Endommagement et rupture ductile

I.2.1 - Introduction et motivation

La prédiction de la rupture ductile des matériaux métalliques représente encore un challenge important pour la simulation de la ruine des composants structurels et pour la caractérisation des procédés de mise en forme. Selon L.M. Kachanov [60], les grandes déformations peuvent induire, dans le matériau, des phénomènes d'amorçage et de croissance des cavités et de micro-fissures. Ces phénomènes sont associés au concept de rupture ductile. Un travail original a été entrepris dans le cadre des travaux initiés par F. A. McClintock [61] et J. Rice et D. Tracey [53]. Dans ce cadre, l'effet de la géométrie des défauts microscopiques (cavités sphériques et ellipsoïdes) a été pris en compte dans l'étude de la rupture ductile. L'expérience a montré que la nucléation et la croissance des vides et des micro-fissures, accompagnées par des taux d'écoulement plastique important, induisent une réduction des modules d'élasticité du matériau. L'effet d'adoucissement qui en résulte peut être influencé par le niveau de la triaxialité de contrainte ([53], [61], [62]) dépendant du mode de chargement. Par ailleurs, la déformation plastique équivalente à la rupture et le niveau de triaxialité de contrainte ont été initialement utilisés pour caractériser la ductilité du matériau pour des applications industrielles ([53], [61], [63]).

Une expression exponentielle de l'évolution de la déformation plastique équivalente en fonction de la triaxilaité de contrainte a été établie par F.A. McClintock [61] et J. Rice et D. Tracey [53]. Cette formulation est basée sur des analyses de croissance des vides sous des chargements hydrostatiques. Le travail réalisé par M.S. Mirza et al. [64] sur le fer pur, l'acier doux et les alliages d'aluminium BS1474, pour plusieurs vitesses de déformation, confirme la forte dépendance de la valeur de la déformation plastique équivalente pour la formation de fissure avec le niveau de triaxialité de contrainte.

La rupture ductile est un phénomène qui peut être décrit, sur la base d'analyses micromécaniques par la croissance de microcavités, en particulier avec les approches locales de la rupture ([65], [66], [67]). Alternativement, la rupture ductile a été modélisée à partir de la théorie de *mécanique d'endommagement* continu dans le cadre thermodynamique. Il peut être cité les modèles suivant : Lemaitre [50] pour l'endommagement induit par l'écoulement plastique, J. L. Chaboche [68] pour l'endommagement en fluage, D. Krajcinovic et G. U. Fonseka [69] pour l'endommagement fragile. Les formulations actuelles de l'endommagement ductile découlent de l'une des deux théories précitées (Lemaitre et/ou Gurson) [70]. En effet, Ces modèles ont étés adaptées par plusieurs auteurs afin d'améliorer leur capacité de prédiction de la perte de rigidité du matériau et pour la détection du point de rupture. Ces adaptations ont consisté par l'introduction d'effets additionnels soit dans la formulation constitutive, soit dans la loi d'évolution de l'endommagement, tels que : l'effet de la pression hydrostatique et/ou de la température; les effets de viscoplasticité; l'influence de la fermeture des fissures ([71], [72], [73], [70]).

Différentes stratégies combinant des formulations constitutives élasto-plastique et incluant des indicateurs de rupture ont également été développées. L'utilisation des indicateurs de rupture basés sur la déformation plastique équivalente a été initiée par A. Freudenthal [74]. D'autres indicateurs ont été proposés par la suite : critère de J. Rice et D. Tracey [53] basé sur la croissance des défauts; critère proposé par M. Cockcroft et D. Latham [52] basé sur le mécanisme de croissance d'une cavité pilotée par la contrainte principale… Le développement des techniques expérimentales et les modèles de plasticité ont contribué à l'étude de ces stratégies pour la simulation de la mise en forme par déformation plastique, comme présenté par S. Clift et al. [75] et B. Gouveia et al. [76]. Ces approches découplées ont été adoptées en raison de leur formulation simple et la facilité des identifications. Le développement des critères de rupture basés sur la mécanique d'endommagement continu a également été poursuivi par plusieurs auteurs ([50], [77], [78]). T.B. Stoughton et J.W. Yoon [79] ont proposé une nouvelle approche basée sur le critère de rupture par contrainte de cisaillement maximale. L'objectif était d'élaborer des critères de rupture adaptés aux procédés de formage des tôles, qui prennent en compte à la fois la striction et la rupture.

