État de l'art du comportement dynamique macroscopique des matériaux ductiles

Sommaire

2.1	Con	portement des matériaux sous sollicitation dynamique	7
	2.1.1	Comportement des matériaux en dynamique rapide	8
	2.1.2	Endommagement et critère de rupture des matériaux ductiles	12
2.2	Моу	rens expérimentaux de caractérisations du comportement dyna-	
	\mathbf{miq}	ue des matériaux	21
	2.2.1	Les essais de la barre de Kolsky ou Hopkinson $\hfill \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	21
	2.2.2	Les éprouvettes de compression	23
	2.2.3	Les éprouvettes de traction	24
	2.2.4	Les éprouvettes de cisaillement ou éprouvettes chapeaux	25
	2.2.5	Méthodes inverses d'identification des lois de comportement	26
2.3	Con	clusion sur l'état de l'art	28

Dans le but de modéliser des problématiques d'impact et de rupture dynamique, il est nécessaire d'identifier le comportement dynamique des matériaux. L'état de l'art suivant se veut une revue bibliographique des lois de comportement et des méthodes de caractérisation qui ont pour application la modélisation et la résolution de problèmes dynamiques. Par problèmes dynamiques, il faut entendre phénomènes durant lesquels les vitesses de déformation engendrées sont grandes ($\gg 1 \ s^{-1}$). Les lois de comportement présentées ici sont dites macroscopiques, c'est à dire qu'elles ne sont pas définies à partir de paramètres dont l'ordre de grandeur est à l'échelle de la microstructure (comme la taille de grain par exemple) (cf [Fivel 2004]).

2.1 Comportement des matériaux sous sollicitation dynamique

La notion de comportement des matériaux ductiles, pour des problématiques à faible vitesse de déformation, s'est développée depuis les années 1900 [Lemaître 1988]. Cependant le comportement dynamique, c'est à dire la réponse sous un champ de grandes vitesses de déformation $(\gg 1 \ s^{-1})$, est encore aujourd'hui difficilement modélisable et caractérisable (problèmes de mesures). Dans cette section, une présentation du comportement dynamique des matériaux ductiles est effectuée. Dans un premier temps, le comportement élasto-plastique des matériaux est présenté (section 2.1.1). Dans la section 2.1.2, il sera montré qu'à partir d'un certain seuil un matériau peut s'endommager, c'est à dire qu'apparaissent dans celui-ci des micro-vides ou des micro-fissures. La notion de critère de rupture des matériaux est aussi détaillée. Le but d'identifier les lois utilisables dans le cadre d'études sur l'impact et la perforation.

2.1.1 Comportement des matériaux en dynamique rapide

Lors de l'impact d'une structure solide sur une autre structure solide ou sur un fluide, la force induite par le choc entraine une déformation des matériaux. Pour lier champs de contraintes et de déformations, il faut connaitre le comportement des matériaux. Cette donnée peut ensuite être implémentée dans des codes de calculs pour effectuer des simulations numériques à caractère prédictif.

Le comportement d'un matériau avant rupture est la combinaison de différents comportements (Figure 2.1) : élastique, plastique, visqueux et tenant compte de la température [Lemaître 1988]. D'autres mécanismes existe, mais ne seront pas abordés ici (transformation, magnétique, piezo-électrique,...)

On associe souvent ces comportements de matériau à des modèles rhéologiques élémentaires. Ainsi le comportement élastique peut être schématisé comme un ressort, le comportement plastique comme un patin, le comportement visqueux comme un amortisseur. L'effet de température a tendance à adoucir le matériau [Lemaître 1988] (diminution de la limite d'élasticité avec l'augmentation de la température).



FIGURE 2.1 – Sensibilité du comportement à la vitesse de sollicitation pour l'alliage d'aluminium 7075 ($\dot{\varepsilon}=1~s^{-1}$ à $\dot{\varepsilon}=1000~s^{-1}$ [Verleysen 2011]).

En associant l'ensemble de ces phénomènes, différentes lois de comportement du matériau peuvent s'écrire. Elles sont de deux types :

- phénoménologiques, c'est-à-dire basées sur des considérations macroscopiques. Elles sont aussi considérées comme des lois de forme;

- physiques c'est-à-dire basées sur des considérations microscopiques : incluant les mécanismes et les paramètres à l'échelle de la microstructure, la taille de grains par exemple.

Dans le cadre de la thèse, on se concentrera uniquement sur les lois de comportement phénoménologiques. Dans la littérature, les lois de comportement sont souvent déterminées pour une utilisation sur une plage de vitesses de déformation spécifique. Pour trouver les « lois adéquates » à un phénomène précis, il faut considérer les vitesses de déformation qui sont engendrées.

