

Écriture des ondes évanescentes sous forme complexe

Nous recherchons, comme solution des équations de Maxwell, un mode particulier qui a la forme d'une onde de surface. Une onde de surface est une onde propagative le long de l'interface et évanescente normalement à celle-ci. Les deux milieux, métal et diélectrique, sont supposés linéaires, homogènes isotropes et semi-infinis. Ils sont parcourus chacun par une onde évanescente.

Le système à étudier est résumé sur la figure A1.1.

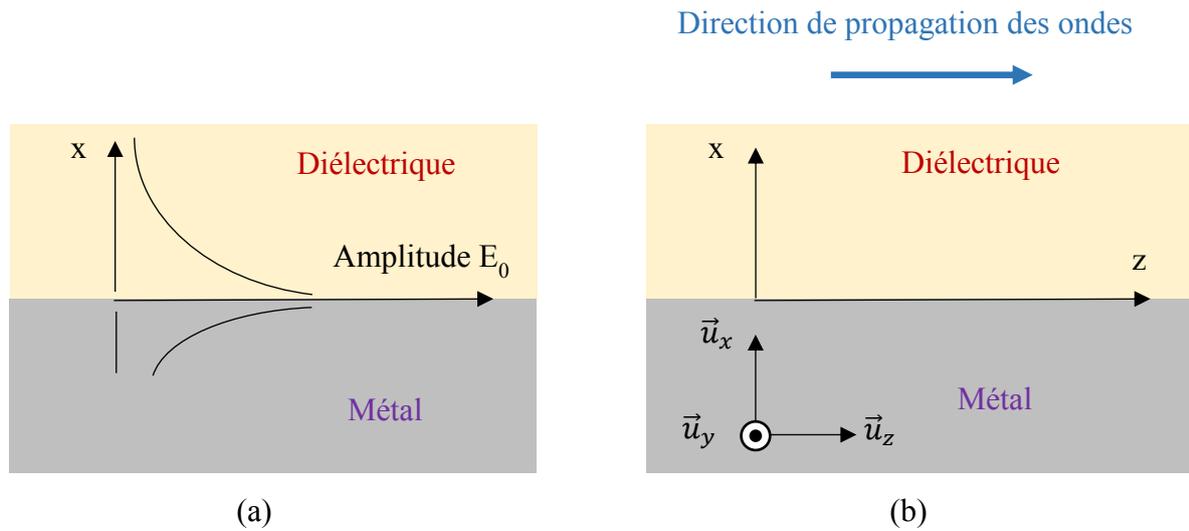


Figure A1.1 : Configuration étudiée. a) décroissance de l'amplitude en fonction de la distance à l'interface. b) Repère utilisé

On peut écrire un champ électrique (ou le champ magnétique) associé à une onde plane monochromatique et évanescente, sous la forme :

$$\vec{E}(x, z, t) = E_0 \underbrace{e^{\pm \alpha x}}_{\substack{\text{évanescence} \\ \text{suivant } x \\ \text{(diminution} \\ \text{de l'amplitude en} \\ \text{s'éloignant de} \\ \text{l'interface} \\ \text{ici } \alpha > 0}} \underbrace{e^{-\beta z}}_{\substack{\text{atténuation} \\ \text{lors de la propagation} \\ \text{suivant } z \\ \text{(liée aux pertes} \\ \text{énergétiques :} \\ \text{effet Joule dans} \\ \text{conducteur)}}} \cos\left(\underbrace{k'_z z}_{\substack{\text{propagation} \\ \text{suivant } z}} - \omega t\right) \vec{u} \quad (A1.1)$$

\vec{u}_E est le vecteur unitaire associé au champ \vec{E} , appelé « vecteur polarisation de \vec{E} ».

Si la propagation a lieu selon les valeurs de z croissant, on doit avoir $\beta > 0$ pour traduire une atténuation.

Remarque

- Pour traduire une onde évanescente, $e^{\pm\alpha x}$ doit décroître lorsque l'on s'éloigne de l'interface.

Dans le milieu diélectrique, puisque $x > 0$, on doit écrire : $e^{-\alpha_d x}$ avec $\alpha_d > 0$

Dans le milieu métallique, puisque $x < 0$, on doit écrire : $e^{+\alpha_m x}$ avec $\alpha_m > 0$

Sous cette forme α apparaît comme un « coefficient d'atténuation »

Milieu diélectrique (indice d)

L'onde évanescente dans le milieu diélectrique s'écrit :

$$\vec{E}_d(x, z, t) = E_{0d} e^{-\alpha_d x} e^{-\beta z} \cos(k'_{dz} z - \omega t) \vec{u}_{Ed} \quad (A1.2)$$

En notation complexe cette expression devient

$$\underline{\vec{E}}_d(x, z, t) = \underline{E}_{0d} e^{-\alpha_d x} e^{-\beta z} e^{i(k'_{dz} z - \omega t)} \vec{u}_{Ed} \quad (A1.3)$$

(le symbole $\underline{\quad}$ indique une grandeur complexe)

$$\underline{\vec{E}}_d(x, z, t) = \underline{E}_{0d} e^{i((k'_{dz} + i\beta)z + i\alpha_d x - \omega t)} \vec{u}_{Ed} \quad (A1.4)$$

En introduisant un vecteur d'onde complexe $\underline{\vec{k}}_d$, l'expression (4) s'écrit sous la forme :

$$\underline{\vec{E}}_d(x, z, t) = \underline{E}_{0d} e^{i(\underline{\vec{k}}_d \cdot \vec{r} - \omega t)} \vec{u}_{Ed} \quad (A1.5)$$

avec $\begin{cases} \underline{k}_{dx} = i k''_{dx} & k''_{dx} = \alpha_d > 0 \\ 0 & \\ \underline{k}_{dz} = k'_{dz} + i k''_{dz} & k''_{dz} = \beta > 0 \end{cases}$

$$\vec{r} \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \text{vecteur position}$$

Milieu métallique (indice m)

L'onde évanescente dans le milieu diélectrique s'écrit :

$$\vec{E}_d(x, z, t) = E_{0m} e^{+\alpha_m x} e^{-\beta z} \cos(k'_{mz} z - \omega t + \varphi) \vec{u}_{Em} \quad (A1.6)$$

On obtient de même, En introduisant un vecteur d'onde complexe \vec{k}_m , on a :

$$\vec{E}_m(x, z, t) = E_{0m} e^{i(\vec{k}_m \cdot \vec{r} - \omega t)} \vec{u}_{Em} \quad (A1.7)$$

avec

$$\begin{cases} k_{mx} = i k''_{mx} & k''_{mx} = -\alpha_m < 0 \\ 0 & \\ k_{mz} = k'_{mz} + i k''_{mz} & k''_{mz} = \beta > 0 \end{cases}$$

Une expression de la forme $\vec{E} = E_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$ est solution de l'équation de Helmholtz traduisant la propagation d'un onde électromagnétique plane harmonique.

La partie réelle de \vec{k} traduit donc la propagation de l'onde, les parties imaginaires traduisent l'atténuation (pertes dans la direction de propagation, caractère évanescent dans la direction perpendiculaire à la l'interface).

Remarque : on montre de façon générale, que la composante \vec{k}_z de \vec{k} parallèle à l'interface se conserve à la traversée de l'interface.

Cela signifie $k_{dz} = k_{mz}$. Ces deux composantes seront donc notés par la suite \vec{k}_z

Annexe 2 : Nécessité des ondes transverses magnétiques

Les expressions sous forme complexe des champs électriques associés aux ondes évanescentes dans les deux milieux, diélectrique et métallique, sont présentées à l'annexe 1. Nous examinons maintenant les conditions pour que de telles ondes peuvent se propager simultanément à la l'interface séparant ces deux milieux. Cela nécessite de préciser les conditions de raccordement (appelées relations de continuité ou de passage) des deux ondes à l'interface. Ces conditions doivent être respectées pour les champs électriques et magnétiques des deux ondes.

A2.1. Détermination du champ magnétique connaissant le champ électrique ou inversement

Le passage \vec{E} à \vec{B} ou de \vec{B} à \vec{E} , s'effectue en utilisant la relation de Maxwell-Faraday ou de Maxwell-Ampère.

$$\text{Maxwell-Faraday : } \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (\text{A2.1})$$

$$\text{Maxwell-Ampère : } \overrightarrow{rot}\vec{B} = \varepsilon_r\varepsilon_o\mu_o\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \quad (\text{A2.2})$$

(cas où $\mu_r = 1$ et où pas de courant de conduction)

A2.2. Relations de continuité

Elles permettent de relier à l'interface, les champs électriques de part et d'autre de l'interface et les champs magnétiques de part et d'autre de l'interface.

On rappelle tout d'abord les relations constitutives liant le vecteur déplacement \vec{D} à \vec{E} et le champ excitation magnétique \vec{H} à \vec{B} . Pour des milieux linéaires et isotropes, on a, en notations complexes (donc uniquement pour des ondes harmoniques) :

$$\underline{\vec{D}} = \varepsilon_0 \underline{\varepsilon_r} \underline{\vec{E}} \quad \text{et} \quad \underline{\vec{B}} = \mu_0 \underline{\mu_r} \underline{\vec{H}} \quad (\text{mais avec les 2 milieux considérés ici } \underline{\mu_r} \approx 1)$$

Les relations de passage à l'interface diélectrique-métal ($x = 0$), permettent de préciser les relations entre les champs électriques et magnétiques dans les 2 milieux. A « l'échelle de l'interface » (donc sans avoir recours à des charges et des courants surfaciques) on a :

$$\text{Continuité des composantes normales de } \underline{\vec{D}} : \underline{\vec{n}}_{md} \cdot \left(\underline{\varepsilon}_{rd} \underline{E_d} \underline{u_{Ed}} - \underline{\varepsilon}_{rm} \underline{E_m} \underline{u_{Em}} \right) = 0 \quad (\text{A2.3a})$$

$$\text{Continuité des composantes tangentielles de } \underline{\vec{E}} : \underline{\vec{n}}_{md} \times \left(\underline{E_d} \underline{u_{Ed}} - \underline{E_m} \underline{u_{Em}} \right) = \vec{0} \quad (\text{A2.3b})$$

$$\text{Continuité des composantes normales de } \underline{\vec{B}} : \underline{\vec{n}}_{md} \cdot \left(\underline{B_d} \underline{u_{Bd}} - \underline{B_m} \underline{u_{Bm}} \right) = 0 \quad (\text{A2.3c})$$

$$\text{Continuité des composantes tangentielles de } \underline{\vec{H}} : \underline{\vec{n}}_{md} \times \left(\underline{B_d} \underline{u_{Bd}} - \underline{B_m} \underline{u_{Bm}} \right) = \vec{0} \quad (\text{A2.3d})$$

Où \vec{n}_{md} est la normale orientée du métal vers le diélectrique (figure A2-1).

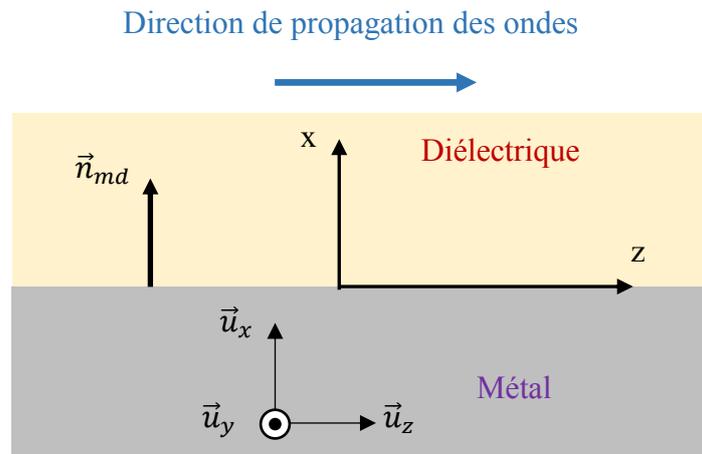


Figure A2.1 : repère utilisé et orientation de l'interface

Nous allons à présent distinguer les cas de la polarisation transverse électrique TE correspondant à un champ électrique perpendiculaire au plan d'incidence (et donc orienté suivant l'axe y), de la polarisation transverse magnétique TM (champ électrique dans le plan d'incidence Oxz). Nous allons montrer que seule la polarisation TM peut donner lieu à la propagation d'ondes évanescentes guidées le long de l'interface.

Polarisation TE

On se place dans le cas où l'onde évanescente dans le milieu diélectrique est transverse électrique TE. Le champ \vec{E}_d est alors perpendiculaire à la direction de propagation et est parallèle à l'interface. Il est orienté suivant \vec{u}_y , il n'a donc pas de composante normale à l'interface. On a donc :

$$\text{Diélectrique : } \quad \vec{E}_d(x, z, t) = E_0 e^{i(k_{dx}x + k_z z - \omega t)} \vec{u}_y \quad (\text{A2.4})$$

L'équation (A2.5) implique alors aussi que \vec{E}_m n'a pas de composante normale. La continuité des composantes tangentielles de \vec{E} implique \vec{E}_m est suivant \vec{u}_y (donc est aussi transverse électrique TE) et a même amplitude réelle que \vec{E}_d : $E_{om} = E_{od} = E_0$

Les vecteurs polarisation ont même direction. En les orientant dans le même sens, soit $\vec{u}_{Em} = \vec{u}_{Edm} = +\vec{u}_y$, on a :

$$\text{Métal : } \quad \vec{E}_m(x, z, t) = E_0 e^{i(k_{mx}x + k_z z - \omega t)} \vec{u}_y \quad (\text{A2.5})$$

L'utilisation de l'équation de Maxwell-Faraday (A2.1) $\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ appliquée à (A2.4) et (A2.5) permet d'obtenir les vecteurs champs magnétiques dans les deux milieux. On trouve :

$$\text{Diélectrique : } \underline{\vec{B}}_d(x, z, t) = \frac{E_0}{\omega} \begin{pmatrix} -k_z \\ 0 \\ +k_{dx} \end{pmatrix} e^{i(k_{dx}x + k_z z - \omega t)} \quad (\text{A2.6})$$

$$\text{Métal : } \underline{\vec{B}}_{dm}(x, z, t) = \frac{E_0}{\omega} \begin{pmatrix} -k_z \\ 0 \\ +k_{mx} \end{pmatrix} e^{i(k_{mx}x + k_z z - \omega t)} \quad (\text{A2.7})$$

La continuité de la relation (A2.3d) implique $k_{dx} = k_{mx}$, donc que implique :

$$k_{dx} = -k_{mx} \quad (\text{A2.8})$$

Comme k_{dx} et k_{mx} sont de même signe. La condition (A2.8) **n'est jamais satisfaite**.

Polarisation TM

Dans cette configuration, c'est le champ \vec{B}_d qui est perpendiculaire à la direction de propagation et est parallèle à l'interface.

$$\text{Diélectrique : } \underline{\vec{B}}_d(x, z, t) = B_0 e^{i(k_{dx}x + k_z z - \omega t)} \vec{u}_y \quad (\text{A2.9})$$

La continuité des composantes tangentielles de \vec{B} montre que $\underline{\vec{B}}_m$ possède aussi une polarisation transversale magnétique, est en phase avec $\underline{\vec{B}}_d$ sur l'interface et la même amplitude que $\underline{\vec{B}}_d$ sur cette interface ($B_{Od} = B_{Om} = B_0$)

$$\text{Métal : } \underline{\vec{B}}_m(x, z, t) = B_0 e^{i(k_{mx}x + k_z z - \omega t)} \vec{u}_y \quad (\text{A2.10})$$

L'utilisation de l'équation de Maxwell-Ampère $\overrightarrow{rot}\vec{B} = \epsilon_r \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ (on peut aussi faire avec Maxwell-Faraday : $\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$) donne les relations suivante :

$$\text{Diélectrique : } \underline{\vec{E}}_d(x, z, t) = \frac{B_0}{\omega} c^2 \frac{1}{\epsilon_{rd}} \begin{pmatrix} +k_z \\ 0 \\ -k_{dx} \end{pmatrix} e^{i(k_{dx}x + k_z z - \omega t)} \quad (\text{A2.11})$$

$$\text{Métal : } \underline{\vec{E}}_{dm}(x, z, t) = \frac{B_0}{\omega} c^2 \frac{1}{\epsilon_{rm}} \begin{pmatrix} +k_z \\ 0 \\ -k_{mx} \end{pmatrix} e^{i(k_{mx}x + k_z z - \omega t)} \quad (\text{A2.12})$$

Avec : $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

La constante diélectrique $\underline{\epsilon_{rm}(\omega)}$ d'un métal excité par un signal sinusoïdal est une grandeur complexe (d'où le symbole « barre » sous ϵ_{rm}) qui dépend fortement de la fréquence (voir le

modèle de Drude-Lorentz, chapitre 5 paragraphe 5.2.2). De même du fait des phénomènes de polarisation, la constante diélectrique du milieu diélectrique excité par un signal sinusoïdal s'exprime sous la forme d'une quantité complexe $\underline{\epsilon}_{rd}(\omega)$.

