
Etude bibliographique Interaction fluide-structure et cavitation

1.1. Le phénomène d'interaction fluide-structure et sa modélisation

1.1.1. L'interaction fluide-structure

De Langre [27] décrit l'interaction fluide-structure comme l'échange d'énergie mécanique entre un fluide et une structure. Cette définition englobe de fait un très grand nombre de problèmes. On peut classer ces problèmes suivant deux critères reposant sur la physique du problème considéré. Le premier critère, proposé par Axisa [9], repose sur la nature de l'écoulement du fluide. Dans le cas où l'écoulement est négligeable, ou non existant, on parlera de fluide stagnant (*fluid-structure interaction*) et dans les autres cas de fluide s'écoulant (*flow-structure interaction*). Il faut noter que la présence de l'écoulement est à prendre relativement aux déplacements de la structure.

Le second critère repose sur la force du couplage. Cette dernière peut-être définie comme le niveau des interactions ou des échanges entre les deux milieux. Un couplage dit fort signifie que les échanges entre les deux milieux sont importants. C'est-à-dire que le fluide a un impact significatif sur la structure et que la réciproque est vraie. Un couplage faible correspond donc aux cas où l'effet d'un des milieux est prépondérant par rapport à l'autre.

Prenons deux réservoirs de forme et dimensions initiales identiques, l'un avec des parois épaisses en acier et l'autre avec des parois fines en caoutchouc. La déformation des parois sous l'effet du fluide contenu est directement reliée à la pression exercée par ce fluide sur les parois. Dans le cas des parois en acier, la déformation de la structure est très faible. Le mouvement de la paroi ne va, par conséquent, provoquer aucune modification dans le domaine fluide : la pression qu'il exerce sur les parois restera identique. Il s'agit donc d'un cas de couplage faible en fluide stagnant. Dans le second cas, la paroi fine en caoutchouc va se déformer de façon importante sous l'effet du fluide et peut par conséquent

si le nombre tend vers zéro, la dynamique de la structure devient prépondérante. Lorsque le nombre tend vers l'unité les deux dynamiques ont le même poids dans le problème.

$$V_r = \frac{V}{\sqrt{\frac{E}{\rho_s}}} = \frac{V}{c_s} \quad (1.3)$$

Ces nombres sont très pratiques afin de vérifier l'importance de chaque phénomène sur un problème donné. Cependant, comme pour la plupart des nombres adimensionnels il reste très difficile de définir *a priori* une valeur limite valable pour l'ensemble des problèmes. En effet, à chaque problème les termes grands ou petits utilisés précédemment vont correspondre à des valeurs numériques fortement différentes.

1.1.2. Méthodes de couplage fluide-structure

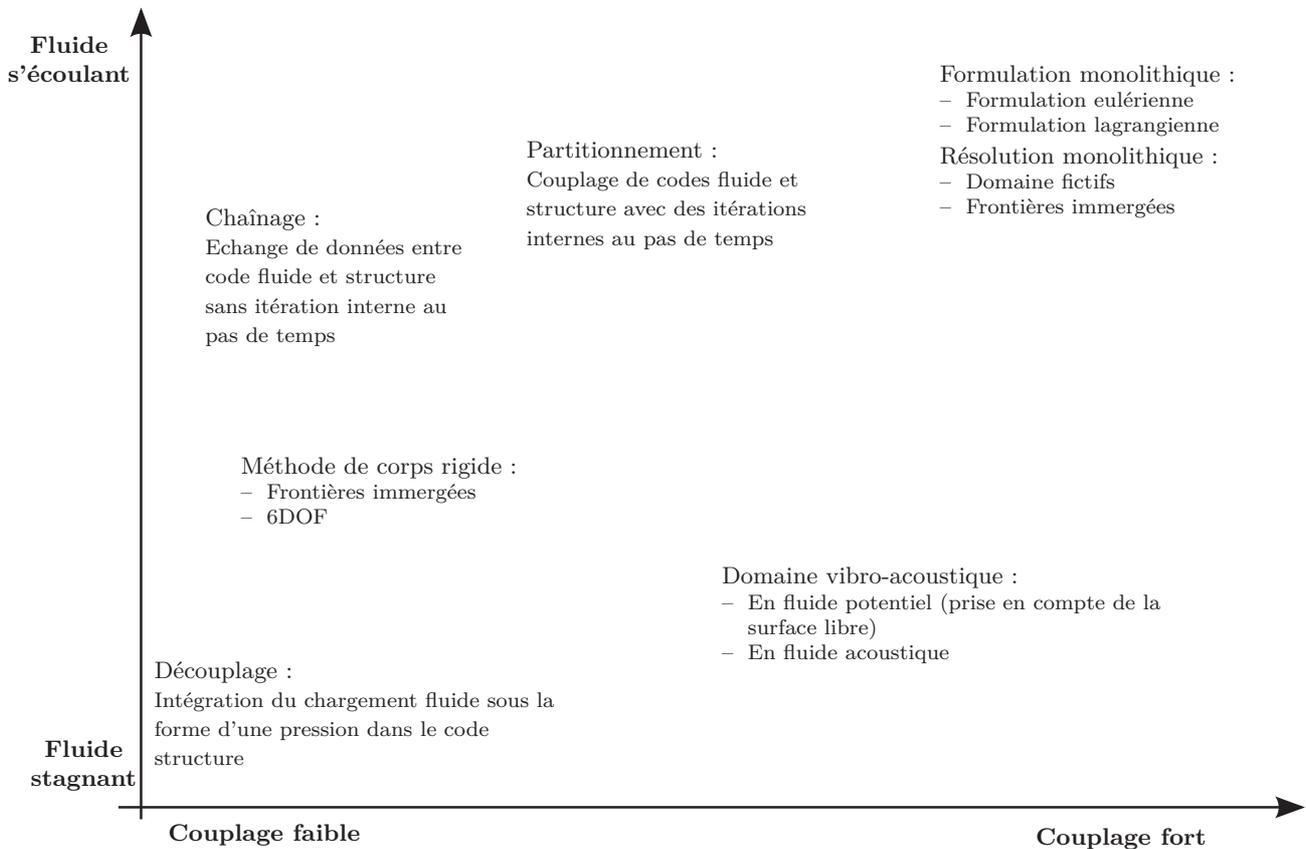


FIGURE 1.2 – Exemple de méthodes de résolution d'un problème d'interaction fluide-structure en fonction de la nature de l'écoulement (fluide stagnant ou s'écoulant) et de la force de l'interaction

Il existe plusieurs méthodes de couplage qui sont adaptées aux problèmes rencontrés. Les suivantes sont utilisées pour des fluides stagnants :

La méthode découplée permet de résoudre la déformation d'une structure soumise à un chargement hydrostatique. La méthode consiste à déterminer le chargement, c'est-à-dire la pression hydrostatique au niveau de la structure, soit analytiquement soit avec des codes simples puis à utiliser ce chargement comme donnée d'entrée lors de la résolution du problème structure.

Les formulations fluide acoustique (en fréquentiel) permettent de déterminer les petits déplacements autour de la position d'équilibre d'une structure. Dans le cas où le fluide est lourd, il y

a un couplage fort entre la vibration de la structure et le fluide. Ce couplage se traduit au niveau des fréquences propres des modes qui sont différentes ainsi que leur forme. Ces méthodes incluent les formulations dites non-symétriques (u, p) et symétriques (u, p, φ) . Elles sont proposées par Morand et Ohayon [71] et illustrées par Sigrist [96].

Les formulations en fluide potentiel dans le domaine fréquentiel s'appliquent à des cas de fluide stagnant mais également dans le cas d'une élévation de la surface libre du type ballotement. Il s'agit alors de connaître les mouvements de la surface libre afin de déterminer les variations de pression le long des parois. Ces méthodes sont proches des formulations en fluide acoustique, lesquelles sont formulées en une écriture symétrique ou non symétrique des équations de couplages qui sont respectivement appelées (u, p_0) et (u, h, φ) [96].

Dans notre étude, nous sommes en présence d'un fluide en écoulement. Il est important de remarquer que la résolution d'un problème d'écoulement fait intervenir une formulation eulérienne. Une telle formulation est très bien adaptée pour l'étude d'un écoulement et simplifie fortement la résolution des équations du problème fluide.

La résolution de la déformation d'une structure fait intervenir, plus naturellement, une description lagrangienne. L'écriture d'un problème d'interaction entre un fluide s'écoulant et une structure ajoute une difficulté sur la formulation à retenir pour le problème afin de rendre compatibles les modélisations fluide et structure. Les méthodes existantes apportent des réponses différentes et permettent de prendre en compte des niveaux d'interactions variables.

Les approches monolithiques consistent à résoudre le problème posé en un seul bloc. On peut distinguer la formulation monolithique de la résolution monolithique. La première décrit et résout le problème dans une formulation soit lagrangienne, soit eulérienne. Cette solution est la plus proche du problème physique à résoudre mais aussi la plus délicate à formuler et à solutionner. On peut citer les travaux de Morinishi et Fukui [72] qui utilisent une formulation eulérienne ainsi que ceux de Dermidžić et Muzafertija [29] qui ajoutent la prise en compte des effets thermiques. La seconde, la résolution monolithique, décrit le problème à la fois en formulations eulérienne et lagrangienne. Ensuite, elle regroupe et résout ces deux formulations dans un système unique. Les méthodes généralement employées s'appuient sur les domaines fictifs avec des multiplicateurs de Lagrange ou une méthode de pénalités [30, 7], des méthodes de frontières immergées [110]. Hübner *et al.* [53] utilisent une résolution monolithique en réalisant un avancement en temps par une méthode éléments finis permettant de résoudre simultanément les équations fluide et structure.

La première comme la seconde méthode sont particulièrement bien adaptées aux cas très fortement couplés. Cependant, leur mise en œuvre est complexe et n'est, à ce jour, ni implémentée ni validée dans un code robuste et disponible : ces méthodes restent du domaine de la recherche. Des approches, dites sans maillages, du type SPH sont utilisées également pour la résolution de cas d'interaction fluide-structure.

Les approches partitionnées séparent le problème en une partie fluide et une partie structure résolues chacune par un code dédié. Les deux codes communiquent entre eux pour s'échanger les grandeurs (pression sur la structure, déplacement de l'interface fluide-structure) nécessaires aux calculs. Afin d'affiner la précision du calcul, des boucles itératives internes à chaque pas de temps permettent de faire converger les grandeurs échangées entre les solveurs fluide et structure.

L'utilisation de deux codes permet d'utiliser les méthodes de résolution les mieux adaptées aux problèmes fluide et structure ainsi que d'exploiter des outils existants. La difficulté de ces méthodes repose sur la qualité du couplage entre les solveurs et sur la bonne convergence de l'ensemble des solveurs.

Les approches chaînées sont une forme simplifiée des méthodes partitionnées. Il s'agit généralement des mêmes méthodes mais sans les itérations internes aux pas de temps. Ces méthodes sont valables pour des couplages faibles où les déformations de la structure sont limitées.

Les méthodes de corps rigide Le transfert d'énergie mécanique peut également provoquer le déplacement d'une structure et des déformations négligeables, dans ce cas on parlera de mouvement de corps rigide. Le déplacement étant piloté soit par l'écoulement soit par la gravité, il existe un couplage entre le mouvement du solide et celui du fluide. Un tel problème se résout en déterminant les efforts du fluide sur la structure et en les utilisant pour résoudre une équation de mouvement à six degrés de libertés (trois translations et trois rotations). Deux grandes méthodes existent, la première dite *6dof*, est disponible couramment dans les solveurs Navier-Stokes généralistes. La seconde est la méthode des frontières immergées qui est plus complexe et moins couramment utilisée.

L'utilisation de méthodes de résolutions monolithiques donne une meilleure précision que les méthodes partitionnées mais nécessitent un temps de calcul plus important d'un facteur quatre à cinq [54].

On peut définir les méthodes de couplages avec les mêmes critères que les problèmes présentés précédemment (voir figure 1.2). Dans notre cas, on s'intéresse particulièrement aux méthodes dites partitionnées. Dans ces méthodes, la qualité de couplage dépend de celle de la résolution de chaque système (fluide et structure) mais aussi de celle des algorithmes de couplage [83]. Cela implique que pour réaliser un couplage d'ordre élevé, il faudra que les systèmes fluide et structure soient d'un ordre au moins égal à celui de l'algorithme de couplage en temps et en espace, d'où l'importance du choix de ces algorithmes.