Sur une échelle de vitesse de déformation (Figure 2.2), différentes plages dynamiques sont décrites. Pour des vitesses de déformation qui se situent entre 1 s^{-1} et 10 s^{-1} , on parle de régime dynamique lent [Jeunechamps 2008]. Entre 10 s^{-1} et 1000 s^{-1} , on parle de régime dynamique

moyen. C'est dans cette gamme de vitesse, que l'on retrouve les vitesses de déformation induites lors d'un crash test automobile [Smerd 2005]. Au-delà de vitesses égales à 1000 s^{-1} on parle de régime dynamique rapide : ces vitesses se retrouvent essentiellement dans les applications liées à la balistique ou aux explosions [Borvik 2011]. Un crash aérien est un problème qui induit des déformations dites de régime dynamique.



FIGURE 2.2 – Régime dynamique suivant les plages de vitesses de déformation.

La partie suivante est une revue bibliographique des principales lois de comportement destinées aux problèmes dynamiques. Le but de cette partie est d'identifier une loi de comportement, qui pourra être utilisée dans la suite du travail pour modéliser le comportement dynamique. Cette loi de comportement devra être valide pour les niveaux de vitesses de déformation qui apparaissent lors de phénomènes d'impact et de perforation.

2.1.1.1 Les lois phénoménologiques élémentaires

De nombreuses lois élémentaires de comportement plastique de matériaux ont été développées depuis les années 1900 [Ludwik 1909], [Norton 1929], [Ramberg 1943], [Hollomon 1945], [Voce 1948]. Elles sont rarement utilisées aujourd'hui car elles ne sont pas valident sur une large gamme de vitesse de déformation et sont donc devenues des composantes d'autres lois de comportement. Des termes de dépendance à la vitesse de déformation ou à l'adoucissement lié à la température leur sont habituellement additionnés ou multipliés. Ces lois sont utilisés pour des vitesses de déformation jusqu'à 1000 s⁻¹ [Bardelcik 2010] [Lim 2012]. Le Tableau 2.1 est un résumé de ces lois.

Auteur	Modèle	Source	Matériaux - Vitesse
Ludwik 1909	$\sigma = \sigma_0 + K \varepsilon^{\mathbf{p}(1/M)}$	[Ludwik 1909]	-
Norton 1929	$\sigma = K(\varepsilon^p)^{\frac{1}{M}} (\dot{\varepsilon}^p)^{\frac{1}{N}}$	[Norton 1929]	Acier, superalliage, 10^{-2} s ⁻¹
Ramberg Osgood 1943	$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + K \left(\frac{\sigma}{E}\right)^n$	[Ramberg 1943]	AA 1xxx, Acier
Hollomon 1945	$\sigma = K\varepsilon^n$	[Bardelcik 2010] [Lim 2012]	Acier, $<1000 \text{ s}^{-1}$
Voce 1948	$\sigma = \sigma_0 (1 - A e^{B\varepsilon})$	[Voce 1948]	Acier, $<1000 \text{ s}^{-1}$

Tableau 2.1 – Lois de comportement de base.

2.1.1.2 Les lois phénoménologiques de type multiplicatives

Une loi phénoménologique est dite multiplicative si c'est une loi dont les différents termes qui décrivent les effets de viscosité, d'écrouissage, et de température sont multipliés entre eux.

La vitesse de déformation peut venir changer la limite d'élasticité quasi-statique σ_0 d'un matériau. La limite d'élasticité dynamique σ_y est définie. Cowper et Symonds [Cowper 1967] expriment sa variation par la multiplication de la limite d'élasticité et d'un terme de dépendance à la vitesse de déformation exprimé à l'aide de deux paramètres D et p.

Cette loi est modifiée par Jones [Jones 1993], pour exprimer le terme de dépendance à la vitesse de déformation en fonction de la déformation ε . Le désavantage est l'addition d'un grand

nombre de paramètres dépendant du matériau (la déformation au seuil de plasticité ε_y et la déformation à la rupture ε_u). Le paramètre matériau D de la loi de Symonds est substitué dans cette nouvelle expression par deux paramètres différents : D_u et D_y . Peixinho [Peixinho 2007] exprime aussi le paramètre p de la loi de Jones en fonction de deux nouveaux paramètres p_u et p_y et de la déformation. Les expressions de ces lois sont résumées dans le tableau 2.2.