Récemment, plusieurs études ([80], [81], [82]; [83]; [84], [85], [86], [87], [88], [89], [90]) ont montré que l'angle de Lode, qui est associé au troisième invariant du tenseur des contraintes déviatoriques, est un paramètre essentiel en mécanique de la rupture. Il caractérise l'effet de l'état de contrainte sur l'écoulement plastique et sur la rupture ductile du matériau. Y. Bai et T. Wierzbicki [89] ont proposé un critère de rupture tridimensionnel décrit par la déformation équivalente, la triaxialité de contrainte et l'angle de Lode. Cette surface de rupture permet de différencier les matériaux faiblement ou fortement dépendant à la pression hydrostatique et de l'angle de Lode. G. Mirone et D. Corallo [91] ont proposé une étude locale pour l'évaluation de l'influence de la triaxialité de contrainte et l'angle de Lode sur la rupture ductile, en analysant le critère de Tresca et deux modèles proposés par T. Wierzbicki. Selon les travaux de G. Mirone et D. Corallo [91], la relation entre la déformation plastique, le niveau de triaxilaité de contrainte et l'angle de Lode permet une assez bonne prédiction de la rupture ductile. Un travail expérimental, visant à étudier l'influence des invariants du tenseur des contraintes sur la rupture ductile, a été présenté par L. Driemeier et al. [92]. Cette méthodologie peut être considérée comme un outil efficace pour étudier les effets de l'intensité et la triaxialité de contrainte et l'angle de Lode sur la rupture ductile. X. Gao et al. [93] ont proposé un nouveau modèle élasto plastique, qui est une fonction de la pression hydrostatique ainsi que du deuxième et du troisième invariants du déviateur des contraintes. Des essais effectués sur des éprouvettes avec un niveau élevé de triaxialité montrent l'inter-dépendance entre le mode d'écoulement plastique, le niveau de triaxialité et l'angle de Lode.

En conclusion, il apparaît que la modélisation appropriée des mécanismes physiques qui précédent la rupture ductile n'est pas trivial. Ceci est particulièrement vrai lorsque les effets volumétriques et le cisaillement sont combinés et induisent des chemins de déformation complexes. La Figure I-16 illustre schématiquement le comportement micromécanique d'un matériau ductile sous des conditions de chargement en cisaillement et en traction.

Sous des chargements de cisaillement dominant, (Figure I-16-a), le phénomène de nucléation des microcavités apparaît dans le matériau (étape 1 de la Figure I-16-a). L'augmentation de la charge produit un allongement des vides (stade 2 de la Figure I-16-a). Leur coalescence est finalement induite (phase 3 dans la Figure I-16-a), par les instabilités présentes dans les bandes de cisaillement.

Sous des chargements de traction dominante, l'expansion des cavités (étapes 1 et 2 dans la Figure I-16-b) est initiée par les états de contrainte hydrostatique de traction. La coalescence est activée par les interactions entre les vides voisins (étape 3 dans Figure I-16-b).

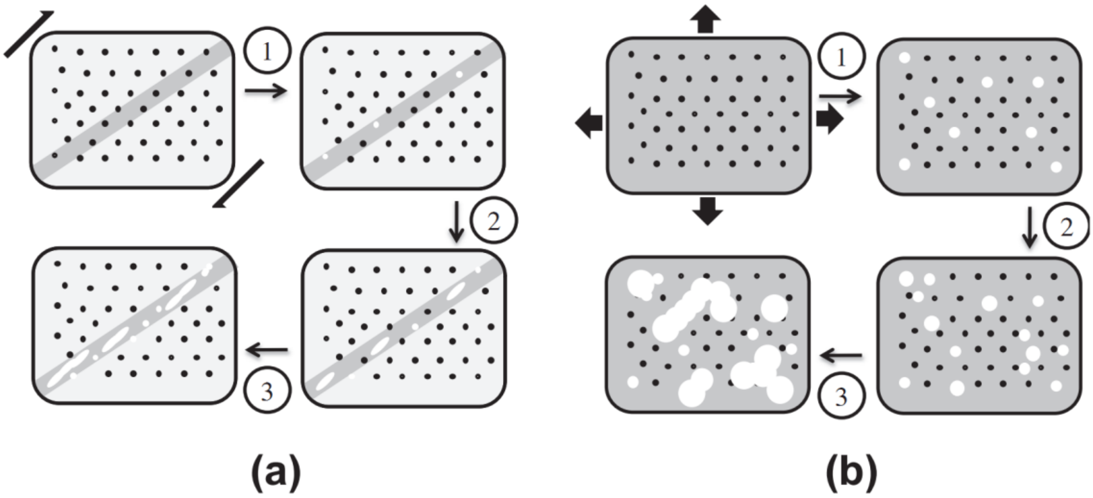

Figure I-16 : Représentation schématique de : (a) élongation et (b) croissance de cavité sphérique [65]

Malgré l'importance des travaux qui ont été consacrés à la compréhension du phénomène de rupture ductile et à la formulation de modèles constitutifs, leur application aux problèmes de mise en forme est encore assez délicate et peut conduire à des erreurs de prédiction. L'étape préliminaire qui consiste à cerner précisément les domaines de validité des modèles et d'identifier les paramètres dans des conditions et modes de chargement adaptés au problème est cruciale pour garantir une interprétation réaliste des modes de rupture ductile. Une contribution récente a été présentée par Y. M. Li et al. [94], ils ont menés une étude approfondie sur l'évaluation de la performance de quelques indicateurs de rupture pour deux modèles d'endommagement couplés : le modèle de Gurson- Tvergaard- Needleman (GTN) et le modèle de Lemaître. Les auteurs ont conclu qu'il n'y a pas d'approche universelle adaptée à une large plage de triaxialité de contrainte. Cependant, les nouveaux modèles élaborés ont pu répondre à une partie des imperfections rencontrées.

