Divers motifs de comportement et optimisation du trafic

7.1. INTRODUCTION

7.1.1. Contexte

Selon ses sources, la congestion routière peut se classer en deux catégories : la congestion récurrente déterminée par les lois de trafic et la congestion non-récurrente due aux incidents, accidents ou autres aléas sur la route. Grâce à l'avancement des technologies, notamment en informatique, communication et techniques de traitement des données, l'exploitant est devenu capable de détecter les perturbations, de mesurer et même d'anticiper l'état du trafic afin de mieux adapter les actions d'exploitation.

L'information concernant les conditions du trafic peut être communiquée aux usagers. Pour les usagers, l'information routière permet de réduire l'inconfort et mieux choisir leurs itinéraires/horaires de départ ou mode de transport lors de leurs déplacements. Pour l'exploitant, l'information aux usagers peut servir à la gestion du trafic.

L'obtention de l'information permet aux usagers d'effectuer leur choix d'itinéraire de manière plus raisonnable. Cependant, leur comportement est par nature individuel : chaque usager choisit l'itinéraire le moins coûteux pour lui sans tenir compte des effets sur les autres usagers. En présence de la congestion, qui est un effet externe que l'usager cause au reste du trafic, ce comportement entraine un fonctionnement sous-optimal du système par rapport à un état idéal appelé « Optimum du système ». Nous définissons un tel état optimal comme l'état de moindre coût global pour l'ensemble des usagers. Le coût global dépend de l'environnement extérieur au système, mais aussi des adaptations dynamiques du trafic.

L'opérateur de transport et les usagers espèrent que le système de guidage peut aider à atténuer la congestion induite par la croissance sans cesse de la demande. En particulier, les appareils de guidage embarqués au borde de véhicule peuvent être utilisé non seulement pour l'affichage de l'information cartographiques et les conditions de circulation, mais aussi pour la réception de l'information de guidage afin d'optimiser l'ensemble du réseau, par exemple le système introduit par qui minimise le temps total des usagers. Parmi les mesures d'exploitation, il est possible de diffuser de l'information aux usagers afin d'implanter la coopération entre usagers car la différence entre UE et SO est difficilement détectable par l'usager. Il reste à considérer l'équité à long terme. Il est bien connu que dans l'optimum du système, certains usagers doivent être affectés à des routes plus longues pour éviter qu'ils causent plus de congestion à l'autrui. Cependant, l'implantation de l'optimum du système est difficilement acceptable.

7.1.2.Revue bibliographique

(Wardrop, 1952) a introduit deux principes d'équilibre : le premier, appelé l'équilibre de l'usager, désigne un état plus ou moins naturel des usagers où chacun des usagers cherche à minimiser son coût individuel ; le deuxième, appelé l'optimum du système, désigne un état optimal pour le système où tous les usagers cherchent à minimiser leur coût total du système.

En suite, le problème d'affectation du trafic en optimum du système a été traité dans nombreux travaux. (Sheffi, 1985) a fourni un traitement analytique pour le problème d'affectation du trafic en optimum déterministe du système. Puis (Maher, Stewart *et al.*, 2005) pour le problème d'affectation du trafic en optimum stochastique du système.

L'approche numérique est adressée afin de résoudre le problème d'affectation en optimum du système a été traité par nombreux chercheur, (Wie, Tobin *et al.*, 1995) et (Peeta et Mahmassani, 1995)

Concernant l'information du trafic aux usagers, la diffusion de l'information « neutre » qui engendre les choix égoïstes des usagers et l'équilibre de l'usager n'est pas efficace (Stier-Moses, 2004), (Correa, Schulz *et al.*, 2005), (Correa, Schulz *et al.*, 2003), (Schulz et Moses, 2003), (Schulz et Stier-Moses, 2006) mais l'optimum du système est difficilement acceptable. (Prashker et Bekhor, 2000) a comparé plusieurs états d'équilibre du trafic : équilibre (déterministe et stochastique) de l'usager et l'optimum du système.

Les chercheurs et les praticiens cherchent également une solution de diffusion de l'information coopérative sans aggraver le problème d'acceptabilité. (Watling, 1990) (Jahn, Möhring *et al.*, 2004) propose de d'implanter un état proche de l'optimum du système sans causer le problème d'acceptabilité. (Paz et Peeta, 2009) inclut la procédure d'apprentissage dans l'analyse.

7.1.3.Objectif

Continuons le cadre de modélisation développé dans le chapitre 6, nous étudierons la notion de l'optimum du système pour un réseau routier soumis à la congestion récurrentes et des perturbations aléatoires en en présence de l'information dynamique à laquelle seule une partie des usagers accède. L'optimum du système est aussi le point de référence pour savoir la marge de manœuvre pour évaluer l'efficacité des mesures de gestion du trafic. Dans ces conditions, la stratégie de gestion du réseau par l'opérateur doit s'adapter à la composition du trafic et aux comportements des usagers

Nous définissons plusieurs « *motifs de coopération* », chaque motif correspondant à un certain comportement pour chaque classe d'usagers informée ou non, ou pour les usagers informés à un certain contenu de messages d'information afin d'inciter les comportements. Un motif, appelé l'équilibre des usagers, correspond aux comportements égoïstes, chacun pour soi avec une information égoïste. Au contraire, le motif « optimum du système » correspond à des comportements altruistes. Nous allons considérer aussi un motif intermédiaire des « Informés coopératifs », en supposant que ceux-ci cherchent à minimiser le temps de leur groupe.

Pour chaque motif de coopération, nous étudions également le problème d'acceptabilité, qui est primordial pour l'implantation de la coopération entre les usagers, via un système de nombreux indicateurs.

7.1.4.Méthode

Nous allons spécifier des types de comportement et l'équilibre du trafic qui en résulte. Nous allons calculer les coûts de chaque état par classe d'usagers, ceux qui nous ont permis de comparer les états associés aux motifs.

L'affectation du trafic en équilibre de l'usager présenté au chapitre 6 sera adapté aux plusieurs motifs de comportement coopératif par une affectation du trafic en pseudo-équilibre de l'usager en internalisant les coûts externes (Sheffi, 1985).

Comme le chapitre précédent, nous nous sommes restreint à un cas d'école : un réseau à deux routes parallèles, avec des formes simples de congestion. Nous avons obtenu des formules analytiques pour les coûts par classe d'usagers, pour les motifs d'équilibre de l'usager et d'optimum du système pour que nous puissions comparer de manière théorique. Pour le motif des Informés coopératifs, nous avons montré par simulation numérique qu'il permet de retire presque les mêmes bénéfices que l'optimum du système, tout en étant beaucoup mieux acceptable.

7.1.5.Plan du chapitre

Suite à l'introduction, dans laquelle nous avons présenté le contexte d'étude, notre objectif et l'approche utilisé, la section §7.2 consacre à une présentation du modèle avec la modélisation des effets de l'information dynamique, la définition et l'implantation des motifs de coopération, et puis la formulation des hypothèses. La section §7.3 analyse le pseudo-équilibre pour notre cas d'école. Les acteurs concernés et les acteurs considérés seront abordés en section §7.4. Les sections §7.5, §7.6 et §7.7 seront réservées à une analyse analytique des deux états d'équilibre : l'équilibre de l'usager et l'optimum du système. En section §7.8, nous discutons les stratégies de guidage et les problèmes d'acceptabilité associé et une simulation numérique.

7.2. FORMULATION DES HYPOTHESES

7.2.1. L'offre de transport

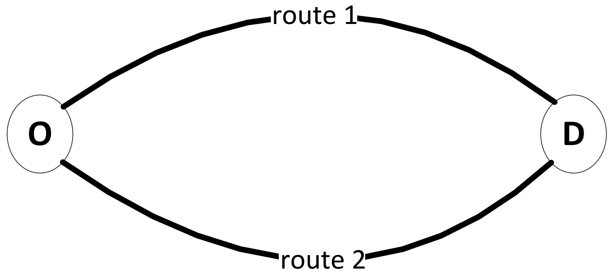

Fig. 7–1 : Réseau de deux routes parallèles reliant une origine et une destination

Considérons un réseau de transport se composant de deux arcs $a \in A$, l'ensemble des arcs, avec nœuds $n \in N$, l'ensemble des nœuds. Notre application sera limitée à un cas d'école, un réseau stylisé de deux arcs en parallèle reliant une origine et une destination, figuré en Fig. 7–1: donc $a \in \{1,2\}$

Sur chaque arc a du réseau, le débit x_a induit un temps de parcours individuel T_a qui est soumis à des effets de congestion par la base de la fonction temps de parcours-débit $T_a = \tilde{t}_a(x_a)$, une fonction croissante du débit en arc. Pour l'instance, nous prenons une fonction affine linéaire comme suivante : $\tilde{t}_a(x_a) = \alpha_a + \gamma_a x_a$ dans laquelle α_a est temps de parcours à vide et γ_a la sensibilité du temps de parcours individuel au débit (Fig. 7–2). Cette hypothèse est convenable à un état du trafic sans fil d'attente (peu saturé), pas à un état saturé dans lequel le débit est débit est limité par la capacité d'écoulement.

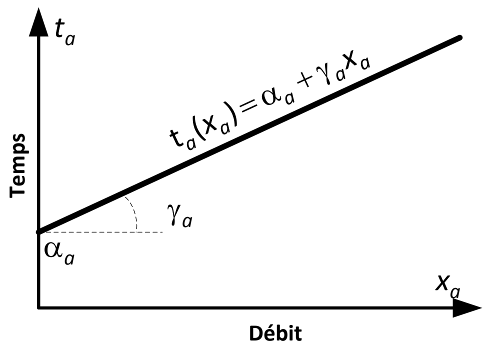

Fig. 7–2 : Modèle affine linéaire de la relation débit-temps

En dépit de notre modèle d'écoulement qui est essentiellement stationnaire, on doit tenir en compte les effets dynamiques inter-période, autrement dit la variabilité inter-période à être modélisée par une variable aléatoire (). A cette fin, nous supposons qu'il existe un ensemble Ω des circonstances ω (ou périodes), dont chacune correspond à des débits en arc $x_{a\omega}$ et temps de parcours sur arc :

$$T_{a\omega} = \tilde{t}_a(x_{a\omega}) + \zeta_a(\omega) \qquad \text{(eq. 7-1)}$$

La variable aléatoire $\zeta_a(\omega)$ modélise la variation éventuelle du temps de parcours qui parait du à perturbations exogènes. Cette variable aléatoire est supposé d'avoir variance σ_a^2 et moyenne nulle (Fig. 7–3). Pour simplicité, nous supposons que les variables $\zeta_a(\omega)$ (de deux arcs) sont indépendamment distribuées.

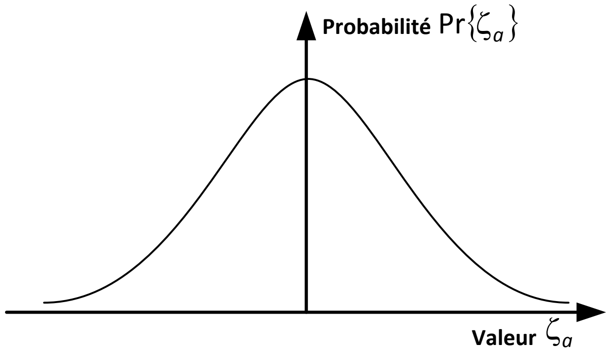

Fig. 7–3 : Distribution gaussienne des perturbations

Nous avons la formule du temps de parcours moyen sur l'ensemble des occurrences :

$$E_\omega[T_{a\omega} : x_{a\omega} = x] = \tilde{t}_a(x) \qquad \text{(eq. 7-2)}$$

7.2.2.La demande : comportement individuel et motifs de coopération

Supposons que chaque usager se comporte selon le comportement de la classe qui est un parmi quatre comportements typiques suivant :

- Egoïste : l'usager choisit un itinéraire de façon à minimiser son coût individuel.
- Coopératif dans sa classe : l'usager choisit un itinéraire de façon à minimiser le coût total de sa classe.
- Altruiste envers l'autre classe : l'usager choisit un itinéraire de façon à minimiser un coût comprenant son coût individuel plus le surcoût qu'il cause à l'autre classe.
- Totalement coopératif : l'usager choisit un itinéraire de façon à minimiser le coût total de l'ensemble du trafic.

Quatre comportements de chaque classe forment au total 16 motifs de coopération, allant de l'équilibre de l'usager (UE) dans lequel les deux classes sont égoïstes à l'optimum du système (SO) où les classes sont entièrement coopératives. En plus, nous analysons le également le motif « informé coopératif » (IC) dans le quel seuls les usagers informés prennent de l'effort pour minimiser le coût de sa classe.

Pour l'instant, nous nous focalisons sur les conséquences données par tels comportements sur le trafic et sur chaque classe en négligeant comment les implanter.

Supposons que la demande est composé de deux classe d'usagers, respectivement la classe *I*, des usagers équipés, en information dynamique et la classe *N* des usagers non-équipé, puis non-informé.

