

3.1	Introduction	73
3.2	Description du logiciel Forge®	74
3.2.1	Equations de la mécanique	74
3.2.1.1	Loi de comportement.....	75
3.2.1.2	Conditions aux limites.....	76
3.2.1.3	Formulation variationnelle du problème mécanique.....	77
3.2.2	Equations de la thermique	78
3.2.2.1	Equation de la chaleur	78
3.2.2.2	Conditions aux limites.....	78
3.2.2.3	Forme variationnelle de l'équation de la chaleur	79
3.2.3	Discrétisation spatiale de l'équilibre mécanique et thermique.....	80
3.3	Développements spécifiques pour l'électrosoudage.....	80
3.3.1	Evolution de la phase fondue.....	81
3.3.2	Enthalpies de fusion et de cristallisation	82
3.3.3	Modèle d'interdiffusion.....	83
3.3.4	Loi de comportement mécanique	84
3.3.4.1	Etat fondu	84
3.3.4.2	Etat solide	85
3.3.4.3	Transition solide/fondu.....	85
3.4	Validation des développements	85
3.4.1	Evolution de la phase fondue.....	86
3.4.2	Enthalpie de cristallisation.....	87
3.4.3	Critère d'interdiffusion	88
3.5	Conclusion.....	90

3.1 Introduction

Nous avons vu en introduction que la géométrie des accessoires les plus courants est plutôt tridimensionnelle et relativement complexe. L'enroulement des fils chauffants est par ailleurs non axisymétrique. Il est donc nécessaire de simuler le soudage par électrofusion en trois dimensions.

Précédemment nous avons présenté les phénomènes physiques qu'il est nécessaire de prendre en compte pour simuler au mieux le procédé d'électrofusion : les cinétiques de fusion et de cristallisation, les cinétiques de diffusion et la dilatation thermique.

Ces différents éléments ont fait l'objet de développements numériques dans le logiciel éléments finis Forge® afin de modéliser ce type de soudage.

Dans ce chapitre nous allons tout d'abord décrire le fonctionnement général du modèle, puis nous allons exprimer les différentes équations qu'il a été nécessaire de modifier, de compléter et d'implémenter afin de modéliser le procédé. Une validation des développements sur des géométries relativement simples suivra.

3.2 Description du logiciel Forge®

Forge® est un code de calcul thermomécanique par éléments finis développé par le CEMEF en collaboration avec la société TRANSVALOR. Le logiciel a été historiquement développé dans le cadre de la mise en forme des métaux. Il offre la possibilité de simuler une vaste gamme de procédés, des plus traditionnels (forgeage, matriçage, frappe, ...) aux plus spécifiques (laminage, débouchage, ...). Forge® s'appuie sur une formulation implicite en espace et explicite en temps. Le calcul thermique est réactualisé pour chaque incrément mécanique. Forge utilise des éléments tétraédriques linéaires mixtes de type P1+/P1 où les inconnues sont la vitesse et la pression. Le contact multi domaine est géré par pénalisation. Un remailleur automatique est disponible pour éviter que les éléments ne dégènèrent en cas de grandes déformations. Le comportement des matériaux est pris en compte à travers des lois élastiques, élastoplastiques et élastoviscoplastiques.

Nous avons fait le choix d'utiliser ce modèle éléments finis pour la simulation du soudage par électrofusion car il répond aux principaux besoins identifiés, à savoir : une simulation en trois dimensions (3D), une parallélisation des calculs pour l'accélération des temps de calcul et la possibilité de générer des calculs de taille importante, un couplage thermomécanique et la possibilité d'intégrer des lois de comportements spécifiques.

3.2.1 Equations de la mécanique

Les matériaux utilisés dans le cadre du soudage par électrofusion sont assimilés à un milieu continu, que l'on suppose homogène. Les principes fondamentaux de la mécanique des milieux continus peuvent ainsi être appliqués. L'équation de conservation de la quantité de mouvement qui régit le problème mécanique peut être exprimée par :

$$\nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \rho \underline{\underline{g}} = \rho \underline{\underline{\gamma}} \quad \mathbf{3-1}$$

avec $\underline{\underline{\sigma}}$ le tenseur des contraintes, ρ la masse volumique, $\underline{\underline{g}}$ l'accélération de la pesanteur et $\underline{\underline{\gamma}}$ l'accélération.

Dans le cadre du soudage par électrofusion, les effets de gravité et des forces d'inertie seront négligés, l'équation 3-1 s'écrit alors comme suit :

$$\nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} = 0 \quad 3-2$$

3.2.1.1 Loi de comportement

Au cours du chauffage, on passe d'un état solide à un état fondu ; il nous faut donc pouvoir aisément changer de comportement. Une loi de comportement de type thermo-élasto-viscoplastique, qui autorise la transition entre un modèle élasto-plastique (solide) et un modèle visco-plastique (fondu), est utilisée. Le tenseur des vitesses de déformation se décompose en trois termes :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}} = \underline{\underline{\dot{\epsilon}}^e} + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}^{vp}} + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}^{th}} \quad 3-3$$

avec $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}^e}$, $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}^{vp}}$ et $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}^{th}}$ qui sont respectivement les tenseurs de vitesse de déformation élastique, visco-plastique, et thermique.

