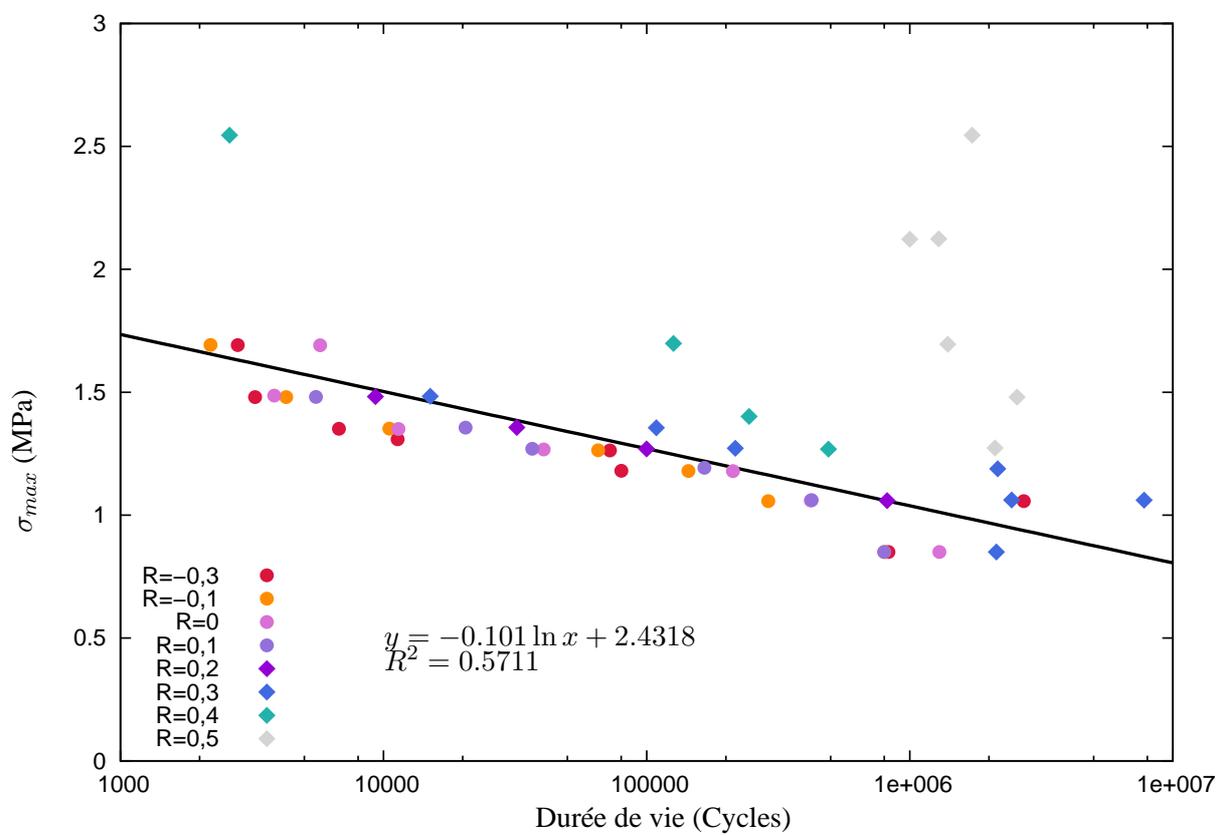


FIGURE 3.34 – Courbe SN du polychloroprène avec la contrainte maximale, en négligeant les résultats pour  $R = 0.5$  dans la corrélation

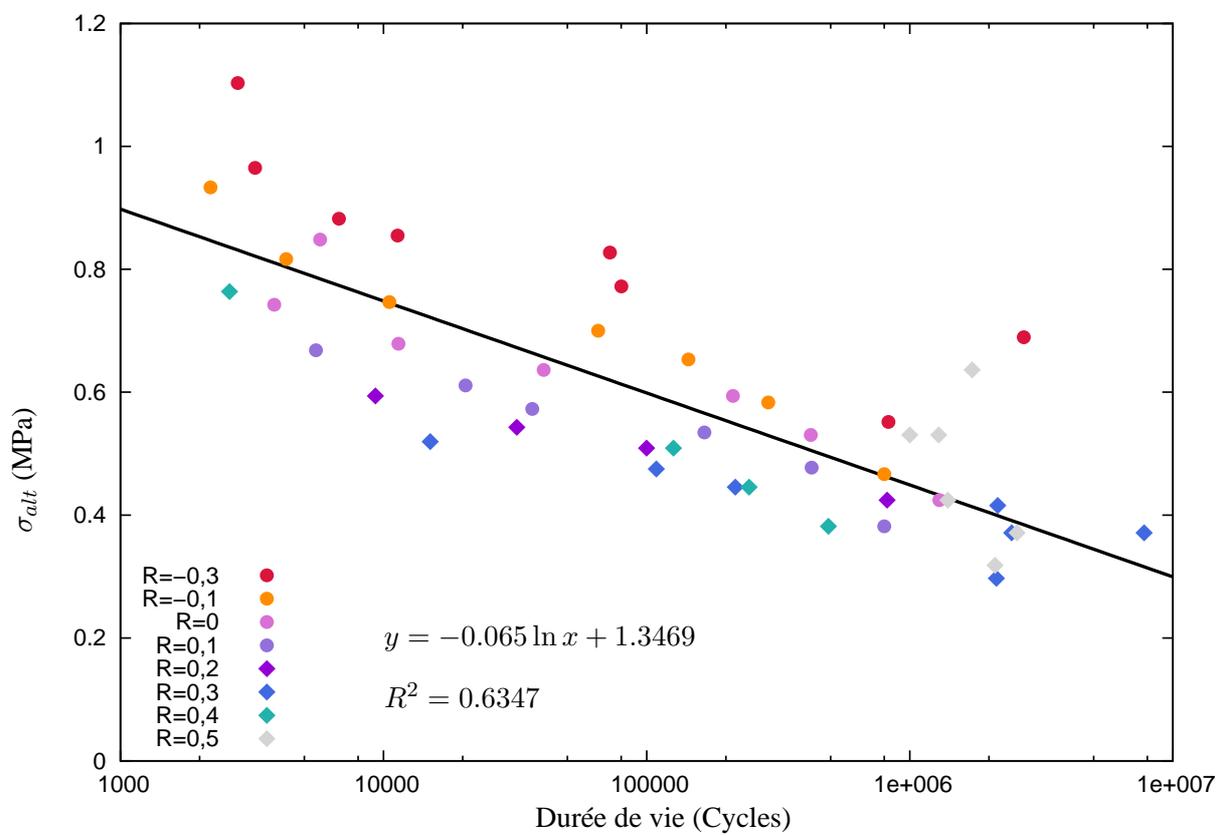


FIGURE 3.35 – Courbe SN du polychloroprène avec la contrainte alternée , en négligeant les résultats pour  $R = 0.5$  dans la corrélation

