

---

## Etude bibliographique sur le procédé de découpage

### I.1.1 - Historique des études en découpage

Les études scientifiques concernant le domaine du découpage ont commencé à se développer dès la fin de la seconde guerre mondiale. Durant cette période, les chercheurs ont formalisé les connaissances empiriques issues des pratiques industrielles et développé des lois de comportement plus proches des phénomènes physiques observés. Les travaux expérimentaux portent principalement sur l'influence de quelques paramètres géométriques du procédé de découpage tel que le jeu poinçon/matrice et la forme des outillages [5]. Les auteurs s'intéressent essentiellement à la caractérisation de l'effort de découpe ainsi qu'à l'énergie mise en œuvre afin d'optimiser le procédé.

La modélisation théorique du découpage commence à partir des années 60, par le développement des modèles prédictifs [6]. En même temps, les travaux expérimentaux portent sur une bonne compréhension du comportement du matériau au cours de l'opération de découpe [7].

A partir des années 70, des protocoles de simulation numérique des procédés commencent à se développer. En effet, C. Lee et S. Kobayashi traitent le problème d'indentation par la méthode des éléments finis [8]. Cette technique a été ensuite appliquée sur le procédé de découpage. En parallèle, de nouvelles techniques expérimentales ont été appliquées au découpage par W. Dos Santos [9], afin d'identifier les phénomènes liés à la vitesse de déformation et à la localisation de la déformation.

Au cours des années 80, les travaux en découpage s'intéressent principalement à la simulation des mécanismes d'endommagement et de rupture. Les modèles théoriques proposent des traitements plus élaborés de ces mécanismes ([10], [11], [12], [13]).

A partir de 1990, l'évolution des codes de calcul fortement non-linéaires permet de mettre en œuvre des simulations numériques du procédé de découpage intégrant des modèles plus évolués. Par contre, du fait des performances des machines de calcul, la majeure partie des études ne traitent que de problèmes bidimensionnels ([1], [14]).

Les travaux les plus récents portent sur la prise en compte des effets des paramètres procédé/matériau tels que la vitesse de découpe et la température [15], à la modélisation de l'endommagement et de la rupture en découpage ([16], [17], [18], [19], [20], [21]; [22], [23], [24], [25]). Certaines études s'intéressent également à l'influence de l'usure des outillages sur la prédiction de l'effort de découpe et sur le profil découpé ([26], [27]).

## I.1.2 - Synthèse des travaux expérimentaux

### I.1.2.1 - Principe du procédé de découpage

Le découpage fait partie des procédés les plus couramment utilisés, dans l'industrie, pour la mise en forme des tôles. Il permet en effet d'obtenir des pièces de formes très élaborées en un nombre de passes très réduit. Ceci est particulièrement vrai pour les grandes séries dans les secteurs des transports, des équipements électrique, de la chaudronnerie, ...

Le terme découpe désigne l'enlèvement de la matière par cisaillement. Cette opération s'effectue soit par cisailage (Figure I-1) soit par poinçonnage (Figure I-2).

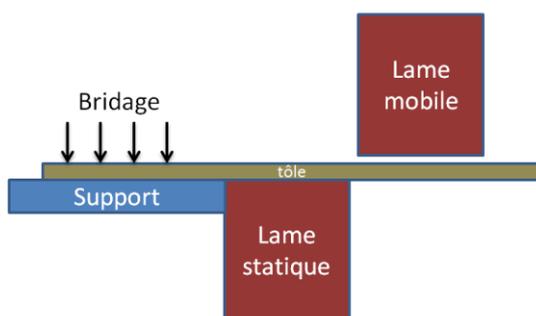


Figure I-1 : Principe du procédé de découpe à la cisaille

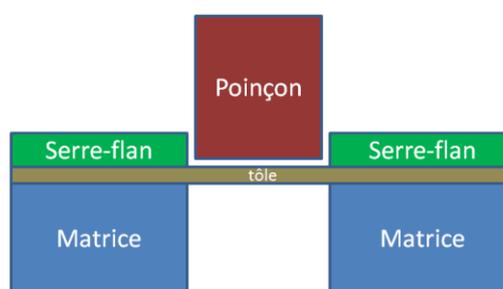


Figure I-2 : Principe du procédé de poinçonnage

Le poinçonnage désigne la découpe de formes plus ou moins complexe dans une tôle (appelée généralement flan, bande, etc.), la partie utile pouvant être soit la bande, soit la chute. L'outillage est composé :

- D'un **poinçon** animé d'un mouvement de translation vertical alternatif afin de permettre la pénétration du poinçon dans la matière puis sa remontée,
- D'une **matrice** qui contient l'empreinte à découper et sur laquelle repose la tôle. L'écrasement de la matière entre l'arête coupante de la matrice et celle du poinçon provoque la concentration de l'effort exercée sur cette zone et par la suite la séparation de la matière.
- D'un **serre-flan** qui assure le maintien de la bande pendant la découpe.

Ces dispositifs de découpage sont installés généralement sur des presses hydrauliques ou mécaniques dimensionnées en fonction des efforts à exercer pour découper une pièce suivant ces paramètres géométriques imposés (épaisseur, forme, matériau, etc.) et des cadences de production à respecter.

### I.1.2.2 - Aspects de caractérisation du procédé

La littérature montre que la caractérisation du procédé de découpage s'effectue à partir de deux types d'études : l'évolution de l'effort de découpage et l'analyse du profil du bord découpé.

- **Effort de découpage** : Il est caractérisé par la courbe (effort/pénétration) qui permet de dimensionner la presse. Elle permet également d'identifier les différentes phases de la découpe (Figure I-3). Les travaux de A. Maillard [14], utilisent cette courbe pour décrire les phases de découpe :
  - Phase I (OA): évolution linéaire de l'effort associé à une déformation élastique du matériau.
  - Phase II (AB): déformation plastique non linéaire de la tôle. L'effort maximal correspond à une instabilité plastique analogue à celle rencontrée en traction [10]. Une bande de cisaillement plastique se forme pendant cette phase.
  - Phase III (BC): développement progressif de l'endommagement suite à la déformation plastique. La diminution de l'effort observé est une conséquence de la réduction de l'épaisseur de la bande de cisaillement.
  - Phase IV (CD): amorçage des fissures au niveau des deux arêtes coupantes (poinçon et matrice). Une chute importante de l'effort du poinçon due à la propagation rapide des fissures est constatée.
  - Phase V (DE): expulsion complète de la chute découpée. Elle correspond à l'effort de frottement dû à la poussée de la chute dans la matrice lors de descente du poinçon.

