

Critère énergétique de fissuration

Sommaire

5.1	Introduction	136
5.2	Critères de rupture fragile	136
5.2.1	Définition de la rupture fragile	136
5.2.2	Critère de rupture de Griffith	137
5.2.3	Écriture de l'énergie totale	137
5.2.4	Critère de Francfort et Marigo	138
5.2.5	Critère de Leguillon	140
5.2.6	Conclusion sur les critères de rupture fragile	140
5.3	Critère de Francfort-Marigo en gonflement libre	141
5.3.1	Restrictions de ce modèle	141
5.3.2	Description d'un volume élémentaire représentatif	141
5.3.3	Étude thermodynamique de l'initiation et la propagation de la fissure. Critère énergétique	146
5.3.4	Résultats numériques : effet de la taille de grain sur l'initiation de fissuration	149
5.3.5	Conclusion sur le modèle de gonflement libre	154
5.4	Conclusion	154

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous souhaitons exposer notre choix d'un critère de rupture qui nous permettra de faire évoluer la microstructure du béton lors de l'attaque chimique. Nous avons présenté dans les deux chapitres précédents les bases poromécaniques de la description du milieu hétérogène, il s'agit maintenant de pouvoir déterminer les configurations les plus favorables du matériau sous chargement. Nous allons pour cela présenter une bibliographie succincte sur les critères de rupture fragile, et expliquer notre choix du critère de Francfort-Marigo. Nous donnerons ensuite une illustration de la propagation de fissure grâce à ce critère dans un cas simple, mais tiré de l'étude de l'alcali-réaction.

5.2 Critères de rupture fragile

Le critère de Francfort et Marigo appartient à la famille des critères de rupture fragile. Nous allons présenter dans cette partie quelques généralités sur les critères de rupture fragile, puis nous expliquerons les fondements du plus classique, le critère de Griffith, avant de détailler le critère de Francfort-Marigo que nous utilisons dans cette étude, et une extension possible de ce critère énergétique avec le critère mixte de Leguillon.

5.2.1 Définition de la rupture fragile

Dans ce type de critère on considère que la zone dans laquelle des comportements anélastiques sont observés outre la fissure que l'on étudie, qu'on appelle zone d'élaboration, est de faible extension. Dans tous les matériaux, lors de la propagation d'une fissure, on voit en amont de la fissure des effets tels que plasticité ou micro-fissuration dans une zone dont la taille dépend du type de matériau. Si cette zone est d'extension assez grande par rapport à la taille des échantillons étudiés, cela entraîne d'importants effets d'échelle. Ici, en supposant que la zone d'élaboration est petite on néglige donc ces effets d'échelle. Ainsi pour calculer l'énergie dissipée lors de l'avancée de la fissure on a seulement besoin de connaître l'énergie dissipée par unité de surface de fissure créée. Dans la théorie de Griffith, l'énergie nécessaire à la fissuration est fournie par la relaxation d'énergie dans l'ensemble du solide. Il est donc nécessaire de calculer l'énergie élastique stockée dans le milieu pour différentes configurations fissurées. L'hypothèse que la zone d'élaboration est de faible extension permet d'approximer l'énergie élastique par un calcul purement élastique, en ne prenant en compte aucun phénomène anélastique en dehors de l'apparition d'une nouvelle surface de discontinuité des déplacements.

La possibilité d'appliquer un tel critère de rupture à un matériau dépend de l'échelle de fissuration que l'on considère. Nous nous intéressons au béton, matériau dans lequel on trouve des hétérogénéités à des échelles très diverses, allant du *cm* pour les gros granulats à de très petites tailles de pores. Les fissures macroscopiques sont précédées dans le béton d'une grande zone d'élaboration dans laquelle des fissures plus petites apparaissent autour des granulats qui servent de site d'initiation de ces petites fissures. On ne peut alors parler de matériau fragile puisque la seule connaissance de la surface de la grande fissure que l'on voit ne peut pas représenter tous les phénomènes de dissipation qui se produisent en amont de son avancée. Nous nous plaçons cependant, dans ce travail, à une échelle beaucoup plus fine, où les fissures ont une taille du même ordre de grandeur que les hétérogénéités qui leur servent de site d'initiation. On suppose donc que dans notre cas il est possible d'utiliser un modèle de rupture fragile.

5.2.2 Critère de rupture de Griffith

Le critère de Griffith [18] est fondé sur l'idée que comme beaucoup de matériaux contiennent des défauts, pour prédire la rupture d'un matériau il faut avant tout faire l'inventaire de ses défauts et voir si certains d'entre eux sont susceptibles de grandir. On ne s'intéresse donc pas ici à l'apparition d'une fissure à un endroit où il n'y en avait aucune, mais à la croissance de fissures préexistantes. Une fois cet inventaire fait, le critère de rupture de Griffith met en équilibre, lors de l'avancée d'une fissure, l'énergie relâchée par l'assouplissement de la structure dû à l'allongement de la fissure, et l'énergie dissipée par l'avancée de celle-ci, dans un petit incrément de taille de fissure. On définit pour ce faire le taux de relaxation d'énergie dans l'avancée de la fissure. Pour cela il est nécessaire de paramétrer notre fissure. Supposons qu'on n'ait qu'une seule fissure de taille $x(t)$ au temps t , et que le tracé de la fissure soit fixé à l'avance. Ce paramètre x caractérise donc à lui seul notre fissure.

L'énergie relâchée $E^{rel}(x, \Delta x)$ pour un incrément de taille de fissure Δx à partir d'une taille de fissure x est égal à la diminution d'énergie potentielle dans la structure, en gardant tous les chargements, qu'on note U d'une manière générique sans en préciser le type :

$$E^{rel}(U, x, \Delta x) = E^{pot}(U, x) - E^{pot}(U, x + \Delta x) \quad (5.1)$$

On appelle taux de relaxation d'énergie sa limite lorsqu'on divise par l'incrément de taille de fissure puis qu'on le fait tendre vers 0 :

$$G(U, x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{E^{rel}(U, x, \Delta x)}{\Delta x} = -\frac{\partial E^{pot}(U, x)}{\partial x} \quad (5.2)$$

L'énergie dissipée par unité de surface est dans ce cadre considérée comme une constante caractéristique du matériau. On la note G_c , c'est une énergie surfacique, qu'on nomme aussi taux de relaxation d'énergie critique puisque c'est en comparant G à cette grandeur qu'on construit le critère d'avancée de la fissure. Le critère de Griffith s'écrit alors de la façon suivante [24] :

- Irréversibilité : x est une fonction croissante du temps t ;
- Critère en taux de relaxation d'énergie : $G(U(t), x(t)) \leq G_c$;
- Bilan énergétique : $x(t)$ n'est strictement croissante que si $G(U(t), x(t)) = G_c$.

Ce critère de rupture fragile n'est cependant pas du tout construit pour prévoir l'initiation de fissures. Le critère de Francfort et Marigo comble cette lacune d'une façon que nous allons expliquer en présentant d'abord l'écriture de l'énergie totale.

5.2.3 Écriture de l'énergie totale

On voit donc qu'un point indispensable pour pouvoir utiliser ce genre de critères est la connaissance de l'énergie totale à un instant t , en fonction de l'état de fissuration. Le prochain chapitre (chapitre 6) sera une étude détaillée à ce sujet pour le milieu poreux. On ne résume ici que les différents termes qui la composent, sans rentrer dans le détail de leur écriture. Si l'on note Ω le solide initial, non fissuré, $\partial\Omega$ la surface extérieure de ce domaine, $\Gamma(t)$ la surface de fissure à un instant t , et qu'on suppose que notre solide est chargé par un chargement qui dépend du temps t , qu'on note $U(t)$, pouvant être un déplacement ou un effort imposé, alors l'énergie élastique totale dépend de la géométrie et du chargement au temps t , on la note $E^{tot}(U(t), \Gamma(t))$. Cette énergie totale est composée de l'énergie potentielle pour le solide, et de l'énergie dissipée. On note l'énergie potentielle $E^{pot}(U(t), \Gamma(t))$, et l'énergie dissipée, qui ne dépend pas du chargement mais uniquement de l'état de fissuration dans nos hypothèses de rupture fragile $E^{diss}(\Gamma(t))$ avec :

$$E^{tot}(U(t), \Gamma(t)) = E^{pot}(U(t), \Gamma(t)) + E^{diss}(\Gamma(t)) \quad (5.3)$$

5.2.4 Critère de Francfort et Marigo

Le critère de fissuration de Francfort et Marigo est fondé sur cette seule fonction [17, 24] d'énergie totale (équation 5.3). L'idée est de généraliser le critère de Griffith de façon à englober en un seul formalisme l'initiation et la propagation de fissure, idée qui a été employée par d'autres chercheurs auparavant, par exemple Fedelich [16]. Pour cela il faut autoriser les sauts de taille de fissure, car le taux de relaxation d'énergie tend généralement vers 0 pour une taille de fissure nulle (une illustration concrète de ceci sera donnée dans la partie 5.3.3.1 de ce chapitre).