La continuité des composantes tangentielle de \vec{E} (composantes suivant \vec{u}_z) à l'interface (relation A2.3b) impose que la relation suivante soit vérifiée :

$$\frac{k_{dx}}{\underline{\epsilon}_{rd}} + \frac{k_{mx}}{\underline{\epsilon}_{rm}} = 0 \quad (\text{A2.13})$$

Ou encore :

$$\underline{\epsilon}_{rm} \underline{k}_{dx} + \underline{\epsilon}_{rd} \underline{k}_{mx} = 0 \quad (\text{A2.14})$$

Or d'après l'annexe A1, équations (A1.5) et (A1.7), on a :

$$\underline{k}_{dx} = i k''_{dx} = i \alpha_d \quad ; \quad \underline{k}_{mx} = i k''_{mx} = -i \alpha_{dm}$$

$$\underline{\epsilon}_{rd} = \epsilon'_{rd} + i \epsilon''_{rd} \quad ; \quad \underline{\epsilon}_{rm} = \epsilon'_{rm} + i \epsilon''_{rm}$$

En séparant les parties réelle et imaginaire, la relation (A2.14) implique que :

$$\alpha_d \epsilon'_{rm} + \alpha_m \epsilon'_{rd} = 0 \quad (\text{A2.15a})$$

$$\alpha_d \epsilon''_{rm} + \alpha_m \epsilon''_{rd} = 0 \quad (\text{A2.15b})$$

Si on se limite aux grandeurs réelles (équation A2.15a), on voit que des ondes évanescentes guidées peuvent, peut-être, être réalisées, puisque (k_{dx} et k_{mx} étant > 0) pour un diélectrique $\epsilon'_{rd} > 0$ alors que pour un métal $\epsilon'_{rm} < 0$.

La figure A2-2 représente schématiquement les champs électriques et magnétiques dans cette configuration

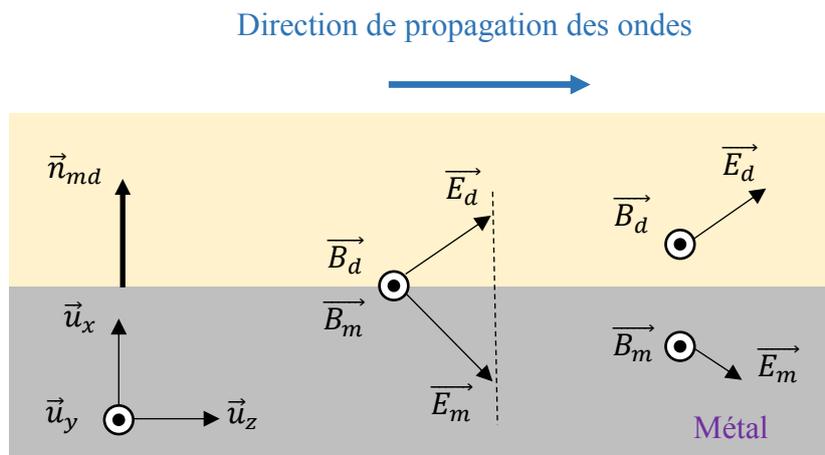


Figure A2.2 : Représentation des champs électromagnétiques dans les 2 milieux

Sur cette figure A2.2, les 2 ondes évanescentes sont transverses magnétiques (les champs magnétiques sont parallèles à l'interface et sont normaux à la direction de propagation des ondes). Les 2 champs électriques \vec{E}_d et \vec{E}_m possèdent une composante transversale (perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde) et une composante longitudinale (suivant la direction de propagation). A l'interface, les deux composantes longitudinales (suivant \vec{u}_z) des champs électriques \vec{E}_d et \vec{E}_m sont égales (relation de continuité A2.1b). Du fait que les deux milieux ont la même perméabilité magnétique ($\mu_d \approx \mu_m \approx \mu_0$) les champs $\vec{B}_d(0, z, t)$ et $\vec{B}_m(0, z, t)$ sont égaux sur l'interface.

D'autre part les champs \vec{B}_d et \vec{B}_m vibrant selon une seule direction sont polarisés rectilignement. Les champs \vec{E}_d et \vec{E}_m , ayant chacun deux composantes déphasées vibrant de façon sinusoïdale, possèdent une polarisation elliptique.

Annexe 3 : Expression du vecteur k

Les expressions sous formes complexes des champs électriques associés aux ondes évanescentes dans les deux milieux, diélectrique et métallique, sont présentées à l'annexe 1. Nous examinons maintenant les conditions pour que de telles ondes peuvent se propager simultanément à la l'interface séparant ces deux milieux. Cela nécessite de préciser les conditions de raccordement (appelées relations de continuité ou de passage) des deux ondes à l'interface. Ces conditions doivent être respectées pour les champs électriques et magnétiques des deux ondes.

Les grandeurs k s'expriment en fonction de la permittivité diélectrique relative du milieu et de la pulsation ω :

$$\underline{k_d^2} = \underline{k_{dx}^2} + \underline{k_z^2} = \underline{\epsilon_{rd}} k_0^2 = \underline{\epsilon_{rd}} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \quad (\text{A3.1a})$$

$$\underline{k_m^2} = \underline{k_{mx}^2} + \underline{k_z^2} = \underline{\epsilon_{rm}} k_0^2 = \underline{\epsilon_{rm}} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \quad (\text{A3.1b})$$

D'autre part, selon l'annexe A2 (relation A2.14), on a :

$$\underline{\epsilon_{rm}} \underline{k_{dx}} + \underline{\epsilon_{rd}} \underline{k_{mx}} = 0 \quad (\text{A3.2})$$

La combinaison des 3 relations ci-dessus conduit aux relations suivantes :

$$\underline{k_{dx}^2} = \frac{\underline{\epsilon_{rd}^2}}{\underline{\epsilon_{rd}} + \underline{\epsilon_{rm}}} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \quad (\text{A3.3a})$$

$$\underline{k_{mx}^2} = \frac{\underline{\epsilon_{rm}^2}}{\underline{\epsilon_{rd}} + \underline{\epsilon_{rm}}} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \quad (\text{A3.3b})$$

$$\underline{k_z^2} = \frac{\underline{\epsilon_{rd}} \underline{\epsilon_{rm}}}{\underline{\epsilon_{rd}} + \underline{\epsilon_{rm}}} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \quad (\text{A3.3c})$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \underline{\epsilon_{rd}} = \epsilon'_{rd} + j \epsilon''_{rd} \\ \underline{\epsilon_{rm}} = \epsilon'_{rm} + j \epsilon''_{rm} \end{cases}$$

Dans le cas d'un milieu diélectrique, la partie complexe de la constante diélectrique est négligeable, sauf autour d'une fréquence de résonance où le milieu diélectrique devient fortement absorbant. Dans le cas de l'acétone aux fréquences des ondes lumineuses, ϵ''_{rd} négligeable (l'acétone est très transparent à la lumière visible). On écrira donc ici :

$$\underline{\epsilon_{rd}} \approx \epsilon'_{rd} = \epsilon_{rd}$$

D'un point de vue qualitatif, la partie complexe ϵ''_{rm} de $\underline{\epsilon_{rm}}$ ne peut pas être supprimée car elle est reliée aux pertes énergétiques dans le milieu conducteur, c'est-à-dire à l'absorption.

En supposant cependant que ε''_{rm} reste petit devant ε'_{rm} , on obtient les approximations suivantes :

$$k'_z \approx \sqrt{\frac{\varepsilon_{rd} \varepsilon'_{rm}}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm}}} \frac{\omega}{c} \quad (\text{A3.4})$$

$$k''_z \approx \sqrt{\frac{\varepsilon_{rd} \varepsilon'_{rm}}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm}}} \frac{\varepsilon_{rd} \varepsilon''_{rm}}{2 \varepsilon'_{rm} (\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm})} \frac{\omega}{c} \quad (\text{A3.5})$$

Annexe 4 : Rôle du réseau

Avec une surface plane métallique, il n'est pas possible d'exciter les plasmons car $k_{iz} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_d \sin\theta_i$ reste toujours inférieur au nombre d'onde k_{SP} associé aux plasmons, même si $\sin\theta_i = 1$, c'est-à-dire en incidente rasante.

Nous allons donc ici comparer k_{iz} et k_{SP} . Pour cela le nombre d'onde k_{SP} doit être déterminé. Or dans l'annexe 3, nous avons présenté une relation donnant k_{SP} :

$$k'_z = k_{SP} \approx \sqrt{\frac{\varepsilon_{rd} \varepsilon'_{rm} \omega}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm} c}} = \frac{2\pi}{\lambda_{SP}} \quad (\text{A4.1})$$

Mais il s'agissait là d'une expression simplifiée. Cette expression repose sur une approximation : $|\varepsilon''_r| \ll |\varepsilon'_r|$. Or l'examen des courbes expérimentales fournies par Hastanin, montre que cette approximation n'est pas bien justifiée pour l'aluminium. Afin de pouvoir calculer de façon précise k'_{mx} , nous avons d'abord approché les courbes expérimentales par des polynômes d'interpolation. Ces polynômes sont donnés sur la figure A4.1.

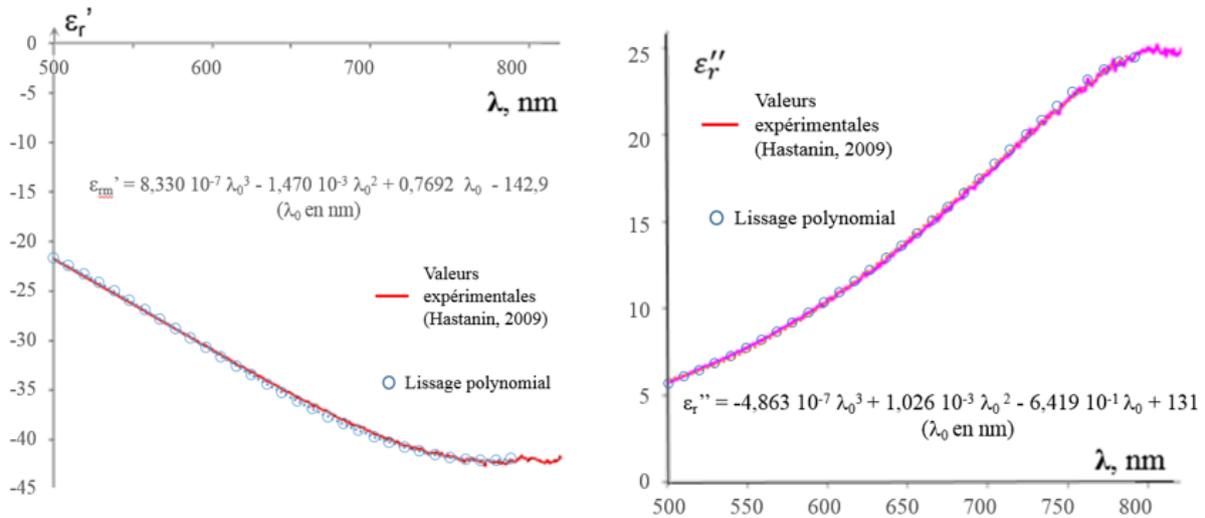


Figure A4.1 : Variation, en fonction de λ_0 , de ε'_r et ε''_r pour l'aluminium

Expression de k'_z sans approximation

D'après la relation A3.3b de l'annexe 3, on a :

$$\underline{k'_z}^2 = \frac{\varepsilon_{rd} \varepsilon_{rm}}{\varepsilon_{rd} + \underline{\varepsilon_{rm}}} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \quad (\text{A4.2})$$

Soit :

$$(k'_z + j k''_z)^2 = \frac{\varepsilon_{rd} (\varepsilon'_{rm} + j \varepsilon''_{rm})}{\varepsilon_{rd} + (\varepsilon'_{rm} + j \varepsilon''_{rm})} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \quad (\text{A4.3})$$

On obtient la relation :

$$k'_z = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\varepsilon_{rd} [\varepsilon'_{rm} (\varepsilon'_{rm} + \varepsilon_{rd}) + (\varepsilon''_{rm})^2]}{(\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm})^2 - (\varepsilon''_{rm})^2} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon_{rd} \varepsilon''_{rm}}{\varepsilon'_{rm} (\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm}) + (\varepsilon''_{rm})^2}\right)^2}\right)} \quad (\text{A4.4})$$

La figure A4.2, représente les courbes établies à partir de la relation exacte (A4.4), de la relation approchée (A4.1) et elle compare à ces courbes la valeur maximale de k_{iz} (obtenue en incidente rasante : $\sin\theta_i = 1$, indice de l'acétone = 1,35). Cette figure montre que le phénomène de plasmon ne peut pas être excité sur une surface plane métallique, car k_{iz} ne peut jamais égaler le nombre d'onde plasmon k'_z . D'autre part, la relation simplifiée n'est pas valable, notamment aux grandes longueurs d'onde. Or si l'on regarde les courbes de Hastanin, c'est bien aux grandes longueurs d'ondes que l'approximation est la plus douteuse.

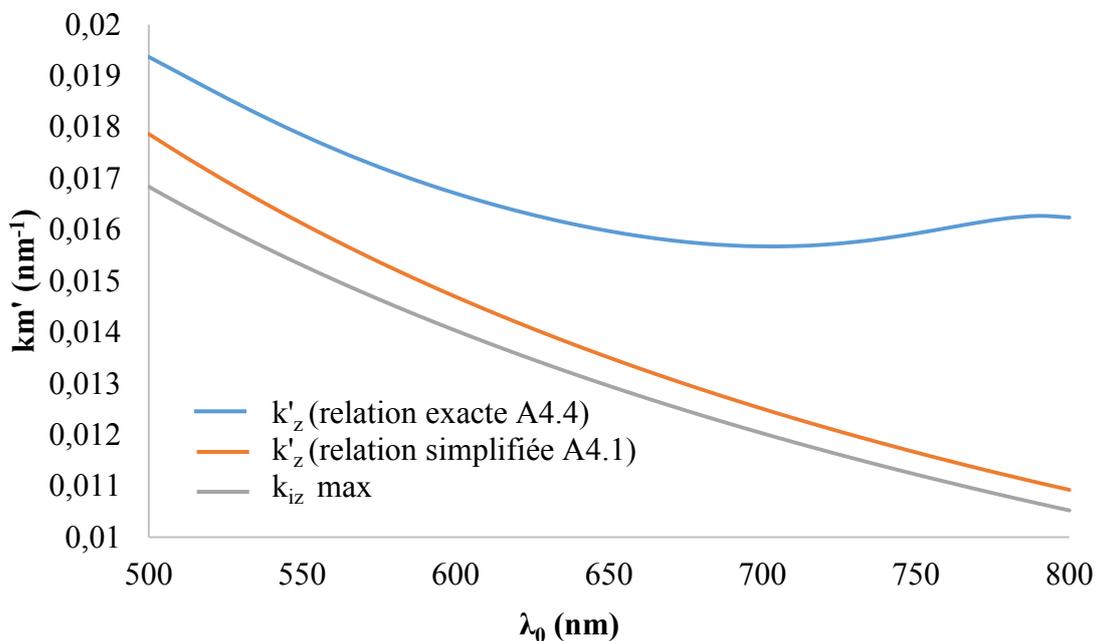


Figure A4.2 : Mise en évidence de l'impossibilité d'exciter des plasmons sur une surface plane (l'indice de l'acétone prise

Le réseau permet d'ajouter à la quantité k_{iz} une quantité supplémentaire égale à $\frac{2\pi}{\Lambda}$ afin de réaliser le couplage. La figure A4.3 représente l'écart, entre le nombre d'onde associé à l'ordre un diffracté et le nombre d'onde associé aux plasmons. L'angle d'incidence est ici égal à 35° , l'indice optique de l'acétone est $n_d = 1,34$. L'écart est minimum pour $\lambda_0 = 650$ nm, c'est donc à cette longueur d'onde que les plasmons seront excités.

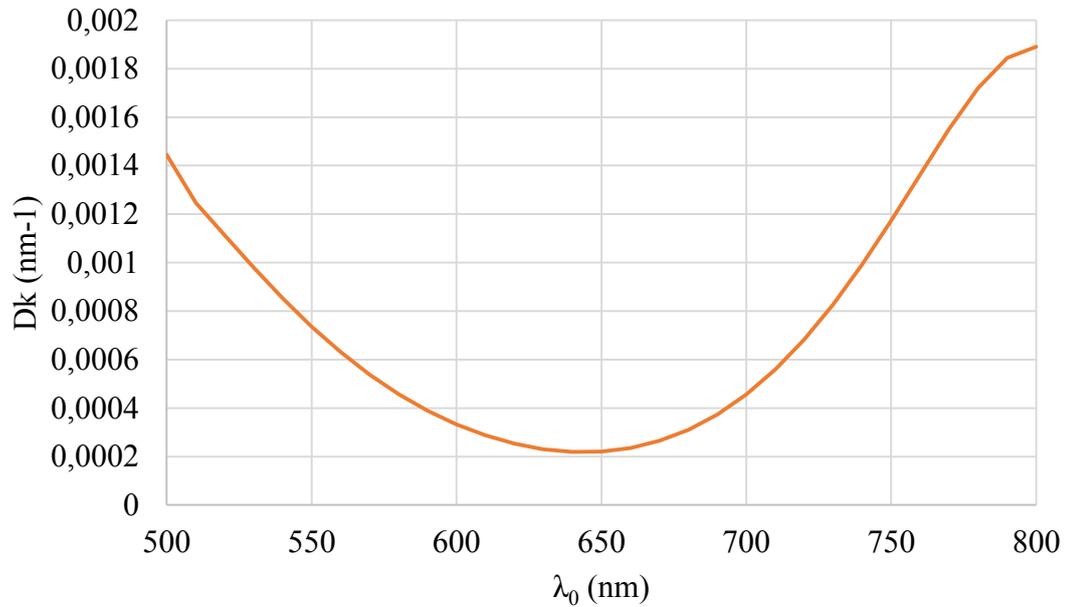


Figure A4.3 : Détermination de la longueur d'onde d'excitation du plasmon, pour $n = 1,34$ et $\theta_i = 35^\circ$

Annexe 5 : Détermination de l'indice de réfraction de l'acétone à partir des données sur le plasmon.

