

Chapitre 5

ETUDE DU FROTTEMENT HYDRAULIQUE DANS LE COLLECTEUR N° 13

5.1. Présentation

Savoir calculer le frottement d'un écoulement à surface libre est la condition fondamentale pour toutes recherches en hydraulique. Il est, par exemple, bien connu que les caractéristiques du transport solide dépendent beaucoup des caractéristiques hydrodynamiques de l'écoulement. Aussi, une étude spécifique de ces dernières est-elle indispensable et inévitable pour les analyser.

Grâce à l'observation de la dynamique de dépôt du collecteur 13 (voir chapitre 2), nous nous sommes aperçu que les écoulements par temps sec jouaient un rôle primordial dans la formation du lit et leurs caractéristiques sont présentées dans le chapitre 1.

Pendant les périodes de temps sec, on peut constater que l'écoulement quotidien dans le collecteur 13 est observé comme étant dans l'une ou l'autre des zones de débit stationnaire minimum ou maximum (figure 1.4.1). Cette particularité nous permet d'effectuer l'étude en régime d'écoulement permanent.

Ce chapitre établit un modèle hydrodynamique pour les écoulements par temps sec dans le collecteur 13. Il développe, en particulier, une méthodologie spécifique de calibration du modèle.

5.2. Le modèle hydrodynamique proposé

Au cours des deux derniers siècles, diverses équations ont été publiées afin de calculer le frottement d'un écoulement stationnaire uniforme à surface libre. Dans ce rapport, l'équation de la ligne d'eau (équation {5-1}) est utilisée pour l'étude du frottement d'un écoulement stationnaire non uniforme à surface libre. Cette équation est obtenue en simplifiant l'équation de quantité de mouvement ou l'équation de l'énergie sous certaines hypothèses (Carlier 1972, Pochat 1980).

$$\frac{dh_{(x)}}{dx} = \frac{I_{(x)} - J_{(x)}}{1 - Fr_{(x)}^2} \quad \text{avec} \quad Fr_{(x)}^2 = \frac{\alpha Q^2 L_{s(x)}}{g \Omega_{(x)}^3} \quad \{5-1\}$$

où $Fr_{(x)}$ = nombre de Froude ; g = accélération de la pesanteur (m/s^2) ; $h_{(x)}$ = profondeur de l'écoulement (m) ; $I_{(x)}$ = pente du lit (m/m) ; $J_{(x)}$ = pente d'énergie (m/m) ; $L_{s(x)}$ = largeur de la surface de l'écoulement (m) ; Q = débit liquide (m^3/s) ; Ω = aire de la section transversale de l'écoulement (m^2) ; α = coefficient correcteur lié à la distribution non uniforme des profils des vitesses dans la section, avec $\alpha \geq 1$.

Dans l'équation {5-1}, l'expression de la pente d'énergie $J_{(x)}$ est l'unique paramètre inconnu, et doit être déterminé à partir de données expérimentales. Le but de ce travail est d'étudier l'expression de $J_{(x)}$ grâce à la résolution numérique de l'équation {5-1}, basée sur des données expérimentales d'écoulement à surface libre mesurées dans le collecteur. Il existe plusieurs méthodes de calcul pour la pente d'énergie. Les plus utilisées sont (1) l'équation de Manning-Strickler, (2) l'équation de Blasius, citées ci-dessous :

- (1) **Equation de Manning-Strickler** : l'équation de Manning-Strickler est largement utilisée par les ingénieurs hydrauliciens. Dans ce travail, l'équation est la suivante :

$$U = K R_h^{2/3} J^{1/2} \quad \{5-2\}$$

où U = vitesse moyenne (m/s) ; R_h = rayon hydraulique (m) ; J = pente d'énergie (m/m) ; et K = coefficient de rugosité de Manning-Strickler.

