

DEUXIEME PARTIE

ETUDE DU MODELE HAYAMI SIMPLIFIE

2.1 - INTRODUCTION

Etant posé la problématique de la modélisation de la propagation de crues en hydrologie, avec les hypothèses complètes de Saint Venant, et l'intérêt de disposer de modèles déterministes simplifiés, il nous a paru intéressant d'effectuer, dans cette deuxième partie de la thèse, une étude sur un tel type de modèle.

Le modèle d'HAYAMI, basé sur des simplifications fréquemment acceptables et réalistes, peut être considéré comme un outil de calcul intéressant. En effet, avec ce modèle, on a la possibilité d'avoir une solution analytique pour le système d'équations simplifiées décrivant le phénomène de propagation. En plus, il permet aussi une description très condensée d'un tronçon de rivière, car il ne fait intervenir que deux paramètres : la *célérité* C et le *coefficient de diffusion* D , en plus de la longueur du tronçon L . Il apparaît ainsi très adapté à l'utilisation en hydrologie. Le principal problème pratique pour son emploi concerne la détermination des paramètres C et D , qui sont calés sur des observations de plusieurs crues.

La présente étape du travail concerne donc une étude détaillée du modèle Hayami, avec la mise-au-point d'une méthode de calcul pratique, adaptée aux estimations rapides des conditions de propagation de crues, avec l'utilisation d'un minimum d'informations. On va pour cela résumer une crue par deux paramètres quantitatifs : le débit maximum Q et la durée P pendant laquelle le débit dépasse 80% de débit maximum .

Cette simplification de la crue permet l'établissement d'abaques permettant le calcul du routage, avec la connaissance de C et D , ou l'inverse, c'est-à-dire la détermination de C et D à partir des éléments du routage. Ensuite il est fait une étude sur les paramètres C et D , à savoir la recherche d'expressions permettant d'effectuer des corrections ou même le calcul en absence de données.

On finit par voir les possibilités d'extension de la méthodologie simplifiée proposée aux situations plus complexes, qui peuvent se présenter dans la pratique de l'hydrologie.

2.2 - LES FONDEMENTS DU MODELE HAYAMI

Dans ce paragraphe on fait une description plus détaillée, bien qu'encore succincte, des aspects théoriques du modèle Hayami. On décrit, d'abord, les fondements du modèle, pour passer ensuite à une discussion sur les paramètres C et D. Pour finir, au paragraphe 2.2.3, on discute les conditions l'applicabilité du modèle. L'ensemble du paragraphe constitue donc, essentiellement, un rappel bibliographique sur le modèle Hayami.

2.2.1 - Fondements Théoriques

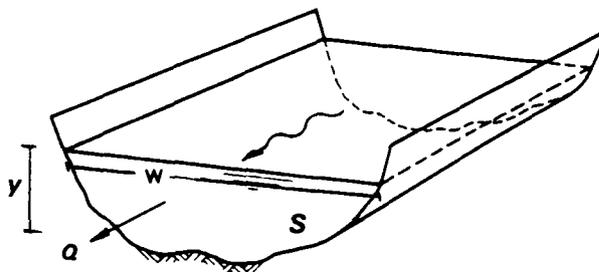
Comme on l'a vu au paragraphe 1.2, l'écoulement d'une rivière en crue, c'est-à-dire, en régime transitoire, est décrit par un système d'équations à dérivées partielles, non linéaires: le **système de Saint Venant**. Il s'écrit sous la forme suivante, en reprenant la formulation du paragraphe 1.2 :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g(l - J) \quad (2.2)$$

où :

- S : section mouillée ;
- Q : débit ;
- v : Vitesse moyenne dans la section ;
- t : temps ;
- x : abscisse en long ;
- y : tirant d'eau ;
- g : accélération de la pesanteur ;
- l : pente du fond ;
- J : pente de la ligne d'énergie, fonction du débit et de y.



Du fait que ce système d'équations n'a pas de solution analytique connue, il est nécessaire d'utiliser des méthodes numériques pour sa résolution. Cela implique des besoins importants au niveau du calcul, et l'on peut avoir intérêt à introduire des simplifications dans le système, quitte à avoir d'autres contraintes théoriques, en plus des hypothèses de Saint Venant.

Une simplification que l'on peut faire consiste à négliger les termes d'inertie. Cette simplification additionnelle revient à dire, que les forces de frottement, gravité et pression sont dominantes dans la description du phénomène de propagation. On arrive alors au *Modèle de l'Onde de Crue Diffusante*, décrit par l'expression suivante :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + C \frac{\partial Q}{\partial x} - D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0 \quad (2.3)$$

Comme on l'a vu précédemment, dans ce modèle, l'écoulement est décrit comme une onde qui se déplace de l'amont vers l'aval, avec une *Célérité* C , et qui s'atténue, selon un *Coefficient de Diffusion* D . Ces coefficients C et D , dans le modèle de l'Onde de Crue Diffusante sont variables en fonction du débit, du tirant d'eau et des caractéristiques du cours d'eau.

Si l'on considère les paramètres C et D comme constants le long de la propagation, on arrive à un modèle diffusif linéarisé, qui a été proposé par Shoitiro HAYAMI en 1951 (Chow, 1959).

Ce modèle diffusif linéarisé, connu comme *modèle Hayami*, présente une formulation mathématique radicalement différente du système de départ, car il est fondé sur des hypothèses théoriques beaucoup plus contraignantes. En effet, il suppose des caractéristiques globales pour le cours d'eau et l'indépendance de la condition limite aval. Cependant, le modèle présente l'intérêt d'avoir des solutions analytiques, ce qui simplifie significativement le calcul.

Pour arriver à la solution analytique, on utilise la transformation de Laplace. En effet, soit $q_1(s,x)$ la transformée de Laplace de $Q(t,x) - Q_0$, où Q_0 est le débit initial uniforme. La transformation de l'équation (2.3) nous donne (Natale et Todini, 1974) :

$$sq_1 + C \frac{\partial q_1}{\partial x} - D \frac{\partial^2 q_1}{\partial x^2} = 0 \quad (2.4)$$

Cette équation différentielle linéaire par rapport à x , a des solutions bornées liées à la racine négative du trinôme en Z : $s + CZ - DZ^2$. C'est-à-dire :

$$\frac{C - \sqrt{C^2 + 4 D s}}{2 D}$$

On obtient alors la transformée de $Q(t,x)$:

$$q_j(s,x) = q_j(s,0) \text{ EXP } [(C - \sqrt{C^2 + 4 D s x})/(2 D)] \quad (2.5)$$

En notant $k(s,x) = \text{EXP } [(C - \sqrt{C^2 + 4 D s x})/(2 D)]$, la relation (2.5) donne, par transformation inverse de Laplace, le produit de convolution de l'expression (2.6) :

$$q(t,x) = q_0 + \int_0^t q(\theta,0) k(t-\theta,x) d\theta \quad (2.6)$$

avec :

$$k(\theta,x) = \frac{x}{2\sqrt{\pi D} \theta^{3/2} \text{ EXP } [(x - C\theta)^2/4D\theta]} \quad (2.7)$$

nommé *Noyau d'Hayami*.

On peut constater donc, que le modèle Hayami, donné par les expressions (2.6) et (2.7) présente, effectivement, une structure mathématique très distincte d'un modèle complet de Saint Venant. En particulier, on voit que l'hydrogramme à l'aval, solution analytique de l'équation (2.4), est obtenu directement de l'hydrogramme à l'amont,

Il est évident que le modèle Hayami, avec ces caractéristiques de linéarité, ne peut pas représenter convenablement l'ensemble des situations de propagation. Cependant, il est valable pour un certain nombre de situations réelles, comme on verra au paragraphe 2.2.3.

2.2.2 - Les paramètres C et D

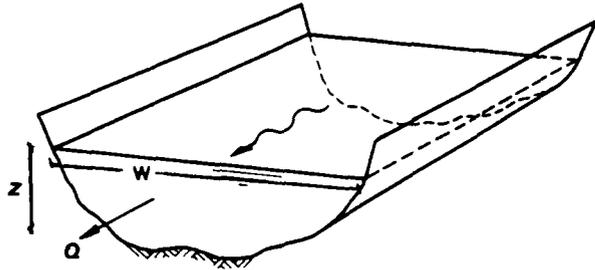
Dans l'équation (2.4) les paramètres C et D, la célérité et la diffusion, sont définis par les expressions (2.8) et (2.9), (ENPC, 1984), en adoptant une notation différente, où δS est remplacé par $W\delta z$:

$$C = \frac{1}{W} \cdot \left[\frac{\partial J / \partial z}{\partial J / \partial Q} + \frac{1}{W} \left(\frac{\partial W / \partial x - J \partial W / \partial z}{\partial J / \partial Q} \right) \right] \quad (2.8)$$

$$D = \frac{1}{W} \frac{\partial Q / \partial z}{\partial J / \partial z} = \frac{1}{W} \frac{1}{\partial J / \partial Q} \quad (2.9)$$

où :

- Q : débit ;
- x : abscisse en long ;
- z : cote de la surface libre ;
- W : largeur au miroir ;
- J : pente de la ligne d'énergie.



Le paramètre C, de dimension L/T est constitué d'une somme de deux termes, Cs et Cc :

$$C_s = \frac{1}{W} \frac{\partial J / \partial z}{\partial J / \partial Q} \quad (2.10)$$

et :

$$C_c = \frac{1}{W^2} \left(\frac{\partial W / \partial x - J \partial W / \partial z}{\partial J / \partial Q} \right) \quad (2.11)$$

qui s'écrit aussi :

$$C_c = \frac{D}{W} \left(\frac{\partial W}{\partial x} - J \frac{\partial W}{\partial z} \right) \quad (2.12)$$

Le premier terme, C_s , est connu sous le nom de *Célérité de Kleitz-Seddon* (Kovacs, 1988); le second terme C_c , est un terme de forme.

Pour interpréter C_s , supposons que J est constante pendant une crue, c'est-à-dire :

$$\frac{\partial J}{\partial z} dz + \frac{\partial J}{\partial Q} dQ = 0 \quad (2.13)$$

L'expression de C_s revient donc à :

$$C_s = \frac{1}{W} \frac{dQ}{dz} \quad (2.14)$$

On voit donc, qu'on pourrait évaluer la Célérité de Kleitz-Seddon à partir des courbes de tarage. Elle croît avec la débitance et est inversement proportionnelle à la largeur au miroir.

Le second terme de l'expression de la célérité, C_c , généralement faible devant C_s (Roche, 1987) est un terme de forme, qui montre que la vitesse d'une onde varie avec la géométrie du cours d'eau. Il s'annule si la section est uniforme et si les berges sont verticales et parallèles; C_c a tendance à augmenter quand la vallée s'élargit (en conservant les berges verticales) et à diminuer quand on constate la tendance au débordement.

Pour l'interprétation de la célérité, dans le modèle de l'étude de crue diffusante, on peut donc l'associer à la vitesse moyenne de propagation de la pointe de la crue. Il faut remarquer, cependant, que dans l'équation (2.12) on constate la présence du paramètre de diffusion D , qui est le facteur d'atténuation de la pointe de la crue. La célérité est donc un paramètre assez complexe, dépendant des caractéristiques physiques du cours d'eau et de la crue étudiée,

pouvant être lié, non seulement à la vitesse de propagation de la crue, mais, aussi aux propres conditions d'atténuation.

Le coefficient D , de dimension L^2/T , est associé à atténuation de l'onde de crue, et par similitude aux expressions utilisées dans les problèmes de diffusion thermique (Chow, 1959), est appelé Coefficient de Diffusion.

En utilisant une loi de comportement donnant J comme fonction parabolique du débit (hypothèse faite pour résoudre les équations de Saint-Venant) on obtient:

$$D = \frac{Q}{2 J W} \quad (2.15)$$

Après quelques considérations théoriques (ENPC, 1984), on peut obtenir une évaluation de l'atténuation par l'intermédiaire de l'expression suivante :

$$dQ = \frac{D}{C^3} \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} dx \quad (2.16)$$

En supposant que l'écoulement est assez proche de l'écoulement permanent, et en adoptant la loi de Chézy pour le frottement, on obtient l'expression (2.17) :

$$dQ = \frac{4}{27} \frac{Ch^2 W^4 y^6}{Q^4} \frac{L}{Rc} \quad (2.17)$$

où :

- Q : Débit ;
- Ch : coefficient de rugosité de Chézy ;
- L : longueur du tronçon ;
- y : tirant d'eau ;
- W : largeur au miroir.

Le paramètre R_c est le rayon de courbure au sommet de l'hydrogramme de l'onde de crue, donné par l'expression (2.18) :

$$R_c = \frac{\delta t^2}{\delta^2 Q} \quad (2.18)$$

Cette expression nous permet de dégager quelques considérations sur l'atténuation. En effet, on voit que l'atténuation est directement liée à la largeur du cours d'eau et au tirant d'eau, et inversement liée au coefficient de frottement et au rayon de courbure au sommet de l'hydrogramme.

Dans le modèle HAYAMI, on considère les paramètres C et D comme constants, invariants avec le débit. Cette hypothèse est acceptable, à la rigueur, si on traite avec des gammes de variation de débits assez réduites. En effet avec des variations importantes de débits, et donc de tirants d'eau, on peut avoir des changements au niveau du canal, surtout pour des cours d'eau naturels, avec des variations de rugosités et avec l'éventuelle présence d'irrégularités, qui peuvent jouer un rôle de réservoirs, laminant les débits. Cela est encore plus important si on observe des conditions de débordement différentes. En effet, on ne doit pas s'attendre à avoir les mêmes valeurs de paramètres C et D pour les conditions de débordement et de non-débordement d'une rivière.

2.2.3 L'Applicabilité du Modèle HAYAMI

Etant donné que le modèle HAYAMI est un cas particulier du modèle d'Onde de Crue Diffusante, son domaine de validité est, a priori, lié à deux types de contraintes: d'abord les contraintes de validité du modèle Diffusant par rapport au modèle complet, et, ensuite, les contraintes spécifiques au modèle HAYAMI.

Comme on l'a vu au paragraphe 2.1, le modèle Onde Diffusante est une simplification du système d'équations de SAINT VENANT; sa structure mathématique devient très différente, et ce sont ces différences qui mettent en évidence les contraintes qui définissent le domaine de validité du Modèle Diffusant, et ensuite, du modèle HAYAMI. Deux premières différences séparent le modèle complet du modèle diffusant :

- la considération des termes d'inertie comme négligeables face aux termes de frottement, pression et gravité. On arrive ici à un 1^{er} modèle diffusant ;

- les changements de conditions aux limites nécessaires à la résolution du système d'équations. On définit un 2^e modèle diffusant, plus simplifié.

Une troisième différence essentielle permet le passage du modèle diffusant au modèle HAYAMI : c'est la fixation des coefficients célérité et diffusion de l'expression (2.3), en rendant le modèle linéaire, donc tout à fait différent du modèle de départ.

On va analyser, dans ce qui suit, le domaine de validité du modèle HAYAMI, limité par ces trois contraintes, situées sur deux plans différents, comme l'on vient de le voir.

2.2.3.1 - La simplification de l'équation dynamique

La simplification de l'équation dynamique du système de SAINT VENANT, par suppression des termes d'inertie vient apporter des contraintes pour l'utilisation du modèle de l'onde diffusante, et donc, par la suite du modèle HAYAMI.

En effet, cette hypothèse revient à dire que les forces de frottement, de pression et de gravité sont dominantes, ce qui se vérifie, selon la littérature (Cunge, 1976) pour les crues lentes naturelles en rivières ayant une pente de fond pas trop faible.

Cette indication est assez subjective, et il nous faut donc essayer d'obtenir des critères numériques permettant une définition plus objective des limites pratiques de la validité du modèle, soit en ce qui concerne la raideur de la crue, soit en ce qui concerne la pente du cours d'eau.