Proposée par Johnson et Cook en 1983 [Johnson 1983], à partir d'une analyse du comportement de divers matériaux (acier, aluminium, cuivre, nickel), la loi de Johnson-Cook est une loi dite de référence. Elle est implémentée dans de nombreux codes de calcul tel qu'Abaqus [Abaqus 2010], Radioss¹ ou encore Ansys². Elle est composée de trois termes multiplicatifs :

- un terme d'écrouissage qui dépend de trois paramètres caractéristiques du matériau : A, B et n.

- un terme de dépendance à la vitesse de déformation plastique $\dot{\varepsilon}^p = \frac{d\varepsilon^p}{dt}$ qui dépend de deux paramètres C et $\dot{\varepsilon}_0$.

- un terme de dépendance à la température qui dépend de la température de fusion du matériau T_f , de la température ambiante T_a et d'un paramètre m.

$$\sigma = (A + B\varepsilon^{pn}) \left(1 + C \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon^p}}{\dot{\varepsilon_0}}\right) \right) \left(1 - \left(\frac{T - T_a}{T_f - T_a}\right)^m \right)$$
(2.1)

Johnson et Cook utilisent cette expression pour une plage de vitesses de déformation entre 1 s^{-1} et 400 s⁻¹. Jeunechamps [Jeunechamps 2008] précise que cette loi peut s'avérer non valide pour des vitesses de déformation supérieures à 1000 s⁻¹. La résolution de l'équation entraine alors une sous-estimation de la contrainte. Cependant, la loi de Johnson Cook est utilisée dans des problèmes d'impact [Borvik 2011] ou d'explosion [Yang 2009]. Le paramètre de seuil de viscosité (epsilon₀) est souvent pris de l'ordre de grandeur des vitesses de déformation du problème. Dans les cas non dynamiques, il est courant de le voir compris entre 0,1 et 0,001 s⁻¹. Pour les cas dynamiques, il est souvent pris égale à 1 s⁻¹.

Dans le cadre de travaux sur le fer et le cuivre et pour une meilleure approximation de la contrainte à grandes vitesses de déformation $(> 1000 \text{ s}^{-1})$, Holmquist et Johnson [Holmquist 1991] modifient l'expression du terme de vitesses de déformation. Le paramètre C est changé pour devenir un paramètre en exposant. Cette nouvelle loi est utilisée pour des vitesses de déformation allant jusqu'à 100 000 s⁻¹ sur un alliage de titane.

$$\sigma = (A + B\varepsilon^{pn}) \left(\frac{\dot{\varepsilon^p}}{\dot{\varepsilon_0}}\right)^C \left(1 - \left(\frac{T - T_a}{T_f - T_a}\right)^m\right)$$
(2.2)

Un autre modèle de comportement multiplicatif est proposé par Kobayashi [Kobayashi 1989]. À partir de la loi de base d'Hollomon à laquelle il rajoute un terme de dépendance à la vitesse et à la température. Il crée ainsi une loi dépendante à l'incrément de température ΔT et de paramètres propres au matériau : K, n, m et c. Cette loi est utilisée pour une gamme de vitesses allant jusqu'à 3100 s⁻¹.

$$\sigma = K\varepsilon^n \dot{\varepsilon}^m (1 - c\Delta T) \tag{2.3}$$

Le Tableau 2.2 résume ces résultats.