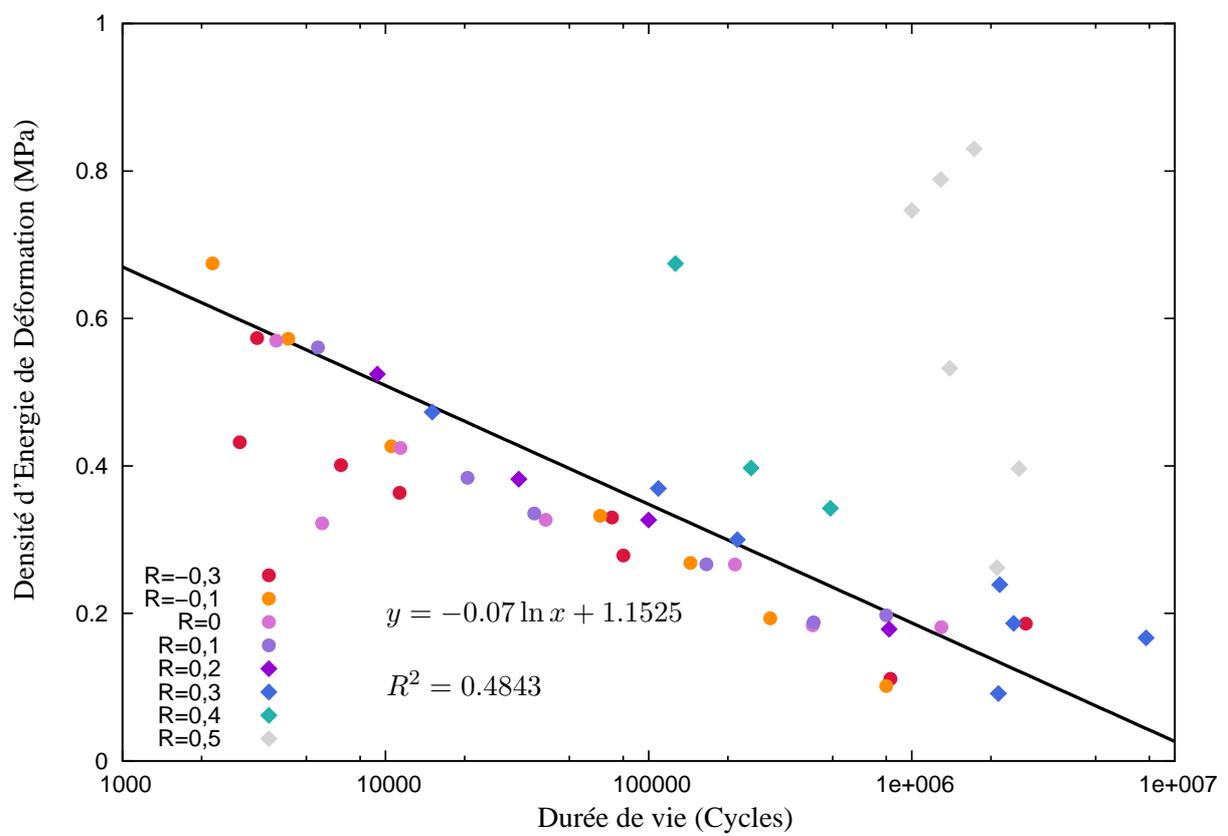


FIGURE 3.36 – Courbe SN du polychloroprène avec la densité d'énergie de déformation, en négligeant les résultats pour  $R = 0.5$  dans la corrélation





Cette première campagne nous a permis d'avoir une connaissance du comportement en fatigue de notre matériau. C'est ainsi que nous avons constaté un phénomène de renforcement de celui-ci à partir d'un rapport de charge égal à 0.2. Enfin, cette première approche a montré l'efficacité de la densité d'énergie dissipée comme critère pour prédire le comportement en fatigue en traction du polychloroprène. Il semble s'affranchir du changement de régime en fatigue du matériau, probablement lié à la cristallisation sous tension de celui-ci. Nous allons voir à présent si ce changement de régime en fatigue existe également dans le cas de chargements multiaxiaux et si l'énergie dissipée représente un critère de fatigue adapté aux sollicitations multiaxiales.

### 3.5.2 Fatigue multiaxiale

Dans le paragraphe 1.5.2.2, la figure 1.37 montre que la réponse stabilisée du matériau, en forme d'hystérésis, prend en compte l'histoire de son chargement. Les critères sont donc calculés à partir d'un cycle stabilisé, qu'il est nécessaire de choisir. Dans le paragraphe 2.4.2.2, la réponse du matériau à un chargement multiaxial cyclique est montrée en fig. 2.8. Ce résultat a indiqué une stabilisation du comportement du matériau à partir de 2000 cycles. Le tableau C.1 montre des durées de vie supérieures à 2000 cycles, et ce, quelle que soit la sollicitation employée. De ce fait, le 2000<sup>ème</sup> cycle semble constituer un cycle représentatif du comportement du matériau, et ce, indépendamment du chargement.

Nous avons vu, dans la campagne en fatigue uniaxiale, que l'énergie dissipée semble être le paramètre le plus adapté pour décrire le comportement en fatigue du polychloroprène en traction, corroborant ainsi les résultats de la littérature (Lu, 1991), (Lacroix, 2004), (Lacroix et al., 2005). A présent, nous allons adapter ce critère pour les chargements multiaxiaux. Celui-ci sera par la suite confronté à certains critères de fatigue présentés dans le paragraphe 3.3. Trois méthodes sont proposées pour les calculer :

- Une méthode expérimentale qui considère homogène la réponse du matériau. Il faudra calculer les critères de fatigue directement à partir des mesures obtenues avec les essais de fatigue, permettant ainsi d'avoir accès à la densité d'énergie de déformation et à la densité d'énergie dissipée.
- Une méthode analytique qui donne la réponse du matériau, et donc rend possible le calcul des différents critères, en un point critique de la structure par le modèle décrit au paragraphe 2.4.2.
- Une méthode éléments finis qui permet l'obtention de la réponse du matériau, et donc de tous les critères sur l'intégralité de l'éprouvette.

La méthode de calcul expérimentale implique une détermination de critères globaux, tandis que les approches analytiques et éléments finis donnent lieu à des paramètres locaux.

#### 3.5.2.1 Calcul des critères

##### Calcul de PK1

Le critère PK1 représente la première contrainte principale dans la description mixte. Elle est calculée à partir des modèles analytique et ANSYS.

##### Calcul de SED

Le calcul de ce critère nécessite de préalablement déterminer l'énergie de déformation :

$$W(t) = \frac{1}{V} \int_t (F dU + C d\theta) \quad (3.23)$$

où  $V$  correspond au volume de l'échantillon,  $F$  à la réponse en force à un incrément de sollicitation en déplacement axial  $dU$ , et  $C$  à la réponse en couple à un incrément de chargement en rotation  $d\theta$ .

$$SED = \max_{t \in \text{cycle}} (W(t)) \quad (3.24)$$

Il est important de remarquer que la définition de ce critère implique une dépendance importante de l'historique de chargement, et particulièrement de la valeur, à  $t = 0$ , de la partie à intégrer. C'est pourquoi le calcul de ce critère impose une référence temporelle du chargement commune aux trois méthodes.