Les essais réalisés dans le chapitre 5, ont fait apparaître, dans le cas d'un fluide monophasique en contact avec la paroi métallique, une dépendance de la position du pic d'absorption en fonction de la température. Les essais montrent que, dans le domaine de longueurs d'ondes considérées (entre 500 et 700 nm) et dans l'intervalle de températures testées (entre 15 °C et 130 °C), la longueur d'onde λ_0 correspondant au pic d'absorption se déplace vers les faibles longueurs d'ondes (ou les hautes fréquences) lorsque la température augmente. Le déplacement du pic d'absorption peut s'expliquer par la dépendance des permittivités diélectriques du fluide et du métal avec la température (la température étant la seule grandeur que l'on a fait varier dans nos essais).

Réalisée de façon indépendante, la mesure de la variation d'indice de réfraction du liquide par le réfractomètre en fonction de la température (limitée entre 22 °C et 41 °C) montre aussi une décroissance linéaire de la permittivité diélectrique de l'acétone avec l'augmentation de la température. A noter ici que l'effet de la fréquence n'a pas été mesurée.

La question qui fait l'objet de cette annexe est donc la suivante : peut-on à partir des expériences sur les plasmons, déterminer la variation de l'indice de réfraction de l'acétone avec la température dans ces intervalles de températures et de fréquences considérées ?

Si l'on ne tient pas compte de la dépendance de l'indice de réfraction du liquide avec la fréquence, la réponse donnée par le réfractomètre dépend de la température du fluide seul. Or, la réponse fournie par la mesure plasmon dépend de la température du fluide mais aussi, à priori, de celle du métal. La réponse à la question posée nécessite donc de savoir comment varie l'indice du métal avec la température. En d'autres termes, si l'on dispose de données sur le métal (variation des permittivités diélectriques avec la température), la mesure du déplacement du pic d'absorption avec la température permet-elle d'avoir des informations sur l'indice de réfraction du liquide ?

Bien que les résultats du chapitre 5 ont montré que, dans le domaine des températures étudiés, le déplacement du pic d'absorption n'était pas sensible à la variation de la température de l'aluminium (figure 5.18), l'effet d'un métal quelconque doit être étudié.

La variation de la position du pic d'absorption doit donc d'abord être analysée d'abord sur un plan théorique. Ensuite les résultats issus de l'analyse théorique doivent être confrontés à l'expérience.

Etude théorique

D'après la relation (5.30), la position du pic d'absorption λ_0 (c'est-à-dire la longueur d'onde pour laquelle l'absorption est la plus élevée) dépend des permittivités diélectriques du métal et du diélectrique.

$$\lambda_0 \approx \Lambda \left(\left(\frac{\varepsilon_{rd} \varepsilon_{rm'}}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon_{rm'}} \right)^{0,5} - n_d \sin \theta_i \right) \quad (\text{A5.1})$$

La variation, en fonction de la température, de la longueur d'onde λ_0 va donc dépendre de la variation de ε_{rd} et de ε_{rm}' en fonction de T . On a donc :

$$d\lambda_0 = \frac{\partial\lambda_0}{\partial\varepsilon'_{rm}} \frac{\partial\varepsilon'_{rm}}{\partial T} dT + \frac{\partial\lambda_0}{\partial\varepsilon_{rd}} \frac{\partial\varepsilon_{rd}}{\partial T} dT \quad (\text{A5.2})$$

• **Détermination de $\frac{\partial\varepsilon_{rd}}{\partial T}$ et $\frac{\partial\lambda_0}{\partial\varepsilon_{rd}}$**

Dans le cas de milieu diélectrique, l'indice de réfraction est relié à la permittivité relative par la relation $n^2 = \varepsilon_r$. On a donc :

$$\frac{\partial\varepsilon_{rd}}{\partial T} = \frac{\partial\varepsilon_{rd}}{\partial n_d} \frac{\partial n_d}{\partial T} = 2n_d \frac{\partial n_d}{\partial T} \quad (\text{A5.3})$$

La dérivé partielle de λ_0 par rapport à la permittivité diélectrique du milieu diélectrique s'écrit :

$$\frac{\partial\lambda_0}{\partial\varepsilon_{rd}} = \frac{\Lambda}{2} \left(\frac{\varepsilon'_{rm}}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm}} \right)^{3/2} \varepsilon_{rd}^{-0,5} - \frac{\Lambda}{2} \varepsilon_{rd}^{-0,5} \sin \theta_i \quad (\text{A5.4})$$

• **Détermination de $\frac{\partial\lambda_0}{\partial\varepsilon'_{rm}}$ et $\frac{\partial\varepsilon'_{rm}}{\partial T}$**

La dérivé partielle de λ_0 par rapport à la permittivité diélectrique du métal s'écrit :

$$\frac{\partial\lambda_0}{\partial\varepsilon'_{rm}} = \frac{\Lambda}{2} \left(\frac{\varepsilon_{rd}}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm}} \right)^{3/2} \varepsilon'_{rm}^{-0,5} \quad (\text{A5.5})$$

La permittivité diélectrique ε_{rm} relative du métal est donnée par le modèle de Drude-Lorentz-Sommerfeld, relation (5.8). La partie réelle de ε'_{rm} de ε_{rm} est :

$$\varepsilon'_{rm}(\omega, T) = 1 - \frac{\omega_p^2(T)}{\omega^2 + \gamma^2} \quad (\text{A5.6})$$

Les pulsations considérées ici sont de l'ordre de $3 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ (lumière visible), $\gamma = 1/\tau$ est de l'ordre de 10^{14} s^{-1} , on a donc $\gamma^2 \ll \omega^2$, on peut alors écrire :

$$\varepsilon'_{rm}(\omega, T) \approx 1 - \frac{\omega_p^2(T)}{\omega^2} \quad (\text{A5.7})$$

D'autre part, la pulsation plasma est définie par : $\omega_p^2 = \frac{ne^2}{\varepsilon_0 m_e}$. Dans cette expression, e , m_e et ε_0 sont des constantes fondamentales. Seul n , nombre d'électrons libres par unité de volume, dépend de la température, puisque le volume V varie avec la température (dilatation). Pour des variations de températures pas trop élevées ($< 100 \text{ K}$), la loi de variation, en fonction de la température, d'un volume V d'un métal est généralement assez bien traduite par une loi de la forme : $V(T) = V(T_0) (1 + \alpha(T - T_0))$. Dans cette expression, α est le coefficient de

dilatation volumique du métal défini à la température de référence T_0 . Ce coefficient est positif, ce qui traduit une dilatation du volume lorsque la température s'accroît. Or lorsque le volume s'accroît, corrélativement le nombre d'électrons par unité de volume diminue. On a donc :

$$\omega_p^2 = \frac{\omega_{p0}^2}{(1+\alpha(T-T_0))} \cong \omega_{p0}^2(1 - \alpha(T - T_0)) \quad (\text{A5.8})$$

L'approximation au premier ordre (du développement de Taylor) se justifie puisque généralement α est petit (pour l'aluminium : $\alpha = 3 * 23,1 10^{-6} \text{ K}^{-1}$)

La partie réelle de la permittivité diélectrique du métal (relation A5.7) s'écrit donc à la température T :

$$\varepsilon'_{rm}(\omega, T) \approx 1 - \frac{\omega_{p0}^2(1-\alpha(T-T_0))}{\omega^2} = \varepsilon'_{rm}(\omega, T_0) + \frac{\omega_{p0}^2(\alpha(T-T_0))}{\omega^2} \quad (\text{A5.9})$$

$$\frac{\varepsilon'_{rm}(\omega, T) - \varepsilon'_{rm0}(\omega, T_0)}{T - T_0} \approx \frac{\omega_{p0}^2}{\omega^2} \alpha \quad (\text{A5.10})$$

Si l'on suppose que, dans l'intervalle de températures considéré, la variation de la permittivité est sensiblement linéaire on a, autour de la température $T = T_0$ la relation :

$$\frac{\partial \varepsilon'_{rm}(\omega, T)}{\partial T} \approx (1 - \varepsilon'_{rm}(\omega, T_0)) \alpha \quad (\text{A5.11})$$

Ce modèle approché est valable seulement dans le domaine de longueur d'onde visible et du proche infrarouge.

• Détermination de coefficient thermo-optique

Par conséquent, l'équation A5.2 devient A5.12 en insérant les expressions trouvées en A5.3, A5.4, A5.5 et A5.11.

$$\frac{d\lambda_0}{dT} = \frac{\Lambda}{2} \left(\frac{\varepsilon_{rd} \varepsilon'_{rm}}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm}} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{(1 - \varepsilon'_{rm}) \alpha}{\varepsilon'^2_{rm}} + \left\{ \frac{\Lambda}{2} \left(\frac{\varepsilon_{rd} \varepsilon'_{rm}}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm}} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{2n_d}{\varepsilon_{rd}^2} - \Lambda \sin \theta_i \right\} \frac{\partial n_d}{\partial T} \quad (\text{A5.12})$$

Finalement, l'équation 5.13 représente la sensibilité de la position du pic d'absorption en fonction de la température. Pour une période spatiale Λ donnée du réseau, la sensibilité de la réponse plasmonique dépend des permittivités (métal et liquide), de l'angle d'incidence et du coefficient thermo-optique.

$$\frac{d\lambda_0}{dT} = C_1(\omega) + C_2(\omega, \theta) \frac{\partial n_d}{\partial T} \quad (\text{A5.13})$$

avec

$$C_1(\omega) = \frac{\Lambda}{2} \left(\frac{\varepsilon_d \varepsilon'_{rm}(\omega)}{\varepsilon_d + \varepsilon'_{rm}(\omega)} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{(1 - \varepsilon'_{rm}(\omega)) \alpha}{\varepsilon'^2_{rm}(\omega)}$$

$$C_2(\omega, \theta_i) = \frac{\Lambda}{2} \left(\frac{\varepsilon_{rd} \varepsilon'_{rm}(\omega)}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm}(\omega)} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{2n_d}{\varepsilon_{rd}^2} - \Lambda \sin \theta_i$$

Dans le cas du couple aluminium/acétone les paramètres de l'équation 5.13 sont précisés dans le tableau A5.1 ci-dessous pour un angle d'incidence sur l'interface air/verre du hublot de 30° ($\theta_i = 21,73^\circ$). L'indice de réfraction de l'acétone est donné par Rheims et al. 1997 par le site Refractiveindex.info et les partie réelle et imaginaire de la permittivité de l'aluminium ont été déterminés par Hastanin 2009.

λ (nm)	n _{acétone}	ε'_{rm}	ε''_{rm}	C1	C2
500	1,3629	-22	6	0,0036	586,14
550	1,3605	-26,5	7,8	0,0029	565,82
600	1,35874	-31,5	10,5	0,0024	550,69
700	1,35623	-40	17,8	0,0018	534,23
800	1,3546	-42,5	24,9	0,0017	530,64

Tableau A5.1 : Données utilisées dans le calcul du coefficient thermo-optique

- **Application du modèle**

Ce modèle permet, à partir des informations fournis par les mesures plasmoniques, de déterminer la variation de l'indice de réfraction n et aussi, si l'on connaît une valeur de référence, indice de réfraction d'un fluide en fonction de la température. Le plasmon peut être utilisé comme un réfractomètre.

La figure 5.34 (Chapitre 5) présente les séries de mesures expérimentales effectuées sur le banc plasmonique. Les données sont quasi-similaires pour l'ensemble des tests. Ces données sont injectées dans l'équation A5.12 pour trouver le coefficient thermo-optique de l'acétone. La figure A5.1 présente les résultats obtenus de l'équation A5.12 à partir de figure 5.34. L'équation A5.14 présente une corrélation de coefficient thermo-optique en fonction de la température. Une droite de régression est établie à partir des tests présentés sur la figure A5.1.

$$\frac{\partial n_d}{\partial T} = 6,5 \cdot 10^{-7} T - 0,0008 \quad (\text{A5.14})$$

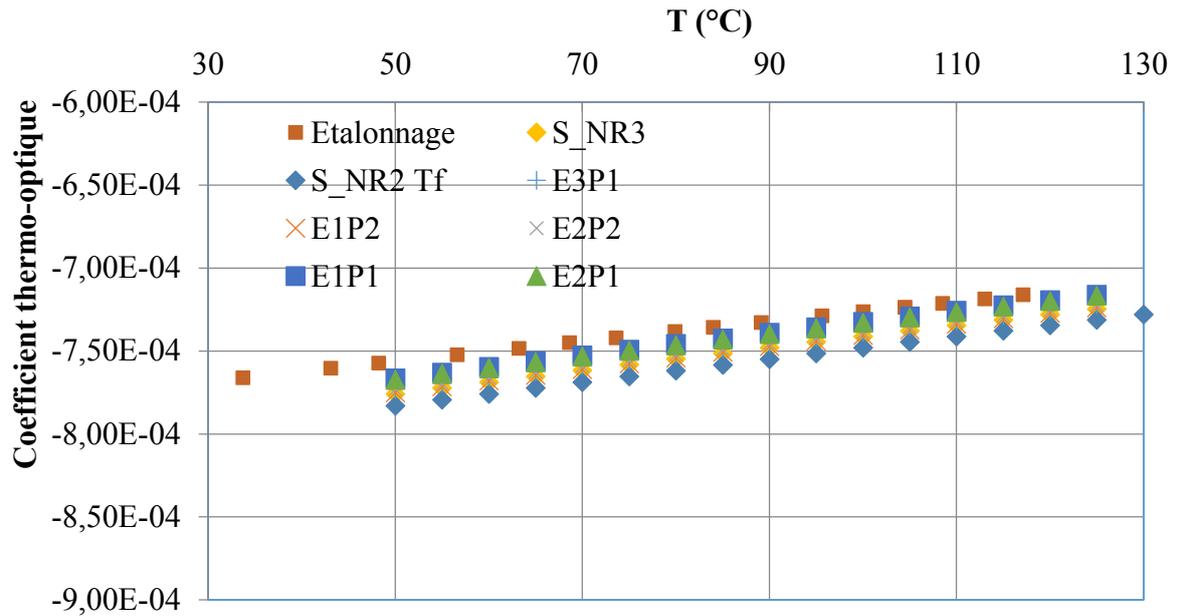


Figure A5.1 : Evolution de coefficient thermo optique de l'acétone en fonction de température.

Après avoir déterminé le coefficient thermo-optique de l'acétone, l'indice de réfraction de l'acétone peut être calculé en fonction de la température (exprimé en °C). L'intégration de l'équation A5.14 par rapport à la température donne l'équation A5.15, la constante d'intégration est calculé à partir de valeur de l'indice de réfraction à 30°C ($n = 1,3546$).

$$n_d = 3,25 \cdot 10^{-7}T^2 - 0,0008T + 1,3783 \quad (\text{A5.15})$$

La figure A5.2 représente la variation de l'indice de réfraction de l'acétone en fonction de la température. Ceci montre que la méthode de résonance de plasmons de surface (SPR) non localisé peut être utilisée pour déterminer le coefficient thermo-optique ainsi que l'indice de réfraction de milieu sur une grande plage de températures. La comparaison entre les valeurs du modèle développé ci-dessus et les valeurs expérimentales témoigne d'un très bon accord (figure A5.3).