^{1.} Radioss : logiciel de simulation de crash d'Altair Engineering

^{2.} Ansys : Suite de logiciel éléments finis de la société ANSYS, Inc

Auteur	Modèle	Source	Matériaux - Vi-
			tesse
Cowper- Symonds	$\sigma_y = \sigma_0 \left(1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}^p}{D}\right)^{\frac{1}{p}} \right)$	[Cowper 1967]	Duralumin 2017 Al 1000 s^{-1}
Jones	$\sigma = \sigma_0 \left(1 + \left(\frac{(\varepsilon_u - \varepsilon_y) \dot{\varepsilon}^p}{(\varepsilon - \varepsilon_y) D_u + (\varepsilon_u - \varepsilon) D_y} \right)^{\frac{1}{p}} \right)$	[Peixinho 2007] [Jeunechamps 2008]	Acier 1000 s^{-1}
Cowper Sy- monds mo- difié 2	$\sigma = \sigma_0 \left(1 + \left(\frac{(\varepsilon_u - \varepsilon_y) \dot{\varepsilon}^p}{(\varepsilon - \varepsilon_y) D_u + (\varepsilon_u - \varepsilon) D_y} \right)^{\frac{(\varepsilon_u - \varepsilon_y) \dot{\varepsilon}^p}{(\varepsilon - \varepsilon_y) p_u + (\varepsilon_u - \varepsilon) p_y}} \right)$	[Peixinho 2007]	Acier 1000 s^{-1}
Johnson- Cook	$\sigma = (A + B\varepsilon^{pn}) \left(1 + C \ln \left(\frac{\varepsilon^{p}}{\varepsilon_{0}}\right) \right) \left(1 - \left(\frac{T - T_{a}}{T_{f} - T_{a}}\right)^{m} \right)$	[Johnson 1983]	Acier, alliage d'alumi- nium, alliage de nickel $1 \ a \ 100$ s^{-1}
Johnson- Cook modifié	$\sigma = (A + B\varepsilon^{\mathbf{p}n}) \left(\frac{\dot{\varepsilon^p}}{\dot{\varepsilon_0}}\right)^C \left(1 - \left(\frac{T - T_a}{T_f - T_a}\right)^m\right)$	[Holmquist 1991]	$\begin{array}{cc} \text{Alliage} \\ \text{de} & \text{Ti-} \\ \text{tane} & 100 \\ 000 \text{ s}^{-1} \end{array}$
Kobayashi	$\sigma = K\varepsilon^n \dot{\varepsilon}^m (1 - c\Delta T)$	[Kobayashi 1989]	$\begin{array}{ccc} 7075 & \text{Al}, \\ 1300 & \texttt{a} \\ 3100 & \text{s}^{-1} \end{array}$

Tableau 2.2 – Lois de comportement multiplicatives.

2.1.1.3 Les lois phénoménologiques de type additives

Dans les lois additives de comportement les différents termes sont additionnés entre eux [Lindholm 1964], [Zhao 1997]. Pour Lindholm [Lindholm 1964], la limite d'élasticité $\sigma_0(\varepsilon)$ est additionnée à un terme de dépendance à la vitesse de déformation. Dans son modèle, Zhao [Zhao 1997] additionne à une loi multiplicative un deuxième terme visqueux. Le tout est multiplié par un terme de dépendance à la température. Le but de son étude est de créer une loi adaptée à des alliages d'aluminium et des aciers, pour des vitesses de déformation pouvant aller jusqu'à 10 000 s⁻¹. Ce modèle dépend de 10 paramètres, A, B, n, C, D, m, E, k, μ , $\dot{\varepsilon}_0$, de la déformation plastique ε^p et de la vitesse de déformation plastique $\dot{\varepsilon}^p$.

$$\sigma = (A + B\varepsilon^{pn} + (C - D\varepsilon^{pm})\ln\frac{\dot{\varepsilon}^p}{\dot{\varepsilon}_0} + E(\dot{\varepsilon}^p)^k)(1 - \mu\Delta T)$$
(2.4)

Le Tableau 2.3 résume ces résultats.

Chapitre 2. État de l'art du comportement dynamique macroscopique des matériaux ductiles

Auteur	Modèle	Source	Matériaux - Vitesse
Lindholm	$\sigma = \sigma_0(\varepsilon) + \sigma_1(\varepsilon)\ln(\dot{\varepsilon})$	[Lindholm 1964]	Alliage d'alu- minium et de cuivre, 1000 s^{-1}
Zhao	$\sigma = (A + B\varepsilon^{pn} + (C - D\varepsilon^{pm}) \ln \frac{\dot{\varepsilon}^{p}\dot{\varepsilon}_{0}}{+} E(\dot{\varepsilon}^{p})^{k})(1 - \mu\Delta T)$	[Zhao 1997]	Acier, alliage d'aluminium, $10 \ 000 \ s^{-1}$

Tableau 2.3 – Lois de comportement additives.

2.1.1.4 Prise en compte de la température

La réponse d'un matériau sous un chargement dynamique est affectée par l'élévation locale de la température induite par les déformations inélastiques [Clifton 2000]. Le problème devient thermo-mécanique (Figure 2.4). Un couplage est donc nécessaire. D'un point de vue thermodynamique, l'échauffement est rapide, et il n'y a donc pas d'échange thermique entre le matériau et l'extérieur. Le problème est adiabatique. On introduit un facteur β appelé fraction de déformation plastique convertie en chaleur dans un bilan énergétique qui utilise le premier principe de la thermodynamique [Hodowany 2000] :

$$\Delta U = W + Q \tag{2.5}$$

où ΔU est la variation de l'énergie interne du système, W le travail échangé avec le milieu extérieur et Q la quantité d'énergie sous forme de chaleur.

$$Q = \rho c \dot{T} = \beta \sigma \dot{\varepsilon}^p \tag{2.6}$$

avec ρ la masse volumique, c la capacité thermique massique, T la température, β la fraction de déformation plastique convertie en chaleur, σ la contrainte et ε^p la déformation plastique.