Dans leur article de 1998 [17], le critère est écrit de la façon suivante. Le tracé de fissuration solution $\Gamma(t)$ doit satisfaire les conditions :

- (a) Irréversibilité : $\Gamma(s) \subset \Gamma(t)$;
- (b) Critère d'énergie minimale : $E^{tot}(U(t), \Gamma(t)) \leq E^{tot}(U(t), \Gamma'), \forall \Gamma' \text{ tq } \Gamma(t) \subset \Gamma'$;
- (c) Bilan énergétique : $E^{tot}(U(t), \Gamma(t)) \leq E^{tot}(U(t), \Gamma(s)), \forall s < t$.

D'après sa construction, ce critère doit redonner le critère de Griffith lorsque l'évolution de la fissuration est continue en fonction du temps. Supposons que nous n'avons qu'une seule fissure de longueur $x(t)$. Le critère devient :

- (a) Irréversibilité : $x(s) \leq x(t)$;
- (b) Critère d'énergie minimale : $E^{tot}(U(t), x(t)) \leq E^{tot}(U(t), x'), \forall x' \text{ tq } x(t) \leq x'$;
- (c) Bilan énergétique : $E^{tot}(U(t), x(t)) \leq E^{tot}(U(t), x(s)), \forall s < t$.

Nous allons expliquer comment ce critère se réduit à celui de Griffith en cas de continuité de x , et ce qu'il donne s'il y a un saut de taille de fissure, en essayant d'illustrer graphiquement les contraintes apportées par les trois conditions (a), (b), (c). Mais d'abord, remarquons que ce critère est clairement un critère de minimisation de l'énergie totale sous contrainte de croissance de la taille de fissure, à chaque instant. La condition (b) assure en effet que l'énergie de la solution est plus faible que celle des fissures plus grandes, (c) assure que l'énergie de la solution est plus faible que celle des solutions antérieures, pour le chargement actuel $U(t)$. Relions ceci au critère classique de Griffith.

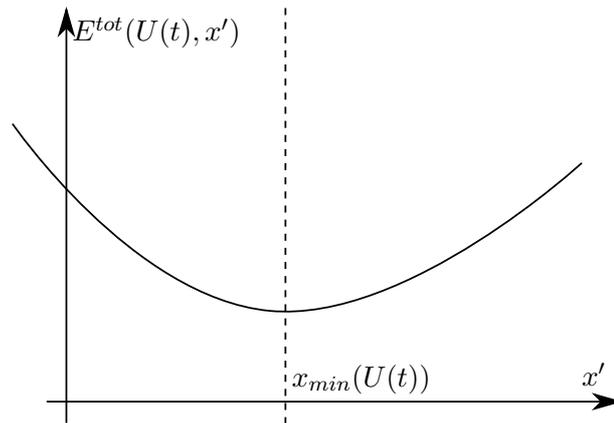


FIGURE 5.1 – Allure de l'énergie totale autour du minimum global

Cas x continu On s'intéresse tout d'abord à ce cas simple qui doit nous permettre de retrouver le critère de Griffith, celui où l'énergie totale est convexe (vers les x croissants), comme représenté sur la Fig. 5.1. Traçons l'énergie en fonction d'un état de fissuration x' , pour le chargement au temps t . Supposons que x_{min} soit le minimum local de l'énergie totale à proximité de la taille de fissure à un instant s juste avant t . x_{min} est alors caractérisé par :

$$\frac{\partial E^{tot}}{\partial x}(U(t), x_{min}) = 0 \quad (5.4)$$

La condition (b) nous dit que pour la solution $x(t)$ est l'énergie totale inférieure à toutes les tailles de fissures $x' \geq x(t)$. Cette condition est vérifiée (au moins localement) par tous les x' de la branche croissante de E^{tot} , c'est-à-dire tels que $x' > x_{min}$ (et éventuellement cesse d'être valable à partir d'un certain x_{max} mais on ne s'intéresse pas à cette question ici). La condition (a), impose que $x(t) \geq x(s \leq t)$. Si bien que (a) et (b) ensemble imposent :

$$x(t) \geq \max \{x(s \leq t), x_{min}(U(t))\} \quad (5.5)$$

La condition (c) va donc nous permettre de choisir parmi toutes ces possibilités. Elle nous dit en effet que pour le chargement $U(t)$, $x(t)$ est d'énergie totale plus faible que les états de fissuration antérieurs, qui sont donc de longueur de fissure inférieure ou égale. Ceci n'est pas vérifié sur la branche croissante de l'énergie, c'est-à-dire pour $x' > x_{min}(U(t))$, à moins que l'état de fissuration actuel ne soit égal aux précédents. Ainsi, $x(t)$ doit d'après (c) prendre la valeur la plus faible autorisée par (a) et (b), c'est-à-dire :

$$x(t) = \max \{x(s \leq t), x_{min}(U(t))\} \quad (5.6)$$

Quelle est alors la valeur du taux de relaxation de l'énergie et l'évolution de x , selon le cas ? Si $x(t) = x_{min}(U(t))$ on a :

$$\frac{\partial E^{tot}}{\partial x}(U(t), x(t)) = 0 \quad (5.7)$$

et $x(t) > x(s < t)$, donc $\dot{x} > 0$. Si en revanche $x(t) = \max \{x(s < t)\}$, alors x n'a pas varié ($\dot{x} = 0$), et la dérivée partielle de l'énergie totale par rapport à la taille de fissure est positive puisqu'on est à $x(t) > x_{min}(U(t))$:

$$\frac{\partial E^{tot}}{\partial x}(U(t), x(t)) \geq 0 \quad (5.8)$$

Si bien qu'on a dans tous les cas :

$$\begin{cases} \frac{\partial E^{tot}}{\partial x}(U(t), x(t)) \geq 0 \\ \dot{x}(t) \frac{\partial E^{tot}}{\partial x}(U(t), x(t)) = 0 \end{cases} \quad (5.9)$$

Ces deux équations étant, vu la définition de l'énergie totale, équivalentes aux deuxième et troisième condition du critère de Griffith.

Évolution discontinue de x On se place maintenant à un instant de discontinuité de x (Fig. 5.2). Cette fois l'énergie totale n'est pas convexe vers les x croissants à partir de la solution actuelle. Il y a donc deux minima locaux. Comme nous l'avons vu, le critère est un critère de minimum global sous contrainte de croissance de la fissuration. Il doit donc y avoir un saut de x au moment t^s où les deux minima locaux sont de même énergie totale. L'égalité de l'énergie totale pour ces deux minima locaux s'écrit :

$$E^{tot}(U(t), x(t_-^s)) = E^{tot}(U(t), x(t_+^s)) \quad (5.10)$$

Tandis que la solution à t_+^s vérifie, en tant que minimum local de l'énergie totale :

$$\frac{\partial E^{tot}}{\partial x}(U(t), x(t_+^s)) = 0 \quad (5.11)$$

On voit qu'en cas de discontinuité de taille de fissure, le minimum global de l'énergie totale entraîne une double condition d'égalité des énergies totales au moment du saut et de tangente

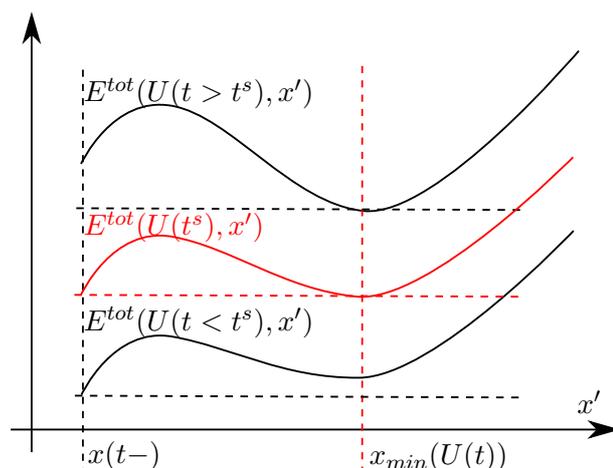


FIGURE 5.2 – Allure de l'énergie totale lorsqu'on a deux minima locaux en compétition

horizontale pour la solution après le saut (ce qui est également illustré dans la partie 5.3.3.1 de ce chapitre).

