

Étude et modélisation du comportement super-élastique cyclique des Alliages à Mémoire de Forme

C'était une ancienne tradition passée de l'Égypte en Grèce, qu'un dieu ennemi du repos des hommes était l'inventeur des sciences.

Jean-Jacques Rousseau (1712–1778)

Sommaire

2.1	Étude expérimentale d'un alliage de Cu-Al-Be	55
2.1.1	Matériau étudié	55
2.1.2	Démarche expérimentale	56
2.1.2.1	Pilotage des essais	56
2.1.2.2	Mesure d'effort et de déformation	58
2.1.2.3	Suivi de la fraction volumique de martensite par mesure de résistivité	59
2.1.3	Résultats expérimentaux	60
2.1.3.1	Essai de traction charge-décharge	60
2.1.3.2	Essai de traction cyclique à amplitude de déformation constante	61
2.1.3.3	Effet point mémoire	64
2.1.3.4	Essai traction cyclique « complexe »	65
2.1.3.5	Détermination de l'origine de la déformation résiduelle	68

2.2	Modélisation du comportement super-élastique cyclique	71
2.2.1	Modèle de base	71
2.2.1.1	Partition de la déformation	71
2.2.1.2	Critères de transformation directe et inverse	71
2.2.1.3	Évolution de la déformation de transformation	74
2.2.1.4	Fraction volumique de martensite	76
2.2.2	Évolution des critères de transformation et effet point mémoire . .	77
2.2.3	Chargement multiaxial non-proportionnel	80
2.2.4	Chargement cyclique	84
2.2.4.1	Traction cyclique à amplitude de déformation constante .	85
2.2.4.2	Traction cyclique « complexe »	85
2.3	Identification des paramètres et validation du modèle	87
2.3.1	Identification des paramètres du matériau	87
2.3.1.1	Chargement de traction cyclique simple	88
2.3.1.2	Chargement cyclique « complexe »	90
2.3.2	Validation du comportement	92
2.3.2.1	Validation quantitative	92
2.3.2.2	Validation qualitative	93
2.4	Conclusion	98

Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord présenter le matériau étudié, les conditions puis les résultats des essais de traction réalisés. Ensuite, nous expliciterons les équations du modèle développé pour modéliser le comportement sous chargement cyclique observé lors des essais. Puis nous identifierons les paramètres du modèle à l'aide des résultats de certains des essais réalisés. Finalement nous validerons le comportement du modèle en comparant les résultats de simulations aux autres résultats expérimentaux ainsi qu'à des résultats donnés dans la littérature.

2.1 Étude expérimentale d'un alliage de Cu-Al-Be

2.1.1 Matériau étudié

Le matériau étudié lors des essais est un Alliage à Mémoire de Forme polycristallin composé de cuivre, d'aluminium et de béryllium que l'on notera Cu-Al-Be1. Il est fourni par la société Nimesis avec une composition en pourcentages atomiques de : Cu 87 %, Al 11 % et Be 2 %. Il est livré sous forme de fils de diamètre 1,4 mm. Toutes les éprouvettes ont subi le traitement thermique suivant :

- chauffage à 650°C pendant vingt minutes à l'air ambiant,
- revenu à l'eau bouillante pendant une heure.

Afin de déterminer la taille des grains de l'alliage après le traitement thermique, nous avons réalisé une attaque chimique à l'aide d'acide nitrique (concentration de 4 %) pendant quelques secondes. Les observations au microscope optique ont permis de déterminer la taille moyenne des grains qui est d'environ 400 μm (figure 2.1).

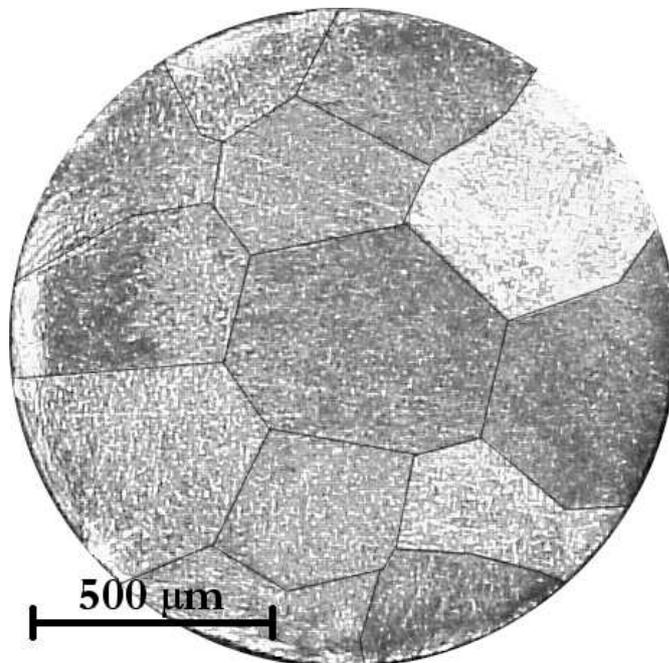


Figure 2.1 – Micrographie de la section du fil en Cu-Al-Be1 après traitement thermique.

Après traitement thermique, les températures caractéristiques de transformation ont été déterminées grâce à des mesures de résistivité. La figure 2.2 montre l'évolution de la résistivité au cours d'un cycle thermique à contrainte nulle. Les températures M_s^0 , M_f^0 , A_s^0 , A_f^0 sont résumées dans le tableau 2.1. L'alliage est donc purement austénitique à température ambiante et peut donc présenter un comportement super-élastique sous chargement mécanique à température ambiante.

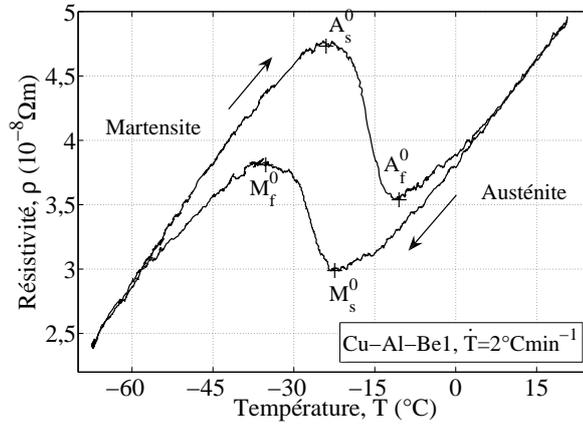


Figure 2.2 – Évolution de la résistivité en fonction de la température au cours d'un cycle thermique sur un fil en Cu-Al-Be1.

M_s^0 (°C)	M_f^0 (°C)	A_s^0 (°C)	A_f^0 (°C)
-22,5	-35,5	-24	-10,5

Tableau 2.1 – Températures caractéristiques de transformation du Cu-Al-Be1.

2.1.2 Démarche expérimentale

Dans cette partie, nous allons indiquer les conditions utilisées pour réaliser les essais de traction. Ils ont été effectués sur une machine de traction électro-mécanique Zwick modèle 2050, à température ambiante (approximativement 20 °C). Nous verrons la méthode de pilotage des essais, les moyens de mesure d'effort et de déformation utilisés, ainsi que les mesures de résistivité qui ont été réalisées.

2.1.2.1 Pilotage des essais

L'ensemble des essais a été réalisé avec un pilotage en déformation. On impose une vitesse de déformation faible ($\dot{\epsilon} \simeq 10^{-4} \text{ s}^{-1}$) pour éviter l'auto-échauffement du matériau. Afin de le vérifier, nous avons mesuré la température au cours d'un essai de traction cyclique à 4% d'amplitude de déformation en utilisant un thermocouple. La figure 2.4 montre que la variation de la température moyenne sur un cycle reste très faible avec une augmentation d'environ 0,15 °C au cours de l'essai. On peut donc considérer que les essais ont été réalisés dans des conditions isothermes.



Figure 2.3 – Montage utilisé lors des essais de traction.

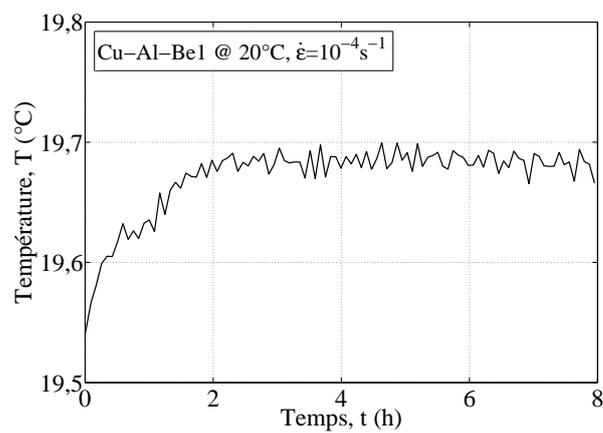


Figure 2.4 – Évolution de la température moyenne au cours d'un essai de traction cyclique.

Les essais cycliques sont réalisés avec un chargement variant entre une déformation maximale (appelée abusivement amplitude de déformation du chargement) et une contrainte nulle lors de la décharge.

2.1.2.2 Mesure d'effort et de déformation

L'effort est mesuré grâce à une cellule d'effort ayant une charge maximale de 50 kN (figure 2.5).

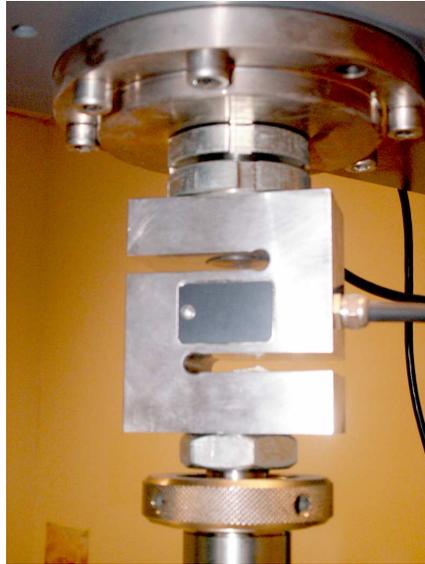


Figure 2.5 – Capteur de force utilisé lors des essais de traction.

La déformation axiale est mesurée grâce à un extensomètre électro-mécanique avec une base de mesure de 40 mm (figure 2.6) ce qui donne environ 1 800 grains dans la zone de mesure.



Figure 2.6 – Extensomètre électro-mécanique utilisé lors des essais de traction pour mesurer la déformation de l'éprouvette.

L'acquisition des données est réalisée à l'aide d'un PC équipé du logiciel TestXware.

2.1.2.3 Suivi de la fraction volumique de martensite par mesure de résistivité

La résistance électrique des éprouvettes a été mesurée au cours des essais afin de suivre l'évolution de la fraction volumique de martensite. En effet, la résistivité de la martensite et celle de l'austénite sont différentes. La méthode utilisée est la mesure dite « 4 points » (figure 2.7) :

- le courant i est imposé dans l'éprouvette,
- la tension U induite par la résistance de l'éprouvette et le courant imposé, est mesurée sur une longueur L .

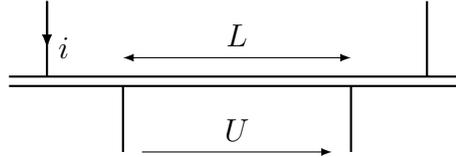


Figure 2.7 – Méthode des « 4 points » permettant de mesurer la résistivité de l'alliage.

La résistance de la partie centrale de l'éprouvette vaut alors $R = \frac{U}{i}$. Afin de déterminer la résistivité de l'éprouvette, il faut alors prendre en compte la variation de la longueur de mesure L et la variation de la section S au cours de l'essai. La résistivité ρ vaut :

$$\rho = R \frac{S}{L} \quad (2.1)$$

La déformation élastique est faible comparée à la déformation de transformation. Si on néglige la première et puisque la transformation martensitique se fait à volume constant dans les Alliages à Mémoire de Forme, on peut considérer le volume du fil constant ($V_0 = S_0 L_0 = S L = V$), d'où :

$$\rho = \frac{U V_0}{i L^2} \quad (2.2)$$

La résistivité au cours de l'essai se calcule donc à partir de la tension et de la déformation mesurées :

$$\rho = \frac{U V_0}{i (1 + \varepsilon)^2 L_0^2} \quad (2.3)$$

En utilisant la mesure de résistivité lors d'un essai d'effet mémoire assisté, on peut déduire la résistivité de l'austénite et de la martensite pures, ρ_A et ρ_M respectivement (Gedouin *et al.* (2009)). Puis en utilisant une loi des mélanges (Milton (2002)) on obtient la fraction volumique de martensite, z :

$$z = 1 - \frac{\rho - \rho_M}{\rho_A - \rho_M} \left(\frac{\rho_A}{\rho} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (2.4)$$

On peut donc évaluer la fraction volumique de martensite au cours d'un essai. La figure 2.8 montre l'évolution de la fraction volumique de martensite, z , évaluée par cette méthode, en fonction de la déformation de transformation, ε^{tr} . On observe bien la relation

entre la fraction volumique de martensite et la déformation de transformation introduite par Vacher et Lexcellent (1991) et validée récemment par Taillard *et al.* (2008) :

$$z = \frac{\varepsilon^{tr}}{\gamma} \quad (2.5)$$

Avec γ la déformation de transformation maximale qui est une propriété du matériau considéré.

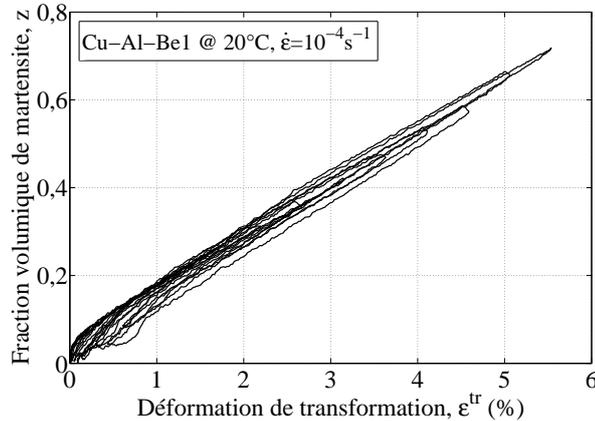


Figure 2.8 – Évolution de la fraction volumique de martensite en fonction de la déformation de transformation au cours d'un essai de traction cyclique.

2.1.3 Résultats expérimentaux

Dans cette partie, seront présentés tous les résultats des essais sur fils qui ont été réalisés. Tout d'abord des essais de traction cyclique à amplitude de chargement constante ont été effectués. Ils permettront d'identifier par la suite les paramètres du modèle. Un essai de traction qui permet de vérifier l'effet point mémoire a été réalisé afin de bien appréhender le phénomène. Puis nous présenterons les résultats des essais de traction cyclique à amplitude de chargement variable, qui permettront de valider le comportement du modèle. Enfin nous montrerons le résultat d'un flash thermique appliqué aux éprouvettes à la fin des essais de traction cyclique. Ce dernier essai nous permettra de déterminer l'origine de la déformation résiduelle observée à la fin des essais.

2.1.3.1 Essai de traction charge-décharge

Lors d'un essai de traction simple charge-décharge (figure 2.9), on observe bien la charge élastique à partir du point O suivi, lorsqu'une contrainte limite est atteinte au point A, d'une transformation entraînant un mécanisme de déformation supplémentaire. Lors de la décharge à partir du point B, la décharge élastique n'existe pas ou est très faible et la transformation inverse se produit quasiment immédiatement. La pente observée à la fin de la décharge au point C est légèrement plus faible que la pente élastique observée entre les points O et A. On peut donc penser que la transformation inverse n'est alors pas encore terminée. Ce qui expliquerait la présence de la déformation résiduelle.

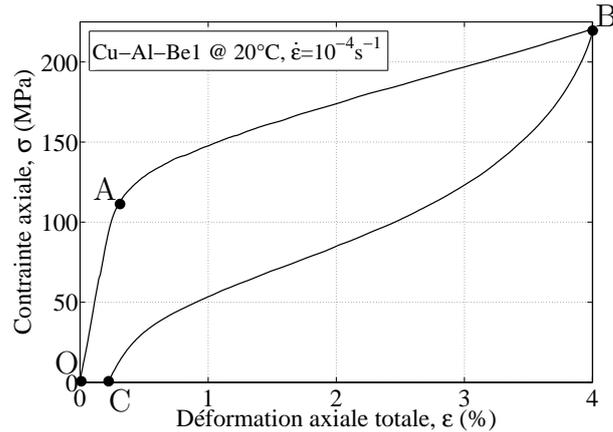


Figure 2.9 – Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction simple.

2.1.3.2 Essai de traction cyclique à amplitude de déformation constante

Afin de déterminer l'influence du cyclage sur le comportement de l'alliage, des essais de traction cyclique ont été réalisés (figure 2.10). Différentes amplitudes de déformation ont été utilisées afin de vérifier aussi l'influence de l'amplitude du chargement sur l'évolution de la déformation résiduelle. Pour ne pas influencer les résultats, chaque essai a été réalisé sur un fil vierge de tout chargement. Les essais n'ont pas été réalisés jusqu'à la rupture mais ont été interrompus au bout d'un certain nombre de cycles prédéterminé.

La déformation résiduelle observée à la fin du premier cycle augmente à chaque cycle et tend vers une valeur de saturation. Mais on peut constater que la vitesse d'évolution et la valeur de saturation de la déformation résiduelle dépendent de l'amplitude de déformation imposée (figure 2.11a). Plus l'amplitude de déformation du chargement est importante plus la déformation résiduelle évolue rapidement avec le nombre de cycles avant d'atteindre une valeur à saturation dépendant de l'amplitude.

Une première hypothèse consiste à supposer que la déformation résiduelle, ε^r , évolue en fonction de la « quantité de transformation » produite durant les essais de traction cyclique. On définit alors la transformation cumulée, tr , comme étant la totalité de la déformation de transformation qui apparaît ou disparaît au cours d'un essai, divisée par la déformation de transformation maximale, γ :

$$tr = \int \left| \frac{d\varepsilon^{tr}}{\gamma} \right| \quad (2.6)$$

La figure 2.11b montre l'évolution de la déformation résiduelle, ε^r , en fonction de la transformation cumulée, tr . Cette courbe montre que la transformation cumulée, tr , n'est pas le seul paramètre qui influence l'évolution de la déformation résiduelle. Une observation classique dans le domaine de la plasticité cyclique (Chaboche (1991)) est que l'amplitude du chargement semble être également un aspect important.