- (2) **Equation de Blasius** : l'équation de Blasius (équation 11) est très fréquemment utilisée en recherche hydraulique car, d'une part, elle est simple et, d'autre part, le facteur de friction de Blasius est adimensionnel, facilitant ainsi l'analyse de données expérimentales.

$$U = \sqrt{\frac{8g R_h J}{\lambda}} \quad \{5-3\}$$

où U = vitesse moyenne (m/s) ; R_h = rayon hydraulique (m) ; J = pente d'énergie (m/m) ; et λ = coefficient de frottement.

Il est à remarquer que, pour un écoulement à surface libre "étroit", le calcul du frottement global dans la section transversale doit prendre en compte le frottement sur les deux parois et sur le fond, particulièrement quand la rugosité du lit est très différente de celle des parois. Il existe plusieurs méthodes pour de tels calculs, Chien (1983), Gustavo Ferrusquia, Sven Lyngfelt et Anders Sjöberg (1987) ont chacun fait des recherches bibliographiques sur les méthodes de calcul. Celles d'Einstein et de Meyer-Peter sont fréquemment utilisées. La dernière est employée dans cette étude pour le calcul du frottement global dans la section transversale à l'écoulement et est écrite respectivement sous la forme du coefficient de rugosité K de Manning-Strickler comme l'équation {5-4} et du coefficient de friction λ de Blasius comme l'équation {5-5}.

$$\frac{P_{section(x)}}{K_{section(x)}^2} = \frac{P_{parois(x)}}{K_{parois(x)}^2} + \frac{P_{lit(x)}}{K_{lit(x)}^2} \quad \{5-4\}$$

$$\lambda_{section(x)} P_{section(x)} = \lambda_{parois(x)} P_{parois(x)} + \lambda_{lit(x)} P_{lit(x)} \quad \{5-5\}$$

avec $P_{section(x)} = P_{parois(x)} + P_{lit(x)}$

où P = périmètre mouillé ; J = pente d'énergie ; K = coefficient de rugosité de Manning–Strickler (voir équation {5-2}) ; λ = coefficient de frottement de Blasius (voir équation {5-3}) et les indices *section, parois, lit* représentent les paramètres liés respectivement à la section transversale, aux parois et au lit.

5.3. Méthode d'intégration numérique et méthodologie de calibration du modèle

A cause de l'influence de sa jonction avec celui de la Canebière (figure 1.2-1), le collecteur 13 est divisé en deux parties, le tronçon amont et le tronçon aval. De chaque côté, l'équation {5-1} est intégrée numériquement de la sortie à l'entrée. Pour cela, nous utilisons la méthode d'intégration de Runge–Kutta de l'ordre 4. Un simple test montre qu'un pas d'espace de 1 mètre permet de stabiliser les erreurs d'intégration. Ainsi, pour une hauteur d'écoulement donnée à la sortie H_{aval} , un débit Q_1 donné et une expression du frottement J , sélectionnée, dans chaque tronçon, une ligne d'eau peut être reproduite. L'écart type est utilisé comme critère d'évaluation de l'erreur entre les lignes d'eau calculée et celle mesurée. Il est explicité de la manière suivante :

$$Erreur\% = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^N \frac{\sqrt{(H'_{\text{cal}} - H'_{\text{mes}})^2}}{H'_{\text{mes}}} \times 100\% \quad \{5-6\}$$

où H'_{mes} = hauteur d'eau mesurée en un point de mesure (m) ; H'_{cal} = hauteur d'eau calculée au même point (m) ; et M = nombre total de points de mesure dans le tronçon considéré du collecteur 13.