Chaque usager du réseau est soumis au temps objectif sur le long de sa route, dit a , une variable aléatoire :

$$t_{a\omega} = \mathrm{t}_a(x_{a\omega}) + \zeta_{a\omega} \qquad \text{(eq. 7-3)}$$

Dans laquelle $x_{a\omega} = \bar{x}_a^N + x_{a\omega}^I$ puisque la classe informée réagit à l'information dynamique, et par conséquence à occurrence ω pendant que la classe non-informée ne réagit pas pour le court terme

Le temps de parcours $t_{a\omega}^u$ sur la route a que connaît un usager de la classe u $u \in \{I, N\}$:

$$t_{a\omega}^I = t_{a\omega} \qquad \text{(eq. 7-4)}$$

, et

$$t_{a\omega}^N = \mathrm{E}_\omega[t_{a\omega}] \qquad \text{(eq. 7-5)}$$

Supposons que chaque usager se comporte de manière spécifique dépendante de la classe qu'il appartient :

- Le comportement égoïste : l'usager choisit un itinéraire de façon à minimiser son coût individuel : $G_{a\omega}^{u,\mathrm{self}} = t_{a\omega}^u$.
- Le comportement coopératif dans sa classe : l'usager choisit un itinéraire de façon à minimiser le coût total de sa classe : $G_{a\omega}^{u,\mathrm{class}} = t_{a\omega}^u + x_{a\omega}^u \dfrac{\mathrm{dt}_a}{\mathrm{d}x_a}$.

- Altruiste envers l'autre classe : l'usager choisit un itinéraire de façon à minimiser un coût comprenant son coût individuel plus le surcoût qu'il cause à l'autre classe : $G_{a\omega}^{u,\text{other}} = t_{a\omega}^{u} + x_{a\omega}^{u,\text{other}} \frac{\mathrm{d}t_a}{\mathrm{d}x_a}$.
- Totalement coopératif : l'usager choisit un itinéraire de façon à minimiser le coût total de l'ensemble du trafic, c'est-à-dire minimiser son coût individuel ajouté par le coût externe que il impose sur les autres usagers : $G_{a\omega}^{u,\text{all}} = t_{a\omega}^{u} + x_{a\omega} \frac{\mathrm{d}t_a}{\mathrm{d}x_a}$.

7.2.3.Les fonctions de pseudo-coût

Dans la littérature, il est bien connu qu'un problème d'optimum du système peut se transformer en problème d'équilibre de l'usager en externalisant les coûts externes de congestion dans une fonction du pseudo-coût individuel: à chaque fonction de coût considérée $\mathrm{t}_a(x_a)$ pour un problème d'optimum du système est associée une fonction de pseudo-coût :

$$\mathrm{t}_a^{\#}(x_a) \equiv \mathrm{t}_a(x_a) + x_a \frac{\mathrm{d}t_a}{\mathrm{d}x_a} \qquad \text{(eq. 7-6)}$$

En supposant que l'usager perçoit le pseudo-coût $\mathrm{t}_a^{\#}$ comme son « vrai » coût individuel et choisit la route la moins coûteuse perçue par lui-même. En fin, une affectation en équilibre de l'usager avec les fonctions de pseudo-coût $\mathrm{t}_a^{\#}$ coïncide à celle en optimum du système avec les fonctions de coût originales t_a.

Nous adaptons ce principe de transformation aux multiple classes d'usagers et divers motifs de coopération : un usager de la classe u coopère avec la classe v, de manière soit active ($\varepsilon_{uv} = 1$) si il considère ses effets de congestion sur cette classe, soit passive ($\varepsilon_{uv} = 0$) si il est indifférent à la classe v. La fonction de pseudo-coût pour l'usager u :

$$\mathrm{t}_a^{\#u}(x_a) \equiv \mathrm{t}_a(x_a) + \frac{\mathrm{d}t_a}{\mathrm{d}x_a}.[\sum_v \varepsilon_{uv} x_a^v]. \qquad \text{(eq. 7-7)}$$

Le tableau Tab. 7–1 présente les fonctions de pseudo-coût correspondant aux comportements de chaque classe u. Le tableau Tab. 7–2 précise les fonctions de pseudo-coût pour le cas où les fonctions de coût sont affines linéaires $\mathrm{t}_a(x_a) = \alpha_a + \gamma_a x_a$, et les perturbations sont centrées $\mathrm{E}_\omega[\zeta_a] = 0$.

Comportement	*Classe informée I : $T_{a\omega}^{\#I} \equiv$*	**Classe non-informé N :** $T_{a\omega}^{\#N} \equiv$
Egoïste	$\zeta_{a\omega} + \tilde{t}_a(x_{a\omega})$	$\mathrm{E}[\zeta_{a\omega} + \mathrm{t}_a(x_{a\omega})]$
Coopératif dans sa classe	$\zeta_{a\omega} + \mathrm{t}_a(x_{a\omega}) + x_{a\omega}^I \frac{\mathrm{dt}_a}{\mathrm{d}x_a}$	$\mathrm{E}\left[\zeta_{a\omega} + \mathrm{t}_a(x_{a\omega}) + x_{a\omega}^I \frac{\mathrm{dt}_a}{\mathrm{d}x_a}\right]$
Altruiste envers l'autre classe	$\zeta_{a\omega} + \mathrm{t}_a(x_{a\omega}) + \bar{x}_a^N \frac{\mathrm{dt}_a}{\mathrm{d}x_a}$	$\mathrm{E}\left[\zeta_{a\omega} + \mathrm{t}_a(x_{a\omega}) + \bar{x}_a^N \frac{\mathrm{dt}_a}{\mathrm{d}x_a}\right]$
Totalement coopératif	$\zeta_{a\omega} + \mathrm{t}_a(x_{a\omega}) + x_{a\omega} \frac{\mathrm{dt}_a}{\mathrm{d}x_a}$	$\mathrm{E}\left[\zeta_{a\omega} + \mathrm{t}_a(x_{a\omega}) + x_{a\omega} \frac{\mathrm{dt}_a}{\mathrm{d}x_a}\right]$

Tab. 7–1 : Les fonctions de pseudo-coût par classe par motif de comportement

Pour un motif de comportement, définissons γ_a^{vu} le coefficient intégrant la considération de la classe u envers la classe v.

$$T_{a\omega}^{\#I} = \alpha_a + \gamma_a^{NI}\bar{x}_a^N + \gamma_a^{II}x_{a\omega}^I + \zeta_{a\omega} \qquad \text{(eq. 7-8)}$$

$$T_a^{\#N} = \alpha_a + \gamma_a^{NN}\bar{x}_a^N + \gamma_a^{IN}\bar{x}_a^I \qquad \text{(eq. 7-9)}$$

Comportement	Classe informée I : $T_{a\omega}^{\#I} \equiv$	Classe non-informé N : $T_a^{\#N} \equiv$
Egoïste	$\alpha_a + \gamma_a(\bar{x}_a^N + x_{a\omega}^I) + \zeta_{a\omega}$	$\alpha_a + \gamma_a(\bar{x}_a^N + \bar{x}_a^I)$
Coopératif dans sa classe	$\alpha_a + \gamma_a(\bar{x}_a^N + 2x_{a\omega}^I) + \zeta_{a\omega}$	$\alpha_a + \gamma_a(2\bar{x}_a^N + \bar{x}_a^I)$
Altruiste envers l'autre classe	$\alpha_a + \gamma_a(2\bar{x}_a^N + x_{a\omega}^I) + \zeta_{a\omega}$	$\alpha_a + \gamma_a(\bar{x}_a^N + 2\bar{x}_a^I)$
Totalement coopératif	$\alpha_a + 2\gamma_a(\bar{x}_a^N + x_{a\omega}^I) + \zeta_{a\omega}$	$\alpha_a + 2\gamma_a(\bar{x}_a^N + \bar{x}_a^I)$

Tab. 7–2 : Les fonctions de pseudo coût simplifiées par classe par motif de comportement

7.2.4.Pseudo-équilibre offre-demande

Chaque usager est supposé de choisir son itinéraire sous un comportement rationnel de minimisation de coût, en fonction de sa connaissance sur les coûts. Un usager informé est supposé de connaître exactement le pseudo-coût à chaque cooccurrence.

$$t_a^I(\omega) = T_{a\omega}^{\#I}, \qquad \text{(eq. 7-10)}$$

Pendant qu'un usager non-équipé est supposé d'effectuer son choix d'itinéraire sur une connaissance grossière sur les coûts moyens :

$$t_a^N = \mathrm{E}_\omega[T_{a\omega}^{\#N}] \equiv T_a^{\#N}. \qquad \text{(eq. 7-11)}$$

L'équilibre de l'usager (vrai et/ou pseudo) est formulé en considérant les conditions suivantes :

(i) Non-négativité des débits
(ii) Conservation du volume : l'intégralité du volume doit s'affecter aux itinéraires
(iii) Pseudo-équilibre de l'usager : chaque usager est affecté à un itinéraire de minimal coût pseudo, comme il en perçoit dont la formation des coûts est indiquée dans (eq. 6-8) et (eq. 6-9)

La condition d'équilibre induit deux variables duales μ_ω^I, μ^N satisfaisant les conditions suivantes :

$$\mu_\omega^I \geq 0,\ T_{a\omega}^{I\#} - \mu_\omega^I \geq 0,\ x_{a\omega}^I.(T_{a\omega}^{I\#} - \mu_\omega^I) = 0\ :\ \forall \omega, a \in \{1,2\} \qquad \text{(eq. 7-12)}$$

$$\mu^N \geq 0,\ T_a^{N\#} - \mu^N \geq 0,\ x_a^N.(T_a^{N\#} - \mu^N) = 0\ :\ \forall a \in \{1,2\} \qquad \text{(eq. 7-13)}$$

Dans la littérature, il est bien connu qu'un problème d'optimum du système peut se transformer en problème d'équilibre de l'usager en externalisant les coûts externes de congestion dans une fonction du pseudo-coût individuel: à chaque fonction de coût considérée pour un problème d'optimum du système est associée une fonction de pseudo-coût. En supposant que l'usager perçoit le pseudo-coût comme son « vrai » coût individuel et choisit la route la moins coûteuse perçue par lui-même. En fin, une affectation en équilibre de l'usager avec les fonctions de pseudo-coût coïncide à celle en optimum du système avec les fonctions de coût originales.

Nous avons adapté ce principe à multiples classes d'usagers et divers motifs de comportement. Pour un motif de comportement donné, les fonctions de pseudo-coût $T_{a\omega}^{\#I}$, $T_a^{\#N}$ restent affines (Fig. 7–2) dans lesquelles γ_a^{uv} est le coefficient intégrant la considération de la classe u envers la classe v.

La composition du modèle avec pseudo-équilibre est illustrée dans la Fig. 7–4.

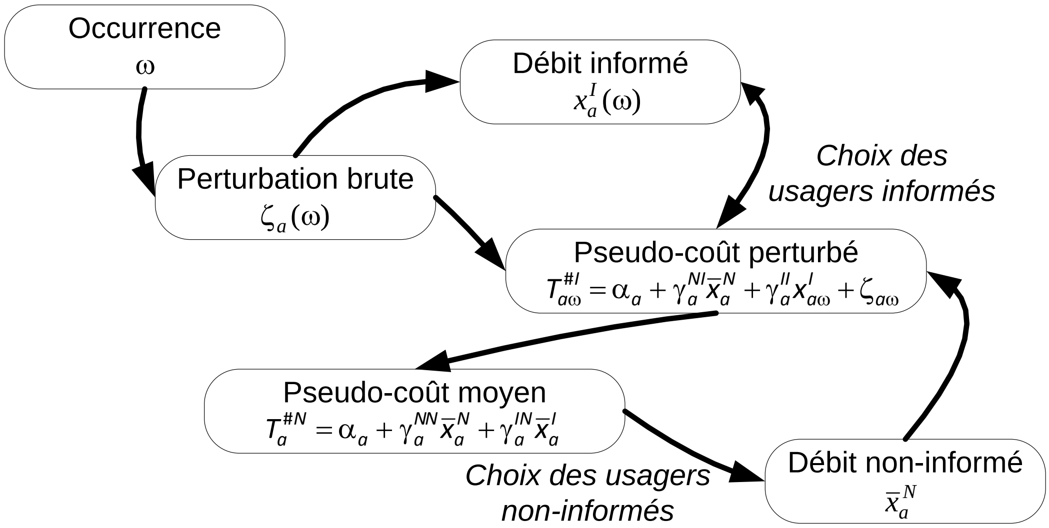

Fig. 7–4 : Les dépendances logiques dans le modèle

A chaque occurrence ω, une perturbation brute $\zeta_a(\omega)$ se produit éventuellement sur chaque arc a. Ces perturbations brutes participeront à la formation des débits des usagers informés et les pseudo-coûts à travers le choix d'itinéraire des usagers informés en « pseudo-équilibre » de l'usager. Rappelons que seuls les usagers informés sont capables d'effectuer les choix d'itinéraire à court terme.

Les occurrences ω dans l'ensemble Ω conduisent à former les pseudo-coûts moyens. Les valeurs moyennes des coûts sont perçues par les usagers non-informés grâce à la répétition des déplacements. Ils s'affectent sur les itinéraires en comparant les coûts moyens de deux routes. A leur tour, les débits non-informés vont conditionner la formation des temps de parcours perturbés.

