

Étude et modélisation du comportement d'effet mémoire assisté cyclique des Alliages à Mémoire de Forme

On fait la science avec des faits, comme on fait une maison avec des pierres ; mais une accumulation de faits n'est pas plus une science qu'un tas de pierres n'est une maison.

Henri Poincaré (1854–1912)

Sommaire

3.1	Étude expérimentale d'un alliage de Cu-Al-Be	103
3.1.1	Matériau étudié	103
3.1.2	Démarche expérimentale	104
3.1.2.1	Pilotage des essais	104
3.1.2.2	Mesure d'effort et de déformation	105
3.1.3	Résultats expérimentaux de super-élasticité	106
3.1.3.1	Essai de traction charge-décharge	106
3.1.3.2	Essai de traction cyclique à amplitude de déformation constante	106
3.1.3.3	Essai de traction cyclique « complexe »	109
3.1.4	Résultats expérimentaux d'effet mémoire assisté	112
3.1.4.1	Essai d'effet mémoire assisté simple	112
3.1.4.2	Essai d'effet mémoire assisté avec point mémoire	112

3.1.4.3	Essai d'effet mémoire assisté cyclique	113
3.2	Modélisation du comportement thermo-mécanique cyclique . . .	115
3.2.1	Modèle de base	115
3.2.1.1	Partition de la déformation	117
3.2.1.2	Critères de transformation directe et inverse	117
3.2.1.3	Évolution de la déformation de transformation	118
3.2.1.4	Fraction volumique de martensite	123
3.2.2	Évolution des critères de transformation et effet point mémoire . .	124
3.2.3	Chargement cyclique	129
3.2.3.1	Déformation de transformation bloquée	130
3.2.3.2	Évolution de la fraction volumique de martensite bloquée	130
3.3	Identification et validation du modèle	132
3.3.1	Identification des paramètres du matériau	132
3.3.1.1	Chargement de traction cyclique simple	132
3.3.1.2	Chargement cyclique « complexe »	136
3.3.2	Validation du comportement	137
3.3.2.1	Validation quantitative	137
3.3.2.2	Validation qualitative	140
3.4	Conclusion	146

Dans ce chapitre, nous présenterons une seconde version du modèle permettant de simuler correctement à la fois le comportement super-élastique et le comportement thermo-mécanique des Alliages à Mémoire de Forme. Le modèle développé se base sur le modèle précédent auquel sont apportées quelques modifications. Afin de garder ce chapitre indépendant du précédent, les informations nécessaires seront reprises dans cette partie mais de façon plus succincte.

Nous présenterons d'abord le matériau utilisé, les conditions et les résultats des essais super-élastiques et thermo-mécaniques réalisés sur un Alliage à Mémoire de Forme. Ensuite, nous expliciterons les équations de la nouvelle version du modèle développé pour simuler le comportement cyclique observé lors des essais. Finalement nous identifierons les paramètres du modèle à l'aide des résultats de certains des essais réalisés et validerons le comportement du modèle grâce aux autres résultats d'essais ainsi qu'à des résultats d'essais disponibles dans la littérature.

3.1 Étude expérimentale d'un alliage de Cu-Al-Be

3.1.1 Matériau étudié

Le matériau utilisé dans ce chapitre est quasiment identique à celui utilisé dans la partie 2.1 pour les essais de super-élasticité, mais présente des températures de transformation différentes. Il sera donc noté Cu-Al-Be2. Pour rappel, c'est un Alliage à Mémoire de Forme polycristallin composé de cuivre, d'aluminium et de béryllium. Il est fourni par la société Nimesis avec une composition en pourcentages atomiques de : Cu 87 %, Al 11 % et Be 2 %. Le diamètre des fils utilisés pour les essais de ce chapitre est de 0,8 mm.

Nous avons changé d'alliage pour des raisons techniques : afin de réaliser des essais d'effet mémoire assisté il faut refroidir le matériau depuis sa phase austénitique jusqu'à sa phase martensitique. Or le Cu-Al-Be1 étant austénitique à température ambiante, il faut le refroidir à très basse température pour atteindre le domaine martensitique. L'enceinte thermique dont nous disposons ne le permettant pas facilement, nous avons donc utilisé un autre alliage qui est martensitique à température ambiante et austénitique après chauffage.

La figure 3.1 montre l'évolution de la résistivité au cours d'un cycle thermique sans contrainte et le tableau 3.1 les températures caractéristiques qui sont mesurées et comparées à celles de l'alliage utilisé dans le chapitre précédent. La taille des grains pour cet alliage est d'environ 100 μm dans la section et 200 μm dans le sens du fil.

Matériau	M_s^0 (°C)	M_f^0 (°C)	A_s^0 (°C)	A_f^0 (°C)
Cu-Al-Be1	-22,5	-35,5	-24	-10,5
Cu-Al-Be2	43	19	40	63

Tableau 3.1 – Températures caractéristiques de transformation du Cu-Al-Be1 et du Cu-Al-Be2.

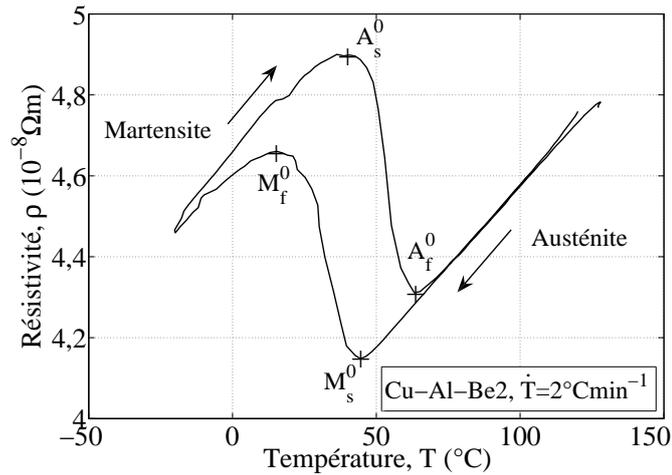


Figure 3.1 – Évolution de la résistivité en fonction de la température au cours d'un cycle en température sans contrainte sur un fil en Cu-Al-Be2.

3.1.2 Démarche expérimentale

Les essais d'effet mémoire assisté ont été réalisés sur la même machine de traction que pour les essais de super-élasticité. Nous avons utilisé une enceinte thermique pour piloter la température des essais (figure 3.2). Elle permet d'imposer une température allant de -80°C à 200°C .



Figure 3.2 – Enceinte thermique utilisée pour les essais à température contrôlée.

3.1.2.1 Pilotage des essais

Le pilotage de la température de l'enceinte thermique se fait grâce à un contrôleur Eurotherm (figure 3.3). Il est utilisé pour imposer une rampe de température de $\pm 2,5^{\circ}\text{Cmin}^{-1}$. Cette vitesse de chauffage/refroidissement est volontairement lente pour

permettre une bonne homogénéité de la température dans l'enceinte tout au long de l'essai.



Figure 3.3 – Contrôleur de température Eurotherm.

3.1.2.2 Mesure d'effort et de déformation

L'effort appliqué est mesuré à l'aide d'une cellule d'effort plus faible que lors des essais de super-élasticité (figure 3.4). Elle n'accepte qu'une charge maximale de 500 N mais permet de maintenir un effort constant de manière plus précise lors des essais d'effet mémoire assisté.



Figure 3.4 – Capteur de force utilisé lors des essais.

La déformation de l'éprouvette est mesurée à l'aide du même extensomètre électromécanique avec une base de mesure de 20 mm.

3.1.3 Résultats expérimentaux de super-élasticité

Dans cette partie, seront présentés tous les résultats des essais de traction qui ont été réalisés. Tout d'abord des essais de traction cyclique à amplitude de chargement constante ont été réalisés. Ils permettront d'identifier par la suite les paramètres du modèle. Un essai de traction permettant de vérifier l'effet point mémoire a été réalisé afin de bien appréhender le phénomène. Puis nous présenterons les résultats des essais de traction cyclique à amplitude de chargement variable, qui permettront de valider le comportement du modèle.

3.1.3.1 Essai de traction charge-décharge

Lors d'un essai de traction simple charge-décharge (figure 3.5), on observe bien la charge élastique à partir du point O suivie, lorsqu'une contrainte limite est atteinte au point A, d'une transformation entraînant une déformation supplémentaire. Lors de la décharge à partir du point B, la décharge élastique n'existe pas ou est très faible et la transformation inverse se produit quasiment immédiatement. La pente observée à la fin de la décharge au point C est légèrement plus faible que la pente élastique observée entre les points O et A. On peut donc penser que la transformation inverse n'est alors pas encore terminée, ce qui expliquerait la présence de la déformation résiduelle.

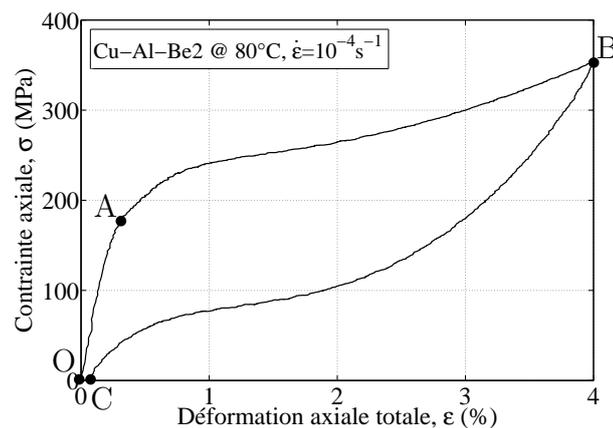


Figure 3.5 – Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction simple.

3.1.3.2 Essai de traction cyclique à amplitude de déformation constante

Afin de déterminer l'influence du cyclage sur le comportement de l'alliage, des essais de traction cyclique ont été réalisés (figure 3.6). Différentes amplitudes de déformation ont été utilisées afin de vérifier aussi l'influence de l'amplitude du chargement sur l'évolution de la déformation résiduelle. Pour ne pas influencer les résultats, chacun des essais a été réalisé sur une éprouvette vierge de tout chargement. Les essais n'ont pas été réalisés jusqu'à la rupture mais ont été interrompus au bout d'un certain nombre de cycles prédéterminé.

La déformation résiduelle observée à la fin du premier cycle augmente à chaque cycle et tend vers une valeur de saturation. Mais on peut constater que la vitesse d'évolution et la

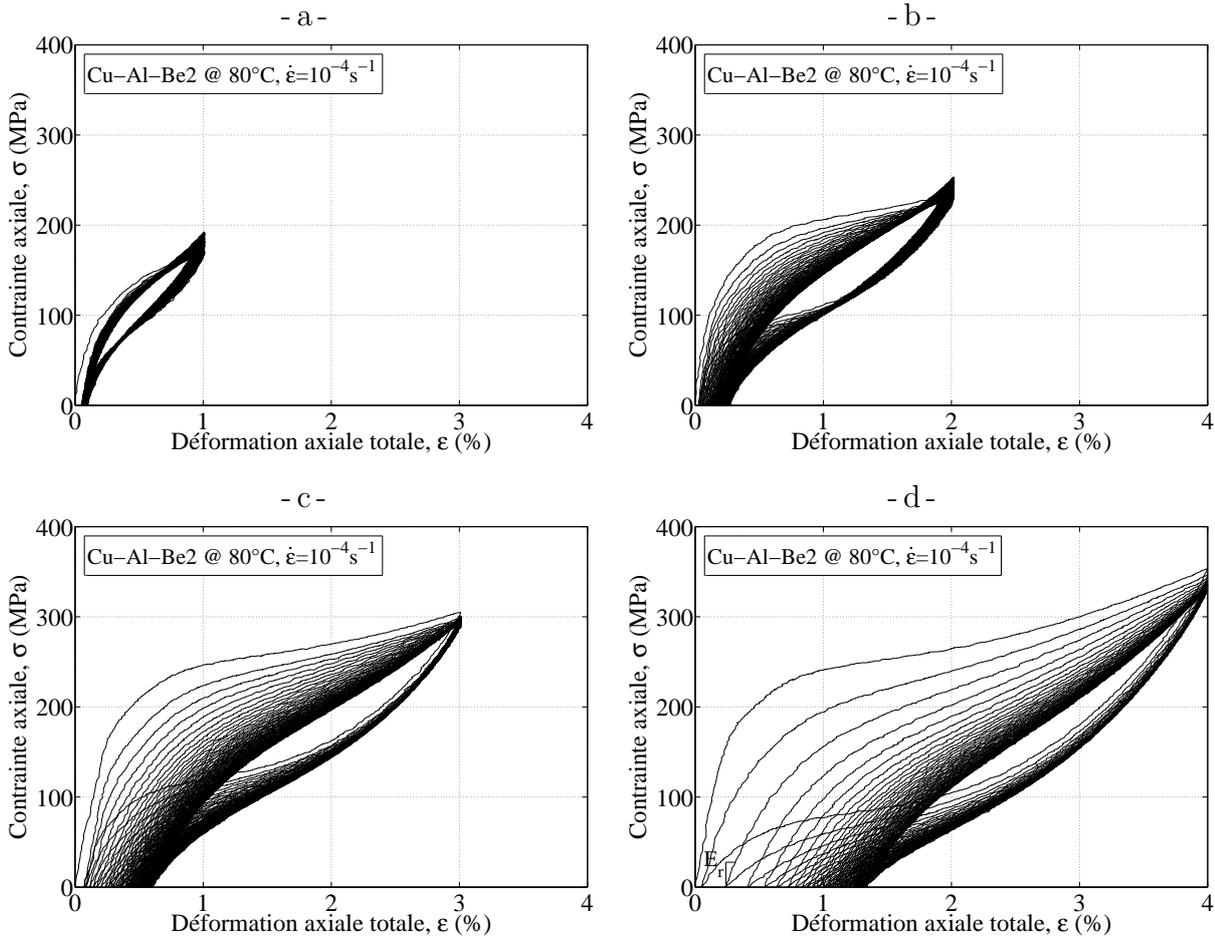


Figure 3.6 – Courbes de contrainte-déformation d'essais de traction cyclique pour des amplitudes constantes : a) 120 cycles à 1 %, b) 100 cycles à 2 %, c) 80 cycles à 3 %, et d) 50 cycles à 4 % de déformation.

valeur de saturation de la déformation résiduelle dépendent de l'amplitude de déformation imposée (figure 3.7a). Plus l'amplitude de déformation du chargement est importante plus la déformation résiduelle évolue rapidement avec le nombre de cycles avant d'atteindre une valeur à saturation dépendant de l'amplitude.

Une première hypothèse consiste à supposer que la déformation résiduelle, ε^r , évolue en fonction de la « quantité de transformation » produite durant les essais de traction cyclique. On définit alors la transformation cumulée, tr , comme étant la totalité de la déformation de transformation qui apparaît ou disparaît au cours d'un essai, divisée par la déformation de transformation maximale, γ :

$$tr = \int \left| \frac{d\varepsilon^{tr}}{\gamma} \right| \quad (3.1)$$

Les figures 3.7a et 3.7b montrent l'évolution de la déformation résiduelle, ε^r , en fonction respectivement du nombre de cycles et de la transformation cumulée, tr . La différence entre les courbes montre que la transformation cumulée, tr , ne suffit pas à décrire l'évo-

3. Étude et modélisation du comportement d'effet mémoire assisté cyclique des Alliages à Mémoire de Forme

lution de la déformation résiduelle, mais qu'il faut aussi prendre en compte directement l'amplitude du chargement.

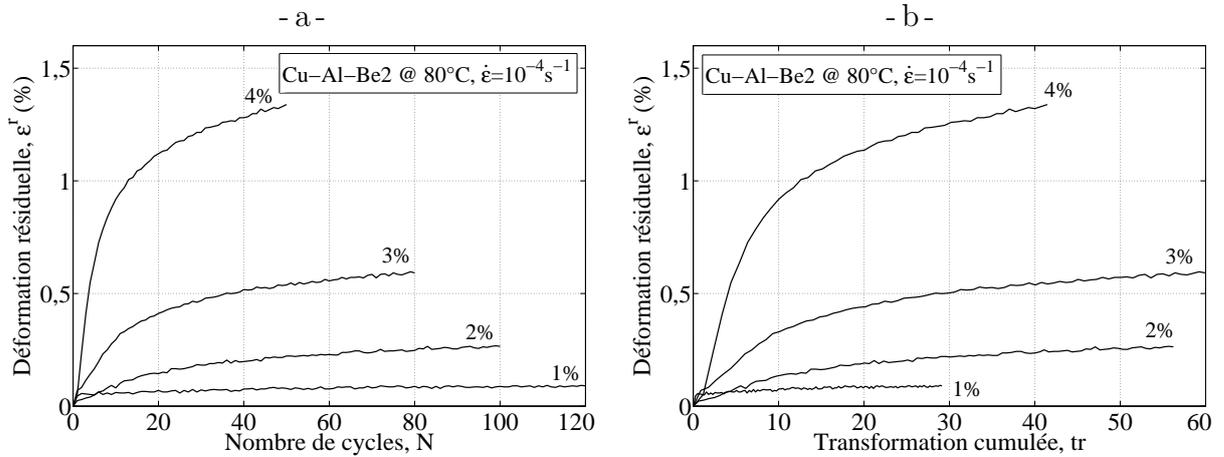


Figure 3.7 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction : a) du nombre de cycles, et b) de la transformation cumulée lors des essais de traction cyclique à amplitudes constantes.

La figure 3.8 montre l'évolution de la pente à la recharge, E_r (voir figure 3.6d), qui décroît fortement lors des premiers cycles, puis tend progressivement vers une valeur de saturation.

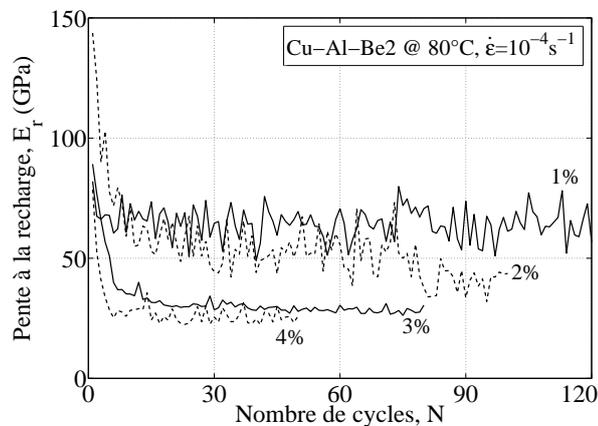


Figure 3.8 – Évolution de la pente à la recharge en fonction du nombre de cycles lors des essais de traction cyclique à amplitudes constantes.

La figure 3.9 montre l'évolution de la contrainte seuil de transformation, σ_0^t , qui, de même que la pente à la recharge, décroît fortement lors des premiers cycles, puis tend progressivement vers une valeur de saturation.

Ces résultats sont eux aussi cohérents avec l'hypothèse d'une déformation résiduelle provenant d'une transformation incomplète à la fin de la décharge. La fraction volumique de martensite résiduelle étant de plus en plus importante, la déformation résiduelle augmente et la pente à la recharge diminue à chaque cycle.