Farhat et Geuzaine [37] donnent la répartition du temps de calcul entre les parties fluide 60%, structure 2% et maillage 38% pour la résolution d'un problème d'aéroélasticité sur un F-16 avec un processeur. Ces temps de calculs s'expliquent par la complexité du système d'équations à résoudre en mécanique des fluides qui induit des pas de temps plus faibles et par le maillage plus fin que celui qui est généralement utilisé pour la partie fluide qui définit le nombre d'inconnue du problème. Le temps de calcul du maillage dynamique est fortement dépendant de l'amplitude des mouvements de la structure et des algorithmes utilisés pour gérer le déplacement des nœuds du maillage et les éventuels remaillages. Le Tallec et Mouro [60] obtiennent, pour le calcul d'un clapet d'amortisseur, une répartition du temps de calcul de 45% pour la partie fluide, 20% pour la structure et 30% pour le maillage, les 5% restant sont dus aux temps d'écriture et de lecture des fichiers informatiques. La partie fluide représente encore près de la moitié du temps de calcul et le maillage un tiers. Le choix des algorithmes de maillage et de CFD a donc un impact très important sur les temps de calculs.

Piperno [79] présente de façon plus complète les algorithmes de couplage partitionnés, notamment leur mise en œuvre et leur stabilité. Il montre l'intérêt des prédicteurs pour les schémas temporels et détaille de manière plus approfondie les méthodes de maillages dynamiques.

Afin de réaliser un couplage partitionné, il est nécessaire de disposer, outre d'un solveur fluide et d'un solveur structure, d'algorithmes de couplage entre ces deux codes. Ces algorithmes doivent permettre la synchronisation des solveurs et l'échange des données. La synchronisation consiste à envoyer la bonne donnée au bon moment et à réaliser des boucles itératives ou des prédictions efficaces. Le second doit garantir que les informations envoyées d'un solveur à l'autre soient interpolées d'une façon correcte entre les maillages des deux solveurs. Ces deux familles d'algorithmes sont décomposées ci-dessous sous les appellations de couplages en temps et en espace.

1.1.3. Couplage en temps

Les algorithmes partitionnés, dits aussi différentiels sont présentés ci-dessous. Ils présentent l'avantage de nécessiter moins de temps de calcul que les autres méthodes de couplages temporels. Par contre, ils génèrent une erreur lors de l'échange d'informations entre les parties fluide et structure. Cette erreur est réduite lors de l'utilisation des modèles avec prédicteurs [39, 84] et peut-être quasiment supprimée avec des algorithmes implicites.

1.1.3.1. Méthode explicite synchrone

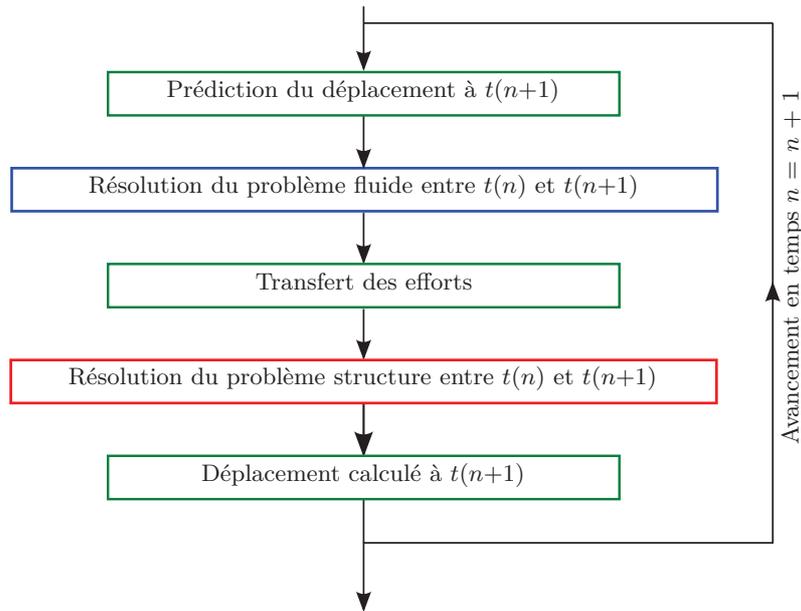


FIGURE 1.3 – Schématisation de l'algorithme de couplage temporel explicite synchrone

Dans cet algorithme, comme le nom l'indique, les parties fluide et structure sont résolues au même pas de temps avec la prédiction du déplacement du maillage ξ à l'instant $n + 1$ qui peut être de la forme :

$$\xi^{n+1,p} = u^n + \alpha \Delta t \dot{u}^n + \beta \Delta t (\dot{u}^n - \dot{u}^{n-1}) \quad (1.4)$$

Les valeurs de α et β font varier l'ordre de l'algorithme (par exemple le choix $\alpha = 1$ et $\beta = 0,5$ forme un schéma du second ordre). Plusieurs formes de prédicteurs sont possibles, le choix des paramètres faisant varier la précision et la stabilité des modèles [95]. L'algorithme de couplage est schématisé sur la figure 1.3.

Les efforts sur la structure, déterminés par le code fluide, ne sont pas transmis directement au code structure. Ils sont d'abord moyennés [109] : ceci permet de réduire les erreurs induites par la prédiction du déplacement. Une étape similaire est présente dans l'algorithme explicite asynchrone. Les méthodes utilisées pour moyenner sont présentées dans [14].

1.1.3.2. Méthode explicite asynchrone ou décalée

Cet algorithme est proche du précédent, les itérations fluide sont décalées par rapport à celles de la structure. La prédiction est alors faite pour un temps intermédiaire avec une méthode similaire à la précédente. L'algorithme se déroule suivant la figure 1.4.

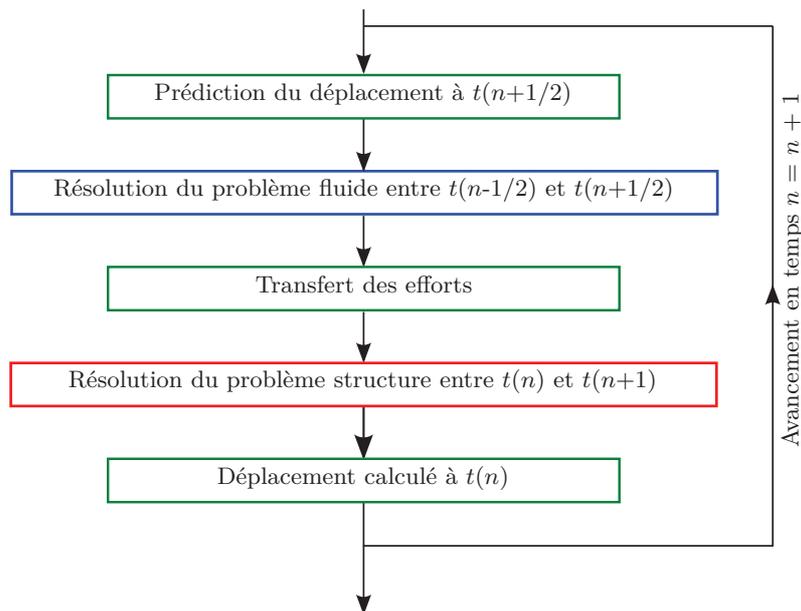


FIGURE 1.4 – Schématisation de l'algorithme de couplage temporel explicite asynchrone ou décalé

1.1.3.3. Méthode avec sous-cyclage fluide

Cet algorithme part du principe qu'il peut y avoir de grandes différences de temps caractéristiques entre les parties fluide et structure. Afin d'améliorer la résolution, il faut diminuer le pas de temps de la partie fluide et réaliser plusieurs itérations fluide pour une itération structure (voir figure 1.5). Ceci est applicable aussi bien à un algorithme synchrone qu'asynchrone.

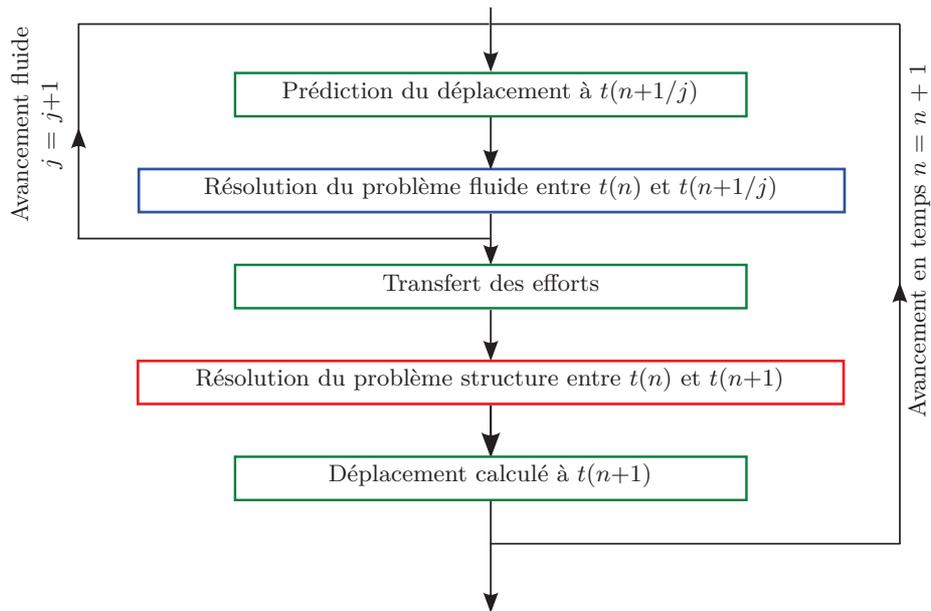


FIGURE 1.5 – Schématisation de l’algorithme de couplage temporel explicite synchrone avec sous-cyclage (j itérations du fluide par pas de temps)

1.1.3.4. Méthode implicite

Cet algorithme ajoute une boucle itérative qui permet de vérifier la convergence entre le déplacement prédit et le déplacement calculé (voir figure 1.6). Ainsi, les erreurs dues à la prédiction sont fortement réduites. Le temps de calcul augmente d’autant plus que le critère de convergence est précis. Ce solveur est plus stable que les schémas explicites.

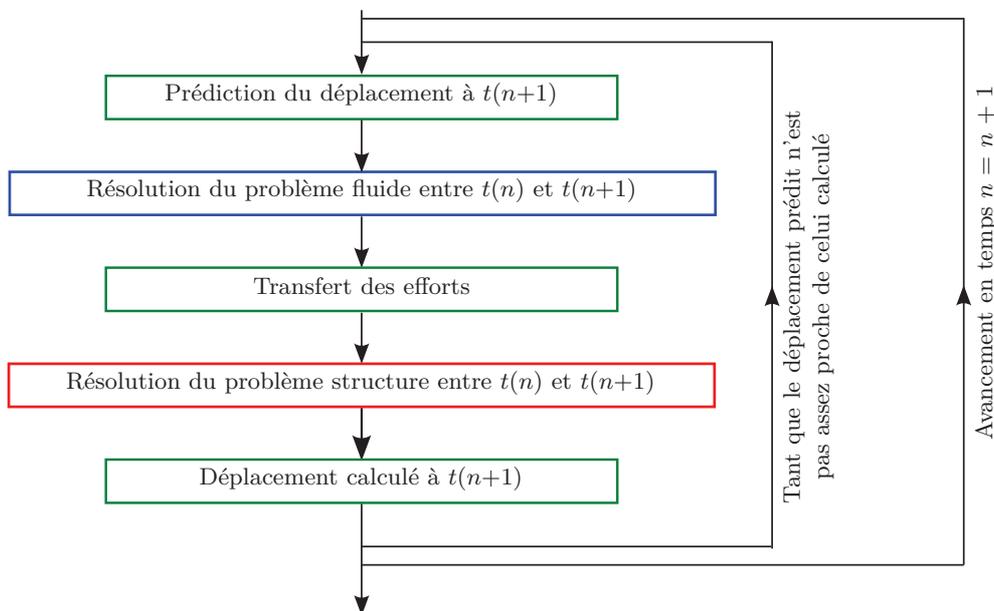


FIGURE 1.6 – Schématisation de l’algorithme de couplage temporel implicite

Causin *et al.* [24] ont montré que des instabilités sont introduites lorsque les effets de masse ajoutée ne sont pas négligeables et lorsque les dimensions du domaine fluide sont trop grandes par rapport à la structure. Afin d’améliorer la stabilité des méthodes explicites, des méthodes hybrides ont été

développées [42, 43, 48]. Elles déterminent le couplage en effort en implicite et le couplage des autres termes en explicite.