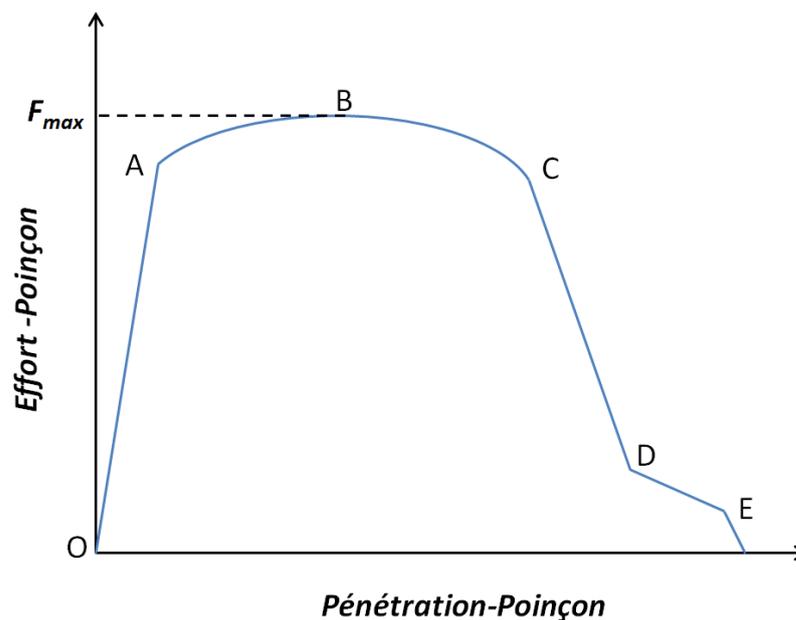


Figure I-3 : Exemple de courbe effort-déplacement du poinçon en découpage

L'aire sous courbe entre 0 et C permet de calculer l'énergie nécessaire pour la découpe du matériau.

- **Qualité de la découpe** : le critère principal pour qualifier le profil d'une pièce découpée réside dans le respect ou non de la géométrie attendue. Il est

possible de relier les différentes zones caractéristiques du profil de découpe au diagramme effort/déplacement ([1], [14]). Quatre zones principales apparaissent sur le profil de la pièce découpée (Figure I-4) :

- La tombée : elle apparaît dans la phase élasto-plastique du matériau. La tombée est liée à la flexion de la tôle sous l'effet du couple engendré entre le poinçon et la matrice. Cette zone correspond aux phases I et II.
- La zone cisailée : elle a l'aspect lisse, consécutive aux déformations plastiques subies par la tôle, on parle ici d'écoulement plastique. Elle se forme dans la zone II et III. Cette zone doit être la plus étendue possible, pour garantir l'intégrité de la géométrie attendue.
- La zone arrachée (ou de rupture): elle correspond à la rupture de la matière. La déformation importante localisée, dans la phase III, provoque l'apparition des micro-fissures qui se propagent rapidement d'un bord à l'autre de la tôle.
- La bavure : elle résulte de la formation de la tombée de découpe en phase I et de l'amorçage de fissures macroscopiques en phase IV [28]. Elle doit être la plus réduite possible.

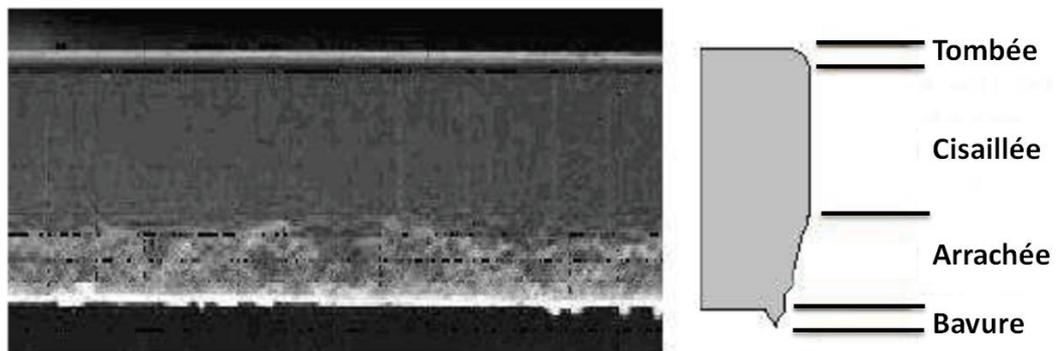


Figure I-4 : Caractérisation du profil d'une pièce découpée [29]

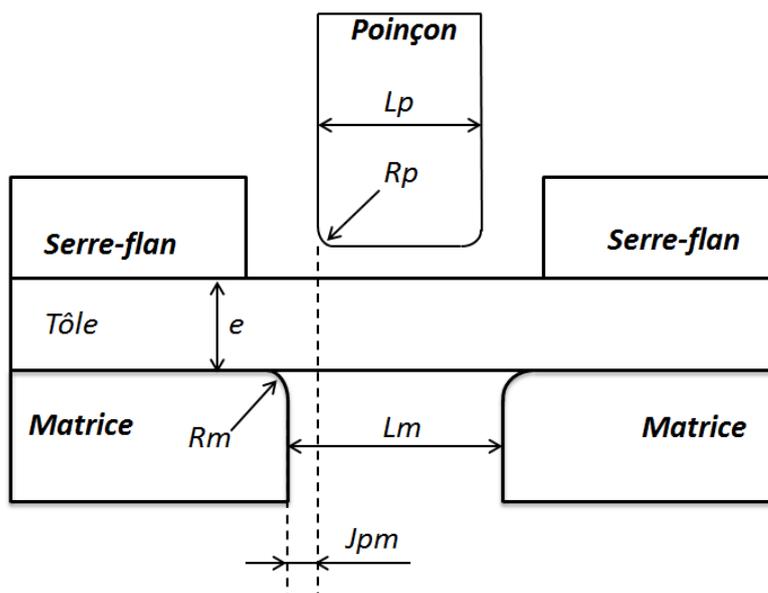
#### 1.1.2.3 - Paramètres du procédé

La compréhension des principaux mécanismes de déformation lors du découpage dépend, non seulement de la caractérisation du comportement du matériau, mais également des effets du couple procédé-matériau en termes de :

- Paramètres géométriques : jeu poinçon-matrice, géométrie et usure des outils.
- Paramètres physiques : taille de grain, vitesse de déformation, dureté, frottement, température.

**Paramètres géométriques** : La Figure I-5 présente les paramètres géométriques les plus influents sur l'effort et la qualité en phase de découpage.

- Jeu poinçon-matrice: c'est le paramètre le plus significatif du procédé de découpage :
  - Il influence directement la qualité du profil de la pièce découpée :
    - Une diminution du jeu provoque l'augmentation de la zone cisailée et la diminution de la zone arrachée ( [28], [30], [18], [18]).
    - Un jeu trop important perturbe le trajet de fissuration [31].
  - Des valeurs de jeu trop faibles pénalisent l'énergie mise en jeu pour la découpe ( [32], [30], [33]).
  - Le jeu modifie sensiblement la distribution des contraintes lors de la phase de cisaillement [24].
- Acuité d'arête (valeurs des rayons d'outils): les valeurs des rayons d'outils impactent:
  - La qualité de la découpe : une augmentation des rayons d'outils induit l'augmentation de la taille de bavure ( [18], [21]) et la diminution de la rugosité de la zone cisailée [21].
  - L'initiation de rupture : la pénétration du poinçon qui correspond à l'initiation de fissure dans la tôle augmente avec l'augmentation du rayon du poinçon [21].



