

## **TROISIEME PARTIE**

**ETUDE DE L'INFLUENCE DES CARACTERISTIQUES  
DES BIEFS ET DES CRUES SUR LA PROPAGATION**

**PROPOSITION DE MODELES SIMPLIFIES DE  
PROPAGATION DES POINTES DE CRUES**

### **3.1 - INTRODUCTION**

Cette troisième partie de la thèse est consacrée à une étude de l'influence des caractéristiques des biefs et des crues sur la propagation.

Comme dans la deuxième partie, nous nous intéressons aux pointes des crues, notamment aux caractéristiques d'atténuation et de temps de transfert. L'étude débouche aussi sur la proposition de méthodes simplifiées d'évaluation des principaux éléments d'une propagation.

Beaucoup d'études ayant le même objectif d'apprécier les facteurs prépondérants dans un certain phénomène ont recours à l'analyse dimensionnelle pour simplifier le nombre de variables. Dans cette recherche nous avons jugé cette démarche superflue du fait des grandes simplifications introduites dans la description des crues et des biefs de propagation.

Dans le paragraphe 3.2 qui suit, nous allons présenter les éléments sur lesquels l'étude a été fondée, c'est-à-dire les cours d'eau et les hydrogrammes de crue. Nous décrirons également les caractéristiques de la modélisation utilisée pour la mise en oeuvre des simulations.

Dans le paragraphe 3.3, on fera une analyse des résultats obtenus, ce qui nous permettra de proposer, au paragraphe 3.4, après de nouvelles simulations, des modèles simplifiés de propagation.

### 3.2 - LES ELEMENTS DE L'ETUDE

*Pour la mise en oeuvre de l'étude, la démarche adoptée est, essentiellement, la suivante :*

- *simulation de la propagation d'un certain nombre de crues synthétiques sur plusieurs biefs schématisés, avec utilisation d'un modèle mathématique, basé sur le système complet de Saint-Venant unidimensionnel ;*
- *obtention de relations entre les variables du phénomène de propagation auxquelles on s'intéresse et les caractéristiques des cours d'eau et des crues ;*
- *établissement d'équations algébriques permettant de suivre l'évolution de ces variables au cours de la propagation, et constituant donc des modèles simplifiés de propagation.*

*On décrit, dans la suite, les différents éléments de cette démarche.*

#### 3.2.1 - Les caractéristiques des cours d'eau

Pour étudier convenablement l'influence des différentes caractéristiques des cours d'eau et des crues sur la propagation, il nous faut traiter un nombre significatif de biefs, avec des caractéristiques hydrauliques assez différentes, représentatifs des cours d'eau qui apparaissent dans la pratique de l'hydrologie.

L'utilisation de données provenant de cours d'eau réels, bien que très séduisante, serait rendue très difficile par des problèmes de recherche de données variées. Il nous faut donc simuler la propagation de crues synthétiques sur des cours d'eau simplifiés, schématisés. On a choisi d'adopter une schématisation par une section rectangulaire large, caractérisée par la largeur, la rugosité et la pente. Avec une telle géométrie on peut travailler avec des débits par unité de largeur, cette dernière n'apparaît plus de façon explicite et un bief est donc caractérisé par le couple rugosité-pente.

Pour donner une certaine généralité aux résultats, on a adopté une gamme assez large et représentative de valeurs pour les couples rugosité-pente caractéristiques des cours d'eau. Les valeurs adoptées ont été choisies différemment tout au long des différentes étapes de l'étude en fonction des résultats partiels obtenus pour notre premier objectif qui est de dégager des liaisons entre les différentes variables intervenant dans le phénomène. Pour cette première étape, on a adopté la gamme suivante de valeurs du coefficient de Strickler -K- et de la pente -I- :

- K : 15, 30 et 50 ;
- I :  $2 \times 10^{-5}$ ,  $10^{-4}$ ,  $5 \times 10^{-4}$  et  $2 \times 10^{-3}$ .

La combinaison de ces deux paramètres va donc nous permettre de traiter 12 biefs hydrauliquement assez différents et représentatifs de cours d'eau et canaux réels.

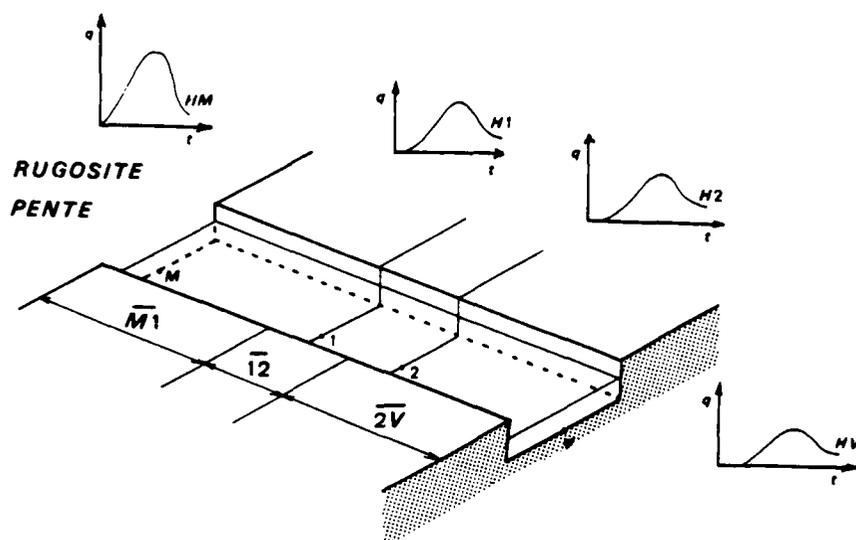


Figure 3.1 - Schématisation des cours d'eau

Ayant comme but d'essayer de s'affranchir, ou plutôt de minimiser, l'influence des conditions aux limites, on va étudier le routage sur un tronçon central de cours d'eau, encadré par des prolongements amont et aval, comme illustré à la figure 3.1. La longueur de ce tronçon central (12) et des deux prolongements (M1 et 2V) a été fixée différemment au long des étapes de l'étude, pour les mêmes raisons que celles évoquées pour la rugosité et pour la pente.

Au cours de la première étape, qui vise à dégrossir le problème, la longueur du tronçon central a été choisie égale à 2 000 m. Les prolongements amont et aval ont été pris de 4 000 m. La longueur totale du bief est donc de 10 000 m.

On va traiter effectivement, dans notre étude, les hydrogrammes enregistrés aux points 1 et 2 du bief, correspondant au tronçon central. Ces hydrogrammes (H<sub>1</sub> et H<sub>2</sub>) sont, a priori, peu influencés par les conditions aux limites amont et aval.

### 3.2.2 - Les caractéristiques des hydrogrammes

Selon une démarche tout-à-fait similaire à celle adoptée pour les biefs, il nous faut aussi une représentation simplifiée des hydrogrammes réels. Il nous faut également choisir convenablement les variables, de façon à avoir une bonne représentation des hydrogrammes, sans trop alourdir le développement théorique nécessaire à l'étude.

On décrit dans le paragraphe suivant, les critères adoptés pour la forme des hydrogrammes ainsi que les variables représentatives de ces derniers.

### 3.2.2.1 - Choix du type d'hydrogramme et des variables à représenter

Comme décrit au paragraphe 3.2.1, on va analyser les hydrogrammes simulés par le modèle complet de Saint-Venant aux points 1 et 2 de notre bief, c'est-à-dire les hydrogrammes H<sub>1</sub> et H<sub>2</sub> de la figure 3.1. Il nous faut utiliser une représentation analytique de ces hydrogrammes, dépendant de quelques paramètres, dont il nous sera possible de suivre l'évolution tout au long de la propagation.

Il est donc nécessaire de choisir, parmi la panoplie des hydrogrammes synthétiques cités dans la littérature, le type de formulation le plus adapté aux besoins spécifiques de cette étude.

Les critères considérés pour effectuer le choix de l'hydrogramme sont les suivants, en plus de la continuité des débits :

- la simplicité de la formulation ;
- la souplesse pour une bonne adaptation aux hydrogrammes obtenus tout au long du routage ;
- la dérivabilité ;
- l'intégrabilité (évaluation du volume global) ;
- le niveau de connaissance par la communauté technico-scientifique ;
- la cohérence avec l'ensemble de la thèse.

Les types d'hydrogrammes retenus ont été les suivants :

- hydrogramme de forme triangulaire - HT ;
- hydrogramme en double triangle - HDT ;
- hydrogramme avec montée rectiligne et décroissance exponentielle - HRE ;
- hydrogramme de la méthode Socose - HS ;

- hydrogramme unitaire d'Hayami - HH ;
- hydrogramme de Nash - HN.

L'analyse de ces différents types d'hydrogrammes selon les critères précédemment cités est présentée dans le tableau 3.1.

HYDROGRAMME CRITERE	HT	HDT	HRE	HS	HH	HN
Simplicité	X		X	X		X
Souplesse		X				X
Dérivabilité				X	X	X
Intégrabilité	X	X	X	X	X	X
Connaissance	X	X	X		X	X
Cohérence					X	

**Tableau 3.1 - Analyse multicritère des différents types d'hydrogrammes**

On peut constater que l'hydrogramme de NASH se présente comme le plus adapté aux besoins de la présente étude. L'hydrogramme type de NASH est donné par l'expression (3.1) :

$$q = Q \left( \frac{t}{t_m} \right)^{n-1} \text{EXP} \left[ - (n - 1) \left( \frac{t}{t_m} - 1 \right) \right] + Q_0 \quad (3.1)$$

avec :

- q : débit fonction du temps t ;
- Q : débit de pointe, mesuré au-dessus du débit de base ;
- t<sub>m</sub> : temps de montée ;
- n : paramètre de forme ;
- Q<sub>0</sub> : débit de base et débit initial.

Avec n pris égal à 3, on obtient l'expression (3.2) :

$$q = Q \left( \frac{t}{t_m} \right)^2 \text{EXP} \left[ - 2 \left( \frac{t}{t_m} - 1 \right) \right] + Q_0 \quad (3.2)$$

qui est l'expression fréquemment adoptée pour l'hydrogramme de Nash.

Les premiers essais effectués avec cette expression nous ont permis de constater, cependant, que l'on ne dispose pas d'assez de souplesse pour s'adapter correctement aux hydrogrammes obtenus après routage, notamment en ce qui concerne le début de la crue. On a donc introduit une légère modification de la formulation de Nash, et proposé l'expression (3.3), retenue pour la suite de l'étude, et que l'on appellera "hydrogramme type Nash" :

$$q = Q \left( \frac{t}{t_m} \right)^2 \text{EXP} \left[ (2/\alpha) (1 - t / t_m)^\alpha \right] + Q_0 \quad (3.3)$$

On a, avec cette expression :

- un paramètre d'échelle sur les débits - Q - ;
- un paramètre d'échelle sur les durées -  $t_m$  - ;
- un paramètre de forme -  $\alpha$  - .

L'hydrogramme obtenu avec cette expression apparaît sur la figure 3.2.

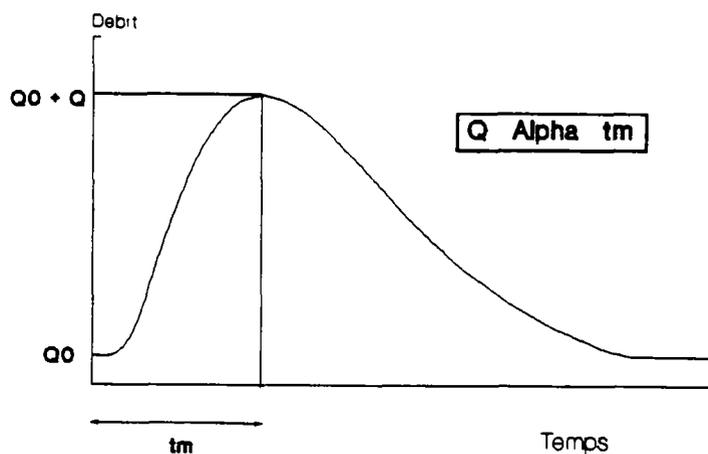


Figure 3.2 - L'hydrogramme type Nash

De façon analogue à la démarche adoptée dans la deuxième partie du présent travail, on va s'intéresser seulement à la pointe de l'hydrogramme, la forme de la crue étant considérée comme secondaire. Plus précisément, on va considérer la partie de l'hydrogramme dépassant 80 % du débit de pointe. Les paramètres  $t_m$  et  $\alpha$  de l'hydrogramme synthétique seront calés à partir des paramètres M et N des crues réelles, qui correspondent à la durée de montée et de décrue pour la partie de l'hydrogramme dépassant 80 % du débit de pointe, comme on le voit sur la figure 3.3.

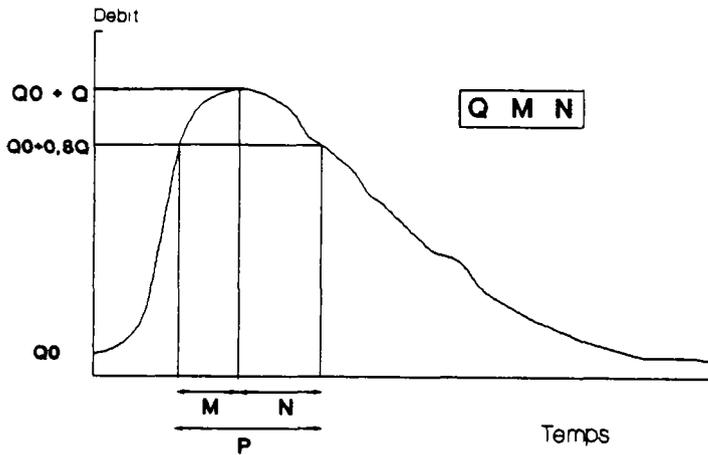


Figure 3.3 - Les paramètres de l'hydrogramme réel

Le paramètre P désignera la durée  $M + N$ , durée totale de dépassement de  $Q_0 + 0.8 Q$ . Il correspond à la valeur  $t_2 - t_1$ ,  $t_1$  et  $t_2$  étant les racines de l'équation (3.4) :

$$\left(\frac{t}{t_m}\right)^2 \text{EXP} \left\{ \frac{2}{\alpha} \left[ 1 - \left(\frac{t}{t_m}\right)^\alpha \right] \right\} = 0.8 \quad (3.4)$$

et :

$$t_1 = 1 - M/t_m$$

$$t_2 = 1 + N/t_m$$

La résolution numérique de l'équation 3.4 pour 21 valeurs différentes nous permet d'obtenir le tableau 3.2.

La mise en oeuvre de régressions liant les différentes variables du tableau 3.2 nous permet d'obtenir les expressions suivantes :

$$t_m/P = 1.044 \alpha^{0.53} \quad \text{avec } R^2 = 0.997;$$

$$N/M = 1.388 / \alpha^{0.312} \quad \text{avec } R^2 = 0.997.$$

$\alpha$	$t_m/P$	N/M	$\alpha$	$t_m/P$	N/M
0.5	0.719	1.741	1.6	1.344	1.192
0.6	0.797	1.626	1.7	1.387	1.171
0.7	0.868	1.540	1.8	1.428	1.153
0.8	0.933	1.462	1.9	1.468	1.136
0.9	0.994	1.416	2.0	1.506	1.120
1.0	1.052	1.370	2.1	1.544	1.105
1.1	1.106	1.330	2.2	1.580	1.091
1.2	1.158	1.296	2.3	1.616	1.078
1.3	1.207	1.265	2.4	1.651	1.065
1.4	1.255	1.238	2.5	1.685	1.053
1.5	1.300	1.214	-	-	-

**Tableau 3.2 - Résolution numérique de l'équation 3.4**

Cela nous permet donc de proposer les expressions (3.5) et (3.6), qui nous permettent de passer des données facilement repérables (M et N) sur des hydrogrammes réels, aux paramètres  $\alpha$  et  $t_m$  des crues synthétiques, qui seront utilisés dans le modèle de propagation :

$$\alpha = 2,86 \left(\frac{M}{N}\right)^{3.2} \quad (3.5)$$

$$t_m = 1,04 (M + N) \alpha^{0.53} \quad (3.6)$$

De façon à étudier convenablement l'influence des différentes caractéristiques de la crue sur le phénomène de propagation, il nous faut adopter une gamme importante de variation des trois paramètres de l'expression décrivant l'hydrogramme (3.3).

De même que pour les caractéristiques des biefs (paragraphe 3.2.1), on a adopté des valeurs différentes selon les diverses étapes de l'étude. Dans un premier temps et pour dégrossir le problème, on a retenu la gamme suivante de valeurs pour les trois paramètres de l'expression (3.3). On a introduit la largeur du cours d'eau  $W$ , puisque ce sont les débits par unité de largeur qui interviennent dans notre schéma :

$$\left(\frac{Q}{W}\right) : 1, 2 \text{ et } 4 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} ;$$

$t_m$  : 5400, 10800 et 21600 s ;

$\alpha$  : 0.75, 1.00 . et 2.00.

On va donc traiter 27 hydrogrammes, correspondant à la combinaison de ces trois paramètres. Ces hydrogrammes concernent l'hydrogramme "HM" de la figure 3.1. Les hydrogrammes effectivement pris en compte sont les hydrogrammes "H1" et "H2" peu influencés par les conditions aux limites.

### 3.2.2.2 - Etude sur le débit de base

En plus des trois paramètres  $Q$ ,  $t_m$  et  $\alpha$  de l'hydrogramme synthétique, donné par l'expression 3.3, on pourrait prendre en compte les effets des variations du débit de base dans la propagation.

Une étude antérieure (Cemagref, 1985) avait mis en évidence l'absence d'influence sensible de cette variable sur le routage, et pour vérifier cette hypothèse, on a effectué une étude de la propagation de 16 crues, avec des débits de base correspondant successivement à 5, 10 et 20 % du débit de pointe.

Le bief sur lequel on a étudié la propagation présente un coefficient de Strickler de 30 et une pente moyenne de  $5 \times 10^{-4}$ . Le tronçon étudié présente une longueur de 2000 m, encadré par des prolongements amont et aval de 4000 m, selon la description faite au paragraphe 3.2.1.

Les 16 crues simulées, correspondant à des combinaisons de 4 valeurs de débits de pointe, 3 valeurs de alpha et 3 valeurs de temps de montée, comme on peut le voir au tableau 3.3, présentent 3 différentes valeurs de débits de base en pourcentage du débit de pointe. On simule donc le routage de 48 événements -16 crues avec 3 valeurs différentes de débit de base pour chaque crue. Il faut remarquer que ces valeurs correspondent à des hydrogrammes à l'entrée du bief (point M de la figure 3.1); les valeurs présentées dans le tableau 3.3 sont déjà légèrement différentes, en fonction du routage sur le tronçon (M1) à l'amont du bief qui nous intéresse.