Cependant, dans chaque expression du frottement J étudiée dans le paragraphe précédent, deux ou trois paramètres (ou coefficients) sont à déterminer à partir de données expérimentales. Par exemple, si l'équation de Manning–Strickler est utilisée pour calculer le gradient d'énergie de l'écoulement, une expression pour le coefficient de rugosité K de Manning–Strickler est nécessaire. Supposons que l'équation {5-11} soit utilisée pour calculer la valeur de K , les valeurs c_1 et k_s doivent alors être connues. Si la rugosité des parois est supposée égale à celle du fond, le gradient d'énergie est alors lié seulement à deux paramètres inconnus c_1 et k_s . Cette relation entre J , c_1 et k_s (représentés respectivement par ξ_1 et ξ_2) est écrite sous une forme générale (équation {5-7}).

$$J = J(\xi_1, \xi_2, \text{ ou/et autres paramètres}) \quad \{5-7\}$$

où les valeurs de ξ_1 et ξ_2 sont inconnues et doivent être déterminées à partir de données expérimentales par calibration.

Pour une ligne d'eau mesurée, la hauteur d'eau fixée correspondante h_{sortie} et le débit de l'écoulement Q_1 , des valeurs sont attribuées à ξ_1 et ξ_2 de manière à ce que le gradient d'énergie puisse être déterminé. Le modèle numérique (équation {5-1}) fournit une ligne d'eau qui va être comparée grâce à l'équation {5-6} à celle trouvée expérimentalement. En combinant de différentes façons les valeurs de ξ_1 et ξ_2 nous pouvons représenter un diagramme des erreurs ξ_2 en fonction de ξ_1 . Ce procédé est répété pour d'autres lignes d'eau

mesurées et les diagrammes des erreurs résultants sont superposées afin de déterminer la meilleure combinaison pour ξ_1 et ξ_2 (voir figure 5.3.1). D'après la figure 5.3.1, nous constatons que pour deux lignes d'eau mesurées, une zone commune existe pour une erreur $< 5\%$, mais pas pour une erreur $< 4\%$.

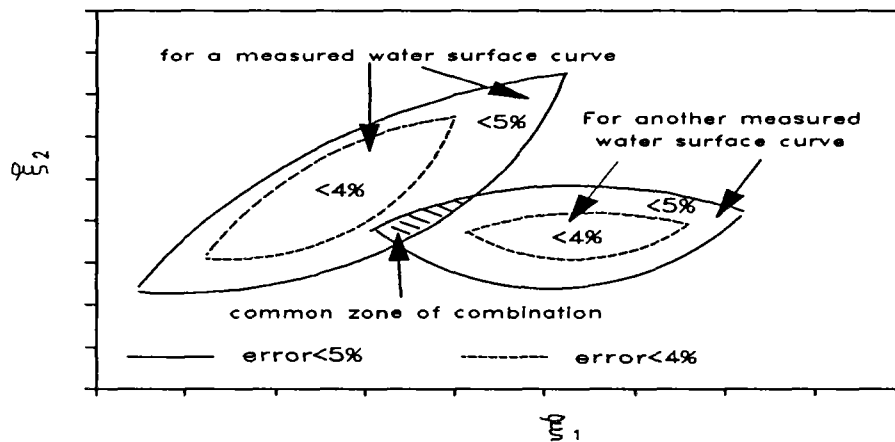


Figure 5.3.1 : Exemple de meilleures zones de combinaisons de ξ_1 et ξ_2 pour deux lignes d'eau mesurées

Habituellement, les frottements aux parois et au fond sont différents, c'est-à-dire, k_s est remplacé par deux paramètres $k_{s\text{paroi}}$ et $k_{s\text{lit}}$. Une application de l'équation {5-11} donne respectivement la valeur du coefficient de rugosité de Manning-Strickler des parois K_{parois} et du fond K_{lit} . L'équation {5-4} donne le coefficient de rugosité de Manning-Strickler de la section transversale. Par conséquent, l'équation {5-2} permet le calcul de la pente d'énergie de la section transversale. En résumé, la pente d'énergie moyenne est calculable si les valeurs ou expressions des trois facteurs (c_1 , $k_{s\text{parois}}$ et $k_{s\text{lit}}$) sont connus. Pour trois paramètres inconnus à déterminer, l'équation {5-8} donne une relation générale entre la pente d'énergie de l'écoulement et ces trois paramètres inconnus :

$$J = J(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \text{ ou/et autres paramètres}) \quad \{5-8\}$$

où les valeurs de ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 sont inconnues et doivent être déterminées à partir des données expérimentales.