- $L_p$  : largeur ou diamètre (cas axisymétrique) du poinçon
- $L_m$  : largeur ou diamètre (cas axisymétrique) de la matrice
- $J_{pm}$  : jeu poinçon-matrice
- $R_p$  : rayon de l'arête coupante du poinçon
- $R_m$  : rayon de l'arête coupante de la matrice

Figure I-5 : Paramètres géométriques caractéristiques du découpage

### Paramètres physiques :

- Dureté du matériau: R. Balendra et F.W. Travis ont changé la dureté d'un acier HLE par traitements thermiques [34]. Ils ont ensuite réalisé un ensemble d'essais de découpage. Ils ont constaté que l'effort maximal de découpage augmente de façon quasi-linéaire avec l'augmentation de la dureté. L'énergie de découpage de la phase I augmente également. En revanche, la pénétration associée à la rupture diminue. Conformément à ces résultats, C. Wong et M.K. Das distinguent deux modes de rupture en se plaçant dans les deux configurations extrêmes : rupture ductile pour les matériaux à faible dureté et rupture fragile pour les matériaux très durs [35].
- Vitesse de découpage: L'étude de l'influence de la vitesse de découpage a débuté réellement en 1970 [34]. On distingue deux procédés : le découpage statique et le découpage dynamique. En mesurant la dureté correspondant à un essai d'indentation statique (HS) et la dureté correspondant à un essai dynamique (HD), Y.W. Stegman et al. [36] et plus récemment S. Meunier [32] montrent que l'effort maximal de découpage diminue lorsque la vitesse du poinçon augmente. La pénétration à la rupture totale augmente également ce qui se traduit par une hauteur de la zone cisailée plus importante. En effet, la vitesse importante du poinçon force le matériau à se déformer rapidement. Cette variation rapide de déformation plastique conduit à une dissipation thermique plus importante et par conséquent à une augmentation de la température qui provoque un adoucissement du matériau.
- Température: Peu de travaux expérimentaux traitent cet aspect. Pourtant l'influence de la température sur le comportement des matériaux utilisés en découpage est très importante. L'influence de l'augmentation de température sur l'effort maximal de découpage est présentée dans les travaux de W. Johnson [37]. Ces résultats montrent que l'augmentation de la température diminue l'effort maximal de découpage pour les alliages cuivreux.
- Microstructure: Lorsque l'épaisseur de la tôle est diminuée de façon à ce qu'elle soit du même ordre de grandeur que celle des grains, on parle des phénomènes d'effets d'échelle [38]. Pour une épaisseur fixée, A.M. Goijaerts constate une diminution de l'effort de découpage lorsque la taille de grains est augmentée [39]. Il explique ce résultat par l'effet de la densité de joints de grains. En effet, plus l'épaisseur de la tôle est faible, plus la densité de joints de grains diminue. Ces derniers présentent alors moins d'obstacles aux mouvements des dislocations. C'est dans ces conditions que l'on observe une déformation plus importante du matériau. R. Kals et R. Eckstein [40] montrent que les hauteurs des zones caractéristiques du profil sont peu influencées par la diminution de l'épaisseur. En revanche, le trajet de la rupture et la taille de la bavure qui en résultent sont très influencés. En conclusion, la prise en compte des effets d'échelle n'est nécessaire que si les tôles découpées présentent un rapport épaisseur /taille de grains suffisamment faible.

#### I.1.2.4 - Impact du procédé de découpage sur les procédés de mise en forme

Le procédé de découpage des tôles est, généralement, suivi par des procédés de mise en forme comme le pliage, le rayonnage, l'emboutissage, l'hydroformage, etc. L'aptitude de la mise en forme de ces procédés est ainsi liée au mode de découpe de la tôle et à l'historique des déformations induite par la découpe. Il est donc important de bien caractériser et identifier le comportement ainsi que l'évolution de l'endommagement de la tôle lors du découpage afin de prendre compte ces phénomènes dans l'analyse de formabilité globale du cycle de fabrication des pièces de sécurité.

A. Dalloz a réalisé une série d'essais de traction sur des bandes cisillées (rectangle de 200 x 20 mm<sup>2</sup>) et des bandes dont les bords ont été fraisés pour éliminer l'endommagement induit par la cisaille [41]. L'observation des éprouvettes démontre un changement de mécanisme de rupture selon le type de bords : alors que les éprouvettes fraisées rompent par striction, les éprouvettes cisillées sont rompues par la propagation d'une fissure initiée sur un des bords de découpe (Figure I-6). Dans la majeure partie des cas, la fissure qui provoque la rupture de l'éprouvette se propage à partir du bord de la bande qui a été bridé lors de la découpe. A. Dalloz en a déduit que, lors de la découpe, le morceau de tôle bridée est plus endommagé que le morceau de tôle libre.

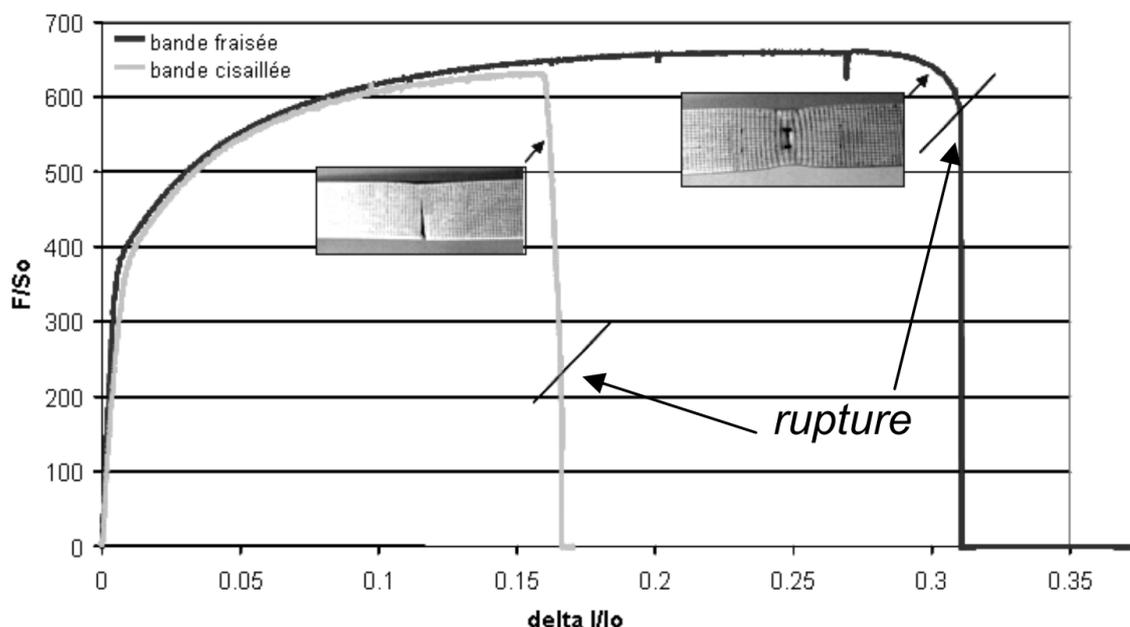


Figure I-6 : Courbes de traction sur bandes: comparaison des ruptures des bandes cisillées et fraisées, nuance B64 [41]

L'observation, après l'essai de traction, des bords des bandes cisillées (Figure I-7) révèle que la fissure qui a rompu l'éprouvette n'est pas unique. En effet, un réseau régulier de fissures amorcées apparaît sur le bord de découpe.