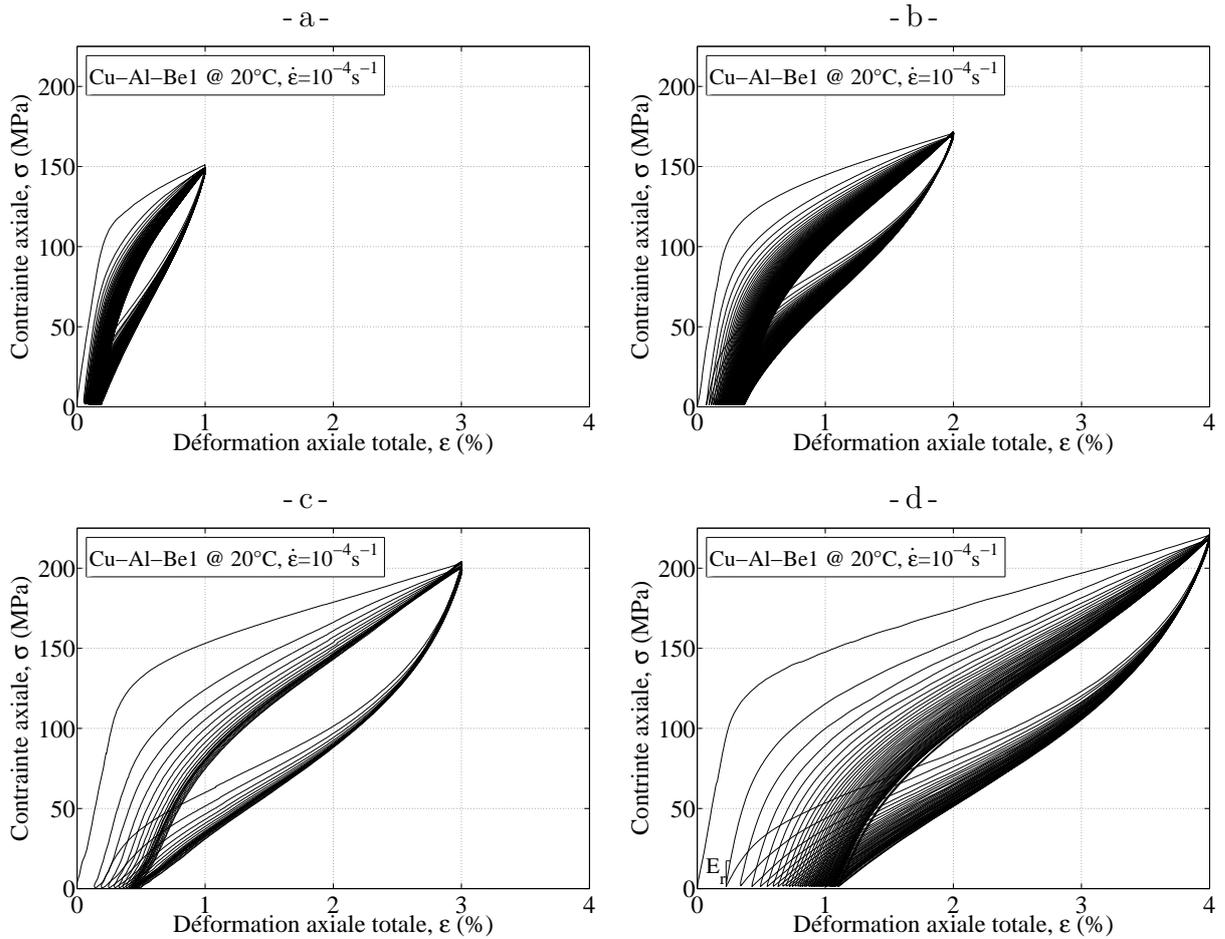


Figure 2.10 – Courbes de contrainte-déformation d’essais de traction cyclique pour des amplitudes constantes : a) 100 cycles à 1%, b) 120 cycles à 2%, c) 20 cycles à 3%, et d) 50 cycles à 4% de déformation.

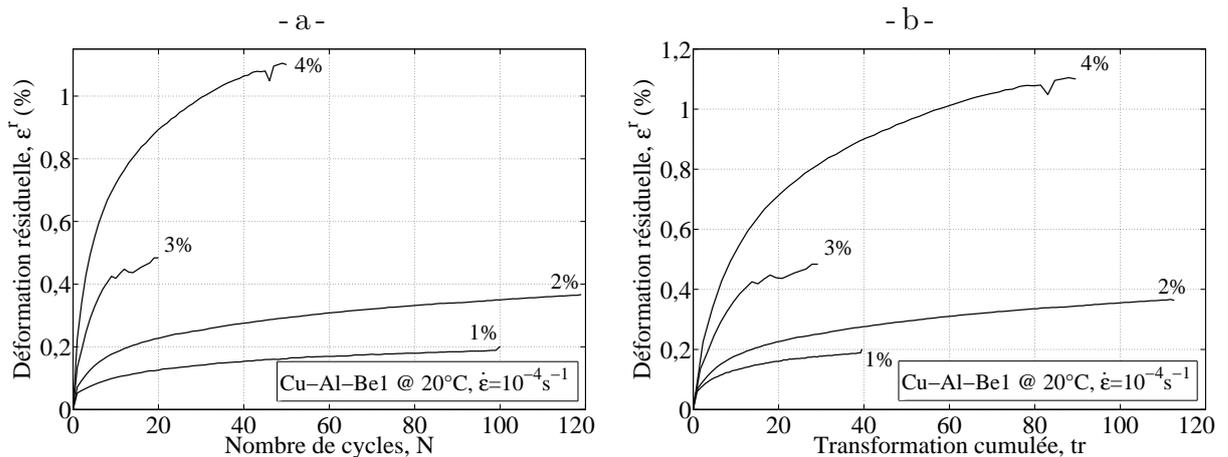


Figure 2.11 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction : a) du nombre de cycles, et b) de la transformation cumulée lors des essais de traction cyclique à amplitude constante.

La figure 2.12 montre l'évolution de la pente à la recharge, E_r (voir figure 2.10d), qui décroît fortement lors des premiers cycles, puis tend progressivement vers une valeur de saturation. On remarque une chute de cette pente au niveau du 70^e cycle pour l'essai de cyclage à 2% d'amplitude de déformation. Pourtant rien ne paraît sur la courbe contrainte-déformation de l'essai (figure 2.10b).

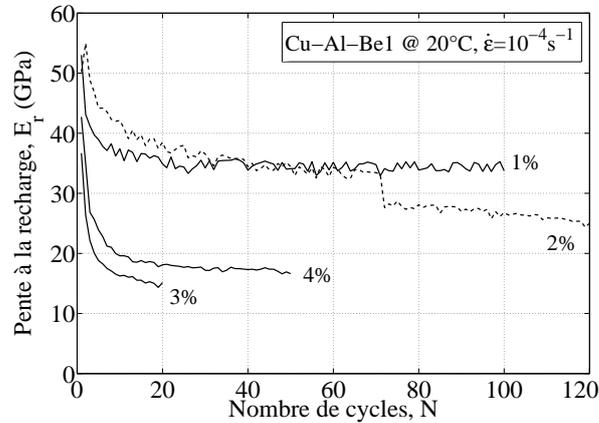


Figure 2.12 – Évolution de la pente à la recharge, E_r , en fonction du nombre de cycles lors des essais de traction cyclique à amplitude constante.

La figure 2.13 montre l'évolution de la contrainte seuil de transformation, σ_0^t , qui, de même que la pente à la recharge, décroît fortement lors des premiers cycles, puis tend progressivement vers une valeur de saturation.

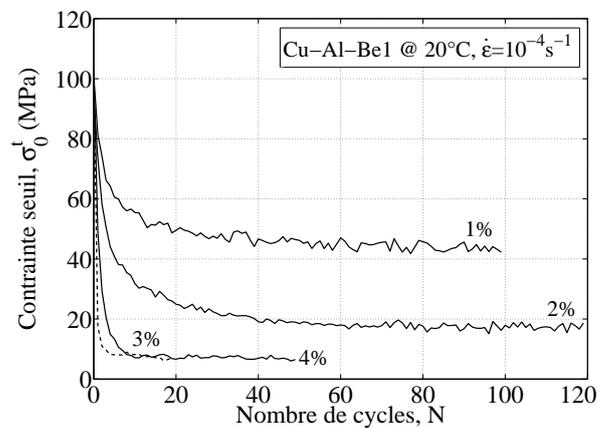


Figure 2.13 – Évolution de la contrainte seuil de transformation, σ_0^t , en fonction du nombre de cycles lors des essais de traction cyclique à amplitude constante.

Ces résultats sont eux aussi cohérents avec l'hypothèse d'une déformation résiduelle provenant d'une transformation incomplète à la fin de la décharge. La fraction volumique de martensite résiduelle étant de plus en plus importante la déformation résiduelle augmente et la pente à la recharge diminue à chaque cycle.

2.1.3.3 Effet point mémoire

L'effet point mémoire est une propriété particulière du comportement des Alliages à Mémoire de Forme. Cet effet a été montré pour la première fois par Ortin (1992). Il est très similaire à la notion de « mémoire discrète » introduite par Guélin (1980). Cette propriété implique que lorsque l'on forme des boucles de chargement, alors celles-ci se refermeront sur le point où elles ont été ouvertes. Pour vérifier cet effet, nous appliquons au matériau un trajet de chargement permettant de réaliser des boucles (figure 2.14). Il consiste à :

- charger l'éprouvette jusqu'à 4% de déformation (point A),
- décharger jusqu'à 2% (point B),
- recharger jusqu'à 3% (point C),
- décharger jusqu'à 1% (point D),
- recharger jusqu'à 4% (point E),
- et finalement à décharger à contrainte nulle (point F).

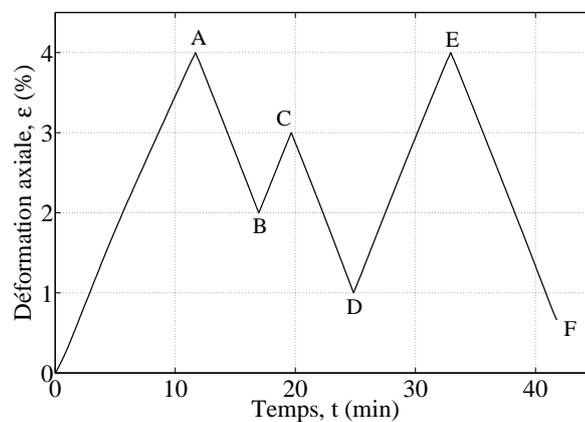


Figure 2.14 – Trajet de chargement en déformation permettant d'illustrer l'effet point mémoire.

La réponse du matériau (figure 2.15) montre que :

- durant le trajet (OA) il n'y a aucun point mémoire car le matériau est initialement vierge,
- après la première inversion du sens de chargement, le point A devient un « point mémoire haut »,
- à la recharge suivante, le point B devient un « point mémoire bas »,
- ensuite, c'est au tour du point C de devenir un « point mémoire haut »,
- lors de la décharge qui suit, on observe que le trajet (CD) passe par le point mémoire bas B,
- lors de la recharge suivante, les points mémoire B et C sont oubliés car la boucle (BCB) a été fermée et le trajet (DE) ne passe pas par ces points mémoire, mais rejoint le point mémoire haut A.
- enfin, lors de la décharge finale, le point mémoire D est oublié car la boucle (ADE) est fermée et le trajet ne passe donc pas par ce point.

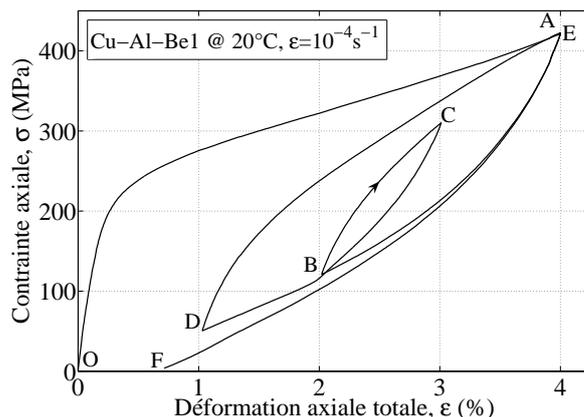


Figure 2.15 – Courbe de contrainte-déformation de l'essai illustrant l'effet point mémoire.

2.1.3.4 Essai traction cyclique « complexe »

Les essais précédents nous permettront de proposer un modèle de comportement cyclique prenant en compte l'effet de l'amplitude du chargement. Afin de vérifier que ce modèle fonctionne aussi pour des chargements avec une amplitude variable au cours de l'essai, nous avons réalisé des essais de traction cyclique « complexe ».

Le premier est un essai de traction uniaxiale cyclique à amplitude croissante. Il consiste à augmenter l'amplitude de déformation maximale de 0,5 % à chaque cycle (figure 2.16).

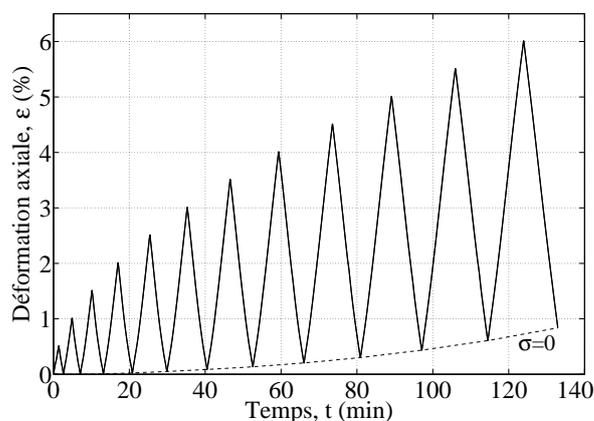


Figure 2.16 – Trajet de chargement de l'essai de traction cyclique à amplitude de déformation croissante.

La figure 2.17 montre la courbe contrainte-déformation correspondante. On peut observer, lors de cet essai, que l'effet point mémoire est respecté : à chaque cycle, lors de la recharge, la courbe passe par le point maximal de la boucle en cours ; par contre, elle ne passe pas par ceux des cycles précédents car les boucles ont déjà été fermées.

La figure 2.18a montre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction du nombre de cycles et la figure 2.18b son évolution en fonction de la transformation cumulée, tr . Contrairement aux essais de traction cyclique précédents, la déformation résiduelle ne sature pas pour cet essai. Ce n'est cependant pas contradictoire avec les résultats des

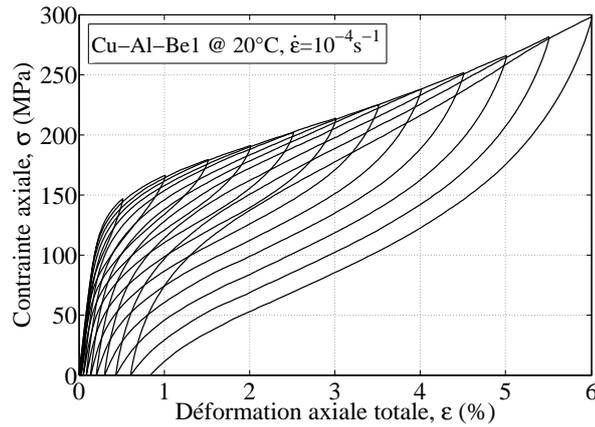


Figure 2.17 – Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction cyclique à amplitude croissante.

essais de traction cyclique à différentes amplitudes : la déformation résiduelle augmente de plus en plus car l'amplitude augmente de plus en plus.

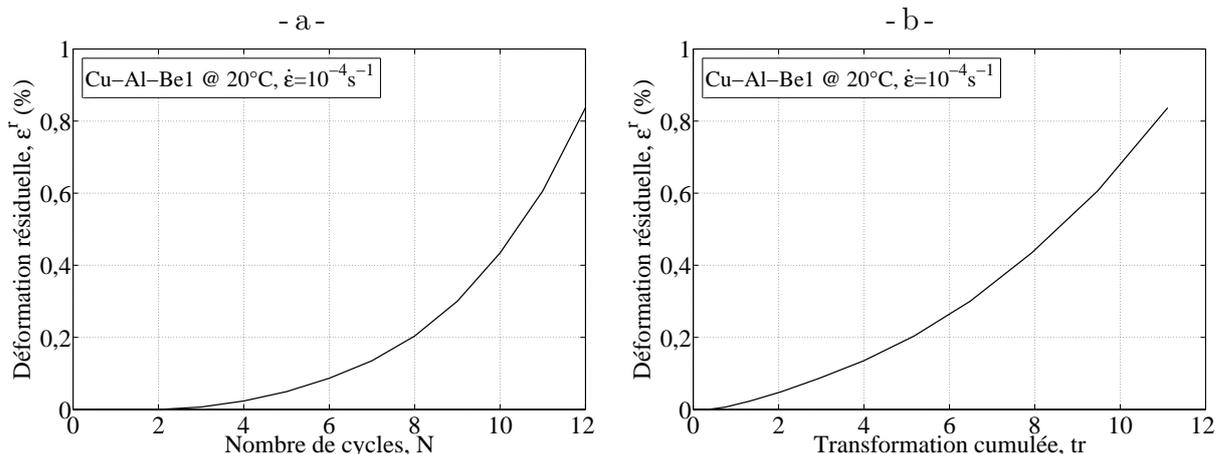


Figure 2.18 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction : a) du nombre de cycles, et b) de la transformation cumulée lors de l'essai de traction cyclique à amplitude croissante.

Nous avons ensuite réalisé un essai de traction uniaxiale cyclique à amplitudes alternées. Il consiste à réaliser le chargement suivant (figure 2.19) :

- un cycle à 4 % de déformation,
- 50 cycles à 2 % de déformation,
- à nouveau un cycle à 4 % de déformation,
- suivi aussi de 50 cycles à 2 % de déformation.