1.1.3.5. Comparaison des méthodes

Du point de vue de la précision des résultats, Benaouicha [14] a réalisé une étude comparative de différents modèles sur un système de deux masses reliées par un ressort. Il montre que l'approche monolithique donne les meilleurs résultats, mais que ces derniers sont comparables à ceux de la méthode implicite et du même ordre que ceux des méthodes explicites lorsque le système contient un amortissement. Il montre aussi que l'étape de correction des efforts pour les méthodes implicites et explicites synchrones n'est pas indispensable, mais qu'elle est utile pour les méthodes explicites asynchrones. Piperno [80] montre qu'un schéma avec prédicteur est meilleur qu'un schéma sans prédicteur. Par contre, un schéma explicite avec prédicteur ne permet pas le respect parfait de la continuité des déplacements entre le fluide et la structure.

Farhat et Lesoinne [39] ont montré que les algorithmes en série avec prédicteur choisi pour respecter les conditions de continuité de la vitesse à l'interface donnent des résultats meilleurs que les autres méthodes avec et sans prédicteur. Ils montrent aussi que les modèles parallèles sont moins stables que les modèles séries équivalents, ce qui confirme que le choix des prédicteurs influe de façon importante sur la qualité du couplage.

Dans [81], Piperno et Farhat montrent l'influence du prédicteur des méthodes explicites synchrones et asynchrones afin d'obtenir des algorithmes de couplage d'ordre plus élevé et respectant mieux l'équilibre énergétique du système couplé. Dans [83] et [82], ils présentent un critère de comparaison des modèles de couplage temporel basé sur l'énergie échangée à l'interface. Ainsi, il est possible de choisir un modèle qui respecte mieux l'équilibre énergétique et donc n'ajoute pas d'erreur sur l'amortissement, lequel définit la stabilité du système [41].

1.1.4. Couplage en espace

Les efforts émis du fluide vers la structure et les déplacements envoyés de la structure vers le fluide sont échangés à partir des nœuds des maillages. La difficulté du couplage en espace consiste donc à transmettre les informations entre les maillages sans pertes et sans ajouter d'erreurs [36, 65].

Dans la plupart des cas les maillages, structure et fluide, ne sont pas coïncidents. Le couplage en espace est alors décomposable en deux phases : tout d'abord, on projette les nœuds de l'un des maillages sur l'autre et ensuite on détermine les grandeurs sur ces nœuds.

1.1.4.1. Projection des nœuds

La méthode la plus simple consiste à projeter les nœuds d'un maillage sur l'autre suivant la normale à l'un des deux maillages. Les choix de la normale et du maillage projeté sont importants, car ils vont déterminer, en partie, la qualité du couplage en espace. Maman et Farhat [65] expliquent plus en détail le choix de la normale de projection avec une méthode de points de Gauss.

La figure 1.7 montre un exemple de projection des nœuds d'un maillage structure sur un maillage fluide. On remarque que, pour le nœud structure S_5 , la projection n'est pas possible. La valeur au nœud est alors renvoyée vers le nœud fluide le plus proche, c'est à dire le F_8 . Le nœud structure S_2 a deux projections possibles, d_1 et d_2 . C'est la plus courte des deux qui est retenue, ici d_2 . L'élément fluide délimité par les nœuds F_2 et F_3 ne contient aucune information provenant directement de la structure.

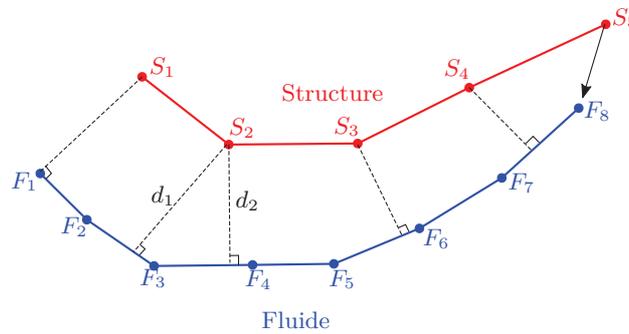


FIGURE 1.7 – Exemple de projection entre deux maillages

Dans l'exemple de la figure 1.7, on a choisi de projeter les nœuds structure sur le maillage fluide. Cette solution permet de réaliser moins de projections car le maillage structure est généralement moins dense; la solution contraire est aussi possible. Farhat *et al.* [36] proposent de projeter les nœuds des deux maillages sur un élément intermédiaire de couplage.

Afin d'améliorer le fonctionnement de cette méthode, on peut réaliser un découpage de l'interface en zones appelées *buckets*. Ensuite on traite chaque zone indépendamment les unes des autres, avec des algorithmes spéciaux pour traiter les cas où seule l'une des deux interfaces est présente dans une zone. La figure 1.8 reprend l'exemple précédent avec des *buckets*.

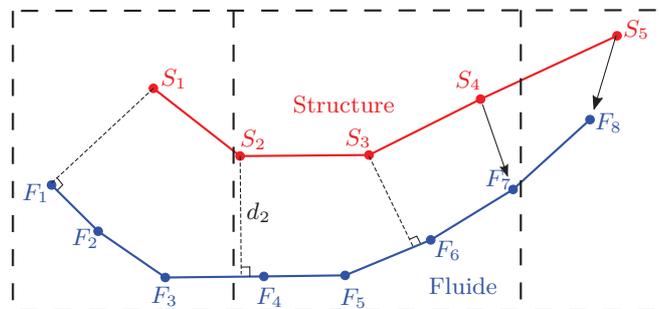


FIGURE 1.8 – Exemple de projection avec une méthode buckets

1.1.4.2. Détermination des grandeurs aux nœuds

Cette partie présente les méthodes de détermination des valeurs aux nœuds utilisées dans ANSYS MFX [4]. La première méthode, préservation du profil, consiste à interpoler linéairement les grandeurs aux nœuds projetés dans la même idée que Piperno [80]. Cette méthode permet de conserver l'intégrale de la grandeur échangée (voir figure 1.9). La seconde, conservation globale, consiste à déterminer les grandeurs aux nœuds projetés à l'aide d'une fonction de forme. Elle permet de conserver la somme de la grandeur sur l'interface (voir figure 1.10).

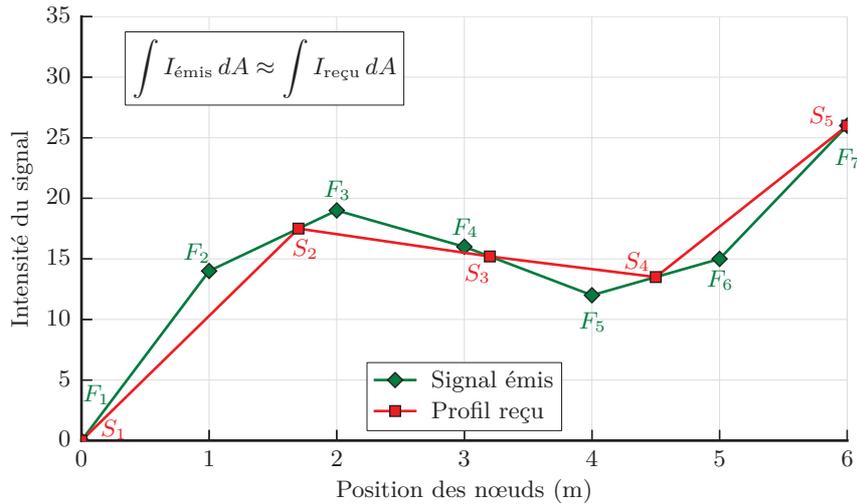


FIGURE 1.9 – Méthode de préservation du profil

Comme le montrent les figures 1.9 et 1.10 ainsi que le tableau 1.1, la méthode de détermination des grandeurs aux nœuds influence fortement l'erreur introduite dans le calcul par la discrétisation en espace. La méthode globale est meilleure pour les valeurs discrètes qui ne nécessitent pas d'être conservées exactement dans la plupart des cas. Par contre, les efforts et les flux, nécessitent que leurs intégrales soient égales pour que l'énergie échangée entre le fluide et la structure soit respectée. C'est donc la méthode de préservation du profil qui est préférable.

	Somme des valeurs aux points	Intégrales
Envoyé	102,0	89,0
Global	102,0	97,7
Profil	72,2	87,7

TABLE 1.1 – Exemples de résultats obtenus avec les deux méthodes

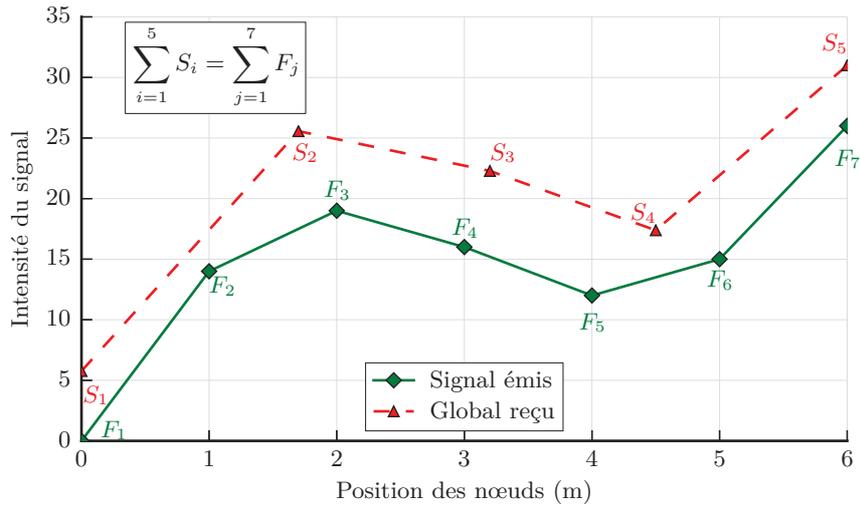
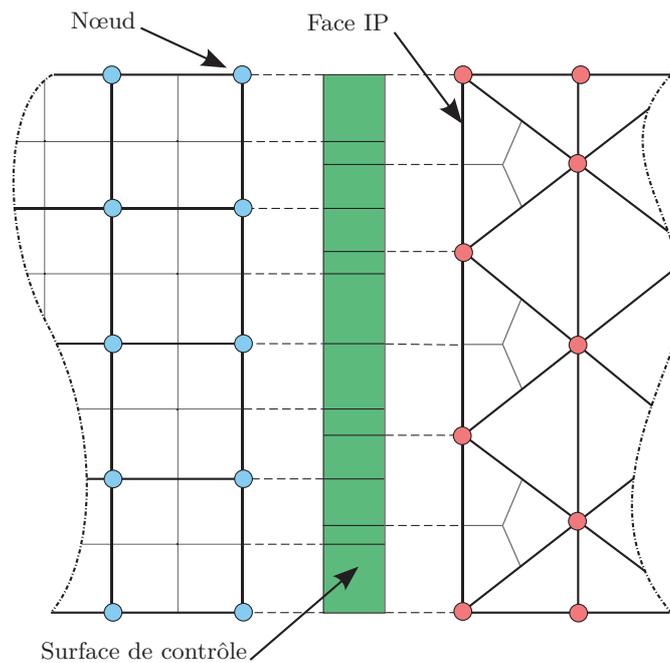


FIGURE 1.10 – Méthode de conservation globale

1.1.4.3. Méthode General Grid Interface

Une variante de la méthode globale est la méthode *General Grid Interface* (GGI). Cette méthode intègre les étapes de projection et d'interpolation. La figure 1.11 montre le fonctionnement de cette méthode pour un cas simple. Dans un premier temps, les faces de chaque élément à l'interface sont divisées par le nombre de nœuds de la face. Ces faces, dites IP, sont converties en polygones faits de lignes et colonnes de *pixels* ayant une résolution de 100×100 . Puis les polygones ainsi créés sur la face émettrice (le maillage fluide dans notre cas) sont intersectés avec ceux de la face receveuse. On obtient ainsi les surfaces de contrôle. Ces surfaces de contrôle sont ensuite utilisées pour l'échange des grandeurs.