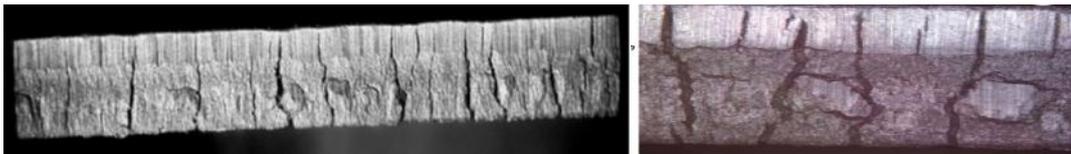


Figure I-7 : Observations à la binoculaire et au microscope optique des bords d'une bande cisailée, après traction [41]

La détection de ces fissures montre que le bord de découpe constitue une zone critique pour la formabilité. Ces constatations invitent, ainsi, à s'intéresser à l'influence du découpage sur la formabilité globale d'une pièce.

L'interaction entre le mode de découpage et le procédé de pliage a un effet important sur la géométrie et le comportement de la zone pliée. La Figure I-8 montre l'aspect des bords des éprouvettes pliées à 90°. Des fissurations sont visibles au niveau des arrondis du trou oblong où se situent les zones de concentration de contraintes. R. Bahloul [3] a étudié l'influence de quelques paramètres de pliage tels que le jeu poinçon-matrice et les rayons des outillages sur l'aspect de formation et de propagation des fissures sur un bord du trou oblong.

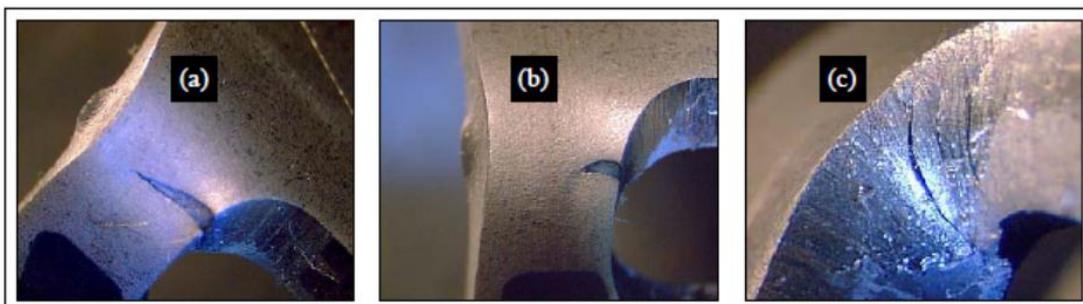


Figure I-8 : Présentation des fissurations des éprouvettes pliées pour un rayon de matrice  
a)  $R_m = 1 \text{ mm}$  ; b)  $R_m = 2 \text{ mm}$  ; c)  $R_m = 2 \text{ mm}$  (fissures à l'intérieur du trou oblong) [3]

En conclusion, une bonne compréhension des mécanismes d'endommagement mis en jeu lors de la découpe nous permettra de réduire et de limiter l'endommagement par une bonne gestion des paramètres de l'ensemble des procédés du cycle de mise en forme.

### I.1.3 - Modèles analytiques en découpage

La littérature fournit quelques modèles analytiques visant à prédire le profil de la courbe effort/déplacement lors de la découpe. Ces modèles très macroscopiques, ne nous permettent pas d'avoir accès aux grandeurs locales, ils offrent, cependant, une première approche du comportement mécanique. L'avantage prépondérant des modèles analytiques, est qu'ils nécessitent des temps de calculs très faibles et qu'ils peuvent être utilisés facilement en conception préliminaire. Ils sont largement utilisés dans le secteur de production, par exemple, pour le contrôle en temps réel d'un produit sur une chaîne de fabrication.

### I.1.3.1 - Modèle en cisaillement pur

A. G. Atkins a proposé un modèle basé sur une hypothèse de cisaillement pur [10]. Il a démontré, expérimentalement, que le procédé de découpage peut être analysé par la déformation du matériau découpé dominée par l'opération de cisaillement. La géométrie de la zone cisillée au cours du procédé de poinçonnage est illustrée sur la Figure I-9. A. G. Atkins admis que la largeur du canal déformé n'est pas limitée par la distance entre le poinçon et la matrice. Il a supposé que la largeur  $w$  est constante durant toute l'opération de découpage. La déformation de cisaillement est supposée homogène :

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 0 & \gamma/2 & 0 \\ \gamma/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (I-1)$$

Pour une pénétration du poinçon  $u$  on a :

$$\gamma = \frac{u}{w} = \tan\theta \quad (I-2)$$

où  $\theta$  est l'angle de cisaillement.

A. G. Atkins a calculé la force de poinçonnage  $F$  pour une géométrie circulaire, en modélisant l'effet du frottement comme un effort proportionnel au déplacement du poinçon et à la contrainte de cisaillement  $\tau$  :

$$F_{\text{cisaillement}} = \pi D_p \tau((e - u) + 2fu) \quad (I-3)$$

Avec  $D_p$  le diamètre du poinçon,  $e$  l'épaisseur de la tôle et  $f$  le coefficient du frottement introduit par A. G. Atkins.

Le glissement  $\gamma$  est relié à la contrainte de cisaillement par une loi de puissance :

$$\tau = C_1 \gamma^n \quad (I-4)$$

$C_1$  et  $n$  sont deux constantes liées au matériau.

Cette loi peut également s'exprimer comme une relation entre la contrainte et la déformation équivalente,  $C_2$  étant le coefficient de la loi de puissance associée

$$\bar{\sigma} = C_2 \bar{\varepsilon}^n \quad (I-5)$$

Par la substitution des équations (I-2) et (I-4) dans (I-3), on obtient :

$$F_{\text{cisaillement}} = \pi D_p \tau(e - (1 - 2f)u) C_1 \left(\frac{u}{w}\right)^n \quad (I-6)$$

L'équation (I-6) permet par différentiation ( $dF=0$ ) d'obtenir le déplacement  $u$  du poinçon correspondant à l'effort maximal instantané de découpage :

$$u = \frac{ne}{(1+n)(1-2f)} \quad (\text{I-7})$$

Pour un canal de déformation de largeur  $w$ , le glissement correspondant s'exprime par :

$$\gamma = \frac{ne}{w(1+n)(1-2f)} \quad (\text{I-8})$$

La déformation équivalente correspondant à l'effort maximal s'obtient par :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\gamma}{\sqrt{3}} \quad (\text{I-9})$$

L'effort maximal peut également être calculé à partir de relations empiriques basées sur des mesures de micro-dureté du matériau en fonction de l'exposant d'écroûissage  $n$  et de la pénétration du poinçon [42].