### Calcul de DED

Le calcul de ce critère est réalisé suivant l'éq. 3.25, impliquant une intégration sur l'ensemble d'un cycle.

$$DED = \frac{1}{V} \int_{\text{cycle}} (F dU + C d\theta) \quad (3.25)$$

### Calcul de la contrainte d'Eshelby

Le calcul de ce critère, développé dans l'annexe D, est déterminé uniquement avec une méthode analytique.

### Calcul de CED

Ce critère est calculé à l'aide de la formule proposée par Mars (2001) :

$$CED = \int_{\text{cycle}} \frac{\bar{R}^T \cdot \bar{C} \cdot \bar{S} \cdot d\bar{E} \cdot \bar{R}}{\bar{R}^T \cdot \bar{C} \cdot \bar{R}} \quad (3.26)$$

où  $\bar{R}$  représente le vecteur normal au plan de fissuration. Les calculs de ce critère sont présentés dans l'annexe E.

### 3.5.2.2 Courbes SN

Pour l'ensemble des résultats présentés au cours de ce paragraphe, chaque type de sollicitation est distingué par une couleur. La corrélation de l'ensemble des résultats de fatigue est représentée par une droite noire, avec, comme indication son équation et son coefficient de corrélation.

#### Critère PK1

Les fig. 3.39 et 3.40 exposent les résultats en fatigue avec le critère PK1 calculé respectivement par le modèle analytique et le modèle éléments finis. Avec des coefficients de corrélation inférieurs à 0.5, le critère PK1 ne semble pas adapté pour représenter le comportement en fatigue biaxial du polychloroprène.

#### Critère SED

Les résultats obtenus avec le critère SED calculé par la méthode expérimentale, analytique et éléments finis sont respectivement présentés dans les figures fig. 3.41, 3.43 et 3.42. Ces figures donnent des corrélations de l'ordre de 0.6. Globalement, ce critère semble plus adapté que le critère PK1. Cela s'explique par la prise en compte partielle de l'historique de chargement dans la définition de celui-ci.

#### Critère Eshelby

Le résultat proposé en fig. 3.44 expose une corrélation en fatigue de 0.65 pour le critère Eshelby, ce qui semble proche des résultats obtenus avec le critère SED.

### Critère CED

Les fig. 3.45 et 3.46 représentent les résultats en fatigue avec le critère CED calculé par la méthode analytique et éléments finis. Les résultats, proposés dans les fig. 3.45 et 3.46, montrent des corrélations d'environ 0.7 et 0.8 pour les critères CED éléments finis et analytique. Ce paramètre semble plus adapté au calcul de fatigue multiaxial du polychloroprène que le tenseur d'Eshelby, l'énergie de déformation ou la première contrainte principale.

### Critère DED

Les fig. 3.47 et 3.49 mettent en évidence une corrélation de 0.7 pour le critère DED calculé avec la base de donnée expérimentale et la méthode des éléments finis, alors que la fig. 3.48 montre une corrélation de 0.8 pour le critère DED calculé avec la méthode analytique. Globalement, les résultats proposés avec le DED semblent très proches de ceux exposés par le CED et aboutissent à de meilleures corrélations que les autres critères parcourus dans cette partie. Ces meilleures corrélations peuvent se justifier par l'intégration totale de l'historique de chargement dans la définition des paramètres CED et DED, contrairement à celle de SED et d'Eshelby.

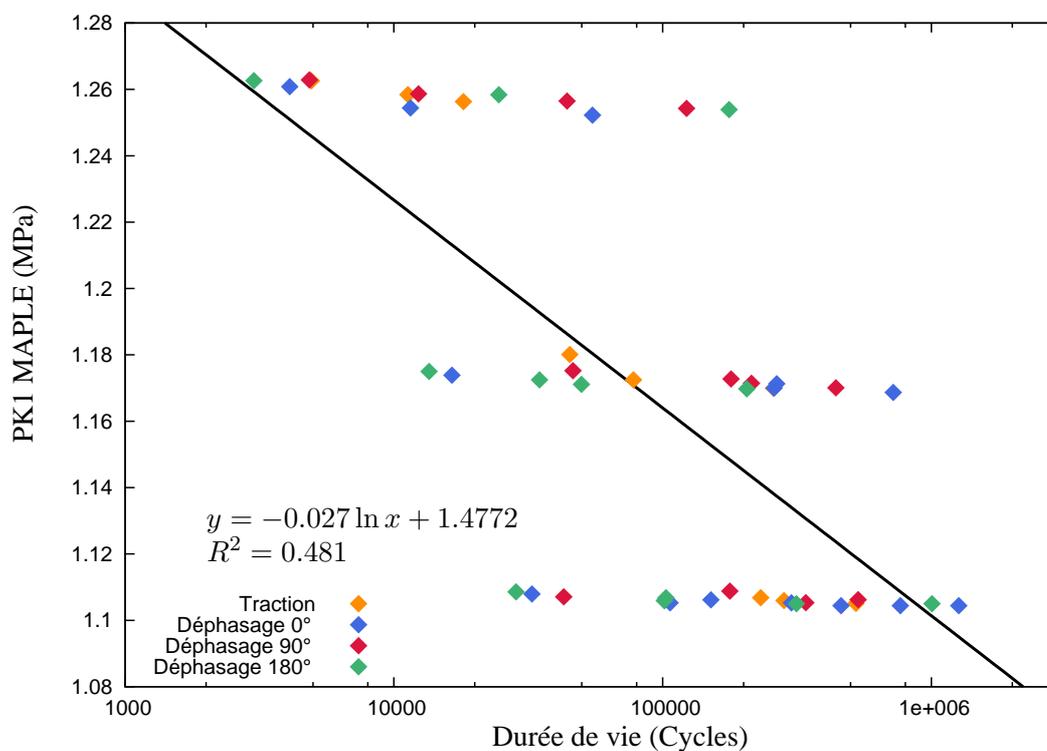


FIGURE 3.39 – Courbe de fatigue avec le critère PK1 calculé par la méthode analytique