Le tenseur des vitesses de déformations élastiques est défini par la loi de Hooke et celui de la partie visco-plastique est lié au déviateur des contraintes de von Mises. La partie thermique est, quant à elle, liée au coefficient de dilatation $\alpha_v(T) = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$ et à la dérivée de la température par rapport au temps. Dans le cadre de petites déformations, l'ensemble des tenseurs peuvent s'écrire comme suit :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}^e} = \frac{1+\nu}{E} \underline{\underline{\dot{\sigma}}} - \frac{\nu}{E} \text{tr}(\underline{\underline{\dot{\sigma}}}) \underline{\underline{I}} \quad 3-4$$

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}^{vp}} = \frac{3\dot{\underline{\underline{\sigma}}}}{2\bar{\underline{\underline{\sigma}}}} \underline{\underline{S}} \quad 3-5$$

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}^{th}} = \alpha_v \frac{dT}{dt} \underline{\underline{I}} \quad 3-6$$

avec E le module de Young, ν le coefficient de Poisson et I le tenseur identité. Dans la partie visco-plastique, \underline{s} , $\dot{\underline{\epsilon}}$ et $\bar{\sigma}$ sont respectivement la partie déviatorique du tenseur des contraintes, la vitesse de déformation généralisé et la contrainte équivalente de von Mises :

$$\underline{s} = \underline{\sigma} - \frac{1}{3}tr(\underline{\sigma})I = \underline{\underline{s}} + pI \tag{3-7}$$

$$\dot{\underline{\epsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\underline{\epsilon}}_{ij}^{vp}\dot{\underline{\epsilon}}_{ij}^{vp}} \tag{3-8}$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ij}} \tag{3-9}$$

3.2.1.2 Conditions aux limites

Les surfaces sur lesquelles les conditions aux limites mécaniques et thermiques sont appliquées sont présentées sur la *Figure 3-1* qui est une représentation simpliste d'un cas général susceptible d'être rencontré en électrosoudage.

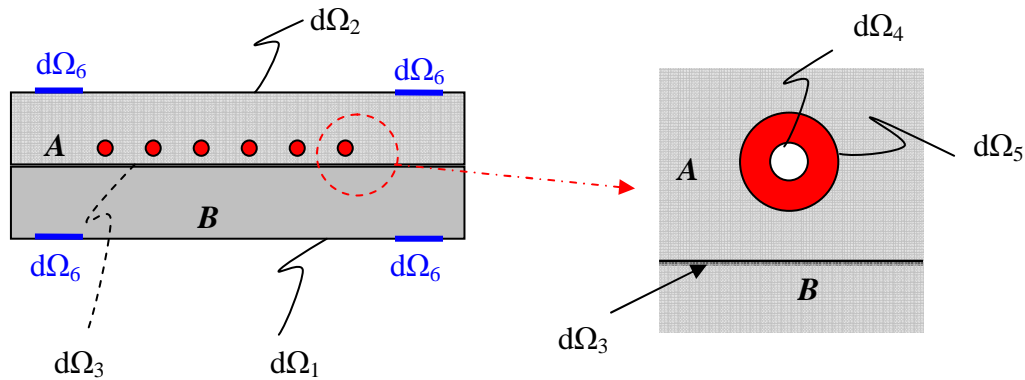


Figure 3-1 : Représentation simpliste des corps qui interviennent dans l'électrosoudage

Avec :

- A, l'accessoire de soudage qui contient le fil chauffant, B, le tube, et en rouge le fil chauffant,

- $d\Omega_1$ et $d\Omega_2$ sont respectivement les surfaces interne du tube et externe de l'accessoire de soudage,
- $d\Omega_3$, l'interface entre l'accessoire chauffant et le tube,
- $d\Omega_4$, la surface interne du fil chauffant,
- $d\Omega_5$, l'interface entre le fil chauffant et le PE,
- $d\Omega_6$, la surface sur laquelle les conditions aux limites en pression ou en vitesse sont appliquées.

Le maintien des deux corps ensemble se fait par l'intermédiaire d'un déplacement nul, ou encore d'une vitesse nulle :

$$\underline{v}(x,t) = 0 \quad (\text{pour } x \in d\Omega_6) \quad \mathbf{3-10}$$

A l'interface entre l'accessoire chauffant et le tube (surface $d\Omega_3$), nous imposons un contact bilatéral collant.