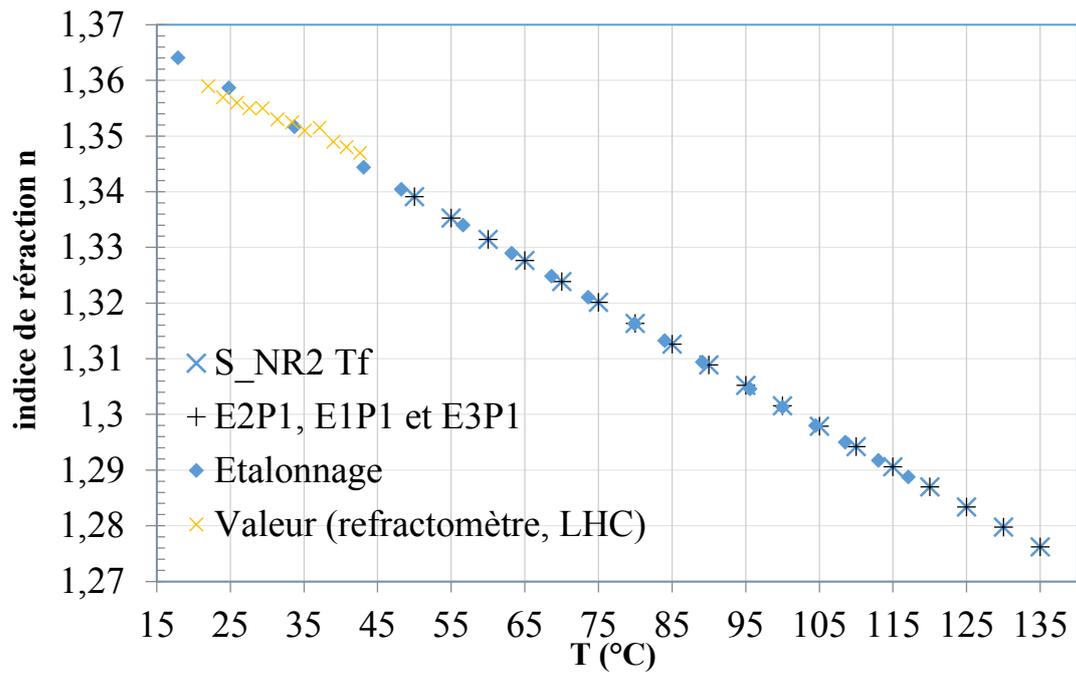


Figure A5.2 : Evolution de l'indice de réfraction en fonction de la température

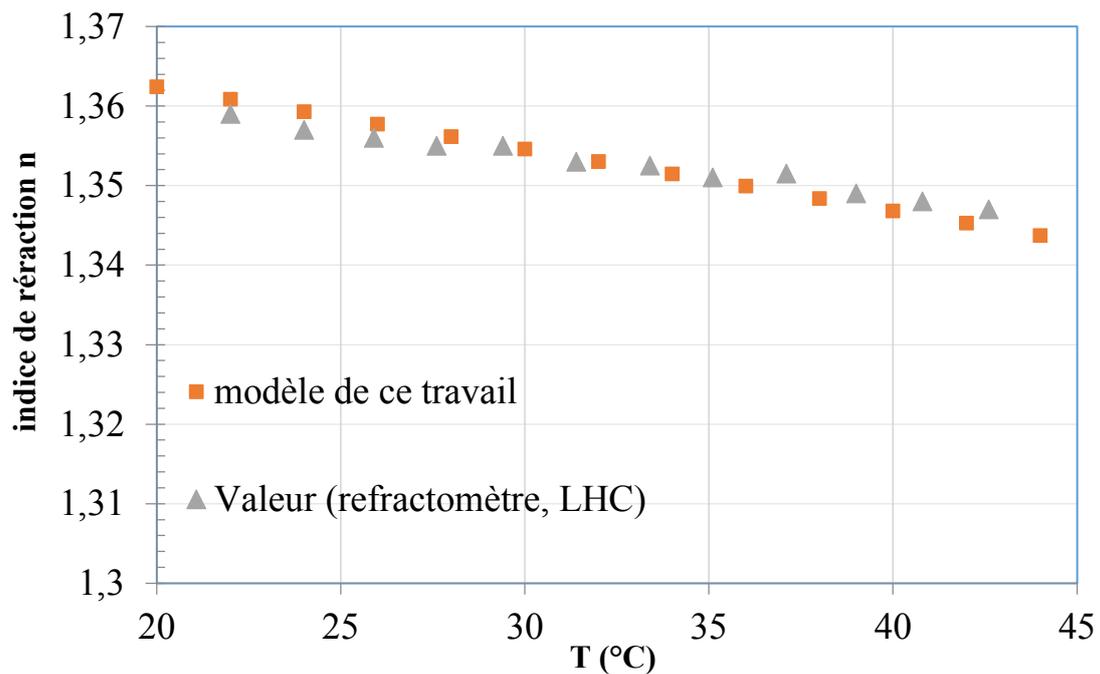


Figure A5.3 : Comparaison d'indice de réfraction de l'acétone entre le modèle de ce travail et les valeurs expérimentales

Annexe 6 : Sensibilité et résolution thermique de SPR

Dans le chapitre 5, nous avons montré l'influence de choix de l'angle d'incidence sur la valeur du pic de résonance de plasmon de surface (paragraphe 5.2.5, figure 5.8 ou relation 5.28). Dans cette partie, nous considérons une longueur d'onde particulière λ_r . Le rayonnement associé à cette longueur d'onde particulière subit, à une température T_0 , une absorption maximale sous un angle incidence θ_0 . On va rechercher la sensibilité de ce paramètre en fonction de la variation de la température autour de la valeur de référence T_0 . La question que l'on se pose est la suivante : comment doit-on modifier l'angle d'incidence pour garder avec cette longueur d'onde une absorption maximale avec la nouvelle température ?

Dans ce paragraphe nous suivons la méthodologie mentionnée dans la thèse de Hastanin (2009) pour obtenir la résolution thermique de la méthode SPR. Pour exciter le plasmon, Hastanin a utilisé un prisme. Dans notre cas sa méthode sera adaptée pour le réseau de diffraction.

Dans le cas d'une interface séparant deux milieux semi-infinis, la permittivité diélectrique est considérée comme une fonction linéaire de la température et sa partie imaginaire est supposée invariable. La relation de dispersion est indiquée dans l'équation (A6.1). En dérivant l'équation 5.28 par rapport aux permittivités de métal et diélectrique permettent de trouver (A6.2) et (A6.3). Les équations (A6.4) et (A6.5) sont déjà établit dans l'annexe 5.

$$d\theta_{rés} = \frac{\partial\theta_{rés}}{\partial\varepsilon'_{rm}} \frac{\partial\varepsilon'_{rm}}{\partial T} dT + \frac{\partial\theta_{rés}}{\partial\varepsilon_{rd}} \frac{\partial\varepsilon_{rd}}{\partial T} dT \quad (A6.1)$$

Avec $\theta_{rés} = \theta_i$ de l'équation (A5.1) : $\lambda_r = \Lambda \left(\frac{\varepsilon_{rd}\varepsilon'_{rm}}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm}} \right)^{0,5} - \Lambda \sqrt{\varepsilon_{rd}} \sin \theta_i$

$$\frac{\partial\theta_{rés}}{\partial\varepsilon'_{rm}(\omega)} = \frac{1}{2n_d \cos(\theta_{rés})} \left(\frac{\varepsilon_{rd}}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm}(\omega)} \right)^{3/2} \varepsilon'_{rm}(\omega)^{-0.5} \quad (A6.2)$$

$$\frac{\partial\theta_{rés}}{\partial\varepsilon_{rd}} = \frac{1}{2n_d \cos(\theta_{rés})} \left(\frac{\varepsilon'_{rm}(\omega)}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm}(\omega)} \right)^{3/2} \varepsilon_{rd}^{-0.5} \quad (A6.3)$$

$$\frac{\partial\varepsilon'_{rm}(\omega)}{\partial T} = (1 - \varepsilon'_{rm}(\omega))\alpha \quad (A6.4)$$

$$\frac{\partial\varepsilon_{rd}}{\partial T} = 2n_d \frac{\partial n_d}{\partial T} \quad (A6.5)$$

Donc on obtient :

$$d\theta_{rés} = \frac{1}{2n_d \cos(\theta_{rés})} \left(\frac{\varepsilon_{rd}}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm}} \right)^{3/2} \varepsilon'_{rm}^{-0.5} (1 - \varepsilon'_{rm})\alpha dT + \frac{1}{2n_d \cos(\theta_{rés})} \left(\frac{\varepsilon'_{rm}}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm}} \right)^{3/2} \varepsilon_{rd}^{-0.5} \frac{\partial\varepsilon_{rd}}{\partial T} dT = \frac{1}{2n_d \cos(\theta_{rés})} \left(\frac{\varepsilon_{rd}\varepsilon'(\omega)}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm}} \right)^{3/2} \left(\frac{(1 - \varepsilon'_{rm})\alpha}{\varepsilon'_{rm}^2} + \frac{\partial\varepsilon_{rd}}{\varepsilon_{rd}^2 \partial T} \right) dT \quad (A6.6)$$

Dans le cas où le coefficient thermo-optique (A6.7) est élevé (milieu diélectrique mis en contact avec la couche plasmonique), l'équation (A6.6) peut être simplifiée pour donner l'équation A6.8.

$$\frac{\partial \varepsilon_{rd}}{\varepsilon_{rd}^2 \partial T} = 2 \frac{\partial n_d}{\partial T} \gg \frac{(1-\varepsilon'_{rm})\alpha}{\varepsilon'_{rm}{}^2} \quad (\text{A6.7})$$

$$d\theta_{rés} = \frac{1}{2n_d \cos(\theta_{rés})} n_e^3 \left(\frac{\partial \varepsilon_{rd}}{\varepsilon_{rd}^2 \partial T} \right) dT = \frac{n_e^3}{n_d^4 \cos(\theta_{rés})} \left(\frac{\partial n_d}{\partial T} \right) dT \quad (\text{A6.8})$$

Le dérivé de l'équation $k_{sp} = k_0 n_d \sin \theta + m \frac{2\pi}{\Lambda}$ donne l'équation (A6.9) :

$$dk = k_0 n_d \cos \theta_{rés} d\theta_{rés} \quad (\text{A6.9})$$

L'équation (A6.10) est déduite de la relation (A6.8) et (A6.9).

$$dT = \left(\frac{n_e^3}{n_d^4 \cos(\theta_{rés})} \left(\frac{\partial n_d}{\partial T} \right) \right)^{-1} d\theta_{rés} = \left(\frac{n_e^3}{n_d^4 \cos(\theta_{rés})} \left(\frac{\partial n_d}{\partial T} \right) k_0 n_d \cos \theta_{rés} \right)^{-1} dk \quad (\text{A6.10})$$

$$dT = \left(\frac{k_0 n_e^3}{n_d^3} \left(\frac{\partial n_d}{\partial T} \right) \right)^{-1} dk \quad (\text{A6.11})$$

Yeatman 1996 a donné l'équation (A6.12) durant la résonance plasmonique :

$$\lim dk = \frac{9N}{4\sqrt{3}} k_0 n_d^3 \frac{\varepsilon''_{rm}}{\varepsilon'_{rm}{}^2} \quad (\text{A6.12})$$

Par conséquence, la résolution en température de SPR est donnée par l'équation (A6.13) :

$$\lim dT = \frac{9N}{4\sqrt{3}} \frac{\varepsilon''_{rm}}{\varepsilon'_{rm}{}^2} \frac{n_d^6}{n_e^3} \left(\frac{\partial n_d}{\partial T} \right)^{-1} \quad (\text{A6.13})$$

N est le terme de bruit (Yeatman 1996), adimensionnel définie par la puissance de bruit au récepteur divisé par la puissance optique du faisceau incident. Pour une expérience typique avec une lumière incident de puissance 1 mW, N est de l'ordre 10^{-3} .

Dans l'autre cas où leur réponse thermique est négligeable (cas du gaz et vide), la condition (A6.7) devient (A6.14) ce qui donne par conséquence (A6.15). La résolution en température de SPR est donnée par l'équation (A6.18).

$$\frac{\partial \varepsilon_{rd}}{\varepsilon_{rd}^2 \partial T} = 2 \frac{\partial n_d}{\partial T} \ll \frac{(1-\varepsilon'_{rm})\alpha}{\varepsilon'_{rm}{}^2} \quad (\text{A6.14})$$

$$d\theta_{rés} = \frac{1}{2n_d \cos(\theta_{rés})} \left(\frac{\varepsilon_{rd} \varepsilon'_{rm}}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm}} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{(1-\varepsilon'_{rm})\alpha}{\varepsilon'_{rm}{}^2} \right) dT \quad (\text{A6.15})$$

$$dT = \left(k_0 n_d \cos \theta_{rés} \frac{1}{2n_d \cos(\theta_{rés})} \left(\frac{\varepsilon_{rd} \varepsilon'_{rm}}{\varepsilon_{rd} + \varepsilon'_{rm}} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{(1-\varepsilon'_{rm})\alpha}{\varepsilon'_{rm}{}^2} \right) \right)^{-1} dk = \left(\frac{k_0}{2} n_e^3 \left(\frac{(1-\varepsilon'_{rm})\alpha}{\varepsilon'_{rm}{}^2} \right) \right)^{-1} dk$$

$$(A6.16)$$

$$\lim dT = \frac{9N}{4\sqrt{3}} k_0 n_d^3 \frac{\varepsilon''_{rm}}{\varepsilon'_{rm}} \left(\frac{k_0}{2} n_e^3 \left(\frac{(1-\varepsilon'_{rm})\alpha}{\varepsilon'_{rm}} \right) \right)^{-1} \quad (A6.17)$$

$$\lim dT = \frac{9N}{2\sqrt{3}} \frac{n_d^3}{n_e^3} \frac{\varepsilon''_{rm}}{(1-\varepsilon'_{rm})\alpha} \quad (A6.18)$$

Dans cas de l'air, en prenant comme exemple l'argent (pour longueur d'onde 633 nm) : $N = 10^{-3}$, $\varepsilon'_{rm} = -15$ et $\varepsilon''_{rm} = 0,5$, la limite de résolution en température SPR devient l'équation (A6.19). La valeur trouvée est proche à celle calculée par [Hastanin 2009] dans le cas de couplage avec un prisme.

$$\lim dT = 1,22 \text{ K} \quad (A6.19)$$

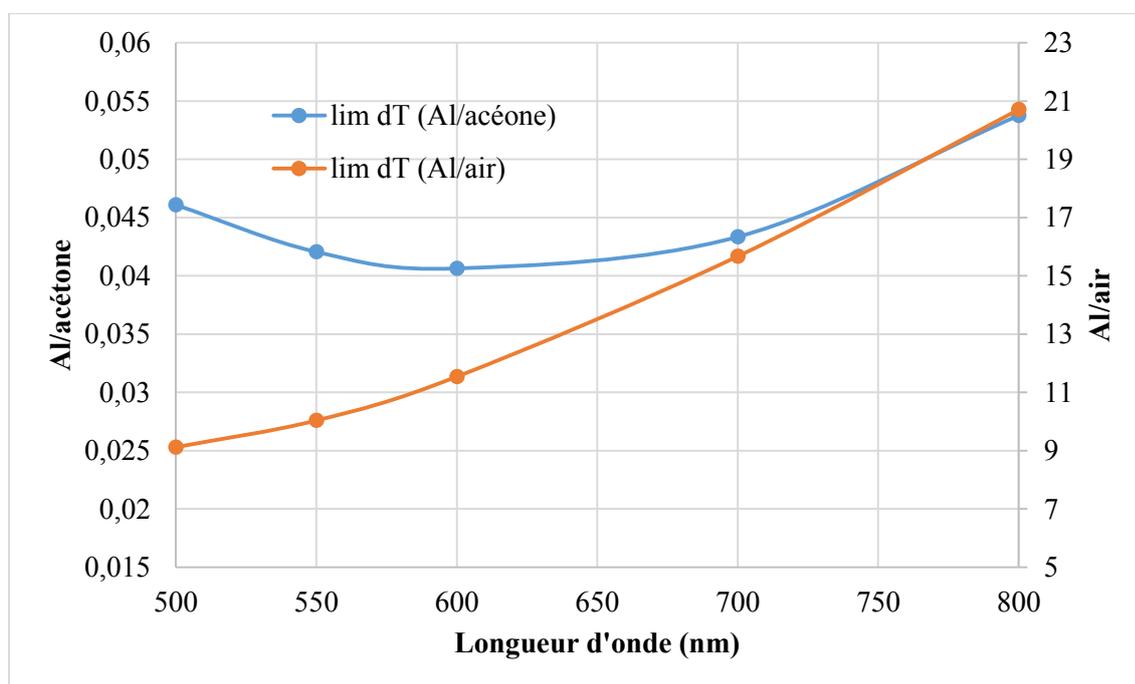


Figure A6.1 : Limite théorique de résolution en température de SPR

La résolution en température de SPR est calculée à partir de l'équation A6.12, dans le cas de présence de milieu diélectrique en contact avec la couche plasmonique (Al/acétone). La résolution en température de SPR (A6.18) est calculée dans le cas de présence d'air ou gaz. La figure A6.1 montre la limite de résolution de méthode plasmonique sur l'aluminium pour une longueur d'onde située entre 500 et 800 nm. En présence d'acétone la résolution est très fine autour de 0,045 K causé par la sensibilité de l'indice de l'acétone en fonction de température. Par contre dans le cas d'Al/air, la sensibilité est très grande entre 9 et 20 K. La figure 5.17 du chapitre 5 affirme le calcul, une invariance dans la réponse plasmonique en fonction de la température dans le cas Al/air.

Annexe 7 : Mesure de la température par plasmon de surface

Cet annexe résume comment déterminer la température locale sur une surface métallique en contact avec un fluide homogène et monophasique lorsqu'un plasmon de surface peut être excité (réseau gravé, utilisation d'un prisme, etc.)

Pour cela un réseau de courbes d'étalonnages doit être obtenu, position du pic de résonance en fonction de la température, pour différents angles d'incidences.

Pour des phénomènes permanents, il est alors possible d'obtenir une cartographie précise du champ de température en faisant un balayage de la surface. Cependant cette méthode est très sensible à l'angle d'incidence. Une mesure propre nécessite de maîtriser de façon très précise cet angle, ce qui est souvent très délicat. Une méthode plus efficace est décrite sur la figure A7.1. Elle consiste à utiliser une valeur de température connue sur la surface et de suivre la variation de la température (lorsque l'on se déplace sur la surface) à partir de la variation $d\lambda/dT$

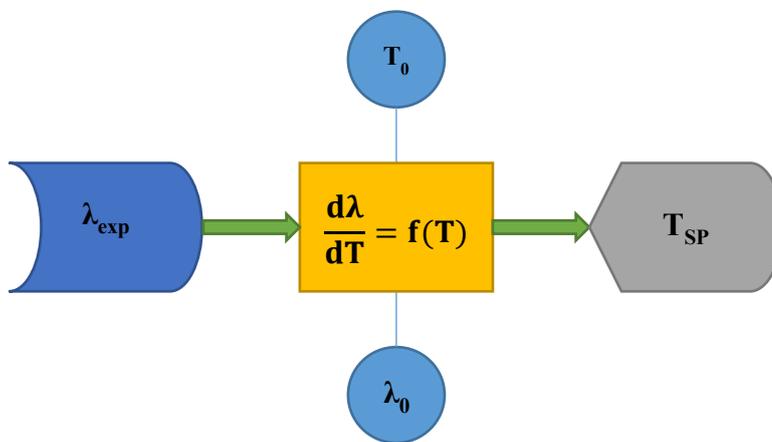


Figure A7.1 : Mesure de température par SPR

La procédure décrite ci-dessus est appliquée pour trouver la température T_{SP} à l'interface Al/acétone (face avant) comme montre la figure A7.2. La température T_m est celle mesurée par le thermocouple inséré sous l'échantillon (face arrière). La température T_P est celle déterminée par la loi de Fourier.

