

Etude statistique et probabiliste

Les variables aléatoires sont des termes qui définissent la variabilité d'un paramètre par une fonction qui suit généralement une loi de probabilité comme la loi normale, la loi log-normal, la loi de Weibull ou autres. Pour l'étude d'une structure ou d'un chargement, les variables aléatoires vont se diviser entre les variables aléatoires du procédé de mise en forme de la structure conduisant à de la variabilité dimensionnelle et matérielle, du matériau et du chargement. Dans le cas du projet SIMSCEF, la variabilité du process ne sera pas étudiée car les plaques composites sont sous-traitées et on ne peut donc pas connaître parfaitement le protocole de mise en forme. C'est pour cela que seules les variables aléatoires du matériau, des défauts et du chargement sont considérées.

IV.1 Variables aléatoires matériau

Dans le cas des matériaux composites, la variabilité est assez importante du fait que le matériau est en lui-même un assemblage de 2 phases : les fibres et la résine et que l'arrangement du renfort dans la résine n'est pas régulier. Un certain nombre de paramètres aléatoires pour définir le matériau doit donc être considéré. L'épaisseur d'un échantillon est aussi un paramètre assez variable, et encore plus pour un composite stratifié pour lequel l'épaisseur de chaque pli peut varier de façon assez importante comme le montre l'étude de Davila et al. [63]. Ils ont étudié la variation d'épaisseur de chaque pli pour un composite stratifié carbone/epoxy.

La figure 27 montre les variations d'épaisseur de la plaque, alors que sur les figures 28 et 29, on peut clairement voir les variations d'épaisseur de chaque pli avec une micrographie de l'empilement des plis.

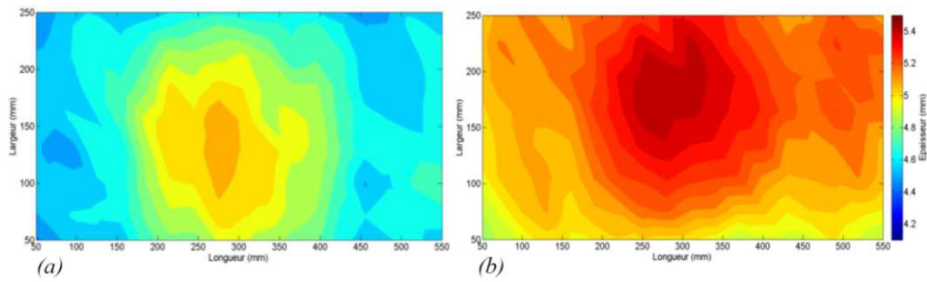


Figure 27 : Différentes épaisseurs de plaque [63]

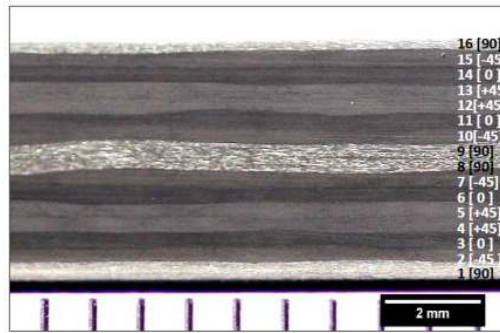


Figure 28 : micrographie de la section transversale de l'échantillon B2 [63]

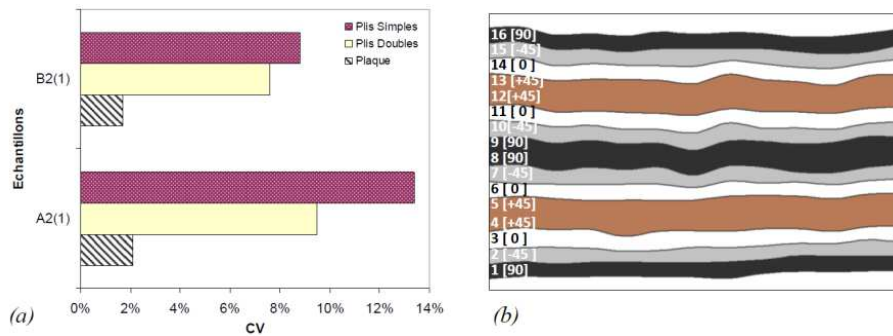


Figure 29 : Variation dans l'épaisseur de la plaque : a) comparaison entre les coefficients de variation de l'épaisseur des plis et de la plaque, et b) reconstruction de l'épaisseur de plis de l'échantillon A [63]

L'épaisseur de chaque pli du stratifié varie de façon plus ou moins prononcée et de façon beaucoup plus importante comparée aux variations d'épaisseur de la plaque. De plus, les variations d'épaisseur des plis et de la plaque entraînent des variations locales de propriétés mécaniques.