Pour définir la condition aux limites en frottement, une loi de frottement peut être définie. Elle permet de prendre en compte la cission de frottement. Le vecteur de cission de frottement, quant à lui, peut être défini comme suit :

$$\underline{\tau} = \underline{\underline{\sigma}}\underline{n} - (\underline{\underline{\sigma}}\underline{n} \cdot \underline{n})\underline{n} \quad (\text{sur } d\Omega_3) \quad \mathbf{3-11}$$

avec \underline{n} la normale extérieure à la matière.

3.2.1.3 Formulation variationnelle du problème mécanique

Forge® utilise une formulation mixte en vitesse et pression pour résoudre le problème mécanique. La formulation faible des équations d'équilibre et d'incompressibilité de la déformation plastique est décrite ci-dessous :

$$\int_{\Omega} \underline{s} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^* d\Omega - \int_{\Omega} p \nabla \cdot \underline{v}^* d\Omega - \int_{d\Omega} \underline{\tau} \cdot \underline{v}^* dS = 0 \quad \forall \underline{v}^* \quad \mathbf{3-12}$$

$$\int_{\Omega} p^* \nabla \cdot \underline{v}^* d\Omega = 0 \quad \forall p^* \quad \mathbf{3-13}$$

où v^* et p^* sont respectivement les fonctions test virtuelles de vitesse et de pression.

3.2.2 Equations de la thermique

3.2.2.1 Equation de la chaleur

La partie thermique est gouvernée par l'équation de la chaleur qui permet de connaître la température en tout point du matériau et à chaque instant :

$$\rho(T)C_p(T)\frac{dT}{dt} = -\nabla \cdot \underline{q} + \dot{w} \quad \mathbf{3-14}$$

où ρ , C_p et T sont respectivement : la masse volumique, la capacité calorifique et la température. \dot{w} est la source interne de chaleur due à deux phénomènes : la conversion partielle de la puissance mécanique en énergie thermique et l'enthalpie de fusion ou de cristallisation H :

$$\dot{w} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} + H \quad \mathbf{3-15}$$

On suppose que le matériau suit la loi de conduction de Fourier, c'est-à-dire que le flux de chaleur est une fonction linéaire du gradient thermique :

$$\underline{q} = -\lambda \cdot \nabla T \quad \mathbf{3-16}$$

où k est la conductivité thermique.

Cette équation nécessite une bonne connaissance des conditions initiales et des conditions aux limites thermiques du domaine pour être résolue.

3.2.2.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites thermiques que l'on peut rencontrer au cours du soudage par électrofusion sont les suivantes :

- Au contact entre le polymère et l'air (surfaces $d\Omega_1$ et $d\Omega_2$), l'échange de chaleur se fait par convection et rayonnement. On utilise donc un coefficient de transfert thermique h_a tel que :

$$-\lambda.\nabla T|_{\partial\Omega_i} \cdot \underline{n} = h_a \cdot (T|_{\partial\Omega_i} - T_{ext}) \quad 3-17$$

où T_{ext} est la température de l'air.

- Entre le fil chauffant et l'accessoire $d\Omega_3$ d'une part et entre l'accessoire chauffant et le tube $d\Omega_5$ d'autre part, on considère une résistance thermique de contact. Elle représente dans ce dernier cas la lame d'air due au jeu entre tube et accessoire. Elle s'exprime de cette façon :

$$-\lambda.\nabla T|_{\partial\Omega_i} \cdot \underline{n} = h_c \cdot (T|_{\partial\Omega_i^+} - T|_{\partial\Omega_i^-}) \quad 3-18$$

où h_c est l'inverse de la résistance thermique de contact, et $T|_{\partial\Omega_i^+}$ et $T|_{\partial\Omega_i^-}$ représentent les températures de part et d'autre du contact.

- Au niveau du fil chauffant $d\Omega_4$ parcouru par un courant électrique délivrant une puissance connue, on impose une densité de flux de chaleur Φ :

$$-\lambda.\nabla T|_{\partial\Omega_4} \cdot \underline{n} = \Phi \quad 3-19$$

3.2.2.3 Forme variationnelle de l'équation de la chaleur

Pour résoudre le problème thermique, par la méthode des éléments finis, l'équation de la chaleur peut s'exprimer, compte-tenu des conditions aux limites ci-dessus, sous une forme variationnelle en utilisant la méthode de Galerkin. La formulation faible du problème thermique consiste à trouver le champ de température T tel que :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \rho C_p \frac{dT}{dt} T^* d\Omega + \int_{\Omega} k \nabla T \cdot \nabla T^* d\Omega - \int_{\Omega} \dot{w} T^* d\Omega + \int_{\partial\Omega_{3,5}} h_c \cdot (T - T|_{\partial\Omega_i}) \cdot T^* dS_{3,5} \\ + \int_{\partial\Omega_{1,2}} h_a \cdot (T - T_{ext}) \cdot T^* dS_{1,2} + \int_{\partial\Omega_4} \Phi \cdot T^* dS_4 = 0 \end{aligned} \quad 3-20$$

où T^* est une fonction test qui s'annule au niveau des surfaces où la température est imposée.