Ce critère est donc satisfaisant pour nous car il permet d'initier les fissures sans supposer de défauts initiaux. Nous présentons rapidement une extension possible de ce critère en un critère mixte prenant également en compte la contrainte le long du trajet de fissuration.

5.2.5 Critère de Leguillon

Ce critère est un critère mixte en contrainte et en énergie. Il s'agit, lors de l'initiation d'une fissure, de retarder éventuellement celle-ci par rapport à ce que l'on fait avec le critère énergétique de Francfort-Marigo, si la contrainte sur le trajet de fissuration est inférieure à un seuil [22, 21].

Ce critère est pensé pour représenter certains effets de taille. Leguillon argumente en fait qu'il n'est pas physique de considérer seulement un critère de rupture énergétique. Dans [22], il donne l'exemple suivant de la rupture d'une barre. Imaginons une barre chargée par déplacement imposé. Il est facile de calculer l'énergie potentielle qui est alors égale à l'énergie élastique stockée. L'énergie relâchée dans l'éventuelle rupture complète de la barre est égale à l'énergie potentielle elle aussi. Du coup, si l'on connaît l'énergie à dissiper par la fissuration, on arrive au résultat qu'il suffit d'allonger la barre suffisamment pour atteindre l'énergie potentielle qui égalise cette énergie dissipée. La barre casserait alors pour des contraintes d'autant plus faibles que la barre est longue. Il semble donc nécessaire dans ce cas de ne pas se fier à un critère énergétique mais à un critère en contrainte. Nous pensons cependant que ce raffinement supplémentaire du critère nécessaire de rupture n'est pas nécessaire dans notre cas puisque le béton, très hétérogène à toutes les échelles, contient de nombreux défauts qui induisent des concentrations de contraintes.

5.2.6 Conclusion sur les critères de rupture fragile

Nous décidons d'utiliser dans notre étude le critère de Francfort-Marigo, qui possède par rapport au critère de Griffith l'avantage d'autoriser les discontinuités de l'état de fissuration de manière tout à fait naturelle. On travaille en effet sur la minimisation de l'énergie totale plutôt que sur l'égalité de taux, ce qui supprime le problème de l'existence des dérivées de l'énergie par rapport à l'état de fissuration. On n'utilisera en revanche pas le critère de Leguillon puisqu'on pense que dans notre matériau béton, très hétérogène à toutes les échelles, il se trouve toujours un défaut microscopique qui crée la concentration de contrainte qui n'apparaît pas dans le champ de contrainte macroscopique.

Nous allons maintenant donner, sur un exemple simple tiré de la modélisation de l'alcali-réaction, une illustration de l'utilisation du critère de rupture que l'on a choisi.

5.3 Illustration de l'utilisation du critère de rupture énergétique en gonflement libre [9]

Cette section reprend librement un article publié dans *Cement and Concrete Research* en 2012 : Laurent Charpin and Alain Ehrlacher. A computational linear elastic fracture mechanics-based model for alkali-silica reaction. *Cement and Concrete Research*, 42(4) :613 – 625, 2012. Il s'agit d'une étude du gonflement libre lors de la réaction alcali-silice. Les hypothèses concernant la modélisation de l'attaque sont tout à fait semblables à celles que nous faisons dans notre modèle complet, qui sera présenté dans la troisième partie de ce mémoire, mais la mécanique est grandement simplifiée.

5.3.1 Restrictions de ce modèle

Ce modèle constitue notre première tentative pour comprendre le comportement d'un granulat et de son voisinage lors de l'alcali-réaction. L'objectif est de comprendre le rôle de la fissuration de la pâte de ciment dans le gonflement des bétons attaqués. On se restreint donc aux éléments les plus simples qui permettent de faire apparaître une fissure dans la pâte de ciment sous pression de gel. Notre modèle s'inspire de quelques idées de Bažant [3]. Soulignons cependant les principales différences. Tout d'abord, nous ne supposons pas la périodicité du milieu, mais supposons que chaque grain se comporte comme s'il était plongé dans une matrice infinie de pâte de ciment. Ensuite, les facteurs d'intensité de contrainte sont obtenus par élément finis, plutôt que par interpolation entre des solutions analytiques classiques. La variation de volume de la cavité sous pression est liée analytiquement à l'énergie élastique, tandis que chez Bažant elle est obtenue par intégration du facteur d'intensité de contrainte par rapport à la taille de fissure. Enfin, nous ne faisons pas d'hypothèses concernant la compressibilité du gel.

Nous cherchons en fait à construire une méthode fiable pour l'initiation et la propagation de fissure, dans la perspective de l'utiliser dans des cas plus compliqués, notamment sous chargement. Commençons cependant par décrire les hypothèses que nous faisons de façon à placer cette illustration du fonctionnement du critère de Francfort-Marigo (§ 5.2.4) dans le cadre de l'étude de l'alcali-réaction.

5.3.2 Description d'un volume élémentaire représentatif

Nous étudions dans cette partie le comportement d'un granulat entouré d'une matrice infinie de pâte de ciment, libre de contraintes à l'infini (Fig. 5.3). Les hypothèses principales sont les suivantes :

- les granulats sont sphériques ;
- l'attaque se produit de manière homogène depuis la surface des granulats, une fraction volumique ρ du grain est dissoute, correspondant au contenu en silice réactive. C'est une hypothèse importante, comme nous l'avons souligné dans notre chapitre de bibliographie sur l'alcali-réaction (§ 1.4), liée au choix de modéliser l'attaque sur des granulats à réactivité rapide. Pour ce type de granulats, la réaction se passe essentiellement en surface, ce qui entraîne une montée en pression au niveau de l'interface et une fissuration de la pâte de ciment. Le cas des granulats à réactivité lente n'est pas abordé dans cet exemple, ni dans ce mémoire. On en trouve des modélisations chez Ben Haha, Dunant ou Reinhardt [4, 5, 13, 14, 30].

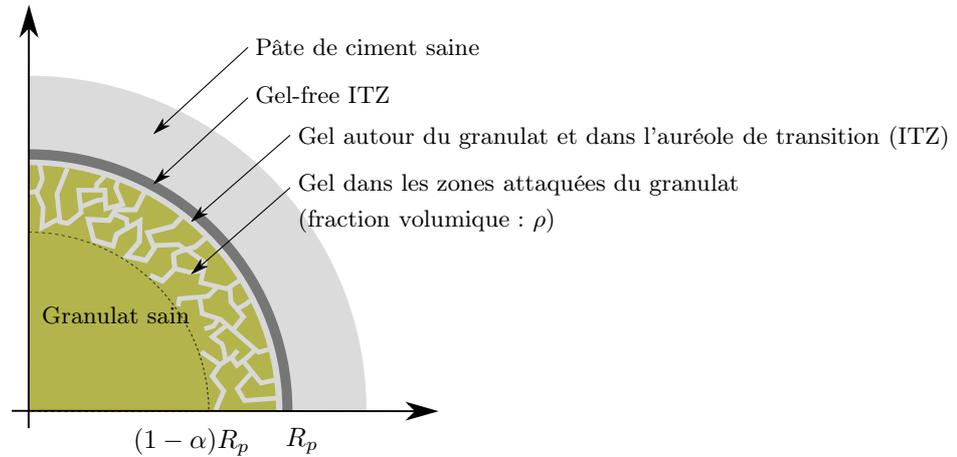


FIGURE 5.3 – Site réactif pour notre modèle de fissuration lors de l’alcali-réaction en gonflement libre