L'étude de Davila et al. [63] s'intéresse aussi à la variation d'orientation des plis dans les composites stratifiés. En effet, chaque pli est censé avoir une orientation précise mais celle-ci peut varier de quelques degrés comme on peut l'observer sur la figure 30.

Un autre paramètre du matériau qui peut avoir des variations importantes est la fraction volumique de fibre. Ramamurty et Seshacharyulu [64] ont étudié la non-homogénéité de la fraction volumique de fibres et on observe bien sur la figure 31, la variation de ce paramètre qui peut atteindre plus de 20% en variant entre 60% et 70% pour le matériau en points noirs, et entre 65% et 85% pour l'autre.

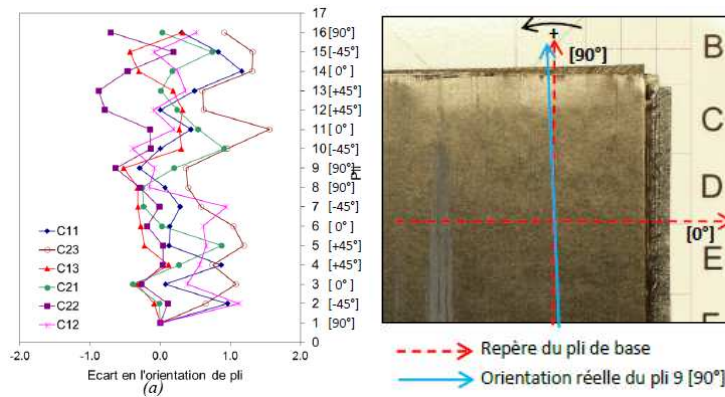


Figure 30 : Variation d'orientation des plis d'un stratifié carbone/epoxy [63]

Les fibres sont les éléments d'un composite qui présentent les paramètres ayant la plus forte variabilité, que ce soit en terme de fraction volumique comme vu ci-dessus mais aussi en terme de dimensions et de propriétés mécaniques. En effet le diamètre des fibres varie dans un composite, ce qui a été mis en évidence par Chermaneau dans sa thèse [65]. Sur la figure 32, on observe bien la répartition des petits (noté d) et grands (noté D) diamètres des fibres.

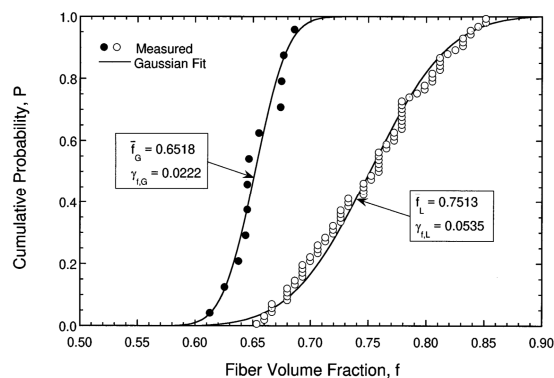


Figure 31 : Variation de la fraction volumique de fibres sur une éprouvette et sur un ensemble d'éprouvettes [64]

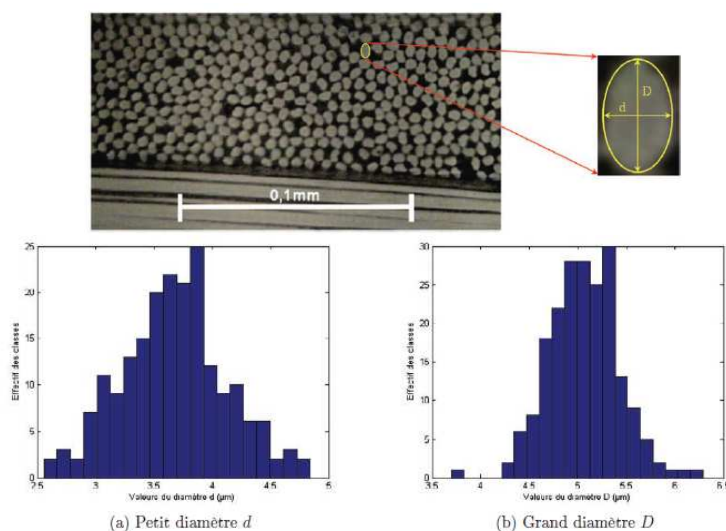


Figure 32 : Micrographie d'un échantillon et histogramme de classes des diamètres d et D [65]