Les équations thermiques et mécaniques que nous venons de présenter sont couplées par le biais du comportement mécanique qui dépend de la température. De plus, la déformation des matériaux constituant le tube et l'accessoire modifie les conditions de contact, et donc la résistance thermique. La prise en compte du couplage thermomécanique dans Forge® est possible grâce à la résolution locale de l'ensemble des équations d'équilibres par la méthode des éléments finis.

3.2.3 Discrétisation spatiale de l'équilibre mécanique et thermique

Une formulation éléments finis consiste à découper le domaine en petites portions sur lesquelles la solution du problème est calculée. Le domaine est découpé donc en petits éléments triangulaires (en 2D) ou tétraédriques (en 3D). L'ensemble de ces éléments forme un maillage. En 3D, le domaine est discrétisé avec des éléments tétraédriques linéaires $P1+/P1$ où «+» désigne un degré de liberté supplémentaire utilisé pour l'interpolation de la vitesse. La vitesse est donc décomposée en une partie linéaire et une autre qui correspond à l'ajout du degré de liberté qui enrichit l'élément et satisfait les conditions de compatibilités de Brezzi-Babuska [Brezzi, 1991]. La pression et la température sont quant à elles linéaires et continues sur les éléments. Pour plus de détails, on peut se référer à Coupez [Coupez, 1995] et Perchat [Perchat, 2000].

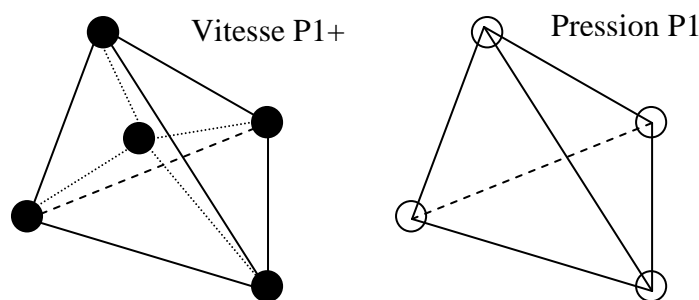


Figure 3-2: Représentation en 3D de l'élément $P1+/P1$

3.3 Développements spécifiques pour l'électrosoudage

Nous avons présenté précédemment les équations développées dans Forge® pour la résolution des problèmes mécaniques et thermiques. Initialement Forge® a été développé pour la mise en forme des métaux. Dans le cadre de la thèse, des

modifications ont été apportées à plusieurs niveaux dans le but de prendre en compte les phénomènes physiques spécifiques au soudage par électrofusion, à savoir :

Pour la thermique :

- Le calcul de l'évolution du taux de transformation dans le polymère au cours du chauffage et du refroidissement.
- La prise en compte des enthalpies de cristallisation et de fusion, dues à la transformation de la matière, à travers la modification de l'équation de transfert de chaleur.
- Le calcul du taux d'interdiffusion de la matière en tout point de l'interface entre deux matériaux.

Pour la mécanique :

- Une loi de comportement a été implémentée. Il s'agit d'une loi de mélange entre deux lois de comportement « solide et fondue ». Les deux lois sont de type élasto-visco-plastique.

Nous présenterons dans un premier temps les différents développements nécessaires à la prise en compte des phénomènes physiques et dans un deuxième temps la validation des développements sur des cas simples.

3.3.1 Evolution de la phase fondue

Le calcul de l'évolution de la phase fondue au cours du chauffage nous renseigne sur l'état physique de la matière (solide, fondue ou en cours de transition). Le taux de phase fondue est déduit du calcul du taux de transformation de la matière (α_f et α_s).

A l'incrément i le taux de transformation $\alpha_f(i)$ est calculé en fonction du taux de phase fondue de l'incrément précédent ($t-dt$) et de la variation du taux de transformation $\frac{d\alpha_f}{dt}$.

$$\alpha_{f(i)} = \alpha_{f(i-1)} + \left. \frac{d\alpha_f}{dt} \right|_{(i)} dt \quad \mathbf{3-21}$$

La présence de non linéarité dans l'équation de la variation du taux de transformation de la matière oblige à une recherche itérative de la solution par une méthode de Newton-Raphson. Nous rappelons ci-dessous les deux variations (eq. 2.17 et 2.14) qui correspondent respectivement à la fusion et à la cristallisation :