- la première couche de pâte de ciment autour du grain est l’auréole de transition (*ITZ*), d’épaisseur l_c d’ordre de grandeur $1\mu\text{m}$, zone plus poreuse que le reste de la pâte de ciment. Le gel peut pénétrer dans cette zone mais pas au delà dans la pâte de ciment. On la suppose de porosité 1. Le remplissage de cette zone se fait à mesure que la pression augmente. La présence de cette zone poreuse et peu résistante s’ajoute au fait que la dissolution se fait en surface du granulat et appuie l’hypothèse que dès que l’attaque démarre, le grain n’est plus solidaire de la pâte de ciment (c’est une hypothèse que nous abandonnons dans notre modèle plus complexe, dans la troisième partie).
- les granulats sont isolés mécaniquement : chacun d’entre eux ne voit que la pâte de ciment infinie. C’est une hypothèse très restrictive car dans les bétons la proportion de granulats est très importante. L’amélioration de la description micromécanique sera présentée dans la troisième partie également.

On appelle R_p le rayon de la cavité dans la pâte de ciment, et également le rayon du granulat avant l’attaque. Le granulat est attaqué chimiquement de sorte qu’une fraction ρ de son volume est remplacée par un gel, progressivement, à partir de sa surface. Le degré d’attaque est décrit par le paramètre $\alpha \in [0; 1]$. Le rayon de la partie saine du granulat en configuration relâchée est $(1 - \alpha)R_p$. Le volume total de granulat non dissout en configuration relâchée s’écrit :

$$V_{a0}(\alpha) = \frac{4}{3}\pi R_p^3 \left[(1 - \alpha)^3 + (1 - \rho) \left[1 - (1 - \alpha)^3 \right] \right] \quad (5.12)$$

Le granulat et la pâte de ciment ont un comportement élastique, linéaire et isotrope, caractérisé par leur module d’Young et coefficient de Poisson (E_a, ν_a) et (E_c, ν_c) . Le module d’incompressibilité du gel est noté K_g .

On suppose que la réaction chimique et l’absorption d’eau par les produits de réaction ont pour conséquence que le gel produit occupe, en configuration relâchée, un volume δ fois supérieur au volume de granulat dissout. Le volume relâché de gel au degré d’attaque α s’écrit donc :

$$V_0(\alpha) = \frac{4\pi}{3}\delta\rho R_p^3 \left[1 - (1 - \alpha)^3 \right] \quad (5.13)$$

Soulignons que δ est un paramètre effectif qui résume plusieurs phénomènes physiques non décrits explicitement ici (voir nos remarques sur les propriétés des gels au § 1.5.1.2). Nous choisissons par simplicité de le considérer comme une constante. On suppose également que le gel est

suffisamment peu visqueux pour que sa migration se produise rapidement par rapport à sa création, de sorte qu'il est à pression homogène à chaque instant. Nous allons étudier la fissuration de la pâte de ciment provoquée par l'augmentation de la pression due à l'accumulation de gel. Les quantités relatives au gel, au granulat et à la pâte de ciment sont repérées respectivement par les indices g , a et c .

5.3.2.1 Étude de la situation juste après l'apparition d'une fissure axisymétrique

Nous supposons que la fissure brise la symétrie sphérique du système mais conserve une symétrie cylindrique. La pâte de ciment est fissurée par une fissure en forme d'anneau, ou penny-shaped, dans le plan $(0, \underline{e}_x, \underline{e}_y)$. La fissure est concentrique avec le granulat (Fig. 5.4).

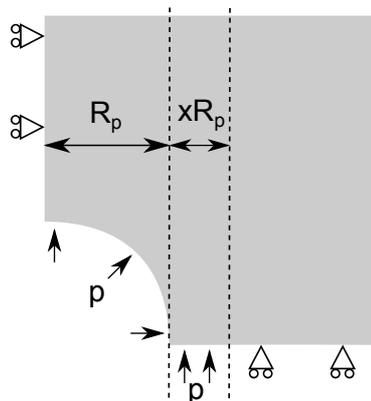


FIGURE 5.4 – Schéma de la fissure axisymétrique considérée, et conditions aux limites utilisées pour les simulations pas éléments finis

On suppose que lorsque la pression atteint, en configuration non fissurée, une pression critique, une fissure de taille finie est créée instantanément. Le rayon intérieur de cette fissure est celui de la cavité R_p , son rayon extérieur est $(1+x)R_p$. x est ainsi un paramètre sans dimension décrivant la taille relative de la fissure. La surface d'une telle fissure s'écrit :

$$S(x) = \pi R_p^2 [(1+x)^2 - 1] \quad (5.14)$$

5.3.2.2 Pression du gel

Cette fissuration instantanée provoque conjointement l'augmentation du volume accessible au gel et la diminution de sa pression. On note la pression du gel $P(\alpha, x)$, de façon à rendre explicite sa dépendance en le degré d'attaque et la taille de fissure. Les autres dépendances ne sont pas notées explicitement. Faisons un bilan de volume de gel.

Point de vue du gel

La pression P et le volume déformé du gel V_g sont reliés par la loi de comportement du gel :

$$V_g(\alpha, x) = V_0(\alpha) \left[1 - \frac{P(\alpha, x)}{K_g} \right] \quad (5.15)$$

Point de vue du solide

En configuration fissurée, nous utilisons tout d'abord l'analyse dimensionnelle pour réduire le nombre de cas à simuler par éléments finis pour notre estimation du volume accessible au gel.

Considérons le problème représenté sur la Fig. 5.4 dans lequel la pâte de ciment fissurée est soumise à une pression P au niveau de la surface de la cavité et sur les lèvres de la fissure.

On cherche la variation de volume de la cavité sous pression. Cette grandeur est susceptible de dépendre de la pression P , du rayon de la cavité R_p , de la taille relative de fissure x , du module d'Young et du coefficient de Poisson de la pâte de ciment (E_c, ν_c).

Tout d'abord, de par la linéarité de ce problème d'élasticité, la variation de volume est proportionnelle à la pression P . Ensuite, l'analyse dimensionnelle permet d'écrire la variation de volume sous la forme $\Delta V_c = R_p^3 f(\frac{P}{E_c}) g(x, \nu_c)$, où les fonctions f et g sont sans dimension. On rappelle que la variation de volume est proportionnelle à la pression, donc s'écrit nécessairement $\Delta V_c = R_p^3 \frac{P}{E_c} g(x, \nu_c)$.

On choisit de l'écrire en fonction des deux variables, α et x , qui décrivent l'état du système de la manière suivante :

$$\Delta V_c(\alpha, x) = \frac{4}{3} \pi R_p^3 \frac{P(\alpha, x)}{E_c} \Delta v(x) \quad (5.16)$$

Où $\frac{4}{3} \pi \Delta v(x)$ est la variation de volume lorsqu'un pore de rayon unitaire entouré d'une fissure de taille x dans un matériau de module d'Young unitaire et de coefficient de Poisson ν_c est soumis à une pression unitaire. Δv dépend bien sûr de ν_c mais on ne rappelle pas systématiquement cette dépendance. Cette fonction est calculée par éléments finis à partir de l'énergie élastique stockée dans le matériau, comme on l'explique dans le § 5.3.2.2. Si le matériau n'est pas fissuré, on a une expression analytique de cette variation de volume :

$$\Delta v(0) = \frac{3}{2} (1 + \nu_c) \quad (5.17)$$

Le volume accessible au gel s'écrit donc comme la somme de quatre termes :