 FIGURE 1.11 – Méthode d'échanges du type *General Grid Interface* (GGI)

Il existe d'autres méthodes dont celle du voisin le plus proche qui consiste à donner la grandeur du nœud projeté au nœud du maillage receveur le plus proche. D'autres méthodes d'interpolation peuvent-être utilisées, par exemple Boer *et al.* [17] présentent des méthodes de projection à partir des points de Gauss d'un élément ou utilisent des splines. Farhat *et al.* [36] comparent deux méthodes de projection, l'une consistante et l'autre non. Ils montrent que l'utilisation d'une méthode consistante (i.e. l'erreur de troncature tend vers zéro avec la diminution de l'espacement de la grille) améliore sensiblement les résultats en terme de robustesse et de précision.

1.1.5. Geometric Conservation Law et formulation Arbitrairement Lagrangienne Eulérienne

1.1.5.1. La formulation Arbitrairement Lagrangienne Eulérienne

Lors d'un calcul en interaction fluide-structure certaines frontières du domaine fluide deviennent mobiles et celui-ci peut alors se déplacer ou se déformer. Pour prendre en compte cette modification du domaine, on utilise une formulation des équations de Navier-Stokes différente de celles couramment employées. Cette formulation dite Arbitrairement Lagrangienne Eulérienne (ALE) fait intervenir la vitesse de déplacement du volume de contrôle \mathbf{v}^* et s'écrit [32] :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_f} \rho_f d\Omega_f + \int_{\Gamma_f} \rho_f (\mathbf{v} - \mathbf{v}^*) \cdot \mathbf{n} d\Gamma_f = 0 \quad (1.5)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_f} \rho_f \mathbf{v} d\Omega_f + \int_{\Gamma_f} \rho_f \mathbf{v} \otimes (\mathbf{v} - \mathbf{v}^*) \cdot \mathbf{n} d\Gamma_f = \int_{\Gamma_f} \mathbf{T} \mathbf{n} d\Gamma_f + \int_{\Omega_f} \rho_f \mathbf{b} d\Omega_f \quad (1.6)$$

Pour une vitesse de maillage $\mathbf{v}^* = \mathbf{0}$, on retrouve les équations de Navier-Stokes en formulation eulérienne. Lorsque la vitesse du maillage est égale à celle du fluide, les équations sont alors en formulation lagrangienne.

En interaction fluide-structure, le maillage doit suivre les mouvements de la structure. La vitesse du maillage fluide doit donc être égale à celle de la structure. Le fait que le maillage suive, de façon rigide, la structure peut provoquer des difficultés pour gérer les conditions aux limites. Pour s'affranchir de ce problème la formulation ALE utilise une vitesse de maillage non-uniforme dans le domaine. Elle est prise nulle aux frontières fixes de ce dernier et égale à la vitesse de la structure au niveau de l'interface. Dans le reste du domaine il s'agit d'une nouvelle inconnue.

La différence de vitesse du maillage provoque une déformation de celui-ci. Le contrôle de cette déformation, voire le remaillage de tout ou partie du domaine, augmente le temps de calcul et doit-être réalisé avec précaution, afin de garantir un maillage de qualité. La méthode ALE est présentée plus en détail dans [14] et [31].

D'autres méthodes ont été mises au point, notamment la méthode de transpiration qui ne nécessite pas de remaillage. Elle consiste à autoriser le fluide à s'écouler à travers l'interface avec une vitesse de transpiration qui est définie à partir du déplacement de la structure. Cette méthode est détaillée dans [41], elle s'adapte particulièrement bien au cas de petites déformations.

1.1.5.2. Loi de conservation géométrique

Afin d'avoir un problème fermé, il est nécessaire d'introduire une équation complémentaire portant sur la vitesse du maillage. La *Geometric Conservation Law* (GCL) ou *Space Conservation Law* (SCL) décrit la conservation de l'espace, quand l'élément change de position ou de forme dans le temps [44].

Guillard et Farhat [51] expliquent que le respect de la *Geometric Conservation Law* revient à déterminer les paramètres géométriques du modèle numérique tels qu'ils préservent l'état d'un écoulement uniforme, indépendamment des mouvements du maillage. C'est-à-dire que le maillage mobile ne doit pas ajouter d'erreurs à la résolution du problème. Pour cela, il faut respecter exactement l'égalité suivante [12] :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_f} d\Omega_f - \int_{\Gamma_f} \mathbf{v}^* \cdot \mathbf{n} d\Gamma_f = 0 \quad (1.7)$$

Farhat *et al.* [38] appliquent la *Geometric Conservation Law* lors de la création d'algorithmes d'avancement en temps pour des systèmes utilisant une approche ALE. Boffi et Gastaldi [18] l'appliquent sur plusieurs schémas d'avancement temporel tel que Euler Implicit et Crank-Nicolson. Cao [21] l'applique à une méthode de maillage mobile basée sur le jacobien du changement de coordonnées et sur une condition sur le rotationnel de la vitesse. La GCL est une condition qui est souvent rendue invisible dans les codes généralistes et le détail de son implémentation n'est pas connu de l'utilisateur. Son implémentation est présentée par [75] pour CFX-5. Elle est introduite dans les équations de Navier-Stokes à travers une contrainte de conservation du volume qui influe sur le terme source volumique introduit par le maillage mobile.

La GCL peut se ramener, d'après Koobus et Farhat [55], pour une précision temporelle du premier ou du second ordre, à déterminer la vitesse du maillage de la façon suivante :

$$v^* = \frac{x_{n+1} - x_n}{\Delta t} \quad (1.8)$$

Farhat et Lesoinne [39] montrent que dans certains cas, cette condition est incompatible avec les conditions de continuité de la vitesse à l'interface. Une erreur dans la résolution apparaît qui, pour de petits pas de temps, peut ne pas être significative.

Pour Guillard et Farhat [51] le respect de la GCL n'est pas indispensable pour les méthodes d'ordre un, mais la précision et la stabilité sont améliorées pour les méthodes avec GCL à l'ordre deux. Ils montrent aussi que l'intérêt de la GCL est plus important pour les cas de couplage fort que pour les cas sans échange important, comme un cylindre en vibration forcée. Cependant, il est possible d'avoir des schémas de couplage au second ordre en temps qui ne respectent pas la GCL et donnent des résultats identiques à ceux d'un couplage respectant la GCL à pas de temps égaux [49].

Le non-respect de la GCL peut entraîner, en aéroélasticité, des instabilités numériques sur la portance et des vitesses de flottement sous-estimées [55]. Il est donc conseillé d'utiliser des schémas respectant la GCL, d'autant plus que le respect de cette condition n'augmente pas les temps de calculs [38].

1.1.6. Maillage dynamique

Dans le cas de petits déplacements, un maillage dynamique est suffisant. Il permet de déplacer les nœuds des éléments et, en déformant un peu ces derniers, de suivre le mouvement de la structure. Pour les grands déplacements, les déformations subies par le maillage dégradent sa qualité. Il faut alors remailler le domaine ou à minima les zones les plus déformées. Il est possible de coupler les deux méthodes de maillage, c'est-à-dire déformer le maillage puis, lorsqu'une zone présente une qualité de maillage inférieure à un critère fixé, la remailler. Le remaillage est une action coûteuse en temps de calcul et délicate à paramétrer [90].

1.1.6.1. Analogie des ressorts (*Spring Analogy*)

Il s'agit de déplacer des nœuds du maillage afin de suivre le mouvement de la structure. La difficulté réside dans la nécessité de garder un maillage de qualité, c'est-à-dire que les éléments ne soient pas trop déformés et qu'ils ne s'interpénètrent pas.

Les méthodes suivantes sont présentées plus précisément dans [66, 78]. Elles consistent à ajouter des éléments de raideur en torsion et/ou en compression aux nœuds.

a. Torsional Spring Analogy

Dans un élément triangulaire, on ajoute à chaque sommet (nœud) une raideur égale au rapport des longueurs des côtés du triangle l_{ij} et l_{ik} par rapport à l'aire du triangle A_{ijk} . Il existe au sommet i autant de raideurs C_i que de triangles en contact, la raideur pour le triangle ijk s'écrit alors :

$$C_i^{ijk} = \frac{l_{ij}^2 l_{ik}^2}{4A_{ijk}^2} \quad (1.9)$$

Généralement, des éléments de raideurs inversement proportionnels à la longueur du côté du triangle sont placés entre les sommets du triangle (voir figure 1.12). Ainsi, comme le montre Farhat *et al.* [36], la géométrie de l'élément est bien contrôlée, notamment les risques d'interpénétration et d'affaissement. Par contre, le temps de calcul nécessaire en utilisant cette méthode est trois à quatre fois supérieure aux méthodes suivantes [66].

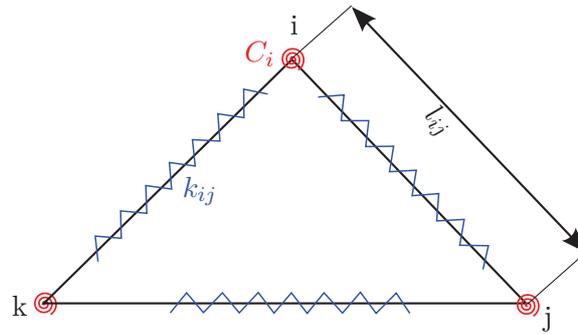


FIGURE 1.12 – Méthode torsional spring avec raideurs linéaires

b. Ball-Vertex Spring Analogy

Dans cette approche, on utilise des raideurs linéaires entre les nœuds et entre ces derniers et la face opposée (voir figure 1.13). Cette méthode contrôle l'écrasement de l'élément, mais pas ses déformations angulaires, ce qui peut conduire à des déformations importantes de l'élément.

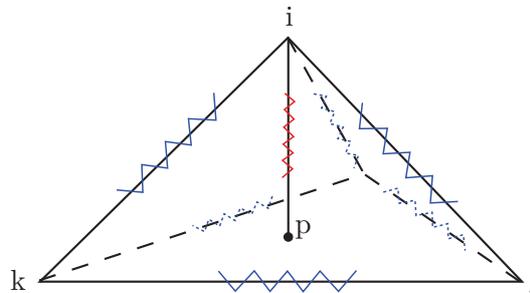


FIGURE 1.13 – Méthode ball-vertex (les raideurs entre les nœuds j et k et leur face opposée ne sont pas représentées)

c. Semi-Torsional Spring Analogy

Cette méthode est un mélange entre la méthode de base utilisant des raideurs entre les nœuds et la méthode *Torsional*. On emploie ici des raideurs entre les nœuds mais définies par la raideur en torsion de l'angle opposé. Ainsi, les déformations sont mieux contrôlées qu'avec la méthode *Ball-Vertex* et nécessitent moins de ressources que pour la méthode *Torsional* [78].

d. Orthogonal Semi-Torsional Spring Analogy

Cette méthode est identique à la précédente avec en plus une raideur entre le sommet et sa projection sur la face opposée. Ainsi, l'élément ne peut pas s'affaisser n'y s'inverser. Markou *et al.* [66] montrent que cette méthode est celle qui, pour les grandes déformations, donne les meilleurs résultats pour un temps de calcul comparable aux méthodes *Semi-Torsional* et *Ball-Vertex*.

1.1.6.2. Renforcement basé sur la matrice Jacobienne

L'objectif est de conserver la géométrie des petites mailles et de favoriser la déformation des grandes mailles. Les petites mailles n'étant que peu (ou pas) déformées, on peut effectuer des remaillages partiels du domaine sans modifier les mailles près de la structure qui forment la couche limite. Pour ce faire, un Jacobien de l'élément est défini, ainsi qu'une raideur artificielle sur le volume de l'élément [78].

1.1.6.3. Modèle élastique

Le maillage dynamique est vu comme un système supplémentaire dans le problème de couplage. Piperno *et al.* [83] proposent d'écrire le maillage comme une pseudo-structure avec son équation de mouvement et ses matrices fictives de masse, raideur et amortissement. La résolution de l'équation de mouvement permet de déterminer l'évolution de la position ξ des nœuds du maillage.

$$M\ddot{\xi} + K\xi + D\dot{\xi} = F \quad (1.10)$$

Cette méthode, pour certaines valeurs des matrices de masses M , raideurs K et amortissements D fictifs, revient aux méthodes de maillages dynamiques par ressorts.