Une étude bibliographique effectuée a permis l'obtention, dans la littérature, d'un certain nombre de critères que nous allons décrire.

a) - Critère de Cunge et Cayla

Le Guide de la propagation de crues (Roche, 1987) présente un critère proposé par CUNGE et CAYLA, dont la démarche proposée serait la suivante :

- choix d'un pas d'espace Δx , de façon que l'on ait $\Delta x/C < t_m$, où C est la célérité et t_m est le temps de montée de l'hydrogramme, comme on peut le voir à la figure 2.1 ;

- on retient, dans l'hydrogramme, le point A, correspondant à la pointe de crue, et le point B, précédant A d'une durée $\Delta x/C$;

Figure 2.1 - L'hydrogramme amont dans le critère de Cunge et Cayla (D'après ROCHE, 1987)

- on déduit les cotes (Y_A et Y_B) et les vitesses (V_A et V_B) en appliquant les équations du régime permanent ;

- les termes d'inertie peuvent être négligeables si l'on vérifie l'inégalité suivante :

$$\left| \frac{Y_A - Y_B}{\Delta x} + \frac{v_A^2 - v_B^2}{2g\Delta x} - C \frac{v_A - v_B}{g\Delta x} \right| \ll 1 \quad (2.19)$$

b) - Critère sur une faible variation du régime autour du régime permanent

Ce critère, proposé initialement par DAUBERT, en 1964, (Roche, 1987), a été repris par DUBAND (1977) et par BOCQUILLON (1978).

Il est basé sur une étude effectuée à partir du transfert de perturbations élémentaires sinusoidales, sur une linéarisation du système de SAINT VENANT. A partir de l'écriture de l'équation dynamique, sous forme adimensionnelle, on obtient deux nombres (Bocquillon, 1978) :

- Nombre de Froude : $F = \frac{v_0}{\sqrt{g y_0}} \quad (2.20)$

- Durée réduite de la crue : $\theta = \frac{T_0 v_0 l_0}{y_0}$ (2.21)

où :

- v_0 , y_0 et l_0 sont, respectivement, la vitesse, le tirant d'eau et la perte de charge en régime permanent, correspondant à un débit voisin du débit de crue ;

- T_0 : durée de la crue.

Le plan (F^2, θ) peut être décomposé en domaines, figure 2.2, d'égale approximation, en gros, des équations de SAINT VENANT, en considérant une importance de 10% des différents termes dans l'équation dynamique.

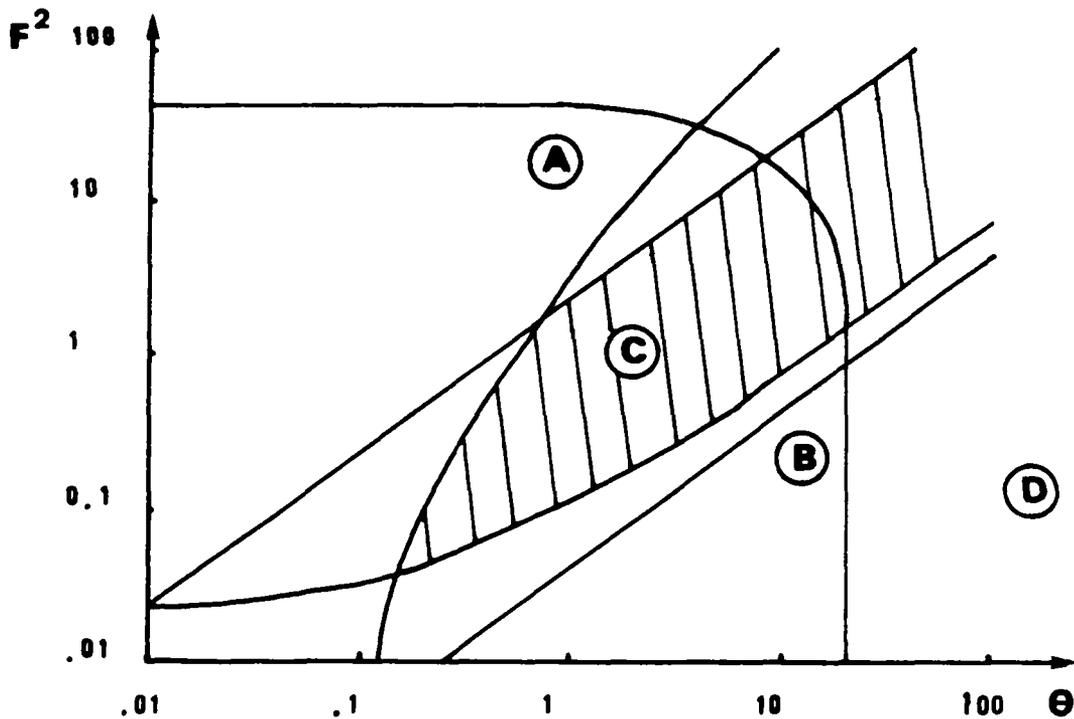


Figure 2.2 Domaines de simplification du système de Saint Venant (d'après BOCQUILLON, 1978)

La zone centrale C correspond à des situations où les différents termes de l'équation dynamique sont du même ordre de grandeur. Cette zone est entourée d'autres dans lesquelles certains termes de l'équation peuvent être négligés.

Les zones situées au-dessus de la zone centrale sont caractérisées par la faible importance de la pente et du frottement : c'est le domaine de validité des modèles dynamiques.

Les zones situées au-dessous de la zone C décrivent des situations où les termes d'inertie sont faibles. C'est donc le domaine de validité du modèle onde de crue diffusante, qui englobe celui du modèle HAYAMI. Pour la zone D on voit disparaître encore le terme hydrostatique; c'est le domaine de validité du modèle de l'onde cinématique.

c) - Critère basé sur SAINT VENANT linéarisé

Un autre critère pour la vérification du domaine de validité du modèle diffusant concerne une étude effectuée avec la propagation d'impulsions sinusoïdales, avec un modèle linéarisé de SAINT VENANT (Ponce, Li et Simons, 1978).

Dans cette étude, il a été observé une liaison entre des nombres adimensionnels, analogues à ceux vus au paragraphe précédent, et les erreurs de l'atténuation et de la vitesse de propagation. Cela a permis l'obtention d'un critère numérique de validation du modèle :

$$\frac{\theta}{F} \geq 30 \quad (2.22)$$

En vérifiant cette inégalité, on aura une erreur inférieure à 5% avec l'application du modèle diffusif, pour la plupart des applications pratiques.

2.2.3.2 - Les conditions aux limites

Le fait de négliger les termes d'inertie dans l'équation dynamique du système complet de SAINT VENANT nous conduit à un premier modèle d'onde de crue diffusante, qui présente comme avantage essentiel une relative réduction des calculs, tout en gardant les mêmes conditions aux limites nécessaires à la résolution du système complet.

Cependant, l'avantage essentiel de la simplification effectuée serait l'obtention d'une seule équation (2.3), soit en hauteur, soit en débit, et on arrive au deuxième modèle diffusant, qui va être à l'origine du modèle HAYAMI.

Pour la résolution de l'équation diffusante, on aura besoin aussi de deux conditions aux limites, qui ne sont pas, cependant, forcément les mêmes que celles nécessaires à la résolution du système complet. En effet, on est obligé d'utiliser soit deux fonctions $Y(t)$ ou soit deux fonctions $Q(t)$, à l'amont et à l'aval. On a donc une perte partielle des conditions limites (Kovacs, 1988); la résolution de l'équation diffusante implique un découplage entre la hauteur et le débit et au contraire du système complet, on ne peut pas utiliser une condition limite en débit, à l'amont et une condition en hauteur à l'aval, par exemple.

En ce qui concerne le modèle HAYAMI, le problème se pose d'une façon encore plus catégorique. En effet, comme on peut le voir sur l'équation (2.6), la solution analytique classique d'HAYAMI est dépendante d'une seule condition limite; l'hydrogramme en un point quelconque est obtenu par le produit de convolution de l'hydrogramme à l'amont par le noyau d'HAYAMI ; il n'y a pas de place donc pour une condition limite à l'aval, celle-ci étant repoussée à l'infini. Cela nous conduit donc à une impossibilité de prendre en compte l'effet aval avec ce modèle HAYAMI classique, étant nécessaires d'autres considérations pour ce faire.

Cette impossibilité relative conduit, donc, de façon assez nette, à une limitation importante pour le modèle: si l'on a affaire à des situations où l'effet des conditions aval est important, on ne peut pas utiliser ce modèle Hayami classique.

2.2.3.3 - La linéarisation de l'équation de diffusion

Le passage du modèle de l'onde de crue diffusante au modèle HAYAMI est fait par l'adoption de valeurs constantes pour les coefficients célérité (C) et diffusion (D) de l'équation (2.3).

Cette hypothèse complémentaire du modèle HAYAMI implique donc une invariabilité de C et D avec le débit. Sachant que les coefficients C et D sont des paramètres globaux, caractérisant toute la physique du cours d'eau, il est clair que l'on peut s'attendre à ce que cette hypothèse ne soit valable, à la rigueur, que pour des situations que l'on constate une faible variabilité des caractéristiques de la crue, notamment du débit.

En effet, pour des variations importantes du débit, et donc des tirants d'eau, il est raisonnable d'attendre des changements, plus ou moins importants, de la rugosité et des conditions de stockage le long du lit du cours d'eau. Ces changements de caractéristiques physiques, probablement donnent lieu à des changements correspondants des caractéristiques de la propagation. Et cela doit être plus prononcé si on a affaire à des conditions de débordement différentes; on n'aura certainement pas les mêmes valeurs de paramètres C et D pour des conditions de débordement différentes d'une rivière.

En avançant ici quelques constatations obtenues à partir d'une étude effectuée au paragraphe 2.4, on peut souvent considérer comme acceptable l'hypothèse d'invariabilité de la célérité et du coefficient de diffusion avec la crue, au moins pour des situations où l'on n'a pas de changements brutaux.

Cependant, il faut toujours avoir en tête les aspects que l'on vient de voir. Ils ne constituent pas, en fait, des critères numériques qui permettent de juger, d'une façon quantitative et non-subjective, de la validité du modèle HAYAMI par rapport au modèle onde de crue diffusante, mais ces aspects permettent une utilisation plus consciente du modèle, avec la connaissance des limitations qui peuvent l'invalider.

2.2.3.4 - Conclusions

Le domaine de validité du modèle HAYAMI peut donc être obtenu à partir de trois contraintes différentes :

- Les événements qui peuvent être simulés doivent être des crues lentes, avec temps de montée et durées assez importants, dans des rivières ayant des pentes non négligeables, de façon à satisfaire les critères exposés au chapitre 2.2.3.1 ;

- On ne peut pas prendre en compte des effets aval (paragraphe 2.2.3.2) sans faire des considérations complémentaires;

- Les crues doivent présenter une assez faible amplitude de débits, ou du moins, ne pas conduire à des situations de débordement différentes (paragraphe 2.2.3.3).

Il apparaît donc que le modèle HAYAMI se présente comme un outil de calcul valable pour traiter un ensemble de situations assez étendu. En effet, les critères vus au paragraphe 2.2.3.1 nous permettent de voir que, pour une gamme importante de situations, on peut se contenter du modèle HAYAMI. Des études récentes effectuées pour les réseaux d'assainissement (Kovacs, 1988) nous permettent de voir aussi l'applicabilité du modèle pour une grande diversité de situations, qui vont d'écoulements torrentiels à des conditions de pentes très faibles. La réponse du modèle HAYAMI a été, en général très satisfaisante.

Si l'on n'est pas concerné par les trois limites du modèle HAYAMI que l'on vient de voir, on peut attendre une certaine fiabilité des résultats donnés par le modèle.

2.3 - PROPOSITION D'UN MODELE HAYAMI SIMPLIFIE

Etant donné l'intérêt de disposer d'un modèle simplifié de propagation, avec des caractéristiques d'applicabilité satisfaisantes, on va développer, dans ce paragraphe, les démarches nécessaires pour la proposition, la mise-au-point, d'une utilisation simplifiée du modèle Hayami. Dans les paragraphes 2.3.1 et 2.3.2, on effectue le traitement mathématique nécessaire, et l'on explicite le cadre de l'étude. Au paragraphe 2.3.3, on propose des abaques, qui rendent le modèle simplifié de propagation opérationnel.

2.3.1 - L'intégration du modèle Hayami

Pour faire l'intégration de l'expression (2.6) découlant du modèle Hayami, on va effectuer quelques considérations théoriques (Michel, 1982).

En effet, dans l'expression (2.5), le terme exponentiel peut être pris comme du type:

$$EXP [\alpha - \sqrt{k (s + 1/a)}]$$

Si on met dans l'expression (2.5), le terme $q_1(s,0)$ sous une forme analogue, le calcul de la transformée inverse de $q_1(s,x)$ est immédiat. C'est-à-dire, si l'on peut écrire :

$$q_1(s,0) = EXP [\alpha' - \sqrt{k' (s + 1/a)}]$$

on peut calculer α' et k' pour que l'hydrogramme inverse de la transformée de Laplace ait des caractéristiques données et alors l'expression de $q_1(s,x)$ reste de la même forme :

$$q_1(s,x) = EXP [\alpha'' - \sqrt{k'' (s + 1/a)}]$$

et l'hydrogramme aval $q(t,x)$ s'en déduit immédiatement.

Cette démarche revient à dire que la crue à l'entrée du tronçon considéré est le résultat du routage, sur un prolongement amont de ce tronçon, d'une impulsion instantanée (Fonction de Dirac), lâchée à une certaine distance en amont, telle que le débit de pointe soit justement celui de la crue à l'entrée du tronçon considéré (cf. figure 2.3).

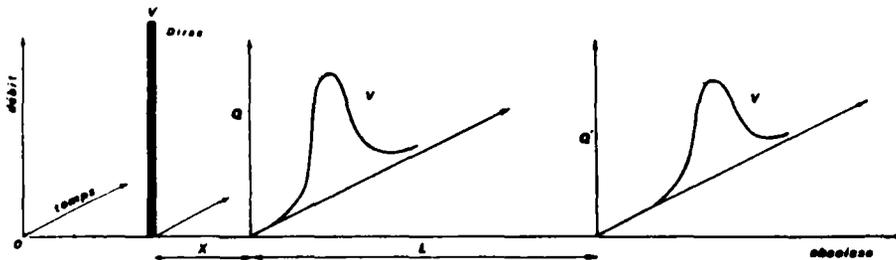


Figure 2.3 Assimilation de la crue au routage d'un Dirac

On a donc, dans ces conditions, un hydrogramme d'ame d'entrée $q(t,0)$, proportionnel à $k(t,x)$, et, un hydrogramme à la sortie du tronçon de longueur L , proportionnel à $k(t,x+L)$, avec le même facteur multiplicatif, à l'amont et à l'aval. L'intérêt de choisir un hydrogramme de projet sous la forme du noyau d'Hayami est donc évident.

On va considerer, dans la présente étude, cet hydrogramme, résultat du routage d'un Dirac, correspondant au noyau d'Hayami. Il faut se rappeler que cet hydrogramme est, cependant, spécifique au bief en question, car il est ultat du routage sur un prolongement fictif du bief, à l'amont.

Le noyau d'Hayami donnerait une crue de volume unité; si V est le volume de la crue à laquelle on s'intéresse, l'hydrogramme de projet que nous retiendrons est donc représenté par l'expression :

$$q(t) = V k(t,x) \quad (2.23)$$

A la sortie du tronçon de longueur L , l'hydrogramme est :

$$q'(t) = V k(t,x+L) \quad (2.24)$$

Il reste maintenant à transferer les caracteristiques de la crue à l'amont aux caracteristiques d'un hydrogramme donné par le noyau d'Hayami.