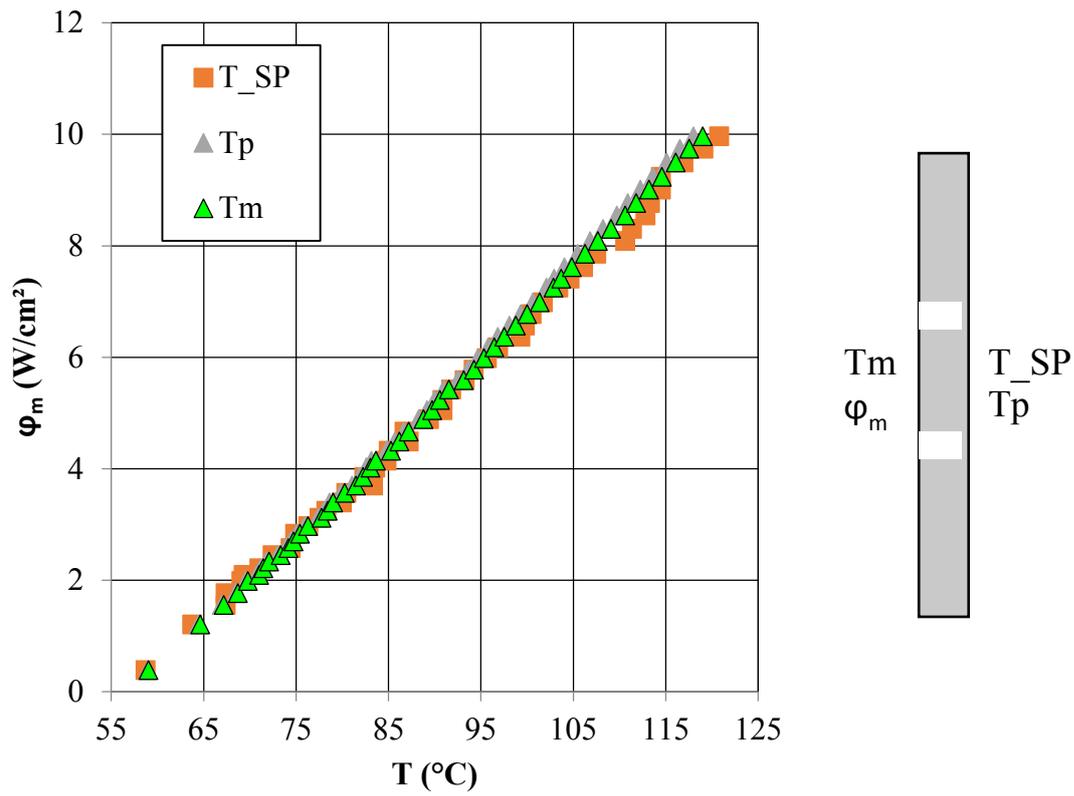


Figure A7.2 : Température de l'échantillon, T_{SPR} à l'interface Al/acétone.

Annexe 8 : Etude numérique de la répartition de la température

Un modèle numérique axisymétrique a été développé sous COMSOL Mutiphysics afin d'évaluer la répartition des températures à la surface de l'échantillon et de calculer les pertes thermiques vers l'ailette. Cette simulation a été réalisée uniquement en régime de convection naturelle en partie centrale, car c'est dans ces conditions que les pertes vers l'ailette sont les plus fortes. Lorsque l'ébullition apparaît, les échanges en partie centrale sont bien plus élevés qu'en périphérie et les pertes diminuent.

Les conditions aux limites introduites sur les trois simulations présentées ci-dessous sont conformes aux conditions expérimentales (figure A8.1). Dans la zone centrale de la face inférieure, un flux thermique de 15 W cm^{-2} est imposé, la périphérie de la face inférieure est isolée. Sur la face supérieure (zone centrale et ailette), le coefficient d'échange imposé est de $500 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ (convection naturelle). La température du fluide est fixée à 50 °C . La conductivité thermique de l'aluminium est égale à $160 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

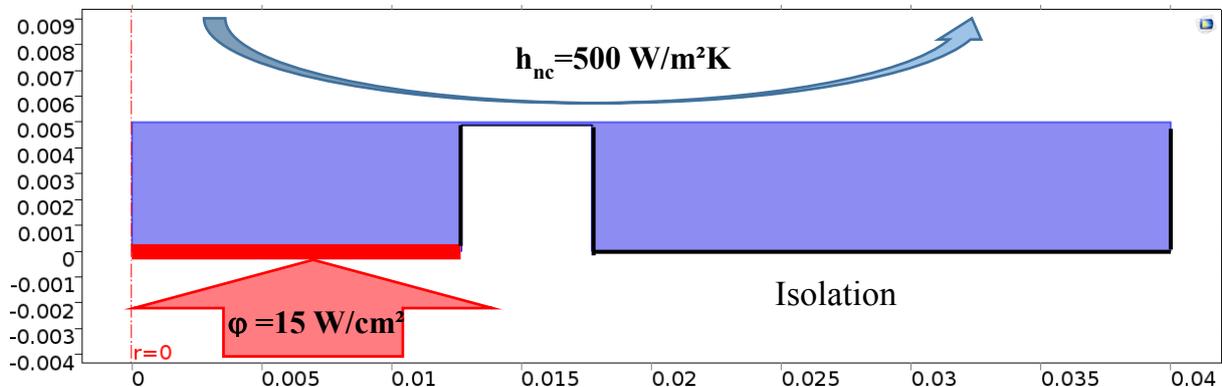


Figure A8.1 : Conditions aux limites du modèle

La figure A8.2 présente le profil de température obtenu à la surface de l'échantillon pour trois différentes épaisseurs de métal au fond de la rainure ($H_r = 100 \text{ }\mu\text{m}$, $H_r = 200 \text{ }\mu\text{m}$ et $H_r = 300 \text{ }\mu\text{m}$). Malgré ces épaisseurs très faibles et malgré le grand diamètre de l'ailette, la surchauffe sur l'ailette reste élevée. Les résultats montrent que l'épaisseur de ce film de métal est un paramètre très sensible du modèle. Les pertes thermiques sont ici importantes, cela est dû au grand diamètre de l'ailette. A l'origine le choix de ce diamètre a été le résultat d'un compromis entre, d'une part, le désir de réduire au maximum le niveau de la température à l'extrémité de l'ailette et d'autre part d'éviter d'avoir pertes trop élevées. Ces deux effets n'évoluent pas dans le même sens avec la taille de l'ailette.

La figure A8.4 montre l'influence de la largeur de la rainure ($W = 5 \text{ mm}$ et $W = 10 \text{ mm}$, figure A8.3). L'augmentation de la largeur de la rainure par un facteur 2, conduit à une diminution de la surchauffe de l'ailette de 4 °C . Cependant les pertes thermiques restent élevées et l'échantillon devient mécaniquement très fragile.

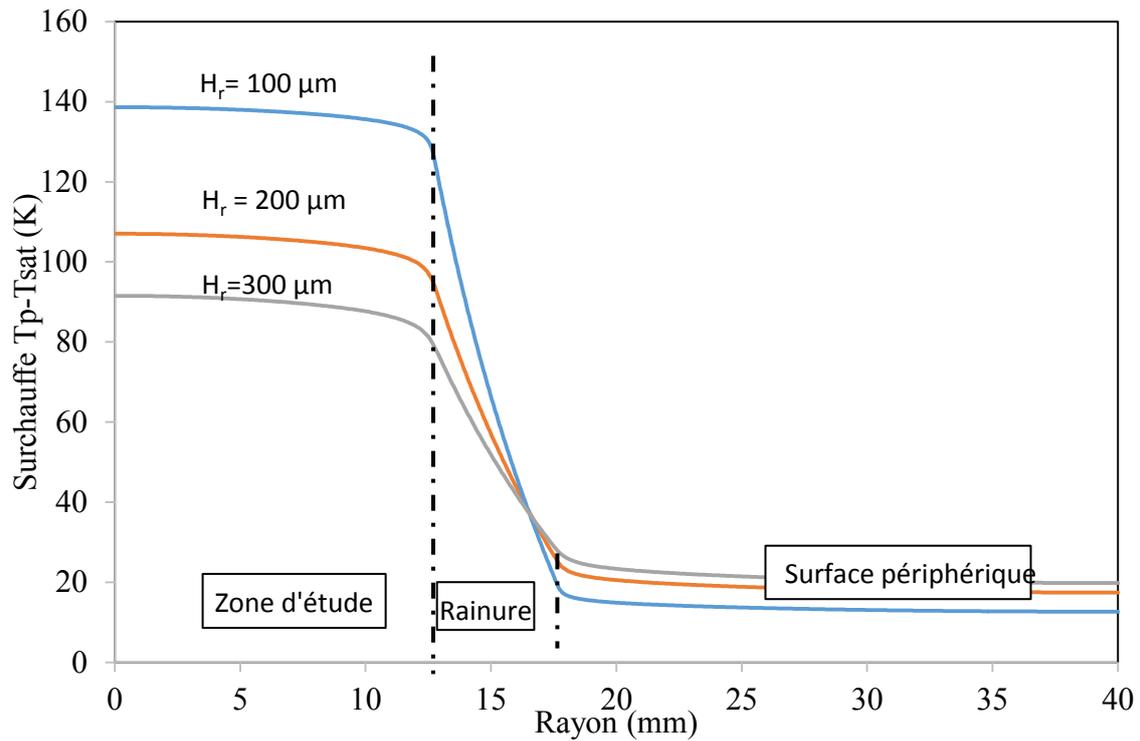


Figure A8.2 : Surchauffes obtenues en convection naturelle pour trois épaisseurs de couche métallique au fond de la rainure

($H_r = 100 \mu\text{m}$, $H_r = 200 \mu\text{m}$ et $H_r = 300 \mu\text{m}$) ; $\varphi_m = 15 \text{ W/cm}^2$; $h_{nc} = 500 \text{ W/m}^2\text{K}$

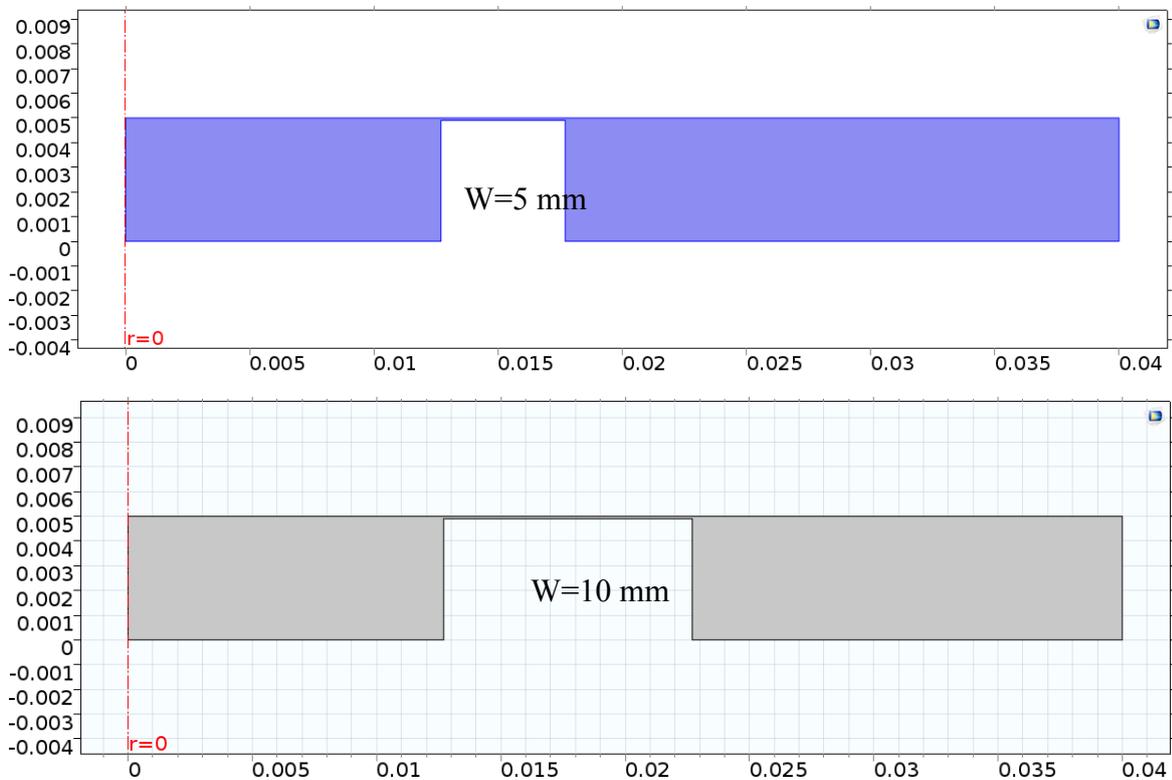


Figure A8.3 : Les deux largeurs de rainure utilisées pour les échantillons

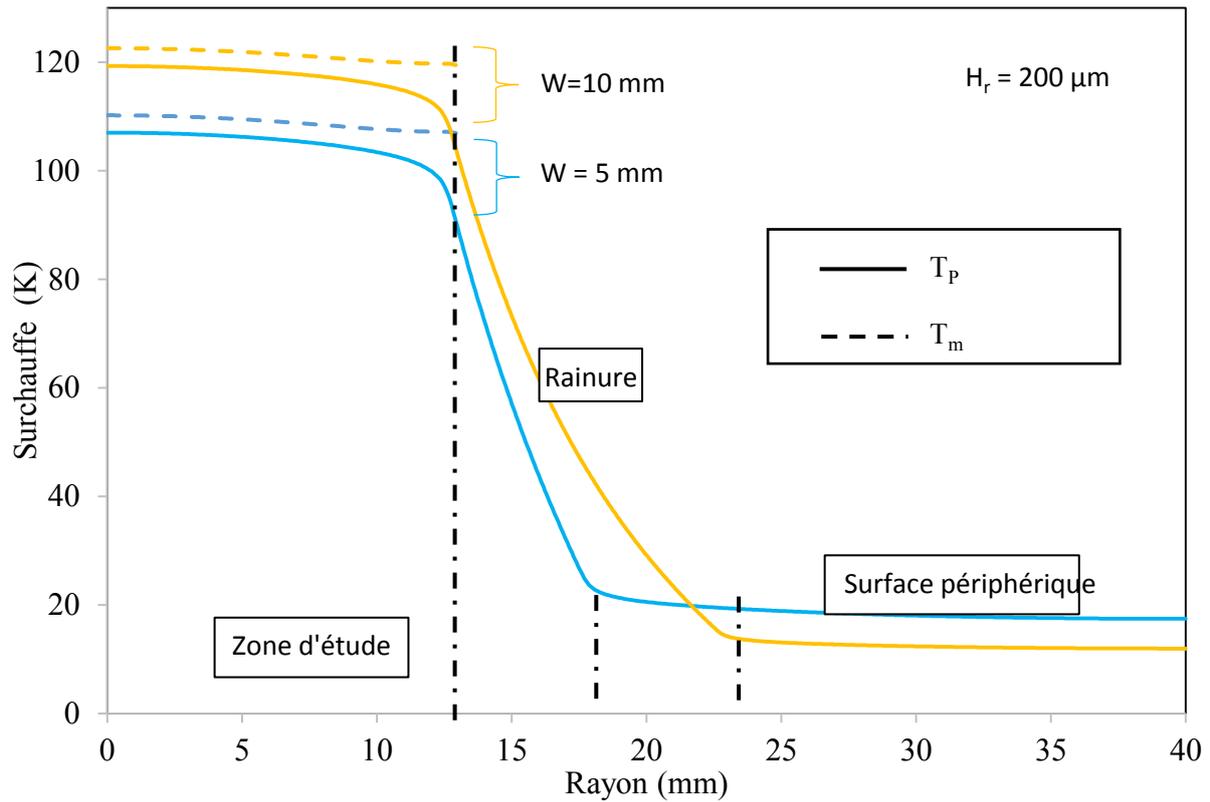


Figure A8.4 : Surchauffes obtenues en convection naturelle avec deux largeurs de rainure ($W = 5 \text{ mm}$ et 10 mm) ; $\varphi_m = 15 \text{ W/cm}^2$; $h_{nc} = 500 \text{ W/m}^2\text{K}$

Dans le cas réel, le fond de la rainure n'est pas plat. Du fait de l'usinage, le fond est relevé sur les bords. Afin de simuler un cas réel le calcul est réalisé sur une rainure dans laquelle deux coins de 1 mm de largeur ont été rajoutés (Figure A8-5). La figure A8.6 présente le résultat de la simulation avec et sans coins. Avec une rainure de 5 mm d'épaisseur, l'existence de ces deux coins diminue de 6 K la surchauffe dans la zone d'étude mais n'a quasiment aucun d'effet sur la surchauffe de l'ailette.