Ces variations de diamètre de fibre, de fraction volumique de fibre et d'épaisseur de pli amènent à des plaques de composites avec des propriétés mécaniques non-homogènes qui peuvent varier plus ou moins. Plusieurs études sont disponibles dans la littérature et abordent cette variation au sein d'un composite. Sriramula et Chryssanthopoulos [66] [67] ont étudié ce sujet sur un stratifié fibres de verre et ont observé des variations plus ou moins importantes pour le module d'Young, la résistance en traction et en compression comme le montre la figure 33.

La variabilité des propriétés mécaniques due à celle des fibres va dépendre du type de fibre comme le démontre la thèse de Liang [68]. La figure 34 montre le fait que toutes les propriétés mécaniques sont sujettes à de la variabilité plus ou moins importante et qu'elle dépend bien du type de fibre (synthétique ou végétale).

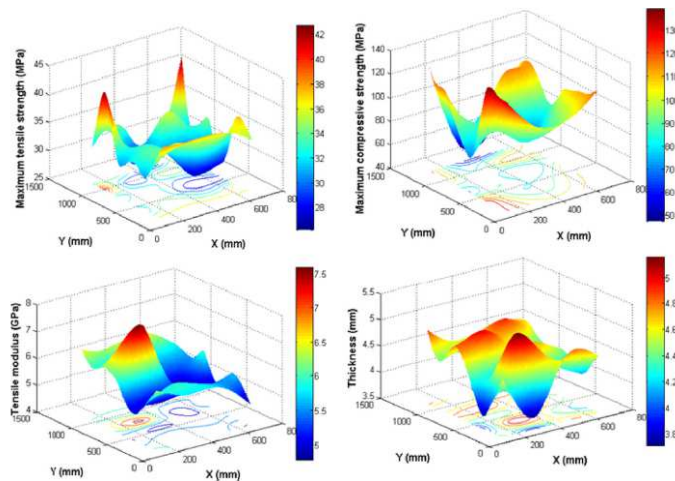


Figure 33 : Variations spatiales des propriétés mécaniques pour une plaque de composite [66]

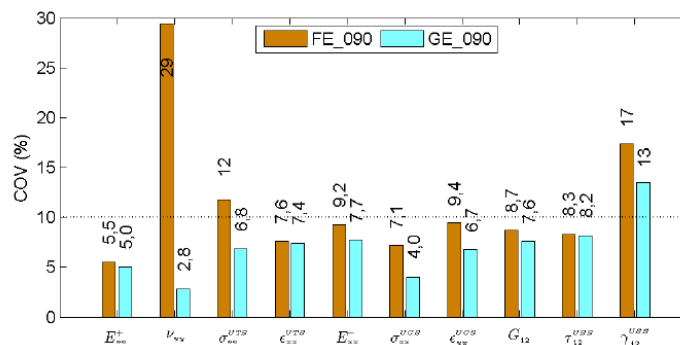


Figure 34 : Comparaison des covariances des propriétés en traction, compression et cisaillement pour un lin/epoxy et un verre/epoxy [68]

Ces phénomènes de variabilité au sein d'un composite se produisent à différentes échelles et peuvent être reliés. Une fois les variables aléatoires du matériau identifiées, elles sont étudiées afin d'identifier quelle loi de probabilité elles suivent. Chermaneau identifie cette démarche dans sa thèse [65] et la résume sous forme d'un schéma qui est présenté en figure 35.