Cet essai permet de mettre en évidence deux aspects. Il montre l'influence d'une augmentation de l'amplitude du chargement après plusieurs cycles à amplitude de déformation constante, ainsi que celle d'une baisse d'amplitude après un cycle à grande amplitude. Pour cet essai aussi, la courbe contrainte-déformation (figure 2.20) montre que l'effet point mémoire est vérifié.

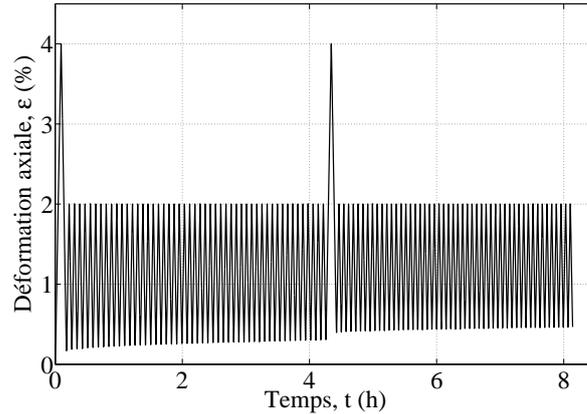


Figure 2.19 – Trajet de chargement de l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées.

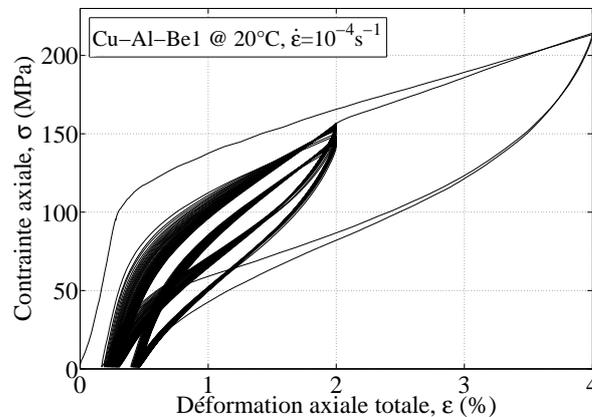


Figure 2.20 – Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction cyclique à amplitudes alternées.

Les figures 2.21a et 2.21b montrent l'évolution de la déformation résiduelle en fonction respectivement du nombre de cycles et de la transformation cumulée, tr , comparées à celles des essais de traction cyclique à 2 % et 4 % d'amplitudes de déformation. On observe que la déformation résiduelle augmente fortement lors des cycles à 4 % et plus faiblement lors des cycles à 2 % comme lors des essais de traction cyclique à amplitude de déformation constante.

On peut aussi remarquer que pour les premiers cycles à 2 % d'amplitude de déformation, l'évolution est plus lente que lors de l'essai de traction cyclique à 2 % d'amplitude de déformation et que les deux courbes tendent à se rejoindre. De même, lors du second cycle à 4 % d'amplitude de déformation, l'évolution de la déformation résiduelle est beaucoup plus importante comparée à celle de l'essai de traction cyclique à 4 % d'amplitude de déformation pour une valeur de transformation cumulée correspondante.

Ces résultats confirment que la transformation cumulée, tr , ne suffit pas à décrire l'évolution de la déformation résiduelle, mais qu'il faut aussi prendre en compte directement l'amplitude du chargement.

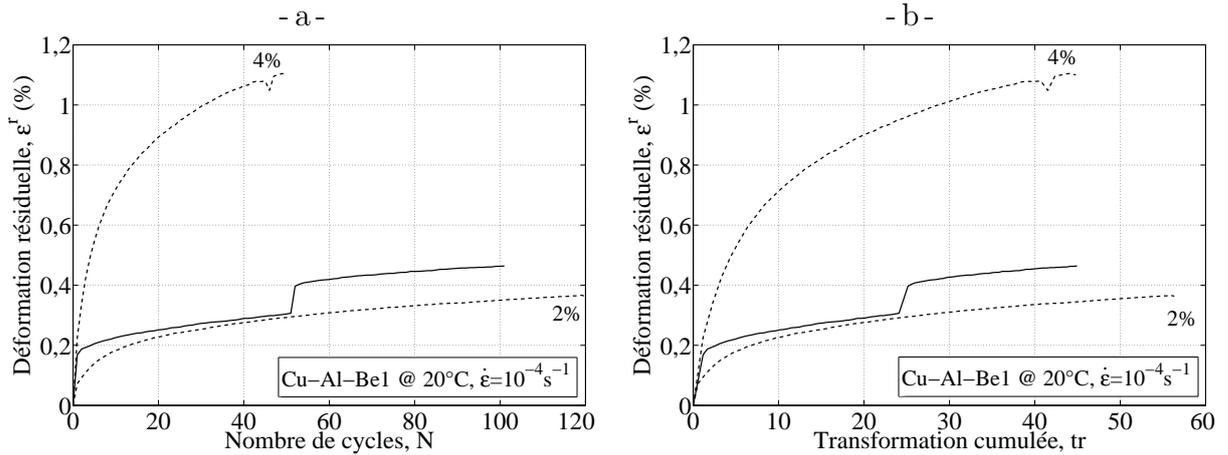


Figure 2.21 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction : a) du nombre de cycles, et b) de la transformation cumulée lors de l’essai de traction cyclique à amplitudes alternées.

2.1.3.5 Détermination de l’origine de la déformation résiduelle

Le développement de la déformation résiduelle peut avoir deux origines selon l’amplitude de déformation du chargement et la constitution de l’alliage considéré. Certains auteurs l’expliquent par de la plasticité due à un glissement de dislocations dans le matériau (Gall et Maier (2002) et Brinson *et al.* (2004)). L’autre possibilité est l’apparition de martensite résiduelle. Cette martensite résiduelle peut provenir d’une transformation inverse incomplète, ou bien de martensite bloquée par des contraintes internes (Moreau (1998); Otsuka et Wayman (1999); Kato *et al.* (1999); Montecinos *et al.* (2008); Malard (2008) et Kang *et al.* (2009)). Il est aussi possible que les deux mécanismes d’apparition de la déformation résiduelle se produisent au cours d’un chargement.

Il est important de savoir quelle est l’origine de l’apparition de la déformation résiduelle, car elle conditionnera la manière dont celle-ci sera introduite dans le modèle afin de simuler au mieux le comportement cyclique.

Un essai simple permet de différencier les deux et de confirmer l’origine de la déformation résiduelle (Moreau (1998)). Il s’agit d’appliquer un flash thermique consistant à chauffer l’éprouvette à 200°C pendant quelques secondes et à observer l’évolution de la déformation résiduelle. Si la déformation résiduelle décroît de manière significative on peut conclure que l’origine physique est majoritairement de la martensite résiduelle. En effet, la brièveté et le faible niveau de température ne permettent pas la restauration de la déformation plastique, mais force la martensite résiduelle à se transformer en austénite.

Nous avons donc appliqué un flash thermique après chaque essai de cyclage tout en mesurant la température à l’aide d’un thermo-couple placé sur l’éprouvette. La figure 2.22 montre l’évolution de la déformation résiduelle (en noir) et de la température (en gris), au cours de l’essai de traction cyclique à 4% d’amplitude de déformation.

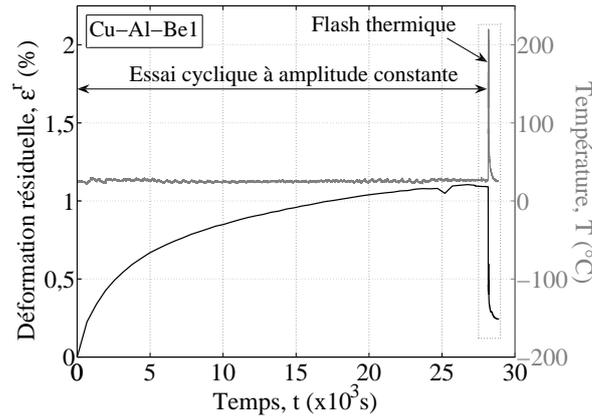


Figure 2.22 – Évolution de la déformation résiduelle et de la température lors de l'essai de traction cyclique à amplitude constante suivi d'un flash thermique.

La figure 2.23 est un zoom de la figure précédente sur le flash thermique. On observe que lors du flash, le niveau de déformation résiduelle diminue rapidement. Une fois l'éprouvette refroidie, 77 % de la déformation résiduelle a disparu. On peut donc en conclure que la majorité de celle-ci provient de la martensite résiduelle qui disparaît lors du flash thermique.

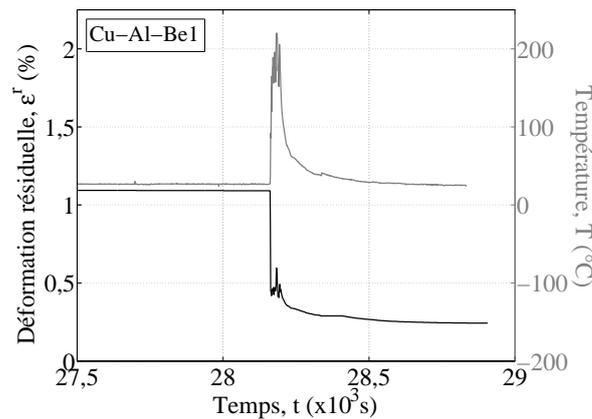


Figure 2.23 – Évolution de la déformation résiduelle et de la température lors du flash thermique.

Ces résultats obtenus grâce aux flashes thermiques sont importants car ils ont permis de déterminer l'origine principale de la déformation résiduelle pour l'Alliage à Mémoire de Forme que nous avons utilisé. Ils vont donc conditionner les hypothèses ainsi que le cadre retenu lors du développement du modèle.

Les résultats des essais réalisés permettent de déterminer plusieurs aspects du comportement des Alliages à Mémoire de Forme :

- Les mesures de résistivité effectuées au cours des essais ont montré que la relation linéaire entre la fraction volumique de martensite, z , et la déformation de transformation, ε^{tr} , est bien vérifiée.
- Les essais de traction cyclique réalisés mettent en évidence l'influence du cyclage sur le comportement des Alliages à Mémoire de Forme. Ils ont permis de montrer que l'évolution de la déformation résiduelle dépend de l'amplitude du chargement. Mais les résultats obtenus grâce aux essais cycliques « complexes » montrent qu'elle dépend aussi de la déformation résiduelle déjà créée.
- La baisse de la contrainte seuil de transformation a aussi été montrée lors des essais de traction cyclique.
- Différents essais mettent aussi en évidence l'effet point mémoire : les boucles de chargement se referment toujours sur le point où elles ont été ouvertes.
- Enfin l'origine de la déformation résiduelle est analysée grâce à deux observations : la pente à la recharge qui diminue lors des essais de traction cyclique indique une transformation incomplète et la disparition d'une grande partie de la déformation résiduelle lors d'un flash thermique appliqué après un essai de cyclage confirme cette hypothèse.

Cependant comme nous l'avons montré dans la partie 1.2, il n'existe pas de modèle permettant de simuler le comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme et qui tienne compte de toutes ces observations.

2.2 Modélisation du comportement super-élastique cyclique

Dans cette partie, nous allons détailler le développement et les équations constitutives du modèle macroscopique 3D qui permettront de reproduire les observations expérimentales présentées précédemment. Tout d'abord nous allons présenter le modèle développé par Bouvet *et al.* (2004) que nous avons repris, puis les modifications que nous avons apportées dans le but de prendre en compte le comportement super-élastique cyclique des Alliages à Mémoire de Forme.

2.2.1 Modèle de base

Le modèle développé par Bouvet *et al.* (2002, 2004) est un modèle macroscopique phénoménologique. Il permet de décrire le comportement d'un Alliage à Mémoire de Forme sous chargement multiaxial non-proportionnel. Le modèle se base sur trois hypothèses, ainsi que sur l'utilisation de deux critères de transformation. Les hypothèses que nous présenterons par la suite sont l'hypothèse des petites déformations, la loi de transformation qui suit la règle de normalité, ainsi que la relation linéaire entre la fraction volumique de martensite, z , et la déformation de transformation équivalente, ε_{eq}^{tr} , vérifiée lors des essais (figure 2.8).

2.2.1.1 Partition de la déformation

La première hypothèse sur laquelle est fondé le modèle, est l'hypothèse des petites perturbations. Elle permet l'adoption de la partition du tenseur de déformation, ε , en déformation élastique, ε^e , et en déformation de transformation, ε^{tr} :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{tr} = \mathbb{C}^{-1}\varpi + \varepsilon^{tr} \quad (2.7)$$

Avec ϖ le tenseur des contraintes. Pour ne pas compliquer le modèle, les comportements élastiques des deux phases (austénite et martensite) sont supposés identiques et sont représentés par le tenseur d'élasticité de Hooke du quatrième ordre, \mathbb{C} .

Il n'y a donc pas de déformation plastique introduite dans le modèle et nous verrons par la suite qu'il sera inutile d'en rajouter pour introduire la déformation résiduelle.

2.2.1.2 Critères de transformation directe et inverse

Afin de piloter les transformations directe et inverse, deux critères de transformation sont utilisés. Le premier pilote la transformation directe :

$$f_1 = \bar{\sigma} - \frac{R(z) + \sigma_0^t}{g(y_\sigma)} \leq 0 \quad (z < 1) \quad (2.8)$$

Où $R(z)$ caractérise la taille du critère de transformation, z est la fraction volumique de martensite, σ_0^t est la limite de transformation directe, $\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}}\mathfrak{s}$: \mathfrak{s} est la contrainte

équivalente de von Mises avec $\mathfrak{s} = \mathfrak{\sigma} - \frac{\text{tr}(\mathfrak{\sigma})}{3} \mathbb{1}_d$ la contrainte déviatorique, $y_\sigma = \frac{27 \det(\mathfrak{s})}{2 \sqrt{2\sigma^3}}$ est le troisième invariant du tenseur des contraintes et g est la fonction qui permet de définir la forme du critère de transformation afin de prendre en compte la dissymétrie de traction-compression observée dans le comportement des Alliages à Mémoire de Forme (Vacher et Lexcellent (1991); Patoor *et al.* (1995); Gall *et al.* (1997); Liu *et al.* (1998) et Orgéas et Favier (1998)).

La figure 2.24 montre les résultats d'un essai de traction et d'un essai de compression réalisés par Orgéas et Favier (1998). On observe que la contrainte limite de transformation en traction, σ_0^t , est plus faible que la contrainte limite de transformation en compression, σ_0^c .

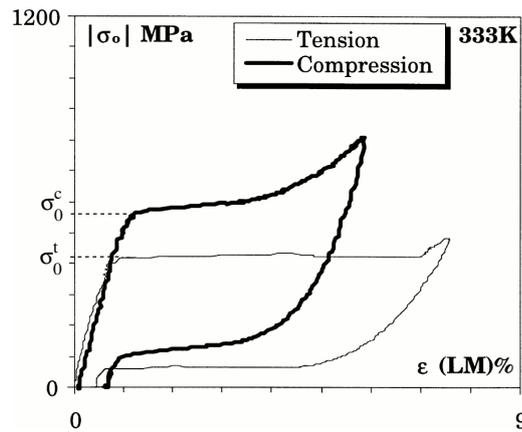


Figure 2.24 – Comparaison entre les courbes contrainte-déformation d'essais de traction et de compression réalisés sur un Ni-Ti par Orgéas et Favier (1998).

Cette dissymétrie entre traction et compression est prise en compte grâce à la fonction g qui permet de décrire la forme du critère de transformation. La fonction utilisée est la suivante :

$$g(y) = \cos\left(\frac{\cos^{-1}(1 - a(1 - y))}{3}\right) \quad (2.9)$$

Avec a un facteur permettant de régler la dissymétrie. Elle permet d'obtenir un critère de transformation convexe pour des valeurs de a allant de 0 à 1 (Bigoni et Piccolroaz (2004)). Lorsque a vaut 0, $g(y)$ vaut 1 pour tout y et le critère est donc identique à celui de von Mises. Lorsque a vaut 1, $g(y)$ varie entre $\frac{\sqrt{3}}{2}$ et 1, ce qui donne le maximum de dissymétrie de traction-compression tout en gardant un critère de transformation convexe. La figure 2.25 représente la projection sur le plan des déviateurs, des critères de transformation dans ces deux cas, avec s_I , s_{II} et s_{III} qui représentent les déviateurs des contraintes principales σ_I , σ_{II} et σ_{III} .

La valeur de a peut être déterminée à partir des limites de transformation directe en traction, σ_0^t , et en compression, σ_0^c :

$$a = \frac{1}{2} \left(1 - \cos\left(3 \cos^{-1}\left(\frac{\sigma_0^t}{\sigma_0^c}\right)\right)\right) \quad (2.10)$$

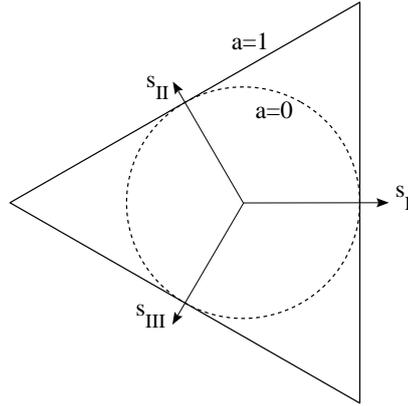


Figure 2.25 – Formes des critères de transformation avec un minimum ($a = 0$, von Mises) et un maximum ($a = 1$) de dissymétrie traction-compression.

La contrainte équivalente, σ_{eq} , s'exprime alors en fonction de la contrainte équivalente de von Mises, $\bar{\sigma}$, et de la fonction g définie dans l'équation 2.9 (Raniecki et Lexcelent (1998)) :

$$\sigma_{eq} = \bar{\sigma}g(y_\sigma) \quad (2.11)$$

Le second critère de transformation, pilotant la transformation inverse, est un plan normal à la direction de la déformation de transformation :

$$f_2 = -\varpi : \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^{tr}}{\varepsilon^{tr}} + \frac{R(z) + \sigma_0^t - \delta(z)}{g(\cos(3\alpha))} \cos(\theta - \alpha) \leq 0 \quad (z > 0) \quad (2.12)$$

Avec $\overline{\varepsilon^{tr}} = \sqrt{\frac{2}{3} \boldsymbol{\varepsilon}^{tr} : \boldsymbol{\varepsilon}^{tr}}$ la déformation de transformation équivalente de von Mises, $\delta(z)$ la taille caractéristique du domaine élastique du matériau biphasé représentée en gris sur la figure 2.26.