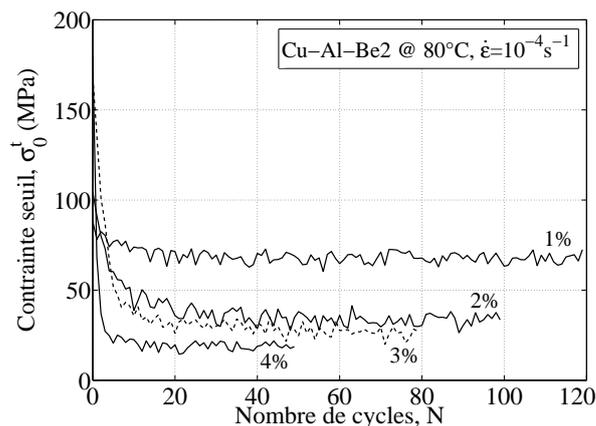


Figure 3.9 – Évolution de la contrainte seuil de transformation, σ_0^t , en fonction du nombre de cycles lors des essais de traction cyclique à amplitude constante.

3.1.3.3 Essai de traction cyclique « complexe »

Les essais précédents nous permettront de proposer un modèle de comportement cyclique prenant en compte l'amplitude du chargement. Afin de vérifier que ce modèle fonctionne aussi pour des chargements avec une amplitude variable au cours de l'essai, nous avons réalisé des essais de traction cyclique « complexe ».

Le premier est un essai de traction uniaxiale cyclique à amplitude croissante. Il consiste à augmenter l'amplitude de déformation maximale de 0,5 % à chaque cycle (figure 3.10).

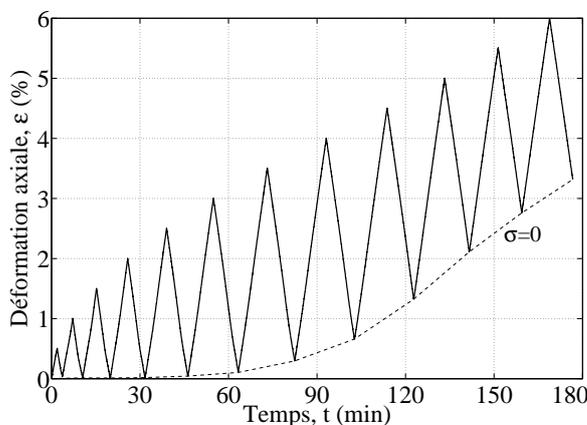


Figure 3.10 – Trajet de chargement de l'essai de traction cyclique à amplitude de déformation croissante.

La figure 3.11 montre la courbe contrainte-déformation correspondante. On peut observer lors de cet essai que l'effet point mémoire est respecté : à chaque cycle, lors de la recharge, la courbe passe par le point maximal de la boucle en cours ; par contre, elle ne passe pas par ceux des cycles précédents car les boucles ont déjà été fermées.

La figure 3.12a montre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction du nombre de cycles et la figure 3.12b son évolution en fonction de la transformation cumulée, tr . Contrairement aux essais de traction cyclique précédents, la déformation résiduelle ne

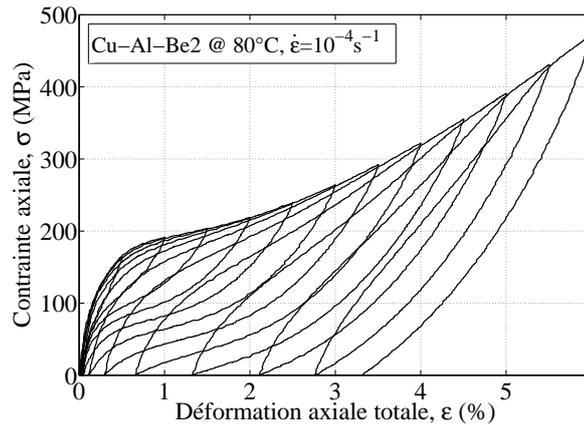


Figure 3.11 – Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction cyclique à amplitude croissante.

sature pas pour cet essai. Ce n'est cependant pas contradictoire avec les résultats des essais de traction cyclique à différentes amplitudes : la déformation résiduelle augmente de plus en plus car l'amplitude du chargement augmente de plus en plus.

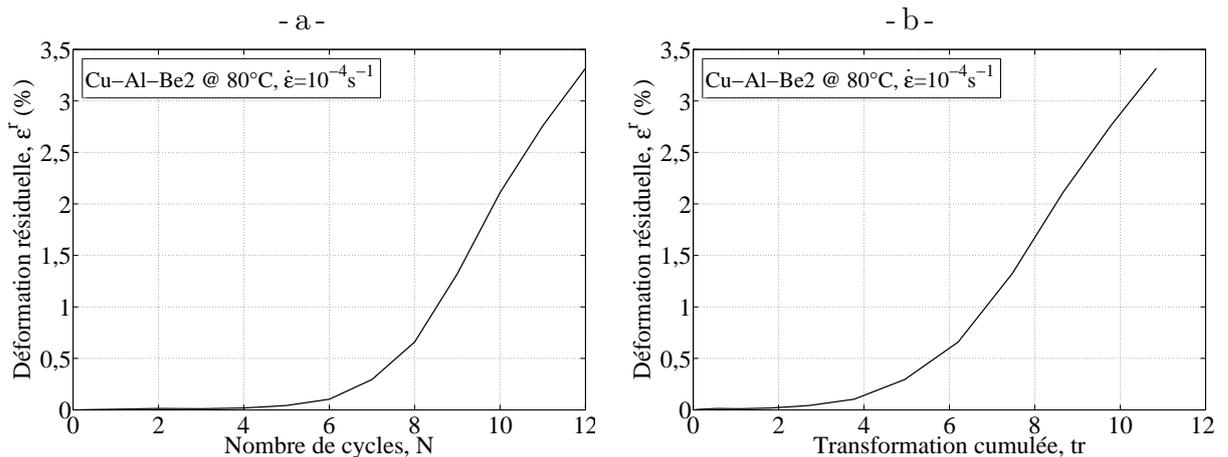


Figure 3.12 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction : a) du nombre de cycles, et b) de la transformation cumulée lors de l'essai de traction cyclique à amplitude croissante.

Nous avons ensuite réalisé un essai de traction uniaxiale cyclique à amplitudes alternées. Il consiste à réaliser le chargement suivant (figure 3.13) :

- un cycle à 4 % de déformation,
- 50 cycles à 2 % de déformation,
- à nouveau un cycle à 4 % de déformation,
- suivi aussi de 50 cycles à 2 % de déformation.

Cet essai permet de mettre en évidence deux aspects. Il montre l'influence d'un changement d'amplitude du chargement après plusieurs cycles à amplitude de déformation constante, ainsi que celle d'une baisse d'amplitude. Pour cet essai aussi, la courbe contrainte-déformation (figure 3.14) montre que l'effet point mémoire est vérifié.

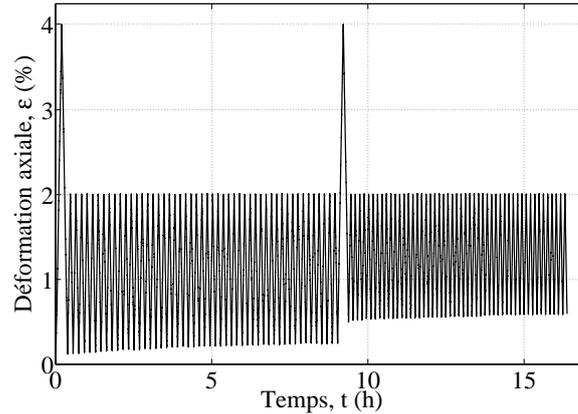


Figure 3.13 – Trajet de chargement de l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées.

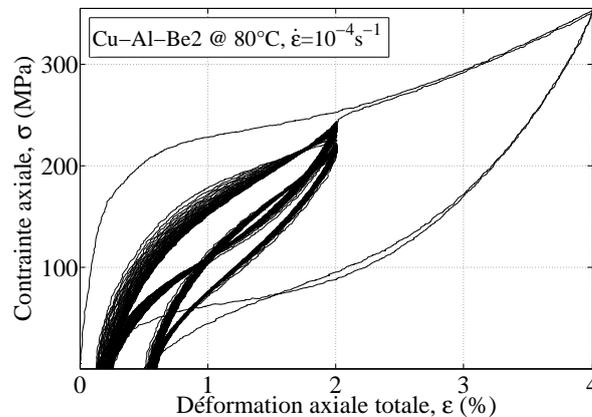


Figure 3.14 – Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction cyclique à amplitudes alternées.

Les figures 3.15a et 3.15b montrent l'évolution de la déformation résiduelle en fonction respectivement du nombre de cycles et de la transformation cumulée, tr , comparés à celles des essais de traction cyclique à 2 % et 4 % d'amplitudes de déformation. On observe que la déformation résiduelle augmente fortement lors des cycles à 4 % et plus faiblement lors des cycles à 2 % comme lors des essais de traction cyclique à amplitude de déformation constante.

On peut aussi remarquer que pour les premiers cycles à 2 % d'amplitude de déformation, l'évolution est plus lente que lors de l'essai de traction cyclique à 2 % d'amplitude de déformation et que les deux courbes tendent à se rejoindre. De même lors du second cycle à 4 % d'amplitude de déformation, l'évolution de la déformation résiduelle est beaucoup plus importante comparée à celle de l'essai de traction cyclique à 4 % d'amplitude de déformation pour une valeur de transformation cumulée correspondante.

Ces résultats confirment que la transformation cumulée, tr , ne suffit pas à décrire l'évolution de la déformation résiduelle, mais qu'il faut aussi prendre en compte directement l'amplitude du chargement.

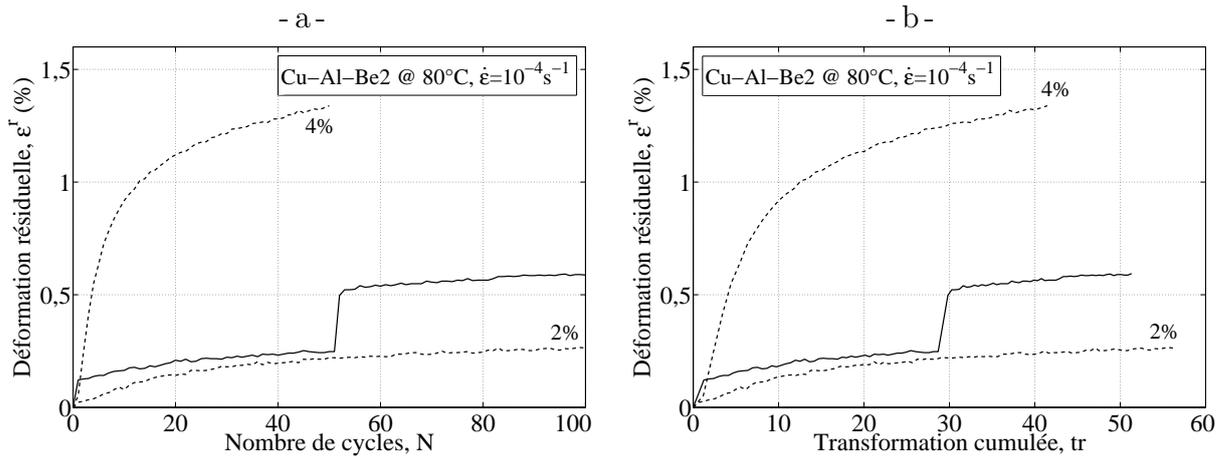


Figure 3.15 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction : a) du nombre de cycles, et b) de la transformation cumulée lors de l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées.

3.1.4 Résultats expérimentaux d'effet mémoire assisté

Puisque nous ne cherchons pas à modéliser la présence de la martensite auto-accommodée, les essais et les simulations de chargements d'effet mémoire assisté se feront de la manière suivante :

- chauffage à haute température dans le domaine austénitique,
- chargement élastique jusqu'à la contrainte qui sera maintenue tout au long de l'essai,
- cyclage thermique entre le domaine austénitique et le domaine martensitique.

3.1.4.1 Essai d'effet mémoire assisté simple

Lors d'un essai d'effet mémoire assisté consistant à un refroidissement-chauffage (figure 3.16), on commence par appliquer à haute température la contrainte qui sera maintenue tout au long de l'essai. On observe donc une déformation élastique qui restera ensuite constante lors des changements de température. Le refroidissement entraîne une légère diminution de la déformation due à la dilatation thermique, mais elle reste faible. Lorsque la transformation directe se produit, la déformation augmente fortement et se stabilise lorsque la transformation est complète. Lors du chauffage, la déformation due à la transformation disparaît avec la transformation inverse. Il reste cependant une déformation résiduelle, ϵ^r , en plus de la déformation élastique à la fin du cycle. On observe que la déformation due à la transformation atteint un maximum de 4% seulement.

3.1.4.2 Essai d'effet mémoire assisté avec point mémoire

Afin de vérifier que l'effet point mémoire existe aussi pour des chargements d'effet mémoire assisté, nous avons réalisé un essai de cyclage thermique sous contrainte avec boucle interne. Le trajet de chargement utilisé est décrit sur la figure 3.17. Il consiste, à partir de l'état austénitique (température supérieure à A_f), à :

- charger élastiquement l'éprouvette jusqu'à 250 MPa (point A),
- refroidir l'éprouvette à une température inférieure à M_f (point B),

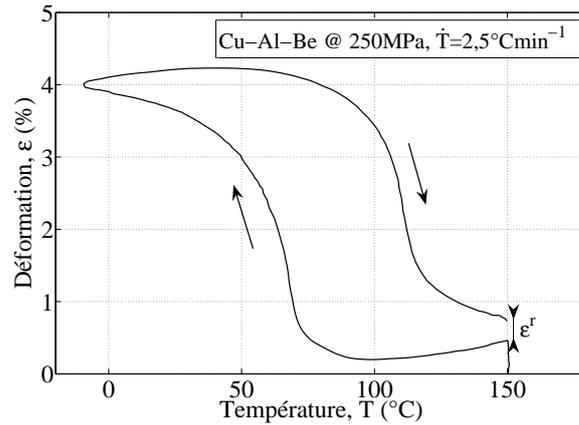


Figure 3.16 – Courbe de déformation-température d'un essai d'effet mémoire assisté.

- réchauffer à une température comprise entre A_s et A_f (point C),
- refroidir à une température supérieure à M_f (point D),
- réchauffer à une température supérieure à A_f (point E).

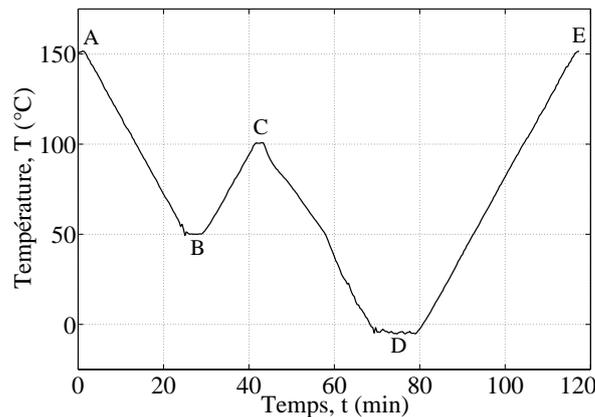


Figure 3.17 – Trajet de chargement en température permettant d'illustrer l'effet point mémoire pour les chargements d'effet mémoire assisté.

Sur la courbe résultat de l'essai (figure 3.18) on observe bien que la boucle interne se referme sur le point mémoire créé lors de l'ouverture de la boucle (point B).

3.1.4.3 Essai d'effet mémoire assisté cyclique

Afin de vérifier l'influence du cyclage sur le comportement thermo-mécanique, nous avons réalisé un essai d'effet mémoire assisté cyclique (figure 3.19). On observe une augmentation de la déformation à chaque cycle surtout pour les hautes températures lorsque le matériau est austénitique. Nous avons réalisé un seul essai cyclique pour une seule contrainte appliquée car la durée d'un tel essai est importante (24 heures) et surtout le contrôleur de température ne permettant pas de programmer le cyclage, il était nécessaire d'être présent toutes les heures.

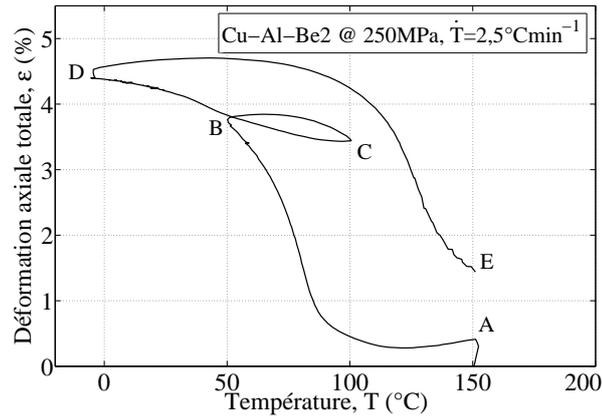


Figure 3.18 – Courbe de déformation-température d'un essai d'effet mémoire assisté illustrant l'effet point mémoire.

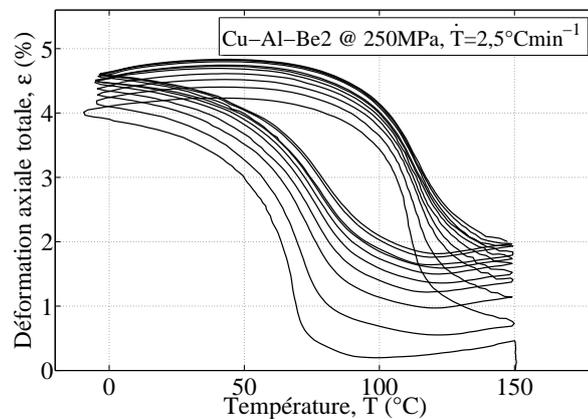


Figure 3.19 – Courbe de déformation-température d'un essai d'effet mémoire assisté cyclique.

Les figures 3.20a et 3.20b montrent l'évolution de la déformation résiduelle observée à la fin de chaque cycle dans le domaine austénitique (haute température) et dans le domaine martensitique (basse température) en fonction respectivement du nombre de cycles et de la transformation cumulée, tr . On observe que les déformations résiduelles augmentent au cours du cyclage et tendent vers une valeur de saturation. L'évolution de la déformation résiduelle dans le domaine austénitique étant plus importante, on peut en déduire que la taille de l'hystérésis diminue à chaque cycle.

Lors de ces essais, nous retrouvons donc le comportement observé dans le chapitre 2 pour des chargements de super-élasticité. Les essais d'effet mémoire assisté ont permis de déterminer plusieurs aspects du comportement des Alliages à Mémoire de Forme :

- L'effet point mémoire est aussi vérifié pour les chargements d'effet mémoire assisté.
- La déformation résiduelle qui apparaît au cours du cyclage est aussi présente lors des essais d'effet mémoire assisté à la fois dans le domaine austénitique et dans le domaine martensitique.