Pour un réseau élémentaire de deux routes, notre traitement analytique suit la logique suivante : en fixant les débits non-informés $\bar{x}_a^N$, nous pouvons calculer l'affectation en pseudo-équilibre de la classe informée pour chaque occurrence ω (une occurrence ω correspond à certaine valeur $\zeta_a(\omega)$). En intégrant les débits informés et les pseudo-coûts perturbés sur l'ensemble des occurrences Ω, nous obtenons les débits informés moyens et les coûts moyens. En fin, ces débits et ces coûts moyens détermineront les débits non-informés $\bar{x}_a^N$. Ce problème d'affectation devient un problème de point-fixe d'une seule variable, peut être résoudre analytiquement.

7.3. Analyse d'equilibre

7.3.1. Affectation instantanée des usagers informés

En notant $\alpha_a^I = \alpha_a + \gamma_a^{NI}\bar{x}_a^N$, $T_{a\omega} = \alpha_a^I + \gamma_a^{II}x_a^I(\omega) + \zeta_{a\omega}$ est le temps de l'arc a à l'occurrence ω. S'il y avait qu'un usager informé, il choisirait l'itinéraire de minimum $T_{a\omega}(0)=\alpha_a^I+\zeta_{a\omega}$. Cependant, la réaffectation dynamique des usagers informés va tenter d'augmenter le temps de cette route due à sa fonction de congestion : cet effet peut résulter une compensation partielle, c'est-à-dire $T_{a\omega}$ reste encore moins que $T_{b\omega}$ ou une compensation totale, c'est-à-dire l'égalité des temps :

$$\alpha_a^I+\gamma_a^{II}x_a^I(\omega)+\zeta_{a\omega}=\alpha_b^I+\gamma_b^{II}x_b^I(\omega)+\zeta_{b\omega} \qquad \text{(eq. 7-14)}$$

.Dans le dernier cas, $x_a^I(\omega)+x_b^I(\omega)=q^I$ conduit à :

$$x_a^I(\omega)=\frac{\gamma_b^{II}q^I+\alpha_b^I+\zeta_b-\alpha_a^I-\zeta_a}{\gamma_a^{II}+\gamma_b^{II}} \qquad \text{(eq. 7-15)}$$

$$T_{a\omega}=\frac{\gamma_a^{II}\gamma_b^{II}q^I+\gamma_a^{II}\alpha_b^I+\gamma_b^{II}\alpha_a^I}{\gamma_a^{II}+\gamma_b^{II}}+\frac{\gamma_b^{II}\zeta_a+\gamma_a^{II}\zeta_b}{\gamma_a^{II}+\gamma_b^{II}}. \qquad \text{(eq. 7-16)}$$

Dans le cas précédent, nous avons $x_{a\omega}^I=q^I$ et $x_{b\omega}^I=0$, puis $T_{a\omega}=\alpha_a^I+\gamma_a^{II}q^I+\zeta_{a\omega}$ et $T_{b\omega}=\alpha_b^I+\zeta_{b\omega}$, avec $T_{a\omega}\le T_{b\omega}$. Cette condition est équivalente à : $\zeta_{b\omega}-\zeta_{a\omega}\ge\alpha_a^I-\alpha_b^I+\gamma_a^{II}q^I$

7.3.2.Affectation conditionnelle et moyenne des usagers informés

Pour calculer les débits par arc moyens des usagers informés, les $\bar{x}_a^I$, nous déconditionnons par rapport aux perturbations ζ_1,ζ_2 tout en restant conditionnels aux $\bar{x}_a^N$.

Notant $\mathrm{B}\equiv\alpha_1^I-\alpha_2^I+\gamma_1^{II}q^I$ et $\mathrm{A}\equiv\alpha_1^I-\alpha_2^I-\gamma_2^{II}q^I$: conditionnellement à $z=\zeta_2-\zeta_1$, vous avons :

- si $z>\mathrm{B}$ puis $T_{1\omega}(q^I)\le T_{2\omega}(0)$ alors $x_1^I(\omega)=q^I$ et $x_2^I(\omega)=0$,
- si $z<\mathrm{A}$ puis $T_{1\omega}(0)\ge T_{2\omega}(q^I)$ alors $x_1^I(\omega)=0$ et $x_2^I(\omega)=q^I$,
- si $z\in[\mathrm{A},\mathrm{B}]$ puis $T_{1\omega}=T_{2\omega}$ aux débits $x_1^I(\omega)=\dfrac{z-\mathrm{A}}{\gamma_1^{II}+\gamma_2^{II}}$ et $x_2^I(\omega)=\dfrac{\mathrm{B}-z}{\gamma_1^{II}+\gamma_2^{II}}$.

Ce processus nous mène à définir une fonction $\mathrm{X}_1^I(z)\equiv x_{1\omega}^I$

En notant F la fonction de distribution de $Z = \zeta_2 - \zeta_1$ sur l'ensemble Ω des cas ω et $\tilde{\mathrm{F}}$ sa fonction moment tronqué $\tilde{\mathrm{F}}(x) = \int^x z\,\mathrm{dF}(z)$, par agrégations, nous avons :

$$\begin{aligned}\bar{x}_1^I &\equiv \mathrm{E}_\omega[x_{1\omega}^I] = \int \mathrm{X}_1^I(z)\mathrm{dF}(z) \\ &= 0.\int_{-\infty}^{\mathrm{A}} \mathrm{dF}(z) + \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \frac{z-\mathrm{A}}{\gamma_1^{II}+\gamma_2^{II}}\mathrm{dF}(z) + q^I.\int_{\mathrm{B}}^{+\infty}\mathrm{dF}(z)\end{aligned} \qquad \text{(eq. 7-17)}$$

, dans laquelle : $\bar{x}_2^I = \dfrac{\mathrm{G(B)}-\mathrm{G(A)}}{\gamma_1^{II}+\gamma_2^{II}}$ dont $\mathrm{G}(x) \equiv x\mathrm{F}(x) - \tilde{\mathrm{F}}(x)$. (eq. 7-18)

L'indépendance de ζ_1 et ζ_2 entraine le fait que Z est une variable aléatoire de moyenne $\mu = \mu_2 - \mu_1$ et variance $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$

7.3.3.Affectation des usagers non-équipés

Notant $\alpha_a^N \equiv \alpha_a + \gamma_a^{IN}\bar{x}_a^I$ et comparant α_1^N avec α_2^N :

- si $\alpha_1^N \geq \alpha_2^N + \gamma_2^{NN}q^N$ alors $\bar{x}_2^N = q^N$ et $\bar{x}_1^N = 0$.
- si $\alpha_1^N + \gamma_1^{NN}q^N \leq \alpha_2^N$ alors $\bar{x}_1^N = q^N$ et $\bar{x}_2^N = 0$.
- si $-\gamma_1^{NN}q^N \leq \alpha_2^N - \alpha_1^N \leq \gamma_2^{NN}q^N$ alors $\bar{x}_a^N = \dfrac{\alpha_b^N - \alpha_a^N + \gamma_b q^N}{\gamma_a + \gamma_b}$.

7.3.4.Caractérisation du problème de point fixe

En enchaînant l'ensemble des formules précédentes, nous obtenons que les débits non-informés $(\bar{x}_a^N)$ induit les temps de référence d'usagers informés (α_a^I), qui, à son tour, déterminent les débits informés moyens $(\bar{x}_a^I)$, qui en suite détermine les temps de référence d'usagers non-informés (α_a^N), qui enfin déterminent les débits non-informés $(\bar{x}_a^N)$. Ce cycle indique que chaque variable parmi $(\bar{x}_a^N)$, $(\bar{x}_a^I)$, (α_a^I), (α_a^N) résout a spécifique problème de point-fixe. Pour le cas d'école de deux routes que nous traitons, ce problème est facile à résoudre car il implique à seulement une inconnue : un algorithme de relaxation serait approprié, pour l'instance un algorithme de combinaison convexe aux débits non-informés. Dans la section suivante, une solution analytique est fournie sous certaines hypothèses statistiques des variables aléatoires. Le problème de point-fixe pour la variable $(\bar{x}_2^I)$ peut être écrit comme suivant :

$$x_2^N = X_2^N \circ X_2^I(x_2^N) \qquad \text{(eq. 7-19)}$$

, dans laquelle :

$$\bar{x}_2^I = X_2^I(x_2^N) \text{ avec } \bar{x}_2^I = \frac{\mathrm{G(B)} - \mathrm{G(A)}}{\gamma_1^{II} + \gamma_2^{II}},\ B(x_2^N),\ A(x_2^N) \qquad \text{(eq. 7-20)}$$

$$x_2^N = X_2^N(\bar{x}_2^I) \text{ avec } X_2^N \equiv \min\{q^N, \max\{0, \tfrac{\alpha_1^N - \alpha_2^N + \gamma_1^{NN} q^N}{\gamma_1^{NN} + \gamma_2^{NN}}\}\}. \qquad \text{(eq. 7-21)}$$

7.3.5.Simplification par hypothèses symétriques

Si les interactions entre les classes sont symétriques, c'est-à-dire $\gamma_a^{II} = \gamma_a^{IN} = \gamma_a^{NI} = \gamma_a^{NN} \equiv \tilde{\gamma}_a$, y compris le motif UE et le motif SO, donc :

$$\begin{aligned} \mathrm{B} &= \tilde{t}_1 - \tilde{\gamma}_1 \bar{x}_1^I - \tilde{t}_2 + \tilde{\gamma}_2 \bar{x}_2^I + \tilde{\gamma}_1 q^I \\ &= \tilde{t}_1 - \tilde{t}_2 + (\tilde{\gamma}_2 + \tilde{\gamma}_1)\bar{x}_2^I \end{aligned}.$$

Supposons que les pseudo-coûts sont égaux, en combinant avec (eq. 8-16), nous avons :

$$\mathrm{B} = \mathrm{G(B)} - \mathrm{G}(\mathrm{B} - (\tilde{\gamma}_2 + \tilde{\gamma}_1) q^I) \qquad \text{(eq. 7-22)}$$

En outre, si la variable aléatoire Z est centrée et symétriquement distribuée, nous avons : $\mathrm{G}(-x) = \mathrm{G}(x) - x, \forall x$. Cela implique que (eq. 8-20) est résolue par un B tel que : $-\mathrm{B} = \mathrm{B} - (\tilde{\gamma}_2 + \tilde{\gamma}_1) q^I$, autrement dit $\mathrm{B} = (\tilde{\gamma}_2 + \tilde{\gamma}_1) q^I / 2 = -\mathrm{A}$. En remplaçant dans la définition de B, cela implique à son tour une propriété remarquable

$$\bar{x}_a^I = \frac{1}{2} q^I, \qquad \text{(eq. 7-23)}$$

7.4.Acteurs et indicateurs

Focalisons-nous sur l'analyse économique de différents acteurs, c'est-à-dire chaque usager d'une classe donnée et l'ensemble du trafic qui ressemble à la société.

7.4.1.Relation entre les acteurs

Chaque usager de la classe u effectue un déplacement par occurrence ω. Tout au long des occurrences, il ressentit un coût effectif moyen de :

$$\bar{C}^u = \frac{1}{q^u} \mathrm{E}_\omega [\sum_{a \in \{1,2\}} x^u_{a\omega} (\mathrm{t}_a(x_{a\omega}) + \zeta_{a\omega})] . \quad \text{(eq. 7-24)}$$

Cette moyenne concerne le coût effectif par occurrence, pas la fonction de pseudo-coût.

Un usager individuel u correspond à une unité de débit : s'il utilise la route a à l'occurrence ω, puis il impose à chaque usager un temps de retard $\dot{\mathrm{t}}_a(x_{a\omega})$, donc l'effet de congestion sur le débit de la classe v.

$$\chi^{uv}_{a\omega} = x^v_{a\omega} \, \dot{\mathrm{t}}_a(x_{a\omega}) \quad \text{(eq. 7-25)}$$

Un usager marginal de la classe u peut utiliser une route a à une proportion $x^u_{a\omega} / q^u$. Lorsqu'il fait affecter une unité de débit sur les routes en accordance avec l'affectation de q^u sur les routes à cette occurrence. Cela crée un coût marginal par occurrence :

$$\chi^{uv}_\omega = \sum_a x^v_{a\omega} \, \dot{\mathrm{t}}_a(x_{a\omega}) \tfrac{x^u_{a\omega}}{q^u} . \quad \text{(eq. 7-26)}$$

Puis le coût marginal d'un usager de la classe u sur le trafic de la classe v :

$$\bar{\chi}^{uv}_\mathrm{P} = \mathrm{E}_\omega [\sum_a x^v_{a\omega} \, \dot{\mathrm{t}}_a(x_{a\omega}) \tfrac{x^u_{a\omega}}{q^u}] . \quad \text{(eq. 7-27)}$$

La relation entre l'usager u et la société est que l'usager subit le coût $\bar{C}^u$ pendant qu'il induit un coût $\bar{C}^u + \sum_v \bar{\chi}^{uv}_\mathrm{P}$. La partie $\bar{\chi}_{u\mathrm{P}} \equiv \sum_v \bar{\chi}^{uv}_\mathrm{P}$ est le coût externe marginal de la congestion.