$$F_{max} = \pi D_p e \sigma_B s_f \quad (\text{I-10})$$

$\sigma_B$  est la résistance mécanique du matériau en traction et  $s_f$  est un facteur de cisaillement qui s'exprime selon l'expression suivante:

$$s_f = \sqrt{\frac{1}{3} \left(\frac{3}{n}\right)^n} \quad (\text{I-11})$$

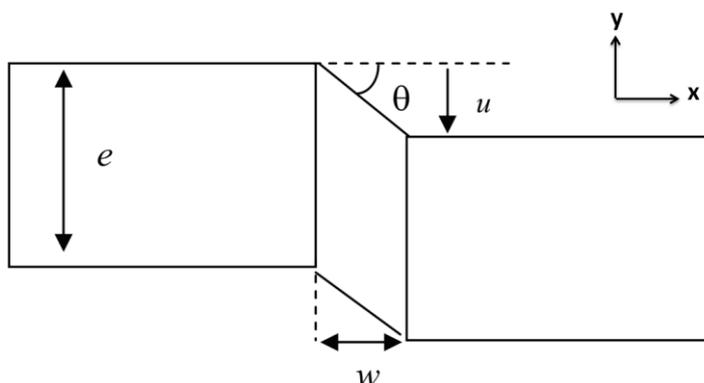


Figure I-9 : Géométrie du modèle de cisaillement homogène [10]

### I.1.3.2 - Modèle en zone de tension

Q. Zhou et T. Wierzbicki [43] considèrent que, pour le procédé de découpage, la zone entre le poinçon et la matrice est sollicitée en tension. Les " fibres " entourant le trou sont étirées selon une certaine géométrie. Cette hypothèse simpliste est schématisée sur la Figure I-10. La région concernée, où la déformation plastique se produit, a été simplifiée à une forme de parallélogramme. La théorie est basée sur l'élongation des fibres (modélisées par des barres) qui entourent la zone de découpe, en négligeant le phénomène de flexion. L'expression de la force de découpage est obtenue par la projection dans la direction de découpe de la résultante des efforts normaux dans les fibres. Le calcul de résultante s'effectue uniquement sur les fibres de la zone non découpée, ce qui permet de tenir compte de l'évolution de la rupture.

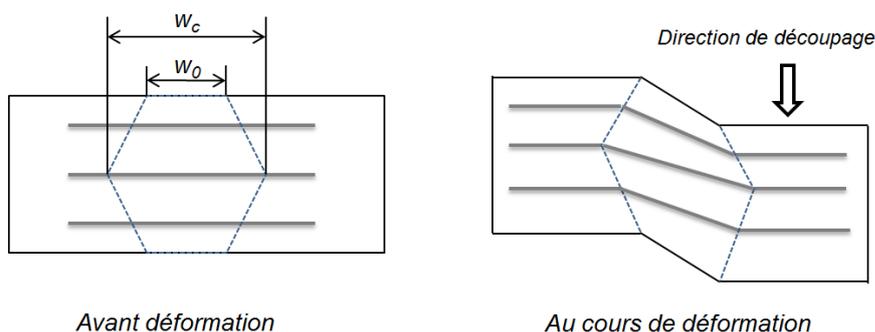


Figure I-10 : Géométrie du canal de déformation défini par Zhou et Wierzbicki [43]

La largeur du canal de déformation  $w$  dépend de la profondeur  $p$  dans la tôle, elle est définie par :

$$\begin{cases} \forall p \in \left[0, \frac{e}{2}\right], & w(p) = w_0 + 2 \left(\frac{w_c - w_0}{e}\right) p \\ \forall p \in \left]\frac{e}{2}, e\right], & w(p) = w_0 + 2 \left(\frac{w_c - w_0}{e}\right) (p - e) \end{cases} \quad (\text{I-12})$$

Pour calculer les déformations, les auteurs introduisent un concept d'empilement de barres de longueur  $w(p)$ . Chacune de ces barres est soumise à un effort de traction axiale  $dN$ , défini par les composants  $dP$  et  $dQ$  (Figure I-11).

A chaque barre, on associe un repère  $(\xi, \eta)$  défini par un sens longitudinal et un sens transversal.

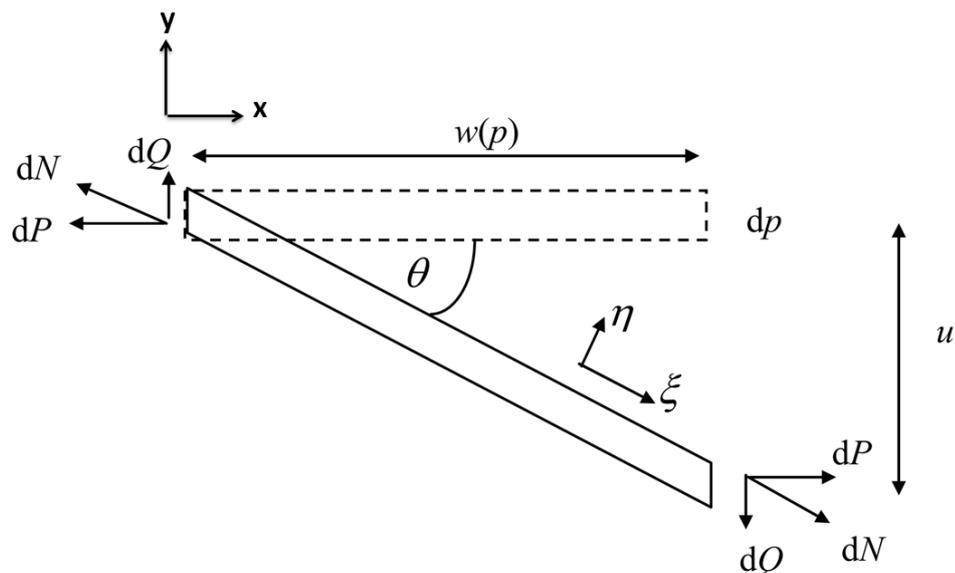


Figure I-11 : Elément représentatif du modèle de Zhou et Wierzbicki [43].

La déformation dans la direction  $\xi$ , pour un angle de cisaillement  $\theta = \arctan \gamma$ , est donnée par :

$$\varepsilon_{\xi} = \ln \frac{w(p)/\cos\theta}{w(p)} = \ln \sqrt{1 + \gamma^2} \quad (\text{I-13})$$

En respectant les hypothèses d'incompressibilité plastique et d'état de déformations planes, la déformation dans la direction  $\eta$  prend la forme suivante :

$$\varepsilon_{\eta} = -\varepsilon_{\xi} = \ln \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2}} \quad (\text{I-14})$$

La déformation équivalente est donnée par :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \sqrt{1 + \gamma^2} \quad (\text{I-15})$$

En supposant que le comportement du matériau est modélisable par une loi de puissance de type  $\bar{\sigma} = C_1 \bar{\varepsilon}^n$ , la contrainte longitudinale s'écrit :

$$\sigma_{\xi} = \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{n+1} C_1 \left( \ln \sqrt{1 + \gamma^2} \right)^n \quad (\text{I-16})$$

La variation d'effort normal dN s'en déduit :

$$dN = \sigma_{\xi} d\eta = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{n+1} C_1 \frac{(\ln \sqrt{1 + \gamma^2})^n}{\sqrt{1 + \gamma^2}} dp \quad (I-17)$$

La projection de  $dN$  sur les axes  $x$  et  $y$  fournit les deux composants  $dP$  et  $dQ$ , respectivement :

$$dQ = dN \sin \theta = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{n+1} C_1 (\ln \sqrt{1 + \gamma^2})^n \frac{\gamma}{\sqrt{1 + \gamma^2}} dp \quad (I-18)$$

$$dP = dN \cos \theta = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{n+1} C_1 (\ln \sqrt{1 + \gamma^2})^n \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2}} dp \quad (I-19)$$

L'intégration de l'équation (I-18) sur l'épaisseur permet alors d'obtenir l'effort de découpage, avec  $\gamma = \frac{u}{w(p)}$ .