Dans l'équation {5-8}, égalons ξ_3 à une certaine valeur, réduisant ainsi le nombre de paramètres inconnus à 2 et appliquons la méthodologie de calibration précédente pour obtenir le diagramme des erreurs (voir figure 5.3.1). Ainsi, nous obtenons un diagramme des erreurs pour chaque valeur fixée de ξ_3 ce qui nous permet ainsi de déterminer la meilleure combinaison pour ξ_1 et ξ_2 correspondant à chaque ξ_3 .

Un exemple de résultats de calibration du modèle est donné sur la figure 5.5.2.

5.4. Calibration numérique du modèle hydrodynamique utilisant diverses expressions du gradient d'énergie hydraulique et données expérimentales

5.4.1. Introduction

Tout d'abord, nous voulons savoir si le modèle hydrodynamique est adaptable aux écoulements dans des collecteurs. Par conséquent, il est nécessaire d'effectuer une étude spécifique sur ses comportements, c'est-à-dire, le calibrer en utilisant des données expérimentales, la méthode d'intégration numérique et la méthodologie de calibration de modèle définie dans le paragraphe précédent.

Pendant la première étape de calibration du modèle, les écoulements sont considérés comme uniformes, ce qui nous permet de prendre $\alpha = 1$ (voir équation {5-1}). Ce paragraphe expose les résultats de la calibration. Le fait de considérer α différent de l'unité est introduit seulement dans le paragraphe 5.5 et dans le choix d'une expression du gradient d'énergie hydraulique pour les écoulements dans le collecteur 13.

5.4.2. Données utilisées pour le test

Nous disposons de plusieurs lignes d'eau mesurées le long du collecteur 13 pendant différentes périodes de temps sec. Ces relevés ont été effectués dans la zone de débit minimum ou maximum, en régime d'écoulement stationnaire. Les profils longitudinaux correspondants de dépôt et les valeurs du débit sont également mesurés au même moment. La figure 5.4.2-1. donne les lignes d'eau mesurées, le profil de dépôt et autres paramètres correspondants.

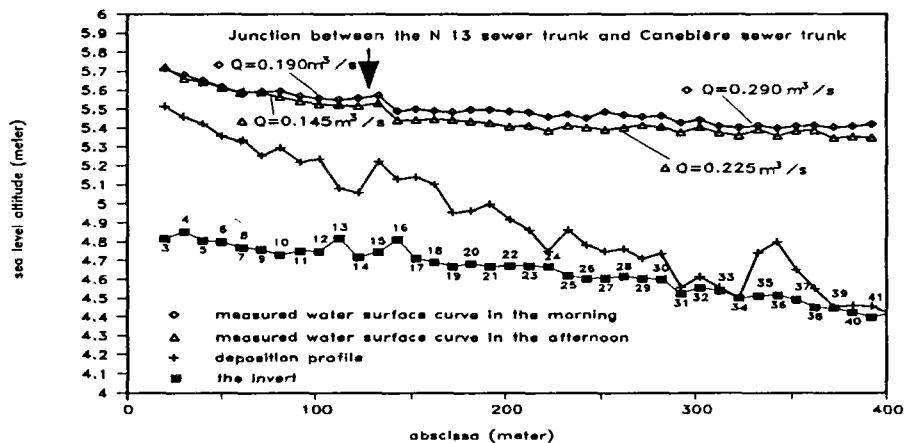


Figure 5.4.2-1. Lignes d'eau et le profil de dépôt correspondant mesurés le 19 février 1990

Pendant les mesures de ligne d'eau, nous avons aussi relevé la taille des dépôts dans certaines sections transversales. La figure 5.4.2-2 montre un exemple de quelques diamètres de particules solides caractéristiques.