7.4.2. Coûts moyens

Sous le motif de coopération P, notant $\bar{C}^u_\mathrm{P}$ le coût moyen par déplacement par usager de la classe u . Le calcul de $\bar{C}^N_\mathrm{P}$ est direct car $x^N_{a\omega}$ est toujours fixé, égale à $\bar{x}^N_a$.

$$\bar{C}^N_\mathrm{P} = [\bar{x}^N_1(\alpha_1 + \gamma_1 \bar{x}_1) + \bar{x}^N_2(\alpha_2 + \gamma_2 \bar{x}_2)] / q^N . \quad \text{(eq. 7-28)}$$

Pour calculer le coût moyen pour un usager informé, $\bar{C}^I_\mathrm{P} = \mathrm{E}_\omega [x^I_{1\omega} t_{1\omega} + x^I_{2\omega} t_{2\omega}] / q^I$, nous utilisons une décomposition conditionnelle de Z .

$$\bar{C}_{\mathrm{P}}^{I} = \tfrac{1}{q^{I}} \int \mathrm{E}[X_1^{I}(z) T_{1\omega} + (q^{I} - X_1^{I}(z)) T_{2\omega}]\, \mathrm{dF}(z). \qquad \text{(eq. 7-29)}$$

Par la procédure de calcul, détaillé en annexes, nous obtenons

$$\begin{aligned} \bar{C}_{\mathrm{P}}^{I} &= (\alpha_2^{I0} + \gamma_2 q^{I})\mathrm{F_A} + (\alpha_1^{I0} + \gamma_1 q^{I})(1 - \mathrm{F_A}) \\ &+ \frac{\gamma_1 \gamma_{\#} q^{I} + \gamma_{\#} \mathrm{B}_0 - \gamma \mathrm{B}}{\gamma_{\#}^2 q^{I}} (\tilde{\mathrm{F}}_{\mathrm{B}} - \tilde{\mathrm{F}}_{\mathrm{A}} - \mathrm{B}(\mathrm{F_B} - \mathrm{F_A})) \\ &+ \frac{\gamma - \gamma_{\#}}{\gamma_{\#}^2 q^{I}} (\tilde{\tilde{\mathrm{F}}}_{\mathrm{B}} - \tilde{\tilde{\mathrm{F}}}_{\mathrm{A}} - \mathrm{B}(\tilde{\mathrm{F}}_{\mathrm{B}} - \tilde{\mathrm{F}}_{\mathrm{A}})) + \int_{-\infty}^{\mathrm{A}} \bar{\zeta}_{2/z}\, \mathrm{dF} + \int_{\mathrm{A}}^{+\infty} \bar{\zeta}_{1/z}\, \mathrm{dF} \end{aligned} \qquad \text{(eq. 7-30)}$$

, dans laquelle : $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$, $\gamma^{\#} = \gamma_1^{II} + \gamma_2^{II}$, $\alpha_a^{I0} = \alpha_a + \gamma_a \bar{x}_a^{N}$, $\mathrm{B}_0 \equiv \alpha_1^{I0} - \alpha_2^{I0} + \gamma_1 q^{I}$ et fonction $\tilde{\tilde{\mathrm{F}}}(x) = \int^{x} z^2\, \mathrm{dF}(z)$.

Agrégeant l'ensemble des usagers de deux classes, nous obtenons le coût moyen par usager, par déplacement :

$$\bar{C}_{\mathrm{P}} \equiv \beta.\bar{C}_{\mathrm{P}}^{I} + (1-\beta).\bar{C}_{\mathrm{P}}^{N}. \qquad \text{(eq. 7-31)}$$

7.4.3.Gain privé de l'information

La différence entre les coûts moyens pour la classe non-informée et la classe informée :

$$\Gamma_{\mathrm{P}}^{\mathrm{self}} \equiv \bar{C}_{\mathrm{P}}^{N} - \bar{C}_{\mathrm{P}}^{I} \qquad \text{(eq. 7-32)}$$

est le gain privé associé à l'accès à l'information dynamique. Cet indicateur signifie aussi l'intérêt d'être équipé d'un usager du réseau

7.4.4.Coûts externes marginaux

Décomposons le coût total du système par classe d'usagers

$$Q\bar{C}_{\mathrm{P}} = q^{I}\bar{C}_{\mathrm{P}}^{I} + q^{N}\bar{C}_{\mathrm{P}}^{N} = \sum_{v \in \{I,N\}} q^{v} \bar{C}_{\mathrm{P}}^{v} \qquad \text{(eq. 7-33)}$$

Par définition, le coût marginal d'une classe d'usagers u donnée est : $\delta(Q\bar{C}_{\mathrm{P}})/\delta q^{u}$ qui se divise en deux, la partie interne $\bar{C}_{\mathrm{P}}^{u}$ et la partie externe $\delta(Q\bar{C}_{\mathrm{P}})/\delta q^{u} - \bar{C}_{\mathrm{P}}^{u}$.

Dans notre modèle $q^{v}\bar{C}_{\mathrm{P}}^{v} = \mathrm{E}_{\omega}[\sum_{a \in \{1,2\}} x_{a\omega}^{v}\, T_{a\omega}(x_{a\omega})]$ qui permet de dériver le coût marginal de deux façons.

A partir de la définition basique : $\frac{\partial}{\partial q^u}(q^v \overline{C}_{\mathrm{P}}^v) = \delta_{uv} \overline{C}_{\mathrm{P}}^u + q^v \frac{\partial}{\partial q^u}(\overline{C}_{\mathrm{P}}^v)$

Dans notre modèle, comme $\partial x_{a\omega}^v / \partial q^u = \delta_{uv} x_{a\omega}^u / q^u$

$$\frac{\partial}{\partial q^u} \mathrm{E}_\omega[\sum_{a\in\{1,2\}} x_{a\omega}^v T_{a\omega}(x_{a\omega})] = \delta_{uv} \mathrm{E}[\sum_a \frac{x_{a\omega}^u}{q^u} T_{a\omega}] + \mathrm{E}[\sum_a x_{a\omega}^v \dot{\mathrm{t}}(x_{a\omega}).\frac{x_{a\omega}^u}{q^u}] = \delta_{uv} \overline{C}_{\mathrm{P}}^u + \overline{\chi}_{\mathrm{P}}^{uv}$$

En inspectant, nous obtenons : $\overline{\chi}_{\mathrm{P}}^{uv} = q^v \partial \overline{C}_{\mathrm{P}}^v / \partial q^u$, comme espéré : le coût marginal d'une classe d'usager u au système est :

$$\frac{\partial}{\partial q^u}(Q\overline{C}_{\mathrm{P}}) = \overline{C}_{\mathrm{P}}^u + \overline{\chi}_{\mathrm{P}}^{uI} + \overline{\chi}_{\mathrm{P}}^{uN} \qquad \text{(eq. 7-34)}$$

Pour calculer un coût externe $\overline{\chi}_{\mathrm{P}}^{uv}$, supposons qu'une fonction analytique $\overline{C}_{\mathrm{P}}^v = \psi(Q,\beta)$ soit existant pour le coût moyen de la classe v en fonction de Q et β. Les dérivées de ψ en fonction de Q et β peuvent être utilisées pour évaluer $\overline{\chi}_{\mathrm{P}}^{uv}$ de manière suivante.

Une variation δq^I induit $\delta Q = \delta q^I$ puis $\delta Q / \delta q^I = 1$. La variation induite $\delta\beta$ est tel que $(\beta + \delta\beta)(Q + \delta Q) = q^I + \delta q^I$, donc $Q.\delta\beta + \beta.\delta Q = \delta q^I$ qui donne que $\delta\beta / \delta q^I = (1-\beta)/Q$.

De même façon, une variation δq^N induit $\delta Q = \delta q^N$ donc $\delta Q / \delta q^N = 1$. La variation induite $\delta\beta$ est telle que $(\beta + \delta\beta)(Q + \delta Q) = q^I$, donc $Q.\delta\beta + \beta.\delta q^N = 0$ qui donne que $\delta\beta / \delta q^N = -\beta / Q$.

En ensemble, $\delta Q / \delta q^u = 1$ et $\delta\beta / \delta q^u = (\delta_{uI} - \beta)/Q$ dans laquelle $\delta_{uI} = 1$ si $(u = I)$ ou $\delta_{uI} = 0$ si $(u = N)$.

Par la règle de chaine de dérivation :

$$\frac{\delta\psi}{\delta q^u} = \frac{\partial\psi}{\partial Q}\frac{\delta Q}{\delta q^u} + \frac{\partial\psi}{\partial\beta}\frac{\delta\beta}{\delta q^u} = \frac{\partial\psi}{\partial Q} + \frac{\delta_{uI} - \beta}{Q}\frac{\partial\psi}{\partial\beta} \qquad \text{(eq. 7-35)}$$

Cela permet de conclure :

$$\overline{\chi}_{\mathrm{P}}^{uv} = q^{v}[\frac{\partial \overline{C}^{v}}{\partial Q} + \frac{\delta_{uI} - \beta}{Q}\frac{\partial \overline{C}^{v}}{\partial \beta}] \qquad \text{(eq. 7-36)}$$

7.4.5. Gain externe de l'information

Notons $\overline{\chi}_{u\mathrm{P}} \equiv \sum_{v} \overline{\chi}_{\mathrm{P}}^{uv}$ le coût externe d'un usager de la classe u sous le motif de coopération P. Pour l'ensemble des usagers, la différence entre les coûts externes d'un usager non-informé et un usager informé : $\Gamma_{\mathrm{P}}^{\mathrm{ext}} \equiv \overline{\chi}_{N\mathrm{P}} - \overline{\chi}_{I\mathrm{P}}$, est le gain externe du système associé à la diffusion de l'information dynamique à un usager marginal, par exemple, l'équipement en information d'un usager précédemment non-informé. Ce gain peut justifier la subvention d'un usager pour l'usage de l'information dynamique

7.5. SUR LE MOTIF D'EQUILIBRE DE L'USAGER (RAPPEL)

Les motifs de comportement d'équilibre de l'usager (UE) et d'optimum du système (SO) représentent des significations économiques majeures dont les formules montrent de belles propriétés analytiques. Cela nous permet d'étudier les motifs basics d'une manière paramétrique qui rend des propriétés contrôlés et génériques.

7.5.1. Coût moyen par classe d'usagers

Sous le motif d'équilibre de l'usager, chaque usager se comporte de manière égoïste, par conséquence $\gamma_{a}^{uv} = \gamma_{a}, \forall (u,v) \in \{I,N\} \times \{I,N\}$. Puis $\gamma_{\#} = \gamma$ et $\mathrm{B}_0 = \mathrm{B}$, (eq. 7-30) est simplifiée à :

$$\overline{C}_{\mathrm{UE}}^{I} = \overline{t}_1 - \mathrm{A}\mathrm{F}_{\mathrm{A}} + \int_{-\infty}^{\mathrm{A}} \overline{\zeta}_{2/z}\,\mathrm{dF} + \int_{\mathrm{A}}^{+\infty} \overline{\zeta}_{1/z}\,\mathrm{dF}, \qquad \text{(eq. 7-37)}$$

Dans laquelle $\overline{\zeta}_{a/z} = \mathrm{E}[\zeta_{a\omega} : Z(\omega) = z]$, supposons que $\overline{t}_1 \leq \overline{t}_2$, c'est-à-dire la route 1 est utilisée par les usagers non-informés.

Comme $\overline{t}_1 = \overline{C}_{\mathrm{UE}}^{N}$, le gain privé de l'information est toujours positif car $\Gamma_{\mathrm{UE}}^{\mathrm{self}} = \overline{C}_{\mathrm{UE}}^{N} - \overline{C}_{\mathrm{UE}}^{I} = \mathrm{G(A)}$ et G est une fonction positive.

Pour le cas où les deux coûts moyens sont égaux (cf. Annexes):

$$\bar{C}_{\mathrm{UE}}^{N} = \frac{\gamma_1\gamma_2 Q + \alpha_1\gamma_2 + \alpha_2\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \equiv \theta \qquad \text{(eq. 7-38)}$$

Qui représente également le coût moyen en absence de l'information et de perturbations, et $\mathrm{A} = -\frac{1}{2}\gamma\beta Q$ donc :

$$\bar{C}_{\mathrm{UE}}^{I} = \theta - \mathrm{G}(-\tfrac{1}{2}\gamma\beta Q) \qquad \text{(eq. 7-39)}$$

, et $$\Gamma_{\mathrm{UE}}^{\mathrm{self}} = \mathrm{G}(-\tfrac{1}{2}\gamma\beta Q). \qquad \text{(eq. 7-40)}$$

7.5.2.Gain privé : analyse de sensibilité

Car G est une fonction croissante et positive, la formule (eq. 7-40) implique que le gain privé de l'information décroit avec le volume de demande Q, le taux d'équipement β, et la sensibilité à la congestion $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$.

Si les perturbations suivre une loi Gaussienne donc $\mathrm{G}(z) = \sigma \mathrm{g}(z/\sigma)$ dans laquelle σ est la variance de Z et $\mathrm{g}(x) = \phi(x) + x\Phi(x)$, une fonction croissante, positive, illustrée en Fig. 7–5.

$$\Gamma_{\mathrm{UE}}^{\mathrm{self}} = \sigma \mathrm{g}(-\frac{\gamma\beta Q}{2\sigma}), \qquad \text{(eq. 7-41)}$$

Cette formule signifie que le gain privé de l'information est une fonction croissante de la dispersion σ des perturbations.