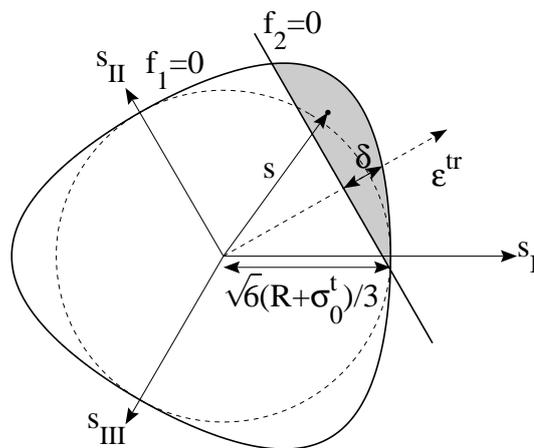


Figure 2.26 – Formes des critères de transformation du modèle de Bouvet *et al.* (2004).

Les angles θ et α sont définis sur la figure 2.27. θ est l'angle dans le plan du déviateur, entre une direction principale et la déformation de transformation et peut s'écrire sous la forme :

$$\theta = \frac{\arccos(y_\varepsilon)}{3} \quad (2.13)$$

Où $y_\varepsilon = 4 \frac{\det(\varepsilon^{tr})}{\varepsilon^{tr3}}$ est le troisième invariant du tenseur de déformation de transformation. L'angle α est l'angle dans le plan du déviateur, entre une direction principale et le point où la déformation de transformation, ε^{tr} , est normale au critère de transformation directe, $f_1 = 0$.

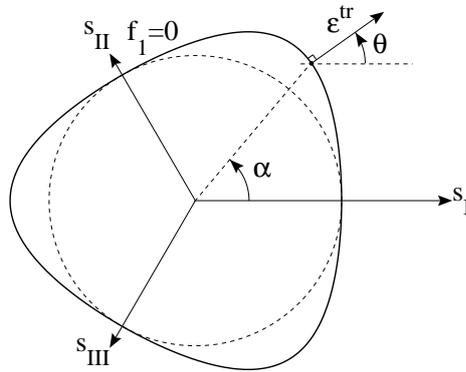


Figure 2.27 – Définition des angles θ et α en fonction de la déformation de transformation.

2.2.1.3 Évolution de la déformation de transformation

Pour la loi de transformation, l'hypothèse retenue est la règle de normalité. Lors de la transformation directe, la vitesse de déformation de transformation, $\dot{\varepsilon}^{tr}$, est donc définie parallèle au tenseur \mathbb{K}_σ (équation 2.16), qui est la normale au critère de transformation directe, $f_1 = 0$ (figure 2.28a). Cette hypothèse a été validée expérimentalement sous chargement de traction-compression biaxiale par Bouvet *et al.* (2002) et sous chargement de traction-torsion par Taillard (2006).

Lors de la transformation inverse, afin de toujours vérifier la relation entre la fraction volumique de martensite, z , et la déformation de transformation, ε^{tr} , il est nécessaire de respecter la condition suivante même lors de chargements complexes : la déformation de transformation doit revenir à zéro en même temps que la fraction volumique de martensite à la fin de la transformation inverse. Afin de réaliser cette contrainte simplement, il suffit de définir la direction de la vitesse de déformation de transformation, $\dot{\varepsilon}^{tr}$, colinéaire à la déformation de transformation, ε^{tr} (figure 2.28b).

Cette relation justifie alors la forme d'un plan normal à la direction de la déformation de transformation adoptée pour le critère de transformation inverse afin que l'hypothèse de la règle de normalité soit respectée.

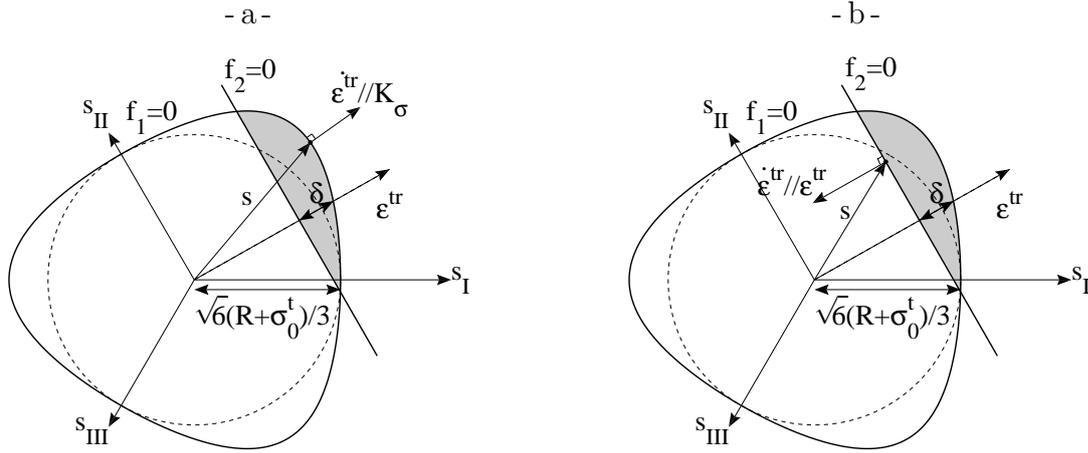


Figure 2.28 – Évolution de la déformation de transformation, ε^{tr} , dans le plan du déviateur lors : a) de la transformation directe, et b) de la transformation inverse.

La vitesse de déformation de transformation vaut alors :

$$\dot{\varepsilon}^{tr} = \begin{cases} \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial \mathbb{W}} = \lambda_1 \mathbb{K}_\sigma & \text{en transformation directe } (\dot{z} > 0) \\ -\lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial \mathbb{W}} = -\lambda_2 \frac{\dot{\varepsilon}^{tr}}{\varepsilon^{tr}} & \text{en transformation inverse } (\dot{z} < 0) \end{cases} \quad (2.14)$$

Avec $\dot{\lambda}_1$ et $\dot{\lambda}_2$ les multiplicateurs de transformation donnés par les conditions de cohérence :

$$\left\{ \begin{array}{ll} f_1 < 0 \text{ et } f_2 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_1 = \dot{\lambda}_2 = 0 \quad (\text{élasticité}) \\ f_1 = 0, \dot{f}_1 < 0 \text{ et } f_2 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_1 = 0 \quad (\text{décharge élastique}) \\ f_2 = 0, \dot{f}_2 < 0 \text{ et } f_1 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_2 = 0 \quad (\text{recharge élastique}) \\ f_1 = 0, \dot{f}_1 = 0 \text{ et } f_2 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_1 = \frac{\gamma \dot{z}}{\mathbb{K}_\varepsilon : \mathbb{K}_\sigma} \geq 0 \quad (\text{transformation directe}) \\ f_2 = 0, \dot{f}_2 = 0 \text{ et } f_1 < 0 & \Rightarrow \dot{\lambda}_2 = -\gamma \dot{z} \frac{g(-1)}{g(-y_\varepsilon)} \geq 0 \quad (\text{transformation inverse}) \\ \left\{ \begin{array}{l} f_1 = 0 \\ \dot{f}_1 = 0 \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} f_2 = 0 \\ \dot{f}_2 = 0 \end{array} \right. & \Rightarrow \dot{\lambda}_1 \mathbb{K}_\varepsilon : \mathbb{K}_\sigma - \dot{\lambda}_2 \frac{g(-y_\varepsilon)}{g(-1)} = \gamma \dot{z} \quad (\text{réorientation}) \end{array} \right. \quad (2.15)$$

Avec le tenseur normal au critère de transformation directe, \mathbb{K}_σ , qui vaut :

$$\mathbb{K}_\sigma = \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \mathbb{W}} = \frac{3}{2} g(y_\sigma) \mathbb{N}_\sigma + \frac{9}{2} g'(y_\sigma) \left(3 \mathbb{N}_\sigma^2 - y_\sigma \mathbb{N}_\sigma - \frac{2}{3} \mathbb{I}_d \right) \quad (2.16)$$

Où $\mathbb{N}_\sigma = \frac{\mathbb{S}}{\sigma}$ et avec \mathbb{K}_ε le tenseur normal au critère de transformation dans le domaine des déformations défini par Bouvet *et al.* (2004), avec $\mathbb{N}_\varepsilon = \frac{\varepsilon^{tr}}{\varepsilon^{tr}}$:

$$\mathbb{K}_\varepsilon = \frac{\partial \varepsilon_{eq}^{tr}}{\partial \mathbb{W}^{tr}} = \frac{1}{g(-1)} \left(\frac{2}{3} g(-y_\varepsilon) \mathbb{N}_\varepsilon + 2g'(-y_\varepsilon) \left(-2\mathbb{N}_\varepsilon^2 + y_\varepsilon \mathbb{N}_\varepsilon + \mathbb{I}_d \right) \right) \quad (2.17)$$

Pour le matériau biphasé (en présence d'austénite et de martensite), lorsque l'état de contrainte se situe à l'intérieur des deux critères de transformation ($f_1 < 0$ et $f_2 < 0$, zone grisée sur la figure 2.26), la transformation ne se produit pas et le comportement est donc purement élastique. De même qu'au début d'une décharge élastique après la transformation directe ($f_1 = 0$, $\dot{f}_1 < 0$ et $f_2 < 0$) et au début d'une recharge élastique après la transformation inverse ($f_1 < 0$, $f_2 = 0$ et $\dot{f}_2 < 0$).

La transformation directe se produit lorsque les conditions $f_1 = 0$, $\dot{f}_1 = 0$ et $f_2 < 0$ sont vérifiées (figure 2.28a). Dans ce cas, \dot{z} est positif car la martensite se crée et λ_1 peut être déterminé en utilisant la condition de cohérence $\dot{f}_1 = 0$.

De la même manière, la transformation inverse se produit lorsque les conditions $f_1 < 0$, $f_2 = 0$ et $\dot{f}_2 < 0$ sont vérifiées (figure 2.28b). Dans ce cas, \dot{z} est négatif car la martensite disparaît et λ_2 peut être déterminé en utilisant la condition de cohérence $\dot{f}_2 = 0$.

Enfin un cas particulier se produit lorsque les deux critères de transformation sont atteints en même temps ($f_1 = 0$ et $f_2 = 0$, figure 2.29). C'est le processus de réorientation de la martensite qui se produit et la fraction volumique de martensite, z , reste quasiment constante alors que la direction de la déformation de transformation, ε^{tr} , évolue. Ce cas particulier ne se rencontre que lors de chargements multiaxiaux non-proportionnels.

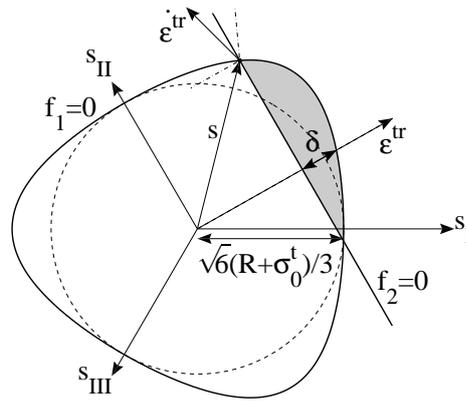


Figure 2.29 – Évolution de la déformation de transformation, ε^{tr} , dans le plan du déviateur lors de la réorientation.

2.2.1.4 Fraction volumique de martensite

La troisième hypothèse utilisée est la relation linéaire entre la fraction volumique de martensite, z , et la déformation de transformation équivalente, ε_{eq}^{tr} :

$$z = \frac{\varepsilon_{eq}^{tr}}{\gamma} \quad (2.18)$$

Avec γ un paramètre dépendant du matériau et correspondant à la déformation de transformation maximale en traction et ε_{eq}^{tr} la déformation de transformation équivalente définie à partir de l'égalité entre la puissance de transformation et la puissance de transformation équivalente (Bouvet *et al.* (2004)) :

$$\sigma : \dot{\varepsilon}^{tr} = \sigma_{eq} \dot{\varepsilon}_{eq}^{tr} \quad (2.19)$$

$$\varepsilon_{eq}^{tr} = \sqrt{\frac{\varepsilon^{tr} : \varepsilon^{tr}}{\mathbb{K}_\sigma : \mathbb{K}_\sigma}} = \frac{\overline{\varepsilon^{tr}}}{\sqrt{g^2(y_\sigma) + 9g'^2(y_\sigma)(1 - y_\sigma^2)}} \quad (2.20)$$

$$\varepsilon_{eq}^{tr} \approx \frac{\overline{\varepsilon^{tr}} g(-y_\varepsilon)}{g(-1)} \quad (2.21)$$

Où g est la fonction définie par l'équation 2.9. La relation entre la fraction volumique de martensite, z , et la déformation de transformation, ε^{tr} , a été proposée initialement par Vacher et LExcellent (1991) et a été validée récemment pour des chargements multiaxiaux par Taillard (2006); Taillard *et al.* (2008). Elle a été confirmée durant les essais (partie 2.1.2.3) grâce à des mesures de résistivité permettant de remonter à la fraction volumique de martensite (figure 2.8).

2.2.2 Évolution des critères de transformation et effet point mémoire

La taille et la position des critères de transformation sont définies respectivement par les variables $R(z)$ et $\delta(z)$. Pour que l'effet point mémoire soit respecté, il est nécessaire que leurs valeurs soient les mêmes lors de l'ouverture et de la fermeture d'une boucle de chargement. Pour respecter cette condition, on va mémoriser les valeurs de fraction volumique de martensite à chaque changement de sens de la transformation : z_{n+1}^{min} et z_{n+1}^{max} pour les points mémoire bas et haut de la n ème boucle ouverte. z_1^{min} et z_1^{max} sont respectivement les valeurs de fraction volumique minimale et maximale et valent donc respectivement 0 et 1. Pour prendre en compte l'effet point mémoire, on fait varier la valeur de $\delta(z)$ entre les valeurs qu'elle a prise au niveau des points mémoire précédents (figure 2.30).

$$\delta(z) = \begin{cases} \delta_{n-1}^{max} + \left(p \frac{z - z_{n-1}^{min}}{z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min}} - p \right) (\delta_{n-1}^{min} - \delta_{n-1}^{max}) & (\dot{z} > 0) \\ \delta_n^{max} + \left(p \frac{z - z_{n-1}^{min}}{z_n^{max} - z_{n-1}^{min}} - p \right) (\delta_{n-1}^{min} - \delta_n^{max}) & (\dot{z} < 0) \end{cases} \quad (2.22)$$

Avec $\delta_i^{min} = \delta(z_i^{min})$, $\delta_i^{max} = \delta(z_i^{max})$ et p un paramètre dépendant du matériau.

La figure 2.30 montre en grisé l'évolution de la taille caractéristique du domaine élastique du matériau biphasé, $\delta(z)$, en 1D lors des trois premières séquences du chargement utilisé pour montrer l'effet point mémoire dans la partie 2.1.3.3 (figure 2.14). δ_1^{min} et δ_1^{max} sont des paramètres dépendant du matériau qui représentent la taille du domaine élastique du matériau biphasé en tout début et en toute fin de la transformation. Lorsque le point A est atteint, la valeur de la fraction volumique de martensite, z , est mémorisée en tant que z_2^{max} et l'on peut alors calculer la valeur de $\delta(z)$ pour ce point mémoire haut à l'aide de l'équation 2.22, $\delta_2^{max} = \delta(z_2^{max})$. Durant la seconde séquence la valeur de $\delta(z)$ varie donc entre δ_2^{max} et δ_1^{min} jusqu'au point B. À ce moment la valeur de z est à nouveau mémorisée, cette fois en tant que z_2^{min} . On peut là aussi calculer la valeur de $\delta(z)$ pour ce point mémoire bas, $\delta_2^{min} = \delta(z_2^{min})$, qui dépendra de δ_2^{max} . Pendant la dernière séquence, la valeur de $\delta(z)$ varie alors entre δ_2^{min} et δ_2^{max} .

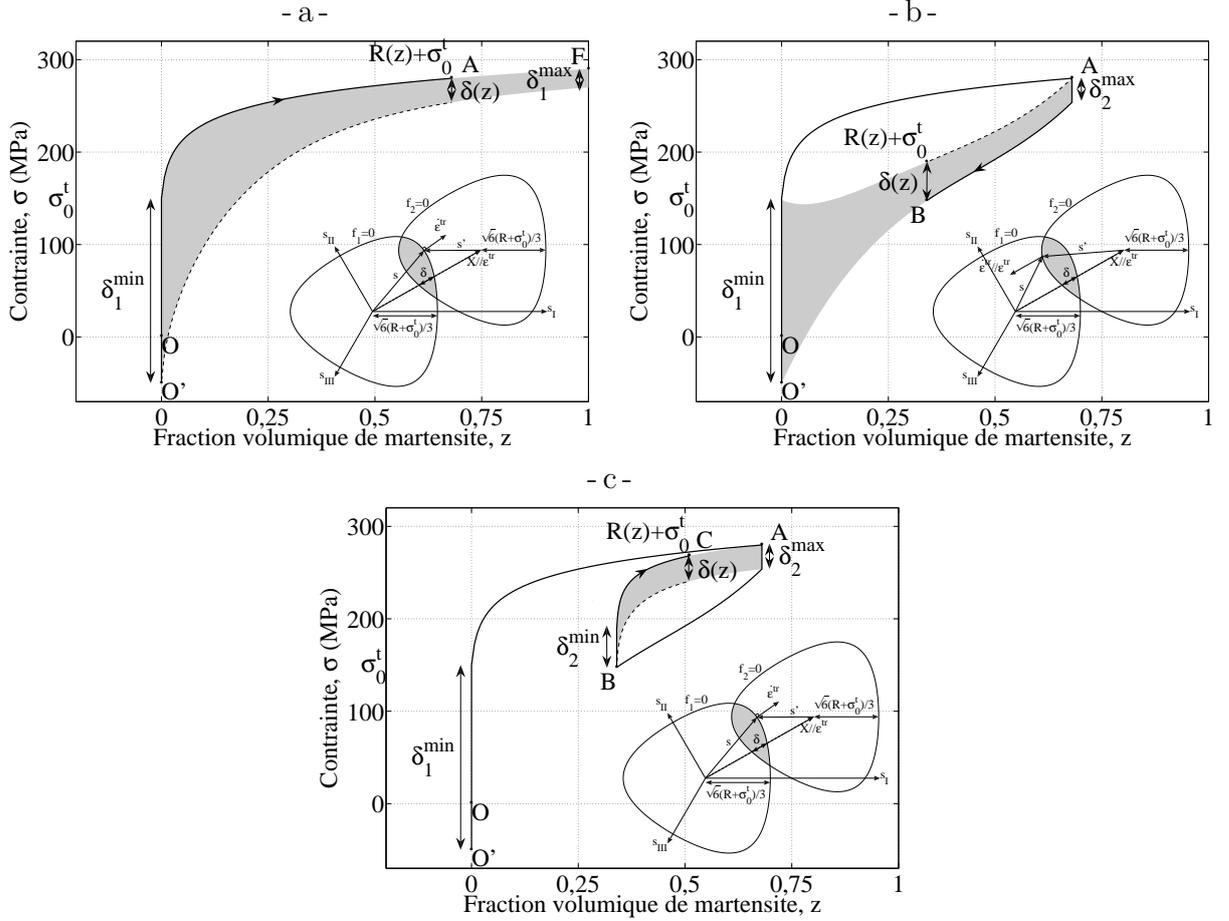


Figure 2.30 – Évolution de $\delta(z)$ lors : a) du premier chargement (OA), b) de la décharge (AB), et c) d'un second chargement (BC).