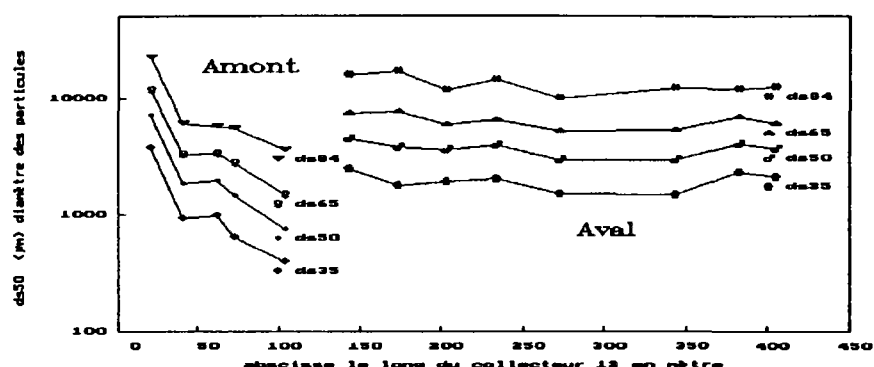


Figure 5.4.2-2. Exemple de taille des dépôts mesurée dans le collecteur 13 de Marseille

D'après Laplace (1988), l'écoulement et la hauteur du dépôt dans la section transversale entre les points de mesure peuvent être calculés par interpolation linéaire. Mais d'après Rana et al. (1973) et la figure 5.4.2-2, une loi exponentielle est nécessaire pour calculer la taille caractéristique des particules du dépôt. Cette loi exponentielle est donnée par l'équation {5-9}:

$$d_{sp(x)} = d_{sp(x_0)} e^{-\alpha(x-x_0)} \quad \{5-9\}$$

$$\text{avec } \alpha = -\frac{\ln(d_{sp(x_f)}) - \ln(d_{sp(x_0)})}{x_f - x_0}$$

où x_0 , x_f = abscisses respectives de deux points de mesure voisins, la première se rapporte au point amont, la dernière au point aval ; x = abscisse des points compris entre x_0 et x_f ; d_{sp} = taille caractéristique des dépôts avec p = % des plus fines particules solides.

5.4.3. Formules utilisées pour le calcul des coefficients de frottement de Manning-Strickler K et de Blasius λ

Formules utilisées pour calculer le coefficient K de Manning-Strickler :

* Constante: $K = \text{constante} \quad \{5-10\}$

* Expression de Strickler n°1: $K = \frac{c_1}{k_s^{1/6}} \quad \{5-11\}$

* Expression de Strickler n°2: $K = c_1 \left(\frac{R_h}{k_s} \right)^{1/6} \quad \{5-12\}$

où c_1 = coefficient ; R_h = rayon hydraulique (m) ; k_s = hauteur de rugosité du fond et des parois (m). Pour le dépôt, une taille caractéristique est donnée habituellement par k_s , tel que d_{50} , d_{65} , d_{84} etc.

* Formule de Limerinos (1970)

$$K R_h^{1/6} = c_1 + c_2 \log_{10} \left(\frac{R_h}{k_s} \right) \quad \{5-13\}$$

où $c_1 = 10.27$ et $c_2 = 17.20$ pour Limerinos ; mais pour Bray (1979), $c_1 = 9.66$ et $c_2 = 19.50$. Pour le fond, la hauteur de rugosité k_s est remplacée par la taille caractéristique d_{84} du dépôt.

* Formule de Jarette et Lacey

$$K = c_1 R_h^x J^y \quad \{5-14\}$$

(cité par Bray 1979)

où, pour Jarette, $c_1 = 3.82$, $x = 0.16$ et $y = -0.38$; mais pour Lacey, $c_1 = 10.8$, $x = 0$ et $y = -1/6$.