2.3.2 - La définition d'une crue d'Hayami

Dans la première partie de la thèse, on a fait quelques considérations sur la nature des données hydrologiques que l'on est fréquemment obligé de traiter. En effet, dans la pratique de l'hydrologie, en général, et dans l'étude de la propagation de crue, en particulier, une multitude d'erreurs, de plusieurs origines différentes, vient apporter une incertitude, plus ou moins importante, aux informations disponibles, rendant illusoire l'idée d'avoir une grande précision dans les calculs de propagation. Il est donc raisonnable la possibilité de décrire une crue sous une forme simplifiée, voir même en adoptant une forme analytique simple.

Sachant l'intérêt qu'on a d'avoir une crue de projet de la forme d'une crue d'Hayami, (paragraphe 2.3.1), il est nécessaire de caler cet hydrogramme-type sur les caractéristiques de la crue à l'amont. Tout d'abord, il a paru souhaitable de retenir le débit de pointe et le volume de la crue comme caractéristiques de la crue à prendre en compte pour l'hydrogramme correspondant au noyau d'Hayami. Cette définition d'une crue par deux paramètres peut paraître insuffisante. En effet, en ne disposant que de cette information, on n'introduit pas de caractéristiques importantes, comme la forme de l'hydrogramme qui pourrait jouer un rôle sensible dans le phénomène de propagation et, l'introduction d'un paramètre représentatif de ces conditions, paraît tout à fait intéressante.

Un problème additionnel qui se présente, pour la prise en compte du volume concerne la difficulté d'obtenir sa valeur précise. En effet, dans le calcul du volume écoulé il est souvent difficile de séparer les différents écoulements, et de bien définir la fin et le début d'une crue.

Il semble que la prise en compte d'un paramètre quantitatif concernant la durée de la crue serait convenable; on a retenu une durée pendant laquelle le débit dépasse 80% du débit de pointe. Une crue quelconque pourrait donc être représentée par un débit de pointe Q et une durée P (Figure 2.4).

L'obtention de la durée P est, au contraire de l'obtention du volume, relativement aisée, et surtout, n'implique aucune subjectivité.

En ce qui concerne le choix de la valeur de 80% du débit de pointe, on sait que l'atténuation d'une crue est conditionnée, essentiellement, par la courbure à la pointe de l'hydrogramme, (paragraphe 2.2.2). C'est donc surtout la forme du sommet de la crue qui a de l'importance, d'autant plus que, dans les applications pratiques, l'atténuation reste plutôt faible, et dépasse rarement 50%. On a donc retenu cette valeur de 80%, pour la définition de la durée de dépassement.

Des vérifications effectuées a posteriori nous ont permis de confirmer la pertinence de cette valeur de 80 % du débit de pointe. En effet, les calculs effectués avec quelques données de cours d'eau réels (Quatrième Partie), nous ont permis de constater une erreur moyenne de 21 % pour l'atténuation et de 20 % pour le retard de la pointe (voir tableau 4.10). En effectuant les mêmes calculs avec l'adoption d'une durée correspondante au dépassement de 50 % du débit de pointe, on constate des erreurs moyennes respectivement de 55 et 21 % (Voir Annexe D). On voit donc que si l'on ne constate pas de différence significative au niveau du calcul du temps de transfert, on vérifie qu'il y a un écart important au niveau du calcul de l'atténuation, et que la précision est accrue lorsque l'on introduit un paramètre descriptif de l'extrême pointe de la crue.

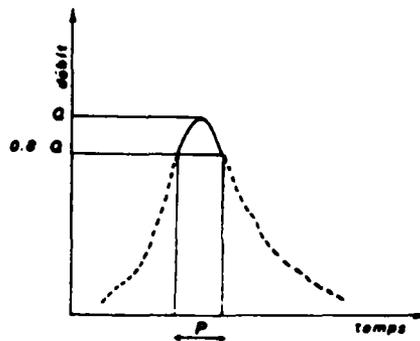


Figure 2.4 - Les paramètres Q et P d'une crue

Comme on peut le voir sur la Figure 2.4, cette durée, P, permet d'introduire donc, d'une certaine façon, des informations concernant l'évolution temporelle du débit, la courbure, aux voisinages du sommet de l'hydrogramme. La prise en compte de ce paramètre P, est donc tout-à-fait adéquate pour l'objectif essentiel, qui est centré sur les éléments du routage d'une crue les plus importants pour l'hydrologue, que sont l'atténuation du débit de pointe et le décalage des pointes entre deux sections données, sans trop se préoccuper de la parfaite définition de la forme de l'hydrogramme.

De cette façon, il reste à caler ces deux paramètres essentiels, que sont Q et P, sur l'hydrogramme de projet, que l'on pourrait désigner sous le nom de "Crue d'Hayami pour un bief donné", (figure 2.5) :

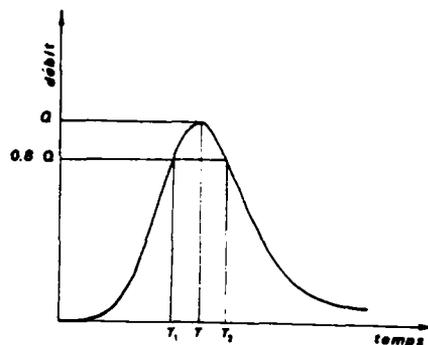


Figure 2.5 - Une "crue d'Hayami pour un bief donné"

Dans ce qui suit, on utilisera, pour simplifier, la dénomination plus ramassée de " Crue d'Hayami ". Cependant, il faut se rappeler que cette crue est adaptée au bief que l'on traite.

2.3.2.1 - Le débit de pointe

Etant donné une crue d'Hayami, représentée par l'expression (2.23), nous allons rechercher la valeur du débit maximum. A l'entrée du tronçon, on a l'hydrogramme donné par :

$$k(t, x) = \frac{x}{2\sqrt{\pi D} t^3 \text{EXP}[(x - Ct)^2/4Dt]}$$

A la sortie du tronçon, on a :

$$k(t', x+L) = \frac{x+L}{2\sqrt{\pi D} t'^3 \text{EXP}[(x+L - Ct')^2/4Dt']}$$

Au niveau des débits donc, il suffit de calculer x pour déterminer Q' , qui est le débit maximum de $q'(t', x+L)$. La détermination de x est faite en écrivant que le débit maximum de $q(t, x)$ est égal à Q .

Le problème se réduit donc à la recherche du débit de pointe de $q(t, x)$, pour x donné :

$$q(t, x) = V \frac{x}{2\sqrt{\pi D} t^3 \text{EXP}[(x - Ct)^2/4Dt]} \quad (2.25)$$

Pour ce faire, il faut chercher la valeur de t qui annule la dérivée de cette expression. Pour travailler avec des variables adimensionnelles, on note :

$$u = Ct/x \quad (2.26)$$

$$\rho = \frac{Cx}{4D} \quad (2.27)$$

et on obtient :

$$q(t,x) = \frac{CV}{x} \sqrt{\frac{p}{\pi}} u^{-3/2} \text{EXP} [-p(1-u)^2/u]$$

En prenant :

$$h(u) = \frac{p}{\pi} u^{-3/2} \text{EXP} [-p(1-u)^2/u]$$

on obtient donc :

$$h'(u) = h(u) [p/u^2 - 3/2 u - p]$$

qui s'annule pour :

$$p/u^2 - 3/2 u - p = 0$$

Alors, l'expression (2.25) prend sa valeur maximale pour:

$$u+ = \frac{1}{3/4p + \sqrt{1 + (3/4p)^2}}$$

En notant T la valeur de t correspondant au maximum Q, obtenu à l'entrée du tronçon, avec l'abscisse x, et en prenant toujours pour ce maximum :

$$B = 3D/Cy = 3/4p \quad (2.28)$$

$$A = u+ = CT/x \quad (2.29)$$

on obtient :

$$A = \frac{1}{B + \sqrt{1 + B^2}} \quad (2.30)$$

qui s'écrit également :

$$B = (1/A - A) / 2 \quad (2.30')$$

Le débit maximum, obtenu pour $t = T$ et à l'abscisse x vaut donc :

$$Q = \frac{C^2 V}{D} G(B) \quad (2.31)$$

avec:

$$G(B) = (1/2) \sqrt{B/3\pi} (B + \sqrt{1 + B^2})^{3/2} \text{EXP}[-3B/2(1 + \sqrt{1 + B^2})] \quad (2.32)$$

Si on avait retenu comme caractéristiques de la crue à caler sur l'hydrogramme d'Hayami tout simplement le débit de pointe et le volume de la crue, le problème serait déjà résolu. En effet, en notant B' la valeur de B pour la sortie du tronçon, de longueur L , et T' le temps correspondant au débit de pointe à la sortie, on a:

$$\frac{CT'}{x + L} = \frac{1}{B' + \sqrt{1 + B'^2}}$$

L'intervalle de temps, $t = T - T$, entre les deux points considérés est donc :

$$\Delta t = \frac{1}{C} \left[\frac{x+L}{B' + \sqrt{1+B'^2}} - \frac{x}{B + \sqrt{1+B^2}} \right] \quad (2.33)$$

2.3.2.2 - La Durée de Dépassement

Comme précisé dans le paragraphe 2.3.2, le paramètre P désigne la durée pendant laquelle le débit dépasse 80% du débit maximum Q. Pour sa définition, on cherche les deux racines, T_1 et T_2 (figure 2.5) de l'équation en t :

$$V k(t,x) = 0.8 Q$$

c'est-à-dire :

$$k(t,x) = 0.8 k(T,x) \quad (2.34)$$

Utilisant l'expression (2.7), ainsi que la relation (2.30), et en notant $U = t/T$, on obtient l'équation en U donnant les deux racines U_1 et U_2 , que nous noterons :

$$f(U) = 0 \quad (2.35)$$

et qui est donnée par l'expression (2.36) :

$$f(U) = \ln(U) + \frac{(1-U)}{(1-A^2)} (1/U - A^2) + 2/3[\ln(0.8)] \quad (2.36)$$

On vérifie que, dans \mathbb{R}_+ , $f'(U)$ s'annule pour $U = 1$, et que $f''(U)$ est ≥ 0 pour $0 < U < 2/(1-A^2)$.

On peut résoudre l'équation $f(U) = 0$ par la méthode de NEWTON, en partant de valeurs initiales pour lesquelles $f(U) \geq 0$ et $f''(U) \geq 0$. Il en est ainsi pour:

$$U = 2/(1-A^2) \quad (2.37)$$

et son inverse comme on peut le voir sur la figure 2.6.

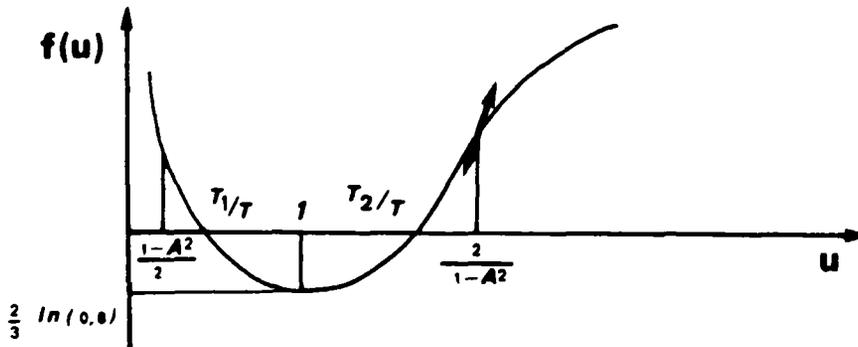


Figure 2.6 - La recherche de T1 et T2

En procédant ainsi, on trouve les deux valeurs, T_1 et T_2 , en fonction de T et de A^2 , et on peut en déduire $P = T_2 - T_1$. Nous désignons l'application $A \Rightarrow P$ par:

$$P = T H(A^2) \quad (2.38)$$

2.3.2.3 - Routage d'une crue d'Hayami

La situation est donc la suivante : on a un bief avec une longueur L , caractérisé par les paramètres hydrauliques C et D . Une pointe de crue, caractérisée par le débit maximum Q et la durée de dépassement P , se présente

en amont du tronçon. Le problème est d'obtenir la crue à l'aval du tronçon, caractérisée par les éléments suivants (figure 2.7) :

- le débit maximum Q' ;
- la durée P' à l'aval ;
- le retard de la pointe Δt .

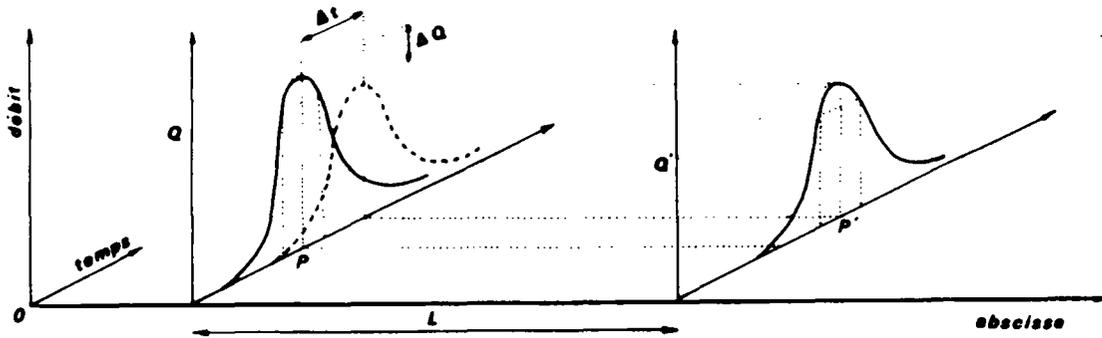


Figure 2.7 - Représentation de la propagation d'une crue

La solution proposée est de considérer que la crue dont il faut calculer le routage peut être décrite par l'expression (2.23), qui dépend de 3 paramètres, dont deux explicites, le volume V et x , et un implicite, l'origine des temps t , que nous remplaçons par T , date de l'obtention de la pointe de la crue à l'entrée du bief.

Les valeurs de A et B , données par les expressions (2.28) et (2.29), peuvent être déterminées à partir des développements précédents. En effet, avec les équations (2.30') et (2.38), on obtient l'équation suivante en A^2 :

$$\frac{2A^2 H[A^2]}{1 - A^2} = \delta \quad (2.39)$$

où δ représente : $C^2P/3D$.

D'après l'équation (26), et en remarquant que $x' = x + L$ on en déduit, après avoir noté $\Omega = CL/3D$:

$$\frac{1}{B'} = \frac{1}{B} + \Omega \quad (2.40)$$

ce qui nous donne l'atténuation :

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{G(B')}{G(B)} \quad (2.41)$$

Connaissant B' , on en déduit A' par les relations (2.29) et (2.30).

En utilisant la relation (2.28), et en notant Δt la quantité $T' - T$ on peut montrer que l'on obtient :

$$\frac{\Delta t}{P} \frac{1}{\delta} = (A'/B' - A/B) \quad (2.42)$$

En ce qui concerne la durée de la crue à l'aval, par application des relations (2.42), (2.29) et (2.28) et en remarquant que $T' = T + \Delta t$, on obtient :

$$\frac{P'}{P} = \frac{A'}{\delta B'} H(A'^2) \quad (2.43)$$

Toute cette procédure peut être résumée dans le diagramme présenté à la figure 2.8 :

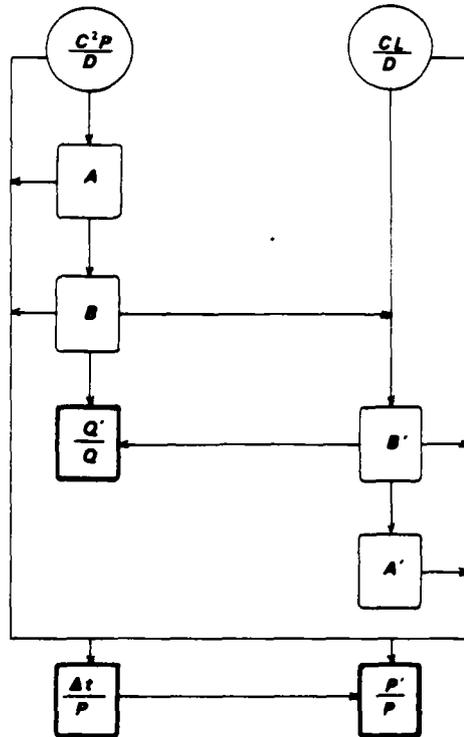


Figure 2.8 - Schéma de la procédure de calcul

2.3.3 - La construction des abaques

Pour donner au modèle simplifié proposé un caractère effectivement opérationnel, il nous faut, soit un programme informatique, soit des abaques, obtenus à partir de la résolution, une fois pour toutes, des calculs vus précédemment, sur un ensemble assez large de valeurs des paramètres.