De la même manière, on fait évoluer la variable $R(z)$ entre les valeurs qu'elle a prise au niveau des points mémoire précédents. Son évolution dépend aussi de l'évolution de la variable $\delta(z)$ pour la transformation inverse (figure 2.31).

$$R(z) = \begin{cases} R_{n-1}^{min} + h_1 \left(\frac{z - z_{n-1}^{min}}{z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min}} \right) (R_{n-1}^{max} - R_{n-1}^{min}) & (\dot{z} > 0) \\ R_{n-1}^{min} - \delta_{n-1}^{min} + h_2 \left(\frac{z - z_{n-1}^{min}}{z_n^{max} - z_{n-1}^{min}} \right) \dots & (\dot{z} < 0) \\ \dots (R_n^{max} - \delta_n^{max} - R_{n-1}^{min} + \delta_{n-1}^{min}) + \delta(z) & \end{cases} \quad (2.23)$$

Avec $R_i^{min} = R(z_i^{min})$, $R_i^{max} = R(z_i^{max})$, ainsi que h_1 et h_2 des fonctions de forme qui peuvent être modifiées en fonction du matériau :

$$h_1(z) = \frac{(1 + n_1 z) (1 - e^{-n_2 z})}{(1 + n_1) (1 - e^{-n_2})} \quad (2.24)$$

$$h_2(z) = \frac{n_4 \ln \left(\frac{1+n_3 z}{1+n_3} \right) + 1 - \ln \left(\frac{1+n_5(1-z)}{1+n_5} \right)}{1 + n_4} \quad (2.25)$$

Avec n_1, n_2, n_3, n_4 et n_5 des paramètres dépendant du matériau.

La figure 2.31 montre l'évolution de la taille des critères de transformation, $R(z)$, lors du même chargement. R_1^{min} vaut zéro et R_1^{max} est un paramètre dépendant du matériau qui caractérise la taille maximale des critères de transformation. Lorsque le point A est atteint, la valeur de la fraction volumique de martensite, z , est mémorisée en tant que z_2^{max} . On peut alors calculer la valeur de $R(z)$ pour ce point mémoire haut à l'aide de l'équation 2.23, $R_2^{max} = R(z_2^{max})$. Durant la seconde séquence la valeur de $R(z)$ varie donc entre R_2^{max} et R_1^{min} . Pour que la forme du trajet en contrainte donnée par la fonction $h_2(z)$ soit respectée, l'évolution de $R(z)$ dépend de celle de $\delta(z)$ (figure 2.31b). Lorsque le point B est atteint, la valeur de z est à nouveau mémorisée, cette fois en tant que z_2^{min} . On peut là aussi calculer la valeur de $R(z)$ pour ce point mémoire bas, $R_2^{min} = R(z_2^{min})$, qui dépendra de R_2^{max} . Pendant la dernière séquence, la valeur de $R(z)$ varie alors entre R_2^{min} et R_2^{max} .

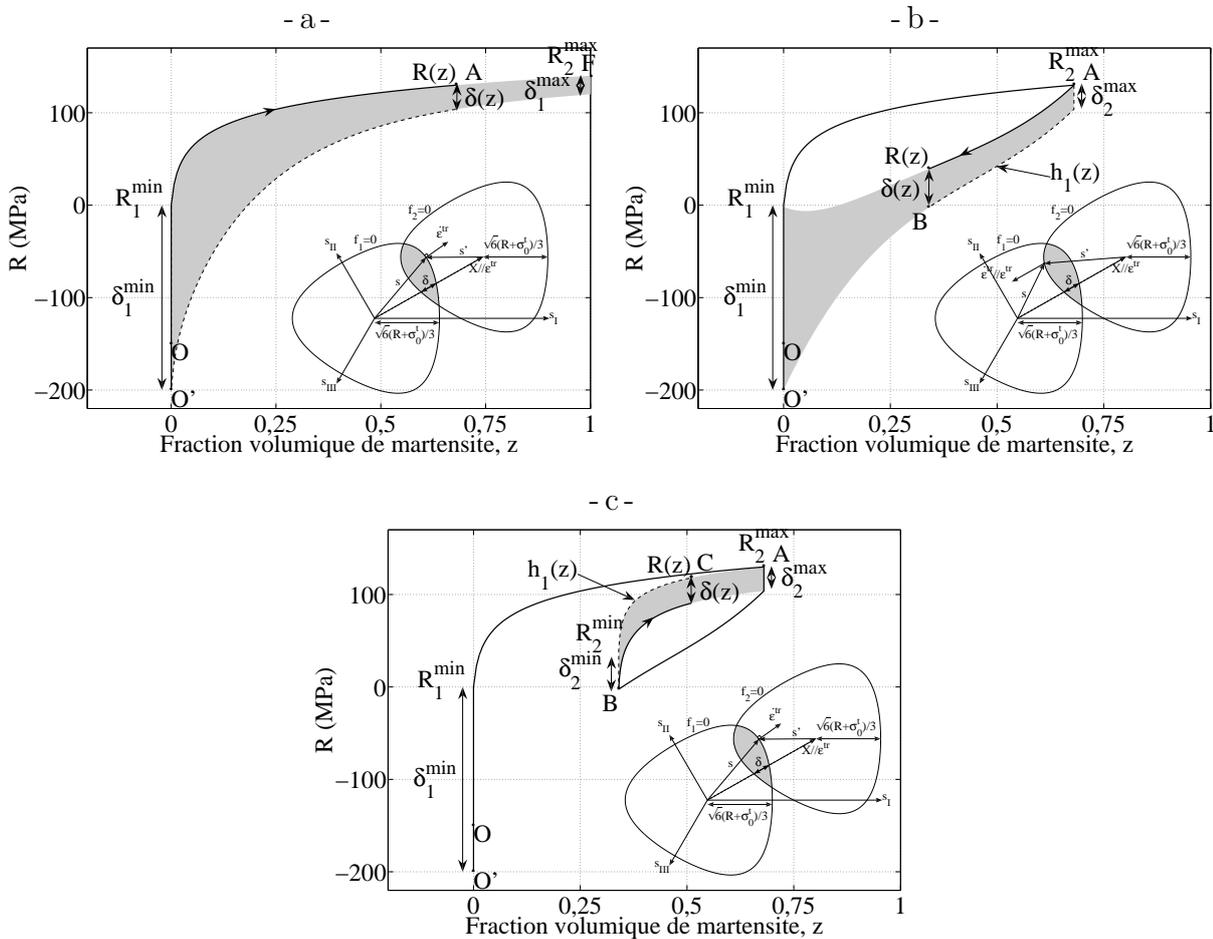


Figure 2.31 – Évolution de $R(z)$ lors : a) du premier chargement (OA), b) de la décharge (AB), et c) d'un second chargement (BC).

Le modèle décrit jusque là permet de simuler le comportement des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement super-élastique multiaxial non-proportionnel. La dissymétrie traction-compression est respectée, ainsi que l'effet point mémoire et la relation linéaire entre la fraction volumique de martensite et la déformation de transformation équivalente.

Mais le modèle est limité car il ne prend pas en compte la déformation résiduelle qui apparaît lors de chargements cycliques.

Par la suite, nous verrons les modifications apportées pour résoudre un problème rencontré dû à la forme des critères de transformation, lors de certains chargements multiaxiaux. Puis le comportement cyclique sera pris en compte grâce notamment à l'introduction de la transformation cumulée, tr .

2.2.3 Chargement multiaxial non-proportionnel

Avec la forme du critère de transformation inverse du modèle de base, il se peut, que lors de chargements complexes, il y ait une incohérence. En effet, lorsque la valeur de $\delta(z)$ est élevée, il est possible d'atteindre des zones du critère seuil de transformation directe situées entre ses tangentes avec la direction de la déformation de transformation, ϵ^{tr} , et l'intersection avec le critère seuil de transformation inverse (zones en rouge clair sur la figure 2.32). Et ces zones ont une normale qui est orientée dans le sens opposé à la direction de la déformation de transformation, ϵ^{tr} . Puisque l'on respecte la règle de normalité, l'évolution de la déformation de transformation, ϵ^{tr} , est colinéaire à la normale au critère de transformation directe (équation 2.14). La déformation de transformation équivalente va donc diminuer, alors qu'en transformation directe celle-ci doit augmenter car elle est reliée par l'équation 2.18 à la fraction volumique de martensite, z , qui, par définition, augmente durant la transformation directe.

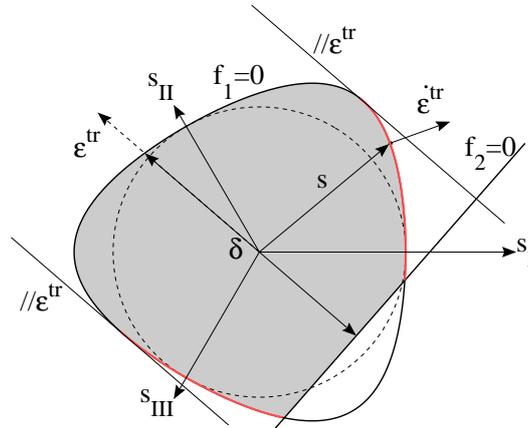


Figure 2.32 – Erreur dans la direction de l'évolution de la déformation de transformation en transformation directe, ϵ^{tr} .

Afin de résoudre ce problème une solution simple est de prendre un critère de transformation inverse de forme et de taille identiques à celle du critère de transformation directe (figure 2.33). Alors, même pour une valeur de $\delta(z)$ maximale, c'est à dire lorsque les deux critères de transformation sont quasiment confondus, la direction de la normale au critère de transformation directe sera dans le même sens que la déformation de transformation. En effet, on peut voir sur la figure 2.34 que les zones situées entre les tangentes au critère seuil de transformation directe avec la direction de la déformation de transformation, ϵ^{tr} , et l'intersection avec le critère seuil de transformation inverse ne font pas partie du contour de la zone d'élasticité du matériau biphasé et ne sont donc pas atteignables.

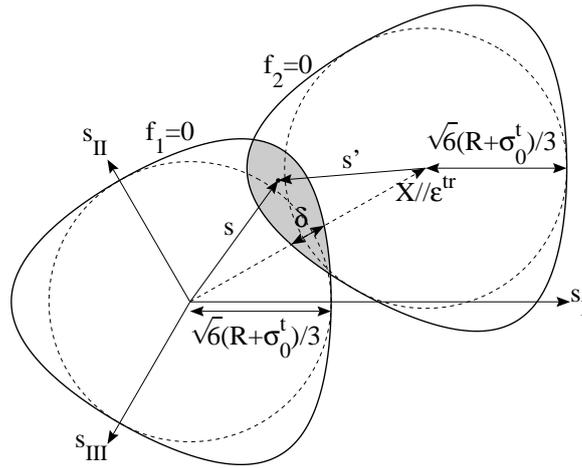


Figure 2.33 – Formes des surfaces seuils (contrainte équivalente de von Mises en pointillés) et domaine élastique de l'alliage biphasé (zone grisée).

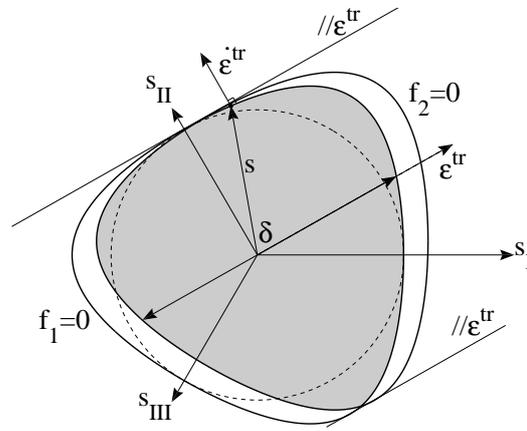


Figure 2.34 – Direction de l'évolution de la déformation de transformation, ε^{tr} , en transformation directe avec une forme du critère de transformation inverse modifiée.

L'équation de la fonction seuil de transformation inverse s'écrit alors :

$$f_2 = \overline{\sigma} - \mathbb{X} - \frac{R(z) + \sigma_0^t}{g(y_{\sigma-X})} \leq 0 \quad (z > 0) \quad (2.26)$$

Avec \mathbb{X} le tenseur qui détermine le centre du critère de transformation inverse et qui est colinéaire à la déformation de transformation, ε^{tr} :

$$\mathbb{X} = \left((R(z) + \sigma_0^t) \left(\frac{1}{g(y_\varepsilon)} + \frac{1}{g(-y_\varepsilon)} \right) - \delta(z) \right) \frac{\varepsilon^{tr}}{\sqrt{\frac{3}{2} \varepsilon^{tr} : \varepsilon^{tr}}} \quad (2.27)$$

La figure 2.35 montre la courbe contrainte-déformation d'un essai de traction. Entre les points O et A le comportement est l'élasticité de l'austénite pure (cas a). Puis la transformation directe se produit entre A et B (cas d). À la décharge, entre les points B et C, le comportement est l'élasticité du matériau biphasé (cas c). Ensuite, la transformation inverse se produit entre les points C et D (cas e).

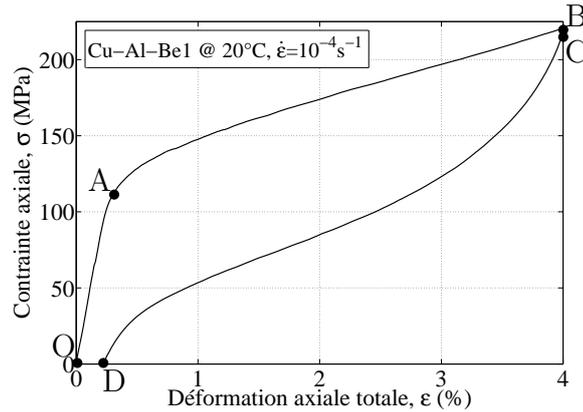


Figure 2.35 – Courbe de contrainte-déformation d'un essai de traction.

La figure 2.36 montre les différents cas que l'on peut alors rencontrer :

- Si le matériau est purement austénitique, le comportement est de l'élasticité tant que la contrainte se situe à l'intérieur du critère de transformation directe ($f_1 \leq 0$).
- Si le matériau est purement martensitique, le comportement est de l'élasticité tant que la contrainte se situe à l'intérieur du critère de transformation inverse ($f_2 \leq 0$).
- Pour un matériau contenant à la fois de l'austénite et de la martensite, lorsque l'état de contrainte se situe à l'intérieur des deux critères de transformation, le comportement est l'élasticité du matériau biphasé.
- Lorsque la contrainte atteint le critère de transformation directe, l'évolution de la déformation de transformation suit la règle de normalité.
- Par contre, lorsque la contrainte atteint le critère de transformation inverse, l'évolution de la déformation de transformation ne suit plus cette règle, mais reste colinéaire à la déformation de transformation comme précédemment. L'utilisation d'un cadre non associé se justifie de la manière suivante : lorsque la martensite orientée se forme lors de la transformation directe, elle entraîne une déformation de transformation associée ; lorsque cette martensite disparaît pendant la transformation inverse, la déformation de transformation conserve alors en moyenne une direction identique. La direction de l'évolution de la déformation de transformation restant la même, l'expression de l'évolution de la déformation de transformation et le multiplicateur de transformation ne changent pas par rapport à l'équation 2.14 et l'équation 2.15.
- Enfin pour un matériau contenant à la fois de l'austénite et de la martensite, lorsque les deux critères de transformation sont atteints simultanément (la contrainte se situe alors au croisement des deux critères de transformation), c'est le processus de réorientation de la martensite qui se produit. Dans ce cas, la direction d'évolution de la déformation de transformation est un intermédiaire entre celles des transformations directe et inverse. Il n'y a donc pas besoin de critère supplémentaire pour gérer la réorientation, une combinaison de transformation directe et transformation inverse permet de la simuler. Mais il y a alors un choix à faire sur la direction d'évolution de la déformation de transformation afin de modéliser correctement cette réorientation, nous verrons dans la partie 4.1.4 sur l'intégration numérique qu'il est possible de régler simplement ce problème.

2.2.4 Chargement cyclique

Nous avons ensuite modifié le modèle pour prendre en compte les différents phénomènes observés sous chargements cycliques. Un moyen simple d'introduire de la martensite résiduelle est de jouer sur la cinétique de transformation inverse. Il est en effet possible en jouant sur la valeur de la taille du domaine élastique du matériau biphasé en fin de transformation inverse, δ_1^{min} , de revenir à contrainte nulle alors que la transformation inverse n'est pas terminée. Il reste alors, à la fin de la décharge, une déformation de transformation associée à la martensite non-re-transformée. Avec une valeur de δ_1^{min} supérieure à la limite de transformation σ_0^t , le modèle permet donc d'introduire une déformation résiduelle, ε^r , après un chargement de traction charge-décharge (figure 2.37).