#### 1.1.3.3 - Modèle avec élongation curviligne

W. Klingenberg [42] a comparé le modèle de cisaillement d'Atkins avec le modèle de traction proposé par Q. Zhou et al., et il a montré que la contrainte équivalente de von Mises ainsi que la déformation principale évaluée par les deux modèles sont cohérentes après une pénétration du poinçon de 15% (pour un jeu égal à 12% de l'épaisseur de la tôle). W. Klingenberg a analysé le procédé de découpage en tenant compte de l'étirage dû à la flexion des fibres extérieures de la pièce découpée. La Figure I-12 montre une illustration de la géométrie simplifiée étudiée par W. Klingenberg. Lorsque le poinçon pénètre le matériau de la tôle, la déformation additionnelle, due à la courbure en flexion, augmente.

En supposant que la courbure se développe pour une section circulaire, le rayon de courbure s'écrit comme suit :

$$r = \frac{w^2 + u^2}{2u} \quad (I-20)$$

Soit l'angle  $\phi$  donné par :

$$\phi = \arctan \frac{w}{(r - u)} \quad (I-21)$$

Le modèle suppose que l'opération de découpage est décomposée en deux modes :

- (i) la fibre extérieure de la tôle a la forme curviligne pour  $u \leq w$ ,
- (ii) la fibre s'allonge de façon rectiligne pour  $u > w$ .

Par conséquent, la déformation entre  $P_2$  et  $P_3$ , notée par  $\varepsilon_{\theta}$  est donnée par :

$$\begin{cases} \varepsilon_{\vartheta} = \ln\left(\frac{\phi r}{w}\right) , & \text{pour } u \leq w \\ \varepsilon_{\vartheta} = \ln\left(\frac{\frac{1}{2}\pi w + (u - w)}{w}\right) & \text{pour } u > w \end{cases} \quad (\text{I-22})$$

La déformation vraie dans la section  $P_1P_2P_3$  est supposée distribuée d'une manière linéaire entre le point  $P_1$ , où la déformation est supposée nulle et le point  $P_2$  soumis à  $\varepsilon(y)$ :

$$\varepsilon(y) = \frac{y}{e} \varepsilon_{\vartheta} \quad (\text{I-23})$$

où  $y$  varie entre 0 et  $e$ .

W. Klingenberg a proposé un facteur correctif  $\psi(u)$  introduit dans l'équation (I-3) pour tenir compte de l'effet supplémentaire dû à la déformation curviligne :

$$F(u) = \psi(u)F_{\text{cisaillement}} \quad (\text{I-24})$$

Le facteur correcteur lié au frottement  $f$  est en général assez faible [10], et des expérimentations ont montré que celui-ci peut être négligé pour les analyses liées à l'effort de découpage. En remplaçant l'équation (I-24) dans l'équation (I-3), avec l'hypothèse  $f=0$ , on obtient :

$$F(u) = \psi(u)\pi D_p \tau (e - u) \quad (\text{I-25})$$

Soit  $\kappa(u)$  le facteur permettant de calculer la valeur corrigée de la déformation vraie principale associée à la flexion :

$$\psi(u) = (\kappa(u))^n \quad (\text{I-26})$$

$\kappa(u)$  est donné par :

$$\begin{cases} \kappa(u) = \frac{\ln\left(\frac{\phi r}{w}\right)}{\ln\sqrt{1 + \gamma^2}} , & \text{pour } u \leq w \\ \kappa(u) = \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\pi + \gamma - 1\right)}{\ln\sqrt{1 + \gamma^2}} & \text{pour } u > w \end{cases} \quad (\text{I-27})$$

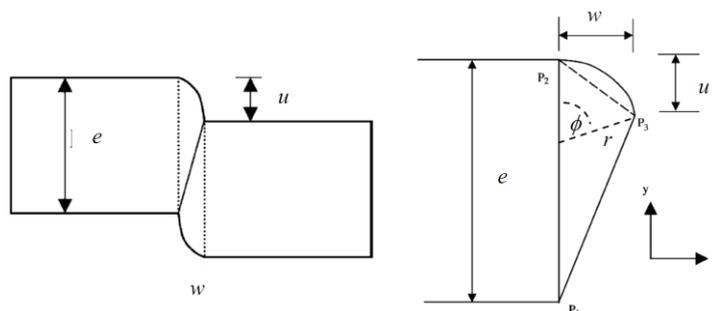


Figure I-12 : Géométrie du modèle proposé par W. Klingenberg [42]

### I.1.4 - Simulation numérique de découpage

En 1975, C. Wong et M.K. Das [35] ont présenté les premières approches de la simulation numérique appliquées au procédé de découpage par la méthode des éléments finis en utilisant un modèle élasto-plastique en 2D. En 1989, P.B. Popat et al. [13] ont effectué des études paramétriques du procédé en utilisant un modèle élasto- plastique en 2D.

L'objectif global de l'ensemble des travaux étant de simuler de façon assez réaliste le procédé de découpage, en se basant sur des codes de calcul qui intègrent différents modèles d'endommagement.

Les aspects spécifiques au découpage et les différentes approches envisagées sont détaillés ci-dessous.

#### I.1.4.1 - Méthodes numériques de résolution

Le procédé de découpage se caractérise par une mise en forme, limitée à une bande de matière de faible épaisseur située entre le poinçon et la matrice, où de grandes déformations sont localisées. Les études sont par essence le siège de fortes non-linéarités (matérielles, géométriques et de contact). Il est important de maîtriser les différents paramètres qui garantissent la stabilité numérique des processus de résolution :

- Gestion des phénomènes élasto-plastiques (intégration des lois de comportements);
- Implémentation des modèles d'endommagement;
- Gestion des phénomènes de contact;
- Choix et paramétrage des schémas d'intégration temporelle (explicite, implicite, gestion des phénomènes quasi-statique, semi-implicite,...)

En découpage, les deux familles de schémas d'intégration temporelle sont utilisées. M. Rachik et al. [44] présentent un algorithme dynamique explicite et expliquent leur choix par la capacité de ces méthodes à gérer assez simplement les grandes déformations et les phénomènes de contact tout en ayant un temps de simulation admissible. Plus fréquemment le découpage est traité comme un problème quasi-statique, c'est le cas des études de R. Hambli, [1] et M. Maillard, [14].