Pour mettre en évidence l'influence réelle du débit de base dans la propagation, on a fait des régressions de l'atténuation et de la vitesse de propagation, en fonction du rapport  $Q_0/Q_1$ , en plus des variables explicatives que sont les différentes caractéristiques des hydrogrammes (débit de pointe, alpha et temps de montée). Des régressions ont été effectuées et on a obtenu les expressions (3.7) et (3.8) :

$$AT = \frac{(Q_1 - Q_2)}{Q_2 L} = 27,11 \left(\frac{Q_0}{Q_1}\right)^{-0.03} \left(\frac{Q_1}{W}\right)^{-0.14} \alpha^{0.26} t_m^{-0.77} \quad (3.7)$$

$$VIT = 0,75 \left(\frac{Q_0}{Q_1}\right)^{-0.14} \left(\frac{Q_1}{W}\right)^{0.26} \alpha^{0.23} t_m^{-0.12} \quad (3.8)$$

où :

$Q_1$  et  $Q_2$  : les débits de pointe aux points 1 et 2, respectivement ;

$Q_0$  : le débit de base;

$L$  : la longueur du tronçon central : 2.0 km ;

$VIT$  : la vitesse de propagation dans le tronçon central.

Debit (m <sup>3</sup> /s)		Attenuation (%) / km	Vitesse (m/s)	Temps de Monte (h)	Alpha	Debit (m <sup>3</sup> /s)		Attenuation (%) / km	Vitesse (m/s)	Temps de Monte (h)	Alpha
Base	Pointe					Base	Pointe				
0.050	0.854	5.775	1.069	1.149	0.940	0.200	0.998	4.660	1.123	1.551	1.470
0.050	1.058	0.919	1.778	5.568	0.900	0.200	1.201	0.824	1.357	5.513	0.650
0.050	0.953	3.043	1.162	1.348	0.560	0.200	1.092	1.584	1.059	1.820	0.850
0.050	1.058	1.089	2.528	5.624	0.920	0.200	1.195	1.041	0.738	7.528	1.500
0.100	1.954	3.497	1.195	1.406	0.620	0.400	2.229	1.742	1.251	1.801	0.870
0.100	2.107	1.214	0.963	7.379	1.530	0.400	2.415	1.337	1.141	5.689	0.910
0.100	2.065	2.088	1.373	2.769	0.860	0.400	2.367	1.815	1.426	3.154	1.060
0.100	2.024	2.088	2.660	1.740	1.860	0.400	2.320	2.325	1.643	3.000	1.870
0.200	3.718	4.115	2.388	1.351	1.460	0.800	4.304	3.517	2.143	1.634	1.970
0.200	4.131	1.596	1.868	2.882	0.920	0.800	4.734	1.600	1.498	2.970	0.950
0.200	4.214	1.142	1.138	7.233	1.080	0.800	4.781	0.911	1.378	7.089	0.990
0.200	4.068	2.141	2.357	2.927	1.890	0.800	4.687	2.130	1.787	3.000	1.920
0.100	1.000	3.737	0.931	1.554	0.680	0.300	1.110	4.280	1.295	1.731	1.800
0.100	0.901	5.802	1.093	1.348	1.190	0.300	1.302	1.307	0.925	7.680	1.130
0.100	1.105	0.952	1.406	6.032	0.770	0.300	1.202	2.886	1.166	1.991	0.990
0.100	1.111	1.560	1.069	5.689	0.930	0.300	1.302	1.406	0.944	7.528	1.490
0.200	2.051	3.389	1.281	1.630	0.770	0.600	2.428	2.389	1.570	1.856	0.900
0.200	2.156	1.682	1.390	3.030	1.000	0.600	2.604	1.089	1.085	5.689	0.900
0.200	2.124	2.463	1.959	3.077	2.040	0.600	2.552	1.556	1.339	3.000	0.950
0.200	2.222	1.476	1.117	5.689	0.930	0.600	2.502	1.782	1.413	3.000	1.830
0.400	3.921	4.212	2.247	1.493	1.720	1.200	4.712	3.127	2.798	1.784	2.240
0.400	4.356	1.756	1.817	3.000	0.990	1.200	5.156	1.699	1.545	3.000	0.970
0.400	4.270	2.159	2.312	3.000	1.940	1.200	5.233	0.962	2.092	5.513	0.650
0.400	4.444	1.126	1.143	5.689	0.690	1.200	5.105	2.129	1.769	2.129	1.769

Tableau 3.3 - Données utilisées pour l'étude de  $Q_0$

Les régressions effectuées sur les logarithmes des variables, comme on peut le voir à l'Annexe D nous conduisent à des écarts-types de la variable  $Q_0/Q_1$  de 0,056 et 0,057, respectivement, ce qui nous donne donc, des rapports de Student de 0,53 et 2,48. Cela nous indique que le rapport  $Q_0/Q_1$  n'est pas significatif dans l'explication des caractéristiques de la propagation, et confirme donc l'hypothèse initiale qui avait été mise en évidence dans l'étude antérieure précitée. On va donc pouvoir proposer une formulation indépendante du débit de base.

Dans cette première étape de l'étude, on a retenu un débit de base correspondant à 10 % du débit de pointe.

### 3.2.3 - La modélisation adoptée pour l'obtention des données

Pour conduire la démarche précédemment décrite, il nous faut effectuer des simulations de la propagation de plusieurs crues sur plusieurs biefs, avec l'aide d'un modèle fiable. Dans le paragraphe 3.2.3.1, on va faire une description succincte des caractéristiques du modèle utilisé ; dans le paragraphe 3.2.3.2 on rapporte une analyse effectuée sur les caractéristiques de la discrétisation que sont le pas d'espace et le pas de temps.

#### 3.2.3.1 - Le modèle complet utilisé

Comme déjà dit, pour effectuer les simulations, on doit utiliser un modèle physique complet, c'est-à-dire un modèle basé sur la résolution du système complet de Saint-Venant, sans simplification.

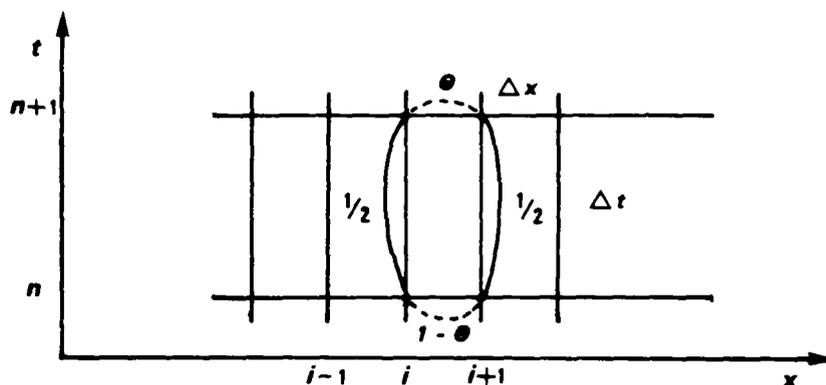
Plusieurs alternatives de modélisation se présentent, (cf. paragraphe 1.3.6). Pour des raisons pratiques, on a choisi d'utiliser un modèle numérique largement utilisé au Cemagref, que l'on a adapté aux besoins du présent travail. Il s'agit d'un modèle fondé sur un schéma numérique de différences finies implicite, connu comme "schéma de 4 points de Preismann", décrit par Cunge, Holly et Verwey (1980).

Dans ce schéma numérique (figure 3.4), la discrétisation d'une fonction  $f(x,t)$  et de ses dérivées partielles est faite avec un coefficient de pondération  $\theta$ , compris entre 0 et 1, comme on peut le voir dans les expressions (3.9), (3.10) et (3.11) :

$$f(x,t) = \theta(f_{i+1}^{n+1} + f_i^{n+1})/2 + (1 - \theta)(f_{i+1}^n + f_i^n)/2 \quad (3.9)$$

$$\partial f / \partial x = \theta(f_{i+1}^{n+1} - f_i^{n+1})/\Delta x + (1 - \theta)(f_{i+1}^n - f_i^n)/\Delta x \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{2} \left[ (f_{i+1}^{n+1} - f_{i+1}^n) / \Delta t + (f_i^{n+1} - f_i^n) / \Delta t \right] \quad (3.11)$$



**Figure 3.4 - Schéma implicite de Preismann  
(d'après "Guide de Prévision de crues", 1989)**

L'adoption de ce type de formulation sur les équations de Saint-Venant, après traitement mathématique (Pochat, 1980) nous conduit à des expressions donnant les cotes et les débits long du cours d'eau, à chaque pas de temps. L'introduction des conditions aux limites amont et aval permettent de clore le système.

La résolution de ce schéma numérique, dans le modèle utilisé est faite par la méthode du "Double Balayage" (Pochat, 1980), qui permet l'inversion du système d'équations, donnant les cotes et les débits en chaque point discrétisé du cours d'eau.

Cette méthode de résolution est numériquement stable, quel que soit le pas de calcul adopté, à condition que l'on ait  $\theta \geq 0.5$ . On a retenu, pour toutes les étapes du travail,  $\theta = 0.75$ . Le système est donc inconditionnellement stable.

Il reste maintenant à garantir une certaine précision des résultats, laquelle est fonction des caractéristiques de la discrétisation adoptée : le pas d'espace, le pas de temps, la valeur de  $\theta$  et le nombre de points représentatifs de la crue (Abbot, 1979) (Cunge, Holly et Verwey, 1980) et (Tucci, 1986).

Comme on se propose de traiter un nombre important d'événements, on a tout intérêt à adopter des pas de calcul assez larges mais pas trop, cependant, pour ne pas introduire des imprécisions trop importantes. Cela nous a conduit à effectuer une étude pour vérifier l'influence de ces paramètres de discrétisation sur la qualité des résultats dans le cadre particulier de notre système simplifié (hydrogrammes et biefs). C'est l'objet du paragraphe suivant.

### 3.2.3.2 - Etude du pas d'espace et du pas de temps

Pour essayer d'évaluer le rôle du pas d'espace et du pas de temps sur la qualité du routage, on a étudié la propagation sur un cours d'eau -K et l donnés-, en effectuant des changements de pas d'espace ( $\Delta x$ ) et de pas de temps ( $\Delta t$ ).

On doit comparer, ensuite, la qualité du routage selon les différentes valeurs de  $\Delta x$  et  $\Delta t$ , en essayant de dégager des considérations sur d'éventuelles dégradations des résultats et conclure sur des valeurs optimales pour le calcul.

En l'absence d'un repère absolu, c'est-à-dire des caractéristiques de la propagation effectivement observées, on a adopté la démarche suivante :

- on cale un hydrogramme synthétique type Nash sur l'hydrogramme à l'entrée du tronçon central étudié (point 1) ;
- on calcule son volume ;
- on cale deux hydrogrammes type Nash sur l'hydrogramme à la sortie du tronçon central (point 2); pour le premier hydrogramme, on impose le même volume que celui calculé à l'amont ; pour le deuxième, on cale tous les paramètres, sans se préoccuper de la conservation des volumes ;
- on compare la qualité de l'ajustement des deux hydrogrammes type Nash à l'aval. Si l'on constate un écart important entre les deux calages, on peut dire que la traduction numérique de Saint-Venant n'est pas satisfaisante puisque la conservation des volumes introduit une contrainte trop grande pour l'ajustement de l'hydrogramme type Nash, ce qui, a contrario, suggère que l'équation de continuité n'est pas respectée, et que par conséquent le schéma numérique est déficient.

On a étudié la propagation d'une crue caractérisée par  $Q/W = 4,0 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $Q_0 / W = 0.4 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $t_m = 10800 \text{ s}$  et  $\alpha = 1.0$ , sur 3 cours d'eau. Le premier cours d'eau, que l'on appelle "cas central" est caractérisé par  $K = 30$  et  $l = 5 \times 10^{-4}$ . Les deux autres cours d'eau, appelés "variantes 1 et 2", ont pour pente  $l = 5 \times 10^{-5}$  et  $l = 4 \times 10^{-3}$ , respectivement. La propagation est étudiée sur un tronçon central de 8000 m encadré par des prolongements de 4000 m à l'amont et à l'aval.

L'évaluation de la qualité du routage est faite par l'intermédiaire de l'expression (3.12) :

$$FQR = 100 \left\{ 1 - \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - Q_{vi})^2 - \sum_{i=1}^n (Q_i - Q_{Ni})^2}{\sum_{i=1}^n Q_i^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (3.12)$$

où :

Q : débit de pointe observé ;

Qv : débit de pointe calculé, avec conservation de volume ;

Qn : idem, sans conservation de volume ;

i : numéro courant, variant de 1 à n ;

n : nombre de cas simulés.

Plus FQR est proche de 100, plus grand est le respect de la continuité.

On a adopté les valeurs suivantes des pas de calcul :

- pas d'espace : 25, 50, 100, 250, 500, 800, 1000, 2000 et 4000 m ;
- pas de temps : 30, 60, 120, 180, 360, 720, 1080, 2160, 3600 et 5400 s.

Pour les variantes 1 et 2, les pas d'espace de 25, 50 et 800 m et les pas de temps de 30, 60, 180, 2160 et 5400 s n'ont pas été utilisés, l'analyse avec les autres valeurs ayant été jugée suffisante. On a donc traité 192 événements; dans la figure 3.5 on présente les valeurs de la fonction critère FQR dans le plan  $\Delta x - \Delta t$ , pour le cas central.

Après l'analyse des résultats du routage, on peut faire les commentaires suivants :

- on constate une relative homogénéité de la qualité du routage dans le plan  $\Delta x - \Delta t$  ;
- il y a une certaine concentration des valeurs importantes de FQR pour  $\Delta t$  entre 1800 et 2700 s;

- pour les pas de temps supérieurs à 3600 s, on constate une nette dégradation des résultats ;
- les valeurs faibles de  $\Delta x$  et  $\Delta t$  nous donnent des valeurs assez faibles de FQR.

Ces résultats semblent indiquer que dans le schéma implicite utilisé, il n'y a pas vraiment de limitation pour la grandeur du pas d'espace et de temps autres que celles dictées par le "bon sens", dans la mesure où l'on doit représenter convenablement les hydrogrammes et les biefs. En effet, la dégradation constatée pour  $\Delta t > 3600$  s semble indiquer une mauvaise représentation de l'hydrogramme. On ne constate pas une dégradation semblable pour des valeurs élevées de  $\Delta x$  car on travaille avec un bief régulier de section constante sur toute sa longueur.

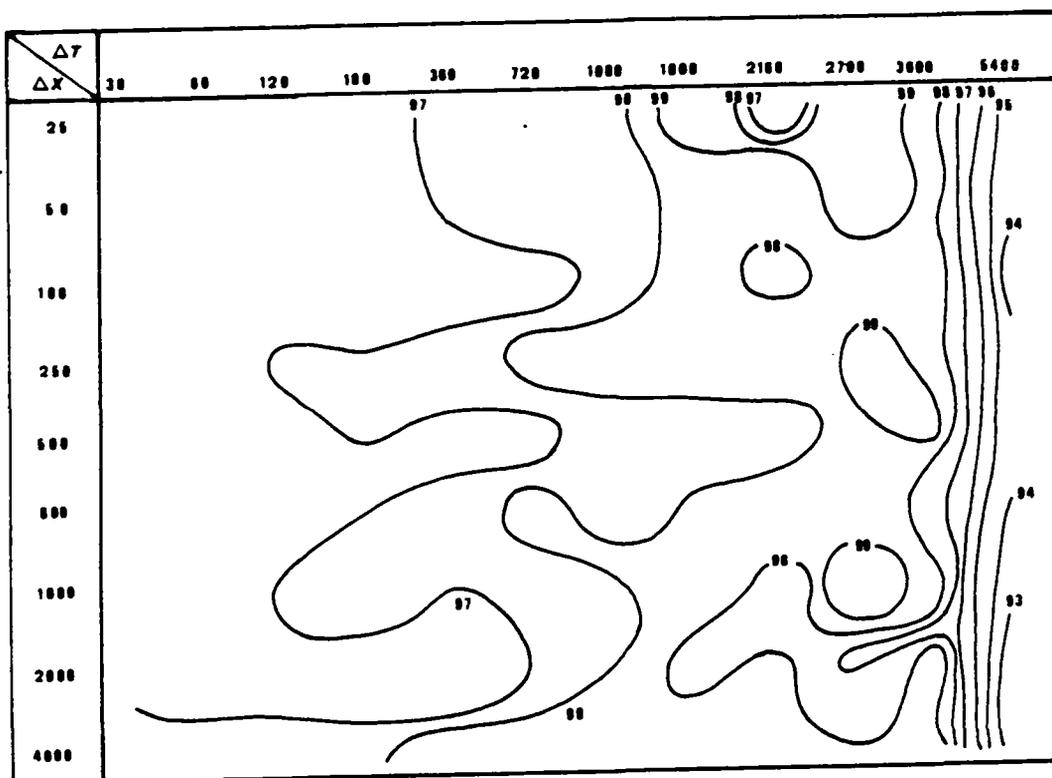


Figure 3.5 - Courbes de Isovaleurs de la fonction critère pour différents pas de calcul

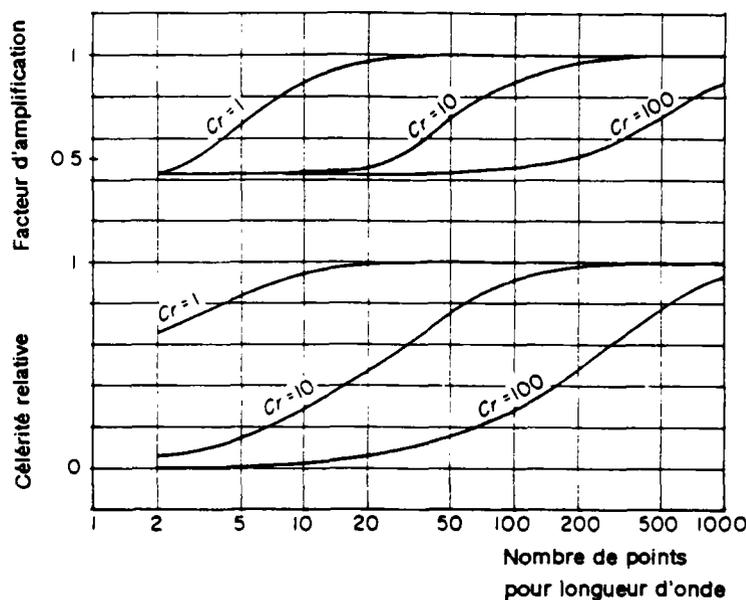
Une interprétation que l'on pourrait donner au sujet de la détérioration de la fonction critère FQR pour les faibles valeurs de  $\Delta x$  et  $\Delta t$  est que l'on introduit, dans les calculs, des erreurs numériques d'arrondi qui conduisent à des résultats moins satisfaisants.

Il semble donc convenable de travailler avec des valeurs de pas d'espace et de temps adéquats pour une bonne représentation des hydrogrammes et des biefs, en évitant d'utiliser des valeurs trop faibles pour  $\Delta x$  et  $\Delta t$ , pour éviter d'éventuelles erreurs d'arrondi. Cette recommandation

permet d'utiliser des pas de calcul assez important et, par suite, de réduire les temps de calcul sur ordinateur.

Pour l'étape suivante, on va adopter une valeur de  $\Delta x = 400$  m. Sachant que l'on va travailler avec des temps de montée plus faibles que celui adopté précédemment (10800 s), on va retenir une valeur de  $\Delta t = 900$  s. On se place donc dans une position favorable dans le plan  $\Delta x - \Delta t$  selon la figure 3.5. Ultérieurement, pour la mise en oeuvre des simulations qui serviront à l'établissement de modèles simplifiés (paragraphe 3.4), on adoptera des valeurs différentes pour les pas de calcul, mais pour d'autres raisons que l'on exposera au préalable.