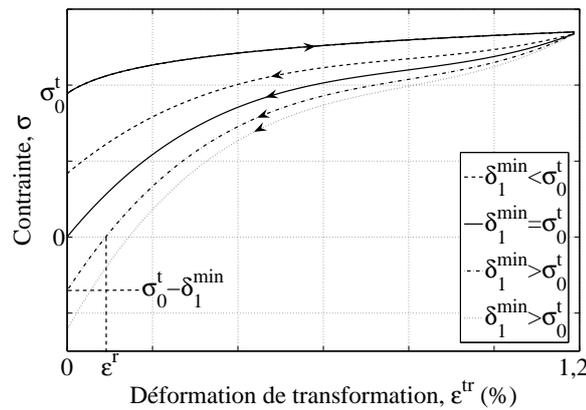


Figure 2.37 – Influence de la valeur de δ_1^{min} sur celle de la déformation résiduelle, ε^r .

Mais si l'on répète ensuite le chargement, la déformation résiduelle n'évolue pas car les points mémoire créés lors de la première boucle sont fixes (figure 2.38). Or, lors des essais cycliques réalisés, on observe une évolution progressive de la déformation résiduelle (figure 2.11).

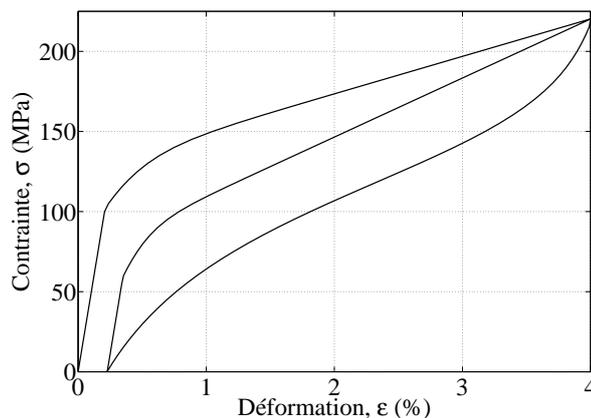


Figure 2.38 – Résultat de la simulation d'un chargement de traction cyclique par le modèle présenté jusqu'à présent.

Nous avons alors rajouté une variable qui permet de faire évoluer cette déformation résiduelle en faisant varier la valeur de δ_1^{min} en fonction de cette variable. Comme le montre la figure 2.37, plus la valeur de δ_1^{min} est supérieure à la limite de transformation, σ_0^t , plus la déformation résiduelle est importante. L'évolution de la déformation résiduelle, ε^r , sera donc directement reliée à celle de δ_1^{min} .

2.2.4.1 Traction cyclique à amplitude de déformation constante

La déformation résiduelle, ε^r , n'évolue que lorsque la transformation se produit. On peut donc utiliser comme variable de pilotage, la transformation cumulée, tr . Elle prend en compte la totalité de la transformation effectuée que ce soit de la transformation directe ou inverse.

$$tr = \int \left| \frac{d\varepsilon_{eq}^{tr}}{\gamma} \right| \quad (2.28)$$

Avec $d\varepsilon_{eq}^{tr}$ l'incrément de déformation de transformation équivalente et γ le paramètre dépendant du matériau qui relie la fraction volumique de martensite, z , à la déformation de transformation équivalente, ε_{eq}^{tr} (équation 2.18). On a vu partie 2.1.3.2 que l'évolution de la déformation résiduelle, ε^r , observée lors d'un essai de traction cyclique en fonction de la transformation cumulée, tr , montre que l'évolution de la déformation résiduelle dépend aussi de l'amplitude du chargement.

On caractérise l'amplitude du chargement à l'aide de la variation de fraction volumique introduite par rapport au dernier point mémoire :

$$\Delta z = \begin{cases} z - z_{n-1}^{min} & (\dot{z} > 0) \\ z_n^{max} - z & (\dot{z} < 0) \end{cases} \quad (2.29)$$

Qui va servir de paramètre à un facteur noté b_c :

$$b_c = AB^{\Delta z} \quad (2.30)$$

Où A et B sont des paramètres dépendant du matériau. Ce facteur b_c intervient alors dans l'expression de δ_1^{min} et permet de faire varier correctement la déformation résiduelle, ε^r , en fonction de la transformation cumulée, tr , et de l'amplitude du chargement (figure 2.39).

$$\delta_1^{min} = \Delta^{min}(1 + b_c \ln(tr + tr_0)) \quad (2.31)$$

Avec Δ^{min} et tr_0 des paramètres dépendant du matériau.

2.2.4.2 Traction cyclique « complexe »

Malheureusement les modifications faites pour simuler correctement l'évolution de la déformation résiduelle, ε^r , en fonction de la transformation cumulée, tr , et de l'amplitude du chargement, ne suffisent pas dans le cas de l'essai à amplitudes alternées (partie 2.1.3.4). Lors du passage d'une amplitude de déformation de 4% à 2%, la valeur de δ_1^{min} retombe à celle qu'il y aurait lors de cycles à 2% uniquement. Cela implique donc une diminution de la déformation résiduelle, ce qui ne correspond pas aux observations réalisées pendant les essais (figure 2.21).

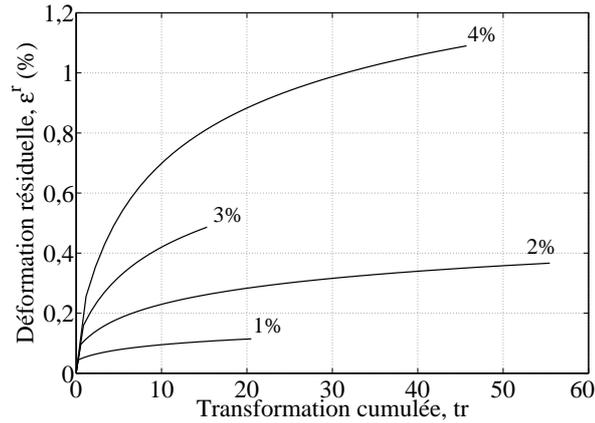


Figure 2.39 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de la simulation des essais de traction cyclique à amplitude constante.

On va donc améliorer ce point en faisant évoluer δ_1^{min} (et donc la déformation résiduelle, ε^r) en fonction de la différence entre la valeur actuelle de la déformation résiduelle et celle qu'elle aurait eue si le chargement était à amplitude constante, dont l'expression est donnée par l'équation 2.31. On reprend donc cette relation pour définir la variable δ_{ac}^{min} :

$$\delta_{ac}^{min} = \Delta^{min}(1 + b_c \ln(tr + tr_0)) \quad (2.32)$$

Qui va servir de référence pour l'évolution de δ_1^{min} :

$$b = b_c e^{\frac{\delta_{ac}^{min} - \delta_1^{min}}{c}} \quad (2.33)$$

$$\delta_1^{min} = \frac{b \Delta^{min}}{tr + tr_0} tr \quad (2.34)$$

Comme on peut le voir sur la figure 2.40 l'évolution de la déformation résiduelle lors de la simulation de l'essai de traction à amplitudes alternées présente bien un saut au moment du second cycle à 4% d'amplitude de déformation. De même, l'évolution lors des cycles à 2% d'amplitude de déformation est plus faible que celle observée lors de la simulation de l'essai de traction cyclique à 2% d'amplitude et les courbes tendent à se rejoindre.

Le modèle développé permet donc de simuler le comportement macroscopique des Alliages à Mémoire de Forme sous chargement multiaxial non-proportionnel cyclique en prenant en compte les différentes caractéristiques observées lors des essais : linéarité entre la fraction volumique de martensite et la déformation de transformation, dissymétrie traction-compression, effet point mémoire et déformation résiduelle due à de la martensite résiduelle. Dans la partie suivante, nous allons identifier les paramètres du modèle à partir des essais réalisés dans la partie 2.1.3, puis valider le comportement du modèle en le comparant à d'autres résultats expérimentaux.

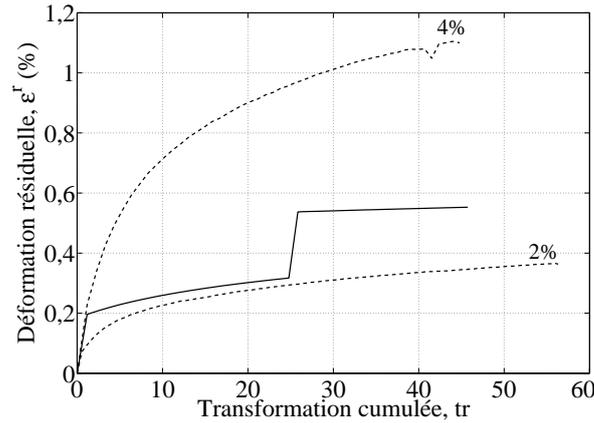


Figure 2.40 – Évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de la simulation de l'essai de traction à amplitudes alternées après prise en compte des changements d'amplitude.

2.3 Identification des paramètres et validation du modèle

Cette partie concerne la validation du modèle développé précédemment. Nous allons présenter tout d'abord l'identification des paramètres dépendant du matériau à l'aide des résultats de certains des essais réalisés. Puis la simulation d'autres chargements correspondant aux autres essais non utilisés lors de cette identification ainsi qu'à des chargements plus complexes disponibles dans la littérature, servira à montrer que le modèle fonctionne correctement.

2.3.1 Identification des paramètres du matériau

Dix-sept paramètres dépendant du matériau ont été introduits dans les équations constitutives du modèle développé. Treize d'entre eux (E , σ_0^t , γ , p , δ_1^{max} , R_1^{max} , n_1 , n_2 , n_3 , n_4 , n_5 et Δ^{min}) sont directement identifiés à partir de la courbe d'un essai de traction uniaxiale simple (figure 2.41). Le paramètre a caractérisant la dissymétrie traction-compression peut être identifié à partir d'un essai de traction-compression. Le reste des paramètres (A , B , C et tr_0) est identifié en utilisant les quatre essais de traction cyclique à amplitude de déformation constante, ainsi que l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées.

Donc parmi les dix-sept paramètres, quatorze s'identifient directement sur une courbe d'un essai de traction-compression et seuls quatre sont à identifier à partir d'essais cycliques.

Les tableaux 2.2 et 2.3 montrent les valeurs des paramètres permettant respectivement la description d'un cycle de chargement et du comportement cyclique. Ces valeurs ont été identifiées à partir des essais effectués sur l'Alliage à Mémoire de Forme utilisé dont les résultats d'essais sont présentés dans la partie 2.1.

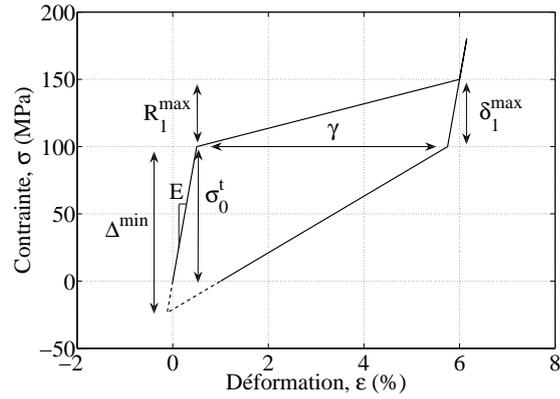


Figure 2.41 – Identification de paramètres dépendant du matériau sur une courbe d'essai de traction uniaxiale simple.

E	σ_0^t	a	γ	p	Δ^{min}	
42 GPa	102 MPa	0,7	0,0585	10^{-15}	150 MPa	
δ_1^{max}	R_1^{max}	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
5 MPa	110 MPa	4,62	28,8	68,1	2,01	44,6

Tableau 2.2 – Paramètres dépendant du matériau du modèle de super-élasticité identifiés grâce à un essai de traction uniaxial simple pour le Cu-Al-Be1 à température ambiante.

A	B	C	tr_0
0,125	47,4	10^{21}	1,92

Tableau 2.3 – Paramètres dépendant du matériau du modèle de super-élasticité identifiés grâce aux essais de traction cyclique pour le Cu-Al-Be1 à température ambiante.

2.3.1.1 Chargement de traction cyclique simple

La figure 2.42 montre les résultats de simulations utilisés pour faire l'identification des paramètres du modèle. Il s'agit des chargements de traction cyclique à amplitude constante, dont les résultats concordent bien avec ceux des essais correspondants.

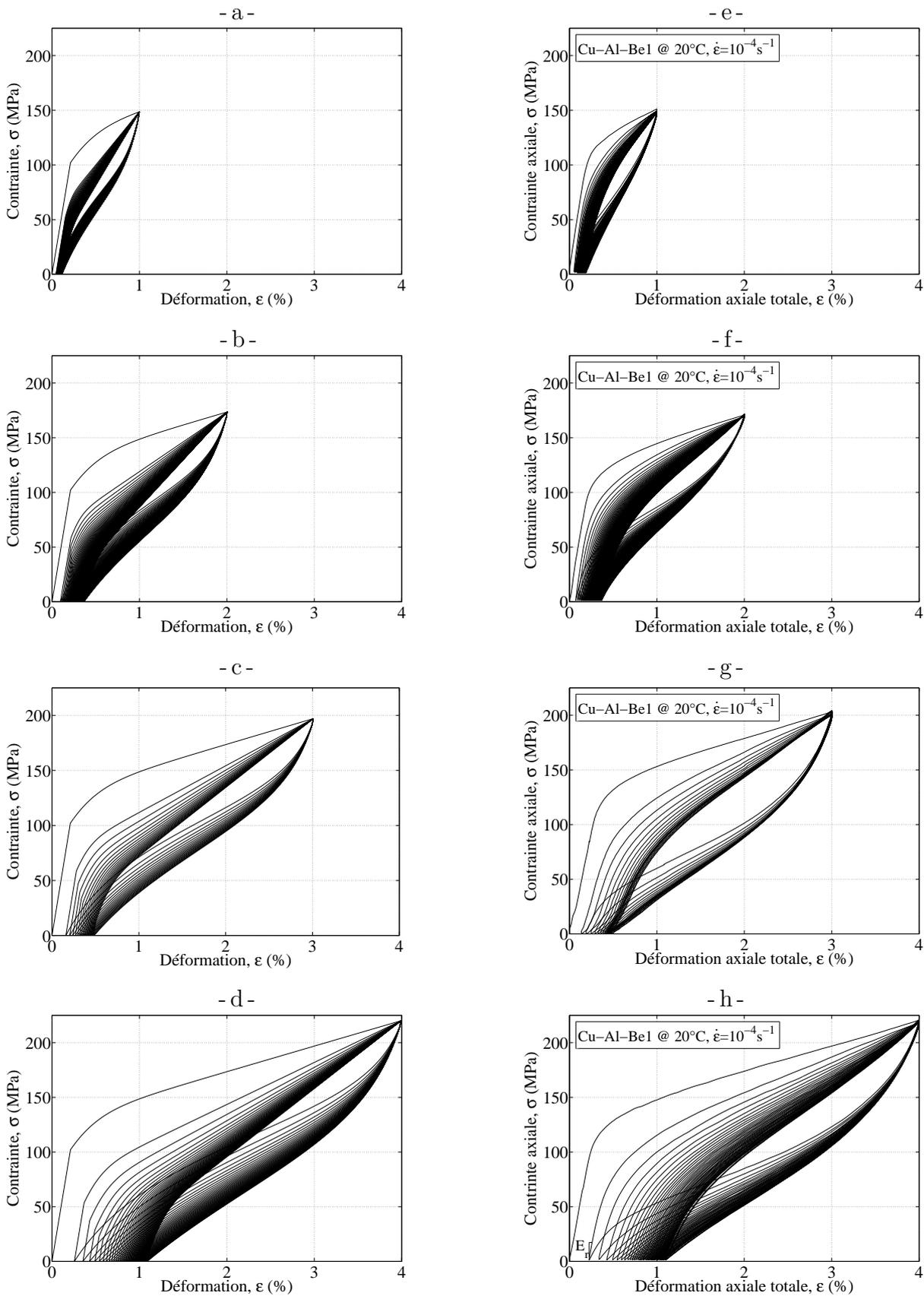


Figure 2.42 – Comparaison entre : a) à d) la simulation des chargements de traction cyclique à amplitude constante, et e) à h) les résultats des essais correspondants.

La figure 2.43 montre l'évolution de la déformation résiduelle au cours du cyclage pour ces simulations, comparée à celle des essais correspondants. On observe une bonne correspondance entre les deux séries de courbes.

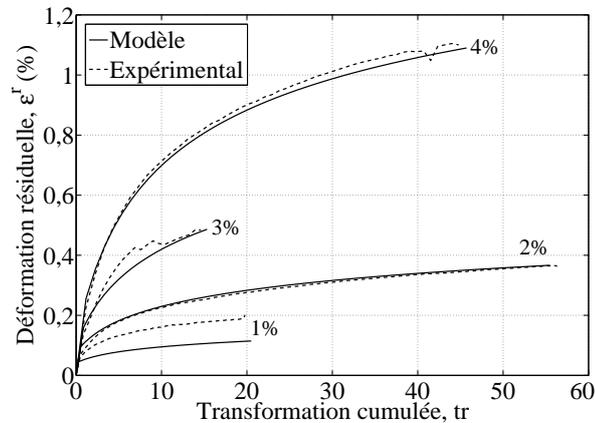


Figure 2.43 – Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors des essais de traction cyclique à amplitude constante et celle lors des simulations correspondantes.

L'évolution de la pente à la recharge n'évolue pas au cours du chargement comme cela à été observé lors des essais. Par contre, la figure 2.44a montre que la contrainte seuil de transformation diminue lors du cyclage conformément aux observations réalisées sur les résultats d'essais (figure 2.44b).