Formules utilisées pour le calcul du coefficient de frottement de Blasius

Bien qu'il existe beaucoup d'expressions pour λ , nous ne nous intéressons seulement qu'à celles établies grâce à des données d'écoulement à surface libre contenant un dépôt de graviers. Les formules pour λ de Hey (équation {5-15}), Gessler (équation {5-16}) et Bray (équation {5-17}) sont citées ci-dessous :

* Formule de Hey (1979) :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.03 \log_{10} \left(\frac{\alpha_s R_h}{k_{se}} \right) \quad \{5-15\}$$

où α_s = facteur de forme de la section transversale avec $\alpha_s = 11, 10 \sim 13, 46$; R_h = rayon hydraulique (m) ; J = gradient d'énergie (m/m) ; k_s = hauteur de rugosité effective (m) avec $k_s = 3, 5 k_r$ où k_r hauteur de rugosité réelle (m).

* Formule de Gessler (1990) :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = c_1 + 2.03 \log_{10} \left(\frac{c_2 (\gamma_s - \gamma_f)}{J \gamma_f} \right) \quad \{5-16\}$$

où γ_f = densité spécifique du liquide (N/m³) ; γ_s = densité spécifique du solide (N/m³) ; et J = gradient d'énergie (m/m). Gessler conclut qu'une valeur approchée très précise du frottement peut être calculée par le phénomène de pavage.

* Formule de Bray (1979) :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \alpha_b \left(\frac{U R_h}{\nu} \right)^y = \alpha_b R_e^\eta \quad \{5-17\}$$

où U = vitesse moyenne (m/s) ; R_h = rayon hydraulique (m) ; ν = viscosité du fluide (m²/s) ; α_b = coefficient ; et y = exposant, R_e = nombre de Reynolds.

Selon Bray, la relation entre le coefficient de frottement λ et le nombre de Reynolds R_e donne une approximation plus précise pour la prédiction du frottement que les relations entre le coefficient de frottement λ et la hauteur relative ($H/d_{s,j}$ ou $R_h/d_{s,j}$)

5.4.4. Résultats de la calibration numérique

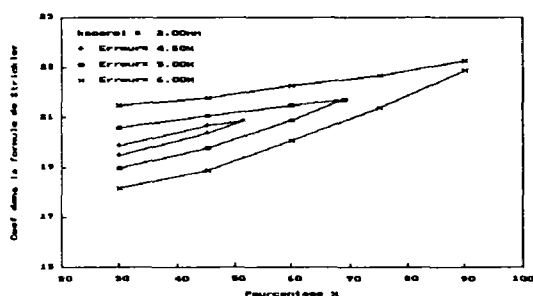
Les résultats de la calibration sont présentés en détail dans un rapport interne de laboratoire (Lin et al. 1992). Une synthèse de ces résultats a été publiée lors d'une conférence internationale (Lin, Le Guennec et Dartus, 1992). Nous considérons, ici, seulement les résultats de la calibration utilisant l'équation {5-12} qui donne les meilleurs approximations.