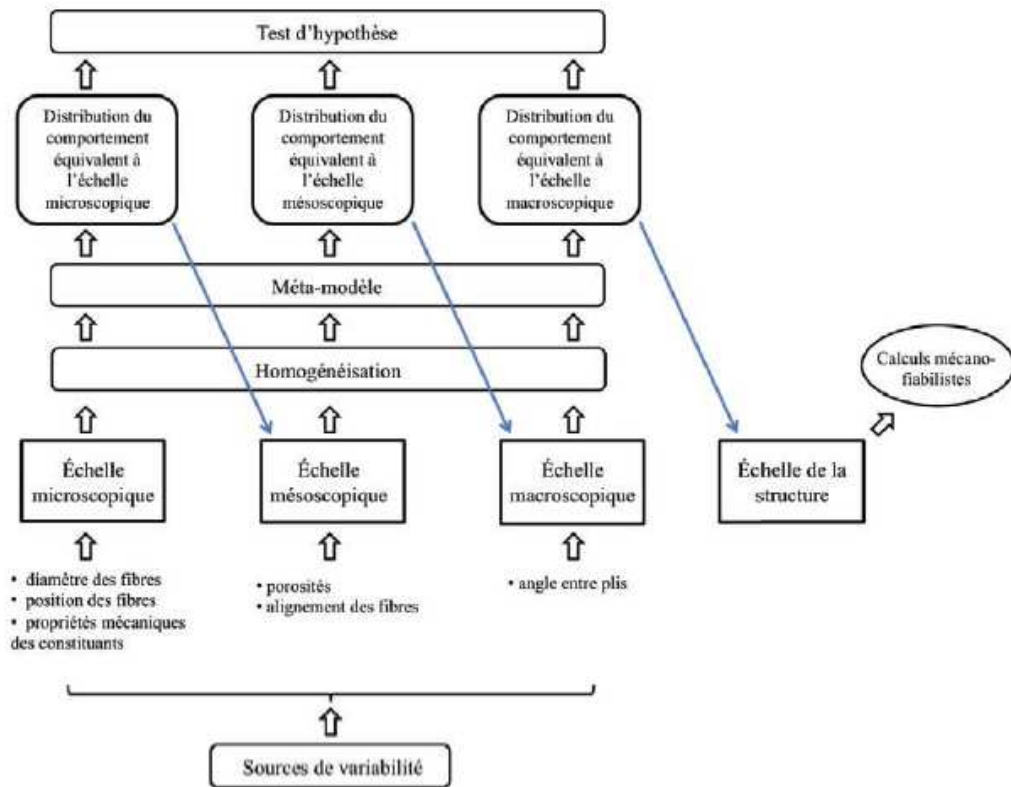


Figure 35 : Schéma des différentes sources de variabilité au sein d'un composite [65]

Une fois la loi de distribution identifiée pour chaque paramètre, on peut les intégrer à une analyse de sensibilité ou de fiabilité comme décrit sur la figure 36 tirée de l'étude de Sanchez-Heres et al. [69]