I.2.2 - Notions préliminaires

Plusieurs facteurs ont été systématiquement analysés dans l'étude de la rupture ductile. Les trois facteurs les plus représentatifs sont: la pression hydrostatique (p), triaxialité (η), et l'angle de Lode (θ). Ils s'expriment par les équations (I-28) - (I-30), respectivement ([89], [95], [96], [97], [98]).

$$p = -\sigma_m = -\frac{1}{3} tr(\boldsymbol{\sigma}) \tag{I-28}$$

$$\eta = -\frac{p}{q} \tag{I-29}$$

$$\theta = tan^{-1}\left\{\frac{1}{\sqrt{3}}\left[2\left(\frac{s_2 - s_3}{s_1 - s_3}\right) - 1\right]\right\} \tag{I-30}$$

σ_m est la contrainte moyenne et q est la contrainte équivalente de von Mises définie comme :

$$q = \sqrt{\frac{3}{2}\boldsymbol{s}:\boldsymbol{s}} \tag{I-31}$$

$\boldsymbol{s}$ est le tenseur des contraintes déviatoriques :

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{\sigma} + p\mathbf{1} \tag{I-32}$$

s_1, s_2 et s_3 sont les composants du tenseur des contraintes déviatoriques dans le plan principal. L'angle de Lode peut être normalisé ($\bar{\theta}$) [89] s'écrit sous la forme :

$$\bar{\theta} = 1 - \frac{6\theta}{\pi} \tag{I-33}$$

I.2.2.1 - L'angle de Lode

La définition de l'angle de Lode,θ, peut être interprétée à partir de la représentation du vecteur de contrainte, $\overrightarrow{OB}$, dans l'espace des contraintes principales, comme le montre la Figure I-17 .

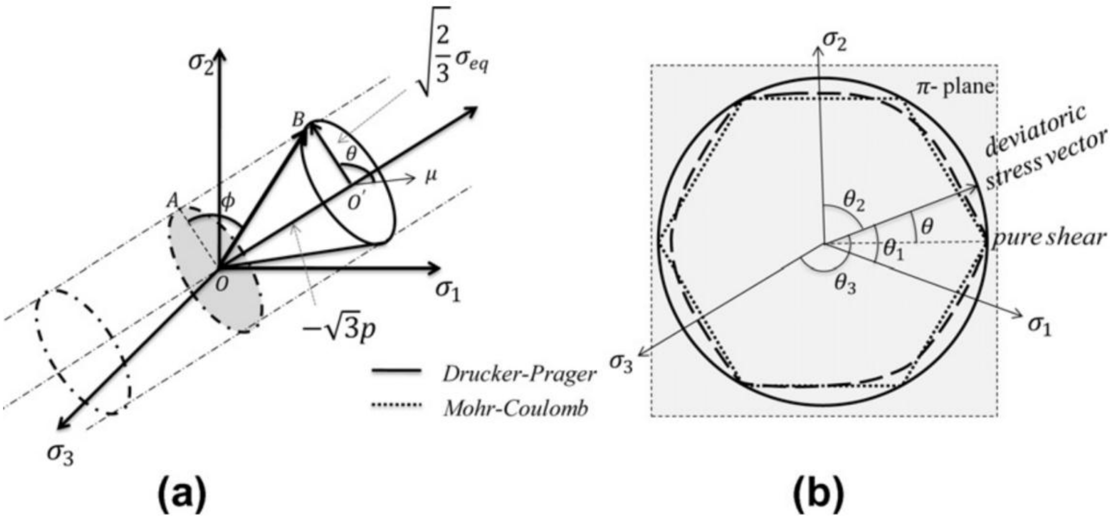

Figure I-17 : (a) représentation schématique de vecteur de contrainte $\overrightarrow{OB}$ dans l'éspace des contraintes principales et (b) définition de l'angle de Lode dans le plan déviatorique (π) [99]

Le vecteur contrainte est composé de deux termes : la partie déviatorique $\overrightarrow{O'B}$ et la partie hydrostatique $\overrightarrow{OO'}$. Le rapport entre la partie hydrostatique et la partie déviatorique définit la triaxialité de contrainte. L'angle ϕ, entre le vecteur de contrainte $\overrightarrow{OB}$ et le plan déviatorique (π) est nommé, angle élévateur. Il permet de décrire la taille de la surface de charge. L'angle de Lode θ est défini dans le plan déviatorique des contraintes, (Figure I-17), il correspond au plus petit angle entre la ligne de cisaillement pur et la projection du vecteur des contraintes sur le plan déviatorique. J.P. Bardet [100] a étudié l'influence de cet l'angle sur la forme de la surface de charge et a conclu que le modèle de Drucker-Prager est indépendant de l'angle de Lode et que les modèles de Tresca et Mohr-Coulomb y sont dépendants (Figure I-17).

Dans le contexte d'étude de la rupture ductile, certains auteurs ont proposé une prise en compte de l'effet de l'angle de Lode soit dans le modèle standard de Von Mises soit dans certaines lois d'évolution de l'endommagement. En particulier, M. Brunig et al. [90] et Y. Bai et T. Wierzbicki [89] ont proposé des nouveaux modèles élasto-plastiques qui incluent les trois invariants du tenseur des contraintes dans la définition de la surface de charge du matériau. D'autre part, afin d'améliorer la prise en compte de l'évolution des cavités dans le modèle de Gurson pour les faibles niveaux de triaxilité de contrainte, K. Nahshon et J. Hutchinson [98], I. Barsoum et J. Faleskog ([87] , [88]) et L. Xue [101] ont proposé l'introduction de nouveaux mécanismes de cisaillement qui dépendent de l'angle de Lode.