- le volume libéré par la dissolution du grain :

$$\frac{4}{3} \pi R_p^3 \rho \left[1 - (1 - \alpha)^3 \right] \quad (5.18)$$

- le volume libéré par la compression hydrostatique de la partie restante du grain, en proportion $(1 - \rho)$ dans la zone attaquée (équation 5.12), qui s'exprime facilement grâce au module d'incompressibilité du grain $K_a = \frac{E_a}{3(1-2\nu_a)}$:

$$\frac{P(\alpha, x)}{K_a} V_{a0}(\alpha) \quad (5.19)$$

- la contribution de la pâte de ciment $\Delta V_c(\alpha, x)$ (voir équation 5.16) :
- le volume de gel qui pénètre dans l'auréole de transition, que nous avons choisi proportionnel à la pression jusqu'au remplissage complet de ce volume, qui se produit à la pression P_0 , et à la surface de granulat :

$$V^{ITZ} = 4\pi R_p^2 l_c \min\left(1, \frac{P}{P_0}\right) \quad (5.20)$$

Le volume disponible est obtenu par addition de ces contributions (équations 5.18, 5.19, 5.16, 5.20) :

$$V_g(\alpha, x) = \frac{4}{3} \pi R_p^3 \left\{ \rho \left[1 - (1 - \alpha)^3 \right] + \frac{P(\alpha, x)}{K_a} \left[(1 - \alpha)^3 + (1 - \rho) \left[1 - (1 - \alpha)^3 \right] \right] + \frac{P(\alpha, x)}{E_c} \Delta v(x) + \frac{3}{R_p} l_c \min\left(1, \frac{P}{P_0}\right) \right\} \quad (5.21)$$

La pression est ensuite déterminée par résolution d'une équation affine par morceaux en la pression $P(\alpha, x)$, obtenue par égalisation de nos deux expressions du volume déformé de gel V_g (équations 5.15 et 5.21) :

$$\text{Si } P > P_0, P(\alpha, x) = \frac{(\delta - 1)\rho [1 - (1 - \alpha)^3] - \frac{3l_c}{R_p}}{\frac{\delta\rho[1-(1-\alpha)^3]}{K_g} + \frac{\Delta v(x)}{E_c} + \frac{(1-\alpha)^3+(1-\rho)[1-(1-\alpha)^3]}{K_a}} \quad (5.22)$$

$$\text{Si } P < P_0, P(\alpha, x) = \frac{(\delta - 1)\rho [1 - (1 - \alpha)^3]}{\frac{\delta\rho[1-(1-\alpha)^3]}{K_g} + \frac{\Delta v(x)}{E_c} + \frac{(1-\alpha)^3+(1-\rho)[1-(1-\alpha)^3]}{K_a} + \frac{3l_c}{P_0 R_p}} \quad (5.23)$$

Ces deux expressions sont identiques pour $P = P_0$. En conséquence, le passage de l'équation 5.23 à l'équation 5.22 n'entraîne pas de discontinuité de la pression. La dépendance de la pression en R_p passe par l'intermédiaire de la taille de fissure relative x , qui dépend de R_p , et est explicite dans le terme lié à l'auréole de transition.

Énergie élastique stockée . L'énergie élastique emmagasinée dans le grain et le gel s'écrivent analytiquement :

Énergie élastique emmagasinée dans le gel

$$E_g^{el}(\alpha, x) = \frac{1}{2} \frac{P^2(\alpha, x)}{K_g} V_0(\alpha) = \frac{2\pi}{3} \frac{\rho\delta R_p^3}{K_g} [1 - (1 - \alpha)^3] P^2(\alpha, x) \quad (5.24)$$

Énergie élastique emmagasinée dans le granulat

$$E_a^{el}(\alpha, x) = 2\pi R_p^3 [(1 - \alpha)^3 + (1 - \rho) [1 - (1 - \alpha)^3]] \frac{1 - 2\nu_a}{E_a} P^2(\alpha, x) \quad (5.25)$$

Énergie élastique emmagasinée dans la pâte de ciment

On ne dispose pas d'expression analytique pour la pâte de ciment, mais on utilise la même approche que pour l'estimation de la variation de volume de la cavité due à la déformation de la pâte de ciment. On s'intéresse à l'énergie élastique emmagasinée dans la pâte de ciment sous pression P . Celle-ci dépend de P , R_p , x et du couple (E_c, ν_c) . L'analyse dimensionnelle permet d'écrire l'énergie élastique de la façon suivante : $E_c^{el} = R_p^3 \frac{P^a}{E_c^{a-1}} g(x, \nu_c)$ où $a \in \mathbb{R}$ et g est sans dimension. La linéarité du problème permet de dire que l'énergie est proportionnelle à P^2 , ce qui impose $a = 2$. On écrit enfin l'énergie comme suit :

$$E_c^{el}(\alpha, x) = 2\pi R_p^3 \frac{P^2(\alpha, x)}{E_c} e(x) \quad (5.26)$$

Où $2\pi e(x)$ est l'énergie élastique emmagasinée sous pression unitaire autour d'une cavité de rayon unitaire, pour une fissure de taille x , avec un matériau de module d'Young unitaire et coefficient de Poisson ν_c qui n'est pas mentionné explicitement dans ces expressions. S'il n'y a pas de fissure, on a l'expression analytique suivante pour l'énergie adimensionnelle emmagasinée :

$$e(0) = \frac{1 + \nu_c}{2} \quad (5.27)$$

Les valeurs numériques de cette fonction pour $x > 0$ sont calculées par éléments finis (Fig. 5.5). Cela nous donne également les valeurs de la variation de volume adimensionnelle $\Delta v(x)$, puisque ces deux quantités sont reliées par l'égalité de l'énergie élastique emmagasinée et du travail de la pression :

$$E_c^{el}(\alpha, x) = \frac{1}{2}P(\alpha, x)\Delta V_c(\alpha, x) \quad (5.28)$$

D'où :

$$\Delta v(x) = 3e(x) \quad (5.29)$$

Cette courbe (Fig. 5.5) admet une tangente horizontale en $x = 0$: $\frac{\partial e(x)}{\partial x}(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0$

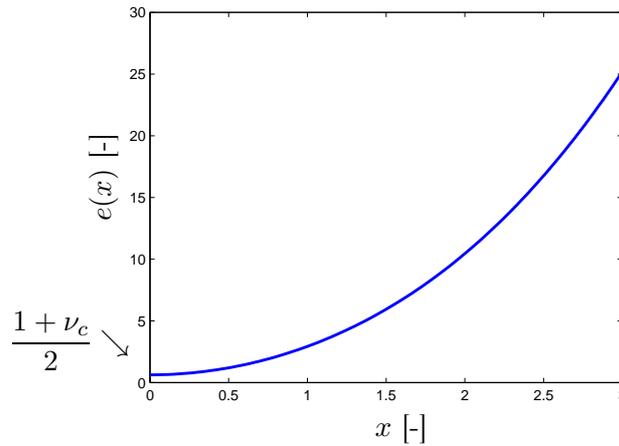


FIGURE 5.5 – Estimation par éléments finis de l'énergie élastique emmagasinée

Énergie élastique totale en configuration fissurée on récapitule enfin les différentes contributions pour écrire l'énergie élastique totale en configuration fissurée :

$$E_{total}^{el}(x, \alpha) = 2\pi R_p^3 \left[\frac{\delta\rho(1 - (1 - \alpha)^3)}{3K_g} + \frac{e(x)}{E_c} + [(1 - \alpha)^3 + (1 - \rho)(1 - (1 - \alpha)^3)] \frac{1 - 2\nu_a}{E_a} \right] P^2(\alpha, x) \quad (5.30)$$

5.3.3 Étude thermodynamique de l'initiation et la propagation de la fissure. Critère énergétique

Nous mettons ici en œuvre concrètement le critère de rupture de Francfort-Marigo présenté au § 5.2.4. Nous commençons par rassembler les énergies calculées dans les paragraphes précédents afin de construire la fonction que nous allons minimiser.