Le coût moyen pour l'ensemble des usagers est :

$$\bar{C}_{\mathrm{UE}} = \theta - \beta \mathrm{G}(-\tfrac{1}{2}\gamma\beta Q), \qquad \text{(eq. 7-42)}$$

Donc le bénéfice de l'information dynamique pour l'ensemble du système s'élève à :

$$Q\bar{C}_{\mathrm{UE}}^{I}(\beta = 0) - Q\bar{C}_{\mathrm{UE}}^{I}(\beta) = \beta Q \mathrm{G}(\mathrm{A}) = \beta Q \mathrm{G}(-\tfrac{1}{2}\gamma\beta Q). \qquad \text{(eq. 7-43)}$$

Cette fonction est positif, en fonction de βQ, elle croit au début, puis décroit.

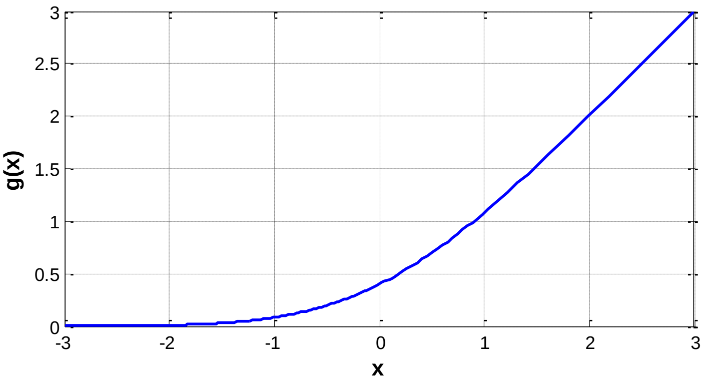

Fig. 7–5 : Fonction mesurant le gain individuel de l'information

7.5.3.Coût social marginal

Supposons que les coûts moyens sont égaux, nous avons : $\partial\bar{C}^N_{\mathrm{UE}}/\partial\beta = 0$ et :

$$\frac{\partial}{\partial q^u}\bar{C}^N_{\mathrm{UE}} = \frac{\partial}{\partial q^u}\theta = \frac{\partial}{\partial Q}\theta = \frac{\gamma_1\gamma_2}{\gamma_1+\gamma_2} \equiv \dot{\theta} \qquad \text{(eq. 7-44)}$$

Comme $\partial\bar{C}^I/\partial Q = \dot{\theta} + \frac{1}{2}\gamma\beta \mathrm{F}(\mathrm{A})$ et $\partial\bar{C}^I/\partial\beta = \frac{1}{2}\gamma Q \mathrm{F}(\mathrm{A})$, d'après §3.4 nous avons le coût externe marginal par classe d'usagers:

$$\bar{\chi}^I_{\mathrm{UE}} = q^N\dot{\theta} + q^I[\dot{\theta} + \tfrac{\gamma\beta}{2}\mathrm{F}_\mathrm{A} + \tfrac{1-\beta}{Q}(\tfrac{\gamma Q}{2}\mathrm{F}_\mathrm{A})] = Q\dot{\theta} + \tfrac{\gamma\beta Q}{2}\mathrm{F}(-\tfrac{\gamma\beta Q}{2}) \qquad \text{(eq. 7-45)}$$

$$\bar{\chi}^N_{\mathrm{UE}} = Q\dot{\theta}\,. \qquad \text{(eq. 7-46)}$$

Donc le gain externe marginal de l'information est :

$$\Gamma^{\mathrm{ext}}_{\mathrm{UE}} \equiv \bar{\chi}^N_{\mathrm{UE}} - \bar{\chi}^I_{\mathrm{UE}} = -\tfrac{\gamma\beta Q}{2}\mathrm{F}(-\tfrac{\gamma\beta Q}{2})\,. \qquad \text{(eq. 7-47)}$$

Il s'agit d'une quantité négative car F est positive : notant que sous hypothèse d'égalité des coûts moyens, l'information dynamique ne bénéfice pas les usagers non-informés, la rationalité est que plus les usagers sont informés, mois le profit individuel est dérivé à chacun pour être informé. Rappelons (28) et la définition de G, le gain social marginal total est :

$\Gamma^{\mathrm{self}}_{\mathrm{UE}} + \Gamma^{\mathrm{ext}}_{\mathrm{UE}} = -\gamma\beta Q \mathrm{F}(-\tfrac{\gamma\beta Q}{2}) - \tilde{\mathrm{F}}(-\tfrac{\gamma\beta Q}{2})$, dans laquelle le signe devrait varier avec $\gamma\beta Q$.

7.6.SUR LE MOTIF D'OPTIMUM DU SYSTEME

Le motif d'optimisation du système fournit une référence pour les motifs alternatifs car il correspond à la minimisation du coût global. Cette section est consacrée à la définition et les propriétés du motif SO, bien évidemment avec en présence de l'information dynamique du trafic. La comparaison entre UE et SO est abordée dans la section §8.6.6 et le déploiement et l'acceptabilité sont discutés dans la section 7

7.6.1.Une définition d'optimum bi-niveau

Une affectation de demande donnée consiste des vecteurs de débit $(x_a^N)_a$, $(x_{a\omega}^I)_{a\omega}$. Cela mène à un coût global :

$$\mathrm{J} \equiv \mathrm{E}_\omega[\sum_a x_{a\omega} T_{a\omega}], \qquad \text{(eq. 7-48)}$$

, dans laquelle $x_{a\omega} = x_a^N + x_{a\omega}^I$ et $T_{a\omega} = \mathrm{t}_a(x_{a\omega}) + \zeta_{a\omega}$.

Le motif SO correspond à une affectation de demande telle que la fonction J est minimisée. Sous $(x_a^N)_a$ donné, le problème est de trouver un état SO qui peut être décentralisé en un problème par occurrence ω :

$$\min_{x_a^I} \mathrm{J}_\omega\left(x_a^I \middle| x_a^N\right) = \sum_{a\in\{1,2\}} (x_a^N + x_a^I).(\mathrm{t}_a(x_a^N + x_a^I) + \zeta_{a\omega}) \qquad \text{(eq. 7-49)}$$

A une occurrence donnée, le terme $\zeta_{a\omega}$ est constant, donc chaque problème décentralisé est un problème classique (non-perturbé) : cela légitime la démarche de court terme mené dans la section § 2.2 pour affecter les usagers informés conditionnellement aux débits non-informés.

En agrégeant les coûts optimaux décentralisés $\mathrm{J}_\omega^*(x_a^N) = \mathrm{J}_\omega(x_{a\omega}^{I*} \,|\, x_a^N)$ nous obtenons un fonction de coût global en fonction seuls des débits non-informés :

$$\tilde{\mathrm{J}}(x_a^N) = \mathrm{E}_\omega[\mathrm{J}_\omega^*(x_a^N)] \qquad \text{(eq. 7-50)}$$

Dérivation de $\tilde{\mathrm{J}}$ en fonction de x_b^N donne :

$$\frac{\partial \tilde{\mathrm{J}}}{\partial x_b^N} = \sum_a \mathrm{E}_\omega[(\delta_{ab} + \tfrac{\partial x_{a\omega}^I}{\partial x_b^N})[\mathrm{t}_a(x_{a\omega}) + \zeta_{a\omega}] + x_{a\omega}\,\dot{\mathrm{t}}_a(x_{a\omega})(\delta_{ab} + \tfrac{\partial x_{a\omega}^I}{\partial x_b^N})] \qquad \text{(eq. 7-51)}$$

Pour chaque occurrence ω, $\partial x_{a\omega}^I / \partial x_b^N = 0$ si $Z(\omega) \le \mathrm{A}'$ ou $\ge \mathrm{B}'$, $\mathrm{A}' \le \mathrm{B}'$ étant l'seuil d'intégration, conditionnellement à $(x_a^N)_a$. Sur le domaine intermédiaire $Z(\omega) \in [\mathrm{A}',\mathrm{B}']$, « l'affectation social » des usagers informés donne l'égalité des coûts sociaux $T_{a\omega}^{I\#}$, puis :

$$\frac{\partial x^I_{1\omega}}{\partial x^N_b} T^{\#}_{1\omega} + \frac{\partial x^I_{2\omega}}{\partial x^N_b} T^{\#}_{2\omega} = T^{\#}_{a\omega} \frac{\partial (x^I_{1\omega}+x^I_{2\omega})}{\partial x^N_b} = T^{\#}_{a\omega} \frac{\partial q^I}{\partial x^N_b} = 0 \qquad \text{(eq. 7-52)}$$

Cela nous permet d'abandonner le terme $\partial x^I_{a\omega} / \partial x^N_b$ pour les étapes suivantes

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\mathrm{J}}}{\partial x^N_b} &= \mathrm{E}_\omega[\mathrm{t}_b(x_{b\omega}) + \zeta_{b\omega} + x_{b\omega}\,\dot{\mathrm{t}}_b(x_{b\omega})] \\ &= \mathrm{E}_\omega[\mathrm{t}_b(x_{b\omega}) + x_{b\omega}\,\dot{\mathrm{t}}_b(x_{b\omega})] \end{aligned} \qquad \text{(eq. 7-53)}$$

Cette formule consiste d'une approche de long terme mené dans §7.3.3 pour affecter les non-informés, conditionnellement des débits informés moyens. Cela nous permet de conclure que les fonctions de pseudo-coût introduites dans §7.2.3 pour résoudre le problème d'affectation du motif SO sont rigoureuses.

7.6.2.Coûts moyens par classe

En résolvant la solution d'équilibre, nous obtenons les formules $\overline{C}^{\mathrm{N}}_{\mathrm{SO}}$ et $\overline{C}^{I}_{\mathrm{SO}}$ à partir respectivement de (eq. 7-28) and (eq. 7-30). Les paramètres spécifiés pour le motif SO sont : $\gamma^{uv}_a = 2\gamma_a \ \forall u,v \in \{N,I\}$, qui induit $\gamma_\# = 2\gamma$, $\alpha^{I0}_a = (\alpha^I_a + \alpha_a)/2$ et $\gamma_\#\mathrm{B}_0 - \gamma\mathrm{B} = \gamma(\alpha_1 - \alpha_2)$. Ces dernières formules donnent certaine simplification :

$$\begin{aligned} \overline{\mathrm{C}}^I_{\mathrm{SO}} = {} & \frac{1}{2}\bar{t}^I_1 + \frac{\alpha_1}{2} - \frac{\bar{x}^I_2}{2q^I}(\alpha_1-\alpha_2) - \frac{1}{2}\mathrm{A}\,\mathrm{F}_A - \frac{1}{4\gamma q^I}(\tilde{\tilde{\mathrm{F}}}_{\mathrm{B}} - \tilde{\tilde{\mathrm{F}}}_{\mathrm{A}} - \mathrm{B}(\tilde{\mathrm{F}}_{\mathrm{B}} - \tilde{\mathrm{F}}_{\mathrm{A}})) \\ & + \int_{-\infty}^{\mathrm{A}} \overline{\zeta}_{2/z}\,\mathrm{dF} + \int_{\mathrm{A}}^{+\infty} \overline{\zeta}_{1/z}\,\mathrm{dF} \end{aligned} \qquad \text{(eq. 7-54)}$$

Car $\int_{-\infty}^{\mathrm{A}} \overline{\zeta}_{2/z}\,\mathrm{dF} + \int_{\mathrm{A}}^{+\infty} \overline{\zeta}_{1/z}\,\mathrm{dF} = \tilde{\mathrm{F}}_{\mathrm{A}}$, nous obtenons:

$$\overline{\mathrm{C}}^I_{\mathrm{SO}} = \frac{1}{2}\bar{t}^I_1 + \frac{\alpha_1}{2} - \frac{\bar{x}^I_2}{2q^I}(\alpha_1-\alpha_2) - \frac{1}{2}\mathrm{G(A)} + \frac{1}{2}\tilde{\mathrm{F}}_{\mathrm{A}} - \frac{1}{4\gamma q^I}(\tilde{\tilde{\mathrm{F}}}_{\mathrm{B}} - \tilde{\tilde{\mathrm{F}}}_{\mathrm{A}} - \mathrm{B}(\tilde{\mathrm{F}}_{\mathrm{B}} - \tilde{\mathrm{F}}_{\mathrm{A}})) \qquad \text{(eq. 7-55)}$$

Supposons que les perturbations suivent des distributions Gaussiennes, les indicateurs de coût sont détaillés, pour le cas d'égalité des coûts, comme suivant :

$$\overline{C}^{I}_{SO} = \theta + \frac{(\gamma_2 - \gamma_1)(\alpha_2 - \alpha_1)}{4\gamma} - \frac{\sigma^2}{2\gamma\beta Q}[\frac{1}{2} - F(-\gamma\beta Q)] - \frac{1}{2}G(-\gamma\beta Q) \qquad \text{(eq. 7-56)}$$

$$\overline{C}^{N}_{SO} = \theta - \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)^2}{4\gamma(1-\beta)Q} - \frac{\beta(\gamma_2 - \gamma_1)(\alpha_2 - \alpha_1)}{4\gamma(1-\beta)} \qquad \text{(eq. 7-57)}$$

Le paramètre θ est équivalent à $\frac{\gamma_1\gamma_2 Q + \alpha_1\gamma_2 + \alpha_2\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2}$ dans le motif UE, dans lequel il représente le coût moyen en équilibre. Le paramètre $\theta - \Delta\alpha^2 / 4\gamma Q \equiv \theta'$ indique le coût moyen par usager par déplacement sous le motif SO sans information dynamique ($\beta = 0$)

Si les deux routes ont le même coût social, donc $\overline{x}^{I}_{a} = q^{I}/2$ comme le cas d'égalité des coûts dans le motif UE.