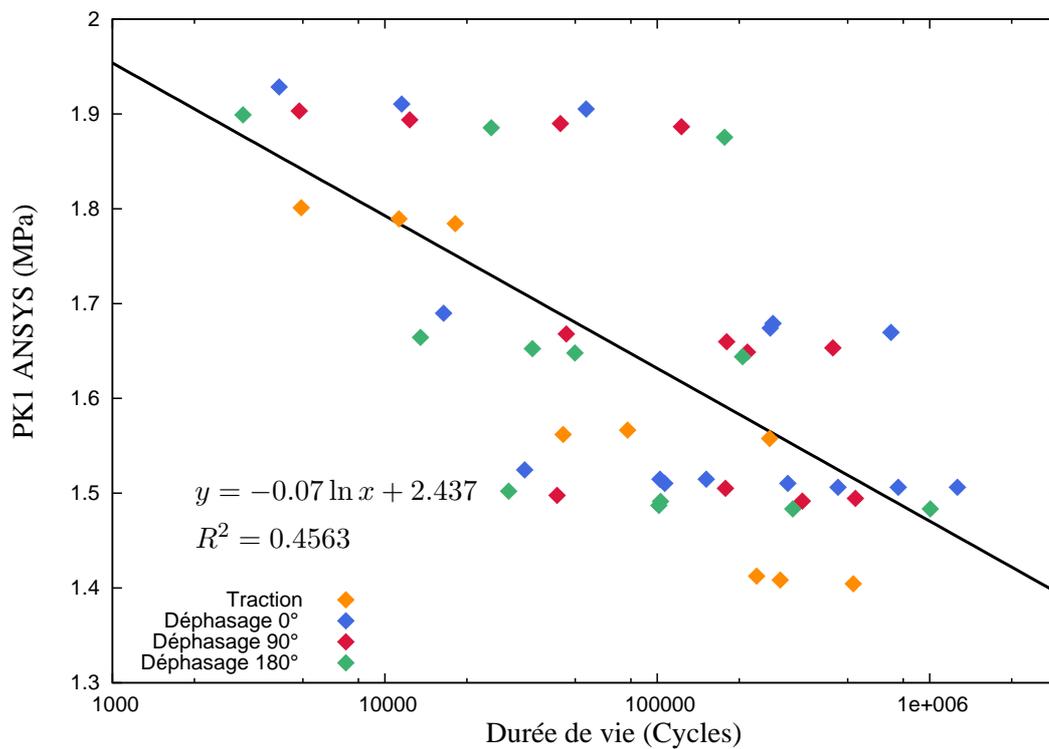


FIGURE 3.40 – Courbe de fatigue avec le critère PK1 calculé par la méthode éléments finis

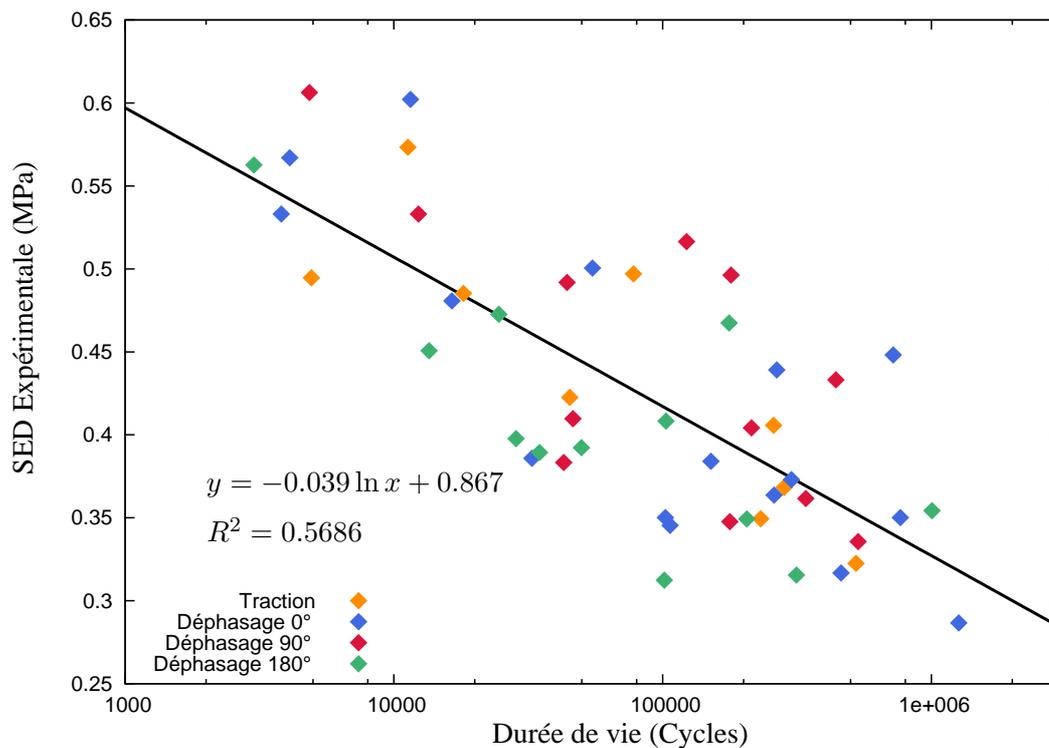


FIGURE 3.41 – Courbe de fatigue avec le critère SED calculé expérimentalement

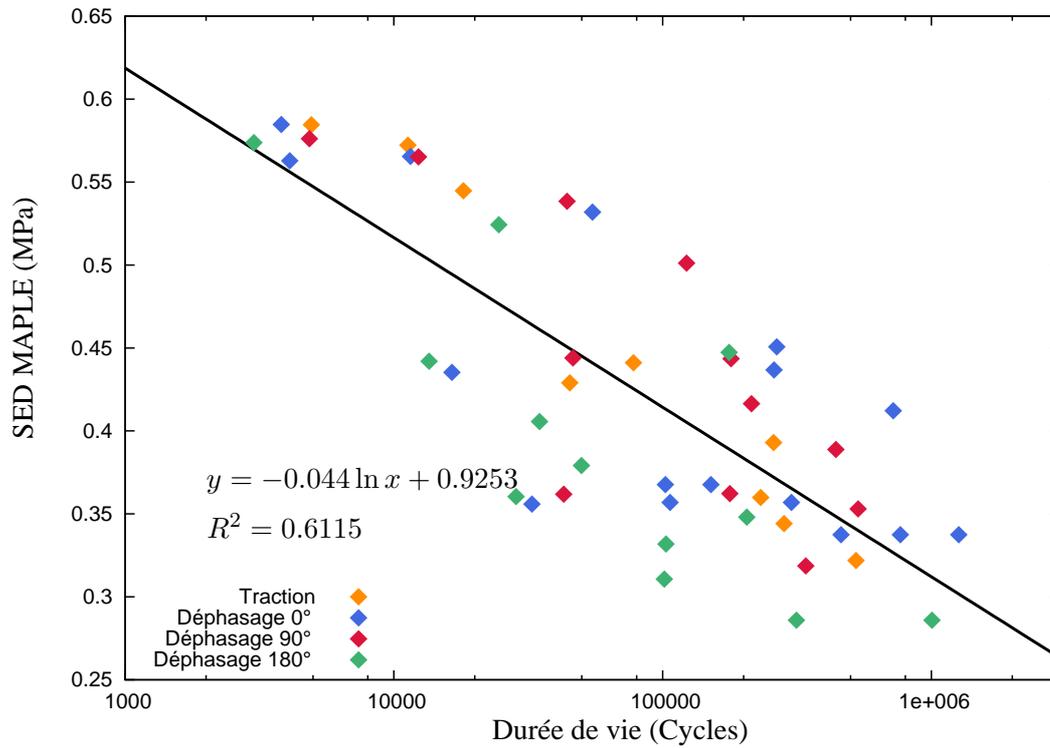


FIGURE 3.42 – Courbe de fatigue avec le critère SED calculé avec la méthode analytique