I.2.2.2 - La surface de rupture

L'influence du niveau de triaxialité des contraintes sur les modes de rupture ductile a été constatée expérimentalement et présentée par plusieurs auteurs ([63], [102]). Y. Bao et T. Wierzbicki [83] ont mis en œuvre plusieurs essais sur des éprouvettes de géométries différentes pour déterminer les zones d'amorçage de la rupture en fonction du niveau de triaxialité de contrainte. La Figure I-18 montre le comportement de deux matériaux ductiles décrit par un critère de rupture tridimensionnel pour une plage de triaxialité qui varie entre -1 et 1. Ces résultats sont issus des travaux de Bao et Wierzbicki [83] pour un alliage d'aluminium et Bai [89] pour l'acier. Les résultats ont montré que la déformation plastique à la rupture n'est pas une fonction monotone décroissante du triaxialité de contrainte [83]. Cette constatation est particulièrement vérifiée pour les matériaux, comme les alliages d'aluminium, qui sont à la fois fortement dépendants de la pression hydrostatique et sensibles à l'angle de Lode (Figure I-18-a). Pour un niveau élevé de triaxialité de contrainte, où le mécanisme de croissance des cavités sphériques joue un rôle majeur dans le processus d'endommagement, la déformation plastique équivalente diminue avec l'augmentation de la triaxialité de contrainte. Cependant, pour une gamme de triaxialité de contrainte de niveau plus faible [-1,0], où l'allongement des cavités est le mécanisme prédominant, la déformation équivalente plastique augmente avec l'augmentation de la valeur de la triaxialité de contrainte [83]. Ces comportements spécifiques sont complètement différents pour les matériaux, comme l'acier 1045, faiblement dépendants de la pression hydrostatique et l'angle de Lode où la déformation équivalente plastique diminue avec l'augmentation de la triaxialité de contrainte (Figure I-18-b).

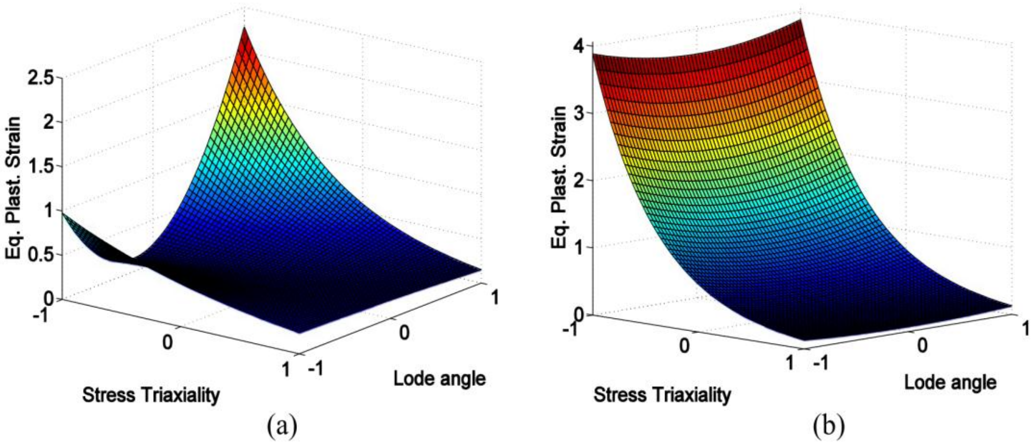

Figure I-18 : Comportement des matériaux ductiles dans l'espace de rupture tridimensionnel : (a) matériau avec forte dépendance de la pression hydrostatique et de l'angle de Lode, alliage d'aluminium 2024 et (b) matériau avec faible dépendance, l'acier 1045 [99]