Les vérifications effectuées, a posteriori, avec les données utilisées, selon les indications de Abbot (1979), nous conduisent à des erreurs toujours nulles, soit pour la vitesse de propagation, soit pour l'atténuation. En effet, on a des nombres de Courant qui varient entre 0,7 et 24 ; les longueurs d'onde, assimilées à deux fois les temps de montée, varient de 19000 m à 114500 m. L'application de ces valeurs aux abaques cités par Abbot (1979) et présentés à la figure 3.6 pour  $\theta = 0.7$  nous conduisent à des valeurs de célérité relative et à des facteurs d'amplification de 1,0, ce qui confirme l'adéquation de la discrétisation adoptée.



**Figure 3.6 - Propriétés du schéma de Preismann pour  $\theta = 0.7$  d'après Abbot (1979)**

### 3.2.4 - Importance de la condition aval

Dans l'étude de la propagation avec les hypothèses complètes de Saint-Venant, la condition en limite aval joue un rôle indubitable. Cependant, nous avons tenté d'analyser le phénomène de propagation dans une partie assez éloignée de cette condition aval pour en être relativement indépendante. Nous allons vérifier si tel est bien le cas.

Pour ce faire, on va effectuer les simulations de l'écoulement selon différentes conditions aval, pour apprécier les effets de ces changements sur les paramètres de la propagation. Tout d'abord, on va simuler la propagation dans 324 situations, correspondant à 27 crues sur 12 biefs, avec une condition aval qui prend la profondeur normale comme condition en limite aval, au point "V" du bief présenté à la figure 3.1. Cet échantillon d'événements correspond donc à celui utilisé dans la partie de l'étude qui envisage de dégager les liaisons entre les paramètres des cours d'eau et des crues et les caractéristiques de la propagation. Ensuite, on procède à des changements de cette condition aval, par la création d'abord d'un rétrécissement de 20 %, puis un élargissement de même ampleur pour la section aval. Dans ces conditions, on aura des profondeurs à la limite aval différentes de la profondeur normale adoptée pour la première situation. On simule donc la propagation dans 324 situations pour chacune de ces deux modifications de la condition aval, en totalisant donc 972 simulations.

La comparaison et l'analyse des caractéristiques de la propagation dans les trois situations de condition aval nous permettront d'apprécier l'hypothèse d'une influence modeste de cette dernière lorsque l'on se trouve éloigné d'une section de contrôle. Cette analyse sera décrite au paragraphe 3.3.3:

Cette démarche, bien qu'assez simplifiée, doit permettre d'avoir une idée sur le problème. Pour gagner une meilleure compréhension et pour mieux quantifier l'effet général de la condition aval, on devrait mener une étude beaucoup plus détaillée, avec la simulation d'autres situations aval et aussi, avec différents éloignements du point "V" par rapport au point "2" du bief (cf. figure 3.1). Une telle étude, plus approfondie que celle entreprise, n'étant pas considérée comme essentielle face aux objectifs fixés, n'a pas été effectuée dans le cadre de cette thèse.

### 3.3 - PREMIERES CONCLUSIONS SUR LES RESULTATS DES SIMULATIONS

*Après le traitement des différents cas décrits précédemment on a tenté de dégager des liaisons entre les différentes variables du phénomène étudié. L'étude des 324 événements, correspondant à la propagation de 27 crues sur 12 biefs, a permis, d'abord, des considérations sur les hydrogrammes et, ensuite, sur les éléments fondamentaux de la propagation, c'est-à-dire l'atténuation des pointes de crue et le temps de transfert de celles-ci. Puis, l'analyse de l'ensemble des événements, correspondant aux trois conditions aval, (paragraphe 3.2.4) permettra d'analyser le rôle de cette dernière. Les premières conclusions sur les résultats des simulations nous permettront, ensuite, de proposer des modèles simplifiés de propagation.*

#### 3.3.1 - Considérations sur l'hydrogramme

Pour permettre de suivre la déformation de la crue, au long de la propagation, on a étudié l'évolution des paramètres caractéristiques de l'hydrogramme, que sont le débit de pointe,  $Q$ , le temps de montée,  $t_m$ , et le paramètre de forme,  $\alpha$ .

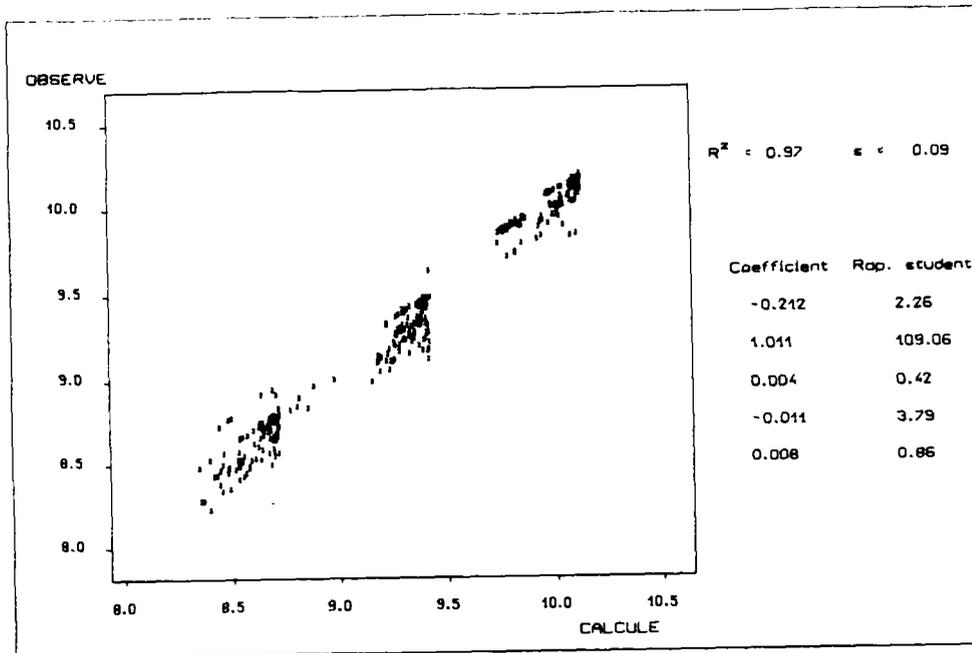
L'évolution du paramètre débit de pointe sera étudiée dans le paragraphe 3.3.2 ; il nous reste donc à étudier ici, l'évolution du temps de montée et du paramètre  $\alpha$ .

Il nous a paru intéressant d'introduire une nouvelle variable, homogène à un volume, donné par le produit du débit de pointe,  $Q/W$  par la durée totale de dépassement,  $P$  ( $M + N$ ). On va donc substituer au couple ( $\alpha$ ,  $t_m$ ) le couple ( $t_m$ ,  $PQ/W$ ).

On a donc fait des régressions sur les paramètres temps de montée et  $PQ/W$ , en ayant comme variables explicatives les différentes caractéristiques des cours d'eau et des crues. En ce qui concerne les cours d'eau, les variables explicatives adoptées au départ sont le coefficient de Strickler,  $K$ , et la pente,  $I$  ; en ce qui concerne les crues, les variables utilisées sont le débit de pointe,  $Q/W$ , le temps de montée et le produit  $PQ/W$ , le cas échéant.

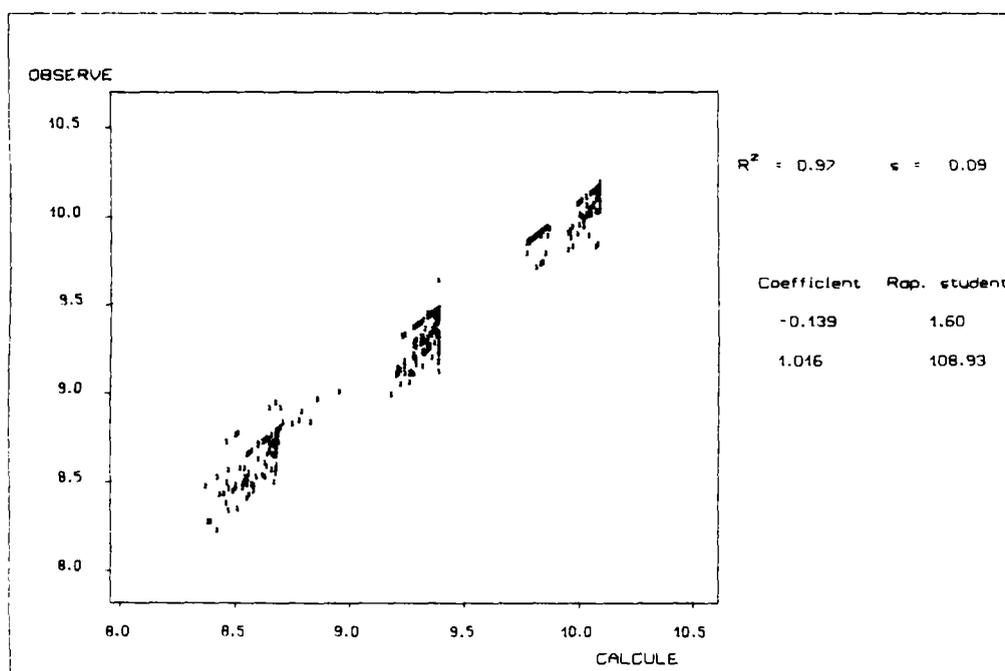
Pour le temps de montée, la régression effectuée, avec l'ensemble de ces variables explicatives, donnée par l'expression ci-après, est présentée à la figure 3.7.

$$t_{m2} = a_0 t_m^{a_1} K a^2 I a^3 (Q/W)^{a_4}$$



**Figure 3.7 - Éléments de la régression sur le temps de montée, avec l'ensemble des variables explicatives**

On constate que l'unique variable explicative vraiment significative est le temps de montée, à l'amont. En effectuant la régression avec une expression plus simple, n'ayant que le temps de montée comme variable explicative, on obtient les éléments de la figure 3.8.



**Figure 3.8 - Éléments de la régression sur le temps de montée, avec le temps de montée à l'amont comme seule variable explicative**

On voit donc que le temps de montée reste, grossièrement, constant après routage, et on peut proposer l'expression (3.13) :

$$t_{m2} \cong t_{m1} \quad (3.13)$$

où  $t_{m1}$  et  $t_{m2}$  sont les temps de montée, respectivement à l'entrée et à la sortie du tronçon central, points 1 et 2 de la figure 3.1. Cette constatation est tout à fait compatible avec une étude antérieure (Cemagref, 1985).

En ce qui concerne le produit  $PQ/W$ , l'adoption d'une démarche tout à fait similaire nous permet d'obtenir les éléments des figures 3.9 et 3.10.

On arrive à une conclusion identique que celle vue pour le temps de montée : le paramètre  $PQ/W$  reste, grossièrement, constant après routage, d'où l'expression (3.14) :

$$P_2 Q_2/W \cong P_1 Q_1/W \quad (3.14)$$

Où  $Q_1$  et  $Q_2$  sont les débits de pointe à l'entrée et à la sortie du tronçon central (points 1 et 2 de la figure 3.1),  $P_1$  et  $P_2$  sont les durées totales de dépassement constatées aux mêmes positions et  $W$  est la largeur.

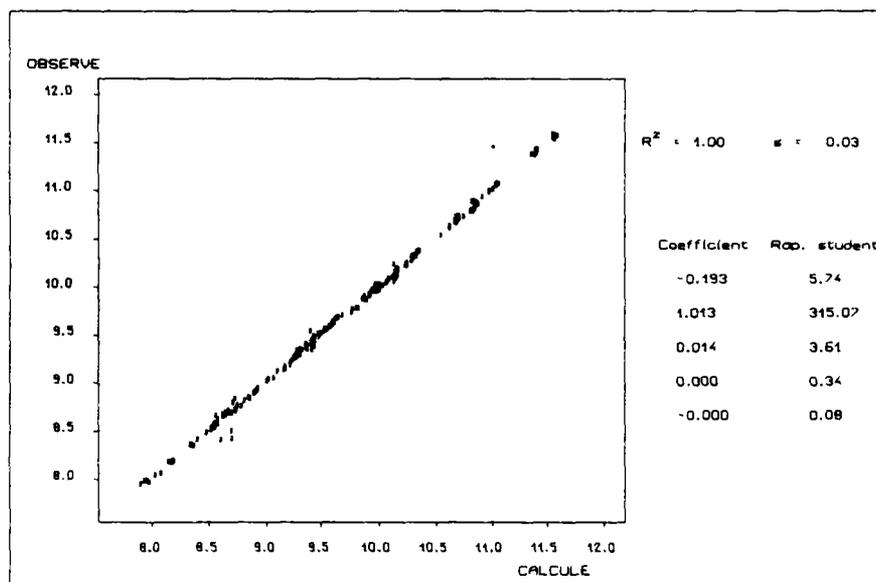
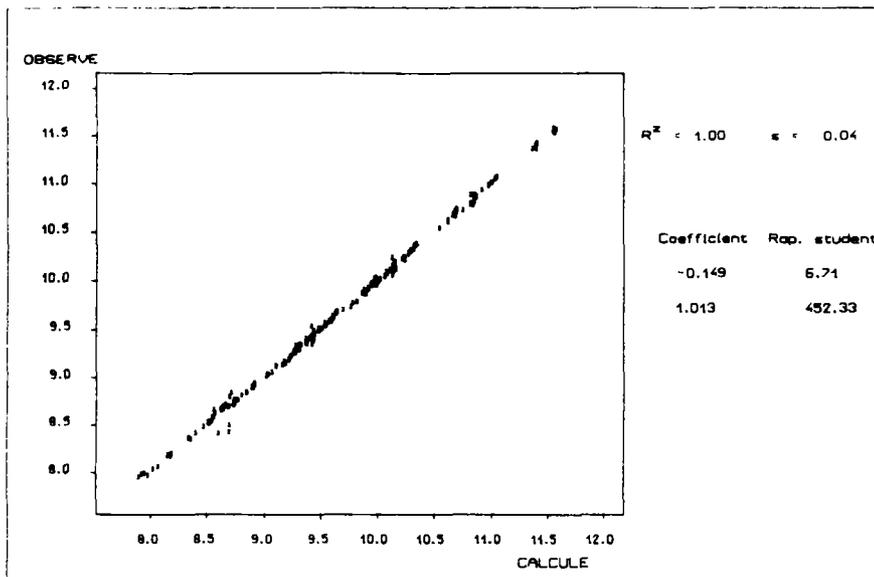


Figure 3.9 - Eléments de la régression sur le produit  $PQ/W$ , avec l'ensemble de variables explicatives



**Figure 3.10 - Éléments de la régression sur le produit PQ/W, avec PQ/W à l'amont comme seule variable explicative**

Il faut remarquer ici que cette déduction sur la constance du produit PQ/W et de  $t_m$  est, peut-être, un peu sommaire. Cependant elle est nécessaire si l'on veut avoir des chances d'obtenir un modèle simple et opérationnel pour décrire la propagation. L'étude menée dans la deuxième partie de la thèse (modèle Hayami) et les applications des modèles sur des cas réels (quatrième partie), nous permettent de voir que, dans la pratique, on se trouve souvent dans des conditions où ces hypothèses simplificatrices sont vérifiées.

Pour suivre la forme de la crue, et donc le paramètre alpha, par l'intermédiaire du rapport M/N, on a, d'après la combinaison de (3.5) et (3.6) :

$$t_m = 1,04 [2,86 (M/N)^{3.2}]^{0.53} (M+N) = 1,82 (M/N)^{1.7} (M+N)$$

Comme  $t_m$  reste constant après routage, on a :

$$(M_1/N_1)^{1.7} (M_1 + N_1) = (M_2/N_2)^{1.7} (M_2 + N_2)$$

Comme le produit PQ/W reste, lui aussi, constant, on peut écrire :

$$Q_1 (M_1 + N_1) = Q_2 (M_2 + N_2)$$

et donc :

$$(M_1 + N_1) = \frac{Q_2}{Q_1} (M_2 + N_2)$$

Ce qui entraîne :

$$\left(\frac{M_1}{N_1}\right)^{1.7} \frac{Q_2}{Q_1} (M_2 + N_2) = \left(\frac{M_2}{N_2}\right)^{1.7} (M_2 + N_2)$$

Et ensuite :

$$\frac{1}{Q_1} \left(\frac{M_1}{N_1}\right)^{1.7} = \frac{1}{Q_2} \left(\frac{M_2}{N_2}\right)^{1.7}$$

D'où :

$$N_2 = \frac{M_2}{\frac{M_1}{N_1} \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^{0.6}} = N_1 \frac{M_2}{M_1} \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^{0.6}$$

Et :

$$Q_1 (M_1 + N_1) = Q_2 [M_2 + N_1 (M_2/M_1) (Q_1/Q_2)^{0.6}]$$

Ce qui nous permet d'estimer la durée de montée à l'aval :

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{(M_1 + N_1) (Q_1 / Q_2)}{M_1 + N_1 (Q_1 / Q_2)^{0.6}} \quad (3.15)$$

De façon analogue, en reprenant une des expressions précédentes, on a :

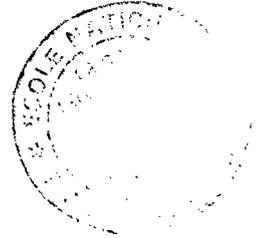
$$M_2 = M_1 \left(\frac{N_2}{N_1}\right) \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^{1.69}$$

En portant dans  $Q_1 (M_1 + N_1) = Q_2 (M_2 + N_2)$ , on obtient :

$$Q_1 (M_1 + N_1) = Q_2 \left[ M_1 (N_2/N_1) (Q_2/Q_1)^{0.6} + N_2 \right]$$

et donc :

$$\frac{Q_1}{Q_2} (M_1 + N_1) = N_2 + M_1 \frac{N_2}{N_1} \left( \frac{Q_2}{Q_1} \right)^{0.6}$$



Ce qui nous permet d'obtenir l'expression (3.16) de la durée de décrue à l'aval :

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{(N_1 + M_1) (Q_1 / Q_2)}{N_1 + M_1 (Q_2 / Q_1)^{0.6}} \quad (3.16)$$

Avec les expressions (3.15) et (3.16) on peut suivre la variation des paramètres M et N tout au long de la propagation. Cela nous permet donc d'apprécier l'évolution du paramètre alpha au cours du routage et donc la déformation d'une pointe de crue.

### 3.3.2 - Considérations sur les éléments de la propagation

Après les considérations sur l'hydrogramme, il nous reste maintenant à analyser les éléments de la propagation que sont l'atténuation des pointes de crues et le temps de transfert de ces pointes. Cela constitue, effectivement, l'objectif essentiel de cette étude.

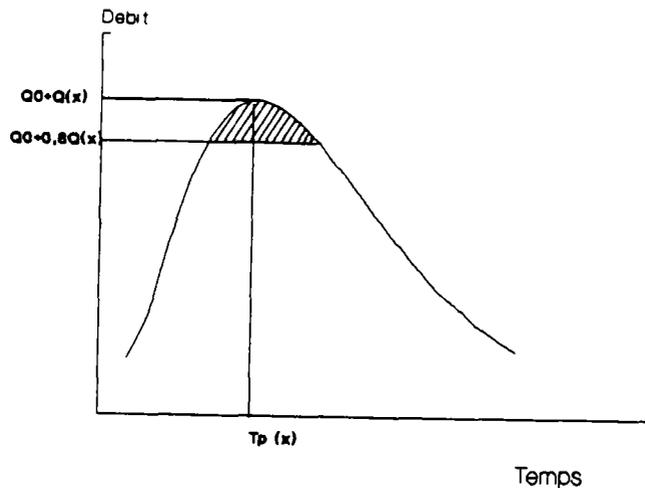
La démarche à suivre consiste à représenter ces éléments de la propagation sous forme d'équations différentielles ordinaires, obtenues à partir de régressions, ayant comme variables explicatives les différentes caractéristiques des cours d'eau et des crues.