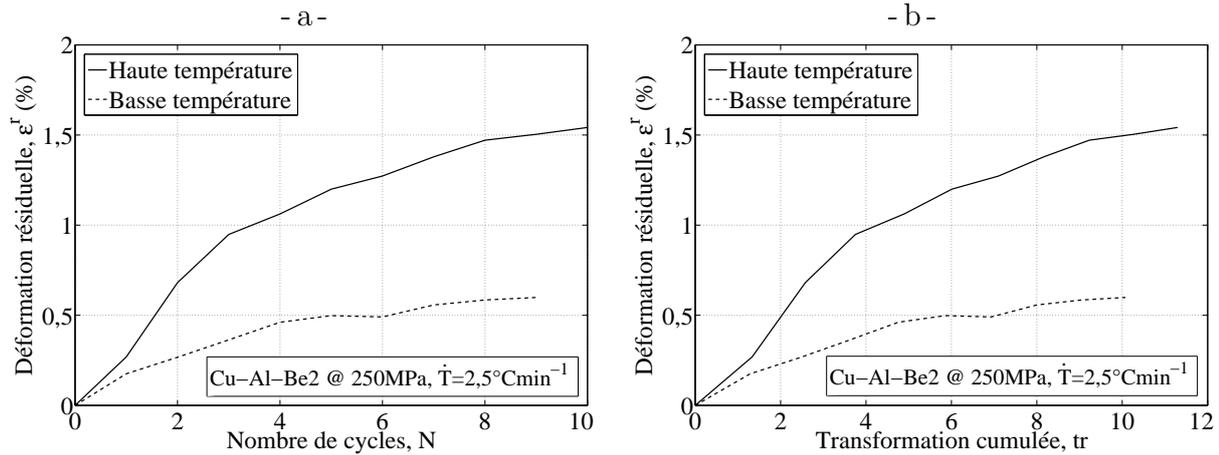


Figure 3.20 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction : a) du nombre de cycles, et b) de la transformation cumulée lors de l'essai d'effet mémoire assisté cyclique.

Or, dans le modèle développé précédemment, la déformation résiduelle provient de la martensite résiduelle qui apparaît à cause d'une transformation inverse incomplète. Lors des essais d'effet mémoire assisté, la transformation est complète et pourtant il y a apparition de la déformation résiduelle. Cependant, l'essai de flash thermique, réalisé dans la partie 2.1.3.5, indique bien que l'origine de la déformation résiduelle est principalement due à la présence de martensite.

Pour prendre en compte ces observations, nous allons donc modifier le modèle précédent afin d'introduire de la martensite bloquée qui sera à l'origine de la déformation résiduelle même lorsque la transformation inverse est terminée.

3.2 Modélisation du comportement thermo-mécanique cyclique

Le modèle développé précédemment ne permet pas de simuler correctement le comportement des Alliages à Mémoire de Forme soumis à un chargement thermo-mécanique cyclique. Cependant, dans cette partie, nous allons voir qu'en le modifiant légèrement, il est possible d'améliorer ces simulations.

3.2.1 Modèle de base

Le modèle présenté dans ce chapitre est basé sur celui développé dans le chapitre précédent, avant que ne soit pris en compte le comportement cyclique (partie 2.2.4). En effet, la méthode précédente consistant à introduire une déformation résiduelle à partir d'une transformation inverse incomplète ne permet pas de modéliser l'apparition de la déformation résiduelle lors de la simulation d'essais d'effet mémoire assisté puisque la transformation inverse est complète pour ces chargements (figure 3.21).

Nous utiliserons donc une autre méthode permettant de prendre en compte le comportement sous chargements cycliques. Le modèle de base reste cependant le même que

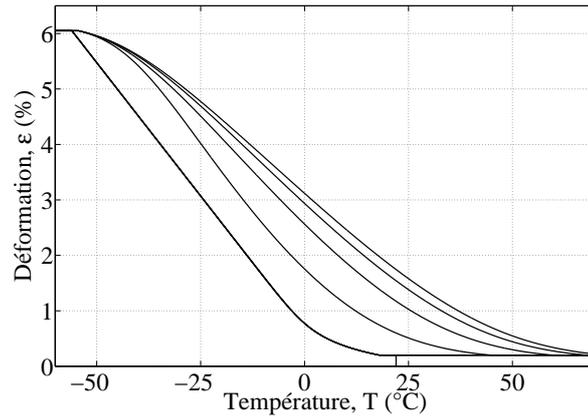


Figure 3.21 – Simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté cyclique grâce au modèle développé dans le chapitre 2.

le précédent, mais sans la prise en compte des aspects dus aux chargements cycliques. Il permet de décrire le comportement super-élastique avec ou sans déformation résiduelle à la fin du premier cycle due à une transformation inverse incomplète lors de chargements super-élastiques. Mais cette déformation n'évolue pas au cours des cycles suivants (figure 2.38). Il permet aussi de simuler le comportement lors d'un chargement d'effet mémoire assisté, mais sans déformation résiduelle car la transformation inverse est forcément complète (figure 3.22) et il n'y a donc pas apparition de déformation résiduelle à la fin d'un cycle.

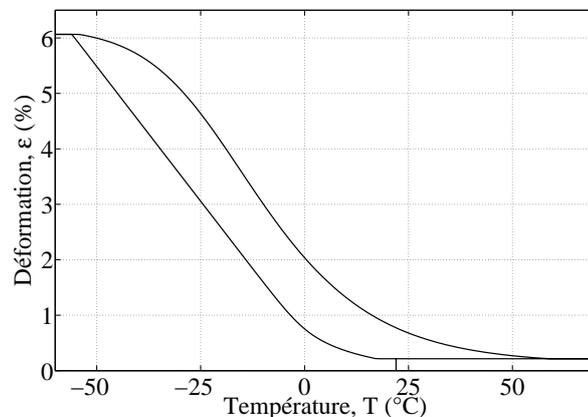


Figure 3.22 – Simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté grâce au modèle développé dans le chapitre 2 sans prise en compte des aspects dus aux chargements cycliques.

Le modèle se base sur trois hypothèses, ainsi que sur l'utilisation de deux critères de transformation. Les hypothèses que nous présenterons par la suite sont la partition de la déformation en déformation élastique et en déformation de transformation, la loi de transformation qui suit la règle de normalité, ainsi que la relation linéaire entre la fraction volumique de martensite, z , et la déformation de transformation équivalente, ε_{eq}^{tr} , vérifiée lors des essais (figure 2.8).

3.2.1.1 Partition de la déformation

La première hypothèse sur laquelle est fondé le modèle est l'hypothèse des petites perturbations. Elle permet l'adoption de la partition du tenseur de déformation, ε , en un tenseur de déformation élastique, ε^e , et un tenseur de déformation de transformation, ε^{tr} :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{tr} = \mathbb{C}^{-1}\varpi + \varepsilon^{tr} \quad (3.2)$$

Avec ϖ le tenseur des contraintes. Les comportements élastiques des deux phases (austénite et martensite) sont supposés identiques et sont représentés par le tenseur d'élasticité de Hooke du quatrième ordre, \mathbb{C} .

3.2.1.2 Critères de transformation directe et inverse

Afin de piloter les transformations directe et inverse, deux critères de transformation sont utilisés. Le premier, pilotant la transformation directe :

$$f_1 = \bar{\sigma} - \frac{R(z) + \sigma_0^t(T)}{g(y_\sigma)} \leq 0 \quad (z < 1) \quad (3.3)$$

Où $R(z)$ caractérise la taille du critère de transformation, z est la fraction volumique de martensite, $\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}}\mathfrak{s}$: \mathfrak{s} est la contrainte équivalente de von Mises avec $\mathfrak{s} = \varpi - \frac{\text{tr}(\varpi)}{3}\mathbb{1}_d$

la contrainte déviatorique, $y_\sigma = \frac{27 \det(\mathfrak{s})}{2 \cdot 2\bar{\sigma}^3}$ est le troisième invariant du tenseur des contraintes et g est la fonction permettant de modifier la forme du critère de transformation afin de prendre en compte la dissymétrie de traction-compression observée dans le comportement des Alliages à Mémoire de Forme (Vacher et Lexcellent (1991); Patoor *et al.* (1995); Gall *et al.* (1997); Liu *et al.* (1998) et Orgéas et Favier (1998)). Et avec $\sigma_0^t(T)$ la contrainte seuil de transformation en traction dépendant de la température :

$$\sigma_0^t(T) = \mu(T - T_0) \quad (3.4)$$

Où μ et T_0 sont des paramètres dépendant du matériau.

La dissymétrie entre traction et compression, vue dans la partie 2.2.1.2, est prise en compte grâce à la fonction g qui permet de modifier la forme du critère de transformation. La fonction utilisée est la suivante :

$$g(y) = \cos\left(\frac{\cos^{-1}(1 - a(1 - y))}{3}\right) \quad (3.5)$$

Avec a un facteur permettant de régler la dissymétrie. Elle permet d'obtenir un critère de transformation convexe pour des valeurs de a allant de 0 à 1 (Bigoni et Piccolroaz (2004)). Lorsque a vaut 0, $g(y)$ vaut 1 pour tout y et le critère est donc identique à celui de von Mises. Lorsque a vaut 1, $g(y)$ varie entre $\frac{\sqrt{3}}{2}$ et 1, ce qui donne le maximum de dissymétrie de traction-compression tout en gardant un critère de transformation convexe. La figure 3.23 représente, dans ces deux cas, la projection des critères de transformation

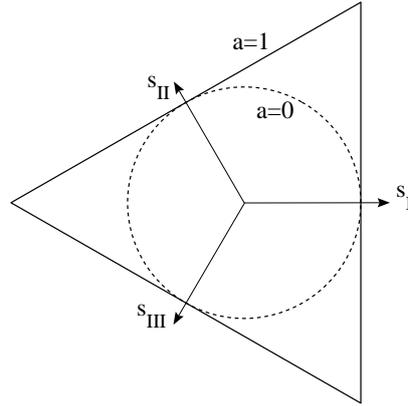


Figure 3.23 – Formes des critères de transformation avec un minimum ($a = 0$, von Mises) et un maximum ($a = 1$) de dissymétrie traction-compression.

sur le plan du déviateur, avec s_I , s_{II} et s_{III} qui représentent les déviateurs des contraintes principales.

La valeur de a peut être déterminée à partir des limites de transformation directe en traction, $\sigma_0^t(T)$, et en compression, $\sigma_0^c(T)$:

$$a = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \left(3 \cos^{-1} \left(\frac{\sigma_0^t(T)}{\sigma_0^c(T)} \right) \right) \right) \quad (3.6)$$

La contrainte équivalente, σ_{eq} , s'exprime en fonction de la contrainte équivalente de von Mises, $\bar{\sigma}$, et la fonction g :

$$\sigma_{eq} = \bar{\sigma} g(y_\sigma) \quad (3.7)$$

Le second critère de transformation, pilotant la transformation inverse, est de forme et de taille identique au critère de transformation directe. Il est seulement décalé dans la direction de la déformation de transformation, ϵ^{tr} :

$$f_2 = \mathbb{X} - \mathbb{Q} - \frac{R(z) + \sigma_0^t(T)}{g(y_{X-\sigma})} \leq 0 \quad (z > 0) \quad (3.8)$$

Avec \mathbb{X} le tenseur qui détermine le centre du critère de transformation inverse et qui est donc colinéaire à la déformation de transformation, ϵ^{tr} :

$$\mathbb{X} = \left((R(z) + \sigma_0^t(T)) \left(\frac{1}{g(y_\epsilon)} + \frac{1}{g(-y_\epsilon)} \right) - \delta(z) \right) \frac{\epsilon^{tr}}{\sqrt{\frac{3}{2} \epsilon^{tr} : \epsilon^{tr}}} \quad (3.9)$$

Où $\delta(z)$ est la taille caractéristique du domaine élastique du matériau biphasé représentée en gris sur la figure 3.24.

3.2.1.3 Évolution de la déformation de transformation

Pour la transformation directe, l'hypothèse retenue est la règle de normalité. Lors de la transformation directe, la vitesse de déformation de transformation, $\dot{\epsilon}^{tr}$, est donc définie

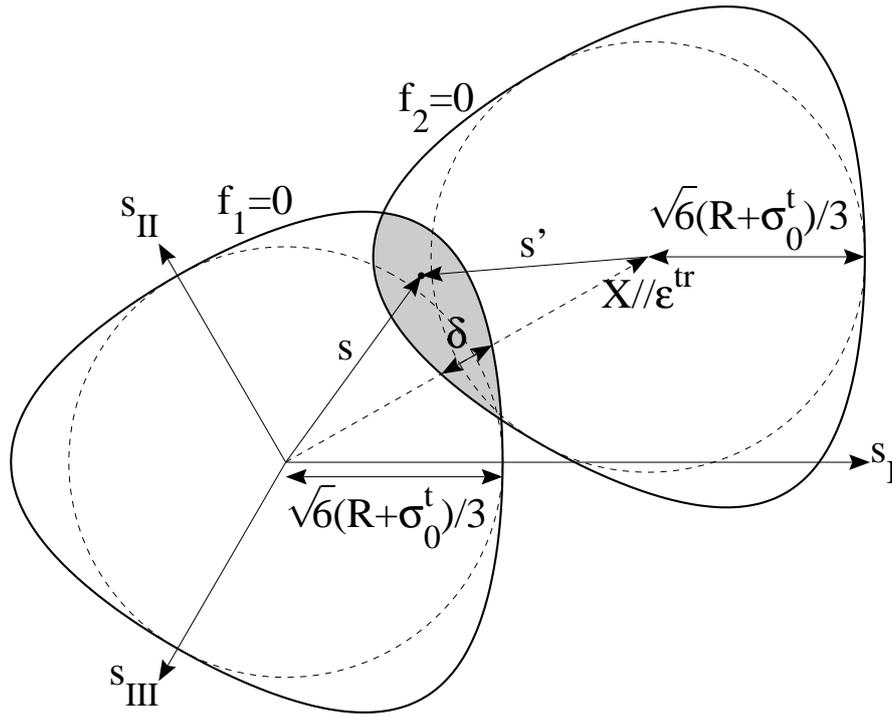


Figure 3.24 – Formes des critères de transformation du modèle.

parallèle au tenseur \mathbb{K}_σ (équation 3.11), qui est la normale au critère de transformation directe, $f_1 = 0$ (figure 3.25c). Cette hypothèse a été validée expérimentalement sous chargement de traction-compression biaxiale par Bouvet *et al.* (2002) et sous chargement de traction-torsion par Taillard (2006).

Par contre, lors de la transformation inverse, afin de toujours vérifier la relation entre la fraction volumique de martensite, z , et la déformation de transformation, ε^{tr} , il est nécessaire de respecter la condition suivante même lors de chargements complexes : la déformation de transformation doit revenir à zéro en même temps que la fraction volumique de martensite à la fin de la transformation inverse. Afin de réaliser cette contrainte simplement, il suffit de définir la direction de la vitesse de déformation de transformation, $\dot{\varepsilon}^{tr}$, colinéaire à la déformation de transformation, ε^{tr} (figure 3.25d). La direction de la déformation de transformation ne respecte donc pas la règle de normalité. On est donc dans un cadre non associé.

La vitesse de déformation de transformation vaut alors :

$$\dot{\varepsilon}^{tr} = \begin{cases} \dot{\lambda}_1 \frac{\partial f_1}{\partial \mathbb{W}} = \dot{\lambda}_1 \mathbb{K}_\sigma & \text{en transformation directe } (\dot{z} > 0) \\ -\dot{\lambda}_2 \frac{\partial f_2}{\partial \mathbb{W}} & \text{en transformation inverse } (\dot{z} < 0) \end{cases} \quad (3.10)$$

Avec le tenseur normal au critère de transformation directe, \mathbb{K}_σ , qui vaut :

$$\mathbb{K}_\sigma = \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \mathbb{W}} = \frac{3}{2} g(y_\sigma) \mathbb{N}_\sigma + \frac{9}{2} g'(y_\sigma) \left(3 \mathbb{N}_\sigma^2 - y_\sigma \mathbb{N}_\sigma - \frac{2}{3} \mathbb{I}_d \right) \quad (3.11)$$

Où $\mathbb{N}_\sigma = \frac{\mathbb{S}}{\bar{\sigma}}$, et avec $\dot{\lambda}_1$ et $\dot{\lambda}_2$ les multiplicateurs de transformation donnés par les conditions de cohérence :

$$\left\{ \begin{array}{ll} f_1 < 0 \text{ et } f_2 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_1 = \dot{\lambda}_2 = 0 \quad (\text{élasticité}) \\ f_1 = 0, \dot{f}_1 < 0 \text{ et } f_2 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_1 = 0 \quad (\text{décharge élastique}) \\ f_2 = 0, \dot{f}_2 < 0 \text{ et } f_1 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_2 = 0 \quad (\text{recharge élastique}) \\ f_1 = 0, \dot{f}_1 = 0 \text{ et } f_2 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_1 = \frac{\gamma \dot{z}}{\mathbb{K}_\varepsilon : \mathbb{K}_\sigma} \geq 0 \quad (\text{transformation directe}) \\ f_2 = 0, \dot{f}_2 = 0 \text{ et } f_1 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_2 = -\gamma \dot{z} \frac{g(-1)}{g(-y_\varepsilon)} \geq 0 \quad (\text{transformation inverse}) \\ \left\{ \begin{array}{l} f_1 = 0 \\ \dot{f}_1 = 0 \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} f_2 = 0 \\ \dot{f}_2 = 0 \end{array} \right. & \Rightarrow \dot{\lambda}_1 \mathbb{K}_\varepsilon : \mathbb{K}_\sigma - \dot{\lambda}_2 \frac{g(-y_\varepsilon)}{g(-1)} = \gamma \dot{z} \quad (\text{réorientation}) \end{array} \right. \quad (3.12)$$

Avec \mathbb{K}_ε le tenseur normal au critère de transformation dans le domaine des déformations défini par Bouvet *et al.* (2004) :

$$\mathbb{K}_\varepsilon = \frac{\partial \varepsilon_{eq}^{tr}}{\partial \varepsilon^{tr}} = \frac{1}{g(-1)} \left(\frac{2}{3} g(-y_\varepsilon) \mathbb{N}_\varepsilon + 2g'(-y_\varepsilon) \left(-2\mathbb{N}_\varepsilon^2 + y_\varepsilon \mathbb{N}_\varepsilon + \mathbb{I}_d \right) \right) \quad (3.13)$$

Où $\mathbb{N}_\varepsilon = \frac{\varepsilon^{tr}}{\varepsilon^{tr}}$.

La figure 3.25 montre les différents cas que l'on peut alors rencontrer :

- Si le matériau est purement austénitique ($z = 0$), le comportement est l'élasticité de l'austénite tant que la contrainte se situe à l'intérieur du critère de transformation directe ($f_1 < 0$).
- Si le matériau est purement martensitique ($z = 1$), le comportement est l'élasticité de la martensite tant que la contrainte se situe à l'intérieur du critère de transformation inverse ($f_2 < 0$).
- Pour un matériau contenant à la fois de l'austénite et de la martensite ($0 < z < 1$), lorsque l'état de contrainte se situe à l'intérieur des deux critères de transformation ($f_1 < 0$ et $f_2 < 0$, zone grisée), le comportement est l'élasticité du matériau biphasé.