5.3.3.1 Bilan énergétique

La création de fissure dissipe de l'énergie provenant de la relaxation d'énergie élastique. L'énergie relâchée s'écrit :

$$E^{rel}(\alpha, x) = E_{total}^{el}(\alpha, 0) - E_{total}^{el}(\alpha, x) \quad (5.31)$$

D'après l'équation 5.30, on remarque que l'énergie relâchée $E^{rel}(\alpha, x)$ est proportionnelle à R_p^3 , c'est-à-dire qu'on peut écrire $E^{rel}(\alpha, x) = \pi R_p^3 e^{rel}(\alpha, x)$ où $e^{rel}(\alpha, x)$ est indépendant de R_p .

$$e^{rel}(\alpha, x) = 2 \left[(P^2(\alpha, 0) - P^2(\alpha, x)) \left(\frac{\delta\rho(1 - (1 - \alpha)^3)}{3K_g} \right) + \frac{[(1 - \alpha)^3 + (1 - \rho)(1 - (1 - \alpha)^3)](1 - 2\nu_a)}{E_a} \right) + \frac{\frac{1+\nu_c}{2}P^2(\alpha, 0) - e(x)P^2(\alpha, x)}{E_c} \right] \quad (5.32)$$

Si l'on fait l'hypothèse que l'énergie nécessaire pour créer une fissure $E^{diss}(x)$ est proportionnelle à sa surface, elle est donc proportionnelle à R_p^2 , et peut être écrite sous la forme $E^{diss}(x) = \pi R_p^2 e^{diss}(x)$ où $e^{diss}(x)$ est indépendant de R_p et s'écrit :

$$e^{diss}(x) = G_c [(1 + x)^2 - 1] \quad (5.33)$$

La création de fissure au degré d'attaque α n'est possible que si :

$$\exists x \in]0, +\infty[, E^{rel}(\alpha, x) \geq E^{diss}(x) \quad (5.34)$$

C'est une condition nécessaire de fissuration que l'on considère comme suffisante. On utilise donc l'égalité des énergies dissipée et relâchée comme critère d'initiation de fissure. Nous sommes désormais capables de calculer toutes les énergies dont nous avons besoin, et pouvons donc commenter l'allure des courbes de l'énergie en fonction de tailles de fissure pour mieux comprendre le déroulement de la fissuration (Fig. 5.6 et 5.7). L'expression analytique de E^{diss} est connue (équation 5.33). $E^{rel}(x)$ a les limites suivantes à α constant :

- $E^{rel}(\alpha, x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0$ car il n'y a pas de relaxation d'énergie sans apparition de fissure à α constant ;
- $\frac{\partial E^{rel}}{\partial x}(\alpha, x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0$ car cette grandeur est proportionnelle à $\frac{\partial e(x)}{\partial x}(x)$ (voir équations 5.32, 5.29, 5.22, et 5.23) qui a une asymptote horizontale en $x = 0$ (voir Fig. 5.5) ;
- $E^{rel}(\alpha, x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} E_{total}^{el}(\alpha, 0)$ et $\frac{\partial E^{rel}}{\partial x}(\alpha, x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$ puisque l'énergie élastique emmagasinée dans une structure contenant une fissure de taille infinie est nulle.

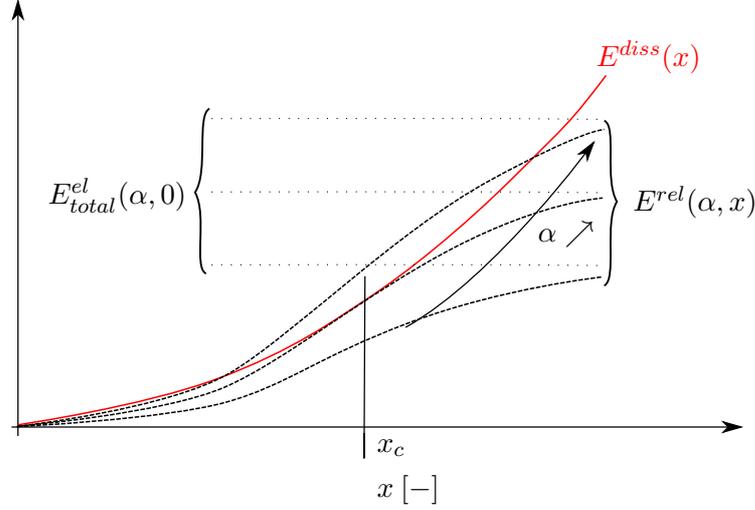
Lorsque x est constant, E^{rel} est croissant avec α . Nous représentons donc l'allure de $E^{rel}(x)$ pour différentes valeurs de α (Fig. 5.6).

Expliquons la création de fissure :

- Au départ $\alpha = 0$, donc $E^{rel} = 0$.
- L'attaque démarre, c'est-à-dire que α augmente. On a donc $E_{total}^{el}(\alpha, 0) > 0$ et $E^{rel}(\alpha, x) > 0$. Cependant, on a $\frac{dE^{diss}}{dx}(x = 0) > 0$ alors que $\frac{\partial E^{rel}}{\partial x}(\alpha, x = 0) = 0$, au début de l'attaque on a donc $\forall x, E^{rel}(\alpha, x) < E^{diss}(x)$, c'est-à-dire qu'aucune taille de fissure ne permet de relâcher assez d'énergie pour égaliser l'énergie dissipée correspondante.
- Comme on a choisi d'utiliser un critère énergétique, une fissure de taille critique x_c sera créée dès qu'on atteindra le degré de réaction α tel que :

$$\exists x \mid E^{rel}(\alpha, x) = E^{diss}(x) \quad (5.35)$$

Étant donné que $\alpha \leq 1$, il est possible que cela ne se produise pas. Dans ce cas, même au degré d'attaque maximal, aucune fissure n'est créée. Ce cas de figure est commenté au § 5.3.3.2. De plus, l'augmentation continue du chargement fait que le degré d'attaque le plus petit pouvant entraîner la création d'une fissure de taille x_c est également caractérisé par


 FIGURE 5.6 – Énergies dissipée et relâchée par la création d'une fissure de taille x

le fait que l'énergie relâchée E^{rel} et l'énergie dissipée E^{diss} sont tangentes (leurs dérivées par rapport à la taille de fissure sont égales) en ce point (Fig. 5.6). Pour un granulat de taille R_p , la solution $(\alpha_c(R_p), x_c(R_p))$ est complètement caractérisée par :

$$\begin{cases} E^{rel}(\alpha_c(R_p), x_c(R_p)) = E^{diss}(x_c(R_p)) \\ \frac{\partial E^{rel}}{\partial x}(\alpha_c(R_p), x_c(R_p)) = \frac{dE^{diss}}{dx}(x_c(R_p)) \end{cases} \quad (5.36)$$

Ces deux conditions se traduisent en terme de dérivées des énergies par l'égalité des deux surfaces grises sur la Fig. 5.7.

- Après l'initiation de la fissure, on étudie sa propagation. On suppose que l'existence de la fissure ne modifie pas l'attaque du grain qui reste sphérique et caractérisée par α . Notre système est dans l'état d'attaque et de fissuration (α_c, x_c) , et on cherche à déterminer son évolution lors de l'augmentation de α . Cette évolution est décrite par l'équation en taux $\frac{\partial E^{rel}}{\partial x}(\alpha, x) = \frac{dE^{diss}}{dx}(x)$. Comme $\frac{\partial^2 E^{rel}}{\partial x^2}(\alpha, x) < 0$ et $\frac{d^2 E^{diss}}{dx^2}(x) > 0$ autour du point actuel (α, x) (Fig. 5.7), et $\frac{\partial E^{rel}}{\partial x}(\alpha, x)$ est continu en α , x évolue désormais continument avec α lors de son augmentation. La propagation est donc stable.