Du fait que l'on va s'intéresser essentiellement à la pointe de la crue, et non à tout l'hydrogramme, on peut, obtenir une simplification de la formulation mathématique de la propagation. En effet, une variable, le temps, disparaît dans la description du phénomène et l'on doit pouvoir le représenter par de simples équations différentielles, à la place des équations aux dérivées partielles constituant le système de Saint-Venant.

Ainsi, si  $x$  représente l'abscisse de la section considérée le long du bief, et si l'on désigne par  $Q$  le débit maximum et  $T_p$  l'instant de l'occurrence de ce débit en cette section, d'abscisse  $x$ , (cf. figure 3.11), notre système d'équations pourra être du type des expressions suivantes :

$$\frac{dQ}{dx} = f(K, l, \dots) \quad (3.17)$$

$$\frac{dT_p}{dx} = g(K, l, \dots) \quad (3.18)$$



**Figure 3.11 - La pointe de la crue à la section d'abscisse  $x$**

Pour l'établissement de cette formulation, une difficulté apparaît du fait que, en réalité, on ne dispose pas des dérivées  $dQ/dx$  et  $dT_p/dx$ , mais seulement des rapports  $\Delta Q/\Delta x$  et  $\Delta T_p/\Delta x$ . On devra donc déduire, les dérivées des rapports des différences finies.

Si l'on admet, a priori, un modèle du type (3.17) et (3.18), on doit intégrer ce modèle sur le pas d'espace correspondant au tronçon central (tronçon 1.2 de la figure 3.1), pour pouvoir caler les paramètres des fonctions  $f$  et  $g$ , de façon à retrouver les résultats de la simulation numérique, à savoir  $\Delta Q$  et  $\Delta T_p$ .

Pour définir un modèle, c'est-à-dire proposer des expressions analytiques dépendant de paramètres aux fonctions  $f$  et  $g$ , on a deux grandes options possibles. Si l'on adopte comme variables de ces fonctions seulement des éléments invariants le long d'un bief, on obtiendra un modèle dont les paramètres seront rigoureusement indépendants de la longueur choisie pour le tronçon central. Par contre, si l'on prend comme variables des éléments qui varient au long de la

propagation, on obtiendra des résultats qui sont, a priori, valables strictement pour la longueur de ce tronçon.

Comme l'objectif de cette partie de l'étude est d'établir et d'analyser les liaisons entre les différentes caractéristiques des cours d'eau et des crues sur les paramètres de la propagation, on a retenu d'adopter la deuxième alternative. Cependant, on considérera les indications obtenues comme généralisables et reproductibles pour d'autres longueurs de cours d'eau. En effet, notre objectif ici n'est pas de quantifier le phénomène, mais seulement d'apercevoir ses lignes générales, pour permettre (au paragraphe 3.4) d'étudier de façon plus détaillée les deux alternatives citées, mais alors, avec la préoccupation de proposer des modèles effectivement opérationnels.

### 3.3.2.1 - L'Atténuation

En ce qui concerne l'atténuation des pointes des crues, les variables explicatives essayées au départ pour la fonction  $f$  (expression 3.17), sont la rugosité et la pente, pour le cours d'eau. Pour les crues, les variables retenues sont le débit de pointe,  $Q/W$  et le produit  $PQ/W$ , dont on vient de voir la conservation au cours de la propagation.

L'expression (3.17) serait alors :

$$d(Q/W)/dx = f(K, I, PQ/W, Q/W)$$

De façon plus précise on propose l'expression :

$$\frac{d(Q/W)}{dx} = \frac{(Q/W)^{a_4}}{a_0 K^{a_1} I^{a_2} (PQ/W)^{a_3}}$$

Intégrons ce modèle pour en déduire une relation entre différences finies :

$$\int \frac{d(Q/W)}{(Q/W)^{a_4}} = \int \frac{dx}{a_0 K^{a_1} I^{a_2} (PQ/W)^{a_3}}$$

Comme toutes les variables, sauf  $Q$ , sont constantes au cours du routage, l'intégration est immédiate, pour  $a_4 \neq 1$  et donne :

$$(a_4 - 1) \left( \frac{1}{Q_2 a_4^{-1}} - \frac{1}{Q_1 a_4^{-1}} \right) = \frac{x_2 - x_1}{a_0 K a_1 l a_2 (P_1 Q_1 / W) a_3 W a_4^{-1}}$$

où :

- $Q_1$  : débit de pointe à l'entrée du tronçon central (point 1 de la figure 3.1), en dessus du débit de base, en  $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$  ;
- $Q_2$  : idem, à la sortie du tronçon (point 2) ;
- $x_2 - x_1 = L$  : longueur du tronçon (2 000 m) ;
- $W$  : largeur du cours d'eau, en m ;
- $P_1$  : durée totale de dépassement à l'entrée du tronçon central, en s ;
- $K$  : coefficient de Strickler ;
- $l$  : pente.

En essayant plusieurs valeurs pour  $a_4$ , on peut utiliser le modèle linéaire sur les logarithmes des variables en cause, pour déterminer les différents paramètres  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$ . Les résultats de ces essais apparaissent sur la figure 3.12, où  $R^2$  est le coefficient de détermination et  $s$  est l'erreur standard.

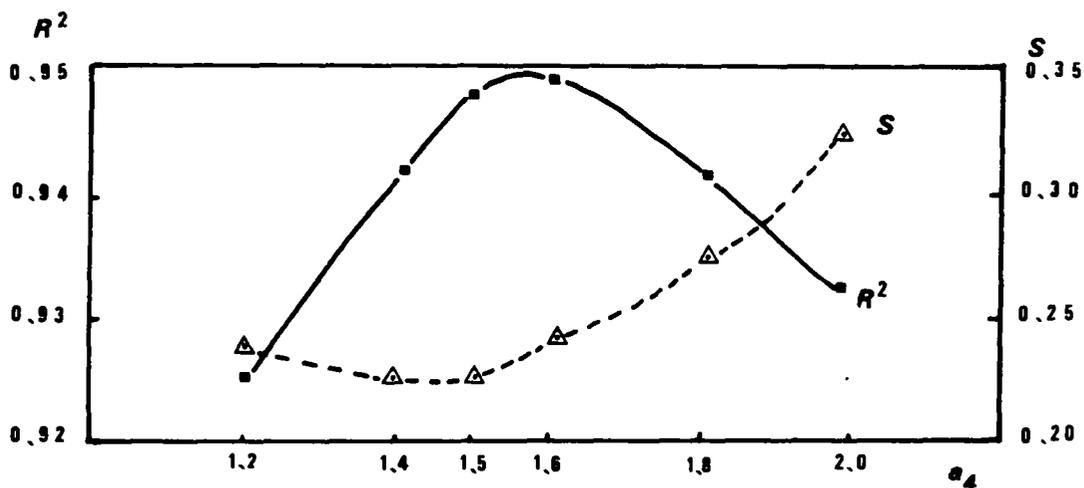


Figure 3.12 - Variation des coefficients de détermination et des erreurs standard en fonction de  $a_4$

On voit donc que la valeur de  $a_4$  qui nous donne les valeurs optimales pour  $R^2$  et  $S$  est proche de 1.5. En adoptant cette valeur pour  $a_4$ , on peut maintenant caler le modèle linéaire pour les autres variables. Les éléments de la meilleure régression sont présentés à la figure 3.13.

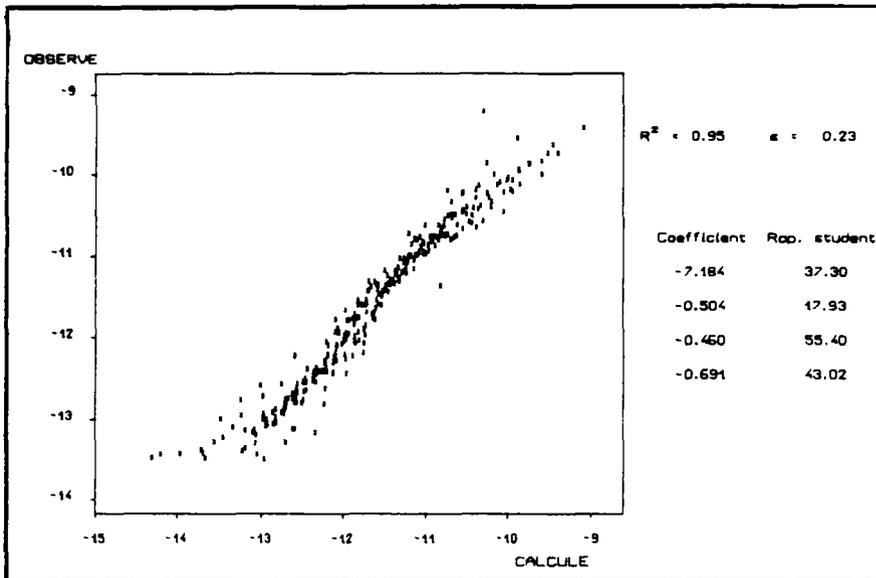


Figure 3.13 - Eléments de la régression pour l'atténuation

Ces éléments nous permettent d'écrire l'expression suivante :

$$\frac{1}{Q_2^{0.50}} - \frac{1}{Q_1^{0.50}} = \frac{(x_2 - x_1)}{660 K^{0.50} 10^{0.46} (P_1 Q_1 / W)^{0.69} W^{0.50}}$$

Cette expression devient, en notant  $x_2 - x_1 = L$  :

$$\frac{1}{Q_2^{0.50}} = \frac{1}{Q_1^{0.50}} \left[ 1 + \frac{L}{660 K^{0.50} 10^{0.46} P_1^{0.69} (Q_1 / W)^{0.19}} \right]$$

En introduisant une nouvelle variable,  $D_f$ , donnée par l'expression (3.19) :

$$D_f = 660 K^{0.50} 10^{0.46} P_1^{0.69} (Q_1 / W)^{0.19} \quad (3.19)$$

On peut alors obtenir l'expression (3.20) :

$$Q_2 = \frac{Q_1}{(1 + L/D_f)^2} \quad (3.20)$$

Avec les expressions (3.19) et (3.20) on peut donc évaluer le débit de pointe à l'aval, à partir des caractéristiques des cours d'eau et des crues. On voit, de façon directe et explicite, le rôle de ces caractéristiques sur le débit à l'aval, et donc sur l'atténuation.

Il nous reste maintenant à étudier le temps de transfert de la pointe de la crue.

### 3.3.2.2 - Le temps de transfert

Pour l'étude du temps de transfert des pointes de crues, on a choisi d'utiliser une formulation légèrement différente de l'expression (3.18), en recherchant une expression pour la vitesse de propagation de la pointe, soit donc  $V = dx/dt$ .

En ce qui concerne les variables explicatives, on a retenu les mêmes que celles utilisées pour l'atténuation, sauf, au départ, le débit de pointe, variable le long de la propagation.

La formulation proposée est donc donnée par (3.21) :

$$dx/dt = g(K, I, PQ/W) \quad (3.21)$$

De même que pour l'atténuation, on propose d'explicitier  $g$  comme suit :

$$dx/dt = b_0 K^{b_1} I^{b_2} (PQ/W)^{b_3}$$

Pour effectuer l'intégration, on pose :

$$dt = \frac{dx}{b_0 K^{b_1} P_2(PQ/W)^{b_3}}$$

Ce qui nous donne :

$$T = \frac{(x_2 - x_1)}{b_0 K^{b_1} P_2(P_1 Q_1/W)^{b_3}}$$

Où T est le temps de transfert des pointes de crues.

En effectuant une régression sur les logarithmes des variables, on obtient des résultats non satisfaisants, avec une erreur standard de 0,50. On constate aussi la non significativité de la variable PQ/W. Il nous faut donc essayer une formulation différente, et on a remplacé la variable P Q/W par le temps de montée,  $t_m$ . Les résultats obtenus apparaissent à la figure 3.14.

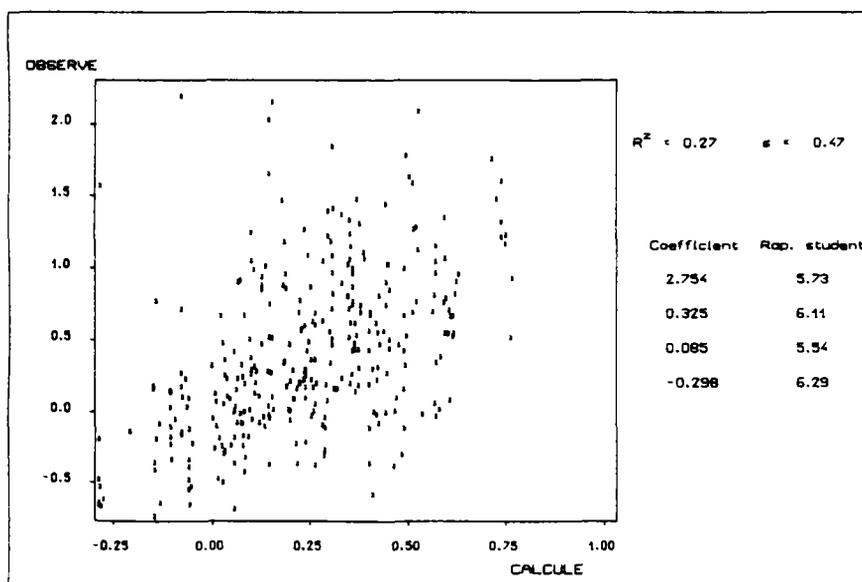


Figure 3.14 - Éléments de la régression pour le temps de transfert

On constate donc une légère amélioration des résultats. Dans ces conditions, on peut proposer l'expression (3.22), en notant  $x_2 - x_1 = L$  :

$$T = \frac{L \, tm^{0.30}}{15.71 \, K^{0.33} \, l^{0.09}} \quad (3.22)$$

En introduisant une nouvelle variable,  $C_p$ , donnée par l'expression suivante :

$$C_p = \frac{15.71 \, K^{0.33} \, l^{0.09}}{tm^{0.30}}$$

Que l'on peut aussi écrire à partir des expressions (3.5) et (3.6) :

$$C_p = \frac{13.14 \, K^{0.33} \, l^{0.09}}{(M/N)^{0.51} (M+N)^{0.30}} \quad (3.23)$$

On obtient donc l'expression (3.24), en notant  $L = x_2 - x_1$  :

$$T = \frac{L}{C_p} \quad (3.24)$$

Avec les expressions (3.23) et (3.24) on peut donc évaluer le temps de transfert des pointes de crues, mais il semble que la variable débit de pointe joue un rôle important, et que l'on doit essayer d'améliorer ces résultats. Introduisons donc cette variable dans la formulation de l'expression (3.21) ce qui donne l'expression (3.25) :

$$\frac{dx}{dt} = g(K, l, PQ/W, Q/W) \quad (3.25)$$

Et plus précisément :

$$\frac{dx}{dt} = b_0 K^{b_1} l^{b_2} (PQ/W)^{b_3} (Q/W)^{b_4}$$

D'après (3.20), on peut poser :

$$\frac{dx}{dt} = b_0 k^{b_1} p^{b_2} (PQ/W)^{b_3} \left[ \frac{Q_1/W}{(1+x/D_f)} \right]^{2b_4}$$

et

$$b_0 k^{b_1} p^{b_2} (PQ/W)^{b_3} (Q_1/W)^{b_4} dt = (1+x/D_f)^{2b_4} dx$$

En intégrant, on obtient :

$$b_0 k^{b_1} p^{b_2} (P_1 Q_1/W)^{b_3} (Q_1/W)^{b_4} T = \frac{D_f}{2b_4 + 1} [1 + (x_2 - x_1)/D_f]^{2b_4 + 1}$$

On peut maintenant effectuer des régressions sur les logarithmes des variables, pour caler les coefficients  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  et  $b_3$  à partir de la valeur de  $b_4 = 0.4$  obtenue par tâtonnement. Les éléments de la meilleure régression sont présentés sur la figure 3.15 :

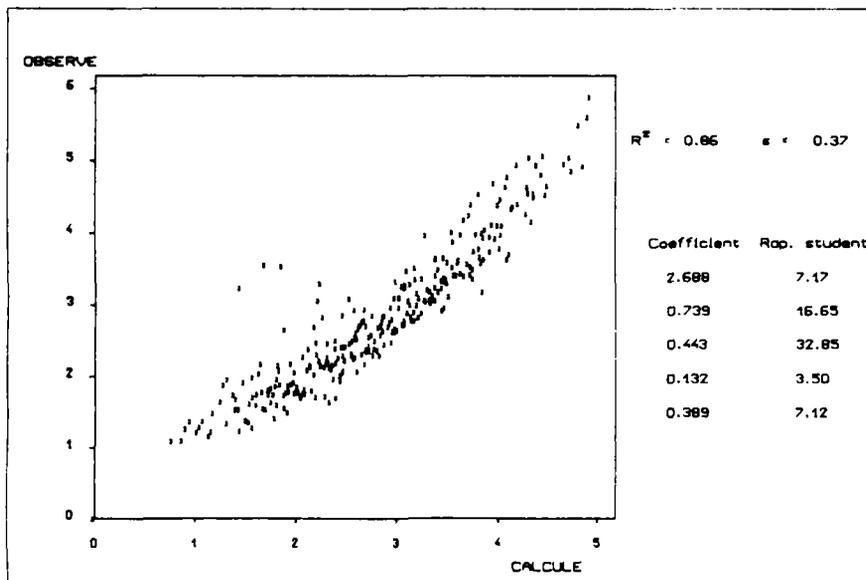


Figure 3.15 - Éléments de la régression, avec les débits de pointe pour le temps de transfert

En introduisant une nouvelle variable,  $C_f$ , donnée par l'expression (3.26) à partir des résultats de la régression :

$$C_f = 14.71 K^{0.74} I^{0.44} (P_1 Q_1 / W)^{0.13} (Q_1 / W)^{0.40} \quad (3.26)$$

Et l'on peut proposer l'expression (3.27) :

$$T = \frac{D_f}{1.8 C_f} \left(1 + \frac{L}{D_f}\right)^{1.8} \quad (3.27)$$

Avec les expressions (3.26) et (3.27) on peut voir, de façon directe, le rôle des caractéristiques des cours d'eau et des crues sur le temps de transfert. Evidemment ces expressions ne sont pas strictement correctes, car la variable  $D$  dépend, elle aussi, du débit de pointe. Cependant, on peut considérer ces expressions comme approximativement valables pour avoir une idée des liaisons entre les différentes variables en cause.

### 3.3.3 - Les effets de la condition aval

Avec l'ensemble des expressions (3.14) et (3.15) pour l'hydrogramme, (3.19) et (3.20) pour l'atténuation et (3.26) et (3.27) pour le temps de transfert, on peut suivre, de façon simplifiée, l'évolution d'une pointe de crue au cours d'une propagation. Il nous reste, maintenant, pour accomplir les objectifs fixés, à vérifier la faiblesse des effets de la condition en limite aval sur les caractéristiques de la propagation, dans les conditions d'éloignement d'une section de contrôle aval.