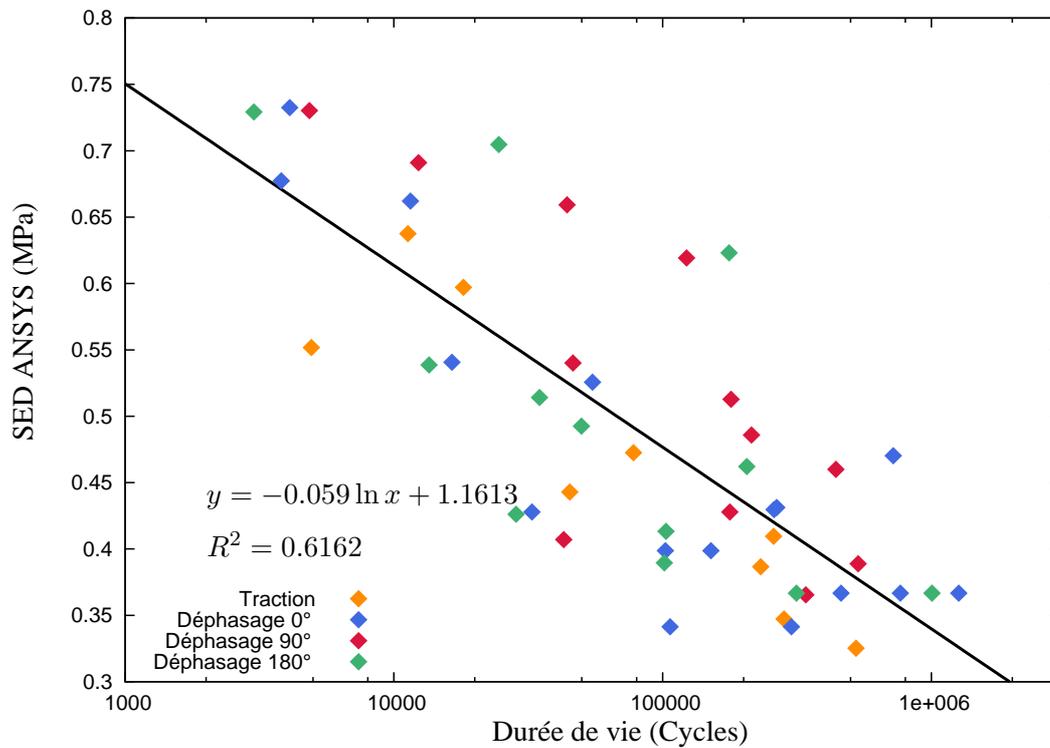


FIGURE 3.43 – Courbe de fatigue avec le critère SED calculé avec la méthode éléments finis

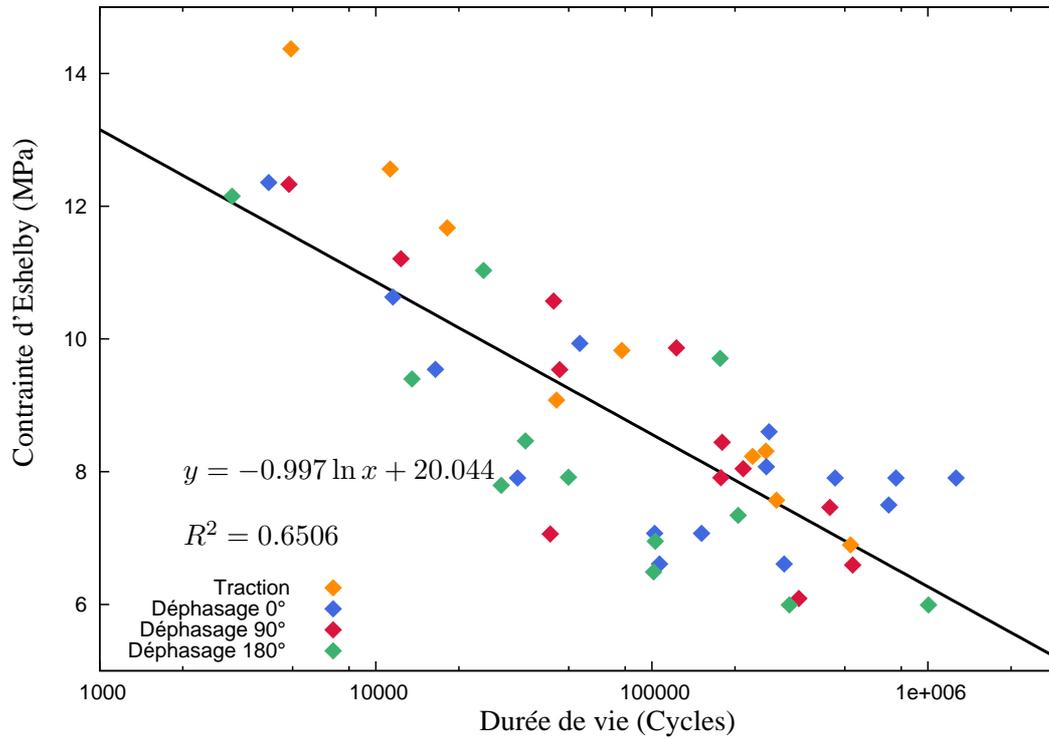


FIGURE 3.44 – Courbe de fatigue avec le critère Eshelby calculé avec la méthode analytique