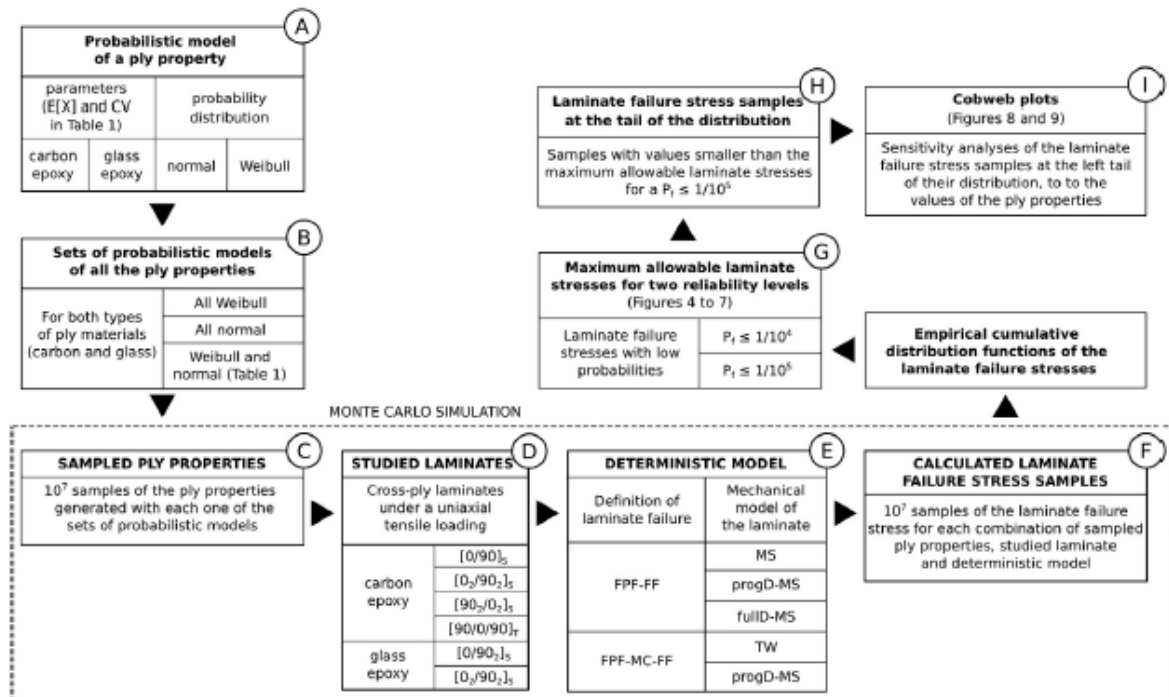


Figure 36 : Méthodologie pour une analyse de sensibilité [69]

IV.2 Variables aléatoires défauts

IV.2.1 Variables aléatoires plissements

Il n'existe pas de littérature sur le sujet de la variabilité des défauts de plissement dans les composites. Du fait que ces défauts soient définis par plusieurs paramètres comme la longueur du plissement λ , l'amplitude δ et l'angle de désalignement θ_{max} , comme le montre la figure 3, on peut penser que ces paramètres ont une certaine variabilité. On peut aussi penser que le nombre de plissements, le nombre de plis en plissement, et leur répartition sur la pièce varient aussi.

IV.2.2 Variables aléatoires porosité

Les défauts du type porosité montrent aussi une certaine variabilité notamment sur certains paramètres comme leur géométrie, leur dimension ou leur répartition spatiale au sein de la plaque composite. L'étude de Drach et al. [70] détermine les différentes géométries des pores et leur distribution pour un composite stratifié carbone/carbone. On peut observer, sur la figure 37, les différentes géométries de pores présentes dans le composite. La figure 38 montre la distribution empirique en fonction de leur volume.

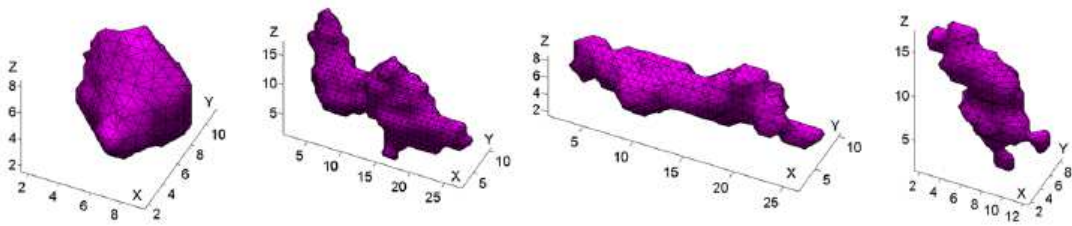


Figure 37 : Exemples de géométrie de porosités rencontrées dans un composite carbone/carbone [70]

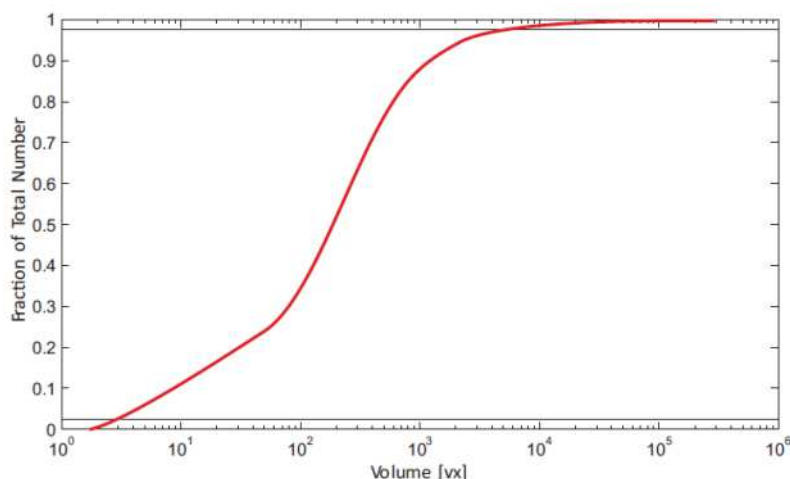


Figure 38 : Distribution empirique du volume des porosités [70]

Une variabilité assez importante est donc observée sur la géométrie des pores et leurs dimensions mais aussi sur leur répartition dans le composite comme dans l'étude de Nikishkov et al. [71] portant sur la porosité au sein d'un stratifié carbone/epoxy.