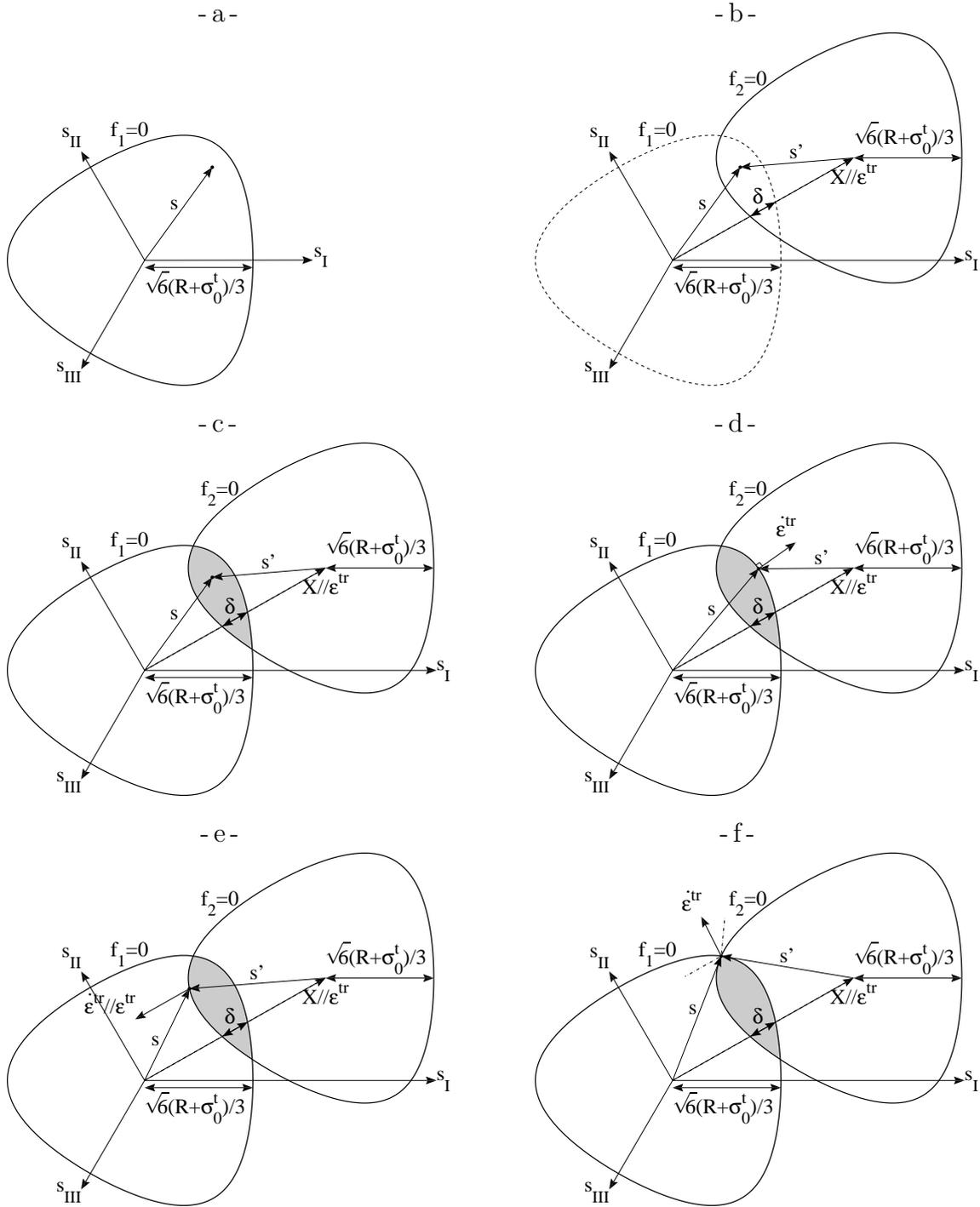


Figure 3.25 – Position des critères de transformation par rapport à la contrainte et évolution de la déformation de transformation ϵ^{tr} dans le plan du déviateur lors de : a) l'élasticité de l'austénite, b) l'élasticité de la martensite, c) l'élasticité de l'alliage biphasé, d) la transformation directe, e) la transformation inverse, et f) la réorientation.

- d) Lorsque la contrainte atteint le critère de transformation directe ($f_1 = 0$, $\dot{f}_1 = 0$ et $z < 1$), la transformation directe se produit et l'évolution de la déformation de transformation suit la règle de normalité. Dans ce cas, \dot{z} est positif car la martensite se crée et $\dot{\lambda}_1$ peut être déterminé en utilisant la condition de cohérence $\dot{f}_1 = 0$.
- e) Par contre, lorsque la contrainte atteint le critère de transformation inverse ($f_2 = 0$, $\dot{f}_2 = 0$ et $z > 0$), l'évolution de la déformation de transformation ne suit plus cette règle mais reste colinéaire à la déformation de transformation. L'utilisation d'un cadre non associé se justifie de la manière suivante : lorsque la martensite orientée se forme lors de la transformation directe, elle entraîne une déformation de transformation associée ; lorsque cette martensite disparaît pendant la transformation inverse, la déformation de transformation conserve alors en moyenne une direction identique. Dans ce cas, \dot{z} est négatif car la martensite disparaît et $\dot{\lambda}_2$ peut être déterminé en utilisant la condition de cohérence $\dot{f}_2 = 0$.
- f) Enfin pour un matériau contenant à la fois de l'austénite et de la martensite, lorsque les deux critères de transformation sont atteints simultanément ($f_1 = 0$ et $f_2 = 0$), c'est le processus de réorientation de la martensite qui se produit. Dans ce cas, la fraction volumique de martensite, z , reste quasiment constante alors que la direction de la déformation de transformation, ϵ^{tr} , évolue suivant une direction intermédiaire entre celles des transformations directe et inverse. Ce cas particulier ne se rencontre que lors des chargements multiaxiaux non-proportionnels.

La figure 3.26 montre la courbe contrainte-déformation d'un essai de traction. Entre les points O et A le comportement est l'élasticité de l'austénite pure (cas a). Puis la transformation directe se produit entre A et B (cas d). À la décharge, entre les points B et C, le comportement est l'élasticité du matériau biphasé (cas c). Ensuite, la transformation inverse se produit entre les points C et D (cas e).

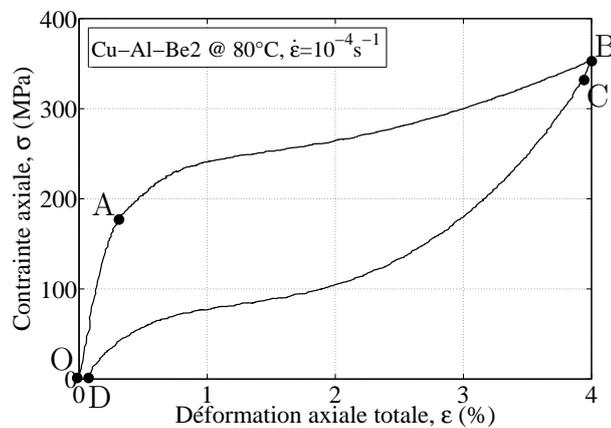


Figure 3.26 – Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction.

De même, lors d'un essai d'effet mémoire assisté dont la courbe déformation-température est donnée sur la figure 3.27, entre les points O et A le comportement est l'élasticité de l'austénite pure (cas a) : la diminution de la température entraîne la baisse de la contrainte seuil de transformation, σ_0^t . Puis la transformation directe se produit entre A et B (cas d) lorsque le critère de transformation directe rejoint la contrainte appliquée et la déformation de transformation apparaît alors. Pendant le chauffage, entre les points B et C, le

comportement est l'élasticité de la martensite (cas b). Ensuite, la transformation inverse se produit entre les points C et D (cas e) et la déformation de transformation disparaît.

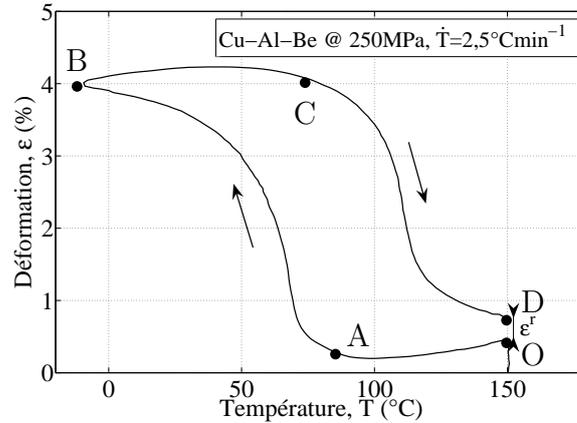


Figure 3.27 – Courbe de déformation-température d'un essai d'effet mémoire assisté.

3.2.1.4 Fraction volumique de martensite

La troisième hypothèse utilisée est la relation linéaire entre la fraction volumique de martensite, z , et la déformation de transformation équivalente, ε_{eq}^{tr} :

$$z = \frac{\varepsilon_{eq}^{tr}}{\gamma} \quad (3.14)$$

Avec γ un paramètre dépendant du matériau correspondant à la déformation de transformation équivalente maximale et ε_{eq}^{tr} la déformation de transformation équivalente. Celle-ci est définie par l'égalité entre la puissance de transformation et la puissance de transformation équivalente (Bouvet *et al.* (2004)) :

$$\mathbb{T} : \mathbb{E}^{tr} = \sigma_{eq} \varepsilon_{eq}^{tr} \quad (3.15)$$

$$\varepsilon_{eq}^{tr} = \sqrt{\frac{\varepsilon^{tr} : \varepsilon^{tr}}{\mathbb{K}_\sigma : \mathbb{K}_\sigma}} = \frac{\overline{\varepsilon^{tr}}}{\sqrt{g^2(y_\sigma) + 9g'^2(y_\sigma)(1 - y_\sigma^2)}} \quad (3.16)$$

$$\varepsilon_{eq}^{tr} \approx \overline{\varepsilon^{tr}} \frac{g(-y_\varepsilon)}{g(-1)} \quad (3.17)$$

Où g est la fonction définie par l'équation 3.5.

La relation entre la fraction volumique de martensite, z , et la déformation de transformation, ε^{tr} , a été proposée initialement par Vacher et Lexcellent (1991) et a été validée récemment pour des chargements multiaxiaux par Taillard (2006); Taillard *et al.* (2008). Elle a été vérifiée durant les essais de traction (partie 2.1.2.3) grâce à des mesures de résistivité permettant de remonter à la fraction volumique de martensite (figure 2.8). On peut en déduire la valeur de la déformation de transformation équivalente maximale, γ , qui vaut environ 6 %.

Cependant, on observe lors des essais d'effet mémoire assisté (partie 3.1.4) que la déformation de transformation équivalente maximale est d'environ 4%. L'explication peut être l'apparition de martensite auto-accommodée quand la contrainte appliquée est trop faible. En effet, lorsque la contrainte est très faible, l'austénite se transforme uniquement en martensite auto-accommodée. Mais lorsque que l'on applique une contrainte plus importante, une partie de l'austénite se transforme alors en martensite orientée durant l'essai d'effet mémoire assisté. Et cela jusqu'à ce que l'on atteigne une contrainte pour laquelle toute l'austénite se transforme en martensite orientée. La figure 3.28 montre l'évolution de la déformation de transformation équivalente maximale en fonction de la contrainte appliquée lors d'un essai sur un alliage de Cu-Zn-Al réalisé par Lexcellent *et al.* (2000).

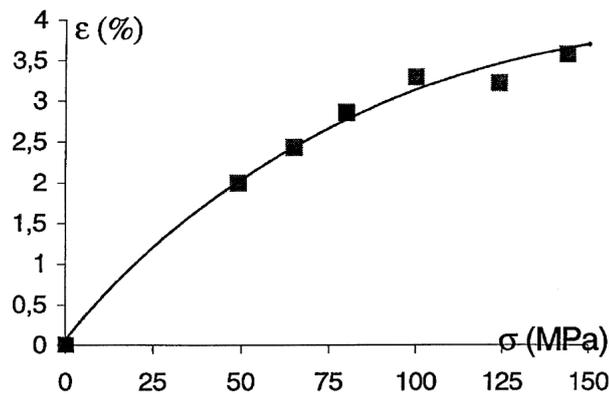


Figure 3.28 – Évolution de la déformation de transformation équivalente maximale en fonction de la contrainte appliquée par Lexcellent *et al.* (2000).

Afin de prendre en compte ce comportement dans le modèle sans avoir à introduire la présence de martensite auto-accommodée et les mécanismes de transformation associés, nous proposons de limiter la fraction volumique de martensite maximale, z^{max} , que le modèle peut atteindre en fonction de la contrainte appliquée. Puisque la fraction volumique de martensite est liée à la déformation de transformation équivalente par la relation donnée dans l'équation 3.14, cela permet de limiter celle-ci en fonction de la contrainte appliquée. Nous n'avons pas pu le faire, mais il serait intéressant de réaliser une série d'essais d'effet mémoire assisté à différentes contraintes afin d'en déduire les fractions volumiques de martensite maximales qui correspondent.

3.2.2 Évolution des critères de transformation et effet point mémoire

La taille et la position des critères de transformation sont définies respectivement par les variables $R(z)$ et $\delta(z)$. Pour que l'effet point mémoire soit respecté, il est nécessaire que leurs valeurs soient les mêmes lors de l'ouverture et de la fermeture d'une boucle de chargement. Pour respecter cette condition, on va mémoriser les valeurs de fraction volumique de martensite à chaque changement de sens de la transformation : z_{n+1}^{min} et z_{n+1}^{max} pour les points mémoire bas et haut de la n ème boucle ouverte. z_1^{min} et z_1^{max} sont respectivement les valeurs de fraction volumique minimale et maximale et valent donc

respectivement 0 et z^{max} qui dépend de la contrainte. Pour prendre en compte l'effet point mémoire, on fait varier les valeurs de $R(z)$ et de $\delta(z)$ entre les valeurs qu'elles ont prises au niveau des points mémoire précédents : $R_n^{min} = R(z_n^{min})$, $R_n^{max} = R(z_n^{max})$, $\delta_n^{min} = \delta(z_n^{min})$ et $\delta_n^{max} = \delta(z_n^{max})$.

On observe, lors des essais d'effet mémoire assisté (figure 3.16), que la différence entre les températures de fin de transformation directe, M_f , et de début de transformation inverse, A_s , est identique à la différence entre les températures de fin de transformation inverse, A_f , et de début de transformation directe, M_s . Or ces différences de température dépendent de la taille du domaine élastique du matériau biphasé, $\delta(z)$ (figure 3.30). Il faut donc que celles-ci soient identiques en début et en fin de transformation.

Par contre, sur les boucles internes, la différence de température entre un point mémoire et le début de transformation est minime (figure 3.18). Cela rejoint aussi l'observation sur la taille du domaine élastique du matériau biphasé, $\delta(z)$, qui est très faible lors de la décharge d'un essai traction (figure 3.5). Il faut donc que la taille du domaine élastique du matériau biphasé, $\delta(z)$, soit très petite au cours de la transformation.

On peut simuler ces deux comportements en prenant une évolution de la taille du domaine élastique qui diminue en début de transformation et ré-augmente en fin de transformation (figure 3.29) :

$$\delta(z) = \begin{cases} \delta_0 + \left(p^{\frac{z - z_{n-1}^{min}}{z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min}} - p} \right) (\delta_{n-1}^{min} - \delta_0) \cdots & (\dot{z} > 0) \\ \cdots + \left(p^{\frac{z_{n-1}^{max} - z}{z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min}} - p} \right) (\delta_{n-1}^{max} - \delta_0) & \\ \delta_0 + \left(p^{\frac{z - z_{n-1}^{min}}{z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min}} - p} \right) (\delta_{n-1}^{min} - \delta_0) \cdots & (\dot{z} < 0) \\ \cdots + \left(p^{\frac{z_n^{max} - z}{z_n^{max} - z_n^{min}} - p} \right) (\delta_n^{max} - \delta_0) & \end{cases} \quad (3.18)$$

Avec δ_1^{min} , δ_1^{max} et δ_0 des paramètres dépendant du matériau qui caractérisent respectivement la taille du domaine élastique en début, en fin et en milieu de transformation.

En prenant $\delta_1^{min} = \delta_1^{max}$, la différence entre les températures de fin de transformation directe, M_f , et de début de transformation inverse, A_s , est alors identique à la différence entre les températures de fin de transformation inverse, A_f , et de début de transformation directe, M_s (figure 3.30a).

La figure 3.30 montre en grisé l'évolution de la taille caractéristique du domaine élastique du matériau biphasé, $\delta(z)$, lors des trois premières séquences du chargement utilisé pour montrer l'effet point mémoire dans la partie 3.1.4.2 (figure 3.17). δ_1^{min} et δ_1^{max} sont des paramètres dépendant du matériau qui représentent la taille du domaine élastique du matériau biphasé en début et en fin de la transformation. Mais ils représentent aussi, respectivement et au facteur μ près, la différence entre les températures de début transformation directe et de fin de transformation inverse et la différence entre les températures de début transformation inverse et de fin de transformation directe (figure 3.30a). En effet, dans le domaine élastique du matériau biphasé, dont la taille caractéristique est $\delta(z)$

3. Étude et modélisation du comportement d'effet mémoire assisté cyclique des Alliages à Mémoire de Forme

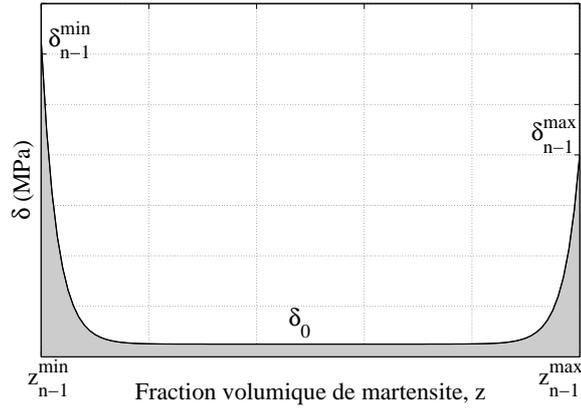


Figure 3.29 – Évolution de la taille du domaine élastique en fonction de la fraction volumique de martensite.