On a choisi d'adopter la deuxième démarche, c'est-à-dire, la construction d'abaques, comme décrit dans ce qui suit.

2.3.3.1 - Abaques à partir de δ et Ω

En reprenant les calculs décrits au paragraphe précédent, l'utilisation de plusieurs valeurs des paramètres δ et Ω , c'est-à-dire, C^2P/D et CL/D , permet d'établir des abaques rendant le calcul du routage immédiat.

En effet, avec l'abaque 1, présenté à la figure 2.9, la détermination de l'intersection de la ligne $\ln(C^2P/D)$ et de la ligne $\ln(CL/D)$, nous donne, en abscisse, l'atténuation et, en ordonnée, le décalage, après quelques calculs algébriques simples.

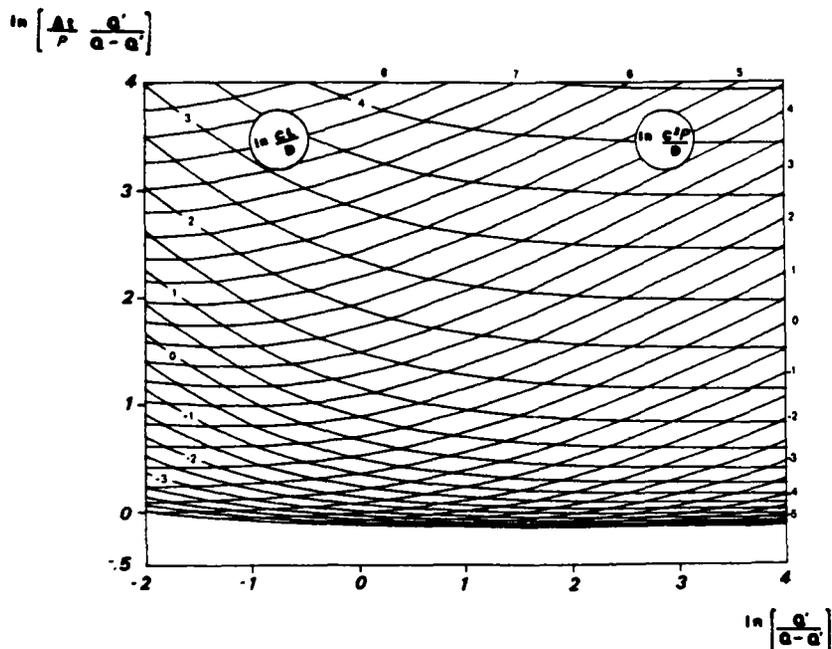


Figure 2.9 - Abaque 1 : L'Atténuation et le Décalage à partir de δ et Ω

Une particularité très intéressante et utile de l'abaque 1 est que, en fait, il permet d'effectuer l'opération inverse, c'est-à-dire, l'identification des paramètres C et D à partir de données de propagation observées. On va revenir sur cette possibilité au paragraphe 2.4.2.

L'abaque 2, présenté à la figure 2.10, avec l'introduction des mêmes informations utilisées dans l'abaque 1, nous permet de déduire la durée, P', de la crue à l'aval, en ordonnée.

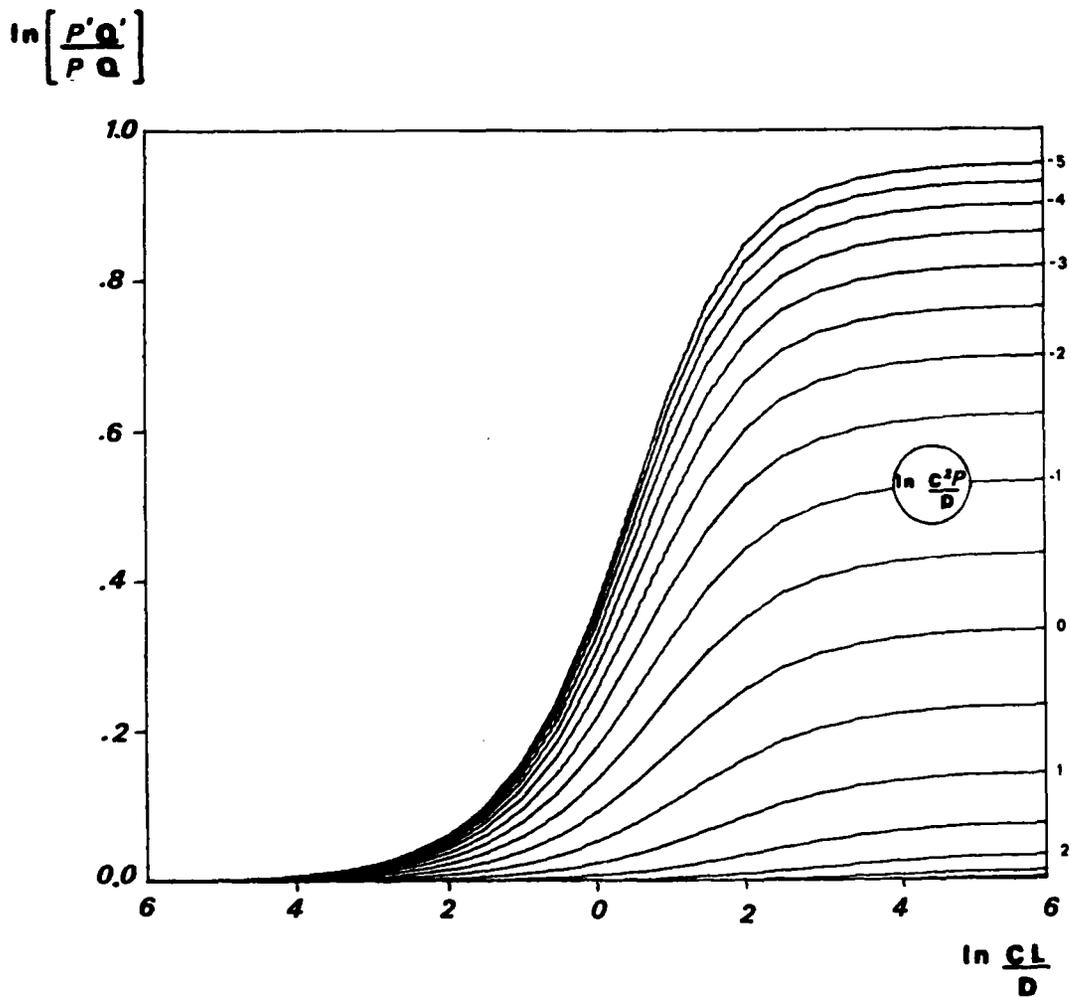


Figure 2.10 - L'abaque 2 : Calcul de la durée P' à l'aval à partir de δ et Ω

Pour des raisons de lisibilité de ces abaques, les valeurs calculées en sortie ont été légèrement transformées et on peut aisément en déduire les informations qui nous intéressent.

2.3.3.2 - Abaques partant directement de C et D

On avait pensé, tout d'abord, construire des abaques à partir des paramètres C et D isolés, sur chacun des axes, en construisant des nombres sans dimensions, faisant intervenir ces deux grandeurs.

En effet, avec l'introduction de nombres sans dimensions CP/L et DP/L^2 , on a pu obtenir les abaques des figures 2.11 et 2.12 ci-après.

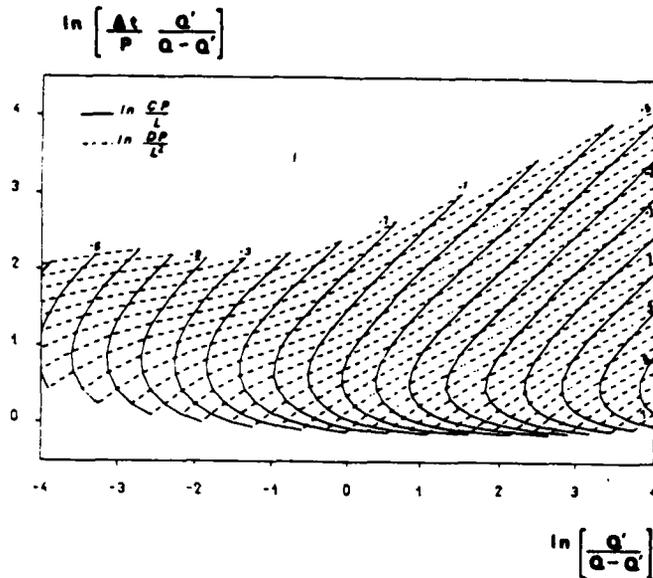


Figure 2.11 - Abaque de l'atténuation et du décalage à partir de C et D

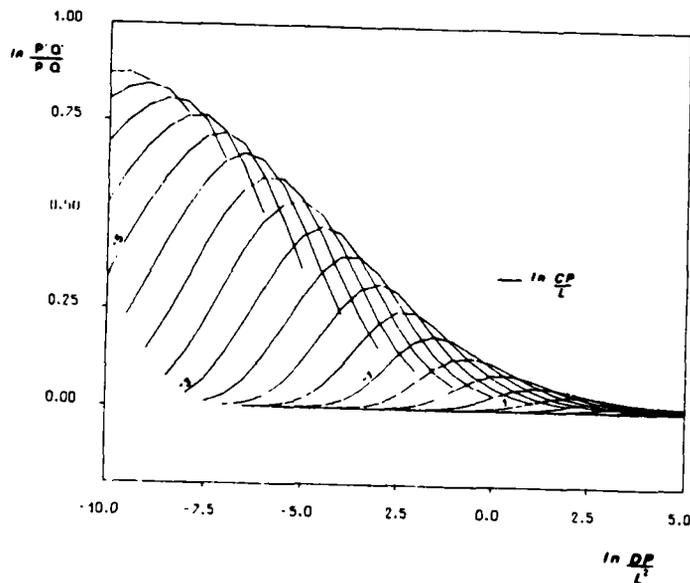


Figure 2.12 - Abaque de la durée à l'aval à partir de C et D

On voit, cependant, le caractère non-monotone de la fonction CP/L , ce qui montre que connaissant C et l'atténuation, deux temps de transfert sont possibles.

2.4 - ETUDE DES PARAMETRES C ET D DU MODELE HAYAMI

Comme on a pu le voir au paragraphe 2.2.2, les paramètres de célérité et de diffusion sont des éléments indispensables pour l'application du modèle HAYAMI. En effet, ils constituent les uniques paramètres du cours d'eau, en plus de la longueur, nécessaires à l'utilisation de la méthode. Leur détermination doit être faite à partir d'un calage sur des crues déjà observées simultanément à l'entrée et à la sortie du tronçon du cours d'eau. Il faut donc disposer d'hydrogrammes et, par approximations caler les paramètres. En l'absence de ce type de données, ce qui se vérifie souvent dans la pratique de l'hydrologie, on peut avoir une idée de ces valeurs, à partir de quelques hypothèses simplificatrices, comme on va le voir au paragraphe 2.4.1.

On essaye, par la suite, de donner des indications pour la détermination de ces paramètres. On verra au paragraphe 2.4.2 l'application de la méthodologie proposée précédemment pour une identification aisée de ces paramètres. Dans le paragraphe 2.4.3 on décrira les différentes regressions effectuées pour étudier l'influence des divers paramètres sur les coefficients C et D, en envisageant l'obtention ou la validation des expressions permettant, d'une part, de calculer C et D en l'absence de mesures, et d'autre part, d'ajuster des valeurs connues de C et D aux nouvelles crues à modéliser.

2.4.1 - Détermination Théorique des paramètres

La détermination théorique de C et D constitue, en fait, une approche déterministe, basée sur les équations (2.8) et (2.9), dérivées de la formulation de l'équation de l'onde de crue diffusante, et donc des équations de Saint-Venant.

Pour simplifier ces expressions on doit faire quelques hypothèses simplificatrices supplémentaires, en général acceptables au niveau de l'hydraulique des cours d'eau naturels.

En effet, pour le calcul de la célérité, en reprenant l'expression (2.8) et en supposant un canal rectangulaire uniforme, le terme C_c (2.12) s'annule. La célérité

donc est constituée seulement du terme C_s , comme on peut le voir dans l'expression (2.44) :

$$C = C_s = - \frac{1}{W} \frac{\partial J / \partial z}{\partial J / \partial Q} \quad (2.44)$$

où :

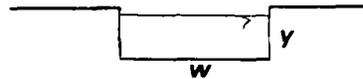
- Q : débit;
- z : cote de la surface libre;
- W : largeur au miroir;
- J : pente des pertes de charge.

Avec l'hypothèse complémentaire, elle aussi souvent vérifiable pour les cours d'eau naturels, d'assimiler un bief à un canal rectangulaire large, c'est-à-dire avec le tirant d'eau négligeable par rapport à la largeur, on a :

$$S = W Y$$

$$R = Y$$

où :



- S : Section Mouillée ;
- R : Rayon hydraulique ;
- Y : Tirant d'eau.

En considérant le régime uniforme, avec la formulation de MANNING-STRICKLER pour le frottement, on obtient :

$$\frac{\partial J}{\partial z} = - \frac{10}{3} \frac{Q^2}{K^2 W^2 Y^{13/3}}$$

et

$$\frac{\partial J}{\partial Q} = \frac{2 Q}{K^2 W^2 Y^{10/3}}$$

où K est le coefficient de Strickler.

Cela nous donne :

$$C = \frac{5}{3} \frac{Q}{W Y} \quad (2.45)$$

Or, on a, en général, une idée de la valeur de référence, soit du débit, soit du tirant d'eau. On peut donc obtenir C, soit à partir de l'un, soit à partir de l'autre. En effet en adoptant les expressions du régime permanent, on a :

$$Q^2 = K^2 I S^2 R^{4/3} \quad (2.46)$$

avec I étant la pente du fond.

L'expression (2.46) devient alors :

$$Q^2 = K^2 I W^2 Y^{10/3} \quad (2.47)$$

On obtient les expressions suivantes, fonction soit du débit, soit du tirant d'eau :

$$C = 5/3 (Q/W)^{0,4} (K I^{1/2})^{0,6} \quad (2.48)$$

ou :

$$C = 5/3 Y^{2/3} K I^{1/2} \quad (2.48')$$

En ce qui concerne le coefficient de diffusion D, en utilisant les mêmes hypothèses, on obtient l'expression suivante, à partir de l'expression (2.15) :

$$D = \frac{Q}{2 I W} \quad (2.49)$$

Ce qui nous donne l'expression suivante, en fonction du tirant d'eau :

$$D = \frac{K \gamma^{5/3}}{2 l^{1/2}} \quad (2.49')$$

Cette approche nous permet donc d'obtenir C et D en l'absence d'enregistrements de crues. Néanmoins il est préférable de caler C et D sur des observations, comme nous le démontrerons dans les paragraphes suivants.

2.4.2 - Détermination à partir de mesures - Application du modèle simplifié proposé

La détermination de C et D, dans la pratique, se fait par calage sur des crues observées simultanément à l'entrée et à la sortie du tronçon considéré. On doit donc chercher le couple de valeurs C et D qui permet une meilleure représentation de la crue à l'aval, étant donnée la crue à l'amont.

Pour ce faire, il nous faut, comme données, les hydrogrammes à l'amont et à l'aval du tronçon et on doit résoudre l'équation (2.6), en cherchant les valeurs de C et D qui s'ajustent le mieux aux données, qui minimisent les écarts.