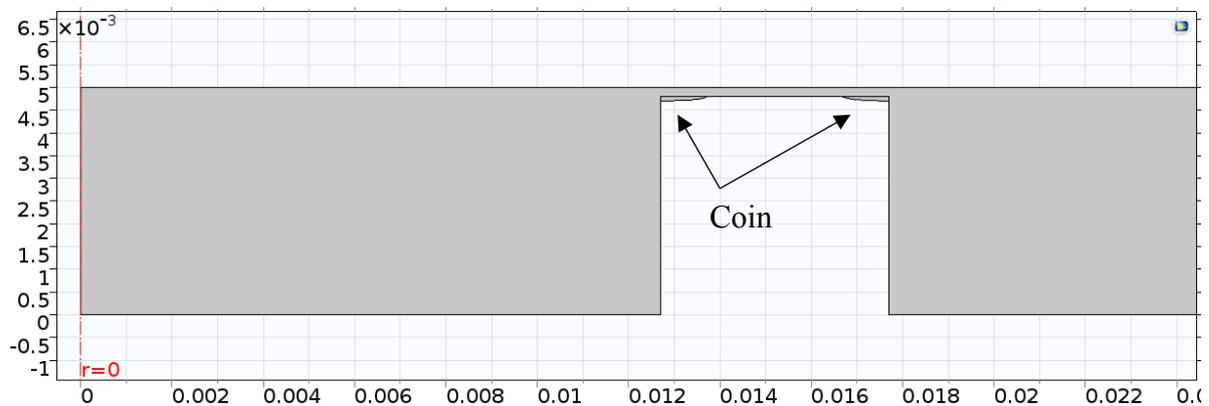


Figure A8.5 : Coin en plus vers un cas plus réel

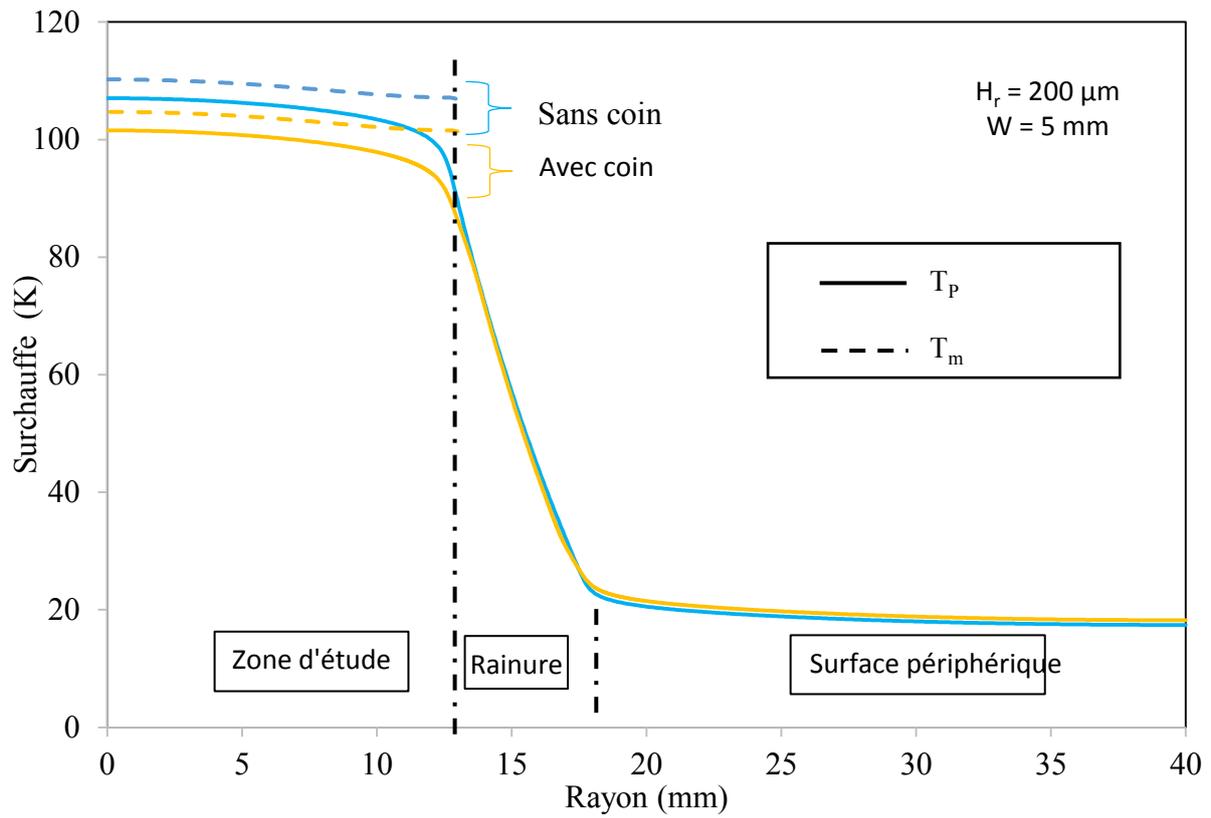


Figure A8.6 : Surchauffe en convection naturelle pour deux configurations, l'un avec coin et l'autre idéale sans coin ($W = 5 \text{ mm}$); $\varphi_m = 15 \text{ W/cm}^2$; $h_{nc} = 500 \text{ W/m}^2\text{K}$

Annexe 9 : Correction des résultats par modèle numérique

Le modèle développé pour calculer la distribution de températures au sein de l'échantillon est 2D axisymétrique. Une méthode de différence finie est utilisée dans le but d'estimer les paramètres inconnus de l'expérience et de normaliser les données. Le problème est résolu en régime stationnaire. Les conditions aux limites et les nœuds du modèle sont présentés sur la figure A9-1. L'échantillon est discrétisé en n lignes i dans la direction horizontale et m colonnes j dans la direction verticale. A chaque nœud (i, j) est associée une température T_{ij} . Les conditions aux limites sont les suivantes :

- Sur la face arrière de l'échantillon, un flux de chaleur φ_m est imposée en partie centrale de la surface tandis que le reste de la face arrière est isolée.
- Sur la face supérieure de l'échantillon des coefficients d'échange de chaleur sont initialement introduits. Un coefficient d'échange h_{nc} correspondant à de la convection naturelle est appliqué sur la partie périphérique de l'échantillon (au-delà de la rainure). Un coefficient d'échange correspondant soit à de la convection naturelle (h_{nc}) soit à de l'ébullition (h_b) est appliqué sur la partie centrale. La température du fluide loin de la paroi est égale à la température de saturation T_{sat} .

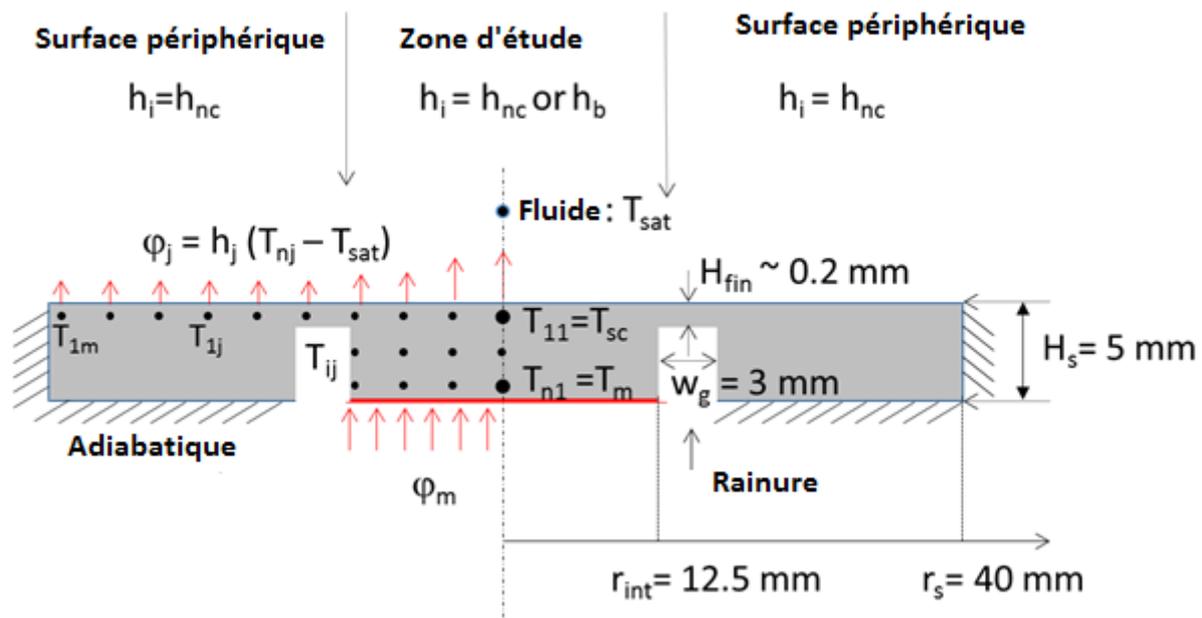


Figure A9.1 : Conditions aux limites et nœuds du modèle thermique

Estimation de l'épaisseur de rainure et le coefficient thermique de convection naturelle

Les coefficients d'échange de chaleur sur les deux zones de la face supérieure (centrale et périphérique) en contact avec le liquide, ne sont pas connus lors des essais puisque la puissance thermique fournie se répartie de façon inégale sur ces deux zones. De même, l'épaisseur H_r du métal au fond de la rainure n'est pas connue de façon précise. Cependant, le

flux de chaleur fourni et la température sont mesurés en face arrière de l'échantillon. La connaissance de ces deux conditions aux limites permet d'identifier les inconnues du problème par méthode inverse et en utilisant toutes les données enregistrées au cours des essais.

Les essais réalisés en convection naturelle permettent d'estimer l'épaisseur de la rainure. Le coefficient d'échange h_{nc} est supposé être le même pour tous les échantillons. En utilisant cette hypothèse et à l'aide de tous les résultats expérimentaux, un coefficient de transfert de chaleur moyen égal à $500 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ est estimé et l'épaisseur H_r est déterminée pour chaque échantillon. Suivant les échantillons, cette épaisseur varie entre 0,15 mm et 0,35 mm, ce qui est cohérent avec le processus d'usinage. L'épaisseur de la rainure étant alors déterminée, le même programme est utilisé cette fois pour les tests en ébullition, afin de déterminer le flux exact échangé dans la zone centrale, les pertes vers l'ailette et les coefficients d'échanges associés à l'ébullition.

Équations

Le flux thermique de la résistance électrique appliqué sur la partie centrale de l'échantillon permet d'écrire les conditions suivantes :

$$\begin{cases} \varphi_i = \varphi_0 \\ L = 5 \text{ mm si } r < r_{int} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_i = 0 \\ L = 5 \text{ mm si } r > r_{ext} \\ L = 0,2 \text{ mm si } r_{int} < r < r_{ext} \end{cases}$$

Le flux thermique entrant est :

$$\phi_i = \varphi_i ds_i$$

$$\text{Avec } ds_i = \pi(r_{i+1}^2 - r_i^2)$$

$$r_i = \frac{dr}{2} + (i - 1)dr$$

$$dr = \frac{r_{tot}}{n}$$

Si $|r_i - r_{int}| < dr/2$

$$\phi_i = \varphi_i \pi \left[r_{int}^2 - \left(r_i - \frac{dr}{2} \right)^2 \right]$$

Si $r_i - r_{int} > 0$

$$\phi_i = 0$$

Autre r :

$$\phi_i = \varphi_i \pi \left[\left(r_i + \frac{dr}{2} \right)^2 - \left(r_i - \frac{dr}{2} \right)^2 \right]$$

Pour un cylindre creux, en faisant le bilan thermique, le flux de chaleur par conduction est donné par :

$$\varphi = \frac{2\pi\lambda L(T_i - T_{i+1})}{\ln\left(\frac{r_{i+1}}{r_i}\right)}$$

La résistance thermique de la conduction est :

$$R_{cond_i} = \frac{T_i - T_{i+1}}{\varphi}$$

Si $(r_{int} - r_i < dr)$ et $(r_i < r_{int})$:

$$R_{cond_i} = \frac{dr}{2\pi\lambda r_i \left[\frac{He(r_{int} - r_i)}{dr} + \frac{Hr(dr - r_{int} + r_i)}{dr} \right]}$$

Si $(r_{ext} - r_i < dr)$ et $(r_i < r_{ext})$:

$$R_{cond_i} = \frac{dr}{2\pi\lambda r_i \left[\frac{Hr(r_{ext} - r_i)}{dr} + \frac{He(dr - r_{ext} + r_i)}{dr} \right]}$$

Si $r_i < r_{ext}$ et $r_i > r_{int}$

$$R_{cond_i} = \frac{dr}{2\pi\lambda r_i Hr}$$

Autre r :

$$R_{cond_i} = \frac{dr}{2\pi\lambda r_i He}$$

Les formulations des flux thermiques par convection et par ébullition sont :

$$\phi_{conv_i} = h_k(T_i - T_{sat})ds_i$$

$$\phi_{ébul_i} = h_{ébul_k}(T_i - T_{sat})ds_i$$

Avec $k = 1, \dots, n$

Le bilan thermique sur une surface donnée est résulté de deux modes de transfert thermique : la conduction et la convection ou l'ébullition.

Dans le cas de convection ou d'ébullition (si $r > r_{int}$) :

$$\text{Pour } i = 1 : \phi_1 = \phi_{cond_1} + \phi_{conv_1}$$

$$\varphi_1 ds_1 = \frac{T_1 - T_2}{R_{cond_1}} + h_{T_1}(T_1 - T_{sat})ds_1$$

$$\text{Pour } i : \phi_i = \phi_{cond_i} - \phi_{cond_{i-1}} + \phi_{conv_i}$$

$$\varphi_i ds_i = \frac{T_i - T_{i+1}}{R_{cond_i}} - \frac{T_{i-1} - T_i}{R_{cond_{i-1}}} + h_{T_i}(T_i - T_{sat})ds_i$$

$$\text{Pour } i = n : \phi_n = \phi_{cond_n} + \phi_{conv_n}$$

$$\varphi_n ds_n = \frac{T_{n-1} - T_n}{R_{cond_{n-1}}} + h_{T_n}(T_n - T_{sat})ds_n$$

Dans le cas d'ébullition, pour $r < r_{int}$:

$$\text{Pour } i = 1 : \phi_1 = \phi_{cond_1} + \phi_{ébul_1}$$

$$\varphi_1 ds_1 = \frac{T_1 - T_2}{R_{cond_1}} + h_{T_1}(T_1 - T_{sat})ds_1$$

$$\text{Pour } i : \phi_i = \phi_{cond_i} - \phi_{cond_{i-1}} + \phi_{ébul_i}$$

$$\varphi_i ds_i = \frac{T_i - T_{i+1}}{R_{cond_i}} - \frac{T_{i-1} - T_i}{R_{cond_{i-1}}} + h_{\acute{e}bul_i}(T_i - T_{sat})ds_i$$

Pour $i = n$: $\phi_n = \phi_{cond_n} + \phi_{\acute{e}bul_n}$

$$\varphi_n ds_n = \frac{T_{n-1} - T_n}{R_{cond_{n-1}}} + h_{\acute{e}bul_n}(T_n - T_{sat})ds_n$$

Les équations peuvent être arrangées de la manière suivante :

$$T_1 \left[\frac{1}{R_{cond_1}} + h_{T_1} ds_1 \right] + T_2 \left[-\frac{1}{R_{cond_1}} \right] = \varphi_1 ds_1 + h_1 T_{sat} ds_1$$

$$T_{i-1} \left[-\frac{1}{R_{i-1}} \right] + T_i \left[\frac{1}{R_{cond_i}} + \frac{1}{R_{cond_{i-1}}} + h_i ds_i \right] + T_{i+1} \left[-\frac{1}{R_{cond_{i+1}}} \right] = \varphi_i ds_i + h_i T_{sat} ds_i$$

$$T_{n-1} \left[\frac{1}{R_{cond_{n-1}}} \right] + T_n \left[-\frac{1}{R_{cond_{n-1}}} - h_n ds_n \right] = \varphi_n ds_n + h_n T_{sat} ds_n$$

Les équations ci-dessus peuvent s'écrire sous forme matricielle tridiagonale que l'on peut résoudre en utilisant l'algorithme de Thomas. La résolution des équations donne la température de paroi ainsi que le flux thermique.

D'après la comparaison entre les différents tests effectués et la simulation, nous avons trouvé que le coefficient de chaleur par convection naturelle est égal à $500 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$. Le coefficient de chaleur par ébullition varie entre 500 et $7000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$.

Annexe 10 : Topographie de surface

A10.1. Caractérisation de cavités artificielles

Des cavités artificielles ont été fabriquées par Manutech sur des surfaces Au4G nano lisses dont le RMS est de l'ordre de 60 nm. Un Laser femto seconde a été utilisé pour percer les trous dans les échantillons. Nous présentons ci-dessous les géométries des cavités fabriquées

A10.1.1. Caractérisation des cavités artificielles de l'échantillon S_{C1}

La figure A10.1 donne la localisation des 18 cavités de l'échantillon S_{C1} . Une analyse de la géométrie des cavités est réalisée avec le microscope confocal. Le mode de balayage pas à pas asservi en z est utilisé pour obtenir la forme complète de la cavité. Nous présentons ci-dessous quelques cavités artificielles.