Les grandes déformations rencontrées dans le cas du découpage impliquent de s'intéresser à la configuration dans laquelle les équations d'équilibre sont formulées. Cela explique pourquoi les formulations lagrangienne réactualisées sont plus largement adoptées, pour simuler ces familles de problème.

Les problèmes de distorsion excessive des éléments finis ont conduit plusieurs auteurs à utiliser une stratégie de maillage spécifique telle que la formulation **Arbitraire Lagrangienne Eulérienne** (ALE) ([15], [27], [44], [45], [46]). Celle-ci combine les avantages des méthodes eulériennes et lagrangiennes, en réduisant des problèmes de distorsion du maillage dus aux grandes déformations. L'emploi d'un algorithme de remaillage adaptatif s'avère indispensable pour certains auteurs ([18], [19], [23]), qui montrent qu'une forte distorsion des éléments influence notablement les résultats par le caractère localisé des déformations qu'elle induit. Un exemple est présenté par la Figure I-13. Il montre clairement l'amélioration apportée par la méthode de remaillage.

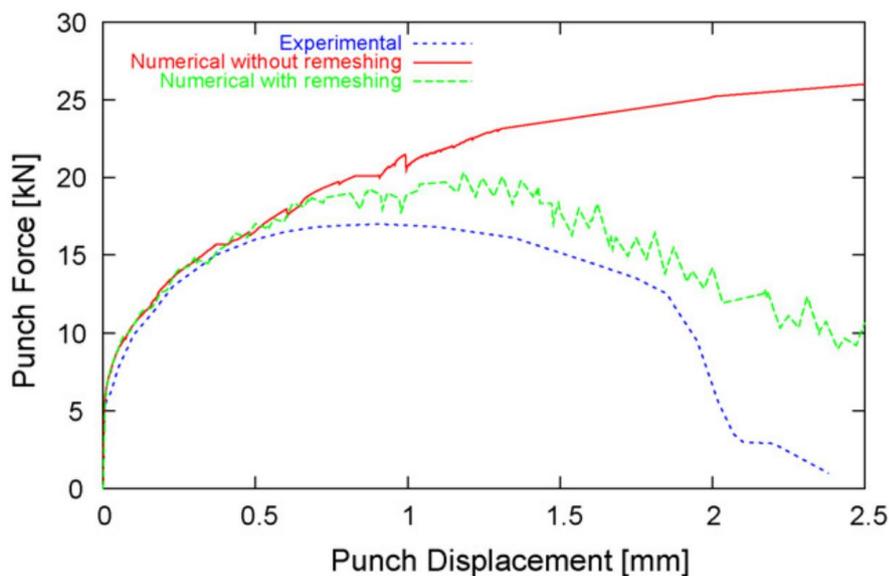


Figure I-13 : Comparaison des courbes d'effort sans et avec remaillage [23]

#### I.1.4.2 - Aspects mécaniques

Différents mécanismes de déformation interviennent au cours du découpage. Les différentes étapes de déformation de la tôle ont été présentées précédemment, c'est l'ensemble de ces processus de déformation qu'il importe de caractériser pour traduire le plus précisément possible le comportement du matériau.

- Comportement sans endommagement

Il s'agit dans un premier temps de simuler le comportement dans les phases de déformation élastique et plastique du matériau, notamment les deux premières phases de la courbe effort/déplacement jusqu'à l'effort maximal (Figure I-3). Dans la majorité des simulations, le matériau est considéré comme étant rigide plastique ou

élasto-plastique écrouissable ([19], [28], [47], [48]). La majorité des travaux sont basés sur l'hypothèse des petites déformations. Les modèles de comportement élasto-plastique sont suffisants pour une prédiction relativement correcte de l'effort maximal de découpage.

Les effets de la vitesse et de la température sur le comportement sont plus rarement implémentés dans les modèles. Certains auteurs ont présentés des modélisations incluant les effets de la vitesse avec ou sans prise en compte de la température. Ils ont montré que la forme de tombée est fonction de la vitesse pour une configuration géométrique donnée [49]. Il a également été constaté un échauffement local, dans la zone de cisaillement, allant jusqu'à 786°C. Ces auteurs constatent la formation d'une bande de cisaillement adiabatique pour une vitesse de poinçon supérieure à 20 m/s.

En introduisant un comportement thermo-élasto-visco-plastique, G. Fang et P. Zeng mettent en évidence l'influence du jeu sur le profil découpé [30]. V. Lemiale utilise une loi thermo-élasto-visco-plastique de type multiplicative pour modéliser le découpage des alliages cuivreux [29].

Plus récemment, H. Marouani et al. [15] ont étudié l'effet de la vitesse de découpage (vitesse de déformation) sur le comportement de la tôle découpée. Ils ont constaté des améliorations de la prédiction par simulation numérique en utilisant un modèle qui tient compte de la sensibilité à la vitesse de déformation. Les auteurs ont montré que l'effort maximal de découpage et la forme finale du bord découpé sont influencés par la vitesse du poinçon.

Parallèlement aux grandes déformations plastiques, l'endommagement se développe de façon plus ou moins prononcée suivant le type de matériau. Il s'agit donc de reproduire ce phénomène dans la simulation.

- Comportement couplé à l'endommagement

En découpage, l'endommagement apparaît progressivement dans la tôle lors de la troisième phase. Dans la littérature, deux modèles sont largement utilisés en découpage des métaux. Le premier, s'appuie sur la théorie de la thermodynamique des processus irréversibles. Il est fondé sur les notions de contraintes effectives et d'équivalence en déformation, qui permettent de définir une variable d'endommagement notée généralement  $D$ . Ce modèle, qui est couramment utilisé, a été proposé par J. Lemaitre [50]. Le second, basé sur l'observation microscopique de la matière, repose sur l'analyse de l'évolution des microcavités (nucléation, croissance et coalescence) mesurée par une variable appelée fraction volumique de cavités, notée  $f$ . Ce modèle a été proposé par A. L. Gurson [51]. Ces deux modèles ont été améliorés par plusieurs auteurs.

Pour la simulation du découpage, plusieurs auteurs ont essayé de réaliser des simulations plus réalistes en introduisant l'un des deux modèles d'endommagement. Il semble qu'il existe une divergence d'opinion sur l'aptitude des diverses formulations à proposer une solution fiable. Le modèle de Gurson a été utilisé dans plusieurs travaux ([1], [15], [22], [42], [44]). Les auteurs indiquent qu'ils sont en mesure de simuler correctement la nucléation, uniquement dans le cas des grandes déformations. Cependant, R. Hamblin [16] montre que le modèle de Gurson couplé à

un comportement élasto-plastique ne permet pas d'obtenir des résultats réalistes. En revanche, il montre que le modèle de Lemaitre est plus réaliste car la localisation de l'endommagement maximal se situe au niveau de la zone de cisaillement. Sur la Figure I-14, une comparaison de la localisation de l'endommagement selon les deux modèles est présentée. La Figure I-15 présente la courbe effort-déplacement simulée par le modèle de Lemaitre qui est en meilleur accord avec la courbe expérimentale que celle prédite par le modèle de Gurson. La Figure I-15 montre également l'importance de la prise en compte de l'endommagement. Signalons enfin que de nombreux travaux présentés ne modélisent pas un tel couplage déformation-endommagement. Ce sont les approches dites découplées.