La méthode SEMMT (*Solid-Extension Mesh Moving Technique*) consiste à considérer le maillage proche de la structure comme étant fixé rigidement sur celle-ci et non plus seulement l'interface [101]. Ainsi, la couche limite de l'écoulement conserve sa géométrie et donc sa qualité.

1.1.6.4. Méthode de remaillage

Le but de cette famille de méthodes est d'ajouter ou supprimer des éléments au maillage. Pour cela un critère surveille l'état du maillage (taille des mailles, affaissement...). Lorsque la valeur du critère est inférieure à celle fixée, un code de remaillage est appelé. L'opération de remaillage se décompose en deux phases, la première consiste à créer le nouveau maillage et la seconde à interpoler sur le nouveau maillage les grandeurs physiques. Cette deuxième partie peut-être réalisée par les méthodes correspondant au couplage en espace. La création d'un nouveau maillage peut se faire en décomposant chaque élément en sous-éléments ou en calculant complètement un nouveau maillage. Pour des raisons de simplicité, il n'est généralement pas possible d'ajouter des nœuds sur les frontières du domaine.

1.1.7. Applications aux corps portants

La prise en compte de la déformation de la structure peut-être réalisée soit avec un écoulement non cavitant, soit avec cavitation. La prise en compte de la cavitation est présente dans les travaux de Benaouicha *et al.* [15] qui réalisent un chaînage de codes pour déterminer l'interaction entre les déformations d'un foil visco-élastique et un écoulement cavitant. Ces travaux ont permis de montrer que le chaînage donne de bons résultats en terme d'amplitude maximale des déformations du foil et en terme de longueur de poche et de fréquences d'oscillations de la poche. Par contre, les variations de l'angle d'attaque du foil, produites par les déformations de celui-ci, sont sous-estimées. Or l'angle d'attaque est un paramètre influant fortement la cavitation.

Plusieurs études ont également été réalisées sur des profils de pales ou sur des hélices complètes. Par exemple, Young [105] utilise une formulation en éléments frontières (BEM) écoulement potentiel pour le fluide et en éléments finis pour la structure. Elle obtient des résultats proches des essais pour des cas stationnaires et instationnaires avec, pour ces derniers, une mauvaise prédiction de la forme de la poche de cavitation en bout de pales, à cause de l'absence de modélisation de la cavitation de vortex. De plus, elle montre que le vrillement d'une pale diminue la fréquence propre de cette dernière. De même, une pale en eau a une fréquence propre inférieure à celle en air en raison des effets de masse ajoutée. La même méthode est appliquée par Young *et al.* [107] pour des hydroliennes immergées avec des résultats numériques similaires à l'expérimental. Afin de bien dimensionner un propulseur composite flexible, Young [106] montre que l'on est obligé de prendre en compte le couplage fluide-structure ainsi que l'anisotropie du matériau (sens des plis du composite). Un tel modèle permet de prédire convenablement les efforts sur la structure et sa déformation.

Liu et Young [64], étudient la déformation statique d'une hélice lors d'une manœuvre d'inversion de la rotation (*crash-back*). Lors de ces manœuvres, le chargement hydrodynamique appliqué sur les pales est très important. Ils proposent une méthode basée pour la modélisation structure, sur une approche 2D. La pale est décomposée en sections rigides qui se déplacent les unes par rapport aux autres. Ce modèle analytique est couplé avec une approche fluide potentiel BEM. Une méthode similaire est présentée par Ducoin et Young [35] pour l'étude de la stabilité d'un hydrofoil flexible.

L'optimisation d'une hélice flexible peut se faire pour deux cas. Soit la flexibilité permet d'améliorer le fonctionnement pour deux vitesses d'avance, soit elle permet de réaliser un propulseur plus efficace pour une vitesse d'avance mais en tenant compte de l'instationarité et de l'inhomogénéité du champ entrant dans le disque hélice. Ce second cas est traité par He *et al.* [52] qui démontrent la possibilité de réduire le niveau de vibrations induites par le sillage en modifiant les caractéristiques du composite (orientation et nombre des plis). Pour ce faire, ils utilisent un couplage entre ANSYS Mechanical et CFX. Mulcahy *et al.* [73] réalisent une étude sur le même principe et montrent que les gains obtenus restent relativement faibles. Cependant, un gain faible en terme d'efficacité devient important une fois traduit en consommation du navire pendant son cycle de vie. La première forme d'optimisation est traitée par Blasques *et al.* [16] qui l'appliquent à un propulseur à quatre pales afin de réduire le couple et de maintenir la poussée et ceux pour deux points de fonctionnement. L'un correspond à la vitesse maximale du navire et l'autre à sa vitesse de croisière.

L'objectif du modèle numérique que l'on va valider est la résolution d'un problème d'interaction fluide-structure entre un fluide cavitant et un corps portant flexible. Au vue des études précédentes, on peut établir que l'utilisation d'un solveur visqueux de type RANS permet à la fois de modéliser l'écoulement et les efforts de celui-ci sur la structure de façon satisfaisante et aussi de pouvoir résoudre des cas avec des formes de cavitation complexes. La prise en compte de la déformation de la structure à travers une méthode de type partitionnée semble être pour le moment la méthode la plus avancée et offre des résultats convenables. On choisit d'utiliser les outils disponibles au sein de DCNS, à savoir le solveur fluide CFX couplé avec le solveur structure ANSYS Mechanical par une méthode partitionnée. Les méthodes employées sont développées en partie 3 et le cas de validation dans le chapitre suivant.

1.2. Le phénomène de cavitation et sa modélisation

1.2.1. Généralités

La cavitation est la vaporisation d'un liquide lorsque la pression au sein de celui-ci atteint la pression de vapeur saturante. Il s'agit d'un phénomène équivalent à l'ébullition mais se produisant pour une température du milieu constante et une pression variable (voir figure 1.14). La formation de la cavitation dépend de la pression de vapeur saturante mais aussi de la nature de l'écoulement (présence d'obstacles, turbulence...), de la qualité de l'eau (quantité et taille des germes, salinité...).

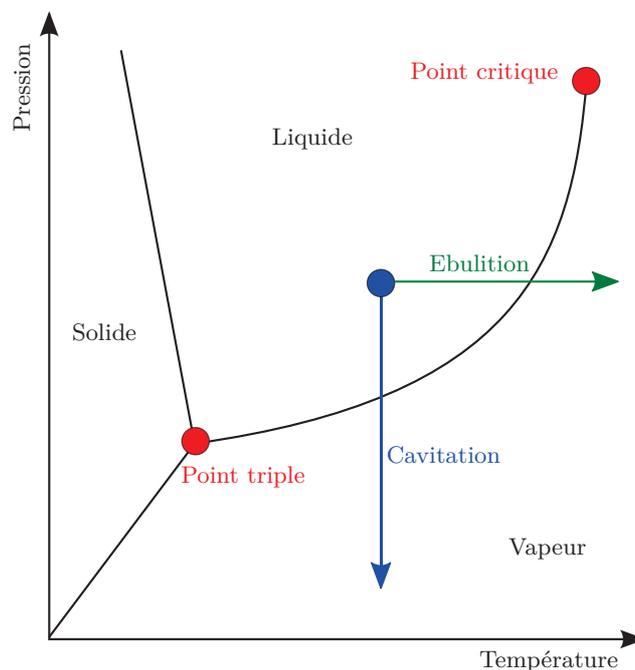


FIGURE 1.14 – Diagramme pression-température

On distingue différentes étapes dans le phénomène de cavitation :

- l'apparition (*inception*) qui correspond à la formation des premières cavités de vapeur (bulles, poches, *patches*...);
- le grossissement de la cavité qui correspond à l'accroissement du volume de vapeur ;

- le *collapse* total ou partiel, qui est l'implosion de la cavité sous l'effet d'une augmentation de la pression environnante.

Le phénomène de cavitation est présent dans la plupart des systèmes contenant des fluides y compris le corps humain. Par exemple, Venet et Pavie [102] expliquent certains bruits du cœur par la formation d'une cavité lors de l'ouverture des valvules qui implose à leur fermeture. Pomeroy et Bonneau [85] montrent que les craquements articulaires des doigts sont provoqués par un phénomène de cavitation du liquide synovial.

Dans les applications industrielles, la cavitation est très présente dans les venturis, coudes de tuyauterie, turbines et pompes . . . Dans le domaine naval, les hélices mais aussi les safrans et les stabilisateurs, sont soumis à ce phénomène. La cavitation peut se former à l'arrière d'un corps se déplaçant rapidement dans l'eau, comme sur certaines armes sous-marines lors des phases de lancement ou de déplacement à grande vitesse.

Dans la plupart des applications, la cavitation est néfaste et évitée au maximum. Elle est à l'origine :

- de pertes de performances ;
- de bruits et vibrations qui peuvent endommager les structures et provoquer une gêne pour les personnes ou équipements proches ;
- d'érosion des matériaux situés dans la zone du *collapse* ;
- de modifications importantes de chargement pouvant fatiguer prématurément la structure.

La dynamique des cavités se caractérise sur de nombreux systèmes par un comportement cyclique. Prenons comme exemple une pale d'hélice. Lorsque l'hélice tourne, la pale du haut subit une zone de plus faible pression que celle du bas. En remontant, la pale du bas voit la pression à sa surface diminuer. Cette pression finit par atteindre la pression de vapeur saturante, il y a alors formation de vapeur. Ces cavités vont grossir tant que la pale se dirige vers le haut. Puis, cette pale commence à redescendre, la pression environnante augmente provoquant le *collapse* de tout ou partie des cavités. Une fois la pale au point bas, un nouveau cycle commence. Ce comportement cyclique de la cavité, induit des variations de chargement hydrodynamique sur la pale qui sont à l'origine des vibrations.

Les vibrations, en fonction des cas, sont problématiques car elles peuvent se transmettre à des équipements plus sensibles tels que les lignes d'arbre. Elles occasionnent également une gêne pour le personnel à proximité ou encore du bruit. Outre le bruit de la vibration des structures proches, les *collapses* et les perturbations provoquées par l'écoulement diphasique sont eux-mêmes bruyants. Lecoffre [61] indique une augmentation de 20 à 40 dB entre des écoulements non-cavitant et cavitant sur une plage de fréquences très importante.

L'érosion est produite par l'implosion des cavités dans la zone de recompression. Elle provient d'une combinaison de paramètres tels que le fort pic de pression et de température induit par le *collapse* ainsi que par le jet-retrant dirigé vers la paroi qui se forme dans une bulle implosant près d'une paroi [19].

Les inconvénients de la cavitation sont exploités dans quelques applications, notamment à travers des systèmes de génération de bulles à base d'ultrasons. Par exemple, l'élimination des calculs (rénaux et vésicaux) par la méthode de lithotripsie extracorporelle utilise la cavitation pour renforcer l'efficacité

de la méthode en participant à l'érosion et aux morcellements des calculs [10]. En métallurgie, le *collapse* des bulles est envisagé afin de renforcer la résistance à la fatigue des métaux. L'implosion proche de la paroi génère des contraintes résiduelles dans le métal qui renforcent sa résistance à la fatigue [99].

1.2.2. Les types de cavitation

La cavitation prend de nombreuses formes en fonction de paramètres variés. Les principales familles sont présentées sur la figure 1.15.

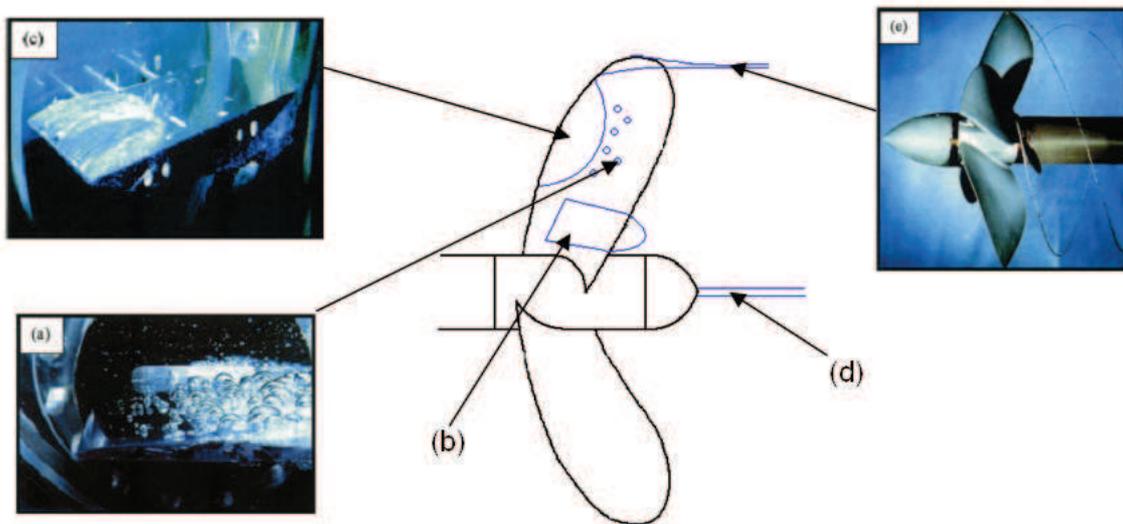


FIGURE 1.15 – Différentes formes de cavitation sur une hélice (photos issues de [68] - source : S.A. Kinnas)

Cavitation par bulles séparées (*Bubble cavitation*) Il s'agit de la formation d'une ou plusieurs bulles sur l'obstacle (voir figure 1.15, légende a). Ce type de cavitation est généralement le premier à se déclarer, en terme d'angle d'attaque (α petit), sur un profil portant.