La fraction de déformation plastique convertie en chaleur est généralement une constante égale à 0,9. Clifton [Clifton 2000] a cependant démontré que ce facteur évolue en fonction de la déformation plastique (Figure 2.5) variant de 0,3 à 1 pour un alliage d'aluminium de désignation 2024 T3 sous une vitesse de déformation de 3000 s⁻¹.

2.1.1.5 Conclusion

Les lois de comportement phénoménologique adaptées aux problèmes dits dynamiques ont été présentées ici. Des simulations numériques d'impact (solide sur structure et solide sur fluide) et de perforation (impact solide sur solide) sont effectuées dans la suite de ce rapport. Les vitesses de déformation pendant ces impacts sont de l'ordre 1000 s^{-1} . Le choix de la loi de comportement de Johnson Cook avec une prise en compte de l'adoucissement induit par la température a été justifié ici car cette loi est valide pour cette gamme de vitesse de déformation (Figure 2.3).

2.1.2 Endommagement et critère de rupture des matériaux ductiles

À partir d'un certain seuil de déformation des matériaux ductiles, il y a apparition de microfissures ou de microcavités qui croissent et coalescent pour produire la rupture (Figure 2.6).





FIGURE 2.4 – Couplage thermo-mécanique [Hor 2011].



FIGURE 2.5 – Evolution de β en fonction de la déformation plastique [Hodowany 2000].

Dans cette section, les modèles décrivant la rupture des matériaux ductiles sont présentés. Il existe deux approches de la rupture : la première est par endommagement et la deuxième par critère de rupture.



FIGURE 2.6 – Schémas de principe de l'endommagement d'après [Ruggieri 2004].

Définition de l'endommagement

Une définition de l'endommagement d'un matériau est donnée par Lemaître et Chaboche [Lemaître 1988] (Figure 2.7). Un matériau est endommagé, lorsque des microfissures et microcavités apparaissent. Un élément de taille macroscopique de ce matériau est plus particulièrement étudié. Sur une face de cet élément, la surface S et l'aire résistante S_r sont relevées. L'aire des fissures S_D est définie :

$$S_D = S - S_r \tag{2.7}$$



FIGURE 2.7 – Elément endommagé.

On définit la variable d'endommagement D comme le rapport de la surface des défauts sur l'aire totale :

$$D = \frac{S_D}{S} \tag{2.8}$$

Cette définition, valable sur une face d'élément, devient vraie pour l'ensemble du matériau si celui-ci est considéré isotrope et homogène : les fissures et les cavités sont uniformément orientées dans toutes les directions. La variable d'endommagement est ainsi une valeur adimensionnelle comprise entre 0 et 1.

Cette variable d'endommagement intervient dans le modèle de comportement du matériau. Ainsi au lieu de n'être qu'une fonction de la déformation, de la vitesse de déformation et de la température la contrainte « endommagée » $\tilde{\sigma}$ est aussi une fonction de la variable d'endommagement D :

$$\tilde{\sigma} = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T, D) = \frac{\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T)}{1 - D}$$
(2.9)

A partir d'un certain seuil d'endommagement, il y a rupture du matériau. Pour Lemaître et Chaboche [Lemaître 1988], le passage entre endommagement et rupture est effectif lorsque la valeur d'endommagement D atteint un seuil critique D_c souvent prix égal à 1.

$$D = D_c \tag{2.10}$$

Définition des critères de rupture

Une deuxième approche est présentée ici. Lorsque le matériau est suffisamment sollicité, il rompt. Un critère de rupture peut alors être défini. Ces critères sont souvent indépendants de l'endommagement du matériau [Hor 2011]. La rupture est la conséquence de l'atteinte par la déformation plastique équivalente $\bar{\varepsilon}^p$ d'une valeur critique [Jeunechamps 2008]. L'intégrale suivante traduit ce phénomène :

$$\int_{0}^{\bar{\varepsilon}_{final}^{p}} f(\sigma, \varepsilon) \,\mathrm{d}\bar{\varepsilon}^{p} = C \tag{2.11}$$

Lorsque cette intégrale de la fonction de pondération $f(\sigma, \varepsilon)$, qui traduit bien l'accumulation d'un phénomène, atteint la valeur critique C, le matériau est rompu. Les critères de rupture les plus couramment utilisés et leur fonction de pondération associée sont présentés dans la section 2.1.2.2. À noter que des revues bibliographiques ont déjà été effectuées sur le sujet [Jeunechamps 2008] [Hor 2011] [Clift 1990] [Montheillet 1986] [Zerilli 1987].