La figure 39 montre la répartition de la porosité dans la section transversale. Une autre étude de Arroyo et al. [72] porte sur l'étude des porosités par tomographie dans un stratifié carbone, avec en figure 40, la répartition des pores au sein de la pièce totale.

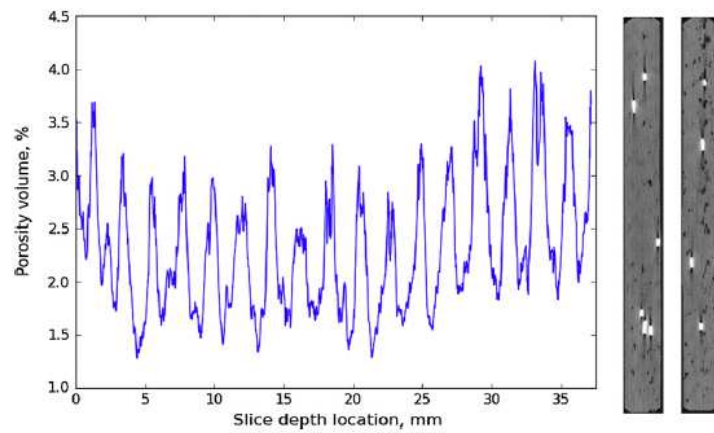


Figure 39 : Distribution des porosités, en volume, dans la section transversal d'un composite carbone/epoxy [71]

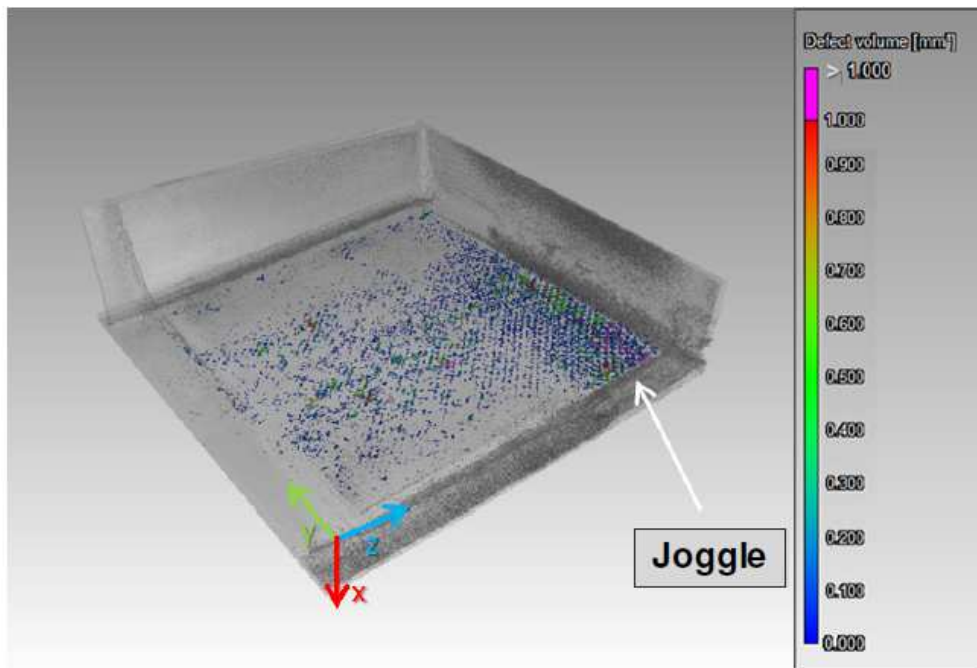


Figure 40 : Répartition des porosités au sein de la structure en stratifié carbone [72]

IV.2.3 Variables aléatoires chargement

Dans le cas du projet SIMSCEF qui étudie le comportement d'une pale d'éolienne et de structures aéronautiques, le chargement de celle-ci est constitué par la force imposée par le vent. La littérature propose quelques publications sur la variabilité des vents et leur répartition sur l'année comme l'étude de Jang et al. [73]. La figure 41 montre la distribution des vents en fonction de la vitesse. De plus, la vitesse et la fréquence du vent dépend grandement de la position géographique.