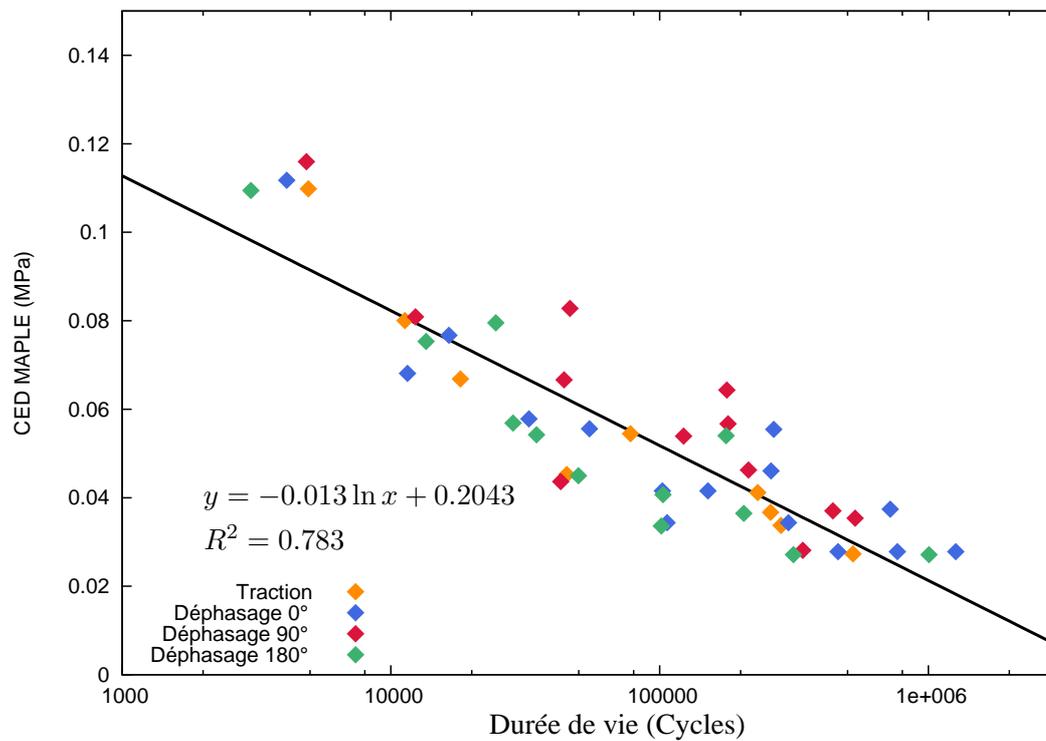


FIGURE 3.45 – Courbe de fatigue avec le critère CED calculé avec la méthode analytique

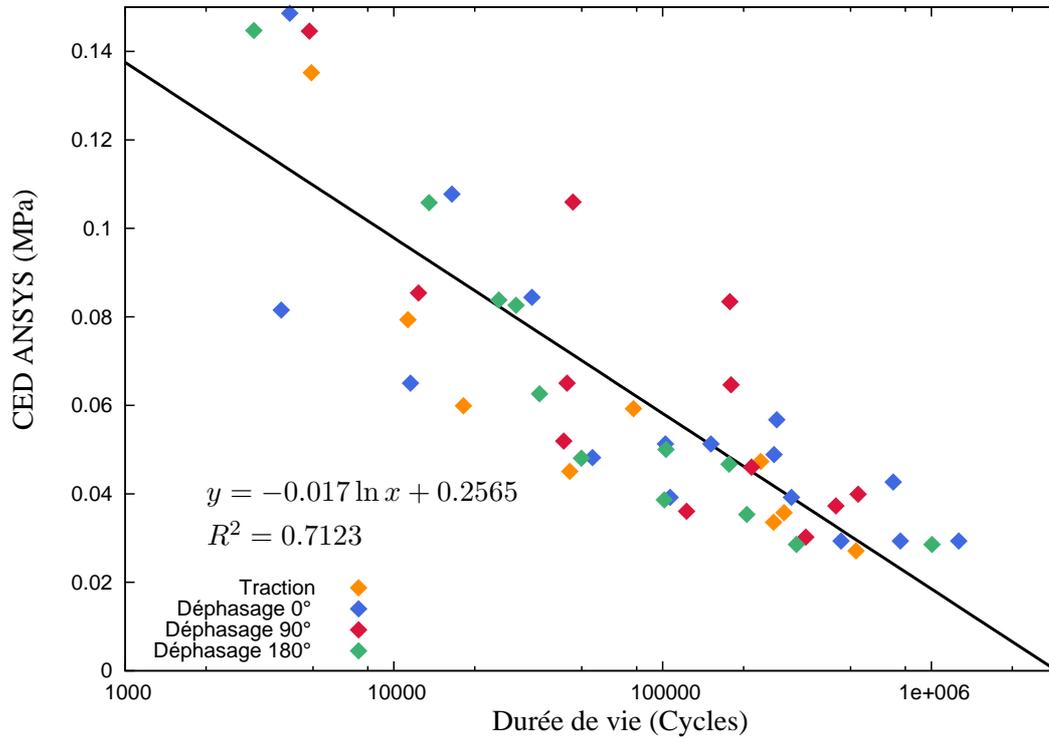


FIGURE 3.46 – Courbe de fatigue avec le critère CED calculé avec la méthode éléments finis