2.1.2.1 Endommagement des matériaux ductiles

Le tableau 2.4 résume les principales formulations de l'endommagement présentées ci-après.

La variable d'endommagement D peut être basée sur des considérations microscopiques. Gurson [Gurson 1977] utilise la théorie de la nucléation, la croissance et la coalescence de cavités sphériques. Il définit alors deux volumes : le volume apparent du matériau V_A et le volume réél du matériau V_M . L'endommagement est alors défini comme une fonction de ces deux volumes. D'autres modèles basés sur des considérations microscopiques existent. Ces modèles ne seront pas présentés dans ce travail [Rousselier 1987], [Tvergaard 1984], [Tanguy 2002], [Bai 2010].

La variable d'endommagement peut aussi être basée sur des considérations macroscopiques ou empiriques. La plus simple façon de caractériser l'endommagement est d'effectuer des essais de chargement-déchargement sur une éprouvette de traction [Lemaître 1988] (1). L'endommagement D s'écrit en fonction du module de Young E et du module de Young « endommagé » \tilde{E} . À cet endommagement, un endommagement plastique ductile peut être substitué pour les grandes déformations. Lemaitre [Lemaître 1988] (2) justifie son existence par la chute de contrainte observée à partir du point d'équilibre $(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = 0)$ de la courbe de traction uniaxiale. L'écrouissage d'un matériau peut se définir par une loi macroscopique. La déformation plastique ε^p s'écrit en fonction des paramètres matériaux K et M et de la limite d'élasticité σ_0 [Ludwik 1909] (cf Tableau 2.1) : $\varepsilon^p = (\frac{\tilde{\sigma} - \sigma_0}{K})^M = (\frac{\frac{\tilde{\tau} - D}{K} - \sigma_0}{K})^M$. La variable d'endommagement D devient donc dépendante de la loi d'écrouissage.

Lemaître [Lemaître 1988] (3) décrit un modèle d'endommagement pour les matériaux sollicités de façon uniaxiale. La variable d'endommagement ne dépend alors que de la déformation ε , de la déformation en deçà de laquelle l'endommagement est nul ε_D , de la déformation de rupture ε_f et de l'endommagement critique D_c .

Goldthorpe [Goldthorpe 1997] reprend l'équation de Rice et Tracey sur la croissance des vides sphériques, pour formuler l'endommagement de façon empirique, en fonction de la pression hydrostatique p_h , de la contrainte équivalente de von Mises σ_{eq} et de la déformation ε .

Pour Hancock et Mackenzie [Hancock 1976], l'évolution de l'endommagement D s'écrit à l'aide de la déformation plastique à la rupture ε_f et du taux de déformation plastique équivalente $\dot{\varepsilon}^p$. L'idée de Hancock et Mackenzie est de faire dépendre la déformation de rupture de paramètres matériau D_1 , D_2 et D_3 et du rapport entre la pression hydrostatique p_h et la contrainte équivalente de von Mises σ_{eq} qui correspond à la triaxialité des contraintes. Ce modèle dépend de la vitesse de déformation plastique.

Bonora [Bonora 2005] montre que l'évolution de l'endommagement peut s'exprimer en fonction de la valeur critique de l'endommagement D_c , de l'endommagement initial D_0 , de l'exposant d'endommagement α qui détermine la forme de la courbe d'endommagement, du coefficient de Poisson ν , de la déformation plastique de rupture ε_f , de la déformation en deçà de laquelle l'endommagement est nul ε_D , de la pression hydrostatique p_h et de la contrainte équivalente de von Mises σ_{eq} .

Johnson Cook [Johnson 1985] décrit l'évolution de la variable d'endommagement comme :

$$\dot{D} = \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^p}{\varepsilon_f} \tag{2.12}$$

Le modèle est dit dynamique car la déformation plastique à la rupture est dépendante de la vitesse de déformation plastique équivalente $\dot{\varepsilon}^p$, de paramètres matériau D_1 , D_2 , D_3 , D_4 et D_5 , de la pression hydrostatique p_h , de la contrainte équivalente de von Mises σ_{eq} , de la déformation plastique $\dot{\varepsilon}^p$, de la température de fusion du matériau T_f , de la température ambiante T_a et de la température T.

$$\varepsilon_f = (D_1 + D_2 e^{D_3 \frac{p_h}{\sigma_{eq}}})(1 + D_4 \ln \frac{\dot{\varepsilon}^p}{\dot{\varepsilon}_0^p})(1 - D_5 (\frac{T - T_a}{T_f - T_a})^m)$$
(2.13)