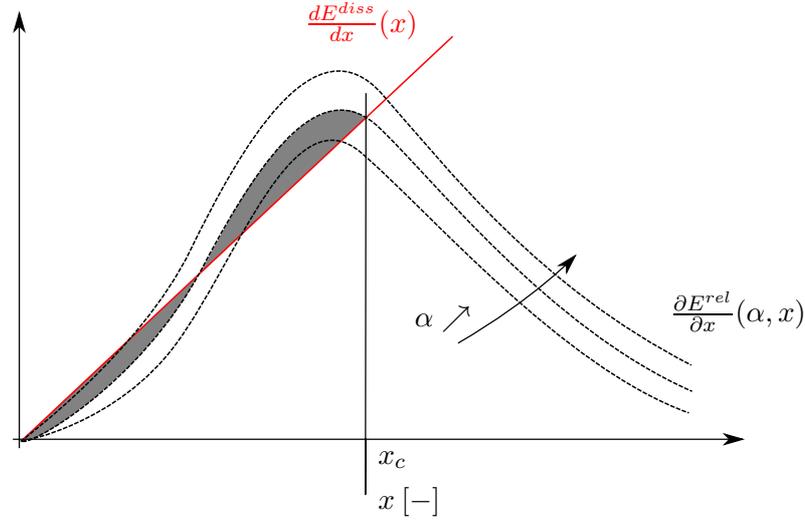
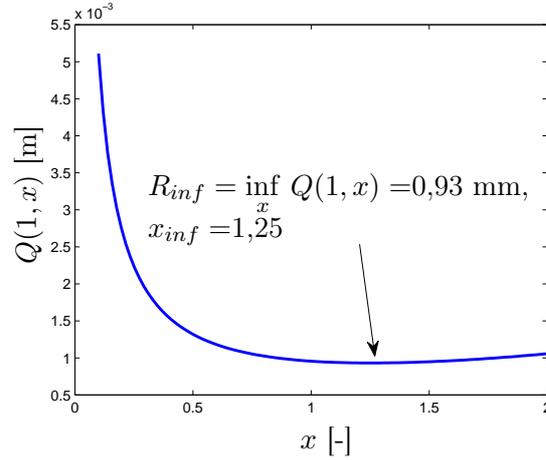
5.3.3.2 Taille minimale de grain entraînant la fissuration de la pâte de ciment

Si l'on fixe tous les paramètres de notre modèle $(K_g, \delta, l_c, P_0, \rho, (E_c, \nu_c), (E_a, \nu_a))$, comme $E^{diss}(x) = \pi R_p^2 e^{diss}(x)$ et $E^{rel}(\alpha, x) = \pi R_p^3 e^{rel}(\alpha, x)$ (où e^{diss} et e^{rel} sont indépendantes de R_p), à degré d'attaque donné α , les tailles de grains pour lesquelles la fissuration est possible vérifient $\exists x \mid E^{diss}(x) \leq E^{rel}(\alpha, x)$, ou de manière équivalente $\exists x \mid \frac{e^{diss}(x)}{e^{rel}(\alpha, x)} \leq R_p$. On peut ainsi écrire à α donné la plus petite taille de grain pouvant entraîner la fissuration :

$$R_{p,inf}(\alpha) = \inf_x \frac{e^{diss}(x)}{e^{rel}(\alpha, x)} = \inf_x Q(\alpha, x) \quad (5.37)$$

Il existe donc une taille de grain minimale R_{inf} en dessous de laquelle la fissuration est impossible, ce qui signifie que la pression générée par l'attaque complète du grain n'est pas suffisante pour fissurer la pâte de ciment. Sous ce rayon R_{inf} ,

$$\forall x, E^{rel}(1, x) \leq E^{diss}(x) \quad (5.38)$$


 FIGURE 5.7 – Taux de relaxation et de dissipation d'énergie pour une fissure de longueur x

 FIGURE 5.8 – Rapport minimisé pour déterminer la plus petite taille de grain qui permet la fissuration et la taille de fissure correspondante (R_{inf}, x_{inf}) : $Q(1, x) = \frac{e^{diss}(x)}{e^{rel}(1, x)}$

Ce rayon minimal pouvant entraîner la fissuration dépend de $\frac{G_c}{E_c}$, $\frac{E_c}{K_g}$, ν_c , δ , l_c , P_0 , ρ , $\frac{E_c}{E_a}$ et ν_a .

On peut alors tracer le rapport $Q(1, x) = \frac{e^{diss}(x)}{e^{rel}(1, x)}$ que l'on utilise pour déterminer R_{inf} (Fig. 5.8), dans le cas simplifié où $\rho = 1$, $l_c = 0$ (P_0 n'a alors plus d'influence). On obtient également les tailles de fissures correspondantes x_{inf} (ce n'est pas la plus petite taille de fissure, mais celle qui correspond à R_{inf}). Prenons $E_c = 20$ GPa, $E_g = 60$ GPa, $\nu_c = \nu_g = 0.25$, $G_c = 40$ J.m⁻², $K_g = 1$ GPa et $\delta = 1.03$. Le coefficient de Poisson et le module d'Young sont classiques pour une pâte de ciment et un granulat, l'énergie de fissuration est tirée de Wittmann [38], et les deux derniers paramètres sont fixés arbitrairement. L'influence de leur valeur sera commentée dans le § 5.3.4.

5.3.4 Résultats numériques : effet de la taille de grain sur l'initiation de fissuration

On étudie dans cette partie le comportement du modèle de fissuration. Pour nous concentrer sur ce point, on fixe $l_c = 0$ et $\rho = 1$. Dès la création du gel, une montée en pression est observée.

Nous allons tout d'abord étudier l'influence de la taille de grain R_p , du coefficient de gonflement du gel δ et du module d'incompressibilité du gel K_g sur l'initiation de la fissuration et la taille de fissure lorsque l'attaque se termine. Les autres paramètres sont mieux connus et restent fixés aux valeurs suivantes : $E_c = 20$ GPa, $E_g = 60$ GPa, $\nu_c = \nu_g = 0,25$ et $G_c = 40$ J.m⁻².

5.3.4.1 Étude des tailles de fissure initiales et finales

Plus petite taille de fissure entraînant la fissuration : R_{inf} . Nous étudions tout d'abord les variations de R_{inf} avec δ et K_g . Cette étude est justifiée par la mauvaise connaissance que l'on a des valeurs de ces paramètres, comme expliqué dans notre chapitre bibliographique sur l'alcali-réaction (§ 1.5.1.2). Ces valeurs peuvent varier en fonction du degré d'humidité et évoluer durant la durée de vie du gel. Il semble peu raisonnable de pouvoir utiliser directement des valeurs déterminées expérimentalement.

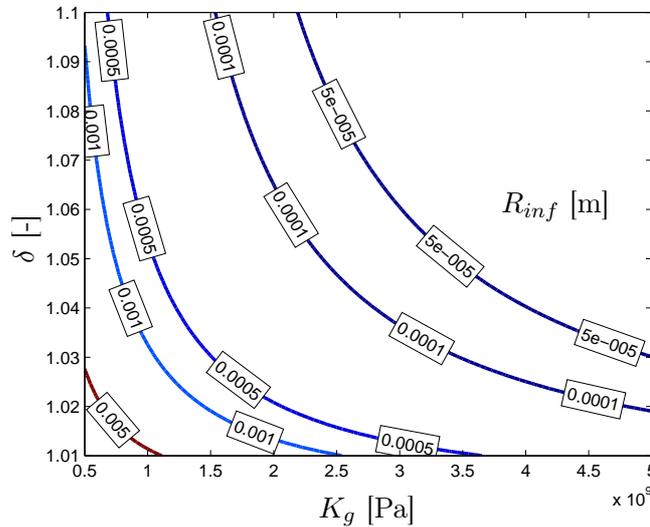


FIGURE 5.9 – Plus petite taille de grain entraînant la fissuration : $R_{inf}(\delta, K_g)$

On voit sur la Fig. 5.9 (construite à partir de l'équation 5.37 pour diverses valeurs de K_g et δ) que l'augmentation du coefficient de gonflement du gel δ ou du module d'incompressibilité K_g diminue la taille du plus petit granulat pouvant entraîner la fissuration. Lorsque $\delta \rightarrow 1$, la fissuration devient impossible, tout comme lorsque le gel est trop souple ($K_g \rightarrow 0$).

Tailles initiales et finales de fissure en fonction de R_p , K_g , et δ . Ces trois paramètres sont très importants pour déterminer l'initiation et la propagation de fissure, comme on le voit sur les figures 5.10, 5.11, 5.12 sur lesquelles sont représentées la taille initiale, ou critique de fissure (x_c , pour $\alpha = \alpha_c$) et la taille finale de fissure (x_{max} pour $\alpha = 1$). Les deux paramètres inchangés sur chaque figure prennent les valeurs $K_g = 1$ GPa, $\delta = 1,03$ et $R_p = 1,5$ mm .