Pour ce faire, on a procédé aux mêmes démarches que précédemment, avec les éléments relatifs au routage, concernant deux autres conditions aval, que sont l'élargissement et le rétrécissement, comme décrit au paragraphe 3.2.4. Puis, la comparaison et l'analyse des variations des valeurs des coefficients calés pour les trois situations, doivent permettre de mettre en évidence les effets de la condition en limite aval sur la propagation.

Les résultats des régressions pour ces deux autres conditions aval, en ce qui concerne l'atténuation, sont présentés au tableau 3.4, toujours en adoptant la valeur de 1,5 pour  $a_4$ .

SITUATION	R <sup>2</sup>	S	VALEUR DES COEFFICIENTS / R. STUDENT			
			a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>
Elargissement	0,942	0,241	742 / 33	0,50 / 17	0,43 / 51	0,73 / 44
Rétrécissement	0,933	0,268	2776 / 36	0,44 / 14	0,48 / 51	0,65 / 35

**Tableau 3.4 - Eléments des régressions pour l'atténuation concernant les conditions aval d'élargissement et de rétrécissement**

En ce qui concerne le temps de transfert, les résultats des régressions pour les deux conditions aval sont présentés au tableau 3.5 :

SITUATION	R <sup>2</sup>	S	VALEUR DES COEFFICIENTS / R. STUDENT			
			b <sub>0</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>
Elargissement	0,873	0,353	4,90 / 4	0,78 / 18	0,43 / 33	0,24 / 7
Rétrécissement	0,824	0,416	26,84 / 8	0,71 / 14	0,44 / 29	0,09 / 2

**Tableau 3.5 - Eléments des régressions pour le temps de transfert, concernant les conditions aval d'élargissement et de rétrécissement**

Les résultats obtenus nous permettent d'établir le tableau 3.6, qui permet la comparaison des valeurs des différents coefficients, pour les trois conditions aval :

SITUATION	ATTENUATION				TEMPS DE TRANSFERT			
	a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	b <sub>0</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>
Normal	1 318	0,50	0,46	0,69	14,71	0,74	0,44	0,13
Elargissement	742	0,50	0,43	0,73	4,90	0,78	0,43	0,24
Rétrécissement	2 776	0,44	0,48	0,65	26,84	0,71	0,44	0,09

**Tableau 3.6 - Les variations des coefficients selon la condition aval**

L'analyse de ces éléments nous permet quelques remarques, pour l'atténuation comme pour le temps de transfert.

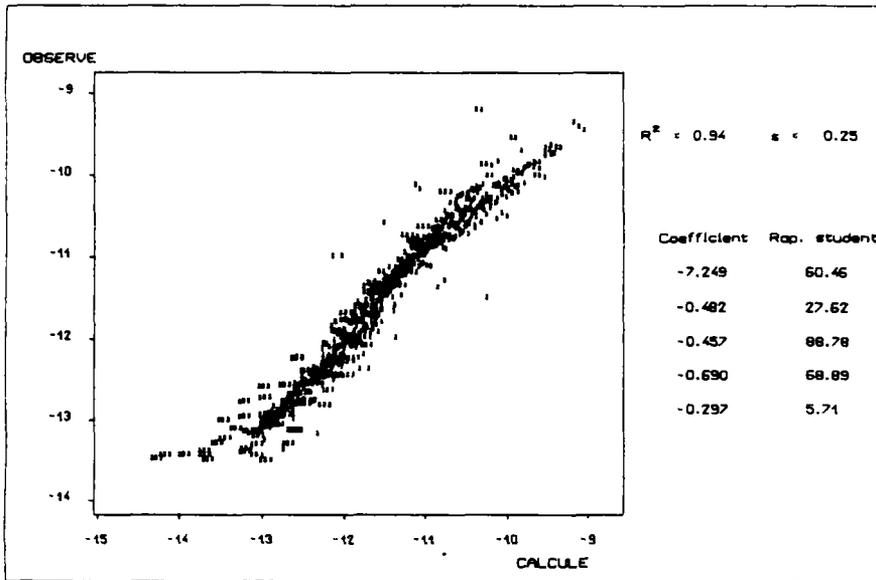
En effet, en ce qui concerne l'atténuation, les changements de la condition aval donnent lieu à de petites variations sur les paramètres  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$ , qui nous conduisent à l'augmentation de l'atténuation avec le rétrécissement, c'est-à-dire que plus l'écoulement est facilité (élargissement), plus grands seront les débits en aval et donc, plus petite sera l'atténuation. Cependant, on constate que cette variation est neutralisée, au moins en partie, par la variation du terme constant,  $a_0$ , qui varie dans le sens opposé à celui des autres coefficients. En effet, on voit que le rétrécissement à l'aval donne lieu à une nette augmentation de  $a_0$ , ce qui conduit, donc, à une diminution de l'atténuation.

En ce qui concerne le temps de transfert, on constate des variations sensibles au niveau des coefficients  $b_1$  et  $b_3$ . Ces variations nous conduisent à une diminution du temps de transfert avec l'élargissement ; pour le rétrécissement, on vérifie l'influence inverse. Cependant, de façon tout à fait identique à cette vue pour l'atténuation, les variations du terme constant avec la condition aval nous conduisent à une certaine "neutralisation" des effets des changements des valeurs des coefficients  $b_1$  et  $b_3$ .

D'après cette analyse, on peut dire que si l'écoulement à l'aval est facilité -cas d'élargissement- on aura des débits en aval plus forts et des vitesses de propagation plus grandes. On aura donc des atténuations et des temps de transfert plus réduits pour l'élargissement, et vice-versa pour le rétrécissement.

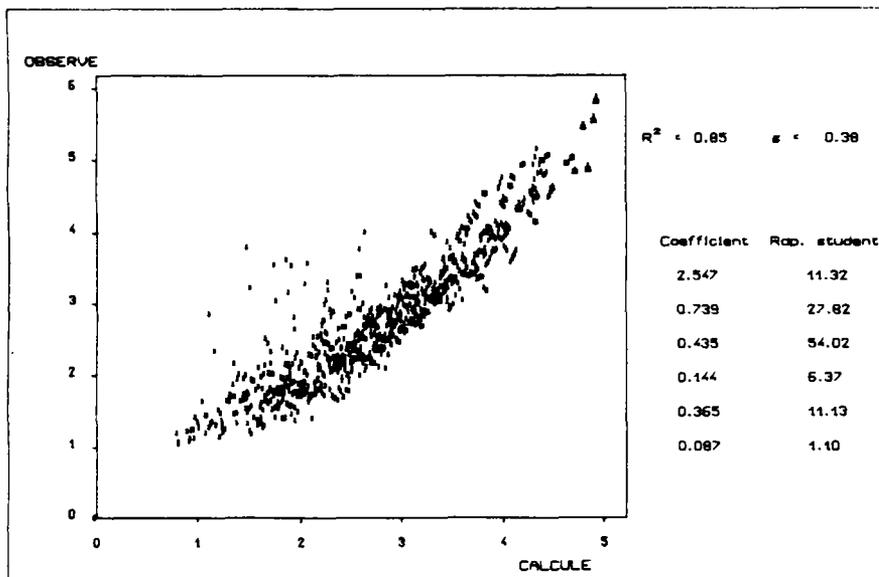
Ces constatations, tout-à-fait cohérentes avec ce que l'on pouvait attendre, reposent, cependant, sur des variations de valeur des coefficients assez faibles, parfois du même ordre de grandeur que les écarts-types. Il nous faut donc essayer de vérifier globalement la faiblesse de l'influence d'une condition aval éloigné.

Pour ce faire, on a traité un échantillon englobant les trois échantillons précédents, soit 972 simulations. On a introduit, dans les relations recherchées, une nouvelle variable explicative, la "condition aval", prise successivement égale à 1,0, 1,2 et 0,8, selon la situation (normale, élargissement et rétrécissement). En ce qui concerne l'atténuation, les résultats des régressions effectuées apparaissent sur la figure 3. 16.



**Figure 3.16 - Éléments de la régression pour l'atténuation avec la variable explicative "Condition Aval"**

Pour les temps de transfert, la mise en oeuvre des régressions conduit aux résultats exposés dans la figure 3.17.



**Figure 3.17 - Éléments de la régression pour le temps de transfert avec la variable explicative "Condition Aval"**

En ce qui concerne le temps de transfert, on constate nettement, que la variable "Condition Aval" n'est pas significative, avec un rapport de Student de 1,1. Par contre, en ce qui concerne l'atténuation, on a un rapport de Student de 5,7, ce qui témoigne de la significativité de la variable. Cependant, on constate aussi que ce rapport est assez faible comparé aux rapports de Student des autres variables explicatives en cause.

On peut donc conclure en disant que, dans le cadre de cette étude, les variations constatées en fonction d'une condition aval éloignée sont assez modérées, et que, si l'on recherche seulement un ordre de grandeur de l'atténuation et du temps de transfert des pointes de crue, le rôle de cette condition aval dans le phénomène de propagation devient secondaire, du moins dans la gamme de variations prises en compte. C'est le choix qui a été adopté pour la suite de l'étude, qui concerne la proposition de modèles simplifiés de propagation.

### 3. 4 - PROPOSITION DE MODELES SIMPLIFIES DE PROPAGATION

*L'étude menée au paragraphe 3. 3 a mis en évidence des liaisons entre quelques variables du phénomène de propagation et les caractéristiques des cours d'eau et des crues. Cela nous a permis d'entrevoir la possibilité d'étudier et de proposer des modèles simplifiés de propagation, en substituant au système d'équations aux dérivées partielles de Saint-Venant, des équations différentielles ordinaires et même de simples équations algébriques. Nous considérons que les expressions du paragraphe 3.3 peuvent être améliorées, en simplifiant certaines données.*

*C'est donc avec un objectif très pragmatique que l'on a développé cette partie du travail ; on va essayer de mettre au point des modèles opérationnels de propagation, d'utilisation facile et qui donnent des réponses rapides et fiables, encore qu'approchées et limitées, car on va s'intéresser seulement à la pointe d'une crue.*

#### 3.4.1 - Les éléments de l'étude

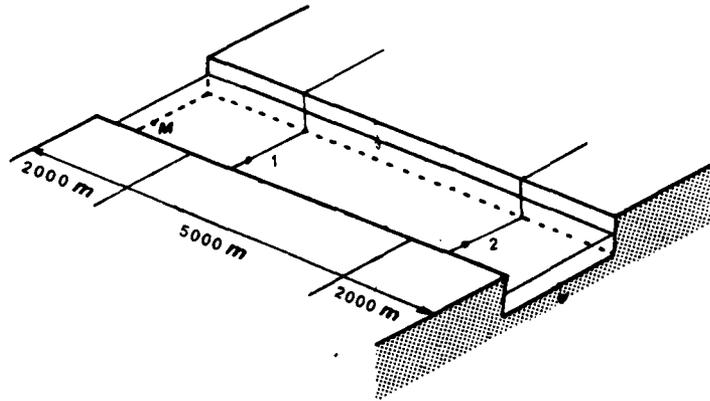
Pour pouvoir mettre au point ces modèles simplifiés on va adopter une démarche tout à fait semblable à celle vue au paragraphe 3.3. : on simule la propagation d'un certain nombre de crues sur quelques biefs ; on effectue, ensuite, des régressions sur les différentes variables. La différence par rapport à l'étape précédente est que l'on a ici une préoccupation de quantification réelle, et il nous faut donc avoir une précision plus importante pour les résultats. On a aussi intérêt à obtenir une meilleure représentativité des cours d'eau et des crues qui se présentent, effectivement, dans la pratique de l'hydrologie.

puisque l'on a mis en évidence l'absence d'influence de certains paramètres, on peut augmenter la finesse de variation des paramètres maintenus. On a donc utilisé ici des cours d'eau et des crues avec des caractéristiques différentes de celles antérieures. De même, les paramètres de la discrétisation adoptée sont, eux aussi, différents. On décrit, aux paragraphes 3.4.1.1 et 3.4.1.2 les éléments des cours d'eau, des crues et de la discrétisation adoptés, qui vont nous permettre d'aboutir aux modèles simplifiés, qui seront décrits aux paragraphes 3.4.2. et 3.4.3.

##### 3.4.1.1 - Les cours d'eau et les hydrogrammes

En ce qui concerne les cours d'eau, la schématisation adoptée ici reste, pour l'essentiel, la même que celle vue au paragraphe 3.2.1. En effet, on va encore étudier le routage sur un tronçon central, encadré par des prolongements amont et aval; la différence est que maintenant, les

longueurs adoptées sont de 5000 m pour le tronçon central et de 2 000 pour chaque prolongement, amont et aval, comme on peut le voir à la figure 3.18.



**Figure 3.18 - Schématisation des cours d'eau pour la mise au point des modèles**

En effet, on a constaté précédemment le faible rôle de la condition limite aval, et cela nous permet de réduire la longueur des tronçons d'encadrement, amont et aval, et donc d'augmenter la longueur du tronçon central, sans alourdir les temps de calcul.

En ce qui concerne les caractéristiques des cours d'eau, on a adopté une gamme de variation des paramètres rugosité et pente assez différente de celle utilisée précédemment. En effet, la simplification résultant de la non-influence de la forme de la crue sur les composantes de la propagation nous autorise à refaire les simulations en détaillant mieux les valeurs prises par les variables effectivement influentes. On a adopté la gamme suivante des coefficients de Strickler -K- et de pente -I- :

K : 15, 25, 35, et 45 ;

I : 0,00005, 0,00015, 0,00045 et 0,00135 .

On va donc traiter 16 biefs, correspondant à la combinaison de ces deux paramètres. On peut croire que cette variation des coefficients est plus conforme aux situations généralement rencontrées dans la pratique.

Comme déjà dit, les résultats obtenus à l'étape précédente, où a été mise en évidence une loi pour suivre l'évolution de la forme de la crue, nous ont permis une certaine simplification, ou plutôt une réduction de la gamme de variation des paramètres qui caractérisent l'hydrogramme. En effet, on a adopté une valeur unique pour le paramètre de forme, alpha, en faisant varier, de façon plus importante, le débit de pointe et le temps de montée, de façon à rendre notre échantillon d'hydrogramme plus réaliste et plus conforme aux crues effectivement observées. On a retenu la gamme suivante de variation des paramètres, avec alpha toujours égal à 1,0 :

$Q/W$  : 1, 2, 4 et  $8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  ;

$t_m$  : 3600, 7200, 14400 et 28800 s.

Pour le débit de base, on a choisi une valeur constante, égale à  $0,20 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Cela nous donne un rapport  $Q_0/Q$  qui varie de 2,5 à 20 % au lieu d'avoir toujours un débit de base correspondant à 10 % du débit de pointe, comme adopté précédemment. Malgré l'absence d'influence de ce paramètre sur la propagation (comme on a vu au paragraphe 3.2.2.2), l'actuelle représentation, avec des variations du rapport  $Q_0/Q$  est plus réaliste.

On a donc 16 hydrogrammes différents, correspondant à la combinaison, un à un, des paramètres que l'on vient de fixer. On va donc simuler la propagation de 16 crues sur chacun des 16 biefs. Cela nous donne donc un échantillon de 256 événements, assez diversifiés, qui semble être assez représentatif pour permettre l'établissement de modèles simplifiés de propagation.

#### 3.4.1.2 - Les simulations effectuées

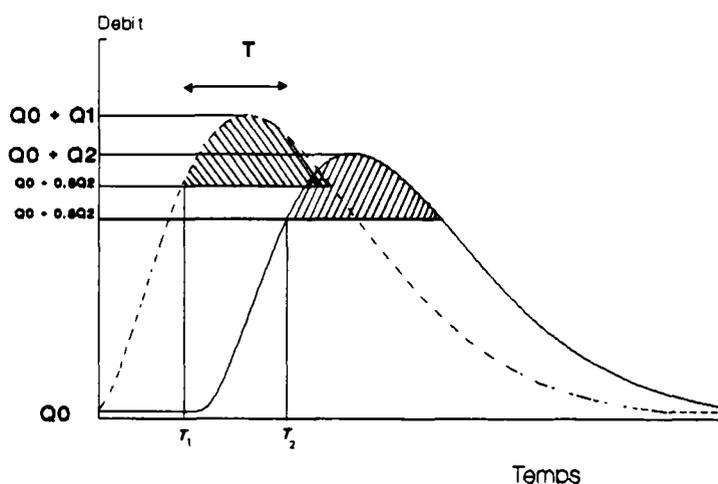
Pour simuler la propagation des 16 crues sur les 16 biefs, soit donc 256 événements, comme on vient de le voir, on a adopté une démarche assez semblable à celle adoptée précédemment, mais qui présente, cependant, quelques différences notables.

Ainsi, de façon analogue, on va traiter les hydrogrammes  $H_1$  et  $H_2$ , correspondant au tronçon central de la figure 3.18. Cependant, au contraire de l'étape précédente, on va considérer les éléments des hydrogrammes effectivement donnés par Saint-Venant, et non les éléments obtenus d'après le calage des hydrogrammes "type Nash". On ne va pas caler des hydrogrammes analytiques, on va traiter les données, les valeurs de débit effectivement enregistrées aux points 1 et 2 de notre bief à l'étude.

En effet, dans l'étape précédente, on a traité des valeurs de débit de pointe et de temps de transfert obtenues à partir des hydrogrammes "type Nash", calés sur les données de routage, obtenues à partir de l'utilisation du modèle complet de Saint-Venant. Maintenant, on va enregistrer, et ensuite traiter, les valeurs données directement par le modèle Saint-Venant, aux points 1 et 2 de

notre bief, sans passer par le lissage des valeurs discrétisées. On doit ainsi obtenir une plus grande fidélité au phénomène réel de propagation, mais on a besoin d'une plus grande précision des calculs.

Les paramètres de l'hydrogramme retenu pour l'étude sont présentés à la figure 3.19.



**Figure 3.19 - Les paramètres des hydrogrammes adoptés pour la mise au point des modèles**

Pour l'étude de l'atténuation, on va enregistrer et traiter les débits de pointe  $Q_1$  et  $Q_2$ . Pour l'étude du temps de transfert, on a choisi d'utiliser les temps de début de dépassement de 80 % du débit de pointe, au lieu d'essayer d'utiliser les temps de l'occurrence du débit maximal. On pense que l'on aura une précision plus importante pour la définition de ce temps, surtout quand on a affaire à des hydrogrammes très plats, qui peuvent nous conduire à une mauvaise définition de l'instant précis où se produit le débit de pointe.

On peut assimiler ce temps de transfert de début de crue au temps de transfert de la pointe. Cependant, si on le désire, on peut aisément passer d'un temps de transfert à l'autre, avec l'utilisation des expressions établies au paragraphe 3.3.1.

Un autre aspect que l'on doit traiter ici concerne la discrétisation adoptée. En effet, pour pouvoir traiter directement les résultats du modèle de Saint-Venant, sans le passage par les hydrogrammes "type Nash", on doit avoir une meilleure précision des données, au niveau du détail de représentation des hydrogrammes. On doit pouvoir suivre les hydrogrammes avec précision dans leur déroulement temporel ce qui nous conduit à adopter des pas de calcul plus faibles.