7.6.3.Analyse de sensibilité

Pour un usager non-informé, dans le cas d'égalité des couts sociaux :

$$\overline{C}^{N}_{SO} = \theta' - \frac{\beta}{4\gamma(1-\beta)}[\frac{\Delta\alpha^2}{Q} + \Delta\alpha.\Delta\gamma] \qquad \text{(eq. 7-58)}$$

Le signe de $\overline{C}^{N}_{SO} - \theta'$ dépend du terme en parenthèses. SI les paramètres de configuration sont positifs, l'information dynamique améliore le coût des usagers informés sous le motif SO.

Pour un usager informé, le coût moyen donné dans (40a) comprend θ plus trois termes additionnels qui sont respectivement dépendent du réseau, négatif et négatif.

Le coût moyen par déplacement est facile pour analyser :

$$\overline{C}_{SO} = \theta' - \frac{\sigma^2}{2\gamma Q}[\frac{1}{2} - F(-\gamma\beta Q)] - \frac{\beta}{2}G(-\gamma\beta Q) \qquad \text{(eq. 7-59)}$$

, qui est inférieur à $\theta' = \overline{C}_{SO}(\beta = 0)$. La différence gagne $\overline{C}_{SO} - \theta'$ plus large si σ augmente mais elle diminue avec γ et Q. Les effets du taux d'équipement dépendent également d'autres paramètres.

7.6.4.Coût externe marginal

Comme l'expression de $\overline{\chi}_{\mathrm{SO}}^{uv} = q^v \delta \overline{C}^v / \delta q^u$ est assez révélateur, focalisons nous sur le gain externe d'un usage marginal de l'information :

$$\begin{aligned}\Gamma_{\mathrm{SO}}^{\mathrm{ext}} &= q^N\left(\frac{\partial \overline{C}^N}{\partial q^N} - \frac{\partial \overline{C}^N}{\partial q^I}\right) + q^I\left(\frac{\partial \overline{C}^I}{\partial q^N} - \frac{\partial \overline{C}^I}{\partial q^I}\right) \\ &= -(1-\beta)\frac{\partial \overline{C}^N}{\partial \beta} - \beta \frac{\partial \overline{C}^I}{\partial \beta}\end{aligned} \qquad \text{(eq. 7-60)}$$

Après la simplification, donc :

$$\Gamma_{\mathrm{SO}}^{\mathrm{ext}} = \frac{\beta(2-\beta)\Delta\alpha.\Delta\gamma + \Delta\alpha^2 / Q}{4\gamma(1-\beta)} + \frac{1}{2}\sigma^2 \dot{\mathrm{F}}(-\gamma\beta Q) - \frac{1}{2}\gamma\beta Q \mathrm{F}(-\gamma\beta Q) - \frac{\sigma^2}{2\gamma Q}\left[\frac{1}{2} - \mathrm{F}(-\gamma\beta Q)\right] \qquad \text{(eq. 7-61)}$$

Donc le signe peut varier en fonction des paramètres.

7.7.L'EQUILIBRE DE L'USAGER VERSUS L'OPTIMUM DU SYSTEME

Comparons le motif d'équilibre de l'usager (UE) avec l'optimum du système (SO) qui fixe un coût minimum de référence, mais moins facile à mettre en œuvre que l'équilibre de l'usager. Nous allons nous limiter à une analyse paramétrique en supposons que sous chaque motif, il y a l'égalité des pseudo-coûts moyens. Cela correspond à la situation où le réseau est assez congestionné. Le cas d'inégalité des coûts moyens sera étudié par simulation numérique.

7.7.1.Coût moyen

Mesurons le bénéfice de la coopération par la différence entre le coût moyen du motif UE et celui du motif SO, notant $\Delta \equiv \overline{C}_{\mathrm{UE}} - \overline{C}_{\mathrm{SO}}$.

A partir des formules précédentes, Δ est divisé en trois termes :

$$\Delta = \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)^2}{4\gamma Q} + \frac{\sigma^2}{2\gamma Q}\left[\frac{1}{2} - \mathrm{F}(-\beta\gamma Q)\right] - \beta\left[\mathrm{G}(-\frac{1}{2}\beta\gamma Q) - \frac{1}{2}\mathrm{G}(-\beta\gamma Q)\right] \qquad \text{(eq. 7-62)}$$

Le premier terme $\frac{(\alpha_2 - \alpha_1)^2}{4\gamma Q}$ représente l'utilité de la coopération entre les usagers, en l'absence de perturbations et d'information. Ce terme dépend des paramètres du réseau et du niveau de demande Q.

Le deuxième terme $\frac{\sigma^2}{2\gamma Q}\left(\frac{1}{2} - \mathrm{F}(-\beta\gamma Q)\right)$ représente signifie la contribution spécifique de l'information dynamique en présence de perturbations. Ce terme augmente en fonction du taux d'équipement β et de l'ampleur des perturbations σ^2.

Le troisième terme $-\beta.\sigma.\left[g(-\frac{\beta\gamma Q}{2\sigma})-\frac{1}{2}g(-\frac{\beta\gamma Q}{\sigma})\right]$ est une perte causée par l'information : c'est un terme du deuxième ordre.

A fin d'analyser l'interaction entre la coopération et l'information dynamique, nous pouvons comparer les différents états de trafic $\mathrm{UE}(\beta=0)$, $\mathrm{SO}(\beta=0)$, $\mathrm{UE}(\beta)$ et $\mathrm{SO}(\beta)$. Le gain Δ_0 de $\mathrm{UE}(\beta=0)$ à $\mathrm{SO}(\beta=0)$ n'est pas du à l'information dynamique et il est indépendant de β. Entre $\mathrm{UE}(\beta=0)$ et $\mathrm{UE}(\beta)$, l'information dynamique du trafic donne un bénéfice moyen par usager de $-\beta\mathrm{G}(-\frac{1}{2}\beta\gamma Q)$. Entre $\mathrm{SO}(\beta=0)$ et $\mathrm{SO}(\beta)$, l'information dynamique donne une bénéfice moyen par usager de $\frac{\sigma^2}{2\gamma Q}[\frac{1}{2}-\mathrm{F}(-\beta\gamma Q)]+\frac{\beta}{2}\mathrm{G}(-\beta\gamma Q)$ dont le deuxième terme est deux fois moins que son homologue du motif UE mais le premier terme donne un bénéfice supplémentaire liée à σ^2.

7.7.2.Coût global

Le gain en temps global du motif UE à motif SO est $Q\Delta$, qui est délimité par $(\Delta\alpha^2+\sigma^2)/4\gamma$, un constant indépendant de Q. Cela est issu de l'hypothèse de linéarité des fonctions débit-temps. La borne supérieure donne une bonne approximation au bénéfice quand $\gamma\beta Q$ est élevé : cela montre que l'information dynamique permet la société de gagner une proportion supplémentaire $(\sigma/\Delta\alpha)^2$ de coût.

7.7.3.Coût moyen par classe d'usagers

Pour un usager non-informé, le motif So fournit un bénéfice (par déplacement) de $\Delta_0+\frac{\beta}{1-\beta}(\Delta_0+\frac{\Delta\alpha.\Delta\gamma}{4\gamma})$, l'information dynamique est concernée dans la deuxième terme avec effets positifs permanents si $\Delta\alpha.\Delta\gamma\geq 0$.

Pour un usager informé, le motif SO fournit un bénéfice (par déplacement) de $\sigma^2[\frac{1}{2}-\mathrm{F}(-\beta\gamma Q)]/2\gamma\beta Q$, plus un terme $\Delta\alpha.\Delta\gamma/4\gamma$ dont le signe dépend de la configuration du réseau, plus un dernier terme $\frac{1}{2}\mathrm{G}(-\beta\gamma Q)-\mathrm{G}(-\frac{1}{2}\beta\gamma Q)$ signifiant la perte. L'ampleur σ des perturbations influence les fonctions F et G. Les effets globaux dépendent du deuxième terme, qui est crucial dans l'interaction des deux classes d'usagers car sous le motif SO, un coût de $\beta Q.\Delta\alpha.\Delta\gamma/4\gamma$ est transféré des usagers non-informés vers les usagers informés, avec un signe algébrique déterminé par la configuration du réseau. Dans le cas « autoroute vs artère urbaine », c'est un transfert de coût de la classe non-informée à la classe informée.

7.8.APPLICATION A LA GESTION ET A L'OPTIMISATION DU TRAFIC

7.8.1.Stratégie d'information et gestion du système

La stratégie « neutre » d'information consiste à communiquer les coûts individuels de déplacement, principalement les temps objectifs de parcours, aux usagers et de laisser chacun choisir l'itinéraire qui lui convient le mieux. Cette stratégie d'information engendre le comportement égoïste des usagers, et l'état du système dénommé « équilibre de l'usager ».

Mais pour améliorer l'état du système, l'opérateur peut tenter d'orienter le choix d'itinéraire des usagers en leur délivrant une information qui internalise la gêne causée aux autres usagers. En délivrant les temps de parcours augmentés $\hat{t}^{I}_{a\omega}$ aux usagers informés par les média dynamiques, et les temps moyens augmentés $\hat{t}^{N}_{a}$ sur les média fixes (panneaux fixes de signalisation, cartes routières) aux usagers non équipés en information dynamique, l'opérateur met l'usager en situation de choisir un itinéraire qui améliore l'état du système.

Il reste toutefois une question d'importance : l'acceptabilité, autrement dit la confiance de l'usager envers le fournisseur d'information. Si l'usager non informé dynamiquement mais qui pratique régulièrement le réseau estime par sa propre expérience un temps autre que celui diffusé par les média statiques, il ne leur fait pas confiance, autrement dit il n'accepte pas l'information officielle. Les usagers non informés dynamiquement constituent la cible la plus contraignante pour l'opérateur d'information, qui ne peut guère déformer la réalité. En revanche les usagers équipés pour l'information dynamique se prêtent mieux à une information qui se révélerait bénéfique en moyenne, sur un ensemble de cas : alors leur expérience est que le système d'information leur procure un gain par rapport à toute stratégie individuelle de choix d'itinéraire. Pour retirer ce gain sur un ensemble de cas, il leur faut dans chaque cas faire confiance à l'information dynamique. Alors l'économie du système consiste à répartir les gains et les pertes entre les usagers informés, pour que chacun soit exposé au total à un gain net, même s'il subit de temps à autre une perte par rapport à l'itinéraire optimal (qu'il connaîtrait si le système d'information dynamique était neutre mais qu'il ne peut connaître par ses propres moyens).

Au total, les conditions d'acceptabilité d'une stratégie d'information sont que :

- Pour l'opérateur du réseau : la stratégie d'information, tout comme la diffusion de l'information (notamment l'augmentation du taux d'équipement), doivent contribuer à améliorer la performance du système.

- Pour la classe non informée, l'information statique ne doit pas lui causer de perte.
- A la classe informée, l'information dynamique doit procurer un certain gain par rapport à la classe non informée.
- Un usager équipé doit retirer un gain net en se fiant à l'information dynamique.

7.8.2.Les indicateurs économiques, interprétation liée à la gestion du trafic

Nous avons considéré deux types d'indicateurs économiques : d'une part des coûts objectifs moyens par déplacement, pour l'ensemble des usagers ou par classe ; d'autre part des gains liés à l'équipement en information dynamique d'un usager, gain privé ou gain pour la collectivité.

Voici les indicateurs de coût moyen, définis à partir des coûts objectifs par route, par occurrence et par classe :

- Le coût moyen par usager pour l'ensemble du système est le coût moyen par déplacement qu'un usager subit sur l'ensemble des occurrences. Il représente la performance à long terme du système.
- le coût moyen par classe, respectivement informée ou non, est le coût moyen par déplacement pour l'ensemble des usagers de cette classe et sur l'ensemble des occurrences. Il mesure la performance objective du système à long terme pour un usager de la classe.

Concernant les indicateurs de gain :

- Le gain privé est le profit que retirerait un individu en passant de l'état non informé à l'état informé : il est donc défini comme l'écart entre le coût moyen de la classe non informée et le coût moyen de la classe informée.
- Le gain social est le profit que la collectivité retire quand un individu change d'état d'information. Cet indicateur est étroitement lié à la gestion de l'information et à son taux de diffusion : est-il utile collectivement que le taux d'équipement augmente ? La réponse dépend de la stratégie d'information, comme nous le montrerons.