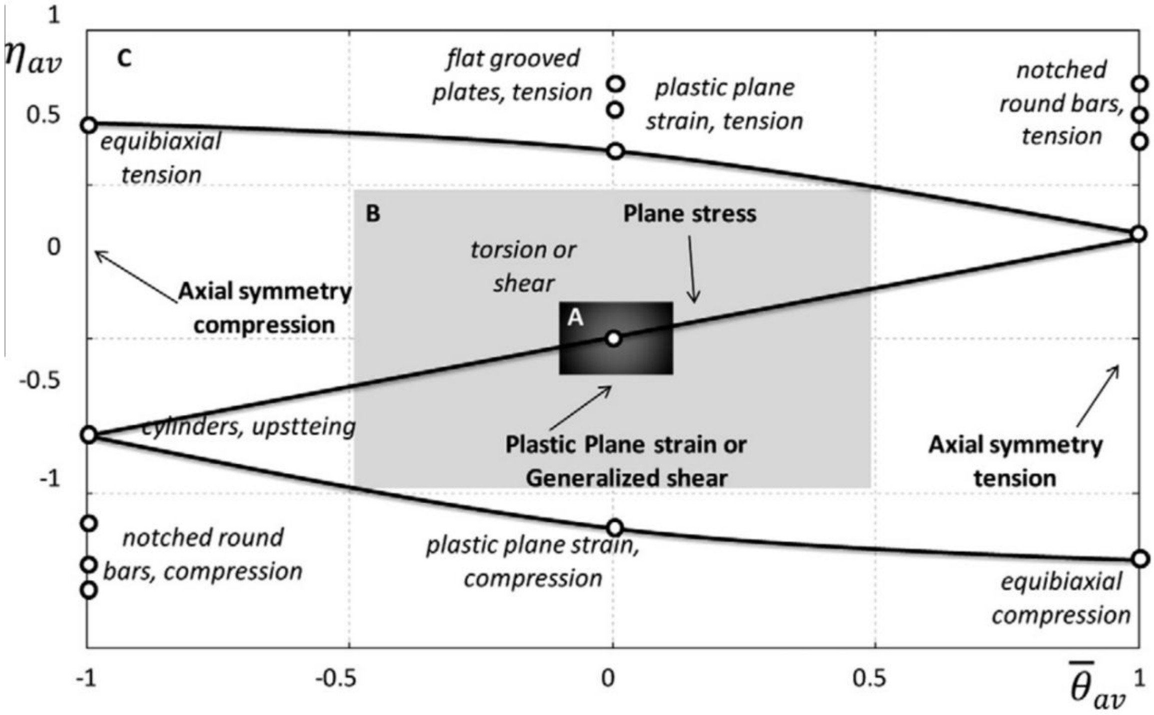

Figure I-19 : Représentation de l'état initial de contrainte dans l'espace de triaxialité de contrainte en fonction de l'angle de Lode [89]

Il est également possible de quantifier les influences respectives de la triaxialité de contrainte η et de l'angle de Lode normalisé $\bar{\theta}$, en représentant les états de contrainte initiaux induits par les modes de chargements des éprouvettes, dans l'espace de variation (η,$\bar{\theta}$), comme indiqué dans la Figure I-19.

La zone "A" représente la région où la contribution des effets de cisaillement sur la dégradation interne du matériau est la plus significative. Dans ce cas, la triaxialité de contrainte et l'angle de Lode normalisé sont quasiment nuls. Ce comportement correspond à des conditions de chargement de cisaillement pur, où l'allongement des cavités entraîne la dégradation des propriétés des matériaux.

Dans la zone "B", l'influence des effets de cisaillement est encore sensible. Les comportements correspondent à des conditions de chargement combinés (compression - cisaillement ou de traction-cisaillement), où les croissances des cavités sphériques par allongement sont encore observées.

Enfin, dans la zone "C", les effets de cisaillement sont négligeables et le mécanisme prédominant dans l'évolution de l'endommagement est la croissance des cavités sphériques.

I.2.3 - Modèles constitutifs pour la rupture ductile

On s'intéresse dans cette section aux modèles les plus récents de rupture micromécaniques qui intègrent les effets des états des contraintes dans la caractérisation de la rupture ductile et qui traitent l'endommagement induit en cisaillement.

I.2.3.1 - Les modèles de types Gurson

Le modèle de A.L. Gurson [51] est le premier modèle micromécanique qui a proposé un couplage entre le comportement et l'endommagement. Le modèle est basé sur la croissance de cavités sphériques et s'inspire des travaux préalables de J. Rice et D. Tracey [53]. La présence de cavités dans le matériau, modifie son comportement plastique macroscopique. La variable f, intégrée au modèle et définie comme étant la fraction volumique de vide (volume des cavités/volume total), permet de décrire l'évolution de l'endommagement.

A.L. Gurson propose une fonction de potentiel plastique de la forme suivante [51]:

$$\Phi = \left(\frac{q}{\sigma_0}\right)^2 + 2f\cosh\left(-\frac{3p}{2\sigma_0}\right) - (1+f^2) = 0 \qquad \textbf{(I-34)}$$

σ_0 est la contrainte d'écoulement de la matrice non endommagée, p est la pression hydrostatique et q représente la contrainte équivalente de von Mises.

L'endommagement, par l'intermédiaire de la variable f, modifie la surface de charge du critère de plasticité, et il est ainsi possible de traduire la baisse de capacité de résistance du matériau en fonction de l'évolution du dommage. Dans le cas particulier où f est égal à 0 (matériau vierge sans endommagement), le critère de plasticité correspond alors à celui de Von Mises.

L'évolution de la fraction volumique, due à la croissance des microcavités, est déterminée à partir de la conservation de la masse :

$$\dot{f}_{cr} = (1-f)tr(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{p}}) \qquad \textbf{(I-35)}$$

$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{p}}$ est le tenseur de vitesse de déformation plastique.

Néanmoins, ce modèle ne prend pas en compte les interactions entre microcavités.

I.2.3.2 - Le modèle de Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN)

Pour rendre compte du phénomène de coalescence entre les cavités, V. Tvergaard et A. Needleman ([71], [103], [104]) ont modifié le modèle de Gurson en y intégrant de nouveaux paramètres constitutifs q_1, q_2 et q_3 tels que:

$$\Phi = \left(\frac{q}{\sigma_0}\right)^2 + 2q_1 f^*\cosh\left(-\frac{3q_2 p}{2\sigma_0}\right) - 1 - (q_1 f^*)^2 = 0 \qquad \textbf{(I-36)}$$

La variation totale de f due à un incrément de déformation plastique est la somme des contributions dues à la croissance$\dot{f}_{cr}$, et à la nucléation de nouvelles cavités $\dot{f}_n$:

$$\dot{f} = \dot{f}_{cr} + \dot{f}_n \qquad \textbf{(I-37)}$$

Le terme de germination $\dot{f}_n$ est contrôlé par la déformation plastique. De nombreux auteurs utilisent une expression sous la forme d'une probabilité Gaussienne introduite par C. Chu et A. Needleman [105] :

$$\dot{f}_n = A\dot{\bar{\varepsilon}}^p \tag{I-38}$$

Sachant que :

$$A = \frac{f_N}{S_N\sqrt{2\pi}}\exp[-\frac{1}{2}\left(\frac{\bar{\varepsilon}^p - \varepsilon_N}{S_N}\right)^2] \tag{I-39}$$

f_N est la fraction volumique des cavités crées par nucléation, $\varepsilon_N$est la déformation plastique à partir de laquelle la nucléation commence et S_N est l'écart type de la distribution normale de Gauss des cavités.