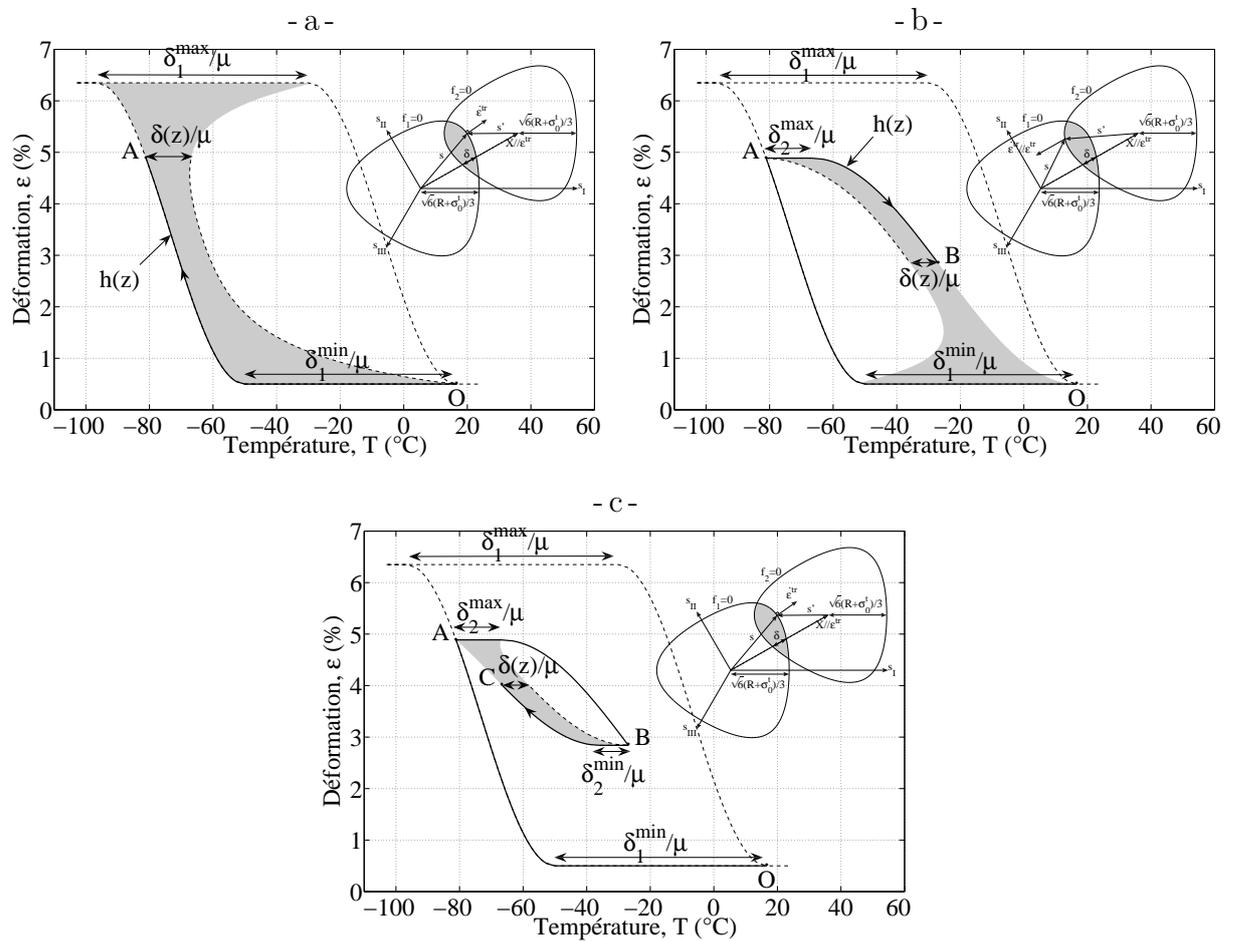


Figure 3.30 – Évolution de $\delta(z)$ lors : a) du premier chargement (OA), b) de la décharge (AB), et c) d'un second chargement (BC).

(figure 3.23), la taille des critères de transformation dépend uniquement de la contrainte seuil de transformation. Or l'évolution de celle-ci est proportionnelle à la variation de

la température au facteur μ près (équation 3.4), d'où la relation entre les différences de températures et la valeur de $\delta(z)$.

Comme le montre la figure 3.30a, lors d'un refroidissement, lorsque le point A est atteint, la valeur de la fraction volumique de martensite, z , est mémorisée en tant que z_2^{max} et l'on peut alors calculer la valeur de $\delta(z)$ pour ce point mémoire haut à l'aide de l'équation 3.18, $\delta_2^{max} = \delta(z_2^{max})$. Durant la seconde séquence montrée sur la figure 3.30b, la valeur de $\delta(z)$ varie donc entre δ_2^{max} et δ_1^{min} jusqu'au point B. À ce moment, la valeur de z est à nouveau mémorisée, cette fois en tant que z_2^{min} . On peut, là aussi, calculer la valeur de $\delta(z)$ pour ce point mémoire bas, $\delta_2^{min} = \delta(z_2^{min})$, qui dépendra de δ_2^{max} . Pendant la dernière séquence, la valeur de $\delta(z)$ varie alors entre δ_2^{min} et δ_2^{max} (figure 3.30c).

De la même manière, on fait évoluer la variable $R(z)$ entre les valeurs qu'elle a prise au niveau des points mémoire précédents. Son évolution dépend aussi de l'évolution de la variable $\delta(z)$ pour la transformation inverse (figure 3.31).

$$R(z) = \begin{cases} R_{n-1}^{min} + h_1(z)(R_{n-1}^{max} - R_{n-1}^{min}) & (\dot{z} > 0) \\ R_{n-1}^{min} - \delta_{n-1}^{min} + h_2(z)(R_n^{max} - \delta_n^{max} - R_{n-1}^{min} + \delta_{n-1}^{min}) + \delta(z) & (\dot{z} < 0) \end{cases} \quad (3.19)$$

Avec R_i^{min} et R_i^{max} les valeurs de $R(z)$ au niveau des points mémoire bas et haut :

$$\begin{aligned} R_i^{min} &= R(z_i^{min}) \\ R_i^{max} &= R(z_i^{max}) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Et avec h_1 la fonction de forme décrivant l'évolution de $R(z)$ entre R_{n-1}^{min} et R_{n-1}^{max} au cours de la transformation directe et h_2 la fonction de forme décrivant l'évolution de $R(z)$ entre R_n^{max} et R_{n-1}^{min} au cours de la transformation inverse.

On peut remarquer sur le résultat de l'essai d'effet mémoire assisté montrant l'effet point mémoire (figure 3.18) que la forme des boucles internes ne ressemble pas à celle de la forme globale. Lors de la fermeture d'une boucle interne, l'évolution de la déformation en fonction de la température est quasiment identique à celle avant ouverture et celle après fermeture de la boucle. Or la forme de la boucle globale présente une tangente horizontale en fin de boucle. Pour simuler correctement cette évolution, la forme des boucles internes correspondra à celle de la boucle globale mais uniquement à la partie située entre $z = 0$ et $z = z_{n-1}^{max}$ en transformation directe et la partie entre $z = 1$ et $z = z_{n-1}^{min}$ en transformation inverse. Avec $h(z)$ la fonction de forme de la boucle globale, qui peut varier en fonction du matériau :

$$h(z) = \frac{\arccos(1 - 2z)}{\pi} \quad (3.21)$$

Les fonctions de forme pour les transformations directe et inverse s'expriment alors ainsi :

$$h_1(z) = \frac{h\left(\frac{z_{n-1}^{max} - z - z_{n-1}^{min}}{z_1^{max} - z_{n-1}^{min}}\right)}{h\left(\frac{z_{n-1}^{max}}{z_1^{max}}\right)} \quad (3.22)$$

$$h_2(z) = \frac{h\left(\frac{z(z_1^{max} - z_{n-1}^{min}) + z_{n-1}^{min}(z_{n-1}^{max} - z_1^{max})}{z_1^{max}(z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min})}\right) - h\left(\frac{z_{n-1}^{min}}{z_1^{max}}\right)}{1 - h\left(\frac{z_{n-1}^{min}}{z_1^{max}}\right)} \quad (3.23)$$

3. Étude et modélisation du comportement d'effet mémoire assisté cyclique des Alliages à Mémoire de Forme

La figure 3.31 montre l'évolution de la taille des critères de transformation, $R(z)$, lors du même chargement. R_1^{min} vaut zéro et R_1^{max} est un paramètre dépendant du matériau qui caractérise la taille maximale des critères de transformation. Au cours d'un chargement mécanique, lorsque le point A est atteint, la valeur de la fraction volumique de martensite, z , est mémorisée en tant que z_2^{max} . On peut alors calculer la valeur de $R(z)$ pour ce point mémoire haut à l'aide de l'équation 3.19, $R_2^{max} = R(z_2^{max})$. Durant la seconde séquence, la valeur de $R(z)$ varie donc entre R_2^{max} et R_1^{min} . Pour que la forme du trajet en contrainte donnée par la fonction $h(z)$ soit respectée, l'évolution de $R(z)$ dépend de celle de $\delta(z)$ (figure 3.31b). Lorsque le point B est atteint, la valeur de z est à nouveau mémorisée, cette fois en tant que z_2^{min} . On peut, là aussi, calculer la valeur de $R(z)$ pour ce point mémoire bas, $R_2^{min} = R(z_2^{min})$, qui dépendra de R_2^{max} . Pendant la dernière séquence, la valeur de $R(z)$ varie alors entre R_2^{min} et R_2^{max} .

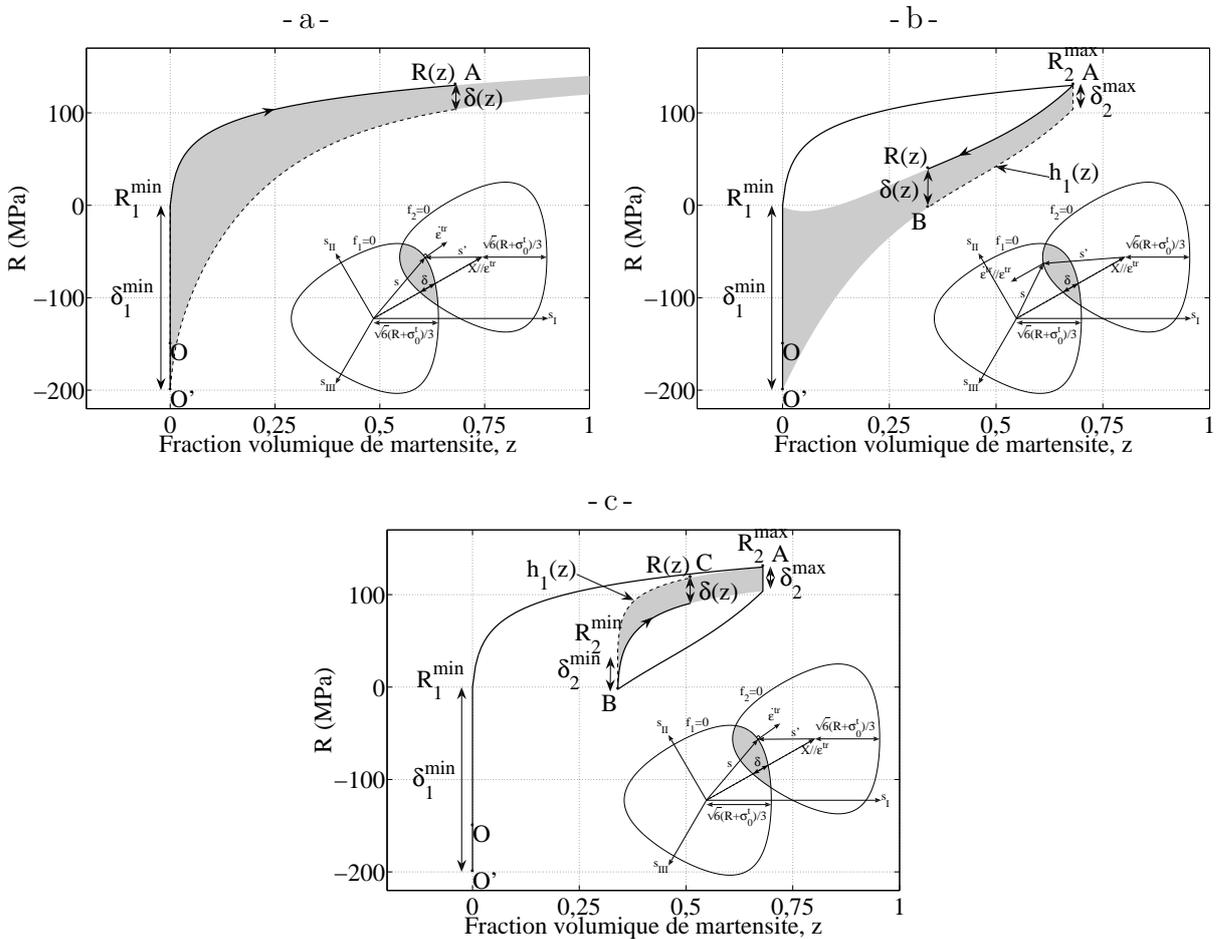


Figure 3.31 – Évolution de $R(z)$ lors : a) du premier chargement (OA), b) de la décharge (AB), et c) d'un second chargement (BC).

Ces évolutions de $R(z)$ et $\delta(z)$ permettent donc de simuler correctement à la fois les chargements de super-élasticité et ceux d'effet mémoire assisté. Cependant, lors de la simulation d'un chargement d'effet mémoire assisté sur une structure, toutes les parties de la structure ne seront pas forcément chargées. Celle-ci devrait donc normalement voir

un chargement d'effet mémoire simple qui fait intervenir la martensite auto-accommodée. Or nous n'avons pas pris en compte la présence de celle-ci.

Cela pose un souci car, pour une contrainte nulle ou faible par rapport à la valeur de la taille caractéristique du domaine élastique du matériau biphasé, $\delta(z)$, le modèle ne fonctionne plus correctement lors d'un chargement d'effet mémoire assisté. En effet, lors de ces chargements, la baisse de température entraîne une diminution de la contrainte seuil de transformation et donc de la taille des critères de transformation, f_1 et f_2 . Si celle-ci devient inférieure à celle du domaine élastique du matériau biphasé, $\delta(z)$, on atteint une incohérence car le critère seuil de transformation inverse est violé alors même qu'il n'y a pas encore de martensite (figure 3.32).

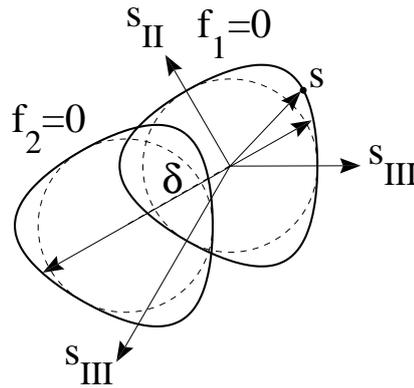


Figure 3.32 – Incohérence dans la position des critères de transformation au cours d'un chargement d'effet mémoire assisté sous faible contrainte.

Afin de résoudre ce problème et de simuler la présence de martensite auto-accommodée, nous limiterons la valeur minimale de la contrainte seuil de transformation, σ_0^t , à une valeur supérieure à celle de la taille caractéristique maximale du domaine élastique du matériau biphasé, δ_1^{min} . Dans les zones où la contrainte est trop faible, la transformation ne se produit donc pas et il n'y a alors pas de déformation de transformation. Ce comportement est compatible avec l'apparition de martensite auto-accommodée sensée se produire pour ce type de chargement.

3.2.3 Chargement cyclique

Afin de simuler correctement le comportement des Alliages à Mémoire de Forme soumis à un chargement d'effet mémoire assisté cyclique, il est nécessaire d'introduire une déformation résiduelle qui persiste à la fin de la transformation inverse. Mais comme cela a été montré sur les essais de chargement super-élastique avec flash thermique, la déformation résiduelle observée à la fin de la transformation inverse est majoritairement due à de la martensite bloquée. L'hypothèse prise pour le modèle développé dans le chapitre précédent (partie 2.2.4) est une transformation inverse incomplète à la fin de la décharge et la martensite résiduelle entraîne donc une déformation résiduelle. Cependant, lors des essais d'effet mémoire assisté cyclique, on observe aussi une déformation résiduelle qui évolue à chaque cycle (figure 3.19) alors que la transformation inverse est complète puisque la température de fin de transformation inverse, A^f , est dépassée. L'idée qui a alors été utilisée

est donc d'introduire de la martensite bloquée, c'est-à-dire qu'une partie de la martensite créée lors de la transformation directe ne retournera pas sous la forme d'austénite lors de la transformation inverse. Cette martensite bloquée entraîne donc une déformation de transformation bloquée, qui reste même lorsque la transformation inverse est terminée.

3.2.3.1 Déformation de transformation bloquée

Puisque cette martensite bloquée apparaît de la même manière que de la martensite classique, l'évolution de la déformation bloquée associée va suivre lors de la transformation directe la règle de normalité, comme pour la déformation de transformation :

$$\dot{\varepsilon}^b = \frac{\gamma \dot{z}_b}{\mathbb{K}_\varepsilon : \mathbb{K}_\sigma} \frac{\partial f_1}{\partial \sigma} = \frac{\gamma \dot{z}_b}{\mathbb{K}_\varepsilon : \mathbb{K}_\sigma} \mathbb{K}_\sigma \quad (3.24)$$

On peut remarquer que la déformation bloquée va évoluer lors de la transformation directe mais pas lors de la transformation inverse. En effet, la martensite bloquée apparaît lors de la transformation directe en même temps que la martensite orientée mais elle ne se re-transforme pas en austénite lors de la transformation inverse.

3.2.3.2 Évolution de la fraction volumique de martensite bloquée

De même que pour la détermination de l'évolution de δ_1^{min} lors du développement de la version précédente du modèle (partie 2.2.4.2), l'évolution de la fraction volumique de martensite bloquée doit prendre en compte l'amplitude du chargement, mais aussi les changements d'amplitude.

On commence par déterminer l'évolution que doit avoir la fraction volumique de martensite bloquée, z_b , afin d'avoir une déformation résiduelle, ε^b , qui corresponde à celle mesurée lors des essais de super-élasticité cyclique à amplitude de déformation constante. On caractérise l'amplitude du chargement à l'aide de la variation de fraction volumique introduite par rapport au dernier point mémoire :

$$\Delta z = \begin{cases} z - z_{n-1}^{min} & (\dot{z} > 0) \\ z_n^{max} - z & (\dot{z} < 0) \end{cases} \quad (3.25)$$

Qui va servir de paramètre à un facteur, $z_{b_{max}}$:

$$z_{b_{max}} = AB^{\Delta z} \quad (3.26)$$

Où A et B sont des paramètres dépendant du matériau. Ce facteur intervient alors dans l'expression de la fraction volumique de martensite bloquée pour des chargements à amplitude de déformation constante, $z_{b_{ac}}$:

$$z_{b_{ac}} = 1 + z_{b_{max}} \ln(tr + tr_0) \quad (3.27)$$

Avec tr_0 un paramètre dépendant du matériau.

Ensuite, pour prendre en compte les changements d'amplitude au cours d'un chargement, on fait évoluer la fraction volumique de martensite bloquée, z_b , (et donc la déformation de transformation bloquée, ε^b) en fonction de la différence entre sa valeur actuelle et celle qu'elle aurait eue si le chargement était à amplitude constante, $z_{b_{ac}}$:

$$z_{b_{av}} = z_{b_{max}} e^{\frac{z_{b_{ac}} - z_b}{C}} \quad (3.28)$$

$$\dot{z}_b = \begin{cases} \frac{z_{bav}}{tr + tr_0} \dot{tr} & (\dot{z} > 0) \\ 0 & (\dot{z} < 0) \end{cases} \quad (3.29)$$

On peut remarquer que la fraction volumique de martensite bloquée va évoluer lors de la transformation directe mais pas lors de la transformation inverse. En effet, la martensite bloquée apparaît lors de la transformation directe en même temps que la martensite orientée mais elle ne se re-transforme pas en austénite lors de la transformation inverse.