$$K = c_1 \left(\frac{R_h}{k_s} \right)^{1/6} \quad \{5-12\}$$

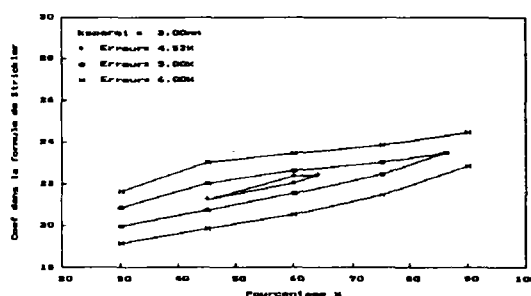
Cette équation nécessite les hauteurs de rugosité $k_{s,parois}$ et $k_{s,lit}$ et est utilisée pour le calcul des coefficients de rugosité K_{parois} et K_{lit} . $k_{s,lit}$ est représenté ici par le diamètre caractéristique des particules solides d_{sp} où l'indice p correspond au pourcentage des plus fines particules solides. Ainsi, les trois paramètres à calibrer sont le coefficient c_1 , la hauteur de rugosité des parois $k_{s,parois}$ et le diamètre des particules d_{sp} . En égalant le paramètre inconnu p à ξ_1 , c_1 à ξ_2 et $k_{s,parois}$ à ξ_3 et en utilisant la méthodologie de calibration, nous obtenons les courbes de la figure 5.4.4-1 pour chaque valeur de $k_{s,parois}$ correspondantes. Les valeurs testées de $k_{s,parois}$, c_1 et p sont précisées dans le tableau 5.4.4-1

facteur	valeur initiale	valeur terminale	intervalle
k_{parois}	0.6mm	4.5mm	0.2 ou 0.5mm
c_1	15	30	0.5
p	30	90	10

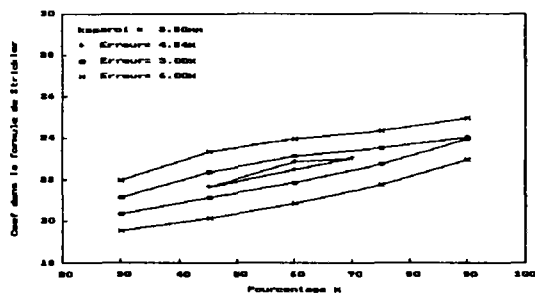
Tableau 5.4.4-1 . Valeurs testées de $k_{s,parois}$, c_1 et p pour le test numérique utilisant l'équation {5-12}



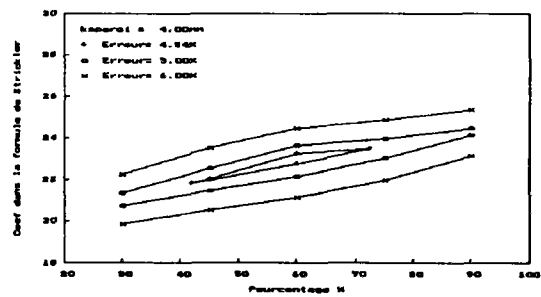
(a)



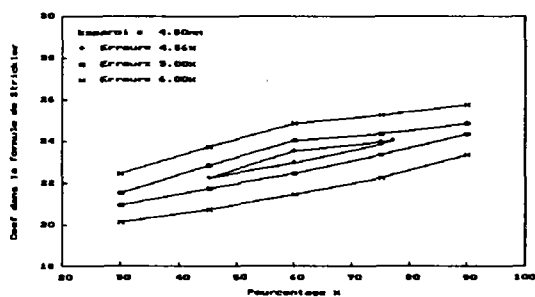
(b)



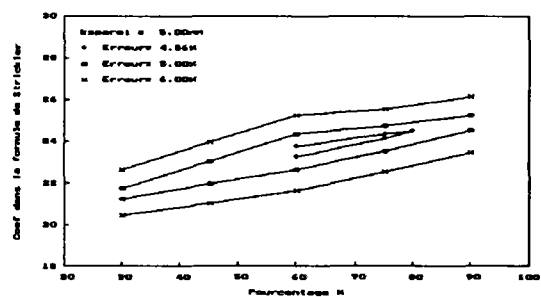
(c)



(d)



(e)



(f)

Figure 5.4.4-1. Combinaisons déduites de $k_{sparois}$, c_1 et p correspondant à différentes erreurs admises et pour le test numérique utilisant l'équation {5-12}

D'après ces courbes, nous constatons qu'il existe une zone commune où l'erreur est limitée à environ 4,5 %. Pour des problèmes de commodité, il est préférable de considérer les minimum et maximum de chaque diagramme (voir tableau 5.4.4-2).