Il est supposé que les cavités sont nucléées seulement lorsque le chargement est en traction et la nucléation des vides ne se produit pas en compression.

La fonction f* représente la fraction volumique modifiée des cavités (porosité fictive). Son expression est donnée par V. Tvergaard et A. Needleman [71] :

$$f^* = \begin{cases} f & f \le f_c \\ f_c + \frac{\bar{f}_f - f_c}{f_f - f_c}(f - f_c) & f_c < f < f_f \\ \bar{f}_f & f \ge f_f \end{cases}, \quad \bar{f}_f = \frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 - q_3}}{q_3} \tag{I-40}$$

f_c est la fraction volumique de cavités pour laquelle la coalescence débute et f_f représente la valeur de la fraction volumique à la rupture.

I.2.3.3 - Prise en compte de mécanisme de cisaillement

Une limitation importante des modèles basés sur l'approche de Gurson est liée au fait que les effets de cisaillement ne sont pas pris en compte dans la formulation. Cette constatation exclut la possibilité de prédire la localisation du cisaillement et de la rupture dans des conditions de faible triaxialité de contrainte. Sous des conditions de chargement dominantes en cisaillement, la distorsion des cavités et des ligaments entre les cavités joue un rôle crucial dans l'évolution de la dégradation interne du matériau. Par conséquent, afin d'améliorer la capacité prédictive du modèle de GTN, sous de faibles niveaux de triaxialité de contrainte, L. Xue [101] et K. Nahshon et J. Hutchinson [98] ont proposé l'introduction d'un mécanisme de cisaillement dans la loi d'évolution des cavités.

- Contribution de L. Xue [101]

Le mécanisme est basé sur des considérations géométriques d'une structure de cellule unitaire contenant un vide circulaire en son centre qui est soumise à une contrainte de cisaillement simple. L'évolution de l'endommagement dû au cisaillement ($\dot{f}_{cis}$) dépend, selon l'auteur : de la porosité, de la déformation plastique équivalente et de l'angle de Lode. Le taux de variation de ce mécanisme peut être mathématiquement exprimé par :

$$\dot{f}_{cis} = q_4 f^{q_5} g_0 \bar{\varepsilon}\dot{\bar{\varepsilon}}^p \tag{I-41}$$

q_4 et q_5 représentent des paramètres constitutifs du matériau. Pour les problèmes à deux dimensions $q_4 = 1{,}69$ et $q_5 = 1/2$ et pour les problèmes tridimensionnels $q_4 = 1{,}86$ et $q_5 = 1/3$ [101]. La variable f représente la porosité, $\bar{\varepsilon}$ est la déformation équivalente et g_0 est le paramètre qui introduit la dépendance du mécanisme de cisaillement à l'angle de Lode. Si g_0 est différent de zéro, le mécanisme de cisaillement est pris en compte. Toutefois, si g_0 est nul, il n'y a pas d'effet du mécanisme de cisaillement, sur l'évolution d'endommagement, et seul les mécanismes de nucléation et de croissance des sont actifs.

La Fonction de l'angle de Lode,g_0, peut être définie par:

$$g_0 = 1 - \frac{6|\theta|}{\pi} = 1 - |\bar{\theta}| = 1 - \frac{2}{\pi} arccos\xi \tag{I-42}$$

Où θ est l'angle de Lode qui est déterminé selon l'équation (I-30), $\bar{\theta}$ est l'angle de Lode normalisé et ξ représente le troisième invariant normalisé défini par :

$$\xi = \frac{27}{2}\frac{J_3}{q^3} \tag{I-43}$$

Avec $J_3 = det(\boldsymbol{s})$, troisième invariant des contraintes.

Le mécanisme de cisaillement proposé par L. Xue [101] peut être inclut dans le modèle de GTN, qui dispose déjà de mécanismes de nucléation et de croissance des micro-vides. Ainsi, l'évolution de la porosité exprimée à l'origine par l'équation (I-37), est redéfinie comme suit:

$$\dot{f} = \dot{f}_{cr} + \dot{f}_n + \dot{f}_{cis} \tag{I-44}$$

L'évolution de l'endommagement dans le matériau dégrade l'ensemble de ses propriétés élastiques. Cependant, cet effet est négligeable par rapport à l'influence de l'endommagement sur le comportement plastique. Par conséquent, la loi d'évolution de l'endommagement en cisaillement ne prend pas en compte de terme en déformation totale. Elle est définie uniquement comme une fonction de la déformation plastique accumulée et du taux de déformation plastique accumulée (voir l'équation (I-41)):

$$\dot{f}_{cis} = q_4 f^{q_5} g_0 \bar{\varepsilon}^p \dot{\bar{\varepsilon}}^p \tag{I-45}$$