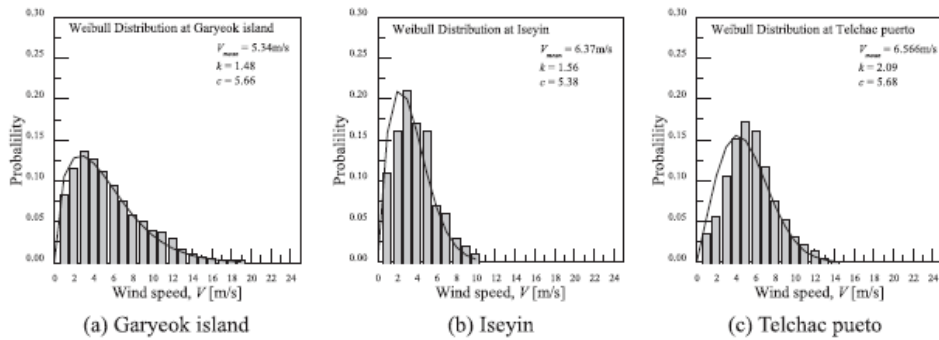


Figure 41 : Distribution de la vitesse du vent sur une année [73]

IV.3 Lois de probabilité

Les lois de probabilité définissent la variabilité d'un paramètre sur un intervalle donné. Il existe plusieurs types de lois de probabilité qui sont définis par des paramètres spécifiques.

IV.3.1 Lois de probabilité définissant les propriétés mécaniques d'un composite

Plusieurs études sur la variabilité des propriétés mécaniques sont disponibles dans la littérature. Elles traitent de l'étude numérique et expérimentale de la variation des propriétés mécaniques en fonction des différentes variables aléatoires du matériau.

Sriramula et Chryssanthopoulos ont effectué une synthèse des travaux existants sur ce sujet [67]. On y retrouve des études sur des stratifiés/tissés en carbone/epoxy, verre/epoxy, mais aussi verre/polyester, verre/vinylester, etc. La plupart des modèles probabilistes utilisés pour décrire la variabilité des matériaux pour les caractéristiques E_{11} , E_{22} , G_{12} et ν_{12} sont :

- Loi normale
- Loi log-normale
- Loi Gamma
- Loi de Weibull
- Loi des valeurs extrêmes
- Loi uniforme : elle peut être utilisée dans le cas où une variabilité doit être introduite sans connaître la loi représentant la physique à utiliser.

Sriramula et Chryssanthopoulos ont aussi effectué une étude expérimentale statistique sur un composite fibre de verre GFRP afin de caractériser la variation de propriétés mécaniques [66]. Il en ressort que la loi de probabilité normal et log-normal sont les modèles qui répondent le mieux aux tests d'hypothèse de Kolmogorov-Smirnov (K-S) et de Anderson-Darling (A-D).

Phillipidis et al [74] ont étudié la distribution des propriétés pour un composite carbone/epoxy. Lors de leur étude ils ont comparé les différentes lois de probabilité par rapport à leurs résultats expérimentaux.

Il ressort de cette comparaison que la loi lognormal a les meilleurs résultats au test de K-S, et que toutes les lois de distribution testées avaient des résultats acceptables.

Pour confirmer ces résultats, l'étude statique en traction se fera sur un grand nombre d'éprouvettes équipées de jauges bidirectionnelles afin d'avoir une mesure précise des déformations longitudinale et transversale. Les valeurs des modules d'Young et du coefficient de Poisson des différentes éprouvettes seront analysées afin d'établir leur distribution statistique expérimentale.

IV.3.2 Lois de probabilité définissant les défauts de mise en forme

IV.3.2.1.1 Lois de probabilité pour les plissements

Il n'existe pas d'étude dans la littérature sur les lois de probabilité des défauts de plissements et sur ces différents paramètres tels que l'amplitude δ , sa période λ et son angle maximum de désalignement θ_{max} , mais aussi sur le nombre de plis affectés ou le nombre de plissements par pli.

Lors de l'étude par analyse d'image un grand nombre d'éprouvette sera analysé afin de pouvoir définir la distribution statistique des paramètres de ce défaut.

IV.3.2.1.2 Lois de probabilité pour la porosité

Contrairement aux défauts de plissement, des études statistiques existent sur la porosité et sur ses paramètres tels que le diamètre équivalent ou la répartition spatiale. L'étude de Léonard et al [75] sur des stratifiés carbone/epoxy s'intéresse à la distribution des diamètres équivalents des pores pour deux types de résine : avec une haute et une basse viscosité. La figure 42 illustre les distributions statistiques des diamètres équivalents des pores obtenues sur 3 plaques différentes de deux types de stratifiés.