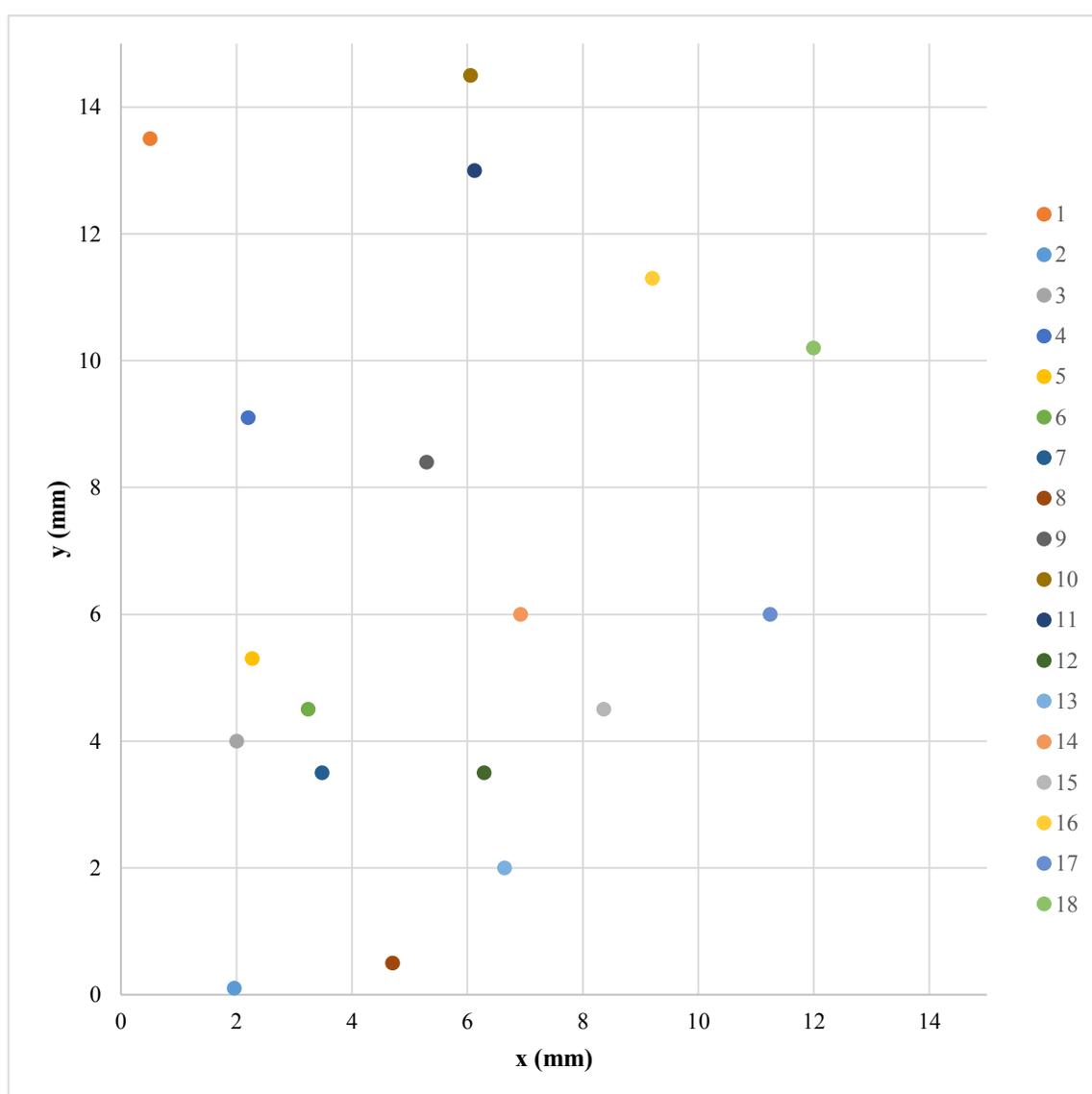


Figure A10.1 : Cartographie de la position des trous pour l'échantillon S_{C1}

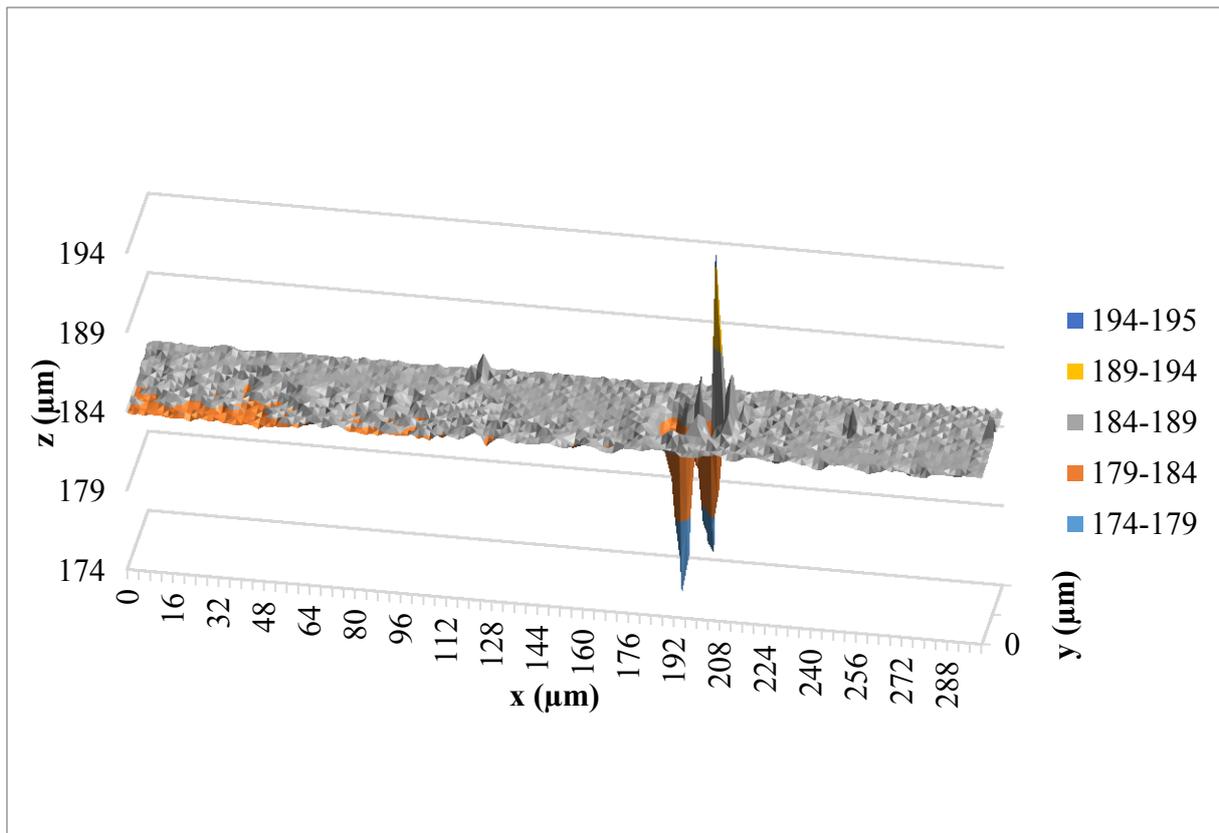


Figure A10.2 : Cavité N° 1

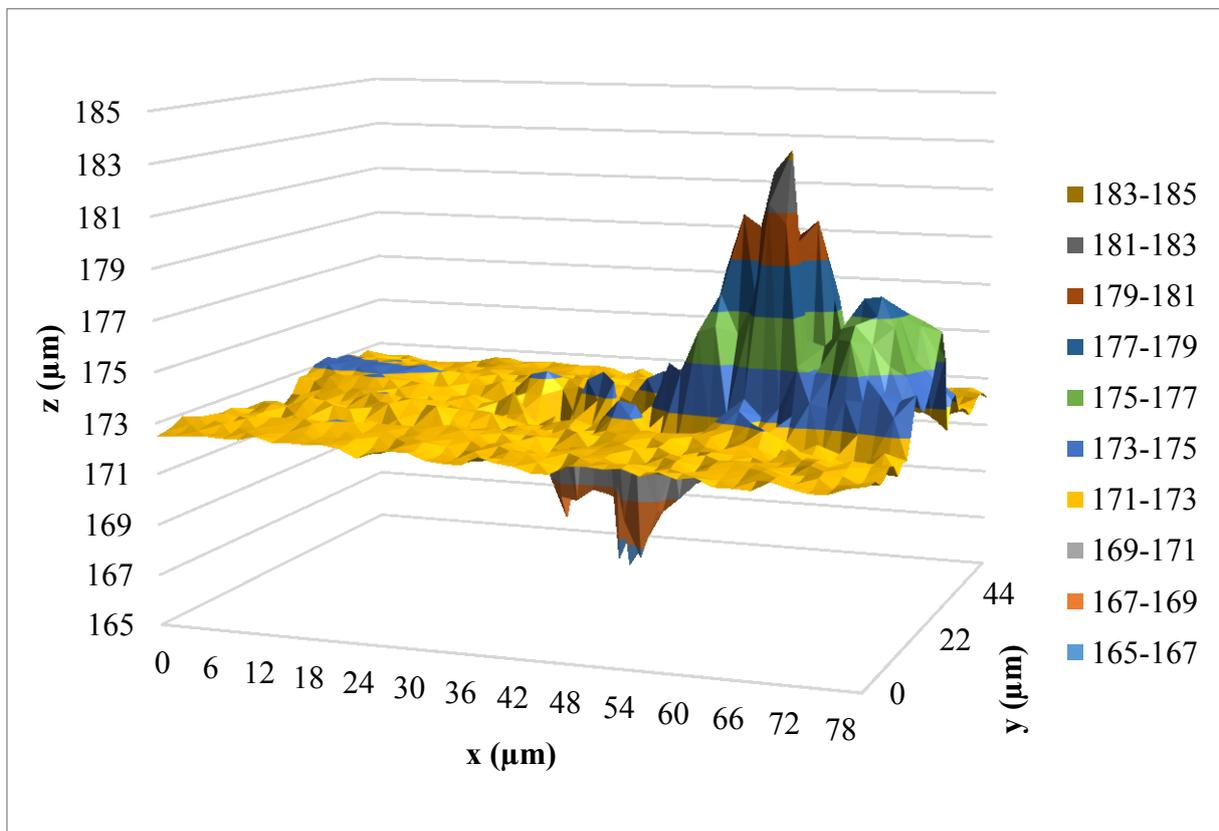


Figure A10.3 : Cavité N°3

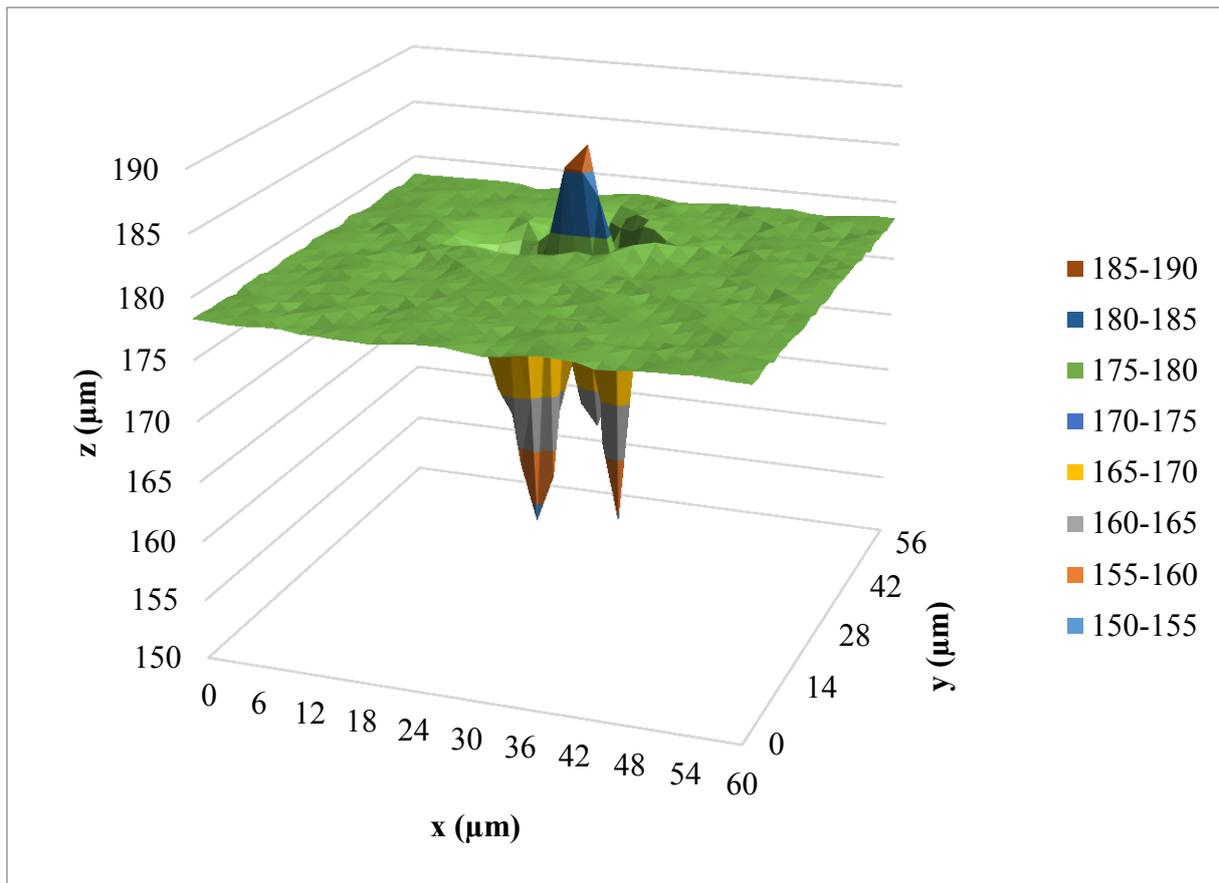


Figure A10.4 : Cavité N°4

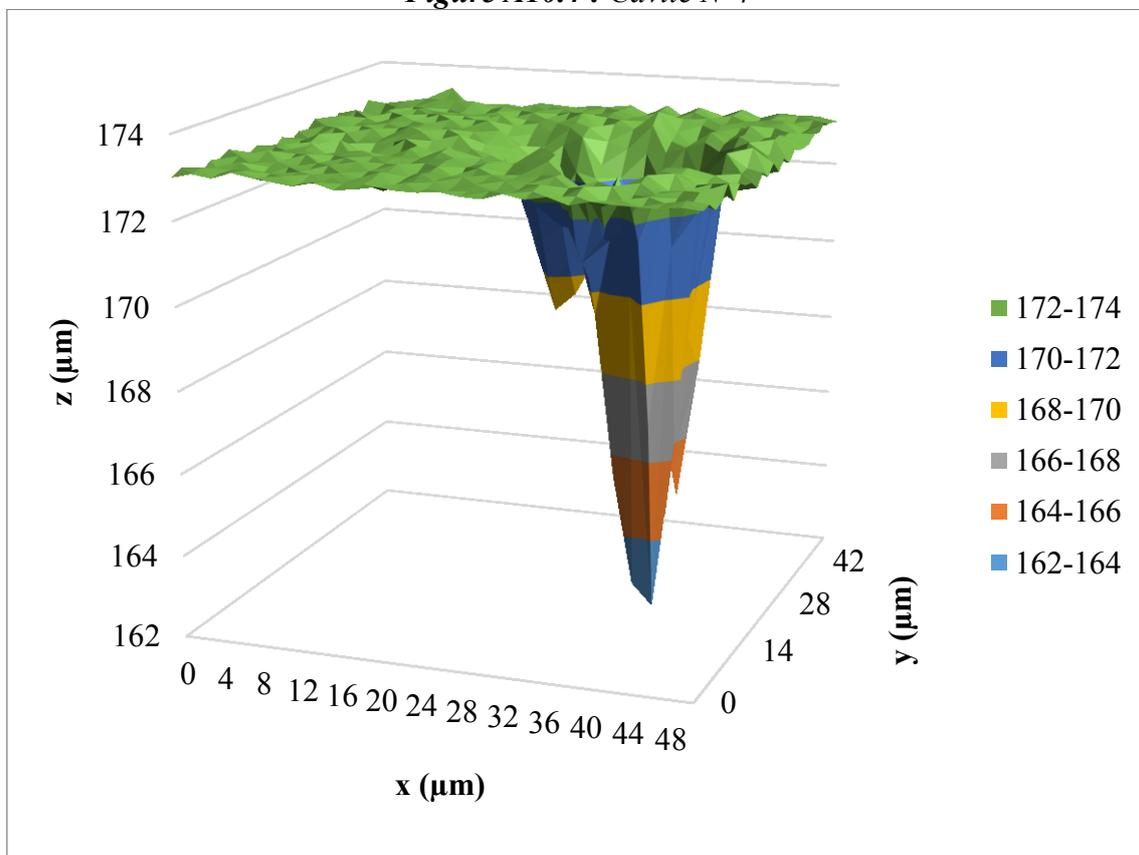


Figure A10.5 : Cavité N°7

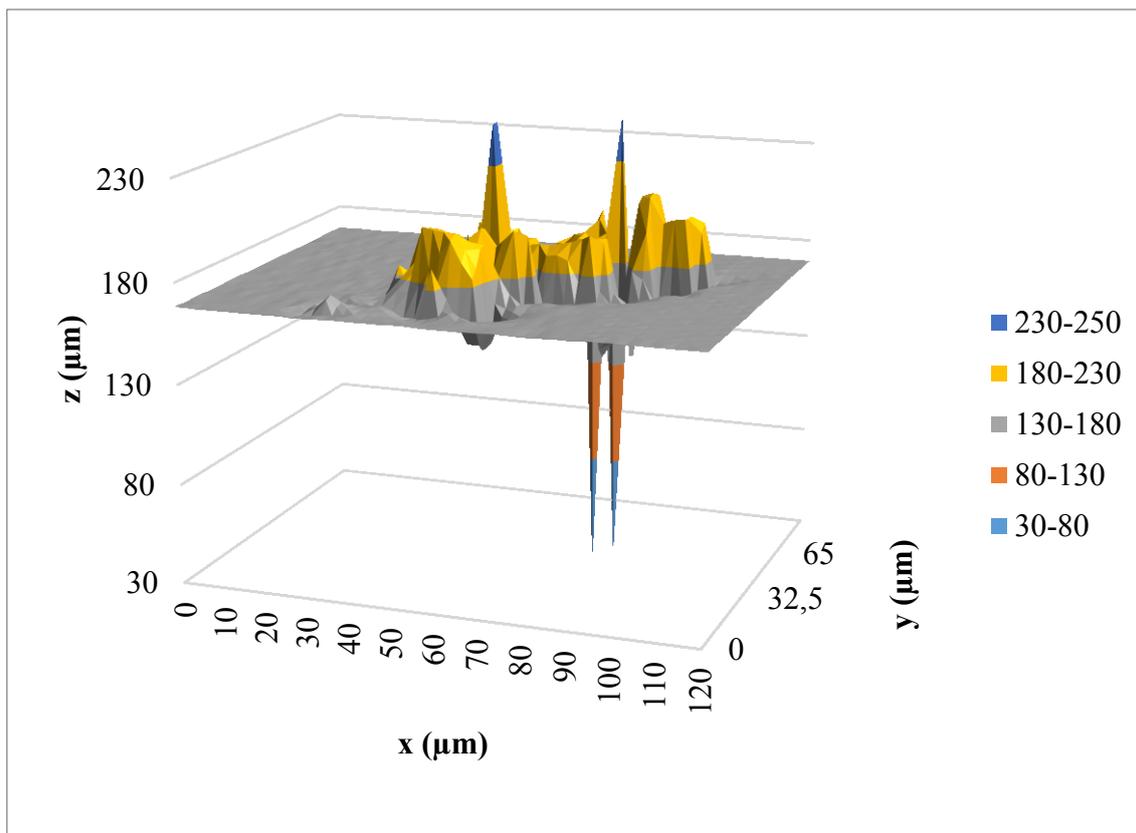


Figure A10.6 : Cavité N°8

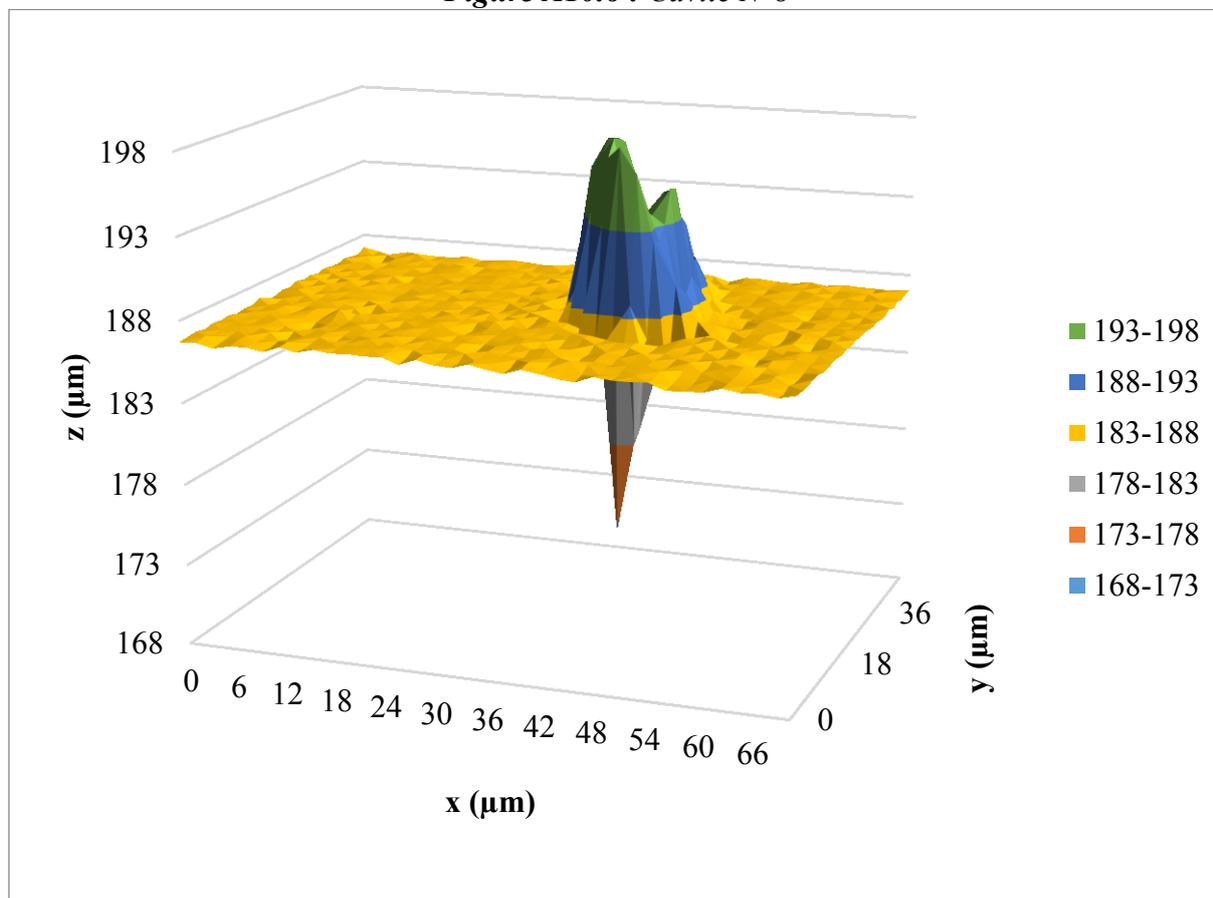


Figure A10.7 : Cavité N°10

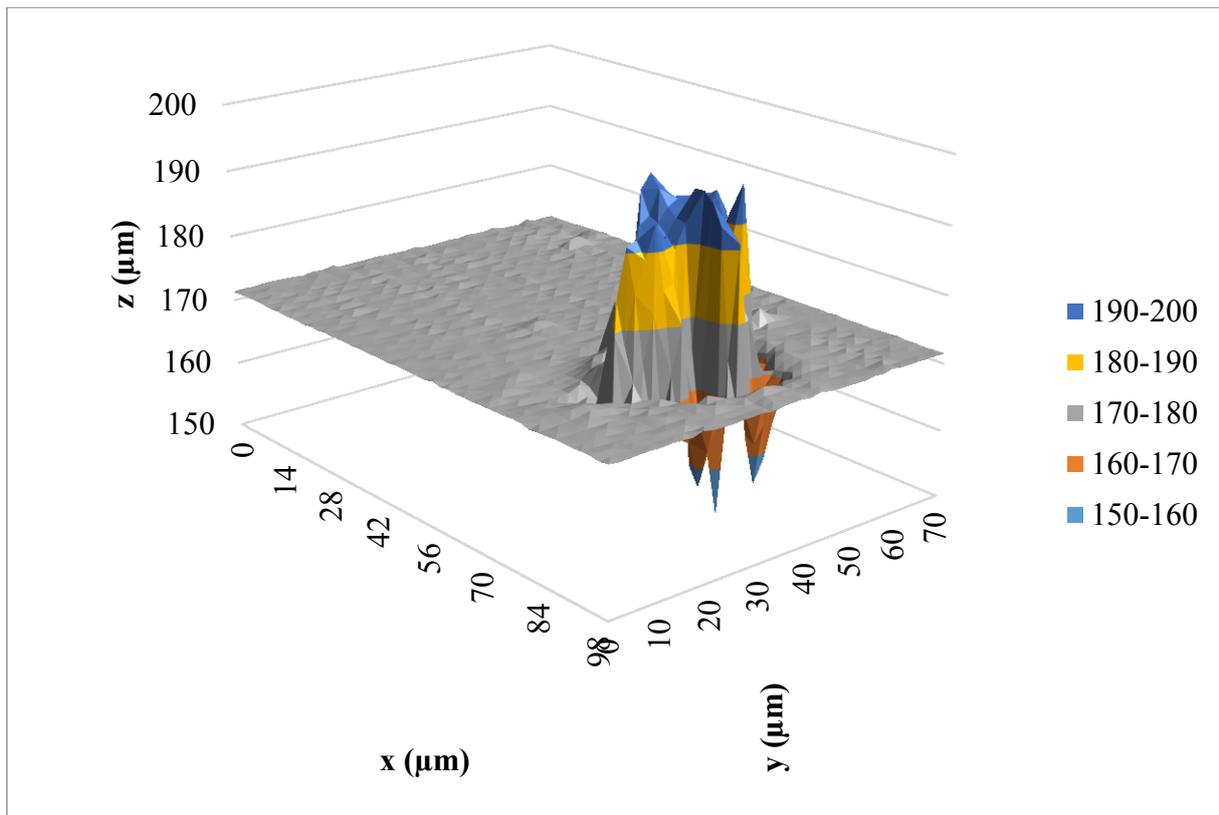


Figure A10.8 : Cavité N°12

A10.1.2. Caractérisation de cavités artificielles de l'échantillon S_{C2}

La cartographie de l'échantillon S_{C2} réalisée à l'aide du microscope confocal révèle la présence de 58 cavités. Une analyse des cavités est menée avec le microscope confocal, après localisation les coordonnées (x,y) de