Cavitation par poche attachée (*Sheet cavitation*) Ce type de cavitation crée une cavité sur la surface du profil. La zone de fermeture de la poche contient des instabilités qui peuvent provoquer des lâchers de nuages dans le sillage du profil. On rencontre ce type de cavitation pour des valeurs d'angles d'attaque et de vitesses supérieures à celles de la cavitation par bulles. Sur un profil portant, on distingue deux types de cavitation par poche attachée : avec détachement à mi-corde (voir figure 1.15, légende b) ; avec détachement au bord d'attaque, aussi appelé *leading edge cavitation* (voir figure 1.15, légende c)

Cavitation de vortex (*Vortex cavitation*) Comme son nom l'indique, on la rencontre dans les zones de fortes vorticités telles que les tourbillons marginaux en extrémité de profils portants, dans les sillages... Elle est qualifiée de *hub-vortex* (voir figure 1.15, légende d) quand elle se forme dans l'axe de l'hélice et de *tip-vortex* (voir figure 1.15, légende e) quand elle se forme en extrémité de profils portants.

Cavitation en nuage (*Cloud Cavitation*) Il s'agit d'une forme de cavitation particulièrement difficile à étudier car l'ensemble de l'interface entre la vapeur et le liquide est instable (voir figure

1.16). Cette forme peut apparaître suite à une cavitation par poche qui devient fortement instable du fait de l'augmentation de l'angle d'attaque du profil ou de sa vitesse. Il s'agit d'une forme de cavitation qui est particulièrement érosive.



FIGURE 1.16 – Nuage de cavitation sur un profil portant (photo issues de [68])

Super-cavitation Ce terme désigne une poche de cavitation qui se referme en aval de l'obstacle (voir figure 1.17). Ce type de cavitation est recherché dans certaines applications telles que les armes sous-marines à grande vitesse. En générant une super-cavité autour de l'arme, on diminue les frottements et on peut alors obtenir des vitesses très élevées pour ce type d'engins (par exemple les torpilles russes Shkval et allemandes Barracuda). Dans la plupart des applications pratiques (armes sous-marines à grandes vitesses, hélices super-cavitantes), le terme de super-cavitation est employé pour des cavités entretenues par injection de gaz et non par la seule vaporisation du liquide environnant.

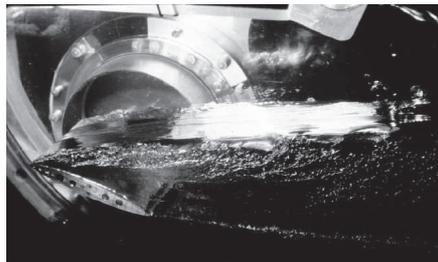


FIGURE 1.17 – Super cavitation sur un profil portant (photo issues de [46])

1.2.3. Apparition et collapse de la cavitation

Le nombre de cavitation σ , aussi appelé nombre de Thoma, définit un rapport entre une pression statique de référence, ou à l'infini amont ou aval, diminuée de la pression de vapeur saturante $p_{\text{vap}}(T)$ et une pression caractéristique de l'écoulement étudié. Par exemple, pour une vanne, la pression statique est celle en amont et la pression caractéristique est la différence de pression entre l'amont et l'aval. Dans notre étude qui s'intéresse à un profil portant immergé, la pression statique correspond à la pression, $p_{\infty}(T)$, égale à la pression hydrostatique ajoutée à la pression de l'air ambiant qui appuie sur la surface libre. La pression caractéristique est prise égale à la pression dynamique $1/2 \rho_f v_{\infty}^2$ avec v_{∞} la vitesse caractéristique de l'écoulement et ρ_f la masse volumique du fluide. Le nombre de cavitation s'écrit alors :

$$\sigma = \frac{p_{\infty}(T) - p_{\text{vap}}(T)}{\frac{1}{2} \rho_f v_{\infty}^2} \quad (1.11)$$

On constate qu'un petit nombre de cavitation correspond à une faible pression locale ou à une forte vitesse d'écoulement soit à une apparition probable de la cavitation. L'une des hypothèses faites sur la cavitation, valable pour la plupart des fluides courants, précise que la cavitation se forme lorsqu'il y a égalité entre le coefficient de pression minimal Cp_{min} et le nombre de cavitation d'apparition σ_i au point M de plus faible pression $p_M(T)$.

$$\sigma_i = -Cp_{min} \longleftrightarrow \frac{p_\infty(T) - p_{vap}(T)}{\Delta p} = -\frac{p_M(T) - p_\infty(T)}{\Delta p} \quad (1.12)$$

Cette condition est en réalité une indication car la formation de cavitation dépend aussi de nombreux paramètres. Par exemple, la quantité et la taille des germes de cavitation, c'est-à-dire des micro-bulles, influencent la formation de cavitation. S'ils sont très peu nombreux, le démarrage de la cavitation peut-être retardé de façon importante [19]. En effet, des essais en laboratoire ont montré la possibilité d'atteindre des pressions négatives dans une eau pure [8]. Ces conditions ne sont pas présentes dans les fluides industriels et par conséquent, le critère sur la pression de vapeur saturante est généralement très proche de la réalité.

Le phénomène de vaporisation nécessite un apport de chaleur. Cette dernière, prise dans le fluide environnant, provoque une diminution de la température dans les zones de vaporisation. La baisse de température induit une chute de la pression de vapeur saturante, ce qui ralentit la formation de vapeur. Ce phénomène est négligeable pour les fluides tels que l'eau, mais important pour les fluides thermo-sensibles. Pellone et Franc [74] ainsi que Tani *et al.* [100] réalisent des études portant sur les fluides cryogéniques avec prise en compte des changements de température induits par la cavitation.

Le collapse de la cavité correspond à son implosion. Celle-ci est très rapide, ce qui permet en première approximation de négliger les effets thermiques et de diffusions. Le collapse est contrôlé par des effets inertiels qui peuvent provoquer une série d'oscillations de bulles. La première implosion provoque un effondrement rapide de la cavité qui ne permet pas la condensation de l'ensemble de la vapeur. Une nouvelle cavité est créée qui contient moins de vapeur que la précédente. Le phénomène se reproduit jusqu'à condensation ou diffusion de l'ensemble de la vapeur. Franc et Michel [46] donnent quelques ordres de grandeur d'un collapse :

- durée du collapse d'une bulle d'un centimètre de rayon sous une pression d'un bar : 1 ms ;
- vitesse de l'interface d'une bulle : de quelques m/s à quelques centaines de m/s lors du collapse ;
- surpression au niveau de la bulle lors du collapse : quelques milliers de bars.

D'autres phénomènes sont présents lors du collapse ; par exemple Farhat *et al.* [40] montrent la formation de lumière lors du collapse de poches de vapeur sur un hydrofoil (sonoluminescence). L'émission de lumière indique la violence du phénomène. Leighton [62] a mesuré l'émission de photons même en l'absence de lumière visible lors du collapse sur un hydrofoil. Il met en évidence que plus la cavitation est importante, plus il y a de photons libérés.

1.2.4. Les modèles de cavitation

La modélisation de la cavitation est difficile du fait de son caractère instationnaire, du nombre de paramètres l'influçant et des échelles de temps très différentes entre l'écoulement moyen et le col-lapse. Plusieurs types de modèles sont développés, certains spécifiquement pour un type de cavitation, d'autres se voulant génériques. Les modélisations dépendent aussi du type de modèle fluide employé (voir figure 1.18).

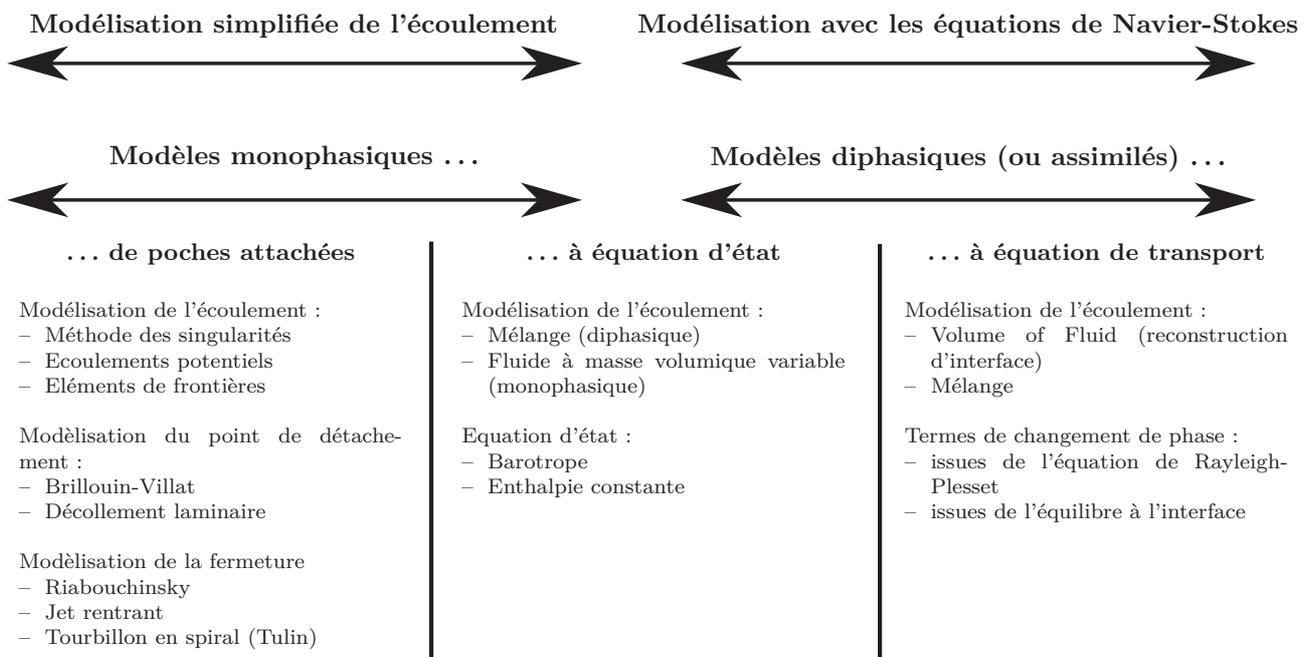


FIGURE 1.18 – Classification des principales familles de modèles de cavitation

Les modèles spécifiques de poches sont utilisés avec des écoulements potentiels pour simuler les écoulements à poches attachées. Il s'agit de modèles monophasiques qui ne résolvent que la partie liquide. Ces modèles ne donnent pas d'informations sur ce qui se passe à l'intérieur de la poche de cavitation. Les super-cavités peuvent aussi être résolues par ces modèles [46].

Les modèles à équation d'état sont employables avec une résolution Navier-Stokes ou avec des modèles simplifiés (écoulements potentiels). Ils consistent à ajouter une équation d'état au problème. L'équation définit alors la masse volumique comme une fonction de la pression. Ces modèles sont monophasiques dans le sens où un seul fluide est utilisé mais avec une masse volumique qui varie entre celle du liquide et celle de la vapeur. Le modèle résout cependant l'écoulement pour l'ensemble du domaine fluide.