Le test K-S conclut que la distribution statistique est du même type pour les 3 échantillons des deux résines. La distribution des diamètres équivalents serait proche d'une loi exponentielle.

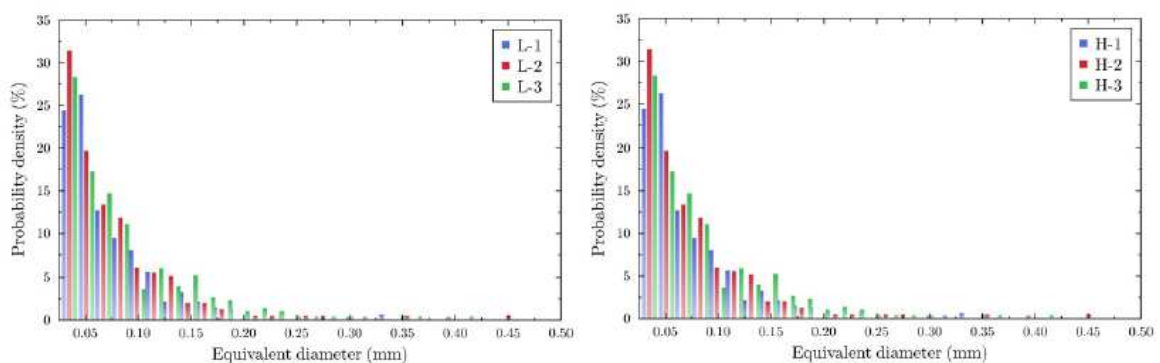


Figure 42 : Distribution statistique des diamètres équivalents pour la résine à basse viscosité à gauche, et haute viscosité à droite [75]

L'étude des défauts de plissements et de la porosité par analyses d'images, dans le cadre du projet SIMSCEF, comprend une étude statistique de ces défauts afin d'identifier leur variabilité ainsi que la loi de probabilité qui caractérise au mieux chacun des paramètres étudiés.

IV.3.3 Tests statistiques

Afin de valider l'utilisation d'une loi de distribution pour modéliser une variable, il faut savoir si cette loi décrit bien la variabilité des données et mieux que d'autres lois. Pour cela, il existe des tests statistiques qui permettent de quantifier la qualité du modèle et de le comparer à d'autres modèles.

Les tests statistiques se divisent en 2 classes spécifiques comme l'explique G. Saporta dans son ouvrage [76] :

- Les tests paramétriques qui ont pour objet de tester certaine hypothèse relative à un ou plusieurs paramètres d'une variable aléatoire de loi spécifiée. Ils se basent donc sur des distributions statistiques supposées dans les données et doivent donc remplir certaines conditions de validité pour que le résultat soit fiable.
- Les tests non-paramétriques qui ont aussi pour objet de tester certaine hypothèse mais qui ne se basent pas sur des distributions statistiques. Ils sont considérés comme plus robustes que les tests paramétriques

Il existe plusieurs types de test statistiques qui ont des objectifs différents. Le premier type de test permet de déterminer la variabilité induite par un paramètre sur les données. Le deuxième type de test a pour but de juger la qualité de l'ajustement de la loi en donnant la part des données expliquées par le modèle, ce sont des indicateurs. Le troisième type de test a comme objectif de valider, ou non, le modèle appliqué aux données, ce sont les tests d'adéquation ou d'ajustement. Le choix des tests se fait selon plusieurs critères comme le nombre de données observées, le nombre de paramètres aléatoires pris en compte ou le type de loi utilisé pour décrire les données. Ces tests fonctionnent généralement en confrontant deux hypothèses :

- L'hypothèse H_0 , dite hypothèse nulle, qui répond à la question posée, à savoir la loi utilisée décrit bien les données par exemple ;
- L'hypothèse H_1 qui est l'hypothèse alternative, généralement le contraire de H_0 .

Le test va trancher entre les deux hypothèses au vu des résultats avec une probabilité d'erreur α choisie qu'on appelle niveau de risque. Cette valeur α correspond à la probabilité de choisir H_1 alors que H_0 est vraie, et on choisit généralement 0.05 ou 0.01.