On a donc été obligé d'utiliser des paramètres de discrétisation assez différents de ceux vus précédemment. En effet, on a adopté un pas d'espace de 100 m et un pas de temps de 50 s,

beaucoup plus faibles que les pas de calcul antérieurs. Cela nous conduit à un calcul numérique beaucoup plus important que précédemment.

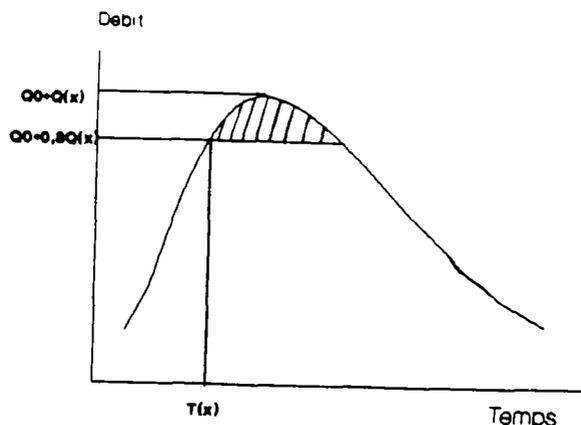
Pour pouvoir s'affranchir des problèmes numériques d'arrondi, éventuellement présents dans ce nouveau schéma numérique, avec des pas de calcul aussi faibles (paragraphe 3.2.3.2.), on a fait les calculs en "double précision", c'est-à-dire avec la représentation des nombres par 15 chiffres, au lieu des 6 normalement utilisés avec le matériel IBM (Hehl, 1986).

L'ensemble de ces mesures visant à une meilleure précision, que sont le choix des paramètres retenus, la réduction des pas de calcul et la représentation numérique élargie, doit nous permettre une meilleure pertinence des résultats, et donc des modèles proposés.

### 3.4.2 - Le modèle simplifié global

L'objectif de cette étape de l'étude est la proposition d'un modèle de propagation indépendant de la longueur du tronçon de calcul.

On garde ici l'idée de remplacer au système aux dérivées partielles un système aux équations différentielles ordinaires, comme on l'a exposé au paragraphe 3.3.2. Ainsi, reprenons la situation décrite au paragraphe 3.3.2. où  $x$  représente l'abscisse de la section considérée le long du bief,  $Q$  le débit maximum à l'abscisse  $x$  et  $T$  l'instant où débute la pointe de l'hydrogramme en cette section. Ces notations sont illustrées par la figure 3.20 :



**Figure 3.20 - Représentation de la pointe de la crue à l'abscisse  $x$  dans les modèles de propagation**

La proposition d'un modèle global, indépendant de la longueur du tronçon, repose sur une formulation, soit pour l'atténuation, soit pour le temps de transfert, fondée seulement sur des éléments invariants le long du routage. Ainsi, les variables des expressions (3.17) et (3.18), mutatis

mutantis, doivent être limitées à la rugosité et à la pente, pour les cours d'eau et au produit  $PQ/W$  pour les crues; pour l'atténuation on pourrait introduire une fonction du débit de pointe. Les expressions (3.17), pour l'atténuation, et (3.18) pour le temps de transfert deviennent :

$$d(Q/W) / dx = f(K, l, PQ/W) \varphi(Q/W) \quad (3.28)$$

$$dT/dx = g(K, l, PQ/W) \quad (3.29)$$

Pour l'atténuation, en précisant l'expression (3.28), on peut écrire avec  $\varphi(Q/W) = Q/W$  :

$$\frac{W}{Q} d(Q/W) / dx = -1 / a_0 K a^1 (1 + a_4)^{a_2} (PQ/W + a_5)^{a_3}$$

Cette expression s'intègre immédiatement et donne :

$$\ln(Q_2/Q_1) = \frac{-(x_2 - x_1)}{a_0 K a^1 (1 + a_4)^{a_2} (P_1 Q_1/W + a_5)^{a_3}}$$

Où :

$Q_1$  : débit de pointe à l'entrée du tronçon , en dessus du débit de base, en  $m^3 s^{-1}$  ;

$Q_2$  : idem, à la sortie du tronçon ;

$x_2 - x_1 = L$  : longueur du tronçon ;

$P_1$  : durée totale de dépassement à l'entrée du tronçon, en s ;

$K$  : coefficient de Strickler ;

$l$  : pente ;

$W$  : largeur du tronçon, en m.

En utilisant le modèle linéaire sur les logarithmes des variables, on peut déterminer les différents coefficients  $a_0, a_1, a_2$  et  $a_3$ . Les coefficients additifs,  $a_4$  et  $a_5$  doivent être calés par le tâtonnement.

La recherche du terme additif de la pente nous permet d'obtenir la figure 3.2, pour  $a_5 = 0$ . Dans la figure,  $R^2$  est le coefficient de détermination et  $S$  l'erreur standard du modèle.

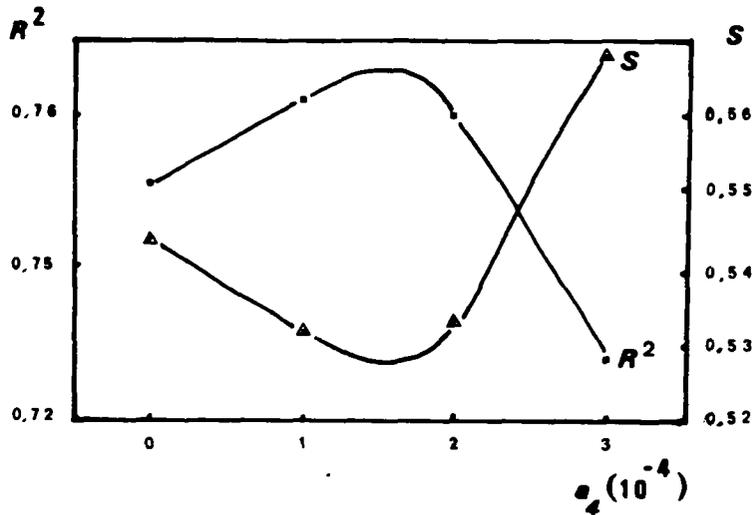


Figure 3.21 - Recherche de la valeur optimale de  $a_4$  pour la formulation globale

On peut donc retenir la valeur  $10^{-4}$  pour le terme additif de la pente. En utilisant cette valeur, on peut rechercher maintenant la valeur optimale de  $a_5$ , qui nous permet d'obtenir la figure 3.22.

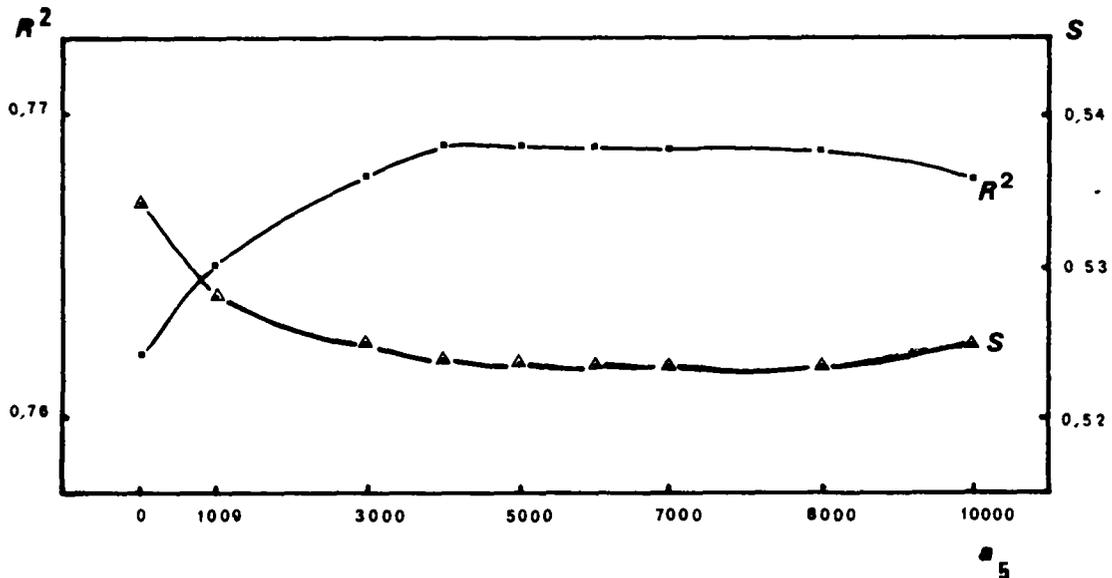
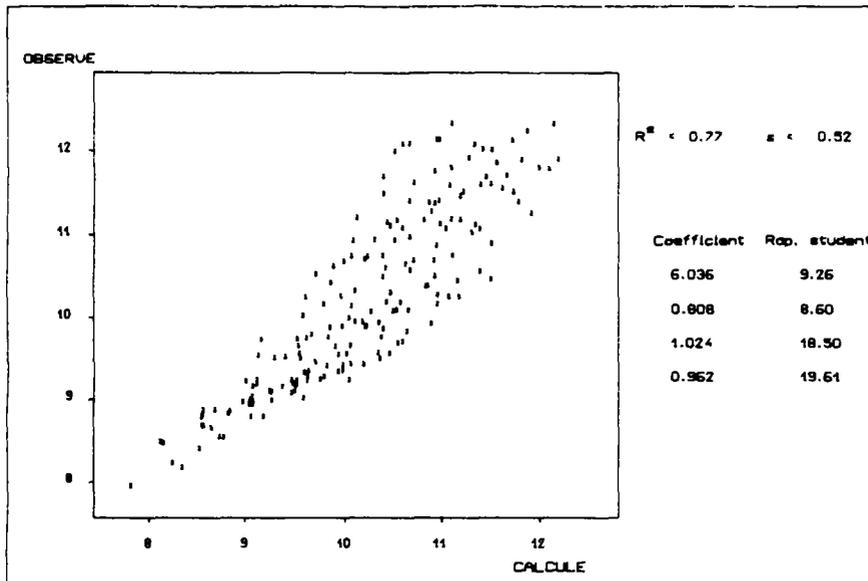


Figure 3.22 - Recherche de la valeur optimale de  $a_5$  pour la formulation globale

On a donc retenu la valeur 5000 pour le terme additif du produit  $PQ/W$ .

Cela posé, on peut maintenant déterminer les autres coefficients. Les éléments de la meilleure régression obtenue sont présentés à la figure 3.23, pour  $a_4 = 0.0001$  et  $a_5 = 5000$ .



**Figure 3.23 - Éléments de la régression pour l'atténuation, avec la formulation globale**

Il faut remarquer ici que ces résultats concernent les cas où l'atténuation observée est supérieure à 2 %. On a jugé, en effet, que les valeurs trop faibles de l'atténuation sont peu significatives. l'échantillon effectivement pris en compte est de 184 événements, ce qui correspond à 72 % de l'ensemble initial de 256 cas.

Ces éléments nous permettent d'écrire l'expression suivante :

$$Q_2 = Q_1 \text{ EXP} \left[ \frac{-L}{418 K^{0.81} (1+0.0001)^{1.02} (P_1 Q_1 / W + 5000)^{0.96}} \right]$$

Si l'on introduit une nouvelle variable  $D_G$ , donnée par l'expression (3.30) :

$$D_G = 418 K^{0.81} (1 + 0.0001)^{1.02} (P_1 Q_1 / W + 5000)^{0.96} \quad (3.30)$$

On peut obtenir l'expression (3.31) :

$$Q_2 = Q_1 \text{ EXP} \left( -\frac{L}{D_G} \right) \quad (3.31)$$

Avec les expressions (3.30) et (3.31), on peut donc évaluer le débit de pointe à l'aval, à partir des caractéristiques des cours d'eau et des crues. Ces expressions sont rigoureusement valables pour une longueur quelconque du tronçon étudié.

En ce qui concerne le temps de transfert, en précisant l'expression 3.29, on a proposé l'expression suivante:

$$dT/dx = 1 / [b_0 K^{b_1} (1 + b_4)^{b_2} (PQ / W + b_5)^{b_3}]$$

En intégrant, on obtient :

$$T = (x_2 - x_1) / [b_0 K^{b_1} (1 + b_4)^{b_2} (P_1 Q_1 / W + b_5)^{b_3}]$$

Où :

- T : temps de transfert des débuts de crue, en s ;
- $x_2 - x_1 = L$  : longueur de tronçon, en m ;
- K : coefficient de Strickler ;
- $P_1$  : durée totale de dépassement à l'entrée, en s ;
- $Q_1$  : débit de pointe à l'entrée du tronçon, en  $m^3/s$  ;
- W : longueur de cours d'eau, en m ;
- l : pente.

Selon une démarche semblable à celle suivie pour l'atténuation, on peut maintenant effectuer des régressions linéaires sur les logarithmes des variables, pour déterminer les coefficients  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  et  $b_3$ , après la recherche, par tâtonnement, des valeurs optimales de  $b_4$  et  $b_5$ . Cette recherche nous donne la figure 3.24, pour  $b_5 = 0$ .

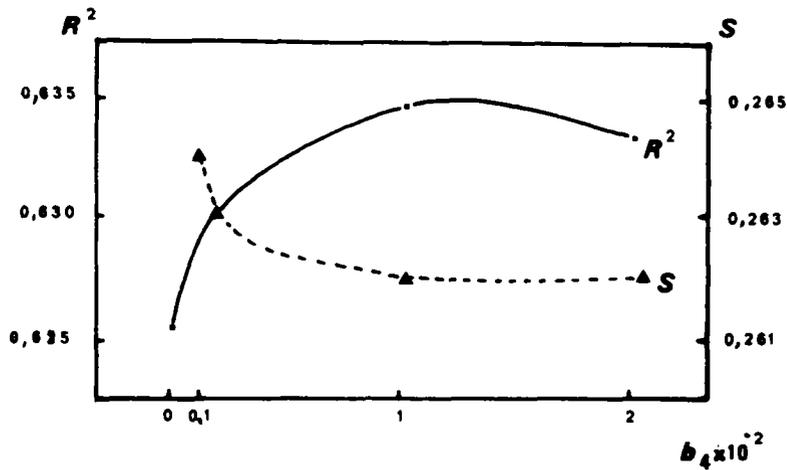


Figure 3.24 - Recherche de la valeur optimale de  $b_4$  pour la formulation globale

En utilisant la valeur 0,001 pour  $b_4$ , la recherche de  $b_5$  nous permet de constater l'absence d'intérêt d'avoir une constante additive pour le produit PQ/W (figure 3.25).

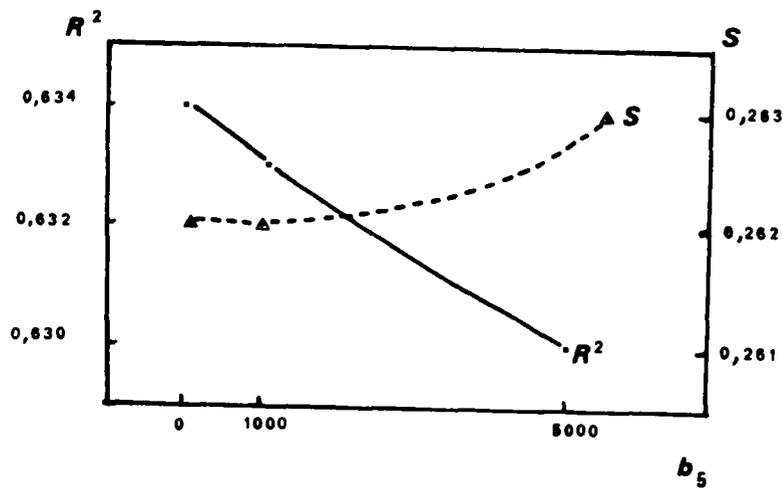
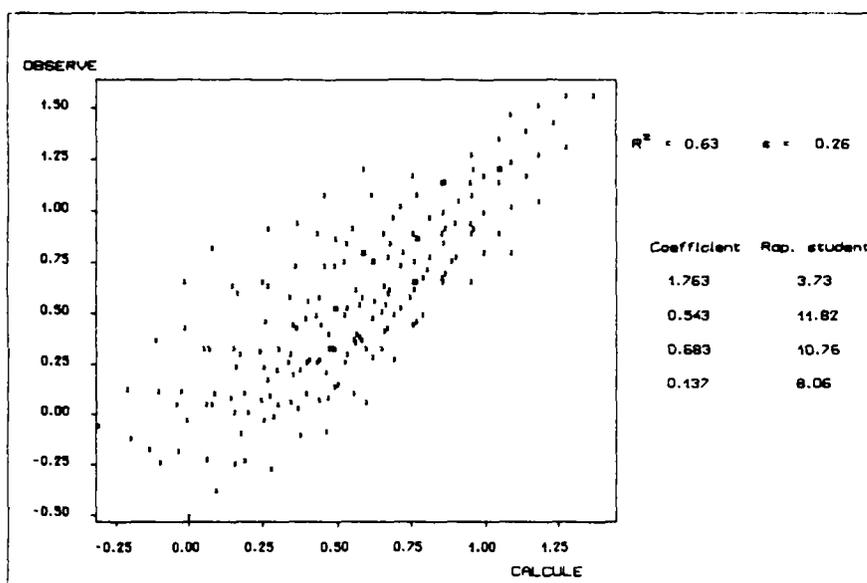


Figure 3.25 - Recherche de la valeur optimale de  $b_5$  pour la formulation globale

Les résultats de la meilleure régression obtenue sont présentés à la figure 3.26, avec les coefficients  $b_4$  et  $b_5$  ainsi fixés.



**Figure 3.26 - Résultats de la régression pour le temps de transfert, avec la formulation globale**

Comme pour l'atténuation, on a également introduit une limitation à l'échantillon effectivement traité : on n'a pas considéré les pentes les plus faibles ( $\lambda = 0,00005$ ) ; notre échantillon a donc une taille résiduelle de 192 valeurs.

Les résultats de la régression nous permettent d'écrire l'expression suivante :

$$T = L / [5,8 K^{0.54} (1 + 0.001)^{0.68} (P_1 Q_1 / W)^{0.14}]$$

Si l'on introduit une nouvelle variable  $C_G$ , donnée par l'expression (3.32) :

$$C_G = 5,8 K^{0.54} (1 + 0.001)^{0.68} (P_1 Q_1 / W)^{0.14} \quad (3.32)$$

On peut établir l'expression (3.33) :

$$T = L / C_G \quad (3.33)$$

Les expressions (3.32) et (3.33) nous permettent donc d'évaluer le temps de transfert des débuts de pointe de crue. Cependant, on peut constater que le paramètre débit de pointe semble

jouer un rôle important pour l'explication du temps de transfert. En effet, on constate une erreur standard assez importante, qui implique une estimation trop incertaine pour le temps de transfert.

L'ensemble des expressions, (3.30) et (3.31) pour l'atténuation et (3.32) et (3.33) pour le temps de transfert, ainsi que les expressions (3.14) et (3.15) pour la forme de la pointe de la crue, constituent donc un modèle simplifié global pour l'étude de la propagation. Ce modèle global nous permet d'évaluer, de façon directe et très simple, les principaux éléments du phénomène de propagation, à partir de caractéristiques facilement repérables des cours d'eau et des crues.

Cependant, les incertitudes du modèle précédent nous poussent à rechercher un modèle plus précis, même si cela doit conduire à des expressions dont la validité est limitée à un pas d'espace fixe donné. Cette recherche constitue l'objet du paragraphe suivant.