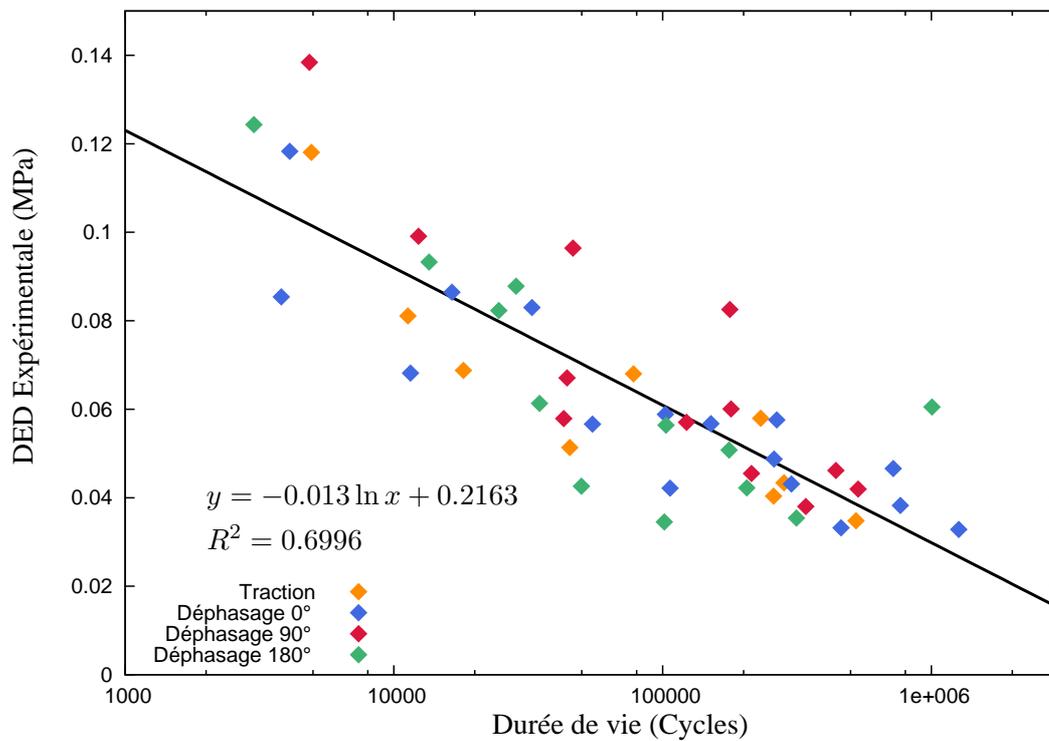


FIGURE 3.47 – Courbe de fatigue avec le critère DED calculé expérimentalement

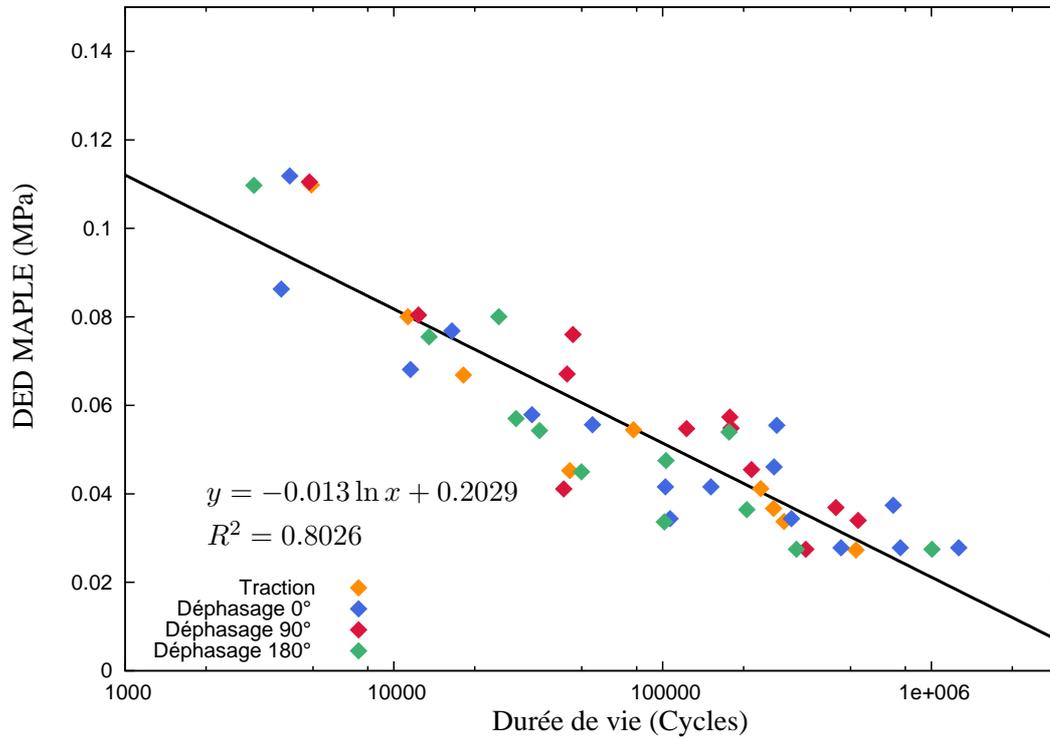


FIGURE 3.48 – Courbe de fatigue avec le critère DED calculé avec la méthode analytique

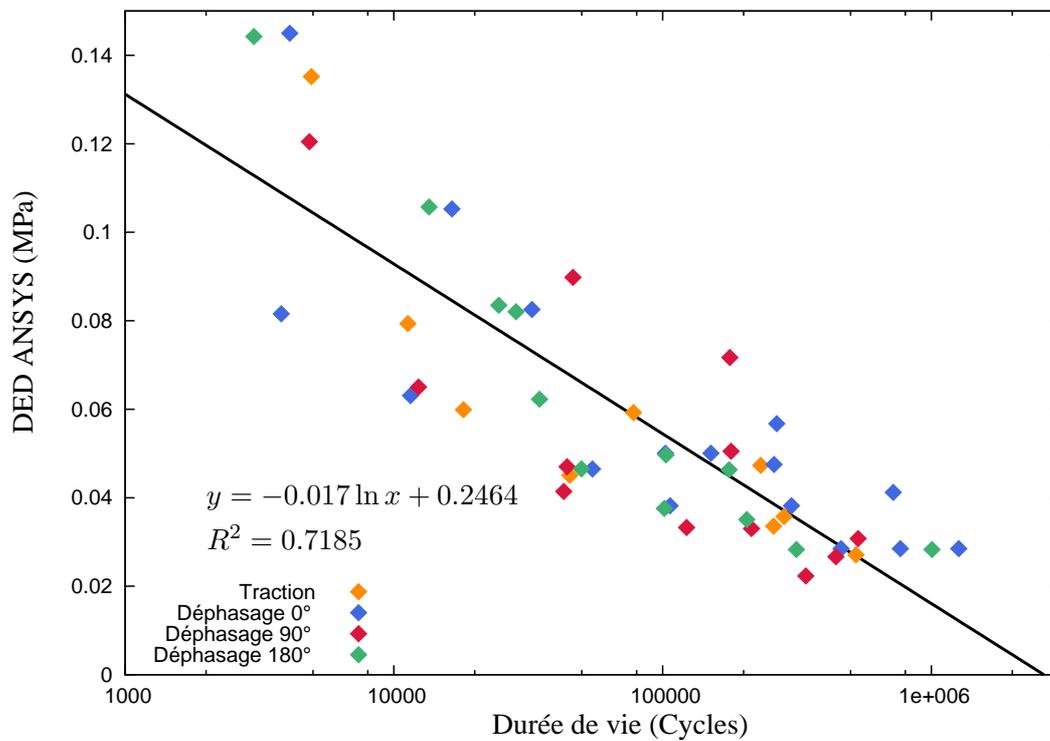


FIGURE 3.49 – Courbe de fatigue avec le critère DED calculé avec la méthode éléments finis

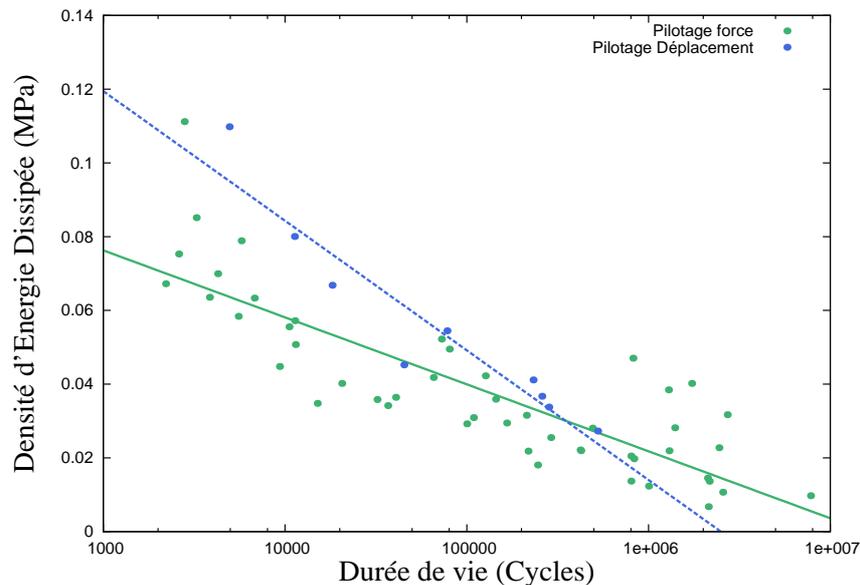


FIGURE 3.50 – Influence du type de pilotage dans le comportement en fatigue en traction du polychloroprène

La cohérence entre résultats globaux, analytiques et éléments finis du calcul de l'énergie dissipée (DED) semble valider chacune des trois approches. L'établissement de futures courbes SN, sur diabolo (en traction-torsion) pourra donc se faire par l'une des méthodes. Il semble logique d'utiliser celle nécessitant le moins de temps de calculs (global ou analytique). Néanmoins, la méthode éléments finis restera indispensable pour calculer le critère DED sur des pièces de structures compliquées et soumises à des sollicitations complexes.