chaque cavité. Le mode de balayage pas à pas asservi en z est utilisé pour obtenir la forme complète de la cavité. Quelques cavités sont présentées sur les figures ci-dessous.

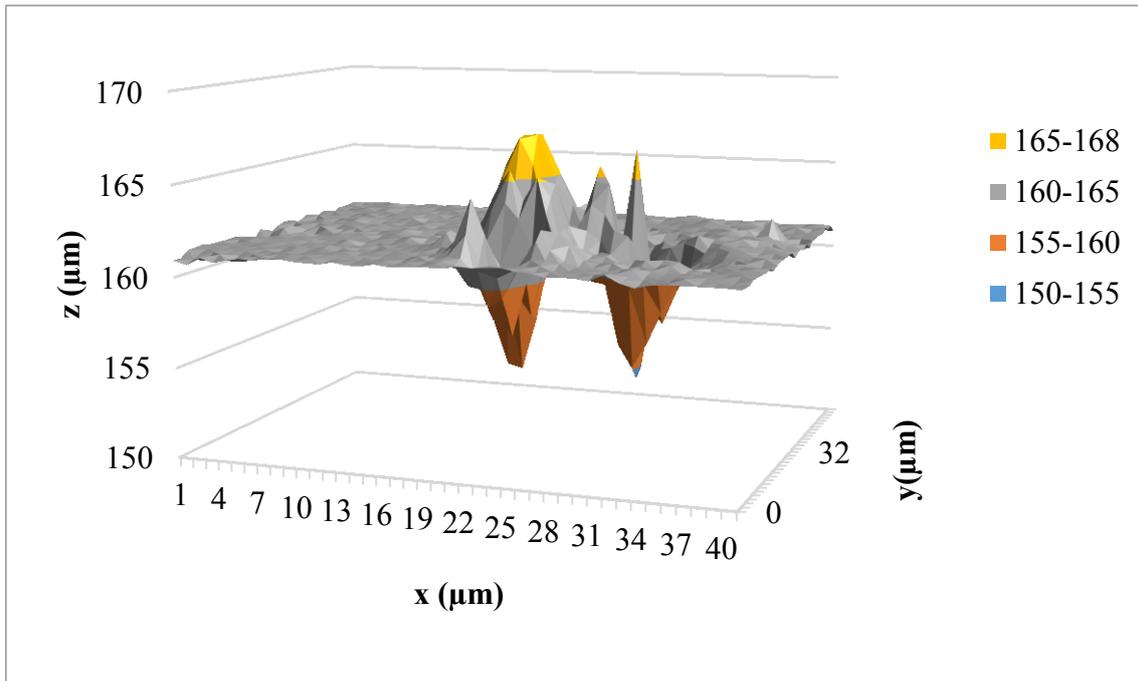


Figure A10.9 : Cavité N°1

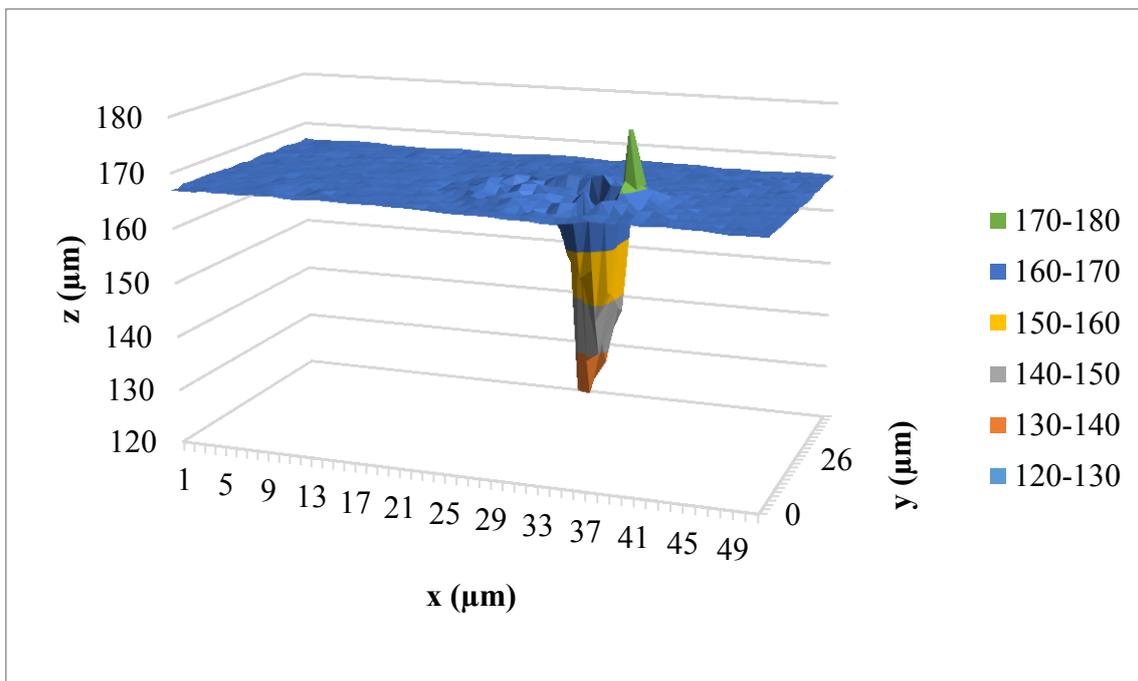


Figure A10.10 : Cavité N°2

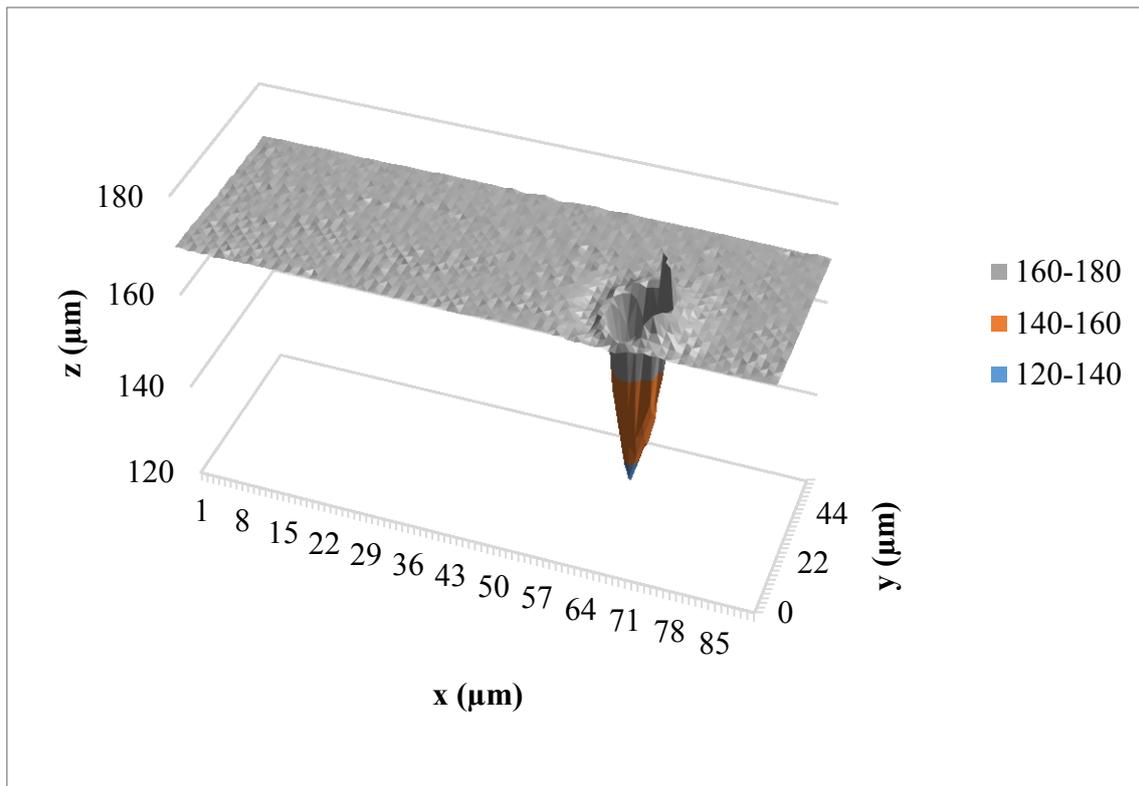


Figure A10.11 : Cavité N°3

A10.2. Caractérisation du réseau métallique par AFM

Les échantillons, dont les réseaux sont fabriqués, ont une surface ultra lisse avec un RMS (filtré) inférieur à 60 nm. Après sa fabrication, le nano-réseau est caractérisé à l'aide d'un microscope à force atomique (le microscope confocal ne permet pas une telle mesure car la limite de résolution verticale de ce microscope est de l'ordre de la profondeur du réseau). Comme le montre la figure A10.11 et A10.13, les réseaux sont homogènes, périodiques, et très réguliers.