### 3.4.3 - Modèle simplifié à pas d'espace fixé

Pour obtenir un modèle plus performant, on va refaire la démarche précédente, en cherchant, maintenant, une formulation élargie, avec la prise en compte de l'ensemble des variables en jeu. On risque cependant d'obtenir un modèle qui ne sera valable que pour le pas d'espace de 5000 m, constituant la longueur du tronçon central adopté dans les simulations effectuées pour cette étape de l'étude.

Selon la remarque déjà faite aux paragraphes 3.3.2. et 3.4.2., puisque l'on s'intéresse à la pointe de la crue, et non à tout l'hydrogramme une variable disparaît dans notre description du phénomène, ce qui simplifie significativement sa représentation mathématique.

En reprenant les notations du paragraphe précédent, illustrées dans la figure 3.19, notre système d'équations (3.28) et (3.29) pourra maintenant intégrer le débit de pointe comme variables dans les fonctions f et g. On a donc :

$$d(Q/W)/dx = f(K, I, PQ/W, Q/W) \quad (3.34)$$

$$dT/dx = g(K, I, PQ/W \text{ ou } t_m, Q/W) \quad (3.35)$$

C'est ce système d'équations que l'on propose pour la modélisation de la propagation. On présente ci-après les deux composantes retenues pour l'étude : l'atténuation et la durée de propagation de la pointe.

### 3.4.3.1 - L'atténuation de la pointe

En ce qui concerne l'atténuation, on peut préciser un peu le modèle donné par (3.34) avec l'expression (3.36) :

$$d(Q/W)/dx = -\frac{1}{\alpha} h(K, l, PQ/W) (Q/W)^{1+\alpha} \quad (3.36)$$

Ce qui donne par intégration :

$$\frac{1}{(Q_2/W)^\alpha} - \frac{1}{(Q_1/W)^\alpha} = (x_2 - x_1) h(K, l, (P_1 Q_1/W))$$

Ou encore :

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1}{[1 + (x_2 - x_1) h(K, l, P_1 Q_1/W) Q_1^\alpha]^{1/\alpha}} \quad (3.37)$$

On peut poser :

$$h(K, l, (P_1 Q_1/W) Q_1^\alpha) = 1/D_5$$

Avec  $D_5$  ayant la dimension d'une longueur.

L'expression (3.37) devient, en notant  $L$  la différence  $x_2 - x_1$  ( $L = 5000$  m, dans notre cas) :

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1}{(1 + L / D_5)^{1/\alpha}}$$

Maintenant, on va abandonner le modèle (3.36) et modifier légèrement la formulation précédente pour construire empiriquement un modèle plus précis, mais non généralisable à un pas d'espace quelconque. On peut introduire à cet effet un paramètre  $\beta$ , supplémentaire, tel que  $\beta \in ]0,1[$  et :

$$\frac{Q_2 - \beta Q_2}{Q_1 - \beta Q_2} = \frac{1}{(1 + L / D_5)^{1/\alpha}}$$

Ce qui donne l'expression (3.38) :

$$Q_2 = \frac{Q_1}{\beta + (1 - \beta) (1 + L / D_5)^{1/\alpha}} \quad (3.38)$$

Cette expression permet de définir a posteriori D<sub>5</sub>, d'après les observations de Q<sub>1</sub> et Q<sub>2</sub>, et par suite de caler un modèle explicatif pour D<sub>5</sub>. Ce modèle peut être représenté par l'expression (3.39) :

$$D_5 = a_0 K^{a_1} (1+a_5)^{a_2} [P_1 Q_1 / W + a_6]^{a_3} (Q_1 / W)^{a_4} \quad (3.39)$$

Les régressions effectuées pour la recherche de α et β par tâtonnement, nous permettent d'obtenir les résultats apparaissant dans les figures 3.27 et 3.28, pour les coefficients de détermination et les erreurs standard, respectivement, avec les coefficients a<sub>5</sub> et a<sub>6</sub> nuls :

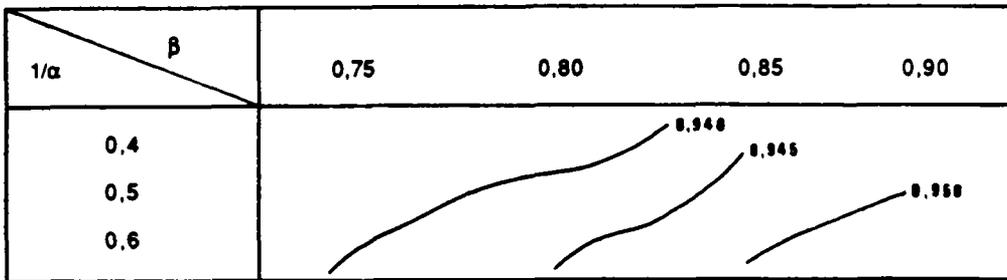


Figure 3.27 - Valeurs du coefficient de détermination (R<sup>2</sup>)

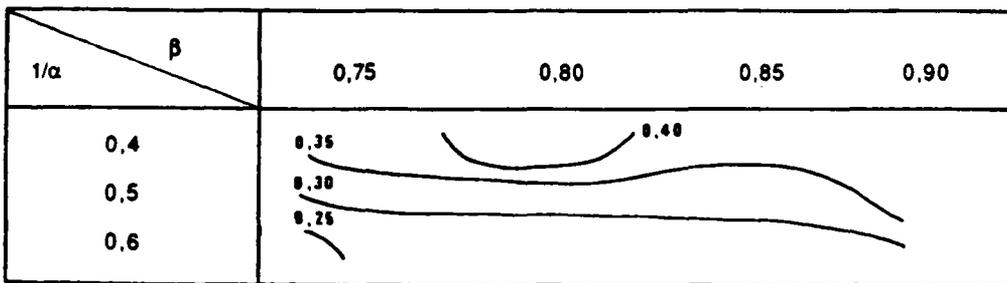


Figure 3.28 - Valeurs de l'erreur standard

On a retenu les valeurs de  $\alpha = 2,0$  et  $\beta = 0,85$  pour effectuer les régressions linéaires pour la détermination des coefficients  $a_0, a_1, a_2, a_3$  et  $a_4$  et la recherche des coefficients additifs,  $a_5$  et  $a_6$  par tâtonnement.. Cette recherche nous permet d'obtenir les résultats de la figure 3.29. concernant le terme additif de la pente  $a_5$  (avec  $a_6 = 0$ ).

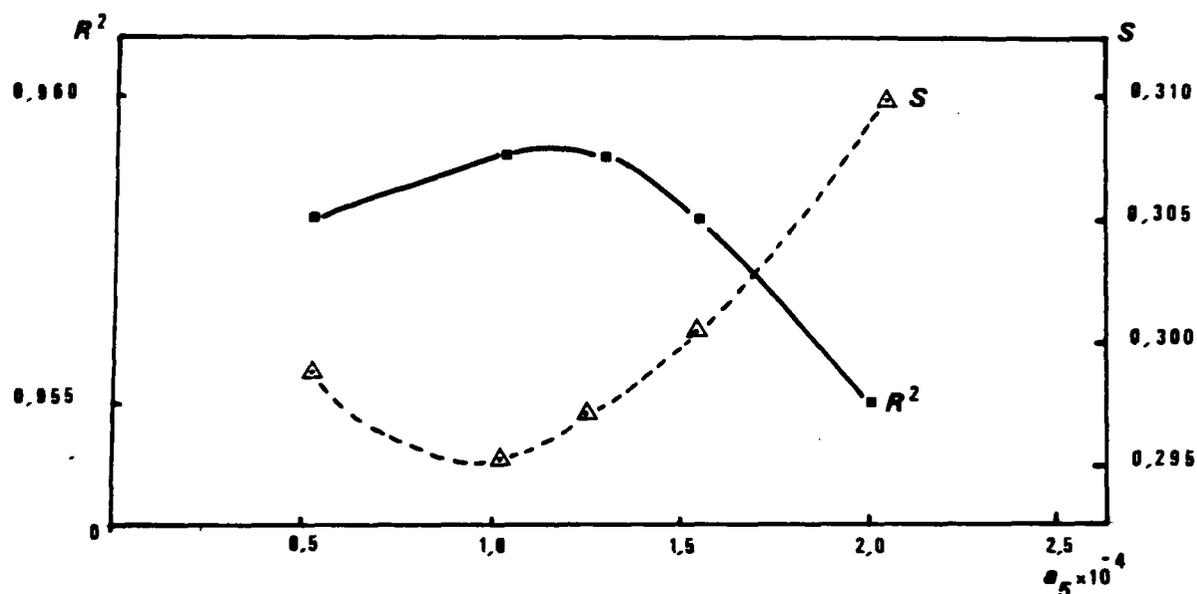


Figure 3.29 - Recherche de la valeur optimale de  $a_5$

On a donc retenu la valeur  $10^{-4}$  pour le terme additif de la pente,  $a_5$ . Le terme additif du produit  $PQ / W$ ,  $a_6$ , s'est présenté comme non significatif, étant donné que son introduction nous conduit à des résultats moins satisfaisants. En effet, on a une valeur de  $R^2 = 0,948$  et de  $S = 0,344$  pour  $a_6 = 1000$ , et, par contre on a  $R^2 = 0,959$  et  $S = 0,295$  pour  $a_6 = 0$ .

Cela posé, on peut maintenant déterminer les coefficients  $a_0, a_1, a_2, a_3$  et  $a_4$ . Les résultats des régressions effectuées apparaissent sur la figure 3.30.

Ces résultats, obtenus avec l'échantillon d'événements où les atténuations sont supérieures à 2 % , nous permettent donc de proposer l'expression finale de la variable intermédiaire  $D_5$  :

$$D_5 = 0,95 K^{1,27} (l+10^{-4})^{1,59} P_1^{1,64} (Q_1/W)^{0,55} \quad (3.40)$$

Le débit à l'aval peut être calculé par l'expression (3.41) :

$$Q_2 = \frac{Q_1}{0,85 + 0,15 (1 + L/D_5)^{0,5}} \quad (3.41)$$

Dans ces expressions, les unités sont celles du système international, à savoir :

- $Q_1$  : débit de pointe à l'entrée du tronçon, au dessus du débit de crue, en  $m^3/s$  ;
- $Q_2$  : idem, à la sortie du tronçon ;
- $K$  : coefficient de Strickler ;
- $I$  : pente;
- $W$  : largeur moyenne du tronçon, en m ;
- $P_1$  : durée totale de dépassement à l'amont en s ;
- $L$  : longueur du tronçon, en m.

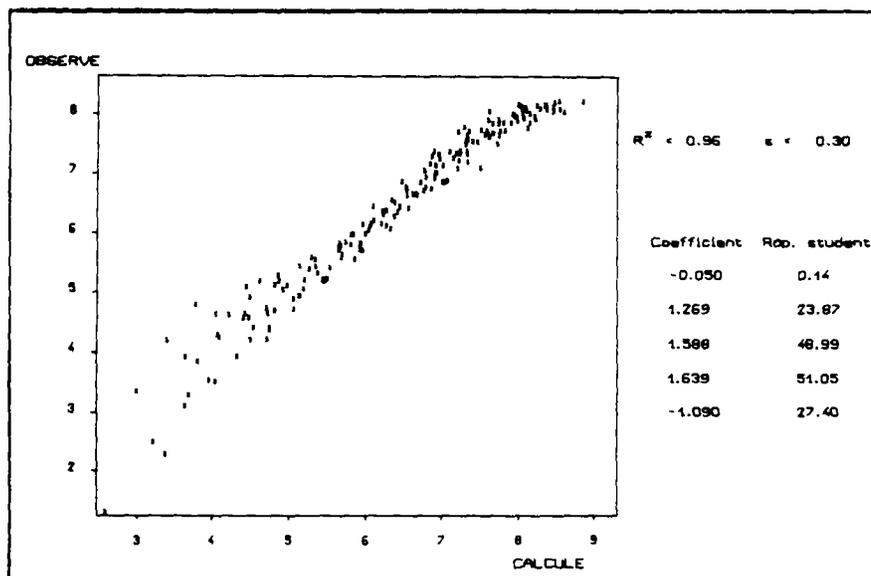


Figure 3.30 - Résultats de la régression pour D5

Avec l'utilisation de ces deux expressions, (3.40) et (3.41), on peut donc évaluer, de façon simple et rapide, l'atténuation d'une crue sur un bief donné. Il reste, maintenant à étudier le temps de transfert de la crue.

### 3.4.3.2 - Le temps de transfert

De façon similaire à celle adoptée pour l'atténuation, il faut préciser ici l'expression (3.35) :

$$dT/dx = k(K, l, PQ/W)/(Q/W)^\sigma \quad (3.42)$$

D'après (3.38) on a :

$$(Q/W)^\sigma = (Q_1/W)^\sigma \frac{1}{\{\beta + (1 - \beta) [1 + (x - x_1) / D_5]^{1/\alpha}\}^\sigma}$$

Ce qui donne :

$$\frac{dT}{dx} = \frac{k(K, l, P_1 Q_1 / W)}{(Q_1 / W)^\sigma} \{\beta + (1 - \beta) [1 + (x - x_1) / D_5]^{1/\alpha}\}^\sigma$$

Si l'on introduit une nouvelle variable  $C_5$  donnée par (3.43) :

$$\frac{1}{C_5} = \frac{k(K, l, P_1 Q_1 / W)}{(Q_1 / W)^\sigma} \quad (3.43)$$

Il vient :

$$dT/dx = \frac{1}{C_5} \{(\beta + (1 - \beta) [1 + (x - x_1) / D_5]^{1/\alpha})\}^\sigma$$

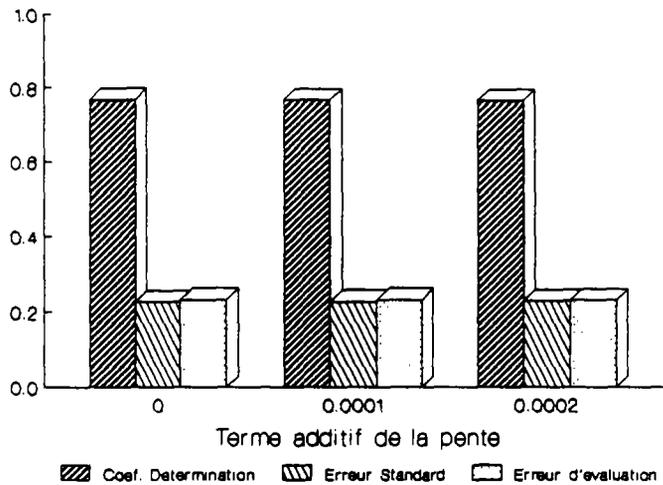
Soit :

$$C_5 T = \int_0^L [\beta + (1 - \beta) (1 + x/D_5)^{1/\alpha}]^\sigma dx \quad (3.44)$$

Cette relation permet de calculer  $C_5$  en fonction de  $T$  et par suite de caler un modèle explicatif pour  $C_5$ , donné par une expression du type de (3.45) :

$$C_5 = b_0 k^{b_1} (1+b_5)^{b_2} (P_1 Q_1 / W + b_6)^{b_3} (Q_1 / W)^{b_4} \quad (3.45)$$

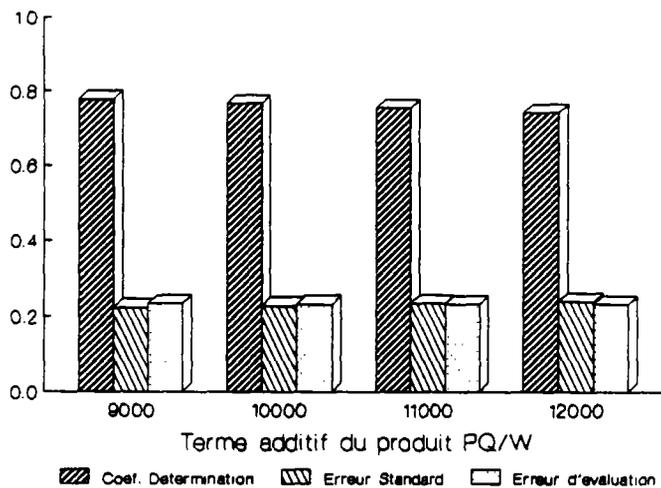
Avec  $b_4 = \sigma$ , la recherche, par tâtonnement du terme additif  $b_5$ , nous permet d'obtenir la figure 3.31, pour  $b_6 = 10000$  :



**Figure 3.31 - Recherche de la valeur optimale de  $b_5$**

On voit que les résultats obtenus sont sensiblement équivalents. Pour une question de cohérence avec l'expression de l'atténuation, et de simplicité opérationnelle, on a retenu la valeur de  $10^{-4}$  pour  $b_5$ .

En utilisant cette valeur de  $b_5$ , la recherche de  $b_6$  nous conduit à la figure 3.32:



**Figure 3.32 - Recherche de la valeur optimale de  $b_6$**

Cela nous permet de retenir la valeur de  $1,1 \times 10^4$  pour  $b_6$ .

Avec les termes additifs déjà fixés, on peut maintenant déterminer les coefficients  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  et  $b_4$  de l'expression (3.45), avec calage d'un modèle linéaire sur les logarithmes des variables. On obtient les résultats présentés à la figure 3.33.