- pendant la fusion
$$\frac{d\alpha_f}{dt} = n_f \frac{d(K_f^{1/n_f}(T))}{dT} (1 - \alpha_f) \left[\ln \left(\frac{1}{1 - \alpha_f} \right) \right]^{n_f - 1}$$
- pendant la cristallisation
$$\frac{d\alpha_s}{dt} = -n \frac{d(K_o^{1/n}(T))}{dT} (1 - \alpha_s) \left[\ln \left(\frac{1}{1 - \alpha_s} \right) \right]^{n - 1}$$

$$\text{avec } \alpha_f = 1 - \alpha_s$$

Pour faire les calculs à l'incrément (i), la valeur de $\alpha_{f(i)}$ dépend de sa variation sur le même pas de temps. Elle est donc choisie comme étant la valeur de cette variable au milieu de l'incrément (i) (après une durée égale à $dt/2$) et non pas en fin d'incrément (après une durée égale à dt). Une méthode semi-implicite a été utilisée pour calculer la valeur de ce taux de phase. Elle est approchée de la façon suivante :

$$\alpha_{f(i)} = \alpha_{f(i-1)} + \frac{1}{2} \frac{d\alpha_f}{dt}_{(i)} \cdot dt \quad \mathbf{3-22}$$

Le pas de temps utilisé pour le calcul du taux de phase fondue n'est pas le même que celui utilisé pour le calcul mécanique et thermique. Les vitesses mises en jeu ne sont pas du même ordre de grandeur. La transition en cristallisation ou en fusion est extrêmement rapide. C'est pourquoi nous avons choisi un pas de temps pour ces calculs de 10^{-4} s à comparer au pas de temps utilisé pour la résolution thermomécanique qui est plutôt de l'ordre de la seconde.

3.3.2 Enthalpies de fusion et de cristallisation

L'équation de chaleur a été modifiée dans Forge® et couplée au calcul cinétique du taux de transformation de la matière afin de prendre en compte l'enthalpie due à la

crystallisation et à la fusion. L'enthalpie H , dépend directement de la variation du taux de transformation de la matière par l'intermédiaire de la relation suivante :

$$H = \rho \Delta H \frac{dX_c}{dt} \quad 3-23$$

avec ΔH qui peut être déduit de l'équation 2-35.

En combinant les deux équations on obtient:

$$H = \rho X_c \frac{dX_c}{dt} \Delta H_c^{100\%} \quad 3-24$$

L'équation de la chaleur (eq. 3-14) devient alors :

$$\rho(T)C_p(T) \frac{dT}{dt} = -\nabla \bar{q} + \dot{W} + \left(\rho(T)X_c \frac{dX_c}{dt} \Delta H_c^{100\%} \right) \quad 3-25$$

Avec :

$$X_c = (1 - \alpha_f) X_{c\infty} \quad 3-26$$

3.3.3 Modèle d'interdiffusion

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 2.2.3, dans le cadre du soudage, le taux d'interdiffusion de la matière entre les différents corps est capable de nous renseigner sur l'état de la soudure. Ce critère a été développé et validé par Saint-Royre et al. [Saint-Royre, 1989] dans le cadre du soudage par électrofusion. Nous rappelons que cette loi permet de calculer la profondeur de diffusion de la matière de part et d'autre de l'interface et de remonter à un taux d'interdiffusion A (eq. 2-28). Nous rappelons ci-après cette loi pour mémoire :

$$A = \frac{\langle l_m^2 \rangle}{4D_0} = \int_{t_0}^{t_m} \exp\left(-\frac{E^\#}{RT(t)}\right) \cdot dt$$

Les développements réalisés dans Forge® permettent à présent de déterminer la valeur du paramètre A en tout point.

3.3.4 Loi de comportement mécanique

Le comportement du PE est basé sur les travaux de Hehn [Hehn, 2006]. Deux lois thermodépendantes différentes décrivent les comportements solide et fondu. Une loi de mélange basée sur le taux de transformation modélise la transition entre les deux états.

3.3.4.1 Etat fondu

Dans le cas d'un comportement élasto-visco-plastique, la description des variables liées à la partie plastique de la déformation sont basées sur le critère de von Mises :

- si $\bar{\sigma} = \sigma_0$: déformation plastique
- si $\bar{\sigma} < \sigma_0$: déformation élastique
- si $\bar{\sigma} > \sigma_0$: configuration impossible

avec σ_0 la limite élastique. A l'état fondu, elle s'exprime sous la forme d'une loi puissance en fonction du taux de déformation $\dot{\bar{\epsilon}}$ et de la consistance à l'état fondu $K_f(T)$:

$$\sigma_{0_f} = K_f(T) |\dot{\bar{\epsilon}}|^{m-1} \quad \mathbf{3-27}$$

avec m le terme de sensibilité par rapport à la vitesse de déformation.

Les courbes rhéologiques déterminées par Hehn [Hehn, 2006] sur nos matériaux montrent un plateau newtonien à faible taux de cisaillement, suivi d'un comportement rhéofluidifiant en loi puissance. En soudage par électrofusion, la matière fondue est retenue par des zones solides qui limitent les vitesses d'écoulement. On peut ainsi considérer un comportement newtonien et donc $m=1$.