L'évolution de l'endommagement s'écrit alors :

$$\dot{D} = \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^p}{(D_1 + D_2 e^{D_3 \frac{p_h}{\sigma_{eq}}})(1 + D_4 \ln \frac{\bar{\varepsilon}^p}{\bar{\varepsilon}_0^p})(1 - D_5 (\frac{T - T_a}{T_f - T_a})^m)}$$
(2.14)

Sur une courbe de traction, l'endommagement d'un matériau se manifeste par une diminution de la contrainte à partir d'une initiation de l'endommagement (Figure 2.8). Cette initiation peut par exemple être donnée par une déformation seuil ou une déformation d'initiation tel que définit par Johnson Cook dans l'équation 2.13. À partir de cette initiation, l'endommagement n'est plus nul, il commence à évoluer. Sur la courbe de traction, la diminution de la contrainte est

caractérisée par la relation suivante entre la contrainte sans endommagement $\tilde{\sigma}$ et la contrainte avec endommagement σ :

$$\sigma = (1 - D)\tilde{\sigma} \tag{2.15}$$



FIGURE 2.8 – Illustration du modèle d'endommagement implémenté dans Abaqus.

L'évolution de l'endommagement entre 0 et 1 doit être alors définie. Il est possible d'utiliser une approche énergétique. Pour simuler l'ouverture d'une fissure de longueur l dans un béton, Hillerborg [Hillerborg 1976] utilise une expression de l'énergie absorbée G par unité de surface de la fissure :

$$G = \int_0^l \sigma \,\mathrm{dl} \tag{2.16}$$

Cette définition est reprise dans le manuel d'utilisation du logiciel de simulation numérique par éléments finis Abaqus qui en déduit une loi d'évolution de l'endommagement[Abaqus 2010]. L'énergie total absorbée G_f est définit dans chaque élément de la discrétisation en fonction de sa grandeur caractéristique L, de la contrainte σ et de la déformation plastique équivalente initiale $\bar{\varepsilon}_0^p$ et finale $\bar{\varepsilon}_R^p$:

$$G_f = \int_{\bar{\varepsilon}_0^p}^{\bar{\varepsilon}_R^p} L\sigma \,\mathrm{d}\bar{\varepsilon}^p \tag{2.17}$$

Cette énergie est l'énergie de rupture du matériau. Elle permet de définir l'évolution de l'endommagement qui peut être de deux types :

- linéaire : la variation de l'endommagement s'écrit alors en fonction de la contrainte où le critère de rupture est atteint σ_{y0} .

$$\dot{D} = \frac{\sigma_{y0}L\dot{\bar{\varepsilon}}^p}{2G_f} \tag{2.18}$$

- exponentielle : l'endommagement s'écrit :

$$D = 1 - exp\left(-\int_0^{\bar{\varepsilon}^p} \frac{\sigma L}{G_f} \,\mathrm{d}\bar{\varepsilon}^p\right) \tag{2.19}$$

Dans Abaqus, la déformation d'initiation, à partir de laquelle commence l'endommagement ε_f est donnée par l'équation 2.13 de Johnson Cook. L'évolution linéaire ou exponentielle de l'endommagement D est donnée par les équations 2.18 ou 2.19.

D'autres modèles existent, mais ne sont pas développés ici. Il est possible de citer celui de Driemeir [Driemeier 2005] qui est un cas particulier du modèle de Lemaitre et Chaboche et celui de Cochran et Banner [Cochran 1977] utilisé pour l'uranium.