$k_{sparois}$ (mm)	point bas A		point haut B		erreur admise
	c_1	p	c_1	p	
2.0	<19.7	<30	20.8	51	4.5%
3.0	21.3	45	22.4	60.4	4.53%
3.5	21.7	45	23.0	70.0	4.54%
4.0	22.0	45	23.6	72	4.54%
4.5	22.3	45	24	77	4.56%

Tableau 5.4.4-2. Les points minimum et maximum des meilleures zones de combinaison des $k_{sparois}$, c_1 et p correspondant à diverses erreurs admises pour le test numérique n° 3

5.4.5. Conclusion du calage

L'étude hydraulique d'un écoulement stationnaire, non uniforme à surface libre, nécessite l'application et la calibration du modèle de ligne d'eau (équation {5-13}), basé sur des données expérimentales et utilisant une méthodologie de calibration spécifique. Les résultats montrent que la formule de Bray (équation {5-17}) et les formules relatives à la hauteur de rugosité limite (équations {5-11}, {5-12} et {5-15}) combinées à l'équation de Manning-Strickler (équation {5-2}) donnent le meilleur frottement moyen tandis que les expressions établies grâce à l'utilisation de paramètres hydrauliques simples (équations {5-14} et {5-16}) ne fournissent pas une aussi bonne approximation. De plus, l'utilisation de ces dernières ne peut pas, dans la plupart de cas, permettre une aussi bonne approche des résultats des mesures que l'application d'une expression du coefficient de Strickler constant, K . Dans ce cas, $K_{paroi}=48.5$ pour la paroi et $K_{lit}=40.0$ pour le fond (Lin et al. 1992).

Pour obtenir des relations satisfaisantes du frottement qui utilisent une hauteur de rugosité de paroi et des données de dépôt, les valeurs du coefficient doivent dépendre de la hauteur de rugosité de paroi $k_{s,parois}$ et de la taille des particules d_{sp} et surtout de l'erreur admise. Par exemple, si l'équation {5-12} est utilisée pour le calcul du coefficient de rugosité K de Manning-Strickler, alors pour $k_{s,parois} = 2,00$ mm, la relation est satisfaite avec les valeurs $c_1 = 19,7$, $k_{s,lit} = d_{s30}$ et $c_1 = 20,8$, $k_{s,lit} = d_{s51}$ pour une erreur admise de 4,5 %. Plus l'erreur admise est grande, plus le choix de combinaison de (c_1 , $k_{s,parois}$ et $k_{s,lit}$) est grand. Nous pouvons ainsi conclure qu'en fait, la notion de hauteur de rugosité est purement abstraite.

Cette étude montre que la méthodologie de calibration est très efficace pour analyser les résultats numériques, mais ne conseille pas une formule valable du frottement. Pour une erreur admise, plusieurs formules sont acceptables pour le calcul du frottement dans un cas particulier. Le choix de la formule la plus favorable dépend de chacun et demande une expérience personnelle dans ce domaine (eg : Transport hydraulique des solides).

5.5. Amélioration du calage et modèle hydrodynamique pour le collecteur n° 13

Dans le collecteur 13 de Marseille, deux autres influences, en plus de celle de la jonction entre les points 14 et 15, agissent sur l'écoulement, une due à une distribution non uniforme de la vitesse dans la section transversale, une autre due aux coudes du collecteur. Ces deux influences augmentent la pente d'énergie de l'écoulement. Il est donc nécessaire de les prendre en compte dans notre modèle.

Une recherche bibliographique sur l'influence des coudes sur les écoulements est faite dans le paragraphe 7.3. Plusieurs formules pour le calcul du gradient d'énergie dans ces zones particulières y sont données et la formule {7-4} est sélectionnée dans cette étude. La figure 5.5-1 montre l'évolution du coefficient de modification d'énergie α (équation {5-1}) due à une distribution non uniforme de vitesses dans les sections transversales.