Pour le cas où l'on dispose de plusieurs jeux de mesures, on doit déterminer les différentes valeurs de C et D, et ensuite, pour modéliser une nouvelle crue, on doit utiliser soit la moyenne, soit adopter le couple de valeurs considérées comme le plus adéquat pour la crue à étudier.

Pour effectuer cette détermination de C et D on a, en principe, besoin de moyens informatiques. En effet, il nous faut effectuer le calcul numérique de l'équation de convolution un certain nombre de fois, jusqu'à obtention des valeurs de C et D qui nous donnent un ajustement satisfaisant de la crue à l'aval.

La méthodologie décrite au paragraphe 2.3.2.3. nous permet, cependant, le calage direct des paramètres C et D par l'utilisation de l'abaque 1, présenté à la figure 2.13. En effet, pour une crue observée à l'amont (Q,P), dont on connaît la résultante à l'aval d'un tronçon de longueur L, c'est-à-dire le décalage des pointes Δt et l'atténuation Q'/Q , on peut calculer $\ln[Q'/(Q-Q')]$, ainsi que $\ln[(\Delta t/P)Q'/(Q-Q')]$.

Cela nous permet de définir un point du graphique de l'abaque 1, comme illustré à la figure 2.3. Les valeurs de $\ln(C^2P/D)$ et $\ln(CL/D)$ se lisent sur les cotes des courbes qui se croisent en ce point, ce qui permet d'obtenir D/C^2 et D/C et, par suite, C et D.

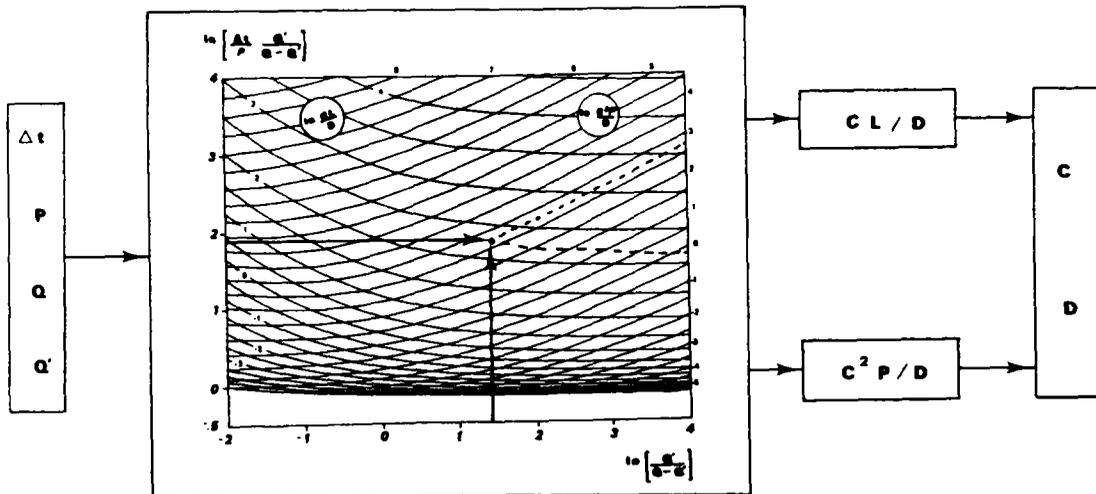


Figure 2.13 - L'utilisation de l'abaque 1 pour la détermination de C et D

Il faut noter que l'abaque fait apparaître un domaine où cette identification est impossible, qui est le cas où $\Delta t/P < 0,82 (Q-Q')/Q'$; le coefficient 0,82 correspond à l'inverse des racines de l'équation :

$$\ln x + 1/x = 1 - (2/3) \ln(0,8)$$

Cette relative simplicité pour le calcul de C et D nous permet d'envisager une utilisation plus répandue du modèle HAYAMI dans des situations variées, en apportant donc une réelle contribution à l'utilisation pratique du modèle.

2.4.3 - Proposition d'expressions empiriques pour la détermination de C et D

Dans ce paragraphe, on va étudier la possibilité de proposer des expressions empiriques pour le calcul, ou la correction, de C et D.

En effet, face à la relative simplicité du calcul de C et D avec l'utilisation de la méthodologie proposée au chapitre 2.4.2, il a paru tout-à-fait intéressant d'étudier les variations de C et D pour un nombre important d'événements, concernant différentes situations de crue et de cours d'eau. Si l'on effectue la détermination des paramètres pour une gamme d'événements assez étendue, on pourrait avoir une meilleure compréhension du rôle des paramètres dans le

phénomène de propagation, de leurs limites pratiques et de leur variabilité en fonction des différentes caractéristiques physiques des cours d'eau et des crues.

Face à la difficulté d'obtenir des crues réelles en nombre suffisant, et avec des variations souhaitables des différents paramètres, on a travaillé avec des crues synthétiques, propagées selon le modèle complet de Saint Venant.

Comme objectif pratique de cette analyse, on pourrait obtenir des expressions permettant le calcul des paramètres C et D en l'absence de mesures, en confirmant ou non les expressions théoriques vues au paragraphe 2.4.1. En outre, on pourrait aussi obtenir des expressions permettant d'effectuer des corrections et ajustements de paramètres déjà connus, en fonction des caractéristiques des crues que l'on veut étudier.

Pour effectuer cette analyse, on doit tout d'abord, effectuer des régressions multiples, en ayant comme variables à expliquer C et D, et comme variables explicatives, les différents paramètres du cours d'eau et de la crue. Cette étape est décrite au paragraphe 2.4.3.2.

2.4.3.1 - Données utilisées

Les crues synthétiques qu'on a étudiées sont constituées essentiellement de 50 événements, simulés sur des canaux rectangulaires de grande largeur, obtenus lors d'études antérieures, menées au CEMAGREF (Florid, 1984), (Oswald, Ricoleau et Tarhouni, 1983).

Ces crues ont été routées dans des canaux, avec l'utilisation d'un modèle complet de Saint-Venant. Les différents éléments de ces crues, ainsi que des caractéristiques des canaux, sont présentés dans le tableau 2.1.

Ces valeurs reflètent des grandeurs courantes dans la pratique de l'hydrologie ; essentiellement, les différentes caractéristiques retenues et la gamme correspondante de variations sont les suivantes :

- pour les cours d'eau :

. coefficient de Strickler	: 20 à 60 ;
. pente	: 0,00003 à 0,005 ;
. longueurs	: 300 à 10000 m ;

- pour les crues :

- . débit unitaire à l'amont : 0,3 à 20 m²s⁻¹ ;
- . durée de dépassement : 0,11 à 1,71 heures.

#	Rugosité K	Débit Q/V (m ² /s)	Décalage t (h)	Atténuation R (%)	Durée P (h)	Pente I (‰)	Longueur L (m)
1	30	2,20	0,42	2,50	1,07	2,00	3000
2	60	3,20	0,27	8,16	0,49	1,00	3000
3	60	3,20	0,27	7,59	0,47	1,00	3000
4	35	3,20	0,19	1,47	0,38	5,00	3000
5	20	3,20	0,44	33,44	0,39	0,30	3000
6	20	20,20	0,14	10,97	0,36	3,00	3000
7	35	3,20	0,45	28,59	0,46	0,10	3000
8	35	3,20	0,45	51,75	0,22	0,10	3000
9	35	3,20	0,45	72,19	0,11	0,10	3000
10	35	3,20	0,45	11,13	0,91	0,10	3000
11	35	3,20	0,45	28,59	0,46	0,10	3000
12	35	3,20	0,45	29,69	0,46	0,03	3000
13	35	3,20	0,42	24,94	0,46	0,30	3000
14	35	3,20	0,38	13,44	0,46	1,00	3000
15	35	0,30	1,00	18,33	0,46	0,10	3000
16	35	1,20	0,65	35,75	0,46	0,10	3000
17	35	10,20	0,26	16,91	0,46	0,10	3000
18	35	3,20	0,02	0,53	0,46	0,10	300
19	35	3,20	0,14	4,81	0,46	0,10	1000
20	35	3,20	2,00	72,59	0,46	0,10	10000
21	25	3,20	0,49	33,00	0,46	0,10	3000
22	45	3,20	0,40	25,81	0,46	0,10	3000
23	55	3,20	0,36	23,94	0,46	0,10	3000
24	60	3,20	0,34	23,25	0,46	0,10	3000
25	65	3,20	0,32	22,63	0,46	0,10	3000
26	35	3,50	0,39	23,03	0,46	0,10	3000
27	35	4,00	0,36	17,55	0,46	0,10	3000
28	35	8,00	0,25	5,40	0,46	0,10	3000
29	35	3,20	0,43	30,38	0,46	0,10	3000
30	35	3,20	0,40	30,00	0,46	0,10	3000
31	35	3,20	0,37	29,03	0,46	0,10	3000
32	35	3,20	0,33	28,34	0,46	0,10	3000
33	30	2,10	0,49	18,77	0,45	1,00	3000
34	30	2,05	0,50	19,90	0,45	1,00	3000
35	30	0,60	0,86	22,00	0,45	1,00	3000
36	30	1,10	0,65	21,36	0,45	1,00	3000
37	30	2,10	0,15	4,52	0,45	1,00	1000
38	30	2,10	1,89	49,33	0,45	1,00	10000
39	40	2,10	0,40	13,76	0,45	1,00	3000
40	30	2,10	0,56	28,90	0,45	0,50	3000
41	30	2,10	0,45	6,00	0,84	1,00	3000
42	30	2,10	0,54	42,71	0,21	1,00	3000
43	30	2,10	3,14	79,52	0,26	0,50	10000
44	30	1,10	0,61	2,00	1,71	1,00	3000
45	30	1,10	0,66	4,36	1,71	0,50	3000
46	30	2,10	2,46	70,00	0,20	1,00	10000
47	30	1,10	0,81	56,73	0,20	0,50	3000
48	30	2,10	2,39	40,33	0,87	0,50	10000
49	30	2,10	1,91	22,95	0,87	1,00	10000
50	30	2,10	1,63	6,57	1,70	1,00	10000

Tableau 2.1 - Elements des crues et des canaux synthétiques

On va donc traiter ces 50 événements, qui nous donnent une variation assez importante des valeurs de l'atténuation et du décalage :

- Atténuation : 0,53 à 79,52 % ;
- Décalage : 0,02 à 3,14 heures.

On voit, que l'on dispose d'une gamme de variations assez étendue des différentes variables en question, ce qui nous permet d'effectuer des régressions pour étudier les variations correspondantes des paramètres.

L'utilisation de la démarche décrite au paragraphe 2.4.2, pour l'ensemble de ces données, nous a permis d'obtenir les valeurs de la célérité et du coefficient de diffusion présentées au tableau 2.2.

N	CELERITE (m/s)	DIFFUSION (m ² /s)	N	CELERITE (m/s)	DIFFUSION (m ² /s)
1	1,994	572	26	2,014	2018
2	3,065	1620	27	2,270	1686
3	3,096	1408	28	3,320	1119
4	4,393	446	29	1,665	2515
5	1,649	2018	30	1,733	3072
6	5,755	9897	31	1,840	3678
7	1,682	1939	32	1,954	5014
8	1,391	1808	33	1,682	665
9	0,726	1978	34	1,649	685
10	1,822	1845	35	0,970	151
11	1,682	1939	36	1,284	347
12	1,649	2080	37	1,859	473
13	1,859	1845	38	1,448	781
14	2,181	953	39	2,075	804
15	0,835	76	40	1,419	925
16	1,174	973	41	1,840	721
17	3,034	4492	42	1,492	478
18	4,137	1978	43	0,779	781
19	1,974	645	44	1,377	384
20	0,811	3984	45	1,259	672
21	1,462	1978	46	1,116	260
22	1,896	2276	47	0,970	305
23	2,117	2807	48	1,139	880
24	2,226	3197	49	1,462	614
25	2,340	3678	50	1,699	757

Tableau 2.2 - Les valeurs de C et D identifiées

Les valeurs de C varient entre 0,726 et 5,755 m/s, et les valeurs de D sont entre 76 et 5014 m²/s. Ils semblent, donc, constituer un échantillon pouvant être considéré comme représentatif des valeurs réelles, trouvées dans la pratique de l'hydrologie des cours d'eau naturels.

De façon à effectuer des régressions et ensuite à vérifier les différents résultats, on a partagé l'échantillon de crues en deux. Le premier, concernant 25 crues, est destiné aux régressions; le deuxième, avec les 25 autres événements est l'échantillon "Test", destiné à la validation du modèle proposé.

Dans ce deuxième échantillon, on dispose de 5 biefs différents, nommés ST1 à ST5, avec 11, 6, 4, 2 et 2 événements, respectivement. Les données concernant cet échantillon sont présentées au tableau 2.3.

Bief	Rugosité K	Debit Q/V (m ² /s)	Durée P (h)	Atténuation Q (%)	Decalage t (h)	Pente I (%)	Longueur L (m)
ST1	35	4,00	0,36	17,55	0,46	0,10	3000
	35	3,20	0,43	30,38	0,46	0,10	3000
	35	3,20	0,40	30,00	0,46	0,10	3000
	35	3,20	0,37	29,03	0,46	0,10	3000
	35	3,20	0,33	28,34	0,46	0,10	3000
	35	3,20	0,45	51,75	0,22	0,10	3000
	35	3,20	0,45	28,59	0,46	0,10	3000
	35	3,20	0,45	72,19	0,11	0,10	3000
	35	3,20	0,45	28,59	0,46	0,10	3000
	35	1,20	0,65	35,75	0,46	0,10	3000
	35	10,20	0,26	16,91	0,46	0,10	3000
ST2	30	2,10	0,49	18,77	0,45	1,00	3000
	30	2,05	0,50	19,90	0,45	1,00	3000
	30	0,60	0,86	22,00	0,45	1,00	3000
	30	1,10	0,65	21,36	0,45	1,00	3000
	30	2,10	0,45	6,00	0,84	1,00	3000
	30	2,10	0,54	42,71	0,21	1,00	3000
ST3	30	2,10	2,46	70,00	0,20	1,00	10000
	30	2,10	1,91	22,95	0,87	1,00	10000
	30	2,10	1,63	6,57	1,70	1,00	10000
	30	2,10	1,89	49,33	0,45	1,00	10000
ST4	30	2,10	0,56	28,90	0,45	0,50	3000
	30	1,10	0,81	56,73	0,20	0,50	3000
ST5	30	2,10	3,14	79,52	0,26	0,50	10000
	30	2,10	2,39	40,33	0,87	0,50	10000

Tableau 2.3 - Données de l'échantillon "test"

2.4.3.2 - Les régressions effectuées

Comme déjà dit précédemment, ayant l'objectif d'effectuer une analyse globale des paramètres C et D, en fonction des différentes variables, du cours d'eau et de la crue, on a procédé à plusieurs régressions multiples.

D'abord, on a fait des régressions pour la détermination des paramètres C et D; ensuite on a cherché des expressions pour permettre la correction des paramètres selon les crues. On décrit, ci-après, les différentes démarches.

a) Régressions pour la détermination des paramètres

a.1) Obtention d'expressions directes

Pour effectuer ces régressions, on a retenu, comme variables à expliquer, des transformées de la célérité et de la diffusion, c'est-à-dire, D/C et D/C^2 , vu l'intérêt démontré au chapitre 2.3.3.

En ce qui concerne les variables explicatives, ont été retenues, au départ, le coefficient de rugosité de STRICKLER (K), la pente (I) et la longueur (L), pour le cours d'eau. Pour la crue, on a retenu comme variables explicatives, le débit maximal par mètre de largeur du bief à l'amont (Q/W) et la durée de dépassement de 80% du débit maximal (P).

On a choisi de travailler avec des transformations logarithmiques et les expressions choisies au départ ont été les suivantes :

$$D/C = e^{a0} (Q/W)^{a1} I^{a2} L^{a3} K^{a4} P^{a5} \quad (2.50)$$

$$D/C^2 = e^{b0} (Q/W)^{b1} I^{b2} L^{b3} K^{b4} P^{b5} \quad (2.51)$$

Dans la figure 2.14 on présente les éléments de la régression effectuée pour D/C ; en ce qui concerne D/C^2 , dans la figure 2.15, on présente les éléments de la régression complète, donnée par l'expression (2.51).