Il faut cependant faire attention à ce que la martensite bloquée n'influence pas le comportement des points mémoire. En effet, si la fraction volumique de martensite bloquée dépasse la valeur de fraction volumique d'un point mémoire, alors ce point mémoire ne sera plus « accessible » et risque de perturber le fonctionnement du modèle. Afin de régler ce problème nous introduisons donc un décalage des points mémoire proportionnellement à l'évolution de la fraction volumique de martensite bloquée par rapport à la fraction volumique de martensite maximale qui vaut 1 (figure 3.33) :

$$\begin{aligned} z_n^{min} &= \frac{1 - z_n^{min}}{1 - z_b} \dot{z}_b \\ z_n^{max} &= \frac{1 - z_n^{max}}{1 - z_b} \dot{z}_b \end{aligned} \quad (3.30)$$

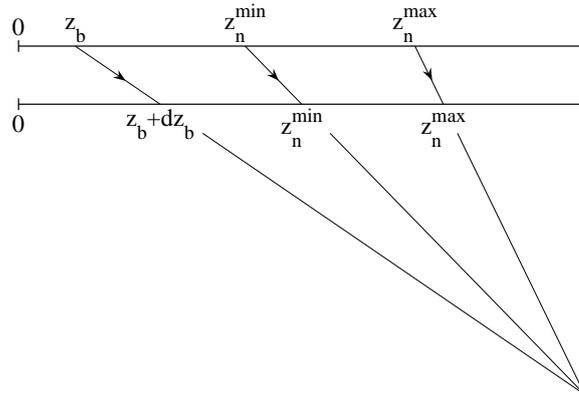


Figure 3.33 – Évolution des points mémoire lors de l'apparition de martensite bloquée.

Le modèle développé permet donc de simuler le comportement macroscopique des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement de super-élasticité multiaxiale non-proportionnelle cyclique ainsi que sous chargement d'effet mémoire assisté cyclique tout en prenant en compte les différentes caractéristiques observées lors des essais : linéarité entre la fraction volumique de martensite et la déformation de transformation, dissymétrie traction-compression, effet point mémoire et déformation résiduelle due à de la martensite bloquée. Dans la partie suivante, nous allons identifier les paramètres du modèle à partir de certains des essais réalisés dans les parties 3.1.3 et 3.1.4, puis valider le comportement du modèle en le comparant à d'autres résultats expérimentaux.

3.3 Identification et validation du modèle

Cette partie concerne la validation du modèle modifié présenté dans la partie précédente. Nous allons présenter tout d'abord l'identification des paramètres dépendant du matériau réalisée à partir des essais de traction. Puis les simulations des essais de traction non utilisées lors de cette identification et des essais d'effet mémoire assisté serviront à montrer que le modèle fonctionne correctement pour une grande diversité d'essais.

3.3.1 Identification des paramètres du matériau

Treize paramètres dépendant du matériau ont été introduits dans les équations constitutives du modèle développé. Comme pour la première version du modèle, huit d'entre eux (E , μ , T_0 , γ , p , $\delta_1^{min} = \delta_1^{max}$, δ_0 et R_1^{max}) sont directement identifiés à partir de la courbe du résultat d'un essai de traction uniaxiale simple (figure 3.34). Le paramètre a caractérisant la dissymétrie traction-compression peut être identifié à partir d'un essai de traction-compression. Le reste des paramètres (A , B , C et tr_0) est identifié en utilisant les quatre essais de traction cyclique à amplitude de déformation constante, ainsi que l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées.

Donc, parmi les treize paramètres, huit s'identifient directement sur une courbe d'un essai de traction-compression et seuls quatre sont à identifier à partir d'essais cycliques.

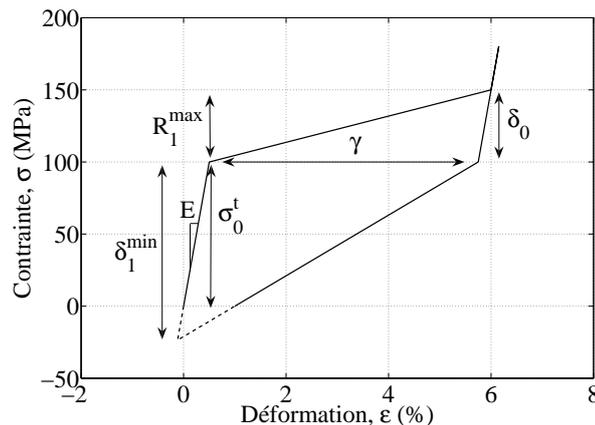


Figure 3.34 – Identification de paramètres dépendant du matériau sur une courbe d'essai de traction uniaxiale simple.

Les tableaux 3.2 et 3.3 montrent les valeurs des paramètres permettant respectivement la description d'un cycle de chargement et du comportement cyclique. Ces valeurs ont été identifiées à partir des essais effectués sur l'Alliage à Mémoire de Forme utilisé dont les résultats sont présentés dans la partie 3.1.

3.3.1.1 Chargement de traction cyclique simple

La figure 3.35 montre les résultats des premières simulations utilisées pour faire l'identification des paramètres du modèle. Il s'agit des simulations de chargement de traction cyclique à amplitude constante, dont les résultats concordent bien avec ceux des essais

E	μ	T_0	a	γ
62 GPa	3 MPa. $^{\circ}\text{C}^{-1}$	28,7 $^{\circ}\text{C}$	0,7	0,0585
p	δ_1^{max}	δ_0	R_1^{max}	
10^{-15}	185 MPa	15 MPa	330 MPa	

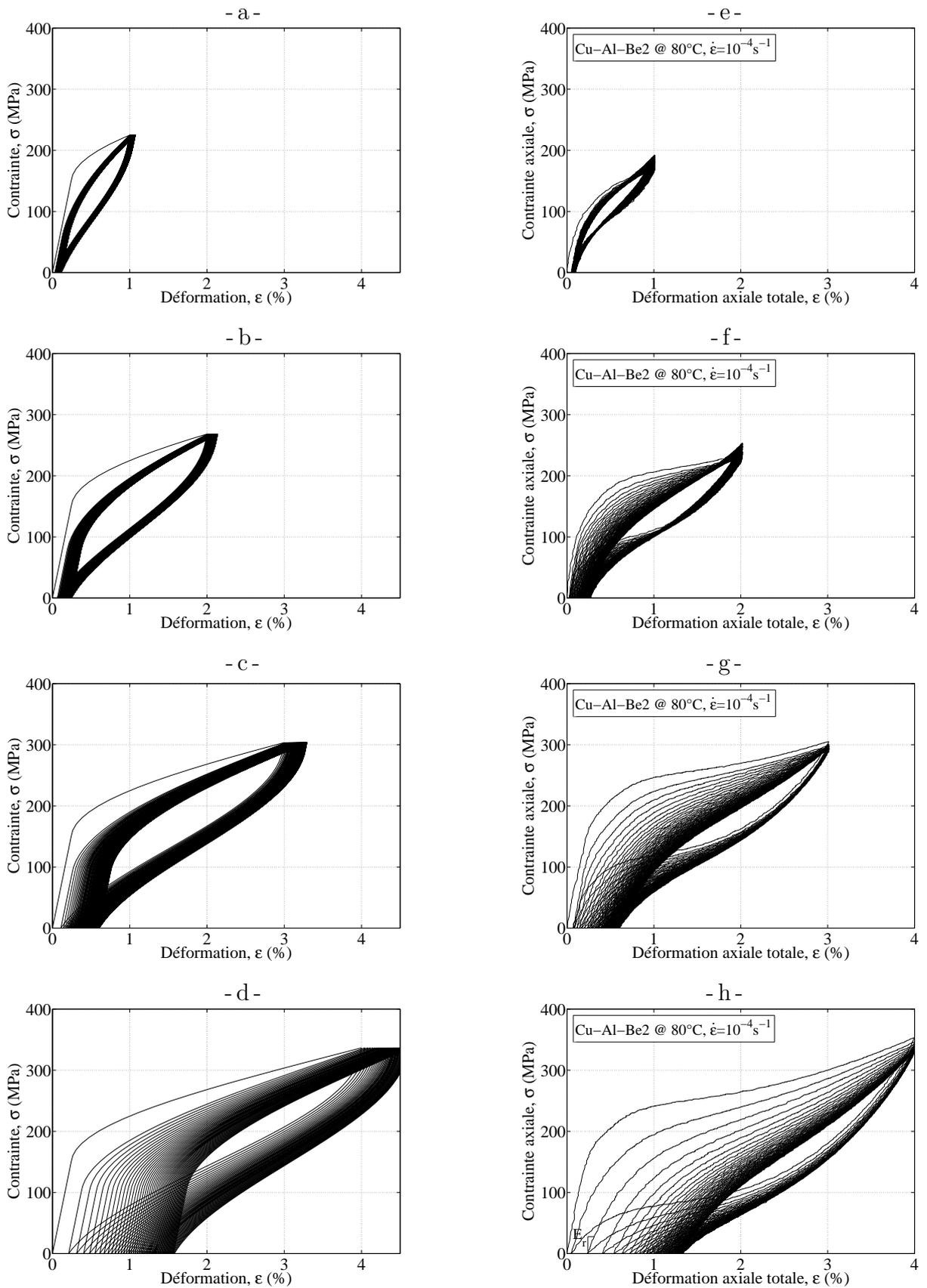
Tableau 3.2 – Paramètres dépendant du matériau du modèle de super-élasticité identifiés grâce à un essai de traction uniaxiale simple pour le Cu-Al-Be2 à 80 $^{\circ}\text{C}$.

A	B	C	tr_0
0,0057	7,05	0,904	0,123

Tableau 3.3 – Paramètres dépendant du matériau du modèle de super-élasticité identifiés grâce aux essais de traction cyclique pour le Cu-Al-Be2 à 80 $^{\circ}\text{C}$.

correspondants. On peut cependant remarquer une différence au niveau du point haut du cyclage. En effet, les essais cycliques sont réalisés à déformation maximale imposée et avec une décharge à contrainte nulle. Mais pour des raisons de simplicité, la simulation des essais cycliques a été réalisée avec un pilotage en contrainte pour imposer facilement la contrainte nulle à la décharge et donc le cyclage a été réalisé à contrainte maximale imposée. Lors des essais, on observe donc une variation de la contrainte maximale au cours du cyclage et sur les résultats des simulations, on observe une variation de la déformation maximale. Cette différence reste cependant faible.

3. Étude et modélisation du comportement d'effet mémoire assisté cyclique des Alliages à Mémoire de Forme



La figure 3.36 montre les évolutions de la déformation résiduelle au cours du cyclage pour ces simulations, comparées à celles des essais correspondants. On observe une bonne correspondance entre les deux séries de courbes.

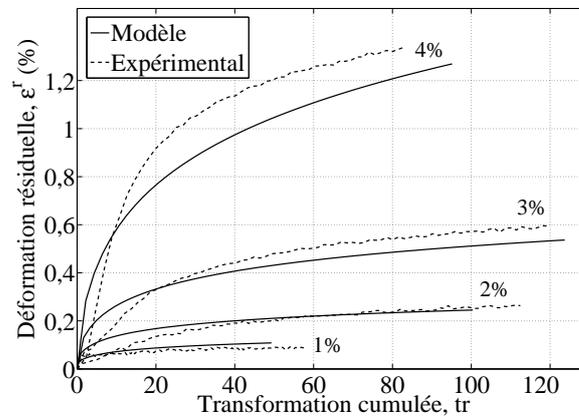


Figure 3.36 – Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors des essais cycliques à amplitudes constantes et celle lors des simulations correspondantes.

L'évolution de la pente à la recharge n'évolue pas au cours du chargement comme cela a été observé lors des essais. Par contre, la figure 3.37a montre que la contrainte seuil de transformation diminue lors du second cycle puis reste constante pour les cycles suivants, alors que l'on observe une diminution progressive de cette contrainte seuil de transformation lors des essais (figure 3.37b). On peut aussi noter que l'influence de l'amplitude sur la valeur à saturation ne correspond pas. Cette différence s'explique par le décalage des points mémoire qui entraîne que les boucles internes créées à chaque cycle ne se referment pas à la fin de la charge.

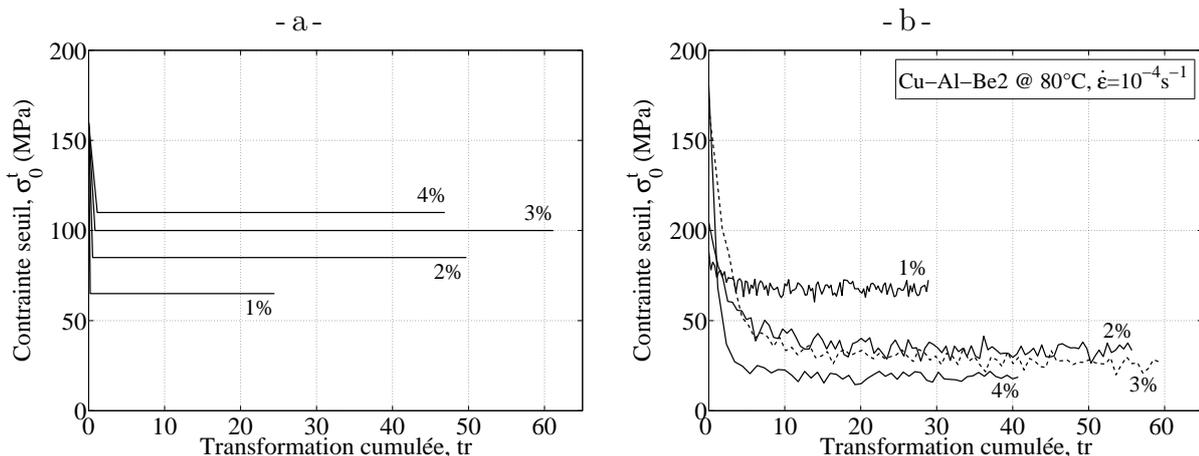


Figure 3.37 – Comparaison entre l'évolution de la contrainte seuil de transformation en fonction du nombre de cycles lors : a) des simulations des essais de traction cyclique à amplitude constante, et b) des essais correspondants.

3.3.1.2 Chargement cyclique « complexe »

Le second essai utilisé pour identifier les paramètres du modèle est l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées. La figure 3.38 montre le résultat de la simulation comparé à celui de l'essai correspondant. On observe que le point mémoire haut pour les deux séries de cycles à 2 % d'amplitude de déformation, ainsi que celui pour les cycles à 4 %, sont bien respectés comme lors des essais.

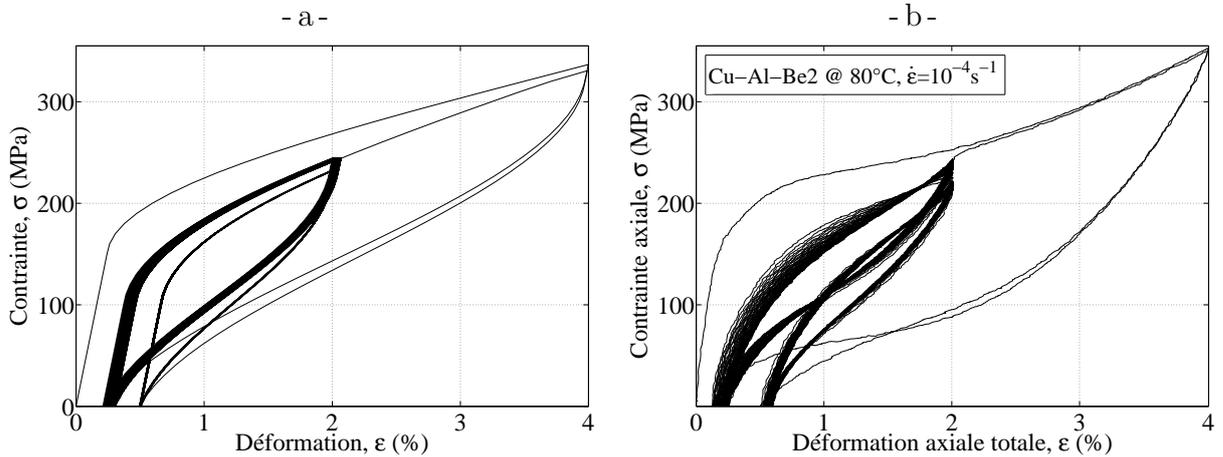


Figure 3.38 – Comparaison entre : a) la simulation du chargement de traction cyclique à amplitudes alternées, et b) le résultat de l'essai correspondant.

La figure 3.39 montre l'évolution de la déformation résiduelle au cours du cyclage de cette simulation, comparée à celle de l'essai correspondant. On peut remarquer que l'évolution de la déformation résiduelle au cours des cycles à 2 % d'amplitude de déformation et que le saut de déformation résiduelle réalisé au cours du second cycle à 4 % d'amplitude de déformation, correspondent relativement bien avec ceux observés lors de l'essai.

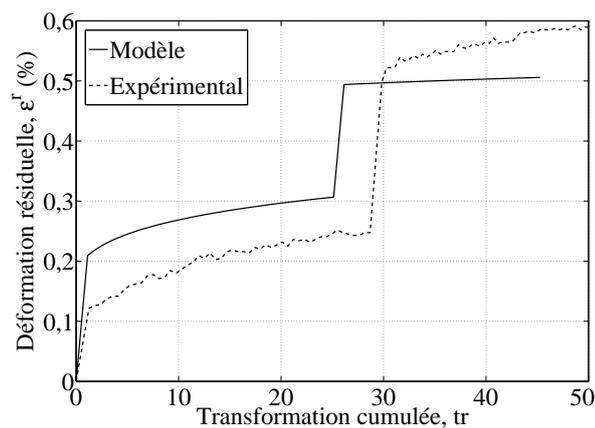


Figure 3.39 – Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de l'essai cyclique à amplitudes alternées et celle lors de la simulation correspondante.

La forme des courbes contrainte-déformation obtenue lors des simulations correspond bien à celle observée lors des essais. L'évolution de la déformation résiduelle aussi concorde bien avec celle des résultats expérimentaux. L'identification est donc correcte et le modèle doit ensuite être validé en comparant ses prédictions avec les résultats d'autres essais.

3.3.2 Validation du comportement

Une fois les paramètres dépendant du matériau identifiés avec les quelques essais nécessaires, les autres essais réalisés ont été utilisés afin de valider quantitativement le modèle en dehors du cadre de l'identification notamment pour des chargements d'effet mémoire assisté avec points mémoire ou cyclique. Ensuite, les résultats d'autres simulations ont été comparés à des résultats d'essais donnés dans la littérature afin de valider qualitativement le comportement du modèle pour des chargements plus complexes que de la traction simple, tels que la traction-compression et des chargements multiaxiaux non-proportionnels.

3.3.2.1 Validation quantitative

Les simulations présentées dans cette partie permettent de comparer les valeurs obtenues lors de la simulation d'essais avec les résultats des essais réalisés sur le même matériau que celui utilisé lors de l'identification. Ils permettent donc de réaliser une validation quantitative du modèle et de l'identification des paramètres dépendant du matériau.

3.3.2.1.1 Chargement cyclique « complexe »

Nous avons donc aussi simulé l'autre chargement cyclique « complexe » réalisé lors des essais (partie 3.1.3.3) et qui n'a pas été utilisé lors de l'identification. Il consiste à augmenter l'amplitude de déformation du chargement à chaque cycle. Le résultat de la simulation concorde bien avec celui de l'essai correspondant (figure 3.40).