Auteurs	Modèle d'endommagement	Source
Gurson	$D = \frac{V_A - V_M}{V_A}$	[Gurson 1977]
Lemaitre	$D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E}$	[Lemaître 1988]
		(1)
Lemaitre	$D = 1 - \frac{\sigma}{K\varepsilon^{1/M} + \sigma_0}$	[Lemaître 1988]
		(2)
Lemaitre	$D = D_c \frac{\varepsilon - \varepsilon_D}{\varepsilon_f - \varepsilon_D}$	[Lemaître 1988]
	, _	(3)
Goldthorpe	$D = \int_0^{\varepsilon} 0.67 \exp(1.5 \frac{p_h}{\sigma_{eq}} - 0.004 (\frac{p_h}{\sigma_{eq}})^{-1.5}) \mathrm{d}\varepsilon$	[Goldthorpe 1997]
Hancock et	$\dot{D} = \frac{\dot{\varepsilon}^p}{D_1 + D_2 \exp((D_2 \frac{p_h}{D_1}))}$	[Hancock 1976]
Mackenzie	$-1 + 2 - r ((-3 \sigma_{eq}))$	[Jeunechamps 2008]
Bonora	$\dot{D} = \frac{(D_c - D_0)^{1/\alpha}}{\ln(\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_D})} \frac{3}{2} (1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \frac{p_h}{\sigma eq}$	[Bonora 2005]
Johnson	$\varepsilon_f = (D_1 + D_2 e^{D_3 \frac{p_h}{\sigma_{eq}}}) (1 + D_4 \ln \frac{\dot{\varepsilon}^p}{\dot{\tau}_p}) (1 - D_5 (\frac{T - T_a}{T_e - T_a})^m)$	[Johnson 1985]
Cook	ε_0 - J - a	
Hillerborg -	$\dot{D} = \frac{\sigma_{y0}L\dot{\varepsilon}^p}{2G_{\ell}}$	[Hillerborg 1976]
Abaqus li-		[Abaqus 2010]
néaire		
Hillerborg -	$D = 1 - \exp(-\int_0^{\overline{\varepsilon}^p} \frac{\sigma L}{G_f} d\overline{\varepsilon}^p)$	[Hillerborg 1976]
Abaqus ex-	- ,	[Abaqus 2010]
ponentielle		

Tableau 2.4 – Liste des modèles d'endommagement.

2.1.2.2 Critères de rupture ductile

Le tableau 2.5 présente les principaux critères de rupture et leur fonction de pondération associée (Equation 2.11).

Freudenthal [Freudenthal 1950] postule que l'énergie de déformation plastique peut être utilisée pour définir un critère de rupture de l'équation 2.11. Ainsi, la valeur critique C de l'équation 2.11 est une énergie.

Le critère de Cockroft et Latham est similaire au critère de Freudenthal. La contrainte équivalente de von Mises est remplacée par la contrainte principale maximale σ_1 . Dans le critère de Oh [Oh 1979], la contrainte principale maximale est normalisée par la contrainte équivalente de von Mises.

McClintock [McClintock 1968] postule un critère général à partir de la croissance d'une cavité cylindrique, dans un matériau aux dimensions infinies, sous un chargement bidimensionnel. Le critère s'écrit sous une forme intégrale, en fonction des contraintes dans les directions principales σ_1 et σ_2 , d'un paramètre du matériau n et de la contrainte équivalente de von Mises σ_{eq} .

Brozzo [Brozzo 1972] modifie le critère de rupture de Cockroft et Latham et lui ajoute une dépendance à la pression hydrostatique p_h .

Norris [Norris 1978] développe un critère basé sur l'intégrale de la pression hydrostatique p_h

et d'un paramètre matériau A. Au critère de Norris, Atkins [Atkins 1981] ajoute une dépendance au rapport des incréments de déformation $\frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_2}$.

Oyane [Oyane 1980] décrit un critère pour un matériau poreux. Le matériau rompt lorsque le volume d'une cavité V_0 atteint un volume critique de rupture V_r [Hor 2011]. Oyane propose une relation entre le volume d'une cavité et le tenseur local des contraintes en fonction de paramètres matériau a et b, de la pression hydrostatique p_h et de la contrainte équivalente de von Mises σ_{eq} En modifiant cette relation, Oyane écrit son critère sous une forme intégrale, avec A un paramètre matériaux.

Goijaerts [Goijaerts 2001] propose une évolution du critère d'Oyane. Dans cette formulation, A et C_G sont des paramètres matériaux ($\langle x \rangle = \frac{1}{2}(x + |x|)$ représente la notation de de Mac-Caulay).

Huang [Huang 2009] développe un nouveau critère de rupture en définissant la contrainte maximale σ_1 et la contrainte minimale σ_3 dans le repère des contraintes principales et de même le déviateur des contraintes maximales s_1 et minimales s_3 . Ainsi, il écrit le critère en fonction d'un paramètre matériau C_1 et de la pression hydrostatique p_h .

2.1.2.3 Conclusion sur l'endommagement et les critères de ruptures des matériaux ductiles

Une revue bibliographique des lois d'endommagement et des critères de rupture adaptés aux problématiques dynamiques a été proposée ici. Dans la suite de ce travail des simulations numériques de perforation et d'essais Charpy seront effectuées. Les vitesses de déformations sont pour ces applications de l'ordre de 1000 s^{-1} . C'est pour cela qu'il est choisi d'utiliser la loi d'endommagement de Johnson Cook tel qu'implémentée dans le code éléments finis Abaqus (couplage entre une loi d'initiation et une loi d'évolution).