Nos simulations numériques ont porté sur deux réseaux stylisés :

(i) NET1 "Autoroute versus artère urbaine" dans lequel la route 1 domine la route 2 en capacité et en temps libre, avec pour paramètres : $\alpha_1 = 40$, $\gamma_1 = 1$ et $\alpha_2 = 80$, $\gamma_2 = 2$.

1. NET2 "Deux rues" dans lequel chaque route dispose d'un avantage soit en capacité soit en temps libre, avec pour paramètres : $\alpha_1 = 40$, $\gamma_1 = 2$ et $\alpha_2 = 80$, $\gamma_2 = 1$.

Les perturbations aléatoires par arc sont indépendantes, gaussiennes, centrées de variance $\sigma^2/2$ avec $\sigma = 40$. Le taux d'équipement β est varié de 0% à 100% par incrément de 1%.

Nous avons considéré deux volumes de demande : volume faible $Q = 10$ en lequel le réseau est peu congestionné ; et volume fort $Q = 100$ en lequel le réseau est très congestionné.

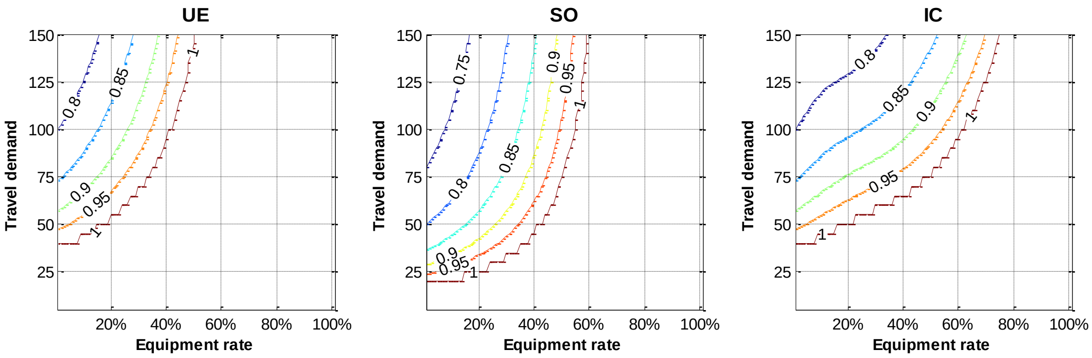

Fig. 7–6 : Net1, Taux d'affectation des usagers non-informés sur l'arc 1 sous (a) UE, (b) SO, (c) IC

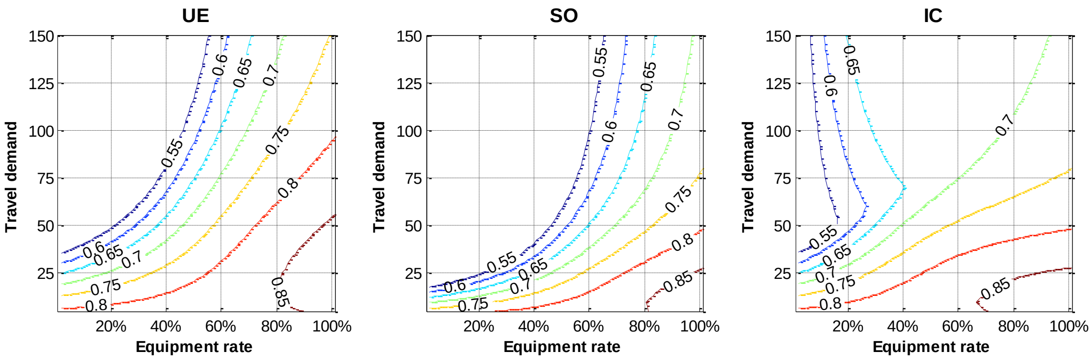

Fig. 7–7 : Taux d'affectation des usagers informés sur l'arc 1 sous (a) UE, (b) SO, (c) IC

7.8.3.Simulation numérique : coûts moyens d'ensemble

Chacun des graphiques suivants illustre une série de simulations, en fonction du taux d'équipement et donc de l'importance respective des deux classes. Les états du système associés à une certaine stratégie d'information, donc de manière équivalente à un certain motif de comportement coopératif entre les usagers, sont décrits sous la forme d'une courbe :

- UE pour Equilibre (égoïste) de l'usager, courbe noire,
- SO pour System Optimum, courbe rouge,

- IC pour la stratégie de coopération parmi les usagers informés, courbe bleue.

Pour les deux réseaux sous une demande faible, nous constatons que sous chacune des trois stratégies le coût moyen décroît avec la diffusion de l'information dynamique (Fig. 7–8).

Mais sous une demande forte, le coût moyen ne décroît régulièrement que dans la stratégie SO, l'essentiel des gains étant accompli assez tôt.

Sous la stratégie neutre UE le coût moyen baisse puis augmente.

Tandis que la stratégie intermédiaire IC est décroissante mais avec un long pallier intermédiaire (Fig. 7–9) : les gains sont engrangés en deux temps.

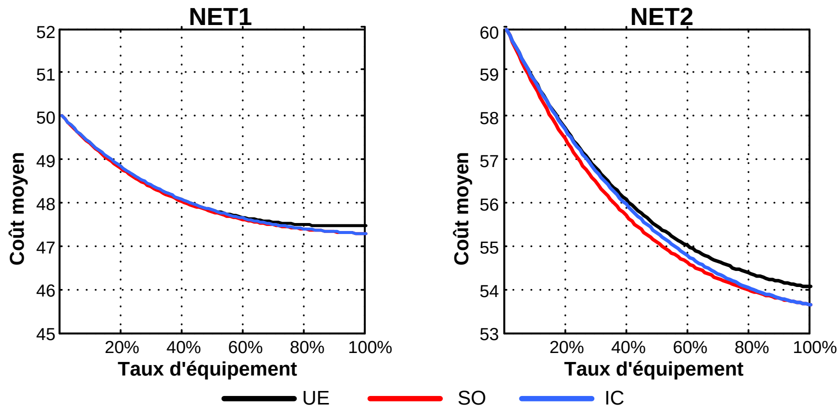

Fig. 7–8 : Coût moyen par usager selon la stratégie d'information, demande faible Q=10

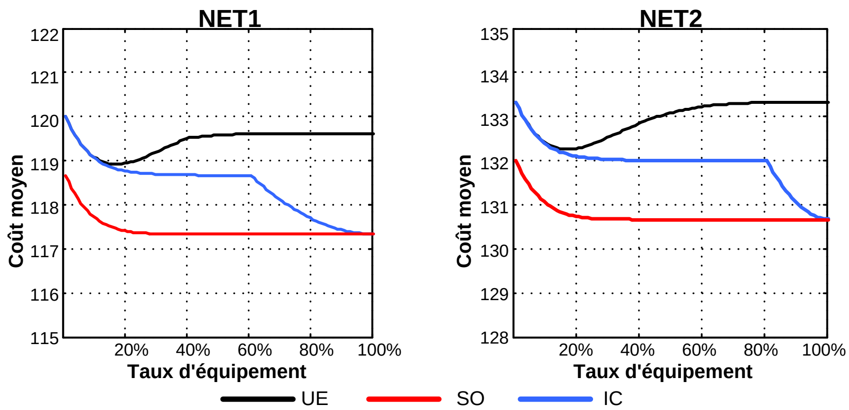

Fig. 7–9 : Coût moyen par usager selon la stratégie d'information, demande forte Q=100

7.8.4.Simulation numérique : coûts moyens par classe

Nous avons porté sur les graphiques un coût moyen de référence, le coût du modèle sans information ni coopération. Chaque figure groupe trois diagrammes correspondant aux trois stratégies, pour un même réseau et un même volume de demande. Sur chaque diagramme, une courbe correspond à l'ensemble des usagers ou à une classe particulière :

- Ensemble des usagers, courbe noire,
- Usagers non informés, courbe rouge,
- Usagers informés, courbe bleue.

Pour le réseau NET1 à demande faible, quelle que soit la stratégie d'information, la diffusion de l'équipement d'information dynamique est profitable aux usagers non informés mais réduit progressivement le profit par usager informé. Cependant il reste profitable d'être équipé (Fig. 7–10). Toujours à demande faible mais pour le réseau NET2, les stratégies se différencient entre d'une part la stratégie complètement coopérative SO et d'autre part les stratégies moins coopératives. Pour la stratégie SO, les deux classes d'usagers gagnent avec la diffusion de l'équipement d'information dynamique, quoique de manière réduite pour les usagers informés, qui conservent un profit clair d'être équipés. Pour les stratégies moins coopératives, les usagers non informés continuent de gagner quand le taux d'équipement augmente, mais les usagers informés y perdent chacun, bien qu'ils conservent un profit net relativement aux usagers non informés (Fig. 7–11).

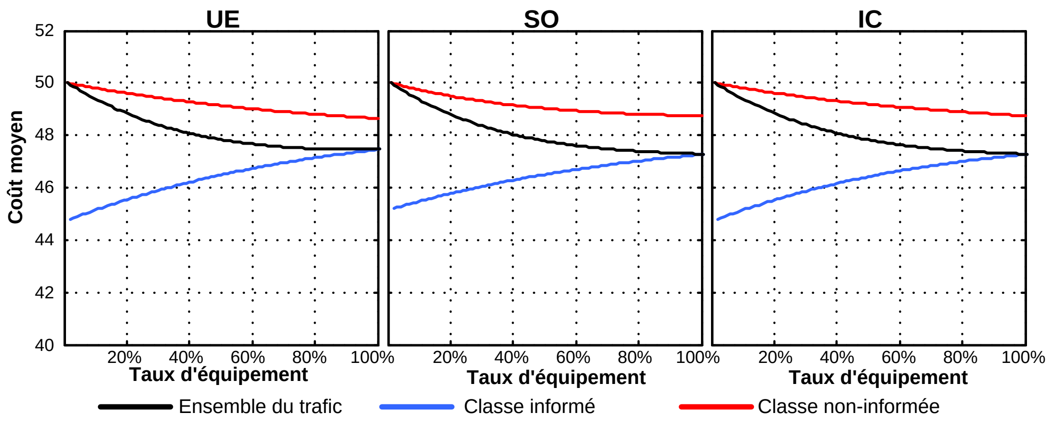

Fig. 7–10 : Coût moyen pour deux classes et pour l'ensemble du trafic sur le NET1 à Q=10

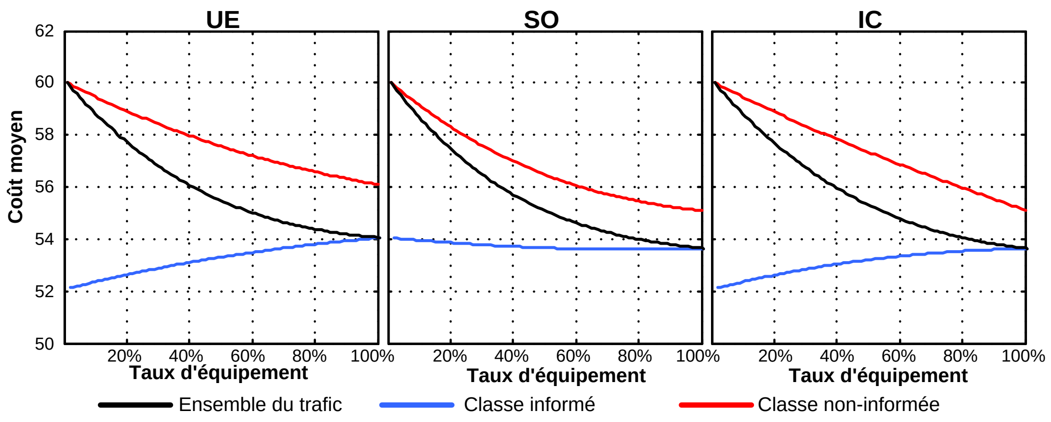

Fig. 7–11 : Coût moyen pour deux classes et pour l'ensemble du trafic sur le NET2 à Q=10

Sous un volume de demande élevé $Q = 100$, les effets sont plus contrastés notamment pour le motif SO. Pour la stratégie neutre et le motif UE égoïste, la situation individuelle d'un usager informé se dégrade quand le taux d'équipement croît – car le gain est partagé entre plus d'individus ; de plus le profit d'être équipé devient négligeable à partir d'un taux d'équipement de 50%. La situation d'un usager non informé est quasiment inchangée (Fig. 7–12a, Fig. 7–13a).

Pour la stratégie coopérative SO, la diffusion de l'équipement induit un gain global, dont la répartition entre les classes dépend du réseau. Pour NET1 (Fig. 7–12b) ce sont les usagers non informés qui retirent le profit, éventuellement au détriment des usagers informés. Mais pour NET2 (Fig. 7–13b) ce sont les usagers informés qui captent le profit, même si leur profit individuel décroît avec la diffusion de l'équipement.

La stratégie IC de coopération parmi les informés est la plus robuste : quand tout le trafic est équipé elle procure les mêmes gains que la stratégie SO, mais le chemin d'évolution privilégie presque toujours les usagers informés qui font l'effort d'adapter leur itinéraire, sauf aux plus hautes valeurs pour lesquelles le nombre d'usagers non informés est très faible.