La consistance K_f varie avec la température selon une loi d'Arrhénius :

$$K_f(T) = K_{0f} * \exp\left(\frac{\beta_f}{T}\right) \quad 3-28$$

avec β_f , le coefficient de thermodépendance.

3.3.4.2 Etat solide

Le comportement de la matière à l'état solide est également supposée élasto-viscoplastique. La limite élastique est définie en fonction de la consistance solide K_s qui dépend de la température.

$$\sigma_{0_s} = K_s(T) \quad 3-29$$

avec

$$K_s(T) = \frac{1}{K_{0s} * \exp(\beta_s * T)} \quad 3-30$$

avec β_s , le coefficient de thermodépendance.

3.3.4.3 Transition solide/fondu

La limite élastique du polymère est fortement liée à l'évolution du taux de phase fondue α_f qui sert de facteur pondérateur entre le comportement solide et le comportement fondu. Une loi de mélange a été utilisée avec une pondération par un polynôme du sixième ordre. La viscosité au cours de la transition s'écrit alors :

$$\sigma_0 = (1 - \alpha_f)^6 \sigma_{0_s} + (1 - (\alpha_f - 1)^6) \sigma_{0_f} \quad 3-31$$

Quand α_f vaut 0, le comportement suit la loi de comportement solide, et quand il vaut 1 le comportement suivi est celui de l'état fondu.

3.4 Validation des développements

Avant de valider nos développements sur des géométries réelles, une première batterie de tests a été réalisée sur des géométries simples pour lesquelles des solutions analytiques existent. Dans ce paragraphe, nous allons passer en revue les résultats

obtenus pour chacun des développements numériques qui ont été réalisés : l'évolution de la phase fondue (taux de transformation), la prise en compte des enthalpies de cristallisation et de fusion et le calcul du paramètre d'interdiffusion.

3.4.1 Evolution de la phase fondue

On considère un cube en polyéthylène, initialement à 250 °C, et refroidi successivement avec trois vitesses constantes : -5, -20 et -40 °C/min. L'évolution du taux de transformation en fonction de la température est calculé numériquement à l'aide de Forge® et comparée aux résultats théoriques donnés par la loi d'Ozawa (eq. 2.6).

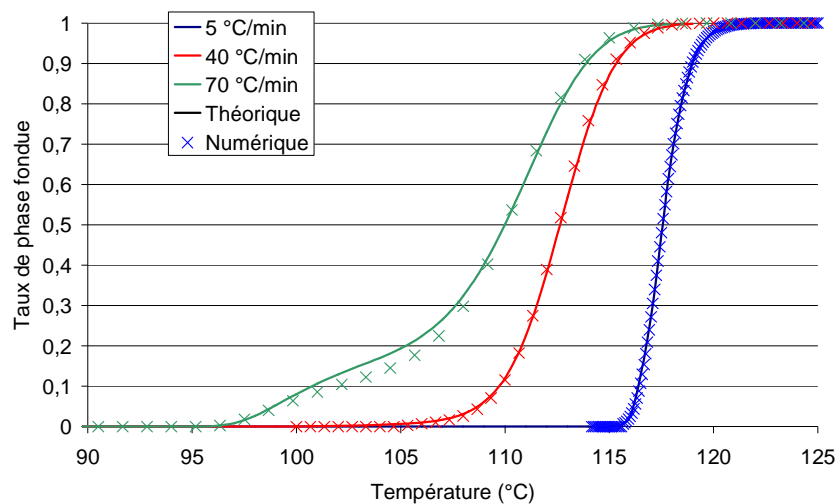


Figure 3-3 : Evolution au cœur du cube du taux de la phase fondue en fonction de la température. Comparaison entre résultats théoriques (traits continus) et calculés (points) pour trois vitesses de refroidissement

Comme on peut le constater sur la Figure 3-3, les évolutions théoriques et numériques obtenues sont extrêmement proches. On peut considérer que le modèle numérique implémenté dans Forge® reproduit correctement le modèle théorique, tout du moins pour des vitesses de refroidissement constantes. Il n'est pas possible d'avoir une comparaison à vitesse de refroidissement quelconque. Le modèle considéré suppose que la température évolue par paliers, la vitesse de refroidissement étant constante pour chacun des paliers. Le modèle est donc validé par palier et sera généralisé pour les vitesses de refroidissement quelconques.

3.4.2 Enthalpie de cristallisation

Pour mettre en évidence l'importance de la prise en compte de l'enthalpie de cristallisation, nous avons comparé des résultats obtenus en prenant ou non en compte cette donnée (*Figure 3-4*). Le cas étudié concernait un cube initialement porté à 200 °C et refroidi à l'air libre, avec un coefficient de transfert thermique de $15 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ jusqu'à atteindre la température ambiante fixée à 23 °C.