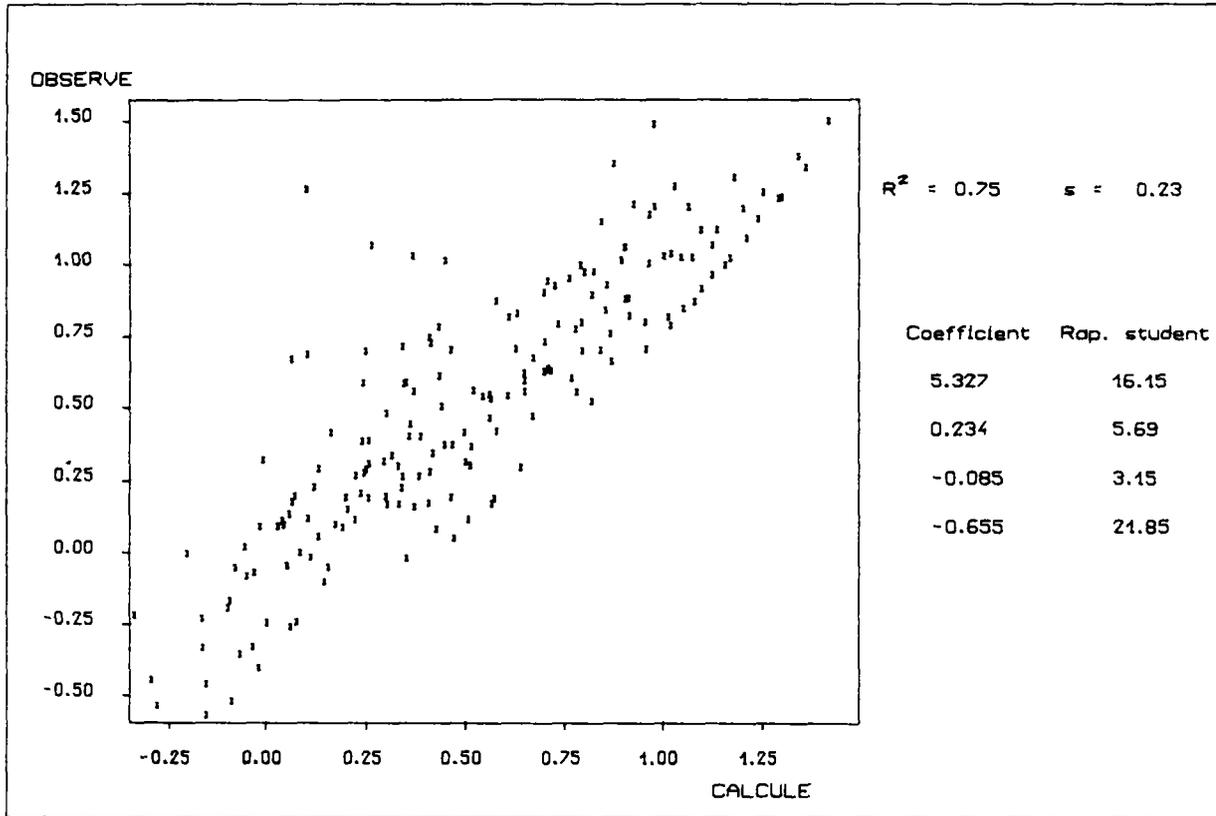


Figure 3.33 - Eléments de la régression pour  $C_5$

Il faut noter que par cohérence avec le paragraphe précédente, on a traité un échantillon plus réduit, d'où sont exclus les cas où on a une atténuation inférieure à 2%. Avec ces résultats, on peut proposer l'expression finale pour  $C_5$  :

$$C_5 = 205 K^{0,23} (1+10^{-4})^{-0,09} [P_1 + (1,1 \times 10^4 W/Q_1)]^{-0,66} \quad (3.46)$$

Pour obtenir une équation algébrique pour le temps de transfert, de même que pour l'atténuation, il nous faut maintenant essayer d'obtenir une estimation simplifiée de l'intégrale apparaissant dans l'expression (3.44) et qui devient l'expression (3.47) après introduction des valeurs des coefficients :

$$T = \frac{1}{C_5} \int_0^L [0.85 + 0.15 (1 + x/D_5)^{0,5}]^{0,66} dx \quad (3.47)$$

En faisant le changement de variable  $x / D_5 = y$ , on obtient :

$$T = \frac{D_5}{C_5} \int_0^{L/D_5} [0.85 + 0.15 (1 + y)^{0.5}]^{0.66} dy$$

On peut noter :

$$f(y) = [0.85 + 0.15 (1 + y)^{0.5}]^{0.66}$$

avec  $y = x/D_5$ .

Et l'on doit calculer l'intégrale :

$$S = \int_0^{L/D_5} f(y) dy$$

Or, on sait que les valeurs de  $D_5$  dans notre échantillon sont comprises entre 18 et 252000 ; on a donc des variations de  $L/D_5$  de 0,02 à 275. La fonction  $f(y)$  est monotone croissante, avec une faible pente, ayant comme valeur minimale  $f(y) = 1$ , pour  $y = 0$ .

On peut proposer l'approximation suivante de  $f(y)$  quand  $y$  est grand, en négligeant le terme 0.85 :

$$f(y) \cong 0.28 (1 + y)^{0.33}$$

Pour  $y = 0$ , on peut proposer la simple addition d'une constante à l'expression précédente, pour aboutir à une expression convenable et donner à  $f(y)$  la valeur 1 pour  $y = 0$ .

$$f(y) \cong 0.72 + 0.28 (1 + y)^{0.33}$$

Nous avons à intégrer  $f(y)$  pour obtenir une expression explicite pour  $S$ . Si l'on fait :

$$z = 1 + y$$

on obtient l'expression :

$$\int_1^{1+L/D5} (0.72 + 0.28 z^{0.33}) dz$$

Expression que l'on peut intégrer facilement :

$$0.72 \frac{L}{D5} + 0.28 \left[ \frac{z^{1.33}}{1.33} \right]_1^{1+L/D5}$$

ou :

$$0.72 \frac{L}{D5} + 0.21 [(1 + L/D5)^{1.33} - 1]$$

L'expression correspondante pour le temps de transfert est donc la suivante :

$$T = \frac{D5}{C5} \{0.72 L/D5 + 0.21 [(1 + L/D5)^{1.33} - 1]\} \quad (3.48)$$

On pourrait proposer encore une expression qui nous donne une approximation plus fine de  $f(y)$ . En effet, dans la gamme de variation de notre échantillon, l'addition du terme 0.72 à  $(1 + y)$ , nous conduit à une surestimation de  $f(y)$  pour des valeurs de  $y > 0$  (cf. figure 3.34) :

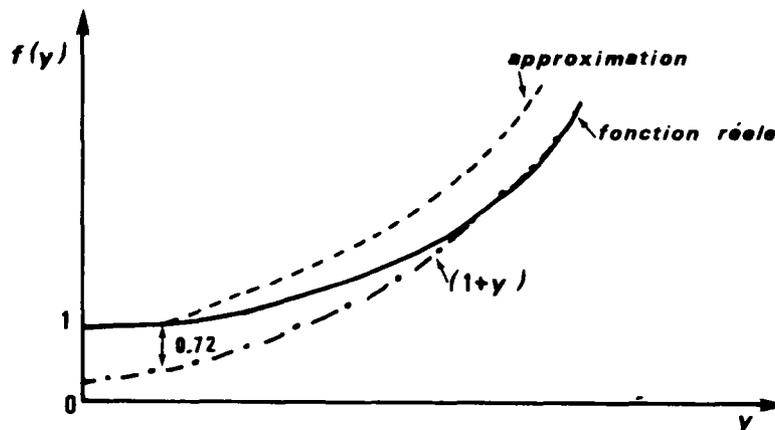


Figure 3.34 - La fonction  $f(y)$  et son approximation

Ainsi, on peut remplacer le terme constant 0.72 par une fonction qui décroît avec la croissance de  $y$ . On propose donc une nouvelle approximation,  $S_c$  donnée par l'expression (3.49) :

$$f(y) = \frac{0.714}{(1+y)^A} + 0.286(1+y)^{0.33} \quad (3.49)$$

L'exposant  $A$  peut être calé de façon à minimiser l'erreur faite sur l'intégrale  $S$  en calculant la nouvelle approximation de l'intégrale  $S_c$  à partir de (3.49).

Dans ces conditions, on a :

$$S_c = \int_0^{L/D5} \frac{0.714}{(1+y)^A} dy + 0.286 \int_0^{L/D5} (1+y)^{0.33} dy$$

Avec  $1+y = z$ , on a :

$$S_c = 0.714 \int_1^{1+L/D5} 1/z^A dz + 0.286 \int_1^{1+L/D5} z^{0.33} dy$$

et :

$$S_c = \frac{0.714}{1-A} \left[ z^{1-A} \right]_1^{1+L/D5} + \frac{0.286}{1.33} \left[ z^{1.33} \right]_1^{1+L/D5}$$

Soit donc :

$$S_c = \frac{0.714}{1-A} \left[ (1+L/D5)^{1-A} - 1 \right] + \frac{0.286}{1.33} \left[ (1+L/D5)^{1.33} - 1 \right] \quad (3.50)$$

On veut que l'expression  $S_c$ , donnée par (3.50) soit la plus proche possible de  $S$ . Comme  $S$  dépend de  $A$ , en faisant  $S_c = S$  on obtient une équation en  $A$  pour différentes valeurs de  $L/D5$  (tableau 3.7).

$L/D_5$	S	Valeur de A telle que $Sc = S$	Valeur de Sc pour $A = 0.08$
1	1,022	0.066	1.018
2	2,078	0.069	2.068
10	11,301	0,077	11.273
50	67,337	0,089	68.038
200	342,004	0,099	349.764

**Tableau 3.7 - Recherche d'une valeur adéquate pour A**

On constate donc une faible variation du coefficient A. En adoptant une valeur centrale ( $A = 0.08$ ), qui nous conduit à des faibles erreurs. On peut donc proposer l'expression suivante pour l'approximation de l'intégrale :

$$Sc \cong 0.776 [(1 + L/D_5)^{0.92} - 1] + 0.215 [(1 + L/D_5)^{1.33} - 1]$$

Le calcul du temps de transfert serait donc effectué par l'expression (3.51) :

$$T = \frac{D_5}{C_5} \{0.776 [(1 + L/D_5)^{0.92} - 1] + 0.215 [(1 + L/D_5)^{1.33} - 1]\} \quad (3.51)$$

Cependant, pour la suite du travail, on va conserver l'expression de T donnée par (3.48). En effet, les incertitudes concernant les différentes étapes de notre démarche nous autorisent à utiliser une approximation assez grossière de l'intégrale.

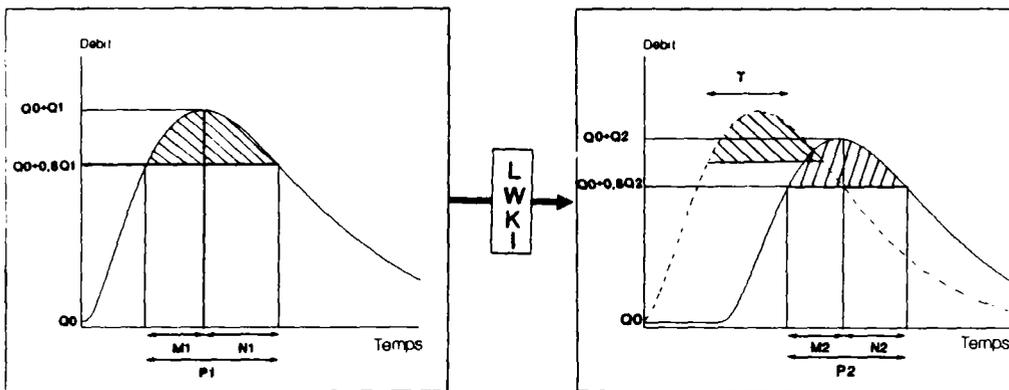
Les expressions (3.46) et (3.48) nous permettent donc d'évaluer le temps de transfert des pointes de crues. Dans ces expressions, les unités sont celles du système international :

- K : coefficient de Strickler ;
- I : pente;
- $P_1$  : durée totale de dépassement à l'entrée du tronçon, en s ;
- W : longueur moyenne du cours d'eau, en m ;

- $Q_1$  : débit de pointe à l'entrée du tronçon, en  $m^3/s$  ;
- $T$  : temps de transfert, en s ;
- $L$  : longueur du cours d'eau, en m.

### 3.4.3.3 - Le modèle simplifié proposé

On vient d'établir un système simple pour la propagation d'une pointe de crue le long d'un bief de caractéristiques données. La méthode de calcul proposée consiste à décomposer le bief en tronçons de 5000 m de longueur, le dernier étant le seul à avoir, éventuellement, une longueur plus faible. Pour chaque tronçon de longueur  $L \leq 5000$  m, la propagation se présente comme illustré par la figure 3.35 :



**Figure 3.35 - Le modèle simplifié de propagation**

Les éléments du système sont les suivants :

- Crue amont, décrite par  $Q_1$  et  $P_1$ , respectivement le débit de pointe et la durée de la crue pour la partie de l'hydrogramme dépassant 80 % du débit de pointe. Subsidairement, on peut avoir la décomposition de  $P_1$ , en  $M_1$  et  $N_1$ , qui correspondent, respectivement, à la durée de montée et de décrue, de la partie de l'hydrogramme dépassant 80 % du débit de pointe. Le débit de base,  $Q_0$ , reste neutre le long de la propagation.

- Les tronçons de calcul résultants de la décomposition du bief, de longueur  $L \leq 5000$  m, de largeur  $W$ , de coefficient de Strickler  $K$  et de pente  $i$ .
- Les variables à déterminer sont  $Q_2$  et  $P_2$ , respectivement le débit de pointe et la durée à l'aval, ainsi que  $T$ , le temps de transfert.

On peut calculer ces trois variables par l'intermédiaire des équations algébriques, utilisant les variables intermédiaires  $C_5$  et  $D_5$ , expressions (3.52) et (3.53) :

$$C_5 = \frac{205 K^{0,23}}{(1 + 10^{-4})^{0,09} [P_1 + 1,1 \times 10^4 W / (Q_1 - Q_0)]^{0,66}} \quad (3.52)$$

$$D_5 = 0,95 K^{1,27} (1 + 10^{-4})^{1,59} P_1^{1,64} [(Q_1 - Q_0)/W]^{0,55} \quad (3.53)$$

Les équations algébriques sont alors données par les expressions (3.54), (3.55) et (3.48), que l'on rappelle ici :

$$Q_2 = Q_0 + \frac{Q_1 - Q_0}{0,85 + 0,15 (1 + L / D_5)^{0,5}} \quad (3.54)$$

$$P_2 = P_1 (Q_1 - Q_0) / (Q_2 - Q_0) \quad (3.55)$$

$$T = \frac{D_5}{C_5} \{0,72 L / D_5 + 0,21 [(1 + L / D_5)^{1,33} - 1]\} \quad (3.48)$$

L'erreur standard de ce modèle est de 6 % environ pour l'évaluation de  $Q_2$  et de 23 % pour l'estimation de  $T$ .

Il faut rappeler que la forme de la crue ( $M / N$ ), n'intervient pas de façon très sensible dans le calcul de  $Q_2$  et  $T$ . Cependant, si on connaît la forme de la crue à l'amont grâce à une identification séparée de  $M_1$  et de  $N_1$ , on peut en déduire la déformation de la crue, tout au long d'un tronçon, et

par suite calculer  $M_2$  et  $N_2$  par les expressions (3.56) et (3.57) ci-après, obtenues à partir des expressions (3.56) et (3.57) ci-après:

$$M_2 = \frac{(M_1 + N_1) (Q_1 - Q_0) / (Q_2 - Q_0)}{M_1 + N_1 \{ (Q_1 - Q_0) / (Q_2 - Q_0) \}^{0.6}} M_1 \quad (3.56)$$

$$N_2 = (M_2 / M_1) (Q_1 - Q_0) / (Q_2 - Q_0)^{0.6} N_1 \quad (3.57)$$

L'ensemble de ces calculs est à répéter autant de fois qu'il y a de tronçons de 5000 m dans le bief étudié.

On rappelle encore que, dans toutes ces équations, les unités sont celles du système international.

Le modèle proposé est donc très simple et présente une approximation suffisante pour dégrossir le problème de la propagation, au stade d'un avant-projet. Il convient de prendre en compte le domaine de validité du modèle et d'accepter l'incertitude liée à l'ignorance de la condition aval.

#### 3.4.4 - Etude de l'effet de la pente sur le temps de transfert

Dans l'étude menée pour la mise au point du modèle simplifié global, on a constaté que l'exclusion des pentes les plus faibles de notre échantillon ( $I = 0,00005$ ) nous a permis l'obtention d'expressions plus précises pour le temps de transfert.

De même, dans le modèle à pas d'espace fixé, on a constaté que quelques points, dans la figure 3.33 se détachaient du nuage, indiquant ainsi une mauvaise représentation du phénomène par le modèle, dans un certain nombre de cas. Nous avons remarqué que tous ces points anormaux concernaient les pentes les plus faibles, c'est-à-dire  $I = 0,00005$ . L'analyse de l'ensemble de notre échantillon nous a permis, en effet, de vérifier qu'en général, l'augmentation de la pente, toutes choses égales, nous conduisait, d'abord à une croissance du temps de transfert et, ensuite, à une décroissance de celui-ci. Les points où l'on constate les valeurs maximales du temps de transfert concernent des pentes entre 0,00005 et 0,00045. On vérifie donc, d'une façon assez nette, que la relation entre la pente et le temps de transfert n'est pas une fonction monotone décroissante, c'est-à-dire que la fonction liant le paramètre  $C$  ( $C_G$  et  $C_5$ ) à la pente présente un minimum, qui se situe au voisinage des faibles pentes.

Cela posé, on a essayé de caler de nouvelles expressions de  $C_G$  et  $C_5$ , dans les modèles simplifiés globaux et à pas d'espace fixé, avec la prise en compte de cette particularité du paramètre

penne. Ainsi, on a proposé que C soit proportionnel à une fonction de la pente et l'on a essayé plusieurs expressions :

$$- \quad [(\ln \alpha l)^2 + \beta]^a \quad (3.58)$$

$$- \quad [1 + 10^{-4}/\alpha + 10^{-8}/(1 + 10^{-4}/\alpha)]^a \quad (3.59)$$

$$- \quad [1/0.1 + \alpha 0.1]^a \quad (3.60)$$

$$- \quad \alpha (P_1 + \beta/Q_1)^{-0.66} (1 + 10^{-4})^{0.1} + \gamma (P_1 + \delta/Q_1)^{-0.66} (1 + 10^{-4})^{-0.1} + \varepsilon \quad (3.61)$$

$$- \quad \alpha (P_1 + \beta/Q_1)^{-0.66} (1 + 10^{-4})^{0.1} + \gamma (P_1 + \beta/Q_1)^{-0.66} (1 + 10^{-4})^{-0.1} + \varepsilon \quad (3.62)$$

$$- \quad \alpha (P_1 + \beta/Q_1)^{-0.66} (1 + 10^{-4})^{0.1} + \gamma (P_1 + \beta/Q_1)^{-0.66} (1 + 10^{-4})^{-0.1} \quad (3.63)$$

On a effectué des régressions linéaires et on a utilisé une méthode d'optimisation nommée "Méthode Pas-à-Pas" (CEMAGREF, 1989). L'ensemble des expressions essayées et des résultats obtenus sont présentés dans le tableau 3.8 :

EXPRESSION DE C EN FONCTION DE LA PENTE	MODELE GLOBAL *			MODELE A PAS D'ESPACE		
	R <sup>2</sup>	S	Erreur temps transfert (%)	R <sup>2</sup>	S	Erreur temps transfert (%)
3.58	0,413	0,355	35,19	0,762	0,228	22,01
3.59	0,413	0,355	35,19	0,758	0,231	22,36
3.60	0,413	0,355	35,19	0,773	0,222	22,84
3.61	-	-	-	-	-	20,56
3.62	-	-	-	-	-	21,08
3.63	-	-	-	-	-	21,09
1 <sup>a</sup> (Normal)	0,413	0,355	35,20	0,754	0,234	23,13

\* Avec l'ensemble de l'échantillon (l = 0, 00005 incluses)

**Tableau 3.8 - Résultats obtenus avec différentes expressions de C en fonction de la pente**

L'analyse de ces résultats nous permet, effectivement, de voir que la pente a un rôle complexe vis-à-vis du temps de transfert. En effet, on constate, en général, une amélioration de l'évaluation du temps de transfert avec l'introduction d'une fonction non monotone de la pente. Cependant, ces améliorations sont faibles, ce qui semble indiquer que l'on n'a pas encore proposé une fonction transformée de la pente qui représente convenablement le phénomène. Il semble que dans cette zone où a lieu l'inversion du rôle de la pente, la fonction soit assez plate, ce qui introduit un domaine de non-influence de la variable pente sur le coefficient C et donc sur le temps de transfert.

Il semble tout-à-fait utile et intéressant de poursuivre cette recherche sur le rôle effectif de la pente dans le phénomène. Cependant, dans le cadre limité de cette thèse, cette recherche n'a pas pu aboutir. Ainsi, compte-tenu du caractère très sommaire des expressions essayées, et aussi de la faiblesse des améliorations obtenues par rapport aux modèles simplifiés, on ne retiendra aucune de ces formulations pour l'évaluation du temps de transfert des pointes de crues.