Les modèles à équation de transport sont utilisables avec des modèles diphasiques de type *Volume Of Fluid* (VOF) qui reconstruisent l'interface ou avec des modèles de type mélange qui déterminent des isovaleurs à partir desquelles l'interface peut-être devinée. L'équation de transport supplémentaire utilisée fait généralement apparaître un terme source défini, par exemple, à partir de l'équation de Rayleigh-Plesset.

Ait Bouziad [3] compare ces trois familles de modèles pour un écoulement à poche sur foil cavitant et montre que leurs résultats sont assez proches. Cependant, les modèles monophasiques et à équation

d'état surestime la pression à la fermeture de la poche et le modèle à équation de transport basé sur l'équation de Rayleigh-Plesset surestime la longueur de la poche. Adama Maiga [2] présente de façon plus complète ces modèles de cavitation et les modèles multiphasiques qui peuvent y être associés.

1.2.4.1. Modèles de poches

Ces modèles sont utilisés principalement avec des écoulements potentiels. Ils déterminent l'interface liquide-vapeur sur la ligne de courant de pression égale à celle de vapeur saturante p_{vap} . La difficulté réside dans la détermination des points de contact de l'interface avec le profil portant. Pour cela, on utilise les modèles de détachement et ceux de fermeture. Ces modèles sont utilisés pour les cas stationnaires [46] et dans quelques cas instationnaires.

Une seconde méthode pour déterminer l'interface consiste à utiliser l'équation de Rayleigh-Plesset qui définit l'évolution du rayon d'une bulle dans un champ de pression. Cette équation est reformulée pour une bulle hémisphérique se déplaçant le long du profil, l'épaisseur de la poche correspondant au rayon de la bulle. Ce modèle, utilisé en particulier par Phœmsaphawee [76], ne donne pas satisfaction du point de vue physique puisqu'il ne permet pas de retrouver le palier de pression au niveau de la poche. De plus l'épaisseur de la poche est trop importante et la longueur trop courte [76]. Phœmsaphawee *et al.* proposent un autre modèle utilisant une vitesse de transpiration pour déterminer l'épaisseur de la poche [77]. Cette approche donne des résultats intéressants et permet de s'affranchir du modèle de fermeture.

Le principal inconvénient des modèles de poches provient de l'hypothèse d'écoulement potentiel qui suppose que le fluide est parfait et irrotationnel. Les tourbillons à l'origine des cavitations de types vortex (*tip* et *hub*) ne sont donc pas déterminables. La limitation à la modélisation de poches stables (sans détachement) devient problématique dans les écoulements complexes où plusieurs formes de cavitation peuvent-être présentes simultanément et interagir (poches avec détachement, nuages...).

L'avantage de ces modèles réside dans les faibles temps de calculs nécessaires pour déterminer la forme d'une poche avec une précision satisfaisante, avantage découlant fortement du modèle de fluide parfait utilisé. Il est possible d'améliorer sensiblement ces modèles en ajoutant des solveurs visqueux pour les couches limites par exemple.

Ces modèles sont souvent résolus avec des méthodes de type éléments de frontières (*Boundary Element Method* BEM) nécessitant un remaillage. Certains auteurs, par exemple, Phœmsaphawee *et al.*, [77] utilisent une méthode basée sur les vitesses de transpiration qui évite le remaillage.

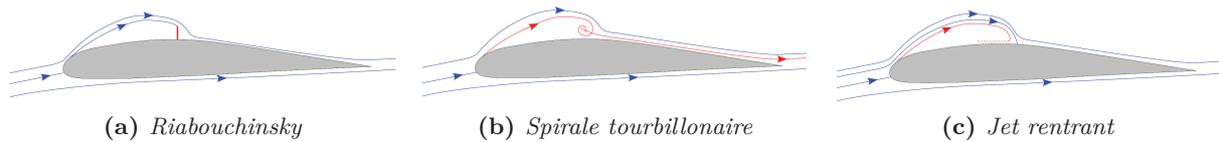


FIGURE 1.19 – Exemple de modèles de fermeture de poches (figures inspirées de [56])

a. Modèles de détachement

Deux approches sont possibles pour définir le point de détachement de la poche. Le critère de Brillouin-Villat, aussi nommé Armstrong-Villat et la méthode de séparation laminaire.

Le critère de Brillouin-Villat consiste à imposer le point de détachement tel que la pente de l'interface et celle du profil soient tangentes au point de détachement et la pression au point de détachement soit inférieure à celle en amont [2]. Une telle condition revient souvent à placer le point de détachement au point du profil de plus faible pression. Cette approche est reconnue comme étant peu physique [46, 2]. Dans le cas des foils avec des angles d'attaque importants, le point de détachement qui est proche du bord d'attaque est bien rendu par ce modèle. Par contre, pour les autres cas, la position du point de détachement obtenu ne correspond pas à celle donnée par les essais.

La seconde méthode, dite de séparation laminaire, est basée sur le fait que le détachement se produit peu après le point de décollement laminaire de la couche limite. Cette observation a été faite dans de nombreuses expérimentations [46]. Cependant, plusieurs cas de détachement sans décollement de la couche limite ont été observés. La forme de la poche au point de décollement est déterminable à partir de la tension de surface ou avec une hypothèse de tangence. Vis-à-vis du critère de Brillouin-Villat, la méthode de décollement laminaire donne de meilleurs résultats, notamment pour les foils à faible incidence et est mieux corrélée par les essais.

b. Modèles de fermeture

Les modèles de fermeture sont utilisés pour les simulations stationnaires ou pseudo-stationnaires, afin de prendre en compte le caractère instationnaire de la fermeture de la poche [46]. Les principaux modèles sont ceux :

- de Riabouchinsky qui place un corps solide pour fermer la poche (voir figure 1.19a) ;
- de la spirale tourbillonnaire ; mise au point par Tulin. Elle consiste à imposer un tourbillon dans la poche, au niveau de la fermeture, qui tend à faire entrer du fluide entre la poche et le profil (voir figure 1.19b) ;
- du jet-rentrant : modélise un jet-rentrant dans la poche. Ce jet est aussi présent dans certaines expérimentations où il est à l'origine d'instabilités provoquant une rupture de la poche (voir figure 1.19c).

Krishnaswamy *et al.* [57] proposent l'utilisation d'un modèle à jet rentrant avec une approche potentielle par une méthode d'éléments frontières. Le fluide étant supposé non visqueux, la couche limite présente sur la cavité n'est pas prise en compte. Afin de la prendre en compte, un code de couche limite

est couplé avec le modèle potentiel. Les résultats obtenus sont alors plus précis en ce qui concerne le champ de pression pariétale.

1.2.4.2. Modèles à équation d'état

Les modèles à équation d'état reposent sur une idée simple : le milieu fluide étudié comprend des zones exclusivement liquides lorsque la pression est suffisamment importante vis-à-vis de celle de vapeur saturante et d'autres zones quasi exclusivement composées de vapeur lorsque la pression est voisine de celle de vapeur saturante. L'ensemble est modélisé par un fluide, dit de mélange, dont les propriétés (masse volumique, viscosité...) vont évoluer entre celle du liquide et celle de sa vapeur. Pour ce faire, il faut établir une relation entre la masse volumique et la pression.

La masse volumique du mélange ρ_m est fonction des masses volumiques des différents composants du mélange à savoir, celle du liquide ρ_l et celle de la vapeur ρ_{vap} ainsi que de la fraction volumique de vapeur α_{vap} .

$$\rho_m = \alpha_{vap} \rho_{vap} + (1 - \alpha_{vap}) \rho_l \quad (1.13)$$

Il est possible de formuler la masse volumique du mélange en fonction des fractions massiques de vapeur f_{vap} et du liquide f_l :

$$\frac{1}{\rho_m} = \frac{1 - f_{vap}}{\rho_l} + \frac{f_{vap}}{\rho_{vap}} \quad (1.14)$$

Le passage de la fraction volumique à la fraction massique f_i d'une entité i s'effectue par l'équation (1.15).

$$\alpha_i = f_i \frac{\rho_m}{\rho_i} \quad (1.15)$$

a. Modèles de vaporisation à enthalpie constante - CEV

La cavitation est supposée suivre un processus de vaporisation/condensation à enthalpie constante (voir figure 1.20). Un tel modèle nécessite la résolution de l'équation de conservation de l'énergie en plus de celles de Navier-Stokes afin de déterminer la valeur de l'enthalpie.

La masse volumique, définie par l'équation (1.16), dépend alors de l'enthalpie $h(p)$ au point courant et des valeurs d'enthalpie $h_v(p)$ au point V et $h_l(p)$ au point L.

$$\rho_m = \frac{1}{\frac{1}{\rho_{vap}} + y \left(\frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_{vap}} \right)} \quad (1.16)$$

$$y = \frac{h_v(p) - h}{h_v(p) - h_l(p)} \quad (1.17)$$

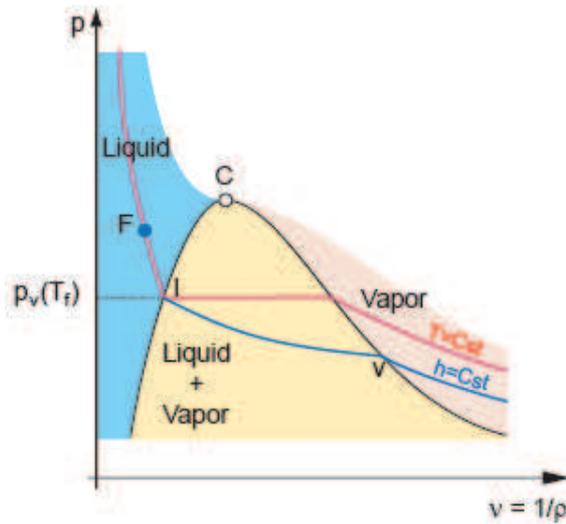


FIGURE 1.20 – Diagramme de Clapeyron représentant l'évolution à enthalpie constante correspondant au modèle CEV (issu de [3])

b. Modèles barotropes

L'idée de ces modèles est de définir la masse volumique du milieu directement en fonction de la pression. Lorsque celle-ci est supérieure à la pression de vapeur saturante, le milieu est majoritairement liquide. Au contraire, si la pression est inférieure, le milieu est gazeux. Une zone intermédiaire est définie pour la transition d'une phase à l'autre. Dans ces modèles, il n'y a pas de description précise de l'interface liquide/vapeur.

Wang et Ostoja-Starzewski [103] relient les coefficients de pression à la masse volumique par un polynôme d'ordre 5. Coutier-Delgosha *et al.* [25] utilisent trois lois d'état afin de prendre en compte la compressibilité des phases liquide et gazeuse. Une loi de Tait est appliquée au liquide, une loi des gaz parfaits à la vapeur et une loi basée sur la vitesse du son minimale dans le milieu pour la transition. La même loi de transition est utilisée par Pouffary *et al.* [86] mais avec des milieux vapeur et fluide incompressibles (voir la figure 1.21).

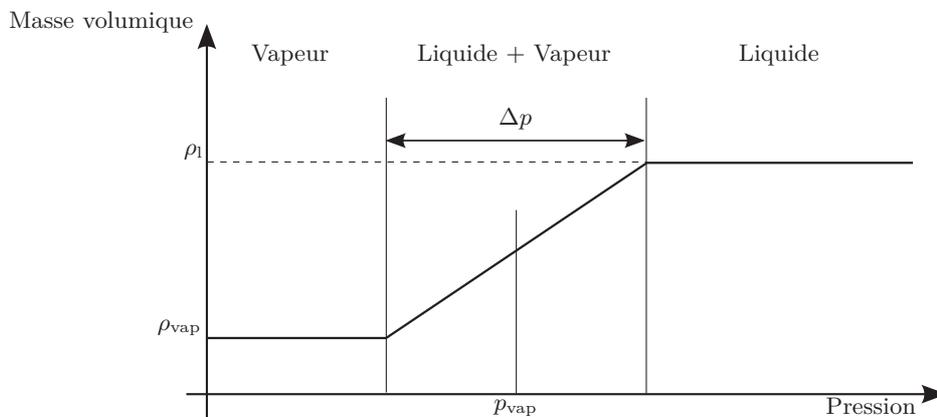


FIGURE 1.21 – Evolution de la masse volumique en fonction de la pression environnante

La loi utilisée par Pouffary *et al.* [86, 87] impose la masse volumique de la vapeur pour $p < p_{\text{vap}} - \Delta p/2$ et celle du liquide pour $p > p_{\text{vap}} + \Delta p/2$. La loi de transition est en sinus, telle que la pente maximale soit définie par :

$$\frac{1}{A_{\text{min}}^2} \quad \text{avec} \quad A_{\text{min}}^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} \quad (1.18)$$

et A_{min} la vitesse du son minimale dans le mélange. Cette vitesse dépend des approximations faites sur les échanges thermiques (système adiabatique ou isotherme). La figure 1.22 montre que la vitesse du son minimale est obtenue pour un mélange à parts égales des deux phases, ce qui correspond à l'instant où le mélange est le moins homogène.