#### REMARQUE 3.5

La figure 3.50 révèle l'influence du type de pilotage (force, déplacement) dans le comportement en fatigue en traction. Le pilotage en force (courbe verte) semble être plus endommageant pour les faibles durées de vie. Il est néanmoins important de garder des réserves avec ce résultat car, en ce qui concerne le comportement en fatigue piloté en force, beaucoup d'essais ont été menés pour des durées de vies dépassant très nettement le million de cycle, tandis que seuls neuf points constituent le résultat relatif à un pilotage en déplacement (courbe bleue).

### 3.5.2.3 Diagramme de Haigh

La difficulté de réalisation d'un tel diagramme, pour des chargements multiaxiaux, réside dans la rotation des valeurs tensorielles telles que la contrainte ou la déformation au cours de la sollicitation. Pour cela, [Saintier \(2001\)](#) propose d'utiliser des invariants du tenseur des contraintes pour créer son diagramme de Haigh multiaxial. Il prend la partie sphérique des contraintes pour décrire la moyenne de chargement et un terme issu de la partie déviatorique du tenseur des contraintes pour définir l'amplitude du chargement. Toutefois, il en conclut que les résultats obtenus à partir de cette approche sont insuffisants, montrant ainsi que la partie sphérique et déviatorique du chargement ne peuvent être découplés dans la description du comportement en fatigue du matériau. [André \(1998\)](#) choisit, entre autre, le critère SED pour représenter l'amplitude de chargements multiaxiaux. Nous avons vu, dans le paragraphe 3.5.2.2

que le paramètre DED est le plus adapté pour unifier le comportement en fatigue multiaxial du polychloroprène. C’est pourquoi nous allons reprendre ici l’idée d’André (1998) et utiliser le critère DED pour représenter l’amplitude des chargements multiaxiaux. Pour décrire la partie moyenne des chargements, la pression hydrostatique moyenne  $p_{moy}$  est choisie (eq. 3.27). Les résultats ainsi obtenus sont reportés fig. 3.51.

$$p_{moy} = \frac{1}{2} (\max_{t \in cycle} (p(t)) + \min_{t \in cycle} (p(t))) \tag{3.27}$$

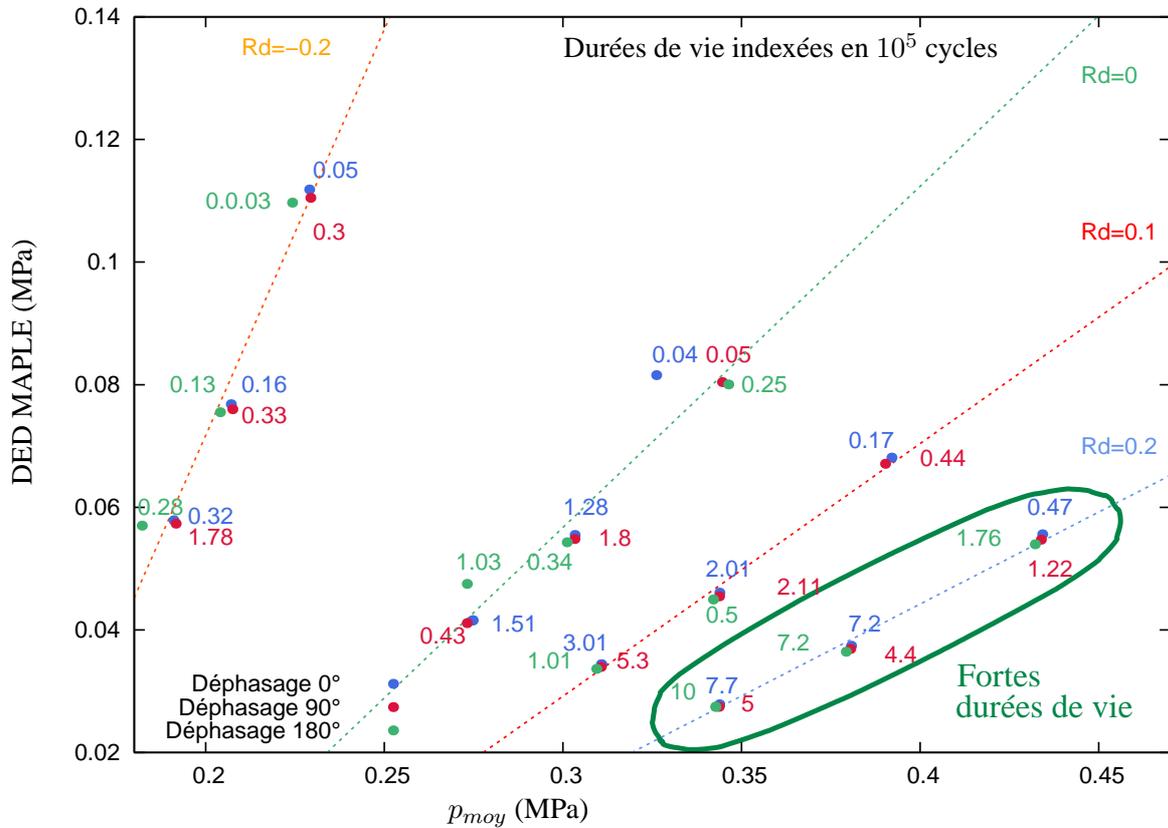


FIGURE 3.51 – Diagramme de Haigh multiaxial

Jusqu’à un rapport de charge de 0.2, le polychloroprène semble avoir un comportement en fatigue multiaxiale, similaire à celui d’un polymère amorphe, avec une diminution des durées de vies lors de l’augmentation de la partie moyenne de chargement. Néanmoins, pour un rapport de chargement égal à 0.2, le régime de fatigue du CR semble différent, avec des durées de vies plus importantes et ce, indépendamment du déphasage correspondant. Cela pourrait être la conséquence de la cristallisation sous tension du matériau.

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons pu voir les différentes approches développées dans la littérature pour appréhender la fatigue des élastomères. Nous avons étudié notre matériau par une méthode en initiation

de fissure, car elle semble la plus adaptée pour traiter les problèmes de fatigue multiaxiale.

Nous avons débuté notre étude par une campagne d'essais en traction uniaxiale, avec un pilotage en force. Ceci a permis :

- d'établir de courbes SN, rendant compte de la bonne représentation du comportement en fatigue par un critère en dissipation d'énergie.
- de construire un diagramme de Haigh, quantifiant un renforcement du CR pour un rapport de charge de 0.2, suggérant une cristallisation du CR sous contrainte.

Forts de ce constat, nous avons ensuite proposé une campagne de fatigue multiaxiale, pilotée en déplacement, dans le but de confronter le DED avec différents critères développés dans la littérature. Par la prise en compte de la totalité de l'historique de chargement dans son calcul, le critère DED, ainsi que le CED ont montré des corrélations au dessus des autres critères de fatigue étudiés. Tout comme en traction uniaxiale, l'énergie dissipée semble adapté à la détermination du comportement en fatigue multiaxial des éprouvettes diabolos en polychloroprène.