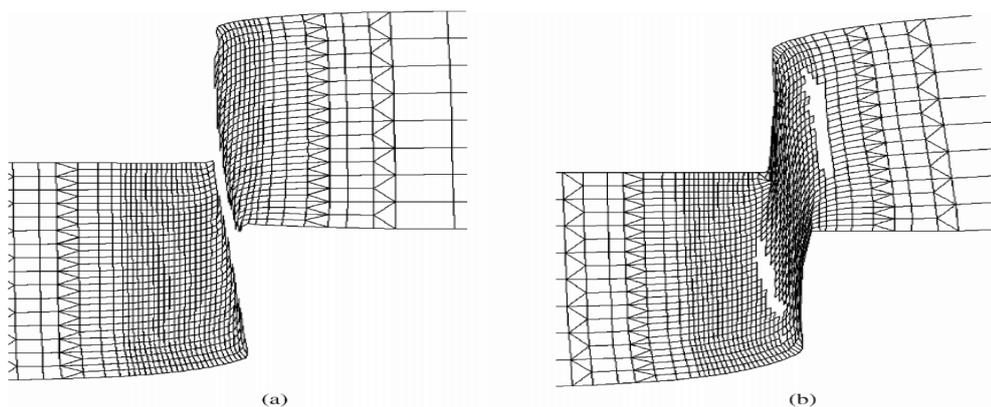


Figure I-14 : Comparaison de la localisation de l'endommagement selon : (a) Lemaitre et (b) Gurson [16]

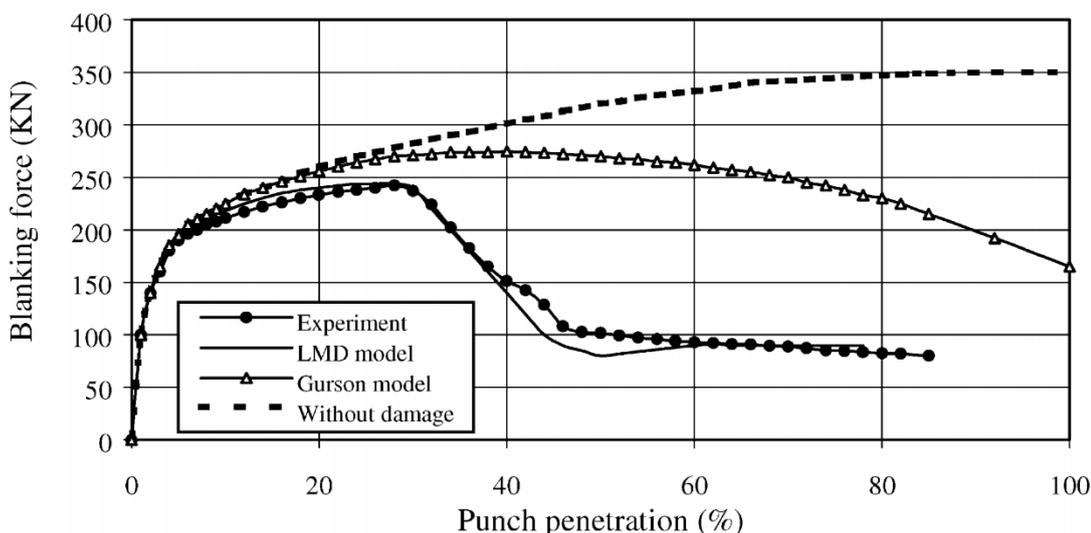


Figure I-15 : Comparaison des courbes effort/déplacement numériques avec la courbe expérimentale [16]

Différentes approches sont ainsi envisageables pour modéliser les phénomènes d'endommagement. Le choix de l'une ou de l'autre dépend non seulement du

matériau découpé, mais également des caractéristiques technologiques (jeu poinçon-matrice, usure des outils, cadence de coupe, entre autre) du procédé considéré.

#### I.1.4.3 - Prédiction de l'amorçage et de la propagation des fissures

Les critères d'amorçage et de la propagation de fissures sont nombreux. Il existe principalement deux grandes familles de critères : les critères reposant sur l'analyse de l'évolution d'un paramètre d'endommagement, et les critères de nature empirique. Les seconds critères ne prennent pas en compte de variables d'endommagement. Une fonction de l'histoire du chargement et des déformations supposée capable d'indiquer le niveau d'endommagement est définie. R. Hambli [1] et V. Lemiale [29] présentent un inventaire de ces critères.

Quelques critères ont été étudiés par A .M. Goijaerts [39] tels que le critère de Cockcroft-Latham [52], le critère de Rice et Tracey [53] et le critère de Oyane [54]. L'auteur a déterminé la valeur critique de chaque critère en connaissant la pénétration de poinçon à la rupture en jouant sur l'effet du jeu poinçon-matrice. Dans cette étude l'auteur a proposé une modification de critères de Rice et Tracey et d'Oyane, en la justifiant par la capacité de ces deux critères à prédire la pénétration à la rupture en rapport avec l'influence du jeu poinçon-matrice.

D'autres travaux montrent que le critère de Cockcroft-Latham est capable de prédire d'une manière réaliste la pénétration à la rupture ( [30] , [49], [55], [56]).

Ces modèles non couplés à la plasticité ont l'avantage d'être faciles à implémenter dans les codes de calcul par éléments finis et possèdent peu de paramètres à identifier. En revanche, les expériences montrent qu'ils conduisent à surestimer l'effort de découpage et ils sont insuffisants pour prédire l'endommagement dans les cas des chemins de chargements complexes et de grandes déformations plastiques, ce qui est le cas notamment lors du découpage des tôles ( [17], [18], [19], [20], [30] [57], [58]).

Bacha et al. [59] ont montrés la localisation des grandes déformations dans la zone entre le poinçon et la matrice avant l'amorçage et la propagation des fissures. Le trajet de fissuration est contrôlé par les champs des contraintes et des déformations dans cette zone. Dans cette étude, le paramètre d'endommagement est basé sur l'accumulation de la déformation plastique

#### **I.1.5 - Conclusion**

Cette première partie présente un état bibliographique sur les travaux menés sur le découpage depuis 1950 jusqu'à nos jours. Il concerne à la fois les études expérimentales, analytiques et numériques.

Expérimentalement, on caractérise généralement un découpage par la courbe effort-déplacement du poinçon et par le profil géométrique dans l'épaisseur de la pièce découpée. L'allure de cette courbe, et l'importance relative des différentes zones du profil, sont liées au type de matériau découpé, ainsi qu'aux différents paramètres technologiques. Les principaux mécanismes de déformation intervenant au cours de découpage ont été présentés, notamment le mécanisme conduisant à la fissuration de la tôle, à savoir l'endommagement plastique ductile.