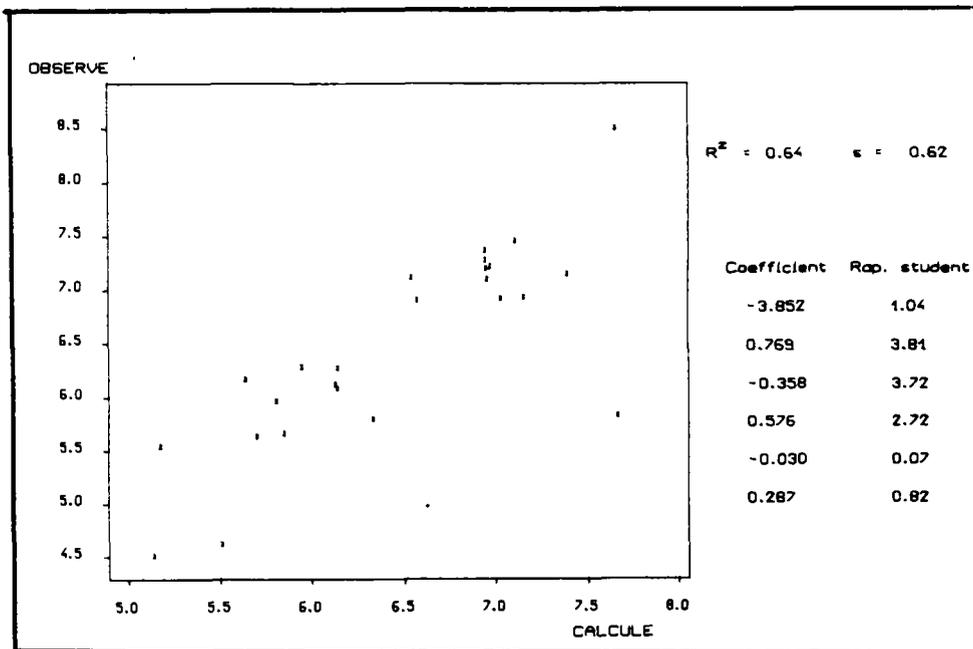


Figure 2.14 - Elements de la régression pour D/C

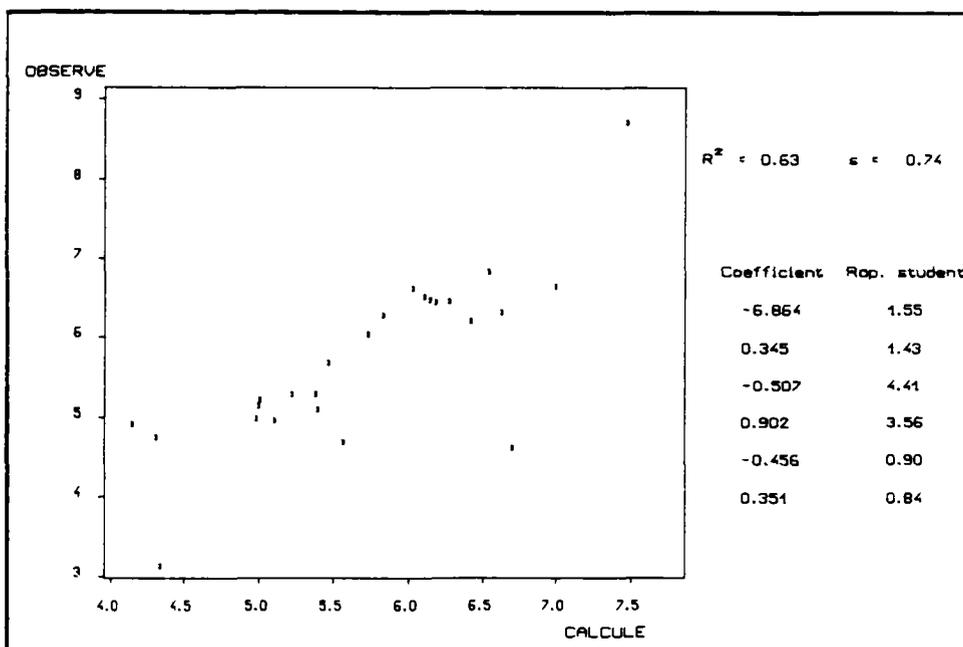


Figure 2.15 - Elements de la régression pour D/C²

L'analyse de l'ensemble de ces résultats nous a permis d'effectuer les remarques suivantes:

- les variables P et K ne sont pas significatives soit pour expliquer D/C soit pour D/C^2 ;

- pour l'explication de D/C^2 , le débit unitaire (Q/W) lui aussi n'est pas important;

- pour l'explication de D/C, la variable longueur du tronçon L joue un rôle assez modéré, avec un rapport de Student faible. Cette variable pourrait, éventuellement, être éliminée sans trop porter préjudice aux résultats de la régression.

On peut donc étudier deux hypothèses pour D/C: avec et sans prise-en-compte de L comme variable explicative - Hypothèse I et II, respectivement.

En effectuant la régression pour l'hypothèse I, on obtient la figure 2.16 :

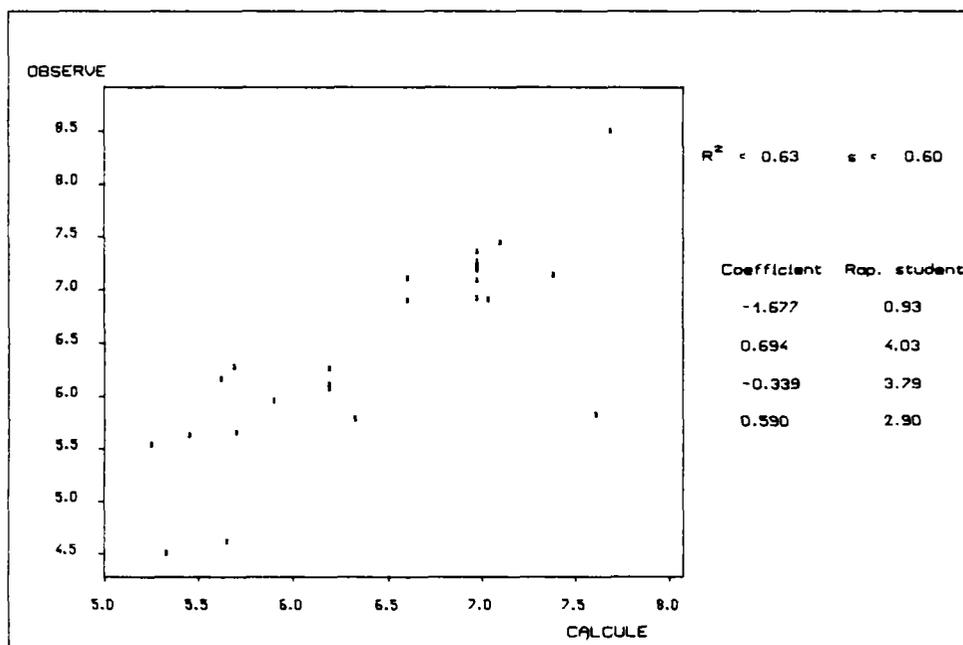


Figure 2.16 - Elements de la régression avec l'hypothèse I

La régression pour l'hypothèse II, nous permet d'obtenir la figure 2.17 ci-après :

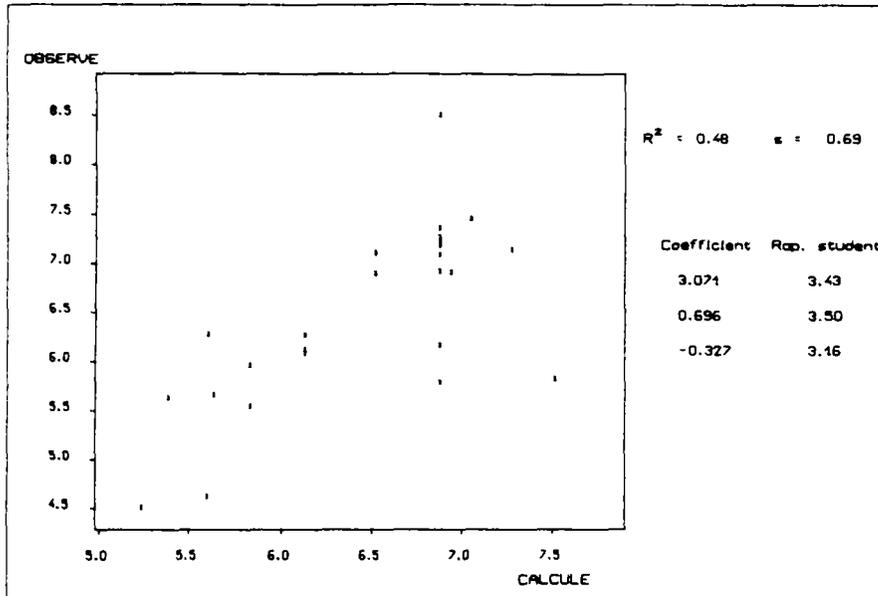


Figure 2.17 - Elements de la régression avec l'hypothèse II

En ce qui concerne la variable D/C^2 , face à l'analyse de la significativité des variables, on peut adopter une expression simplifiée, n'ayant que la pente et la longueur comme variables explicatives. La régression effectuée nous permet d'obtenir la figure 2.18.

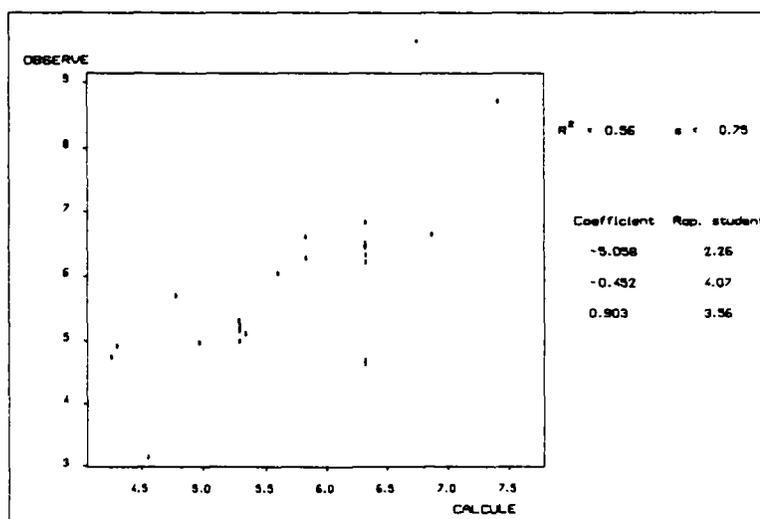


Figure 2.18 - Elements de la régression simplifiée pour D/C^2

D'après ces éléments, on peut donc retenir les expressions suivantes, déjà convenablement transformées pour C et D :

- Hypothèse I :

$$C = 29,2 \frac{(Q/W)^{0,69} \rho^{0,11}}{L^{0,31}} \quad (2.52)$$

$$D = 5,5 \frac{(Q/W)^{1,38} L^{0,28}}{\rho^{0,23}} \quad (2.53)$$

- Hypothèse II:

$$C = 3369 \frac{(Q/W)^{0,70} \rho^{0,12}}{L^{0,90}} \quad (2.54)$$

$$D = 72650 \frac{(Q/W)^{1,40}}{\rho^{0,21} L^{0,90}} \quad (2.55)$$

Dans l'ensemble de ces expressions les coefficients multiplicatifs dépendent des unités choisies, à savoir : m, m³/s, m/s et m²/s.

a.2) Obtention d'expressions avec transformation de la pente

Dans un but pratique, on a essayé aussi l'introduction d'une variable transformée de la pente, par addition d'un terme constant, en permettant l'utilisation de la méthode sur des canaux de pente nulle. L'intérêt de cette constante additive a été mise en évidence, de façon empirique, dans une étude antérieure (CEMAGREF, 1985).

Les régressions complètes effectuées, avec le terme additif, ont mis en évidence les mêmes considérations sur les variables significatives que celles effectuées précédemment. Cependant, on constate que la variable L est maintenant significative pour l'explication de D/C. On aura, donc, seulement l'hypothèse I pour le cas du terme additif.

Il nous reste, maintenant, à préciser le terme additif pour la pente I. En effectuant des régressions avec l'adoption de différentes valeurs, on peut obtenir les éléments de la figure 2.19.

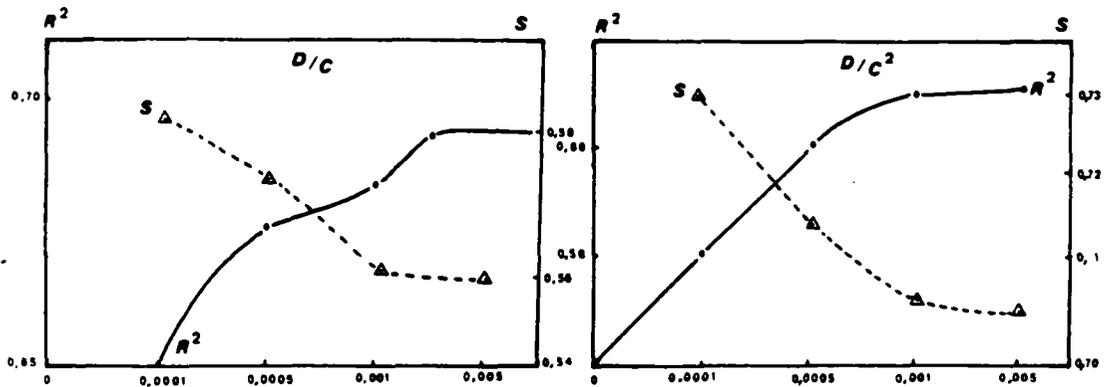


Figure 2.19 - La définition du terme additif de la pente

Cela nous permet donc de retenir la valeur 0,003 pour le terme additif.

En effectuant des régressions pour D/C, on obtient la figure 2.20.

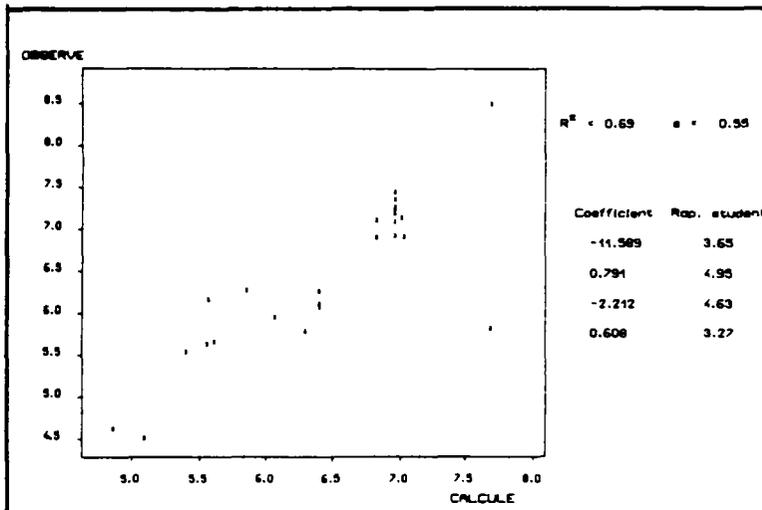


Figure 2.20 - Elements de la régression pour D/C, avec terme constant

Les régressions pour D/C^2 nous donnent les éléments présentés à la figures 2.21.