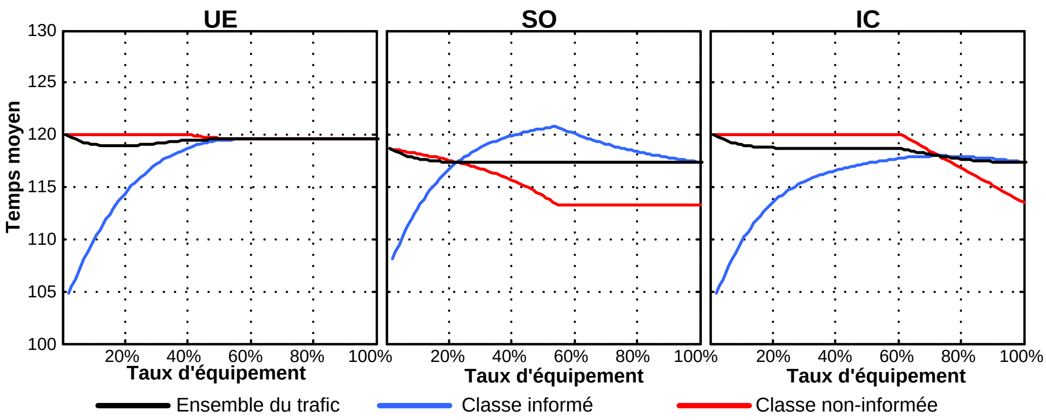

Fig. 7–12 : Coût moyen pour deux classes et pour l'ensemble du trafic sur le NET1 à Q=100

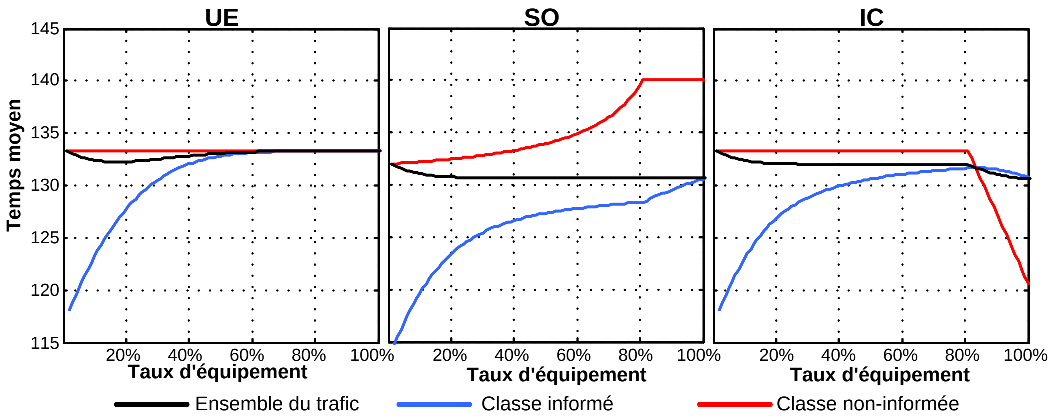

Fig. 7–13 : Coût moyen pour deux classes et pour l'ensemble du trafic sur le NET2 à Q=10

7.8.5.Simulation numérique : gains de l'information dynamique

Nous avons porté sur les graphiques le gain collectif procuré par la diffusion de l'information dynamique à un usager marginal, ainsi que le gain privé retiré par cet usager et le gain retiré par les autres usagers. Le gain privé et le gain externe composent le gain collectif. Chaque figure groupe trois diagrammes correspondant aux trois stratégies, pour un même réseau et un même volume de demande. Sur chaque diagramme, une courbe correspond à un certain acteur impacté par l'équipement marginal :

- Ensemble des usagers, courbe noire,
- Usagers marginal, courbe bleue,
- Reste des usagers, courbe rouge.

A demande faible, sur le réseau NET1 les gains privé et social sont positifs (Fig. 7–14). L'opérateur ainsi que l'usager individuel ont intérêt d'augmenter le taux d'équipement. Sur l'intervalle $[0{,}40\%]$ de β, le gain social dépasse le gain privé, une subvention serait justifiée pour faciliter la diffusion de l'information dynamique, quelle que soit la stratégie. Les mêmes conclusions sont valides pour le réseau NET2 (Fig. 7–15).

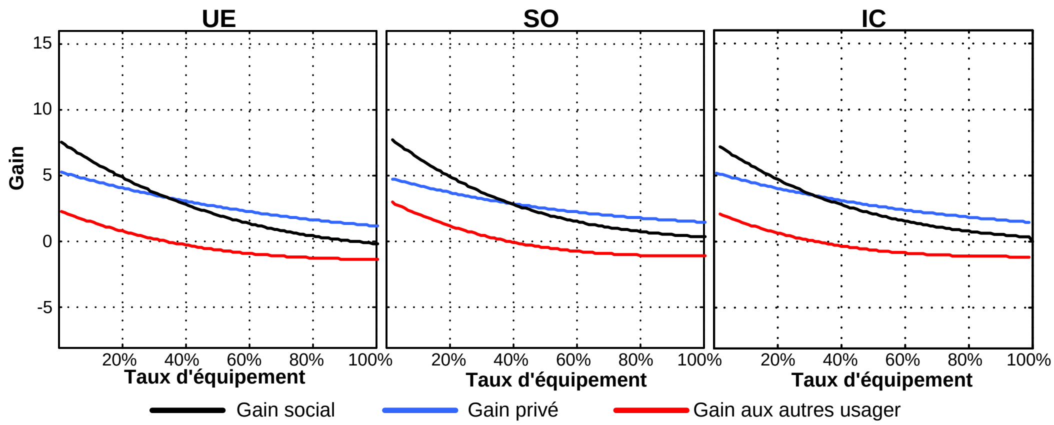

Fig. 7–14 : Gain social et gain privé de l'information sur le NET1 à Q=10

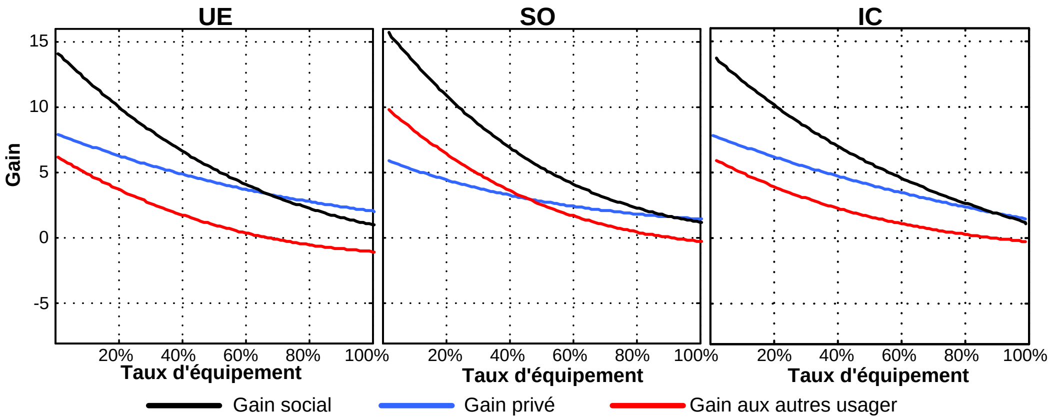

Fig. 7–15 : Gain social et gain privé de l'information sur le NET2 à Q=10

A demande élevée, les gains varient beaucoup plus irrégulièrement. Sous une stratégie d'information égoïste UE, l'usager individuel retire un gain d'équipement supérieur au gain de la collectivité car la situation des autres usagers est dégradée : une compensation serait appropriée, en tarifant l'information dynamique et en trouvant un moyen de redistribuer la recette aux usagers non informés (fig. 11a, 12a).

La stratégie SO produit des états bien différents selon le réseau considéré soumis à une demande élevée. Pour NET1 les usagers informés capturent le profit à équipement faible mais perdent à équipement fort, au contraire des usagers non informés : état difficilement acceptable par les usagers informés. Pour NET2 le gain privé est élevé mais aussi le coût externe.

Pour la stratégie IC, les résultats sont intermédiaires entre ceux de UE à équipement faible (gain privé mais coût externe) et ceux de SO à équipement élevé (perte privée et gain externe).

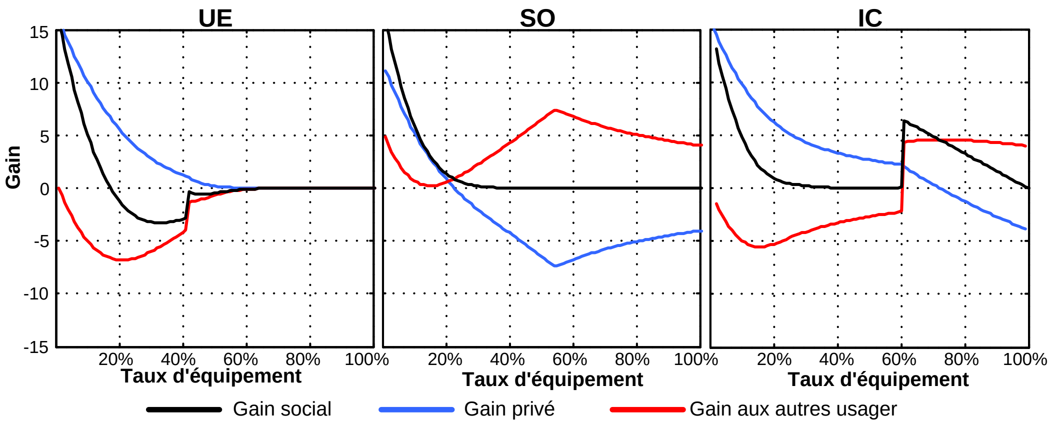

Fig. 7–16 : Gain social et gain privé de l'information sur le NET1 à Q=100

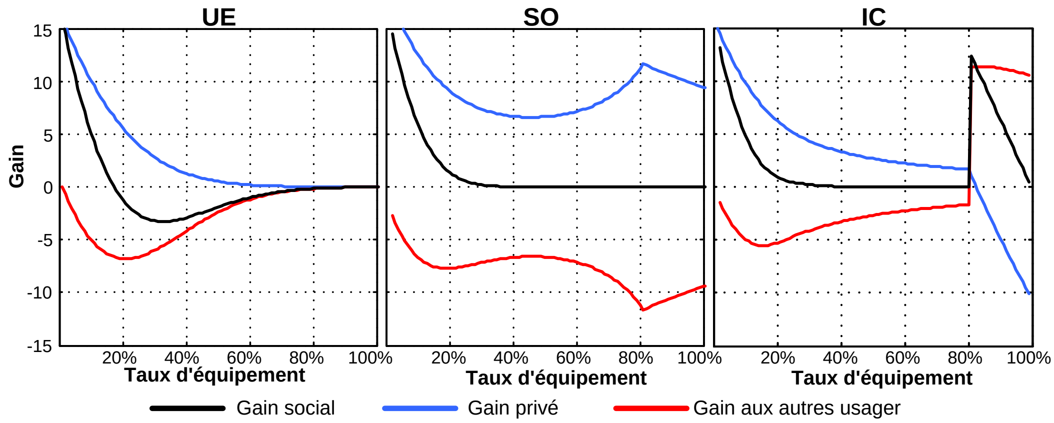

Fig. 7–17 : Gain social et gain privé de l'information sur le NET2 à Q=100

7.8.6.Bilan des stratégies d'information

Quand le volume de demande est faible et les temps objectifs moyens inégaux entre les itinéraires concurrents, les trois stratégies d'information UE, SO ou IC peuvent être utilisées sans susciter de problème d'acceptabilité et pour des performances sensiblement équivalentes.

A un niveau de demande élevé (réseau congestionné), la stratégie UE n'est pas recommandée car sa plage d'efficacité est bien couverte par celle de la stratégie IC qui contribue mieux à optimiser le système tout en assurant une acceptabilité équivalente.

7.9.CONCLUSION DU CHAPITRE

Nous avons élargi le cadre de modélisation du chapitre 6, qui s'adresse seulement à l'affectation du trafic en équilibre de l'usager par une adaptation aux multiples motifs de comportements coopératifs. Ce cadre de modélisation avec le système d'indicateurs nous avons permis d'analyser les stratégies d'information, en contenu ainsi qu'en niveau de diffusion.

Sur cette base, nous avons analysé trois stratégies d'information dynamique, représentées sous la forme de comportements coopératifs pour les deux classes d'usagers informés ou non. Nous avons obtenu des formules analytiques pour discuter l'influence des paramètres sur les états du système soumis à une stratégie d'information soit neutre (égoïste) soit collaborative : paramètres de configuration du réseau, d'amplitude des perturbations, de volume de demande, de taux de diffusion de l'information dynamique parmi les usagers. Les expressions obtenues concernent un cas stylisé mais constituent un modèle théorique et analytique clair de l'équilibre de l'usager et de l'optimum du système sur un réseau soumis à congestion, perturbation et information dynamique.

Nous avons comparé ces deux stratégies et une stratégie IC de coopération parmi les usagers informés. Sur les cas simulés, nous avons montré que la coopération entre usagers permet d'améliorer nettement l'état du système ; mais que la stratégie d'information n'est pas toujours acceptable. La stratégie IC assure un bon compromis entre efficacité (fluidité du trafic) et acceptabilité.