- La contribution de K. Nahshon et J. Hutchinson [98]

K. Nahshon et J. Hutchinson ont proposé, pour décrire le mécanisme dû au cisaillement, un terme additionnel ($\dot{f}_{cis}$) différent de celui défini par L. Xue [101].

$$\dot{f}_{cis} = k_w \frac{f w_0(\sigma)}{q} \boldsymbol{s} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \qquad \textbf{(I-46)}$$

où $w_0(\boldsymbol{\sigma})$ est une fonction de l'état de contrainte représenté par le troisième invariant normalisé ξ. k_w est un paramètre constitutif du matériau introduit spécifiquement dans cette approche. Le paramètre $w_0(\boldsymbol{\sigma})$ s'écrit comme suit :

$$w_0(\boldsymbol{\sigma}) = w(\xi) = 1 - (\xi)^2 \qquad \textbf{(I-47)}$$

Il est important de noter que $w(\xi)$ ne permet pas de distinguer précisément certains états de contrainte comme, par exemple, deux états axisymétriques décrits par :

- l'égalité de deux contraintes principales mineures (traction uniaxiale avec ($\xi = 1$))
- l'égalité de deux contraintes principales majeures (traction biaxiale ($\xi = -1$))

Dans ces deux cas, la valeur de $w(\xi)$ sera effectivement nulle.

De plus, l'application de cette approche en cisaillement au taux de croissance d'endommagement dans l'équation (I-46) et (I-47) n'affecte pas la normalité de la règle d'écoulement plastique, comme l'ont démontré par K. Nahshon et J. Hutchinson [98]. En effet, le terme de cisaillement n'est gouverné que par les incréments de déformation plastique, et ne dépend que des valeurs des contraintes actuelles, au travers du troisième invariant J_3.

En revanche, la modification introduite par K. Nahshon et J. Hutchinson [98] est purement phénoménologique. Le paramètre f peut être considéré soit comme fraction volumique effective des cavités soit un simple paramètre d'endommagement.

- Extension de K.L. Nielsen et V. Tvergaard [106]

Le paramètre k_w qui apparaît dans l'équation (I-46), est défini par K. Nahshon et J. Hutchinson [98] comme l'amplitude de croissance d'endommagement en cisaillement, alors que $w_0(\boldsymbol{\sigma})$ est formulé pour effectuer une distinction entre l'état des contraintes sans cisaillement cas où $w(\boldsymbol{\sigma}) = 0$ et tous les états de contraintes décrivant des effets combinés entre le cisaillement pur et la pression hydrostatique cas où $w(\boldsymbol{\sigma}) = 1$.

Cependant, cette approche peut avoir une influence significative sur certains états de contraintes à fort taux de triaxialité de contrainte. C'est par exemple le cas de la traction plane, où la triaxialité de contrainte vaut environ 0,577. Dans ce cas, le troisième invariant du tenseur des contraintes ξ est nul et de ce fait $w(\boldsymbol{\sigma}) = 1$. La contribution au développement de l'endommagement en cisaillement est donc, dans ce cas, maximale malgré un niveau de triaxialité de contrainte assez important.

Afin de pallier cet inconvénient, K.L. Nielsen et V. Tvergaard [106] ont proposé une modification au modèle de K. Nahshon et J. Hutchinson [98] en introduisant, dans le terme d'endommagement, un facteur supplémentaire $\Omega(\eta)$ qui dépend du niveau de triaxialité de contrainte. Ce facteur introduit une interpolation linéaire permettant de normaliser à l'intervalle [0,1] les niveaux limites $[\eta_1, \eta_2]$ de triaxialité significatifs de la sensibilité à l'effet du cisaillement. $w_0(\boldsymbol{\sigma})$ s'exprime ainsi sous la forme suivante :

$$w_0(\boldsymbol{\sigma}) = w(\boldsymbol{\xi})\Omega(\eta), \qquad \text{avec} \ \ \Omega(\eta) = \begin{cases} 1, & pour \quad \eta < \eta_1 \\ \dfrac{\eta - \eta_1}{\eta_1 - \eta_2}, & pour \quad \eta_1 \leq \eta \leq \eta_2 \\ 0, & pour \quad \eta > \eta_2 \end{cases} \tag{I-48}$$

Où $\eta_1 < \eta_2$ et $w_0(\boldsymbol{\sigma})$ est donnée par l'équation (I-47). L'interpolation signifie que le modèle de K. Nahshon et J. Hutchinson [98] est utilisé pour $\eta \leq \eta_1$, alors que le modèle GTN est utilisé pour $\eta \geq \eta_2$. L'extension (I-48) est proposée parce que la modification en cisaillement donnée par la référence [98] influe assez fortement sur l'évolution d'endommagement même à triaxialité de contrainte élevée, comme trouvé dans le cas de traction uniaxiale sous déformation plane.

Avec l'extension proposée en (I-48) les caractéristiques du modèle de Gurson sont maintenues pour des niveaux de triaxialité de contrainte élevés, en préservant également la prédiction de rupture ductile en cisaillement à faibles niveaux de triaxialité de contrainte.

Il faut noter que l'insertion du facteur correcteur $\Omega(\eta)$ dans $w_0(\boldsymbol{\sigma})$ ne modifie pas la règle de normalité plastique.