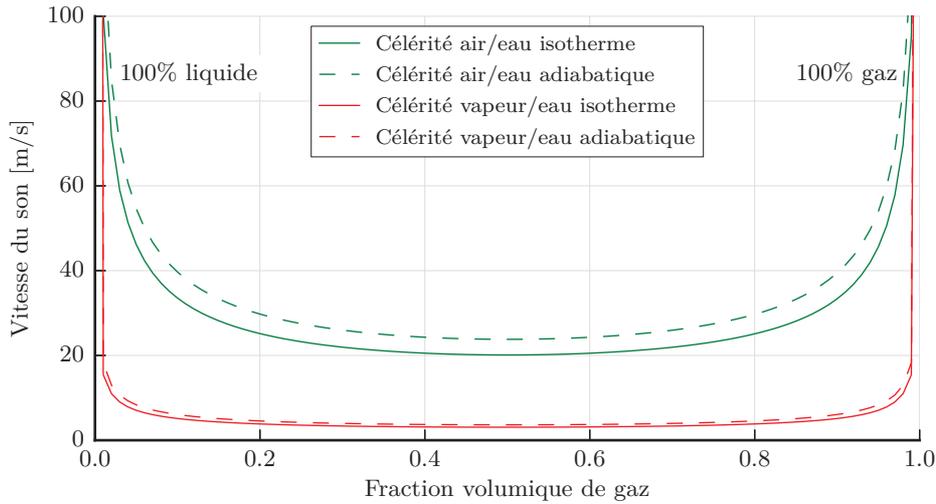


FIGURE 1.22 – Evolution de la vitesse du son en fonction de la fraction volumique de la phase gazeuse pour un mélange eau/air et pour un mélange eau/vapeur d'eau

Goncalvès et Fortes-Patella [50] proposent une adaptation de ce modèle pour la prise en compte des effets thermiques dus à la vaporisation. Ils obtiennent une bonne prédiction des variations de température pour de faibles vitesses d'écoulement de fréon dans un venturi. Pour de plus fortes vitesses, le modèle introduit des erreurs importantes vis-à-vis des résultats expérimentaux.

1.2.4.3. Modèles à équation de transport

Ces modèles utilisent une équation de transport pour la fraction massique ou volumique de vapeur qui fait intervenir un terme de changement de phase. L'expression de ce terme dépend de la forme de l'équation de transport et de sa définition. On peut le définir à partir de l'équation de Rayleigh-Plesset, des conditions d'équilibre à l'interface liquide/vapeur...

La plupart de ces modèles font l'hypothèse que les variations thermiques produites par le changement d'état sont négligeables et que les vitesses des phases liquide et vapeur sont égales à la vitesse du mélange v .

Le modèle de cavitation étant basé sur un modèle multiphasique de type mélange, il faut résoudre, à minima, les équations de conservation de la quantité de mouvement et de la masse pour le mélange. Celles-ci s'écrivent de la même façon que pour un fluide monophasique à masse volumique non

constante. Il faut aussi ajouter une équation pour définir la variation de la masse volumique en fonction des quantités présentes, il s'agit de l'équation (1.13). Il est aussi nécessaire afin de fermer le problème d'ajouter une équation de transport pour la fraction volumique (éq. 1.19) ou massique de vapeur (éq. 1.20). Ces équations font intervenir les termes sources de vaporisation R_e et de condensation R_c . La difficulté des modèles à équations de transport porte sur la définition de ces termes de changement de phase.

$$\frac{\partial \alpha_{\text{vap}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_{\text{vap}} \mathbf{v}) = R_e + R_c \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial (\rho_m f_{\text{vap}})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m f_{\text{vap}} \mathbf{v}) = R_e + R_c \quad (1.20)$$

a. Modèles basés sur l'équation de Rayleigh-Plesset

Ces modèles sont basés sur la dynamique d'une bulle de vapeur soumise à un champ de pression. Lorsque la quantité de vapeur augmente, c'est-à-dire lors de la vaporisation, le rayon de la bulle augmente. Au contraire, lors des phases de condensation, le rayon de la bulle diminue. La construction de ces modèles consiste à relier l'évolution du rayon de la bulle aux termes de changements de phases.

Les termes de changement de phase donnés par ces modèles sont très proches dans leur formulation. Frikha [47] montre notamment que les modèles de Singhal (sans prise en compte des gaz incondensables) et de Schnerr-Sauer donnent des résultats identiques. Cependant, la convergence des modèles de Zwart-Gerber-Belamri et de Schnerr-Sauer est meilleure que celle de Singhal¹. Frikha [47] a mis en évidence les difficultés de convergence du modèle de Singhal. Il montre sur le modèle de Kunz que les constantes empiriques ont une influence sur la fréquence d'oscillation des poches de cavitation.

L'équation régissant la dynamique d'une bulle sphérique, c'est-à-dire l'évolution de son rayon R_b et de sa pression p_b sous l'action d'un champ de pression p , est celle de Rayleigh-Plesset :

$$R_b \frac{D^2 R_b}{Dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{DR_b}{Dt} \right)^2 = \frac{|p_b - p_\infty|}{\rho_l} - \frac{4 \nu_l}{R_b} \frac{DR_b}{Dt} - \frac{2s}{\rho_l R_b} \quad (1.21)$$

avec le rayon de la bulle R_b , la viscosité cinématique du liquide ν_l , la tension de surface entre le liquide et la vapeur s et les pressions dans la bulle $p_b = p_{\text{vap}}$ et ambiante p_∞ .

En négligeant les termes d'accélération, de tension de surface et de viscosité du liquide, on a :

$$\frac{DR_b}{Dt} = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_{\text{vap}} - p_\infty|}{\rho_l}} \quad (1.22)$$

Ce terme est commun aux modèles du tableau 1.2 qui sont détaillés en annexe A. Le modèle de Singhal *et al.*, le *Full Cavitation Model*, fait apparaître la tension superficielle s et la vitesse relative entre les phases V_{rel} . Le modèle de Zwart-Gerber-Belamri [111] fait dépendre les termes de changement de

1. Correspondance privée avec ANSYS France

phases uniquement de grandeurs se rapportant à la vapeur, tel que le rayon de bulle R_b et la fraction volumique des sites de nucléation α_{nuc} . Cette dernière permet de prendre en compte la réduction des germes de cavitation avec le développement des cavités. Le modèle de Schnerr et Sauer, à la différence des précédents, ne fait pas apparaître de valeurs empiriques dans les termes de changement de phases. La difficulté de ce modèle repose sur le choix de la valeur du rayon initial de la bulle, plusieurs études sont disponibles à ce sujet dont [108].

Modèle	R_e	R_c
Singhal <i>et al.</i>	$C_e \frac{V_{\text{rel}}}{s} \rho_l \rho_{\text{vap}} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{ p_{\text{vap}} - p_{\infty} }{\rho_l}} (1 - f_{\text{vap}})$	$C_c \frac{V_{\text{rel}}}{s} \rho_l \rho_{\text{vap}} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{ p_{\text{vap}} - p_{\infty} }{\rho_l}} f_{\text{vap}}$
Zwart <i>et al.</i>	$F_{\text{vap}} \frac{3 \alpha_{\text{nuc}} (1 - \alpha_{\text{vap}}) \rho_{\text{vap}}}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{ p_{\text{vap}} - p }{\rho_l}}$	$F_{\text{cond}} \frac{3 \alpha_{\text{vap}} \rho_{\text{vap}}}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{ p_{\text{vap}} - p }{\rho_l}}$
Schnerr-Sauer	$R_e - R_c = \frac{\rho_{\text{vap}} \rho_l}{\rho_m} \alpha_{\text{vap}} (1 - \alpha_{\text{vap}}) \frac{3}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{ p_{\text{vap}} - p }{\rho_l}}$	

TABLE 1.2 – Termes de changement de phases pour quelques modèles basés sur l'équation de Rayleigh-Plesset

Les constantes empiriques que sont : C_c et C_e pour le modèle de Singhal *et al.* ; F_{vap} et F_{cond} pour le modèle de Zwart-Gerber-Belamri sont calibrées à partir de résultats expérimentaux. Pour la plupart des modèles, les valeurs de ces constantes sont à adapter aux problèmes, Zwart *et al.* [111] proposent des valeurs différentes suivant qu'il s'agit de cavitation sur un profil portant ou dans un venturi.

b. Modèles basés sur l'interface liquide-vapeur

Les modèles présentés dans le tableau 1.3, sont construits à partir des échanges se produisant à l'interface liquide-vapeur. Le modèle de Saito *et al.* [92] est basé sur la théorie de l'évaporation-condensation sur une surface plane. Le terme de changement de phase est défini pour une équation de transport de la fraction massique de vapeur f_{vap} . $A = C_a \alpha_{\text{vap}} (1 - \alpha_{\text{vap}})$ représente l'aire d'interface dans le mélange avec C_a une constante empirique, R est la constante spécifique de la vapeur et T_s la température de saturation. C_e et C_c sont des constantes empiriques telles que $C_e C_a = C_c C_a = 0,1 \text{ m}^{-1}$.

Modèle	R_e	R_c
Saito <i>et al.</i>	$C_e A \alpha_{\text{vap}} (1 - \alpha_{\text{vap}}) \frac{\rho_l}{\rho_v} \frac{p_{\text{vap}} - p}{\sqrt{2 \Pi} \cdot R T_s}$	$C_c A \alpha_{\text{vap}} (1 - \alpha_{\text{vap}}) \frac{p_{\text{vap}} - p}{\sqrt{2 \Pi} R T_s}$
Kunz <i>et al.</i>	$\frac{C_{\text{prod}} \rho_{\text{vap}} (\alpha_l - \alpha_g)^2 (1 - \alpha_l - \alpha_g)}{\rho_l t_{\infty}} \frac{\rho_m}{\rho_{\text{vap}}}$	$\frac{C_{\text{dest}} \rho_{\text{vap}} \alpha_l \text{Min}(0, p - p_{\text{vap}})}{(\frac{1}{2} \rho_l U_{\infty}^2) \rho_l t_{\infty}} \frac{\rho_m}{\rho_{\text{vap}}}$
Senocak et Shyy	$\frac{C_{\text{prod}} \rho_{\text{vap}} \alpha_l^2 (1 - \alpha_l)}{\rho_l t_{\infty}}$	$\frac{C_{\text{dest}} \rho_{\text{vap}} \alpha_l \text{Min}(0, p - p_{\text{vap}})}{(\frac{1}{2} \rho_l U_{\infty}^2) \rho_l t_{\infty}}$

TABLE 1.3 – Termes de changement de phases pour différents modèles de cavitation basés sur l'interface liquide-vapeur

Le modèle de Kunz *et al.* [59], proche de celui de Senocak et Shyy [94], consiste à modéliser les termes de changement de phase comme étant proportionnels à la fraction volumique de vapeur et à la différence de pression entre p et p_{vap} . Un terme d'échelle temporelle t_{∞} défini comme le rapport entre une grandeur caractéristique et une vitesse de rotation est utilisée dans ces termes de changements d'état. Senocak et Shyy [94] proposent le même modèle en négligeant les gaz incondensables et supprimant le rapport de la masse volumique de la vapeur sur celle du mélange.

De même que pour les modèles précédents, les valeurs des constantes peuvent différer suivant les cas étudiés. Par exemple, pour le modèle de Kunz *et al.*, les constantes $C_{\text{prod}} = C_{\text{dest}} = 100$ dans [59] et $C_{\text{prod}} = C_{\text{dest}} = 0,2$ dans [58]. Senocak et Shyy [94] proposent des valeurs importantes de l'ordre de 10^4 et 10^6 . Dans sa thèse, Senocak propose une troisième formulation très proche des deux précédentes [93] qui montre l'origine des termes empiriques, ceux-ci permettant la prise en compte des différences de vitesses à l'interface.