Pendant le refroidissement, l'aspect exothermique lié à la cristallisation se traduit par une diminution de la vitesse de refroidissement et par l'apparition d'un plateau sur les courbes de température au cœur du cube (*Figure 3-4*). Le début de la diminution de la vitesse correspond au début du changement de phase. Nous avons également observé ce plateau avec les mesures présentées au premier chapitre.

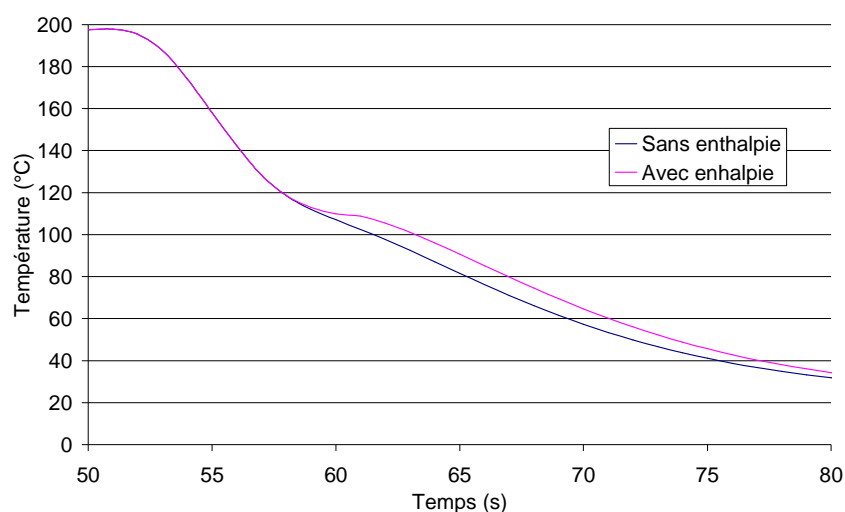


Figure 3-4 : Evolution de la température au cœur du cube en fonction du temps.

Comparaison entre deux calculs, réalisés avec et sans prise en compte de l'enthalpie de cristallisation

On constate que l'enthalpie de cristallisation influence assez fortement sur l'évolution de la température puisqu'on note une différence pouvant atteindre 10 °C selon qu'on la prenne ou non en considération. La rhéologie et le paramètre de dilatation de la matière étant sensibles à la température, il nous semble important de ne pas le négliger lors de la modélisation du procédé d'électrofusion.

3.4.3 Critère d'interdiffusion

Le calcul du paramètre d'interdiffusion est un calcul d'intégrale au cours du temps (eq. 2.28). Ce calcul a été réalisé avec Forge® à partir du champ de température 3D. Pour le valider, nous avons extrait en un nœud l'évolution de la température au cours du temps, et calculé à l'extérieur de Forge l'évolution de ce paramètre.

Nous nous sommes placés dans la configuration de la *Figure 3-5*. Deux plaques (A et B) en polyéthylène sont mises en contact. On impose sur une partie de la surface externe de la plaque A une température de 370 °C pendant 100 secondes. On laisse ensuite les deux plaques refroidir à l'air libre.

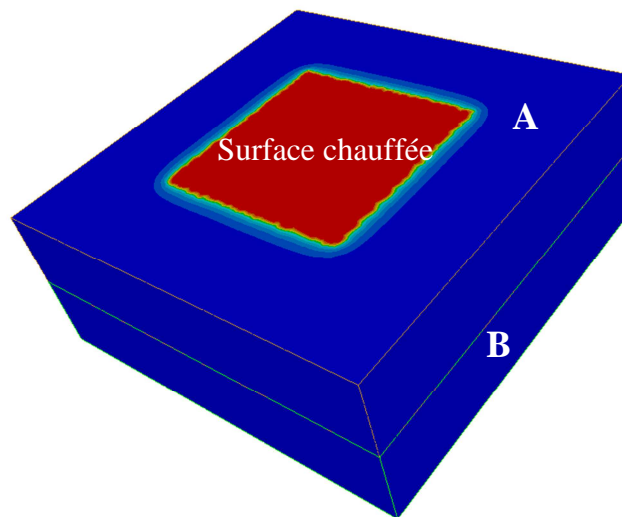


Figure 3-5 : Représentation d'un modèle composé de deux plaques à souder

Nous avons choisi un nœud situé à l'interface entre les deux plaques. Comme on peut le constater sur la *Figure 3-6*, qui montre les évolutions du paramètre d'interdiffusion théorique et calculés par Forge®, en fonction de la température, les valeurs obtenues par les deux méthodes concordent parfaitement. L'écart entre les deux courbes augmente en fin d'interdiffusion mais reste inférieur à 1 % ce qui est tout à fait acceptable. Le tracé de l'évolution de la température sur le même graphe, nous permet de constater que le paramètre A continue d'augmenter y compris lorsque le chauffage est stoppé, pour atteindre un plateau lorsque la température passe sous la barre des 135 °C.