I.2.3.4 - Les critères de rupture non couplés

Les modèles d'endommagement non couplés sont déduits des champs de contraintes et de déformations mais n'ont aucun effet direct sur ces champs. Ce type de critères s'écrive souvent sous forme intégrale.

Les principaux modèles d'endommagement non couplés trouvés dans la littérature sont:

- Le critère de M. Oyane [54]:

$$C_O = \int_0^{\varepsilon_R} (1 + A\eta) d\bar{\varepsilon}^p \tag{I-49}$$

A est un paramètre matériau.

- le critère de F. A. McClintock [61] :

$$C_M = \int_0^{\varepsilon_R} exp(\sqrt{3}\eta) d\bar{\varepsilon}^p \quad \text{(I-50)}$$

- le critère de J. Rice et D. Tracey [53] :

$$C_{RT} = 0{,}283 \int_0^{\varepsilon_R} exp\left(\frac{3}{2}\eta\right) d\bar{\varepsilon}^p \quad \text{(I-51)}$$

- le critère de M. Cockroft et D. Latham [52] :

$$C_{CL} = \int_0^{\varepsilon_R} exp\left(\frac{\Omega}{q}\right) d\bar{\varepsilon}^p \quad \text{(I-52)}$$

Ω est la contrainte principale maximale positive.

- le critère de A.M. Goijaerts [17] :

$$C_G = \int_0^{\varepsilon_R} \left(1 + 3{,}9\eta\bar{\varepsilon}^{p\,0{,}63}\right) d\bar{\varepsilon}^p \quad \text{(I-53)}$$

- le critère d'initiation de rupture ductile [24] :

$$W = \int_0^{\varepsilon_R} \frac{d\bar{\varepsilon}^p}{\bar{\varepsilon}_r(\eta)} = 1 \quad \text{(I-54)}$$

W est l'indicateur de formabilité et $\bar{\varepsilon}_r(\eta)$ la fonction limite de formabilité.

Ces modèles prennent en compte une variable externe qui prédit la rupture si une valeur critique est atteinte. Cependant, cette valeur critique dépend non seulement le type du matériau, mais aussi de l'état des contraintes, qui varie durant le procédé et qui décide la valeur de la déformation à la rupture $\bar{\varepsilon}_r$.

I.3 - Conclusion :

Ce chapitre présente un état de l'art sur les études menées sur le procédé de découpage et sur les modèles d'endommagement ductiles.

Les principaux travaux réalisés dans le domaine de découpage des tôles se répartissent en trois catégories :

- Approches expérimentales : par la caractérisation du procédé par la courbe effort-déplacement du poinçon, par l'analyse de la qualité du profil de la pièce découpé et par l'étude de l'effet des paramètres technologiques du procédé sur le comportement global et local du produit découpé.

- Approches théoriques : par la proposition de modèles analytiques simples basés sur un ensemble d'hypothèses. Ces types de modélisations permettent de prédire principalement l'effort maximal de découpe et de donner des estimations sur les champs de contraintes et de déformations dans la zone de cisaillement du matériau.
- Approches numériques : par la simulation numérique du procédé à l'aide de codes de calcul, généralement, par éléments finis. Ces travaux traitent de la prise en compte, ou non, de l'endommagement pendant la simulation du procédé. Ils s'intéressent également à l'implémentation des différents modèles de rupture ductile ainsi qu'à la vérification de leur capacité de prédiction.

La deuxième partie de ce chapitre est consacrée aux travaux menés jusqu'à présent sur l'endommagement ductile et sur les modes de description des états de contraintes. Il s'intéresse plus particulièrement à l'influence de la triaxialité de contrainte et du troisième invariant de contrainte (angle de Lode), sur l'endommagement et la rupture ductile. Une description détaillée d'un modèle micromécanique de type Gurson ainsi que de ses extensions les plus récentes, incluant les chargements en cisaillement, est effectuée. Un inventaire des critères de rupture non couplés est également présenté.

Dans la suite des travaux, deux des modèles présentés seront étudiés afin de vérifier leur capacité prédictive dans le cadre de la caractérisation du procédé de découpage:

- le modèle de Gurson avec les extensions en cisaillement proposées par K. Nahshon et J. Hutchinson [98] et K.L. Nielsen et V. Tvergaard [106];
- le critère de d'initiation de la rupture ductile non découplé (l'équation (I-54)).

Le chapitre suivant présente une caractérisation micro-macro mécanique qui nous permettra de justifier le choix du modèle d'endommagement et pour mettre en place les essais nécessaires d'identification des paramètres du modèle.

Chapitre II:

Caractérisation expérimentale du matériau

Ce chapitre présente une description expérimentale du matériau basée sur des observations microscopiques afin d'identifier les mécanismes physiques d'endommagement mis en jeux pour deux états de chargement différents (traction et cisaillement). Des essais mécaniques à différents niveaux d'états de contrainte sont aussi effectués pour étudier la sensibilité de l'endommagement du matériau aux modes de chargement.

***Note :* Pour respecter les accords de confidentialité entre l'ENSAM et DEVILLÉ ASC, les différentes côtes des éprouvettes présentées, les valeurs des axes des graphs et les valeurs des paramètres matériau n'apparaîtront pas dans ce rapport.**