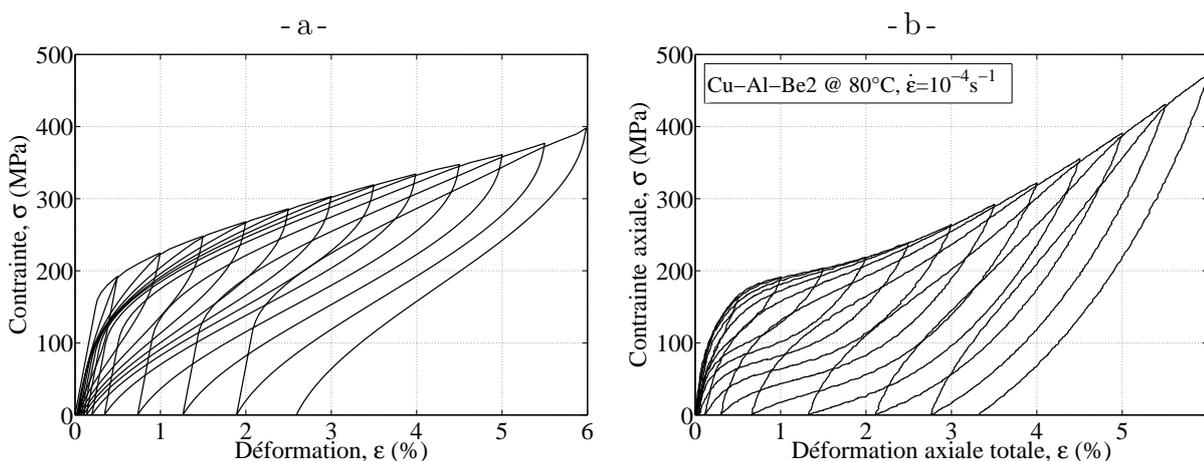


Figure 3.40 – Comparaison entre : a) la simulation du chargement de traction cyclique à amplitude croissante, et b) le résultat de l'essai correspondant.

La figure 3.41 montre que l'évolution de la déformation résiduelle lors de la simulation concorde bien avec celle observée lors des essais malgré la particularité de cet essai. En effet, pour cet essai la déformation résiduelle ne sature pas car l'amplitude augmente à chaque cycle et ce comportement se retrouve aussi lors de la simulation.

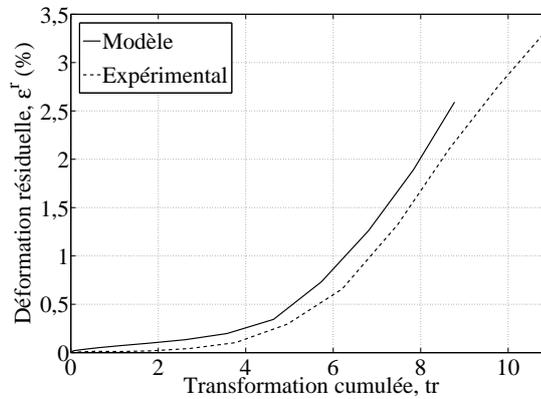


Figure 3.41 – Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de l'essai cyclique à amplitude croissante et celle lors de la simulation correspondante.

3.3.2.1.2 Chargement thermo-mécanique avec points mémoire

Nous avons vérifié que l'effet point mémoire est également respecté lors de la simulation d'essais d'effet mémoire assisté. La figure 3.42 montre la comparaison entre le résultat de l'essai d'effet mémoire assisté présenté dans la partie 3.1.4.2 avec celui de la simulation du chargement correspondant. On observe que l'effet point mémoire est bien respecté.

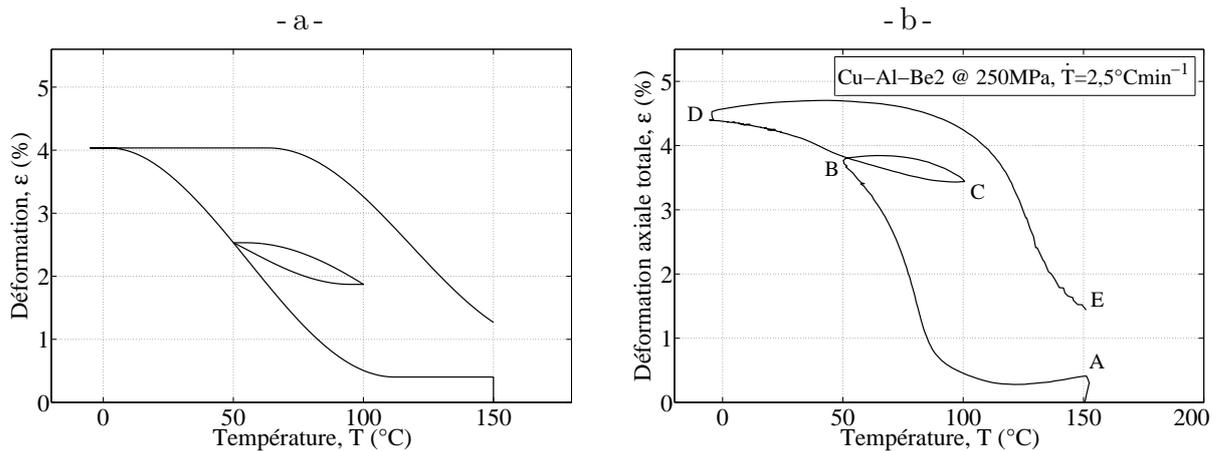


Figure 3.42 – Comparaison entre : a) la simulation du chargement d'effet mémoire assisté avec point mémoire, et b) le résultat de l'essai correspondant.

3.3.2.1.3 Chargement thermo-mécanique cyclique

Nous avons ensuite simulé l'essai d'effet mémoire assisté cyclique réalisé dans la partie 3.1.4.3. La figure 3.43 montre la comparaison entre le résultat de l'essai d'effet mémoire assisté cyclique avec celui de la simulation du chargement correspondant. On observe que l'apparition de la déformation résiduelle se produit aussi bien à haute qu'à basse température, alors qu'il n'y a pas d'ingrédient spécifique prévu pour cela dans la modélisation. La déformation résiduelle à basse température, provient en effet uniquement du décalage des points mémoire avec l'apparition de la martensite bloquée.

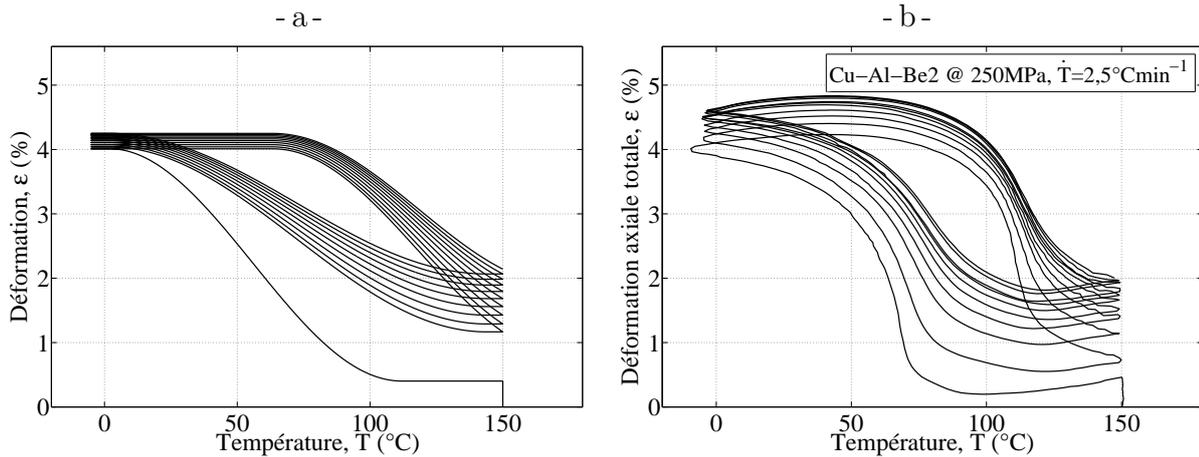


Figure 3.43 – Comparaison entre : a) la simulation du chargement d'effet mémoire assisté cyclique, et b) les résultats de l'essai correspondant.

La figure 3.44 montre que l'évolution des déformations résiduelles à basse et à haute températures lors de la simulation concorde très bien avec celles observées lors des essais.

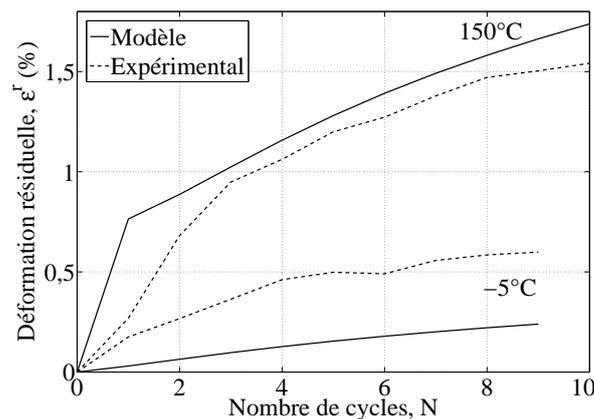


Figure 3.44 – Comparaison entre l'évolution des déformations résiduelles à basse et haute températures en fonction de la transformation cumulée lors de l'essai d'effet mémoire assisté cyclique et celles lors de la simulation correspondante.

3.3.2.2 Validation qualitative

Les essais réalisés étant uniquement des essais de traction ou d'effet mémoire assisté, ils ne permettent pas de vérifier tous les aspects du comportement du modèle qui a été écrit pour des chargements 3D. Dans cette partie, nous utilisons donc des résultats d'essais disponibles dans la littérature pour les comparer qualitativement avec les résultats de simulations de chargements similaires. Les chargements qui seront testés seront un chargement de traction-compression et des chargements multiaxiaux non-proportionnels. Enfin le comportement du modèle pour un jeu de paramètres matériau correspondant à un alliage de Ni-Ti sera aussi simulé.

3.3.2.2.1 Chargement de traction-compression

Nous avons tout d'abord simulé un chargement de traction-compression uniaxiale. La figure 3.45 montre le résultat de cette simulation qui peut être comparé au résultat de l'essai réalisé par Montecinos *et al.* (2006) (figure 3.46).

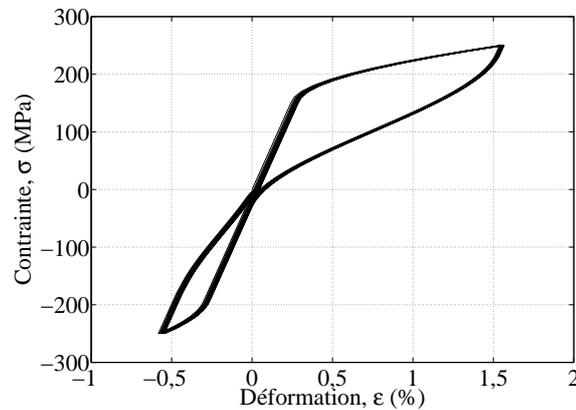


Figure 3.45 – Résultat de la simulation d'un chargement de traction-compression cyclique.

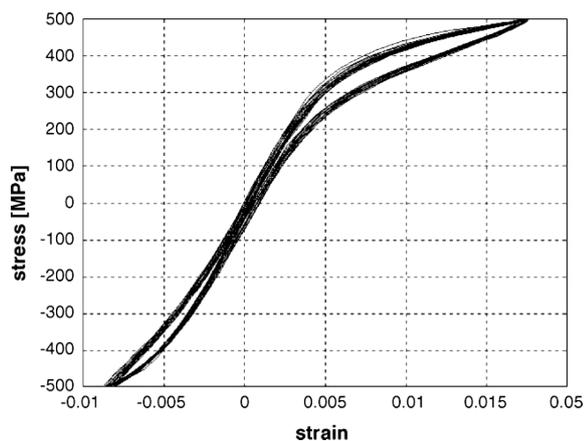


Figure 3.46 – Résultat d'un essai de traction-compression cyclique par Montecinos *et al.* (2006).

On observe que la forme des courbes est assez similaire pour les deux résultats : la dissymétrie traction-compression est respectée et l'effet du chargement cyclique n'influence pas beaucoup le comportement car la déformation résiduelle n'évolue presque pas au cours du chargement.

3.3.2.2.2 Chargement multiaxial non-proportionnel

Pour élargir la validation, nous avons ensuite simulé le comportement de l'Alliage à Mémoire de Forme soumis à des chargements multiaxiaux non-proportionnels cycliques. Le premier consiste à appliquer un trajet de chargement carré dans le plan des contraintes (figure 3.48a).

La figure 3.47 montre la taille et la position des critères de transformation au cours de la simulation de cet essai multiaxial non-proportionnel :

- Entre les points O et A, le matériau est purement austénitique, le comportement est donc l'élasticité de l'austénite.
- Entre les points A et B, la transformation directe se produit et les critères de transformation grossissent pour suivre la contrainte imposée.
- Entre les points B et C, à cause du changement de direction dans le chargement, la contrainte se situe à l'intérieur des deux critères de transformation. Le comportement est donc l'élasticité du matériau biphasé.
- Entre les points C et D puis D et E, les deux critères de transformation sont atteints simultanément. La réorientation de la martensite se produit et la position du centre du critère de transformation inverse (déterminé par la déformation de transformation, ε^{tr}) évolue alors.
- Entre les points E et F, la transformation inverse se produit et la taille des critères de transformation diminue.

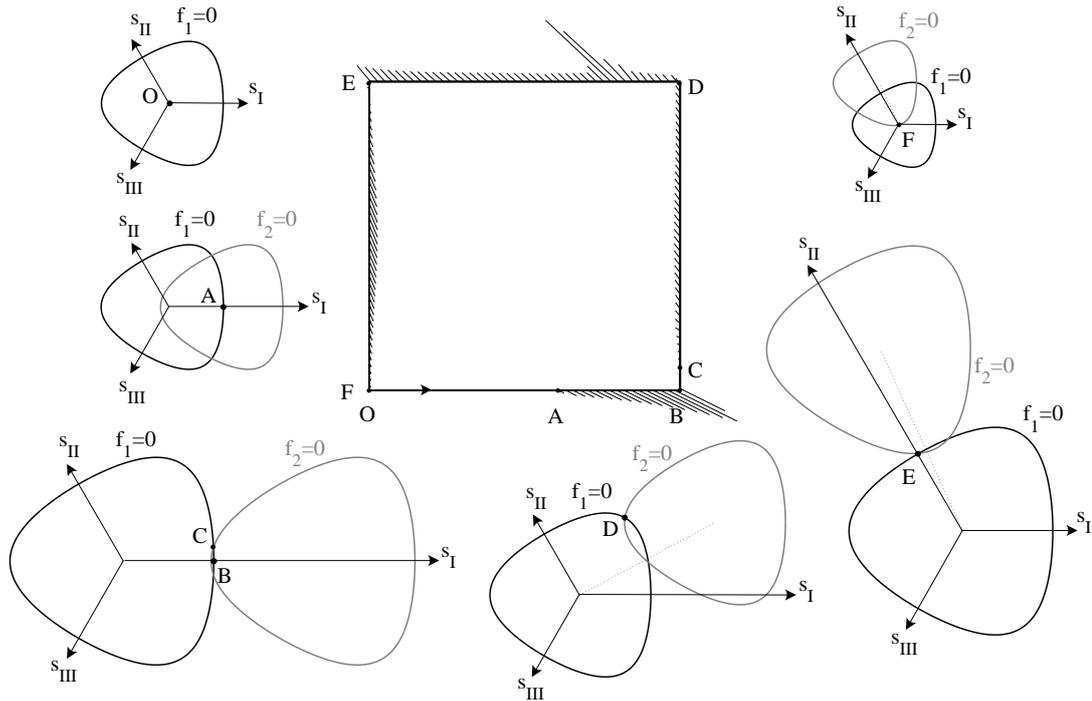


Figure 3.47 – Taille et position des critères de transformation au cours de la simulation de l'essai multiaxial non-proportionnel carré.

La figure 3.48 montre le résultat de la simulation de ce chargement réalisé avec quatre cycles. L'évolution de la déformation au cours du chargement est représentée figure 3.48b et les courbes contrainte-déformation suivant les deux directions principales du chargement sont représentées respectivement sur les figures 3.48c et 3.48d. Ces résultats peuvent être comparés, pour le premier cycle, aux résultats de l'essai multiaxial non-proportionnel réalisé par Bouvet *et al.* (2002) (figures 3.49 et 3.51). On observe une forte similarité dans les formes des courbes.

De la même manière, la figure 3.50 montre le résultat de la simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel en forme de triangle réalisé avec quatre cycles. L'évolution de la déformation au cours du chargement est représentée figure 3.50b et les courbes contrainte-déformation suivant les deux directions principales du chargement sont représentées respectivement sur les figures 3.50c et 3.50d. Ces résultats peuvent être comparés, pour le premier cycle, aux résultats de l'essai multiaxial non-proportionnel réalisé par Bouvet *et al.* (2002) (figures 3.51 et 3.51). On observe, là aussi, une forte similarité dans les formes des courbes.

Le modèle permet donc de simuler correctement les chargements super-élastiques multiaxiaux non-proportionnels cycliques, mais il serait préférable de réaliser des essais multiaxiaux cycliques afin de pouvoir valider quantitativement le comportement du modèle pour ce type de chargement.