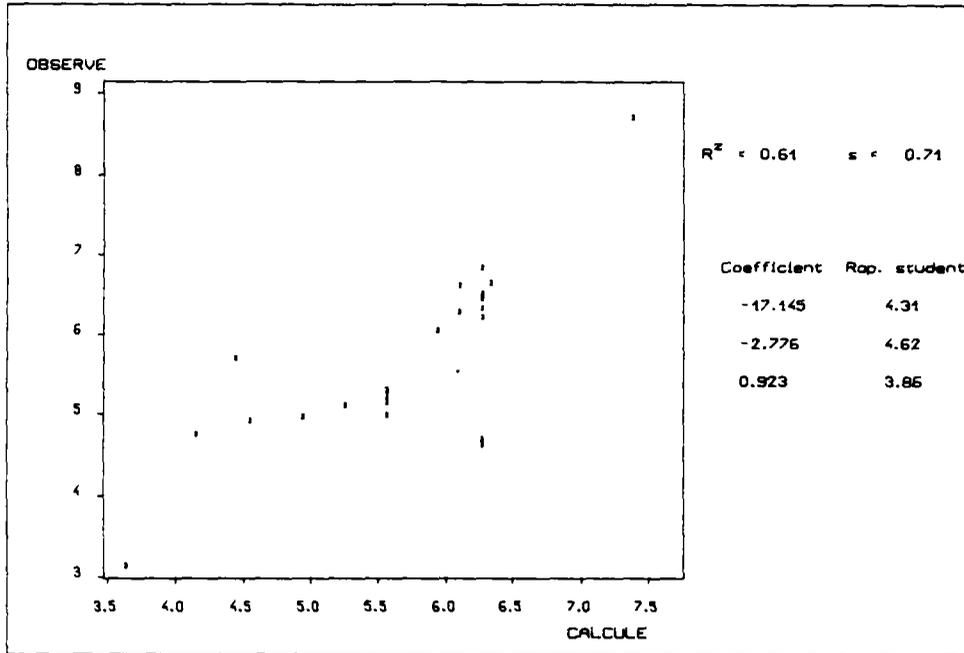


Figure 2.21 - Elements de la régression pour D/C^2 , avec terme constant

On peut donc proposer les expressions suivantes pour C et D:

$$C = 259 \frac{(Q/W)^{0,79} (1 + 0.003)^{0,57}}{L^{0,31}} \quad (2.56)$$

$$D = 0,0024 \frac{(Q/W)^{1,58} L^{0,30}}{(1 + 0,003)^{1,64}} \quad (2.57)$$

a.3) Obtention d'expressions semblables aux expressions théoriques

Pour permettre la comparaison avec les expressions théoriques, on a procédé à des régressions, directement sur les paramètres C et D, avec le débit unitaire (Q/W) et la pente I comme variables explicatives. Malgré la faible significativité de la rugosité K, constatée antérieurement, on a aussi introduit cette variable pour l'explication de C.

Les résultats de la régression pour la célérité sont présentés à la figure 2.22.

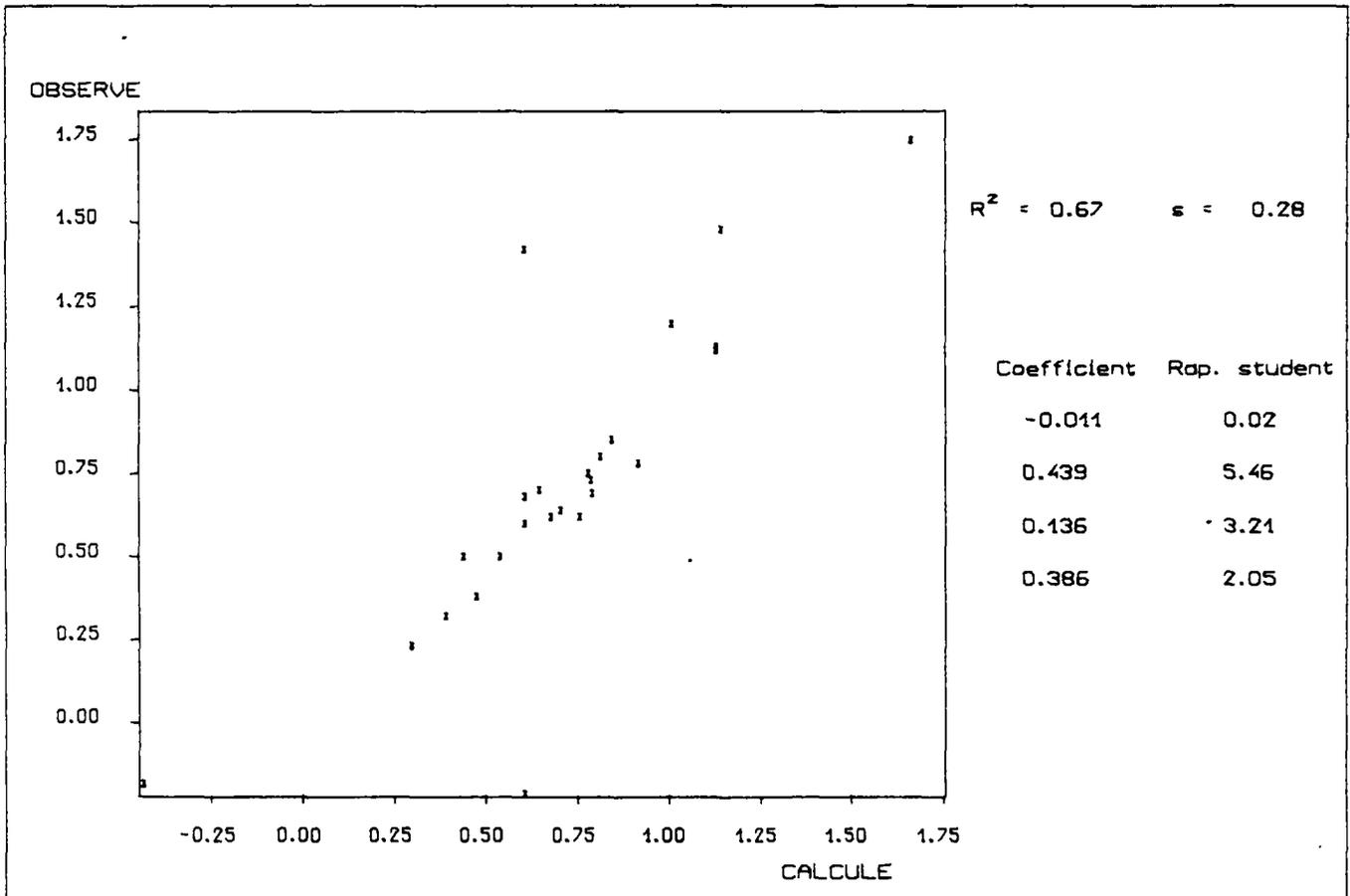


Figure 2.22 - Elements de la régression sur C

En ce qui concerne la variable coefficient de diffusion, D, les résultats de la régression sont présentés à la figure 2.23.

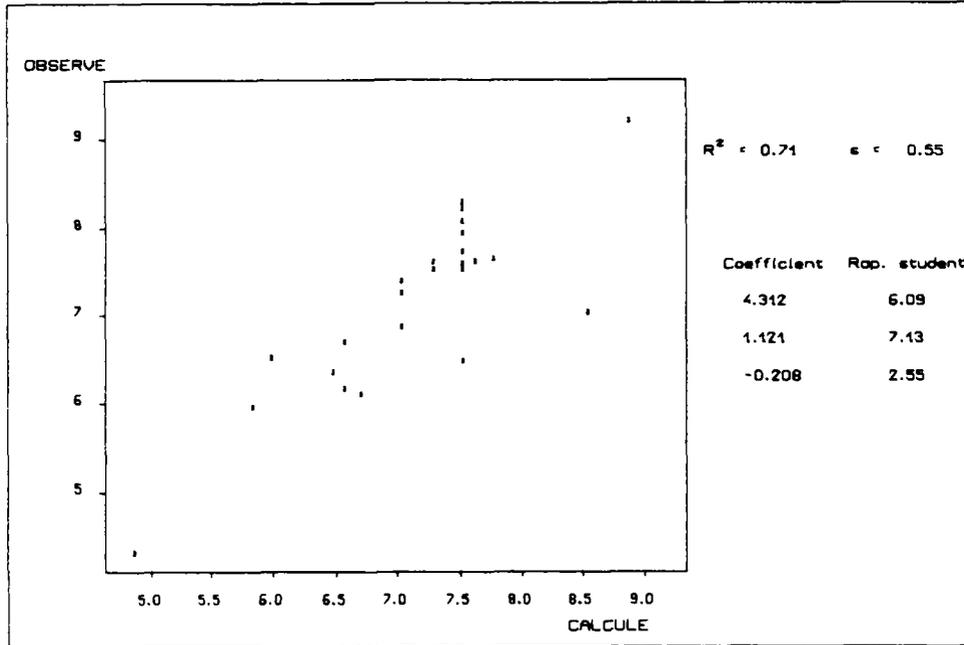


Figure 2.23 - Elements de la régression sur D

Ces éléments nous permettent d'obtenir les expressions suivantes, déjà transformées:

$$C = (Q/W)^{0,44} \rho^{0,14} K^{0,39} \quad (2.58)$$

$$D = 74,6 \frac{(Q/W)^{1,12}}{\rho^{0,21}} \quad (2.59)$$

On constate donc des différences importantes par rapport aux expressions théoriques, avec une augmentation de l'influence du débit de pointe et une diminution de l'importance de la pente et de la rugosité.

a.4) Régressions avec les caractéristiques des biefs

La comparaison des résultats des régressions avec (Q/W), I et K et les régressions complètes permet de voir que la variable explicative L pourrait éventuellement cacher la significativité de la variable K dans ces dernières.

Compte tenu l'intérêt à avoir des valeurs des paramètres C et D pour un tronçon, c'est-à-dire valables pour toute les crues, il nous faut essayer d'obtenir des relations en n'utilisant que des caractéristiques de la rivière.

Pour ce faire on a retenu la rugosité et la pente comme variables explicatives, malgré les faibles rapports de STUDENT obtenus, surtout pour la rugosité. Ainsi, on a fait plusieurs régressions, dont un résumé des résultats est présenté au Tableau 2.4.

EXPRESSIONS	R ²	S	a ₀		a ₁		a ₂	
			Valeur	Rapport Student	Valeur	Rapport Student	Valeur	Rapport Student
$D/C^2 = C^{a_0} a_1 K^{a_2}$	0.319	0.930	3.58	1,6	- 0.45	3,2	- 0.43	0,7
$D/C^2 = C^{a_0} a_1$	0.305	0.919	2.21	2,0	- 0.43	3,2	-	-
$D/C^2 = e^{a_0} (1 + 0.003)^{a_1}$	0.342	0.894	- 9,03	2,1	- 2,63	3,5	-	-
$D/C = e^{a_0} a_1 K^{a_2}$	0.195	0.866	4,45	2,1	- 0,30	2,3	0,12	0,2
$D/C = e^{a_0} a_1$	0.193	0.848	4,06	3,9	- 0,30	2,3	-	-
$D/C = e^{a_0} (1 + 0.003)^{a_1}$	0.178	0.855	- 2,66	0,6	- 1,62	0,2	-	-

Tableau 2.4 - Elements des Regressions avec K et I

On peut constater que la qualité des regressions n'est pas très bonne, en général ; la rugosité joue toujours un rôle négligeable. On constate donc que le calcul de C et D, pour un tronçon, à partir d'expressions empiriques n'utilisant que les caractéristiques I et K d'un cours d'eau n'est pas efficace.

a.5) Performance des différentes expressions

Malgré les résultats assez médiocres de l'ensemble des régressions, au niveau des coefficients de détermination et des erreurs standart, (R² et s), et avec même certes points des graphiques des figures 2.20 à 2.22 témoignant des erreurs possibles des modèles, on a utilisé les expressions, que l'on vient d'obtenir, sur les

éléments de l'échantillon "test" pour permettre de juger du bien fondé des différentes expressions donnant C et D pour leur utilisation en propagation de crues.

En effet, l'utilisation des expressions (2.52) à (2.59), ainsi que des expressions théoriques (2.48) et (2.49), nous permet le calcul de C et D, et ensuite, par utilisation de l'abaque 1, nous donne une estimation de l'atténuation et du décalage.

Ensuite, la comparaison des résultats peut être effectuée par l'intermédiaire d'une fonction critère, comme celle donnée par expression suivante:

$$FC = \frac{100}{2N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{(\Delta t_{ci} - \Delta t_i)^2}{\Delta t_i} + \frac{(\Delta Q_{ci} - \Delta Q_i)^2}{\Delta Q_i} \right]^{1/2} \quad (2.60)$$

où :

- FC : Fonction Critère, en % ;
- N : Nombre d'événements ;
- i : Nombre courant, variant de 1 à N ;
- Δt : Décalage observé ;
- Δt_c : Décalage calculé ;
- ΔQ : Atténuation observée ;
- ΔQ_c : Atténuation calculée.

L'adoption de cette démarche pour le calcul de C et D, puis de l'atténuation et du décalage et enfin, de la fonction critère, nous a permis d'obtenir le Tableau 2.5.

METHODE DE CALCUL DE C ET D	COURS D'EAU					MOYENNE PONDEREE
	SV1	SV2	SV3	SV4	SV5	
Calage direct	14,6	11,4	13,2	31,9	31,2	16,3
Expression théorique	16,8	12,6	23,2	22,0	35,2	18,7
Régressions directes	15,1	21,8	30,8	48,1	52,4	24,8
Hypothèse I	22,4	30,2	49,7	67,5	60,5	35,3
Hypothèse II						
Expressions avec la pente majorée	15,9	17,1	36,3	34,1	42,7	23,1
Expressions semblables aux théoriques	6,6	11,3	22,3	25,3	43,6	14,7

Tableau 2.5 - Valeurs de la Fonction Critère (%)

A partir de l'analyse de l'ensemble de ces résultats, on peut dégager quelques conclusions :

- Les expressions semblables aux expressions théoriques et le calage direct, selon la démarche proposée auparavant, présentent les meilleurs résultats, soit au niveau de la moyenne pondérée globale, soit au niveau des résultats de la Fonction Critere par bief, avec 2 valeurs optimales sur 5;

- Encore en ce qui concerne le calage direct, on peut constater une croissance de la fiabilité avec la taille de l'échantillon utilisé pour le calage. En effet, pour les biefs dont on dispose seulement de 2 crues, c'est-à-dire seulement une pour le calage, la Fonction Critere présente des valeurs supérieures à 30 % ; pour les échantillons plus importants, on reste au dessous de 20 % . Cette constatation est tout-à-fait normale, sachant que si on cale C et D avec une grande série d'événements, on augmente notre chance de nous situer dans des situations proches de celles qu'on veut modéliser, parce qu'on travaille avec une moyenne plus représentative.

- La comparaison des résultats, soit de la moyenne pondérée de la Fonction Critere, soit de valeurs par bief, concernant les expressions théoriques avec ceux des régressions sur (Q/W) , K , et I , vient démontrer la meilleure performance des expressions empiriques. En effet, la différence, en moyenne de FC, est favorable à l'expression empirique, et on observe des valeurs minimales de la Fonction Critere pour 2 des 5 biefs. Pour les expressions théoriques on constate une seule valeur minimale sur les 5 biefs , cependant, on observe une plus grande régularité dans les résultats.

- L'ensemble des résultats obtenus, avec les régressions directes et avec la pente majorée d'un terme constant, vient démontrer que l'on ne peut pas utiliser ces expressions empiriques pour le calcul de C et D, pour obtenir une performance supérieure au calage direct, et même aux expressions théoriques. En effet, la qualité des régressions, avec des valeurs d'Erreur Standard assez élevées, n'est pas très satisfaisante.

En l'absence de données pour le calage direct, les expressions théoriques se présentent comme la méthode la plus fiable. En effet, on constate une relative uniformité des résultats par bief, avec une moyenne pondérée des valeurs de la Fonction Critere assez proche de celle du calage direct.

Une conclusion importante que l'on peut tirer de l'analyse des résultats des régressions est que la présence de la longueur L comme variable explicative significative pour C et D vient mettre en évidence le caractère essentiellement différent du Modèle Hayami par rapport le Modèle Saint Venant.