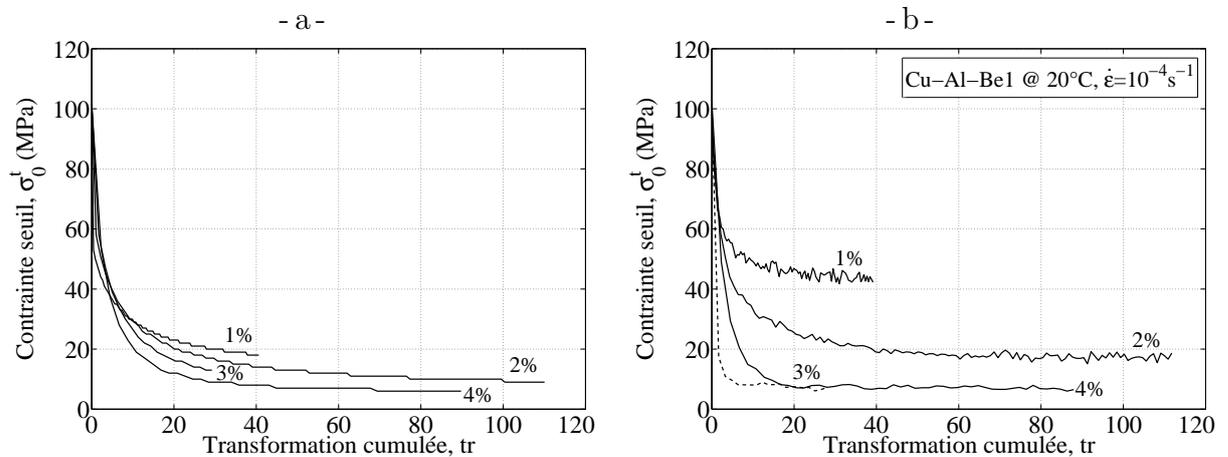


Figure 2.44 – Comparaison entre l'évolution de la contrainte seuil de transformation en fonction de la transformation cumulée lors : a) de la simulation des essais de traction cyclique à amplitude constante, et b) des essais correspondants.

2.3.1.2 Chargement cyclique « complexe »

Le second essai utilisé pour identifier les paramètres du modèle est l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées. La figure 2.45 montre le résultat de la simulation comparé

à celui de l'essai correspondant. On observe que le point mémoire haut pour les deux séries de cycles à 2 % d'amplitude de déformation, ainsi que celui pour les cycles à 4 %, sont bien respectés comme lors des essais.

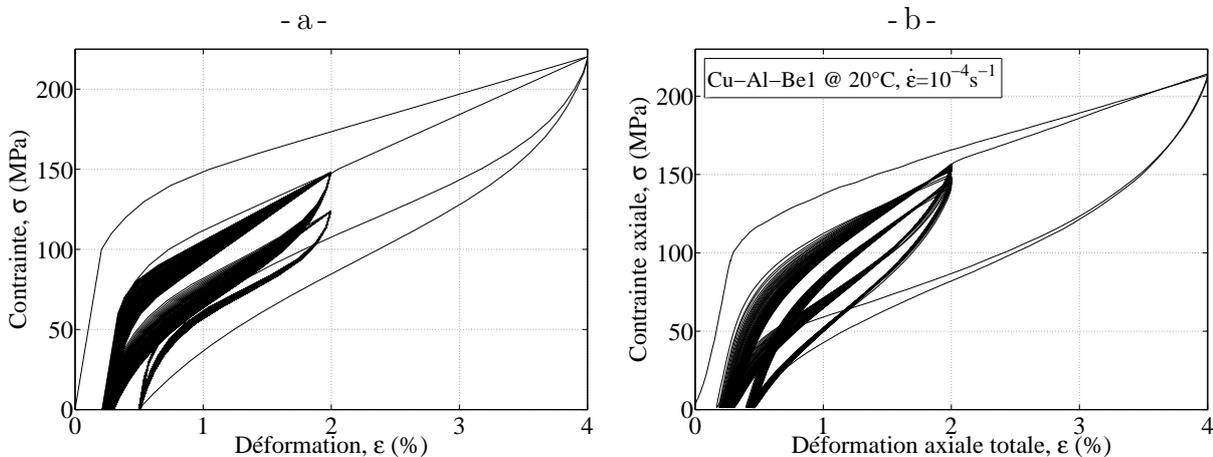


Figure 2.45 – Comparaison entre : a) la simulation du chargement de traction cyclique à amplitudes alternées, et b) les résultats de l'essai correspondant.

La figure 2.46 montre l'évolution de la déformation résiduelle au cours du cyclage de cette simulation, comparée à celle de l'essai correspondant. On peut remarquer l'évolution de la déformation résiduelle au cours du second cycle à 4 % d'amplitude de déformation, qui augmente brusquement. Mais son augmentation est plus importante que celle observée lors des essais.

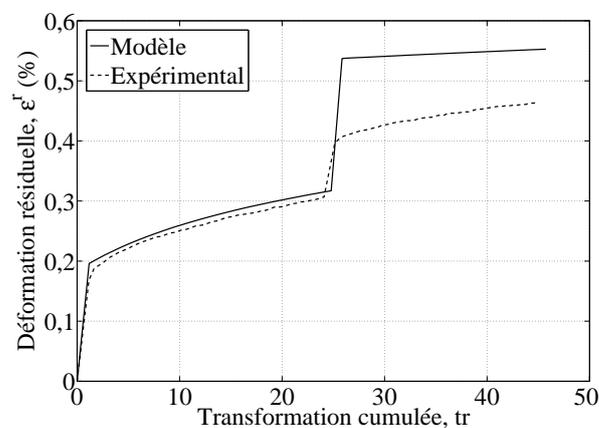


Figure 2.46 – Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de l'essai de traction cyclique à amplitudes alternées et celle lors de la simulation correspondante.

La forme des courbes contrainte-déformation obtenue lors des simulations correspond bien à celle observée lors des essais. L'évolution de la déformation résiduelle aussi concorde bien avec celle des résultats expérimentaux. L'identification est donc correcte et le modèle doit ensuite être validé en comparant ses prédictions avec les résultats d'autres essais.

2.3.2 Validation du comportement

Une fois les paramètres dépendant du matériau identifiés avec les quelques essais nécessaires, l'autre essai réalisé a été utilisé afin de valider quantitativement le modèle en dehors du cadre de l'identification. Ensuite, d'autres simulations ont été comparées à des résultats d'essais donnés dans la littérature afin de valider qualitativement le comportement du modèle pour des chargements plus complexes que de la traction simple, tels que la traction compression et des chargements multiaxiaux non-proportionnels.

2.3.2.1 Validation quantitative

La simulation présentée dans cette partie permet de comparer les valeurs obtenues lors de la simulation d'un essai avec les résultats d'un essai réalisé sur le même matériau que celui utilisé lors de l'identification. Elle permet donc de réaliser une validation quantitative du modèle et de l'identification des paramètres dépendant du matériau.

2.3.2.1.1 Chargement cyclique « complexe »

Nous avons donc aussi simulé l'autre chargement cyclique « complexe » réalisé lors des essais (partie 2.1.3.4) et qui n'a pas été utilisé lors de l'identification. Il consiste à augmenter l'amplitude de déformation du chargement à chaque cycle. Le résultat de la simulation concorde bien avec celui de l'essai correspondant (figure 2.47).

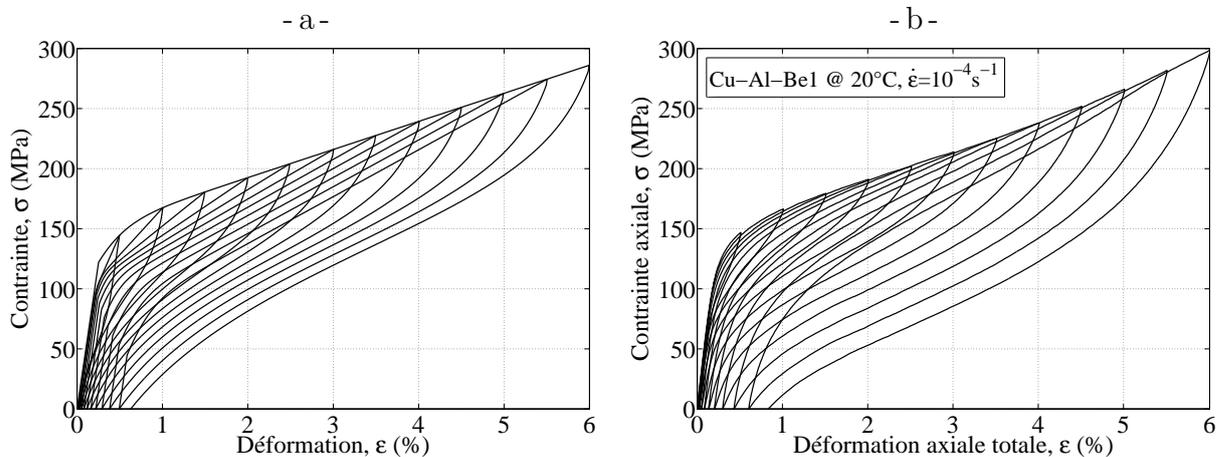


Figure 2.47 – Comparaison entre : a) la simulation du chargement de traction cyclique à amplitude croissante, et b) les résultats de l'essai correspondant.

La figure 2.48 montre que l'évolution de la déformation résiduelle lors de la simulation et celle observée lors des essais sont similaires malgré la particularité de cet essai. En effet, pour cet essai la déformation résiduelle ne sature pas car l'amplitude augmente à chaque cycle et cette réponse se retrouve aussi lors de la simulation.

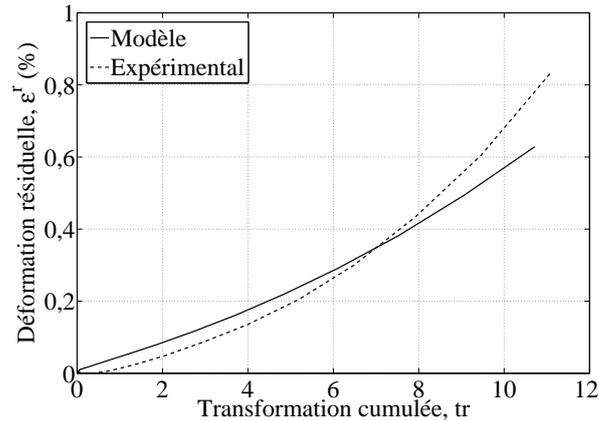


Figure 2.48 – Comparaison entre l'évolution de la déformation résiduelle en fonction de la transformation cumulée lors de l'essai de traction cyclique à amplitude croissante et celle lors de la simulation correspondante.

2.3.2.2 Validation qualitative

Les essais réalisés étant uniquement des essais de traction, ils ne permettent pas de vérifier tous les aspects du comportement du modèle qui a été écrit pour des chargements 3D. Dans cette partie, nous utilisons donc des résultats d'essais disponibles dans la littérature pour les comparer qualitativement avec les résultats de simulations de chargements similaires. Les chargements qui seront testés seront un chargement de traction compression et des chargements multiaxiaux non-proportionnels.

2.3.2.2.1 Chargement de traction-compression

Nous avons tout d'abord simulé un chargement de traction-compression uniaxial. La figure 2.49 montre le résultat de cette simulation qui peut être comparé au résultat de l'essai réalisé par Montecinos *et al.* (2006) (figure 2.50).

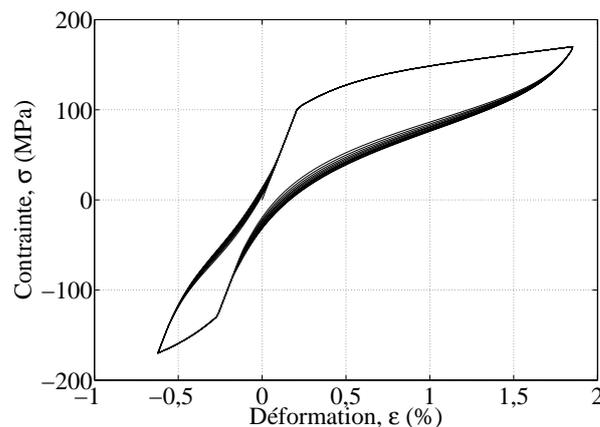


Figure 2.49 – Résultat de la simulation d'un chargement de traction-compression cyclique.

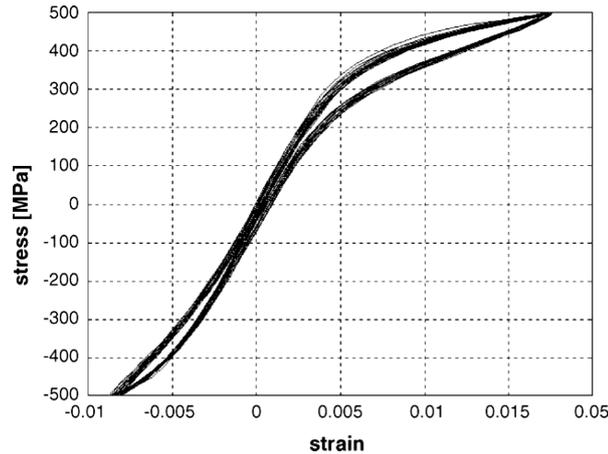


Figure 2.50 – Résultat d'un essai de traction-compression cyclique par Montecinos *et al.* (2006).

On observe que la forme des courbes est assez similaire pour les deux résultats : la dissymétrie traction-compression est respectée et l'effet du chargement cyclique n'influence pas beaucoup le comportement car la déformation résiduelle n'évolue presque pas au cours du chargement.

2.3.2.2.2 Chargement multiaxial non-proportionnel

Pour élargir la validation nous avons ensuite simulé le comportement de l'Alliage à Mémoire de Forme soumis à des chargements multiaxiaux non-proportionnels cycliques. Le premier consiste à appliquer un trajet de chargement carré dans le plan des contraintes (figure 2.52a).

La figure 2.51 montre la taille et la position des critères de transformation au cours de la simulation de cet essai multiaxial non-proportionnel :

- Entre les points O et A, le matériau est purement austénitique. Le comportement est donc l'élasticité de l'austénite.
- Entre les points A et B, la transformation directe se produit et les critères de transformation grossissent pour suivre la contrainte imposée.
- Entre les points B et C, à cause du changement de direction dans le chargement, la contrainte se situe à l'intérieur des deux critères de transformation. Le comportement est donc l'élasticité du matériau biphasé.
- Entre les points C et D puis D et E, les deux critères de transformation sont atteints simultanément. La réorientation de la martensite se produit et la position du centre du critère de transformation inverse (déterminé par la déformation de transformation, ϵ^{tr}) évolue alors.
- Entre les points E et F, la transformation inverse se produit et la taille des critères de transformation diminue.

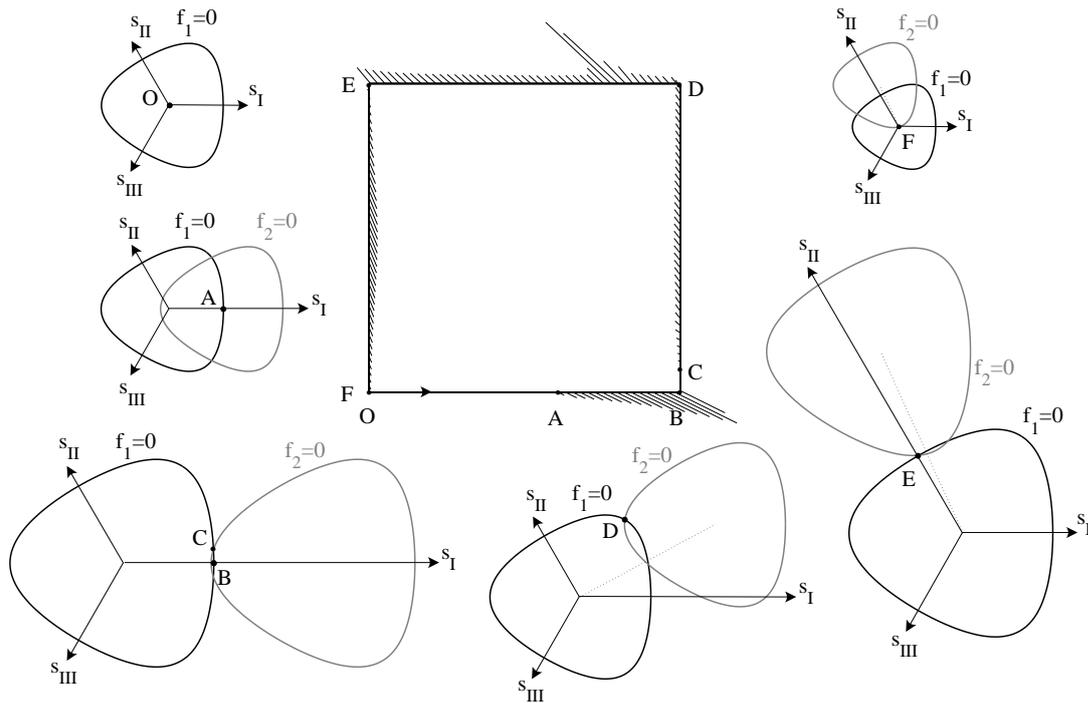


Figure 2.51 – Taille et position des critères de transformation au cours de la simulation de l'essai multiaxial non-proportionnel carré.

La figure 2.52 montre le résultat de la simulation de ce chargement réalisé avec quatre cycles. L'évolution de la déformation au cours du chargement est représentée figure 2.52b et les courbes contrainte-déformation suivant les deux directions principales du chargement sont représentées respectivement sur les figures 2.52c et 2.52d. Ces résultats peuvent être comparés, pour le premier cycle, aux résultats de l'essai multiaxial non-proportionnel réalisé par Bouvet *et al.* (2002) (figure 2.53). On observe une forte similarité dans les formes des courbes.

De la même manière, la figure 2.54 montre le résultat de la simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel en forme de triangle réalisé avec quatre cycles. L'évolution de la déformation au cours du chargement est représentée figure 2.54b et les courbes contrainte-déformation suivant les deux directions principales du chargement sont représentées respectivement sur les figures 2.54c et 2.54d. Ces résultats peuvent être comparés, pour le premier cycle, aux résultats de l'essai multiaxial non-proportionnel réalisé par Bouvet *et al.* (2002) (figure 2.55). On observe, là aussi, une forte similarité dans les formes des courbes.