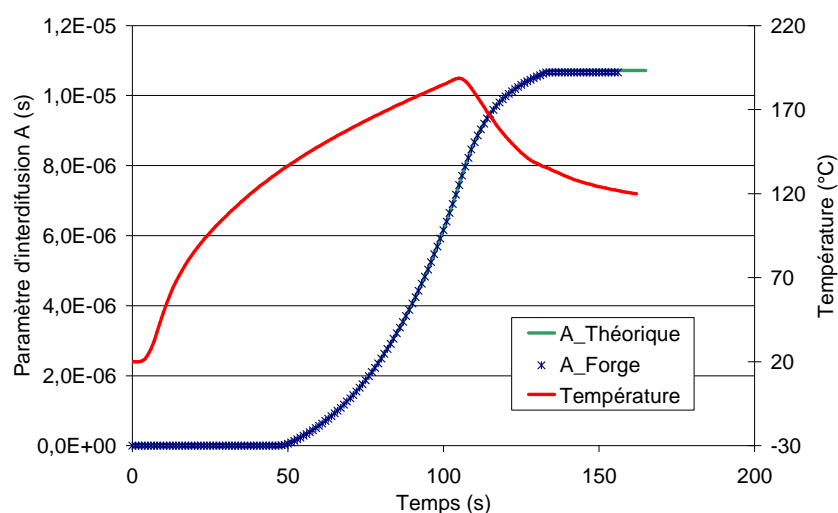


Figure 3-6 : Evolution de la température au centre de l'interface en fonction du temps et du paramètre d'interdiffusion, en un même point. Comparaison entre modèle théorique et Forge®.

Si la *Figure 3-6* montre l'évolution du paramètre d'interdiffusion en un point situé au centre de l'interface, le modèle permet tout à fait de prédire son évolution au cours du temps, en tout point de l'interface. La *Figure 3-7* permet de visualiser l'évolution de la zone « soudée » en fonction du temps, c'est-à-dire pour laquelle le paramètre d'interdiffusion dépasse une valeur critique définie pour l'occasion par l'utilisateur comme étant égale à 10^{-5} s. Dans ce cas, la soudure n'est pas encore atteinte à la fin du chauffage. Le paramètre d'interdiffusion continue de progresser pendant le refroidissement et la soudure apparaît 5 secondes après l'arrêt du chauffage (en rouge sur la *Figure 3-7*).

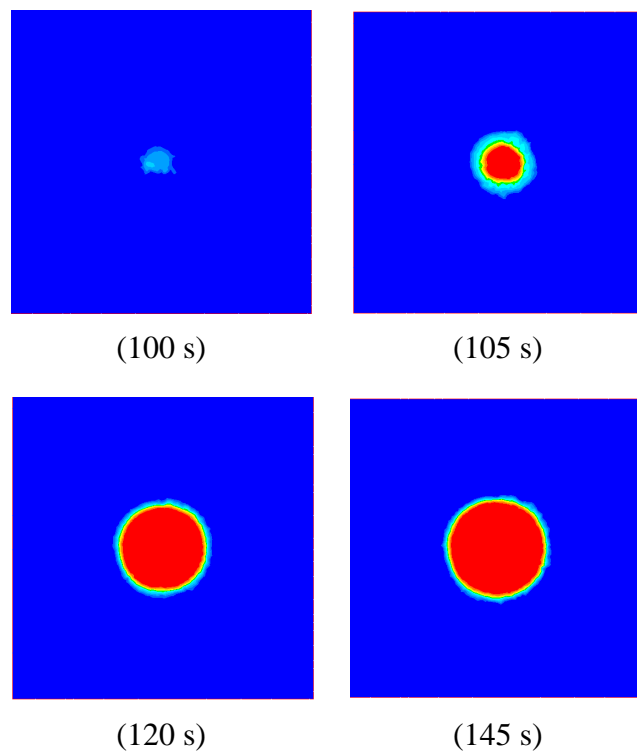


Figure 3-7 : Evolution de la zone bien soudée en fonction du temps

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le logiciel Forge®, développé au laboratoire initialement pour la mise en forme des métaux. Une fois les équations de base présentées, nous avons indiqué les différents développements numériques qu'il a été nécessaire de réaliser pour adapter le modèle éléments finis à la simulation du soudage par électrofusion (évolution de la phase fondue, prise en compte du passage entre état solide et fondu à travers une loi de mélange, puis de l'enthalpie de cristallisation et enfin du critère d'interdiffusion).

Les différents calculs de validation réalisés sur des géométries très simples ont montré un très bon accord entre la simulation et les résultats théoriques.

Il nous faut à présent vérifier la robustesse du modèle sur des géométries plus complexes. C'est ce à quoi le chapitre suivant est dévolu.