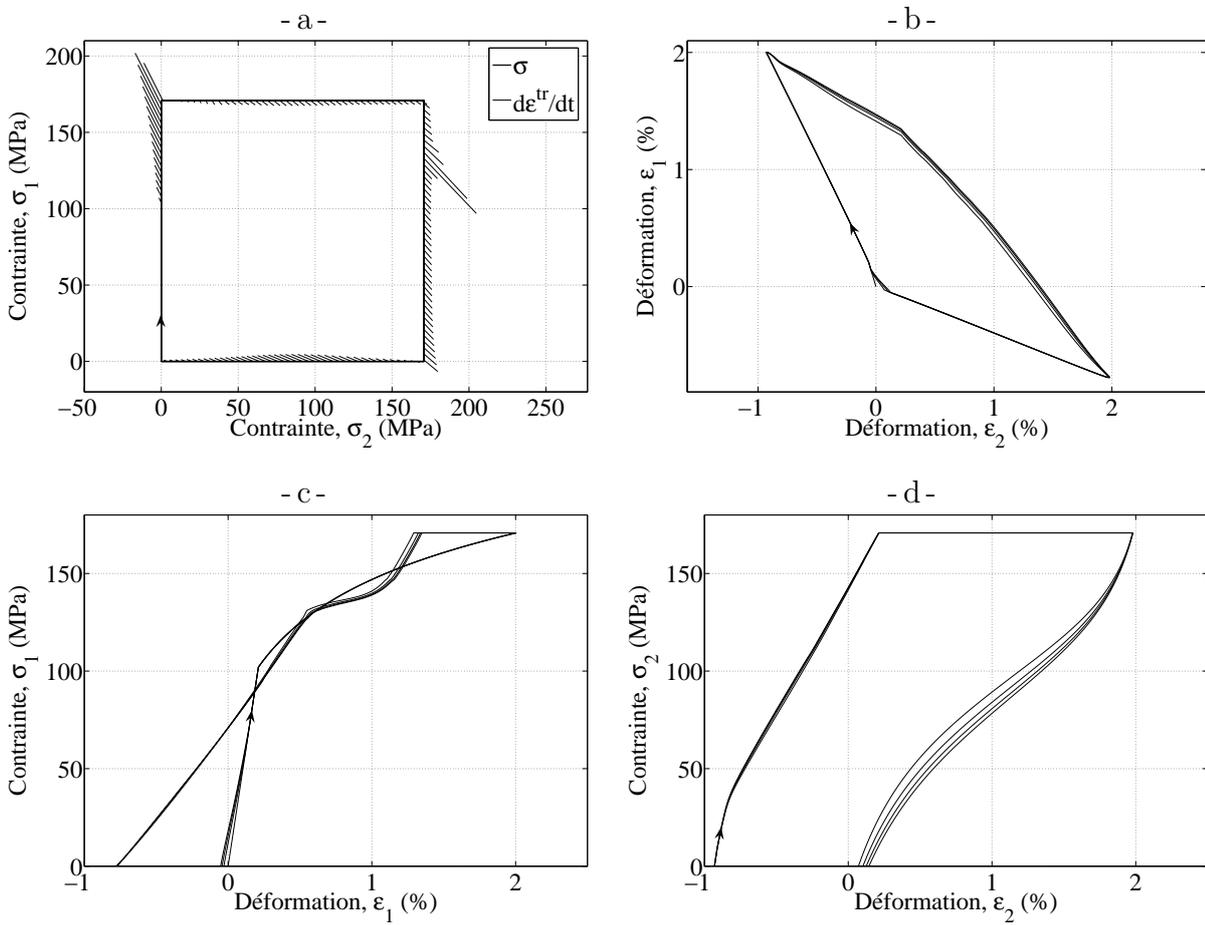


Figure 3.48 – Résultat de la simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique : a) trajet de chargement, b) résultat en déformation, c) et d) courbes contrainte-déformation dans chacune des directions.

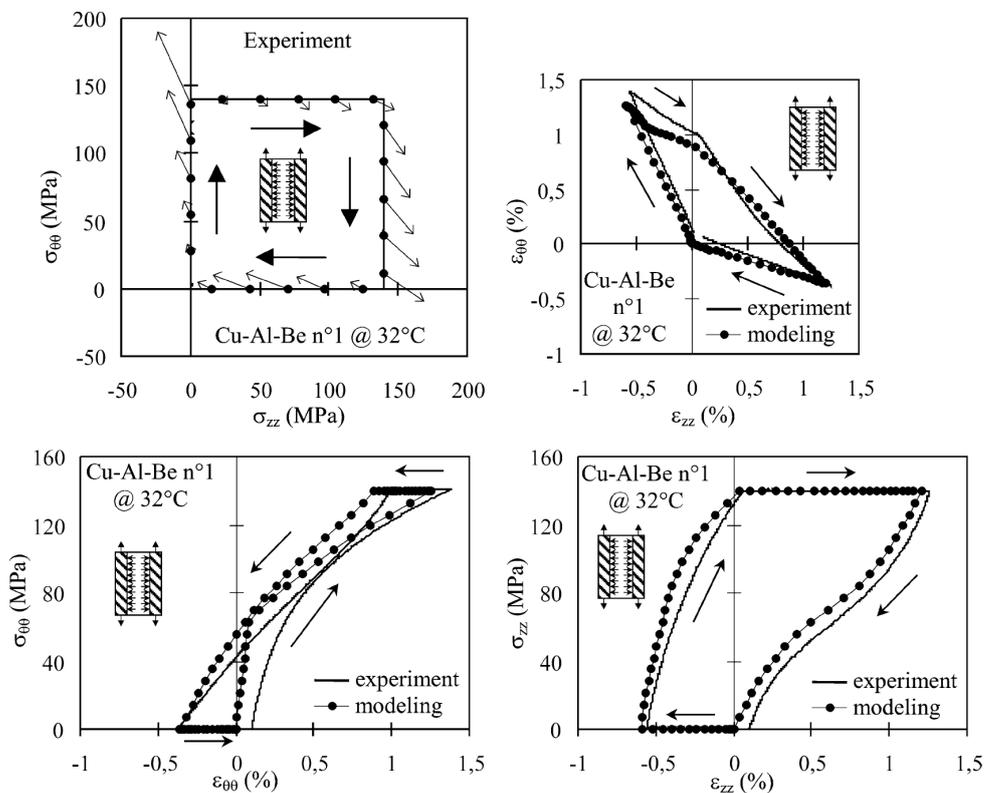


Figure 3.49 – Résultat d'un essai multiaxial non-proportionnel carré par Bouvet *et al.* (2002).

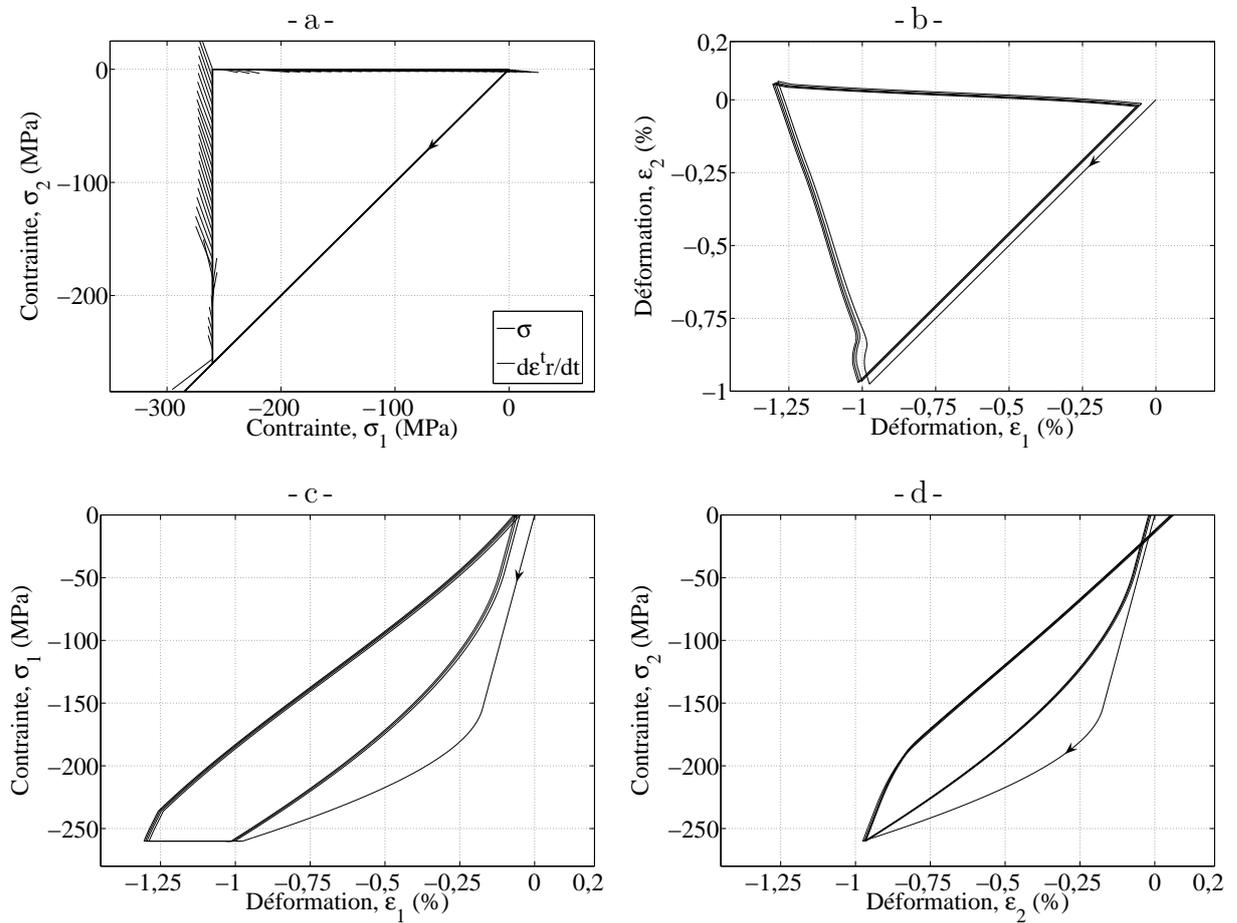


Figure 3.50 – Résultat de la simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique : a) trajet de chargement, b) résultat en déformation, c) et d) courbes contrainte-déformation dans chacune des directions.

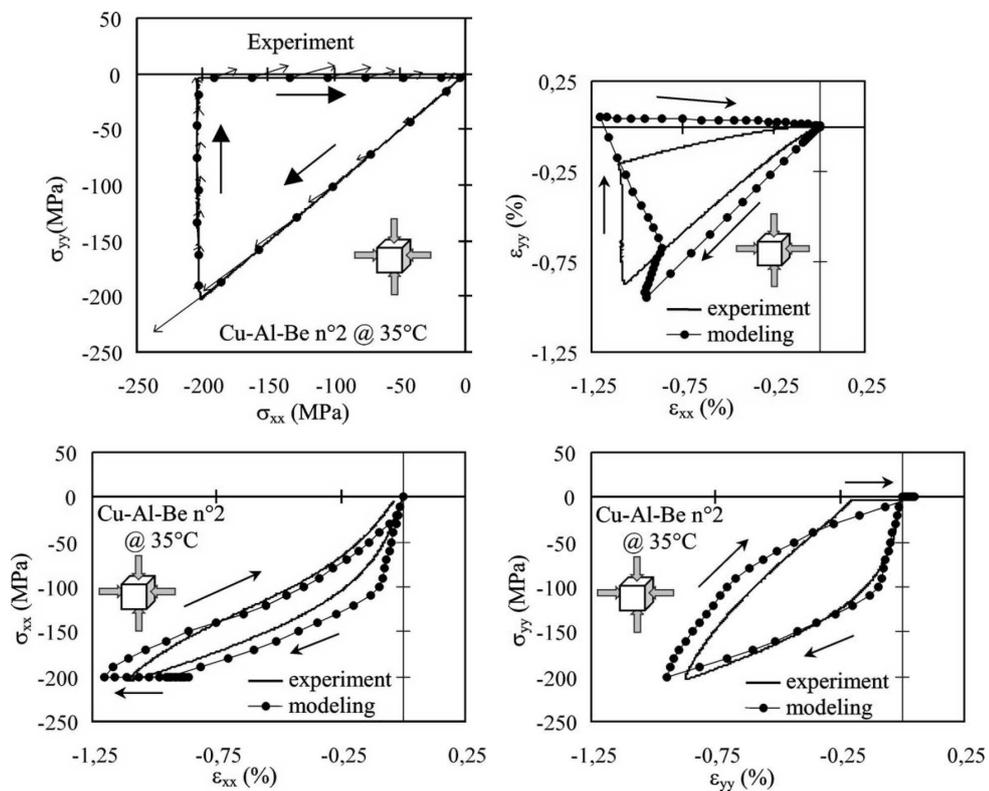


Figure 3.51 – Résultat d'un essai multiaxial non-proportionnel triangle par Bouvet *et al.* (2002).

3.3.2.2.3 Chargement de traction cyclique sur Ni-Ti

Afin de vérifier que le modèle peut être adapté aux différents types d'Alliage à Mémoire de Forme, nous avons simulé un chargement de traction cyclique avec des paramètres dépendant du matériau correspondant à un alliage de Ni-Ti. La figure 3.52 montre le résultat de la simulation que l'on peut comparer avec le résultat d'un essai réalisé par Lagoudas et Entchev (2004) (figure 3.53). On remarque que la baisse de la contrainte seuil de transformation n'est pas simulée lorsque la transformation inverse est complète. Les paramètres matériaux utilisés pour cette simulation sont donnés dans le tableau 3.4.

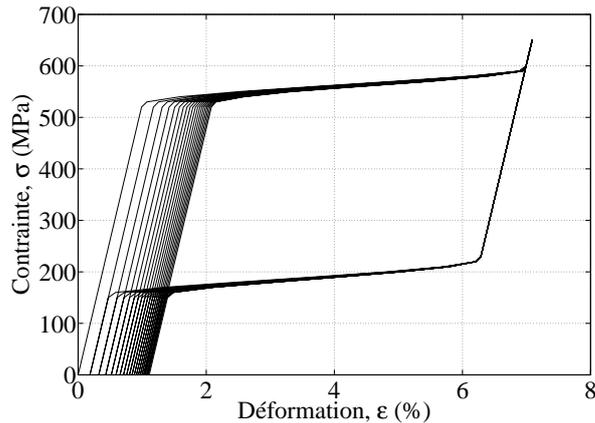


Figure 3.52 – Résultat de la simulation d'un chargement de traction cyclique avec des paramètres dépendant du matériau correspondant à un alliage de Ni-Ti.

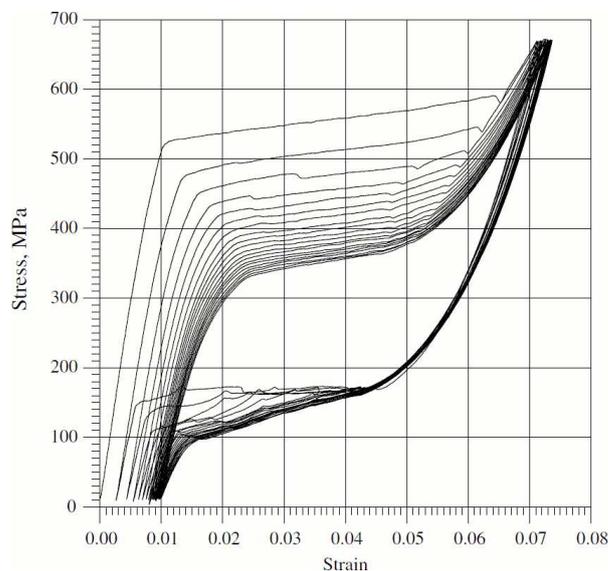


Figure 3.53 – Résultat d'un essai de traction cyclique sur un Ni-Ti par Lagoudas et Entchev (2004).

E	μ	T_0	a	γ	p	δ_1^{max}
52,5 GPa	7 MPa.°C ⁻¹	-95 °C	0,7	0,0585	10 ⁻¹⁵	375 MPa
δ_0	R_1^{max}	A	B	C	tr_0	
375 MPa	75 MPa	0,0007	5,02	0,0637	1,047	

Tableau 3.4 – Paramètres dépendant du matériau du modèle de super-élasticité utilisés pour simuler un chargement sur un alliage de Ni-Ti.

3.4 Conclusion

En conclusion, nous avons construit une large base d'essais de traction cyclique complétée par des essais d'effet mémoire assisté. Elle permet de montrer les particularités du comportement des Alliages à Mémoire de Forme pour les chargements de traction cyclique, telles que l'effet point mémoire, l'apparition de la déformation résiduelle dont l'évolution dépend de l'amplitude du chargement mais aussi de la variation de cette amplitude, la baisse de la pente à la recharge et la baisse de la contrainte seuil de transformation. Mais également les particularités du comportement des Alliages à Mémoire de Forme pour les chargements d'effet mémoire assisté cyclique dans lesquelles on retrouve l'effet point mémoire et l'apparition de la déformation résiduelle à basse et haute températures.

Puisque l'hypothèse prise pour simuler l'apparition de la déformation résiduelle lors de chargements cycliques pour le modèle présenté dans le chapitre 2 ne permet pas de simuler correctement le comportement des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement d'effet mémoire assisté cyclique, nous avons donc adopté une nouvelle stratégie basée sur l'apparition de martensite bloquée.

Le modèle se base donc sur celui développé précédemment sans la prise en compte des aspects dus aux chargements cycliques. Il a d'abord été modifié afin de permettre la simulation des chargements d'effet mémoire assisté en introduisant l'influence de la température sur la contrainte seuil de transformation. Puis des modifications sur la cinétique d'évolution de la taille des surfaces seuils, $R(z)$, et l'évolution de la taille du domaine élastique du matériau biphasé, $\delta(z)$, ont été apportées afin de mieux simuler les comportements sous chargement d'effet mémoire assisté. Enfin la martensite bloquée a été introduite dans le modèle. Elle permet de faire apparaître une déformation résiduelle qui évolue en fonction de l'amplitude du chargement et de la transformation cumulée, tr , à la fois pour les chargements de super-élasticité et pour ceux d'effet mémoire assisté.

Finalement, les paramètres du modèle ont été identifiés à l'aide d'une partie des essais réalisés. Le reste des essais et certains essais donnés dans la littérature ont été utilisés pour valider quantitativement et qualitativement le comportement du modèle pour différents types de chargement dont des chargements multiaxiaux non-proportionnels cycliques et un chargement de super-élasticité cyclique sur un alliage en Ni-Ti.

Ce modèle présente des avantages par rapport aux modèles proposés dans la littérature qui ont été présentés dans la partie 1.2 et dont un résumé est donné dans le tableau 3.5 :

- Prise en compte de la dissymétrie traction-compression.
- Prise en compte de l'effet point mémoire.
- Prise en compte de la baisse de la contrainte seuil de transformation.
- Modèle permettant la simulation de chargements de super-élasticité et d'effet mémoire assisté cycliques.
- Modèle développé en 3D et permettant de simuler la réorientation de la martensite lors de chargements multiaxiaux non-proportionnels.
- Prise en compte de l'effet de cyclage dû à de la martensite bloquée comme l'ont montré les résultats expérimentaux.
- Treize paramètres dépendant du matériau dont seulement quatre nécessitent une identification à partir d'essais cycliques.
- Nombre de variables internes relativement faible.

Nous allons donc par la suite expliquer l'intégration numérique du modèle qui a été réalisée dans le code de calcul par éléments finis Cast3M et donner les résultats de simulations de chargements de super-élasticité et d'effet mémoire assisté cycliques sur des structures en Alliage à Mémoire de Forme.

3. Étude et modélisation du comportement d'effet mémoire assisté cyclique des Alliages à Mémoire de Forme

Modèle	Lagoudas	Auricchio	Zaki & Moumni	Excellent	Modèle proposé
Matériaux	Ni-Ti	Ni-Ti	Ni-Ti	Ni-Ti, Cu-Al-Be, Cu-Zn-Al	Cu-Al-Be, Ni-Ti
Chargement de super-élasticité	oui	oui	oui	oui	oui
Chargement thermo-mécanique	oui	non	oui	oui	oui
Chargement de pseudo-plasticité	oui	oui	oui	oui	non
Dissymétrie traction-compression	non	non	non	non	oui
Chargement multiaxial non-proportionnel	non	oui	oui	non	oui
Effet point mémoire	oui	non	non	non	oui
Baisse de la contrainte seuil de transformation au cours du cyclage	oui	oui	oui	oui	oui
Variables d'état permettant la description du comportement cyclique	- déformation plastique - fraction volumique cumulée	- déformation plastique	- fraction volumique cumulée - contraintes internes - déformation résiduelle	- fraction volumique de martensite bloquée - déformation résiduelle	- fraction volumique cumulée - fraction volumique de martensite bloquée

Tableau 3.5 – Comparaison entre les différents modèles de comportement cyclique pour les Alliages à Mémoire de Forme.