En effet, les expressions de C et D obtenues avec la régression à partir des crues routées par Saint Venant, concernant donc ce modèle, nous conduisent à des valeurs différentes pour l'atténuation et pour le décalage de celles obtenues par l'Abaque 1 pour des changements de la longueur du tronçon. Par exemple, si on augmente la longueur L pour un tronçon, dont on a calé C et D, d'un facteur "e", on voit que le modèle Hayami nous conduit à des atténuations moins importantes, de l'ordre de 20% , que celles obtenues avec le modèle Saint Venant. Par contre, le décalage calculé par le modèle Hayami est supérieur de l'ordre de 10%. Le Modèle Hayami retarde trop et n'atténue pas assez. Tout cela semble indiquer que l'on peut avoir un modèle Hayami qui donne la même réponse que le modèle Saint Venant, mais cette réponse ne sera valable que pour une situation spécifique.

Ces résultats, peut-être un peu décevants, dans le sens de l'obtention d'expressions nouvelles permettant le calcul ou la correction de C et D, sont, en fait, tout-à-fait prévisibles. En effet, les natures mathématiques du modèle Saint Venant et du modèle Hayami étant très différentes, on ne doit pas attendre la même réponse des deux modèles.

Pour parer à l'éventualité d'un problème d'échantillonnage, soit un échantillon trop réduit, soit non-représentatif, on a procédé aux mêmes démarches que précédemment, c'est-à-dire toutes les régressions, avec l'ensemble des données des crues disponibles, soit 50 événements. Toutefois les résultats sont essentiellement les mêmes, avec de légères améliorations en ce qui concerne les coefficients de détermination et les erreurs standard, comme on peut le voir en Annexe D. Cette amélioration ne permet cependant pas d'envisager un raisonnement différent du précédent.

Il faut dire aussi que l'on a supposé une relation monotone en fonction des variables I et K. Cette hypothèse de départ n'est peut-être pas tout à fait valable, et si l'on cherchait un autre type de liaison, il se pourrait alors qu'on obtienne des résultats plus satisfaisants.

b) Régressions pour l'ajustement des paramètres

En supposant une variabilité des paramètres C et D en fonction des caractéristiques des crues, on cherche ici à obtenir des expressions permettant l'ajustement des valeurs des paramètres, établis pour une crue donnée, en vue de leur utilisation pour d'autres crues ayant des caractéristiques différentes, et se produisant sur le même bief.

Pour ce faire, on a effectué plusieurs régressions multiples, en utilisant comme variables explicatives le débit unitaire maximal à l'amont (Q/W), et la durée de dépassement (P). Les variables à expliquer sont toujours D/C et D/C².

Pour effectuer les régressions on a travaillé avec les épisodes de crue groupés par tronçons homogènes, c'est-à-dire, ayant les mêmes pente, rugosité et longueur. De cette façon, on a traité 5 tronçons homogènes, avec un total de 25 épisodes de crues, constituant l'Echantillon "Test", vu précédemment.

Les régressions ont été effectuées par tronçon, en associant à chaque tronçon homogène un coefficient constant. Les expressions adoptées au départ ont été les suivantes :

$$D/C = \text{EXP} \sum_{i=1}^5 A_i R_i (Q/W)^{a_0} p^{a_1} \quad (2.61)$$

$$D/C^2 = \text{EXP} \sum_{i=1}^5 A_i R_i (Q/W)^{a_0} p^{a_1} \quad (2.62)$$

avec :

$R_i = 1$, pour une crue \in bief;

$R_i = 0$, pour une crue \notin bief.

On a fait ensuite plusieurs essais, en fonction de la significativité des variables explicatives, comme on peut le voir dans le tableau 2.6., où R^2 est le coefficient de détermination, s est l'erreur standard et RS est le rapport de Student:

EXPRESSION	D / C				D / C ²			
	R ²	S	a ₀ / RS	a ₁ / RS	R ²	S	a ₀ / RS	a ₁ / RS
Q ^{HD} p ^{a1}	0.676	0.371	0.408/2.17	- 0.07/0.05	0.554	0.452	- 0.032/0.14	- 0.325/1.86
q ^{HD}	0.692	0.362	0.407/2.23	-	0.491	0.480	- 0.057/0.24	-
p ^{a1}	0.575	0.406	-	0.011/0.07	0.561	0.440	-	- 0.327/1.92
(Qp) ^{HD}	0.646	0.391	0.152/1.23	-	0.527	0.459	0.196/1.35	-
(Qp) ^{HD}	0.648	0.390	0.149/1.26	-	0.540	0.451	- 0.215/1.80	-

Tableau 2.6 - Eléments des Régressions par Bief

Les résultats obtenus sont assez intéressants. En effet, on a obtenu des coefficients de détermination toujours proches de 0,6 , avec des erreurs standards de 0,4 environ. Cependant la significativité des variables est assez faible, avec des rapports de Student toujours inférieurs à 2,5. On a ici, peut-être, une bonne régression, concernant les différents groupements de biefs, avec une forte dispersion des crues, à l'intérieur de chaque groupe.

Ce fait ne nous permet donc pas d'obtenir des conclusions claires et définitives, et on ne peut pas proposer des expressions permettant des ajustements de C et D selon les caractéristiques des crues.

Ce résultat, apparemment insatisfaisant, peut être considéré en fait comme une confirmation de l'hypothèse d'invariabilité des paramètres C et D du modèle HAYAMI, ce qui constitue sa justification par rapport au modèle de l'onde de crue diffusante. En effet, pour un bief donné, on voit que les paramètres de la crue (le débit et la durée) ne jouent pas un rôle important pour l'explication de C et D; ces paramètres sont donc des caractéristiques spécifiques de cours d'eau, concernant la physique du canal et non les caractéristiques des crues. L'hypothèse centrale du modèle HAYAMI de supposer constants C et D durant toute la crue, semble être donc valable.

2.5 - POSSIBILITES D'EXTENSION DU MODELE SIMPLIFIE

La méthodologie qu'on vient de proposer est assez souple pour nous permettre de faire face à une gamme importante de situations réelles.

En effet, on peut entrevoir la possibilité d'aborder des problèmes plus complexes qui se présentent dans la pratique de l'hydrologie, comme les crues multiples et les réseaux hydrographiques. On analyse dans les paragraphes qui suivent les différentes généralisations possibles.

2.5.1 - Tronçons de cours d'eau non homogènes

On est souvent obligé de traiter des tronçons de cours d'eau qui sont constitués d'une succession de biefs homogènes (C et D constants à l'intérieur de chaque bief).

Dans ces conditions, on doit traiter séparément chaque bief, jugé homogène, comme on peut le voir sur la figure 2.24 :

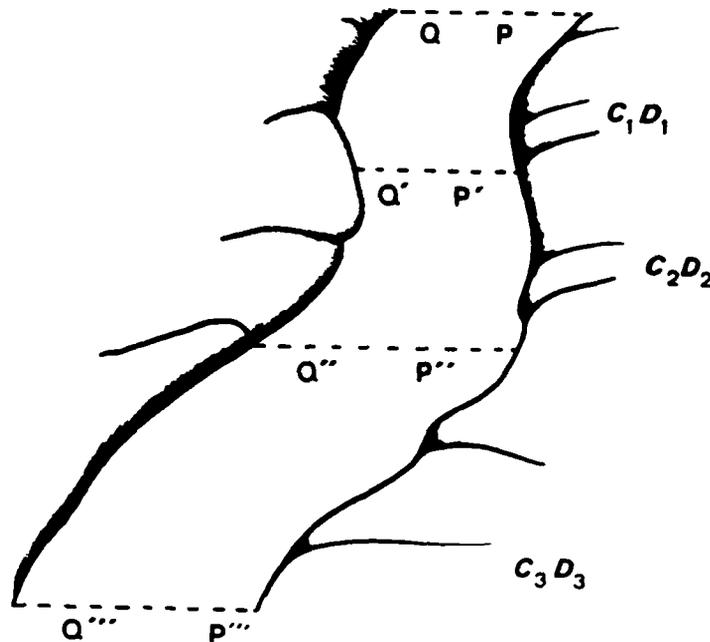


Figure 2.24 - Un tronçon comme une succession de biefs homogènes

En effet, en utilisant d'abord la démarche proposée sur le premier bief, on peut déterminer alors les valeurs de Q' , de Δt (abaque 1) et de P' (abaque 2). On utilise ensuite ces caractéristiques de la crue à l'aval du premier bief comme données amont pour le deuxième bief, et, successivement jusqu'à la fin du tronçon étudié. On obtient ainsi le débit après routage et le retard de la pointe, constitué de la somme des retards relatifs à chaque bief.

Evidemment cette démarche s'applique seulement à quelques situations particulières, car souvent il faut tenir compte d'un certain nombre d'aspects, comme l'interdépendance des conditions en limite aval, par exemple.

2.5.2 - Crues multiples

Un autre problème qui se pose souvent est l'occurrence des crues complexes, constituées de deux ou plusieurs pointes, comme on peut voir sur la figure 2.25:

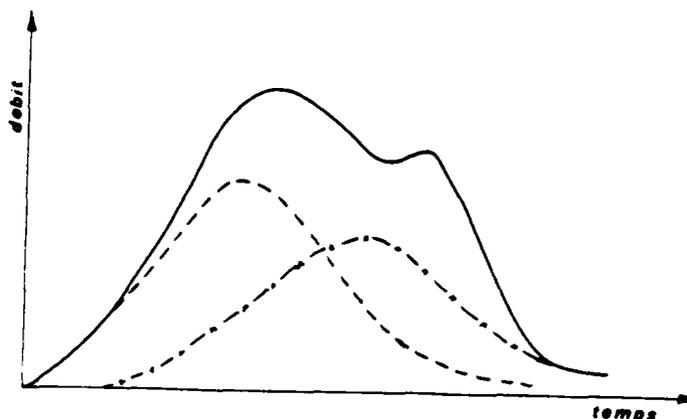


Figure 2.25 - Décomposition d'une crue multiple

Du fait de la linéarité du modèle d'Hayami, cette situation peut être également traitée, en effectuant une décomposition de l'hydrogramme en une somme de crues d'Hayami, de façon à obtenir une crue résultante assez semblable à celle observée.

Ensuite on utilise la méthodologie proposée séparément pour la propagation de chacune des crues. En effectuant la somme des hydrogrammes à l'aval, on recompose la crue résultante.

2.5.3 - Réseaux hydrographiques

La situation la plus générale que l'on puisse envisager de traiter correspond à tout un réseau hydrographique, avec des crues en l'amont. Pour obtenir la crue à l'aval, il faut associer les remarques des paragraphes précédents.

Pour mieux illustrer la démarche on présente ci-après un exemple de réseau (figure 2.26) :

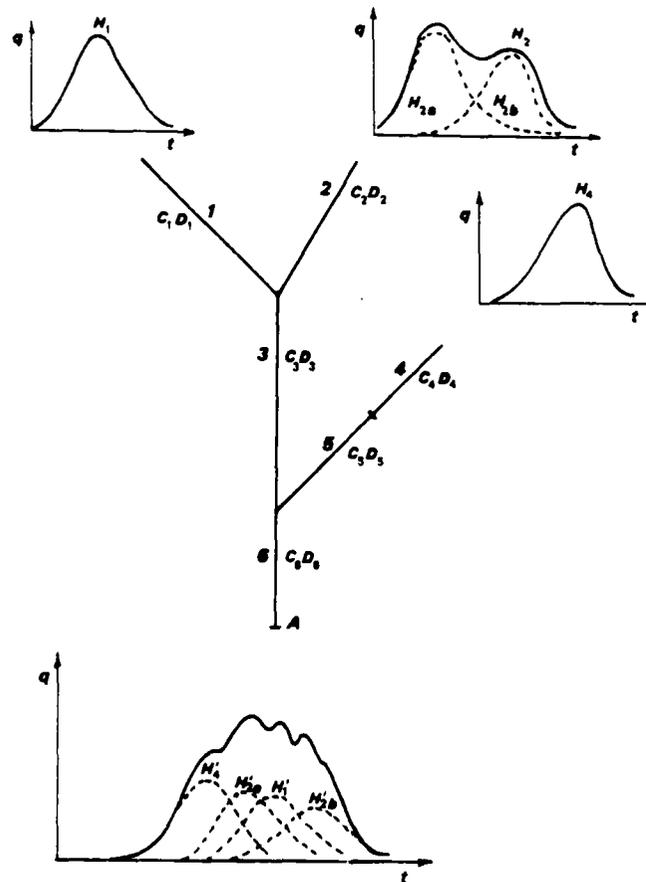


Figure 2.26 - Réseau hydrographique

Le réseau est donc constitué de 6 biefs, numérotés de 1 à 6. Un tronçon de rivière n'étant pas homogène a été décomposé en deux biefs (4 et 5). A l'amont des tronçons 1, 2 et 4, on dispose d'hydrogrammes d'entrée, H_1 , H_2 , et H_4 ;

l'hydrogramme H_2 étant complexe, avec 2 pointes de crues. Notre objectif est d'établir l'hydrogramme résultant en A, à l'aval du bief 6. Grâce à des crues antérieures, on dispose des éléments (débits maximaux Q , décalages Δt et durées P) pour chaque bief, qui nous ont permis d'identifier les paramètres C et D.

La démarche est alors la suivante :

- décomposition de l'hydrogramme H_2 en somme de deux crues d'Hayami, qui doivent être routées séparément, comme décrit au paragraphe 2.5.2;
- propagation des hydrogrammes d'entrée le long de tous les biefs parcourus. Pour H_1 , par exemple, on doit faire le routage pour les biefs 1, 3 et 6. Cela permet d'obtenir le débit, la durée et le retard en A, relatifs à chaque hydrogramme d'entrée;
- obtention de l'hydrogramme résultant en A, constitué de la somme des hydrogrammes routés de H_1' , H_{2a}' , H_{2b}' et H_4' (propriété de linéarité du modèle d'Hayami).

Cette démarche, apparemment simple, pourrait permettre donc de traiter aisément les situations rencontrées dans la pratique. Evidemment cette possibilité est assez théorique, des problèmes pratiques pour la mise-en-oeuvre de cette démarche pouvant apparaître.

2.6 - CONCLUSION

L'étude effectuée dans cette deuxième partie de la thèse débouche sur une utilisation extrêmement simple du modèle d'Hayami.

Les simplifications adoptées s'accordent assez bien avec l'état des données disponibles dans la pratique quotidienne de l'hydrologie, et en calant les paramètres C et D du modèle Hayami, sur les caractéristiques les plus pertinentes, on accroît nos chances d'atteindre les objectifs fixés.

Par ailleurs, le modèle Hayami se présente comme un outil assez intéressant, capable de représenter convenablement une gamme importante de conditions de cours d'eau et de crues. En effet, malgré la distance entre ce modèle et le modèle Saint Venant, il semble qu'il pourrait même être utile pour certaines situations plus complexes, comme les réseaux hydrographiques et les crues complexes.

L'étude n'a pas abouti à des expressions empiriques satisfaisantes pour l'évaluation, a priori, des paramètres C et D du modèle, en l'absence de données sur des crues antérieures. Il en est de même avec les expressions pour l'ajustement de paramètres selon les crues. En l'absence de données, on ne peut donc rien faire de mieux que d'utiliser les expressions théoriques.

Pour synthétiser l'ensemble des résultats, on rappelle ci-après les consignes proposées pour l'utilisation du modèle Hayami, selon la disponibilité des données et le type d'utilisation nécessaire :

- Utilisation pour décrire la propagation :

Détermination de l'atténuation et du temps de transfert (ΔQ et Δt) à partir de la connaissance de la crue à l'amont (Q et P), de la longueur du tronçon (L), de la célérité et de la diffusion (C et D). Deux cas de figure sont possibles, concernant C et D :

. C et D sont déjà connus et on peut utiliser directement l'abaque 1;

. C et D ne sont pas disponibles et on est, donc, obligé de les estimer au préalable, pour ensuite pouvoir utiliser l'abaque 1 comme précédemment.