Le modèle permet donc de simuler correctement les chargements super-élastiques multiaxiaux non-proportionnels cycliques. Mais il serait préférable de réaliser des essais multiaxiaux cycliques afin de pouvoir valider quantitativement le comportement du modèle pour ce type de chargement.

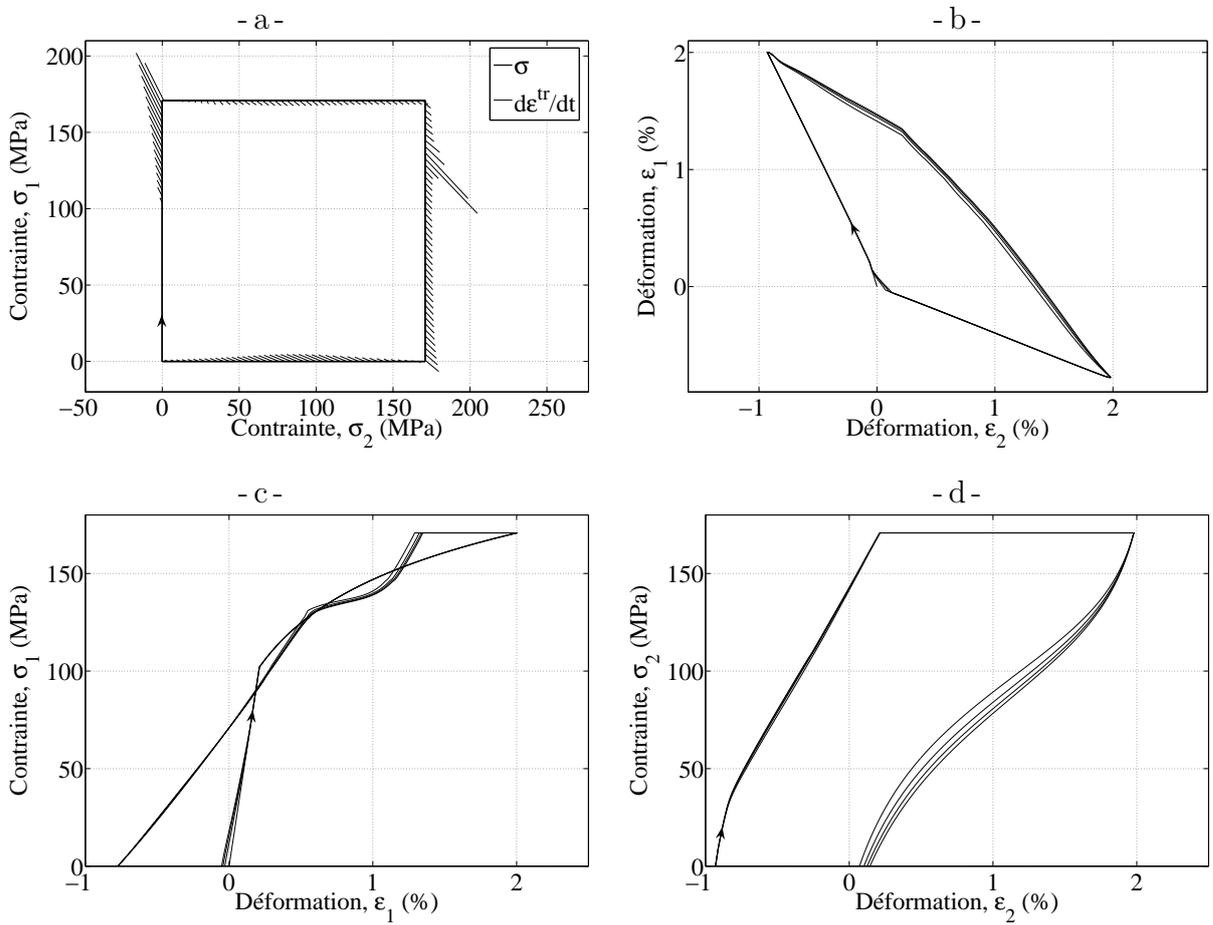


Figure 2.52 – Résultat de la simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique carré : a) trajet de chargement, b) résultat en déformation, c) et d) courbes contrainte-déformation dans chacune des directions.

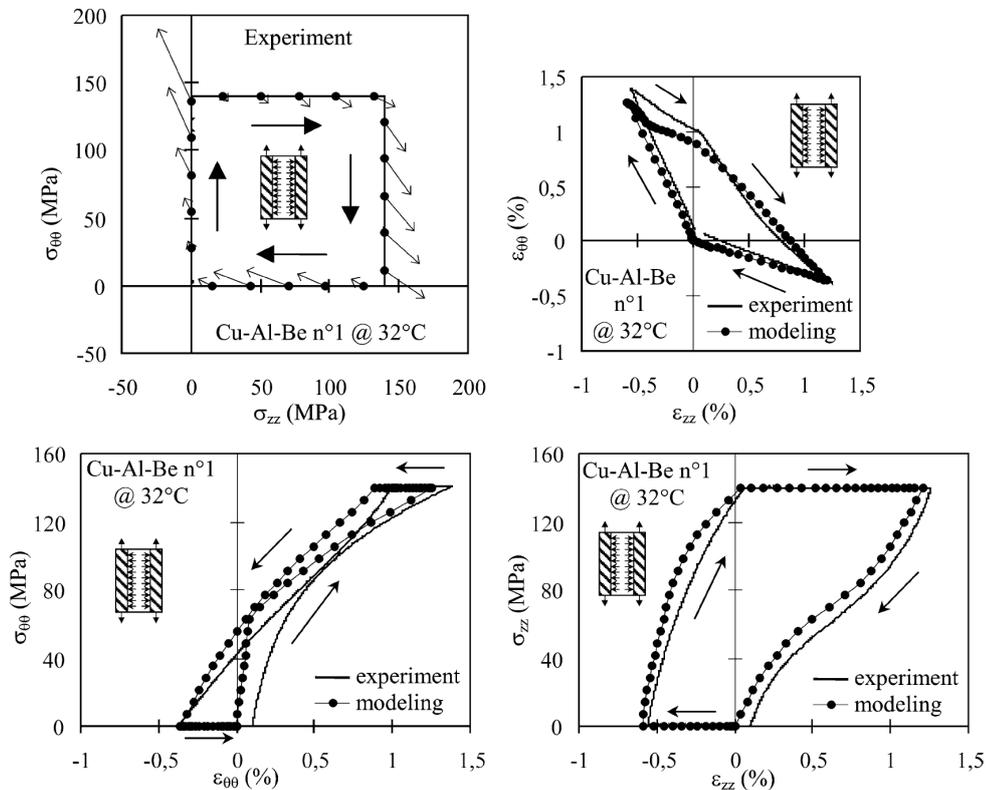


Figure 2.53 – Résultat d'un essai multiaxial non-proportionnel carré par Bouvet *et al.* (2002).

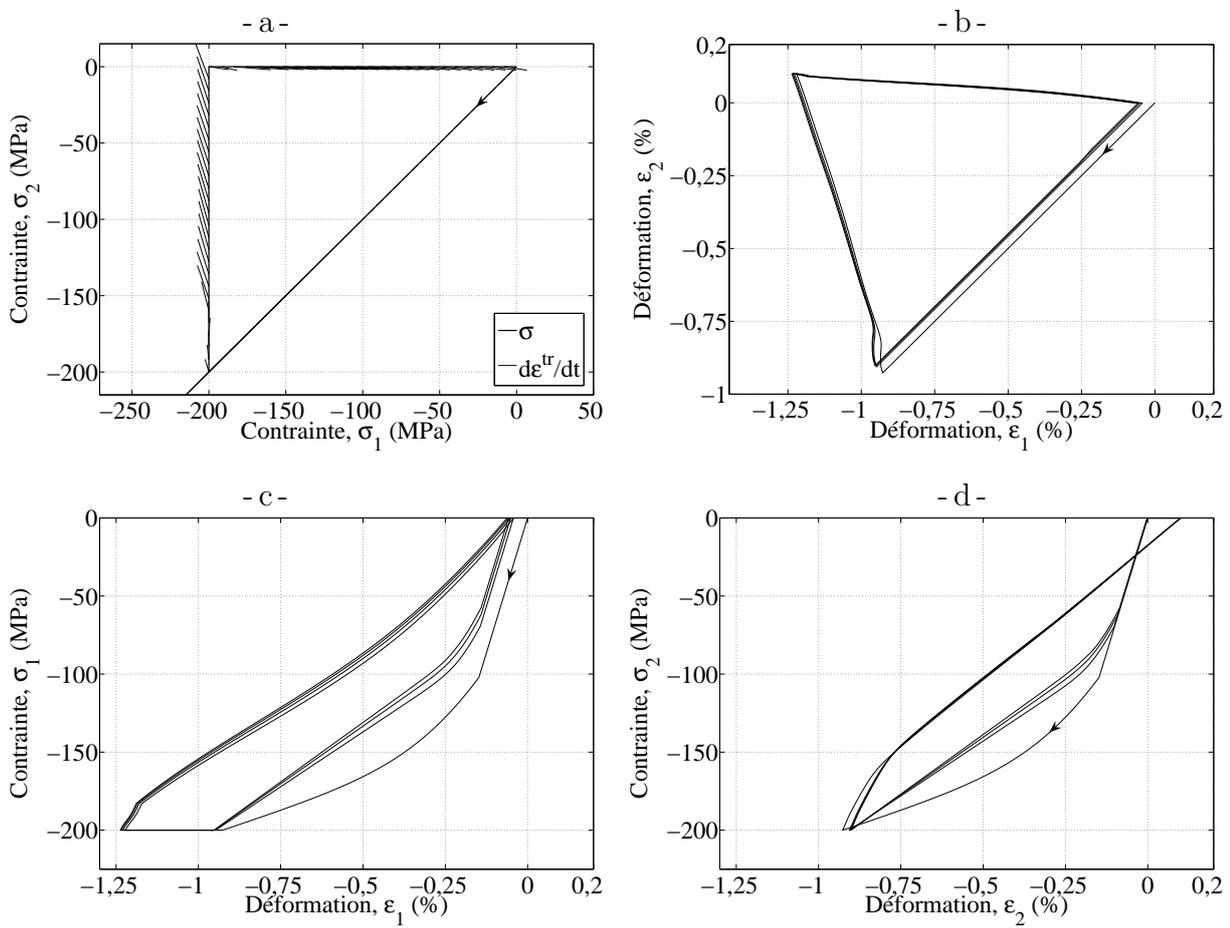


Figure 2.54 – Résultat de la simulation d'un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique triangle : a) trajet de chargement, b) résultat en déformation, c) et d) courbes contrainte-déformation dans chacune des directions.

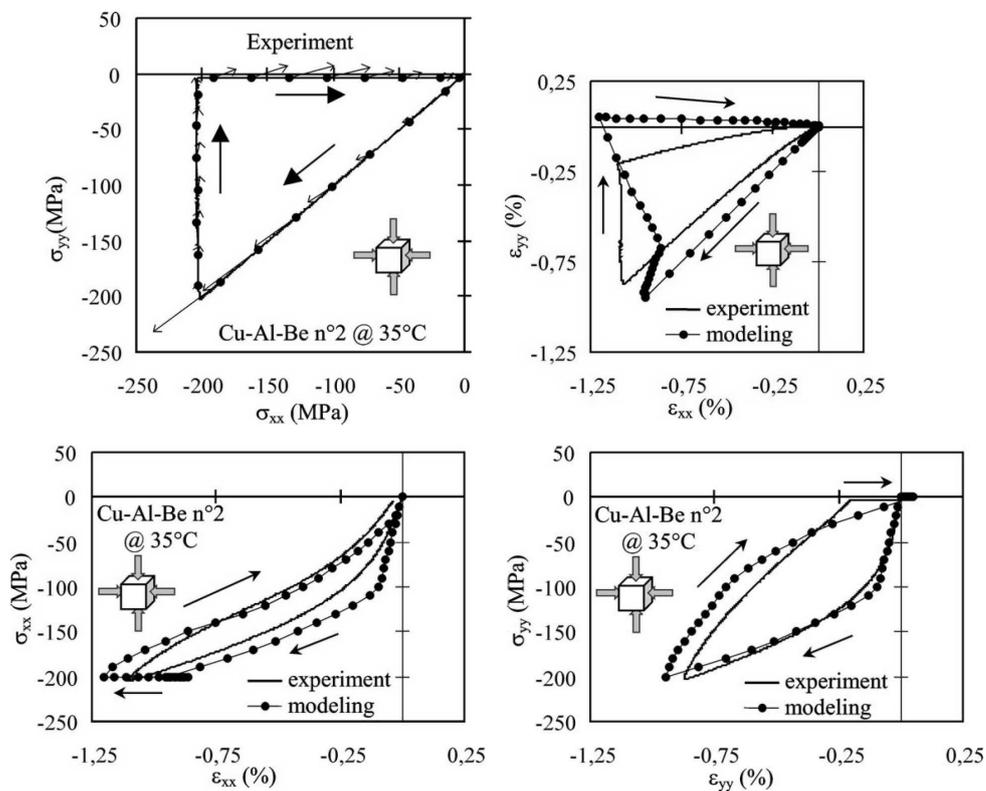


Figure 2.55 – Résultat d'un essai multiaxial non-proportionnel triangle par Bouvet *et al.* (2002).

2.4 Conclusion

En conclusion, nous avons construit une large base d'essais de traction cyclique. Elle permet de montrer les particularités du comportement des Alliages à Mémoire de Forme pour ces chargements cycliques, telles que l'effet point mémoire, l'apparition de la déformation résiduelle dont l'évolution dépend de l'amplitude du chargement mais aussi de la variation de cette amplitude, la baisse de la pente à la recharge et la baisse de la contrainte seuil de transformation. Les mesures de résistivité au cours des essais ont permis de vérifier la relation linéaire qui existe entre la fraction volumique de martensite et la déformation de transformation équivalente. Enfin nous avons pu vérifier l'origine de la déformation résiduelle en appliquant un flash thermique à la fin des essais, qui montre grâce à la disparition de la majeure partie de la déformation résiduelle que la cause est la présence de martensite résiduelle.

Puisqu'aucun des modèles présents dans la littérature ne prend en compte toutes les observations réalisées lors des essais, nous avons ensuite développé un modèle qui permet de simuler correctement le comportement super-élastique cyclique des Alliages à Mémoire de Forme observé lors des essais, mais en utilisant une écriture 3D pour permettre la simulation de chargements multiaxiaux non-proportionnels.

Ce modèle se base sur celui développé par Bouvet *et al.* (2004). Il a d'abord été modifié afin d'éviter une incohérence dans certains cas de chargement. Puis une modification a été réalisée afin de prendre en compte l'effet cyclique. Elle consiste à faire évoluer le point de retour en fin de transformation inverse en fonction de la transformation cumulée et de l'amplitude du chargement, ce qui entraîne l'augmentation de la déformation résiduelle au cours du cyclage. Une modification supplémentaire a été rajoutée afin de simuler correctement le comportement super-élastique sous chargement cyclique à amplitudes de déformation alternées, en tenant compte de la position actuelle du point retour dans son évolution.

Finalement, les paramètres du modèle ont été identifiés à l'aide d'une partie des essais réalisés. Le reste des essais et certains essais donnés dans la littérature ont été utilisés pour valider quantitativement et qualitativement le comportement du modèle pour différents types de chargement dont des chargements multiaxiaux non-proportionnels cycliques.

Ce modèle présente des avantages par rapport aux modèles proposés dans la littérature qui ont été présentés dans la partie 1.2 et dont un résumé est donné dans le tableau 2.4 :

- Prise en compte de la dissymétrie traction-compression.
- Prise en compte de l'effet point mémoire.
- Prise en compte de la baisse de la contrainte seuil de transformation.
- Modèle développé en 3D et permettant de simuler la réorientation de la martensite lors de chargements multiaxiaux non-proportionnels.
- Prise en compte de l'effet de cyclage dû à de la martensite résiduelle comme l'ont montré les résultats expérimentaux.
- Dix-huit paramètres dépendant du matériau dont seulement quatre nécessitent une identification à partir d'essais cycliques.
- Nombre de variables internes relativement faible.

Modèle	Lagoudas	Auricchio	Zaki & Moumni	Excellent	Modèle proposé
Matériaux	Ni-Ti	Ni-Ti	Ni-Ti	Ni-Ti, Cu-Al-Be, Cu-Zn-Al	Cu-Al-Be
Chargement de super-élasticité	oui	oui	oui	oui	oui
Chargement thermo-mécanique	oui	non	oui	oui	non
Chargement de pseudo-plasticité	oui	oui	oui	oui	non
Dissymétrie traction-compression	non	non	non	non	oui
Chargement multiaxial non-proportionnel	non	oui	oui	non	oui
Effet point mémoire	oui	non	non	non	oui
Baisse de la contrainte seuil de transformation au cours du cyclage	oui	oui	oui	oui	oui
Variables d'état permettant la description du comportement cyclique	- déformation plastique - fraction volumique cumulée	- déformation plastique	- fraction volumique cumulée - contraintes internes - déformation résiduelle	- fraction volumique de martensite bloquée - déformation résiduelle	- fraction volumique cumulée

Tableau 2.4 – Comparaison entre les différents modèles de comportement cyclique pour les Alliages à Mémoire de Forme.

Par contre, il ne permet pas de simuler le comportement sous chargement thermo-mécanique cyclique, ni celui lorsque la transformation inverse se termine avant la décharge à contrainte nulle (cas que l'on rencontre souvent avec des alliages en Ni-Ti). Dans la suite, nous présenterons donc le développement d'une seconde version du modèle permettant de simuler correctement à la fois les chargements super-élastiques et les chargements thermo-mécaniques cycliques. Pour cela nous introduirons l'influence de la température sur la contrainte seuil de transformation et partirons d'une hypothèse légèrement différente sur l'origine de la martensite résiduelle. Celle-ci ne proviendra plus seulement d'une transformation inverse incomplète, mais aussi de martensite bloquée qui ne se transforme plus en austénite.