On observe un comportement similaire en faisant varier chacun de ces trois paramètres (Fig. 5.10, 5.11, 5.12) : pour les valeurs faibles, la fissuration est impossible, même à attaque maximale ($\alpha = 1$). Lorsqu'on augmente la valeur du paramètre, l'attaque se produit. La taille de fissure initiale diminue alors (x_c défini par l'équation 5.36) tandis que la taille de fissure finale augmente (x_{max}).

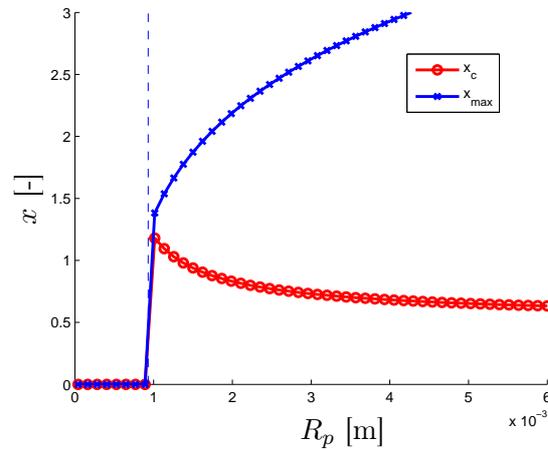


FIGURE 5.10 – Tailles de fissure relatives initiale (x_c) et finale (x_{max}) en fonction de la taille de grain R_p . $K_g = 1$ GPa et $\delta = 1,03$

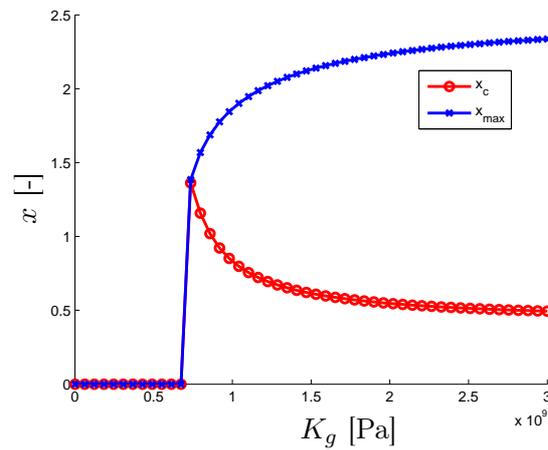


FIGURE 5.11 – Tailles de fissure relatives initiale (x_c) et finale (x_{max}) en fonction du module d'incompressibilité du gel K_g . $\delta = 1,03$ and $R_p = 1,5$ mm

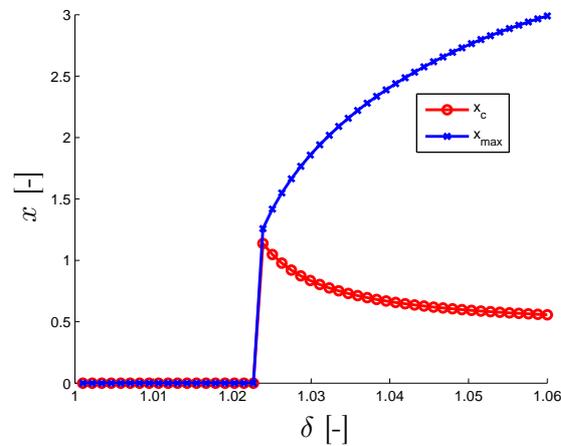


FIGURE 5.12 – Tailles de fissure relatives initiale (x_c) et finale (x_{max}) en fonction du coefficient de gonflement du gel δ . $K_g = 1$ GPa et $R_p = 1,5$ mm

Degré d'attaque correspondant à l'initiation en fonction de la taille de grain. On se base sur le critère énergétique expliqué au § 5.3.3 pour déterminer le degré d'attaque permettant l'initiation d'une fissure. On remarque tout d'abord que plus le grain est grand, plus un degré

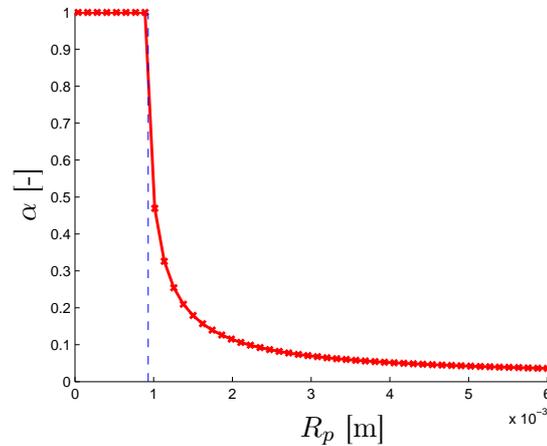


FIGURE 5.13 – Degré d'attaque à l'initiation de la fissuration en fonction de la taille de granulat. $K_g = 1$ GPa et $\delta = 1,03$

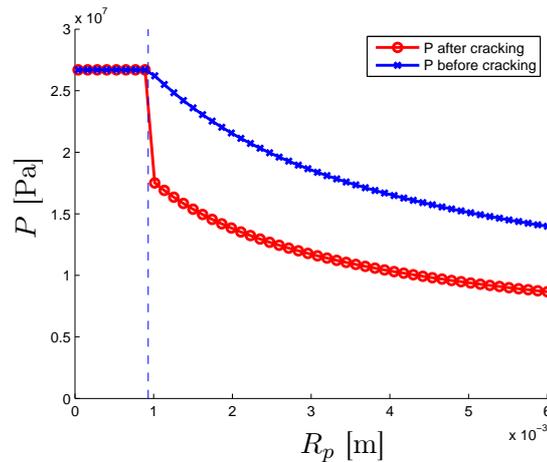


FIGURE 5.14 – Pression juste avant et juste après l'initiation. $K_g = 1$ GPa et $\delta = 1,03$

d'attaque faible est suffisant pour fissurer (Fig. 5.13), et que les pressions développées sont alors plus faibles, ainsi que le saut de pression (Fig. 5.14). L'ordre de grandeur des pressions est correct si l'on compare aux mesures de Struble [34] montrant des pressions de 10 MPa développées par des gels synthétiques, qui est également la pression utilisée par Shin dans ses simulations par éléments finis sur des images de bétons attaqués [33].

La profondeur absolue d'attaque αR_p à initiation n'évolue pas de manière monotone en fonction de la taille de grain (Fig. 5.15). Les tailles intermédiaires fissurent pour une profondeur moins importante.

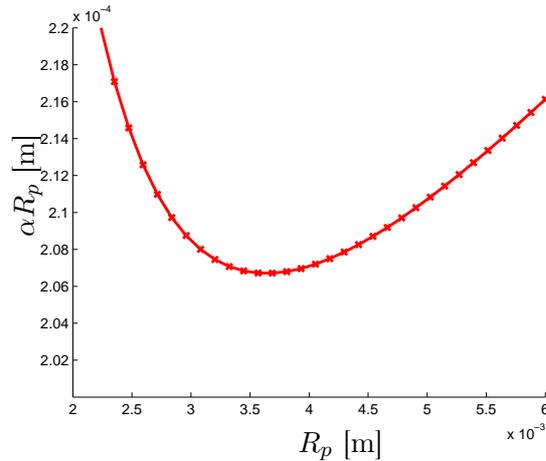


FIGURE 5.15 – Profondeur d’attaque à l’initiation de la fissure en fonction de la taille de granulat. $K_g = 1$ GPa and $\delta = 1,03$

5.3.4.2 Étude de l’évolution complète d’une fissure, influence d’un défaut initial

Une fois que la fissure est initiée, on suit sa propagation en fonction du degré d’attaque. Dans les applications présentées on a généralement supposé qu’il n’y avait pas de défaut initial, mais on souhaite ici tester les conséquences de cette hypothèse. On choisit la taille de grain $R_p=1,5$ mm, et on essaie différentes tailles de défauts, choisissant x entre 0 et 1 au démarrage de l’attaque. On représente l’évolution de la taille de fissure x et de la pression P en fonction du degré d’attaque α , pour 10 tailles de défauts allant de $x = 0$ (courbe pointillée bleue) à $x = 1$.

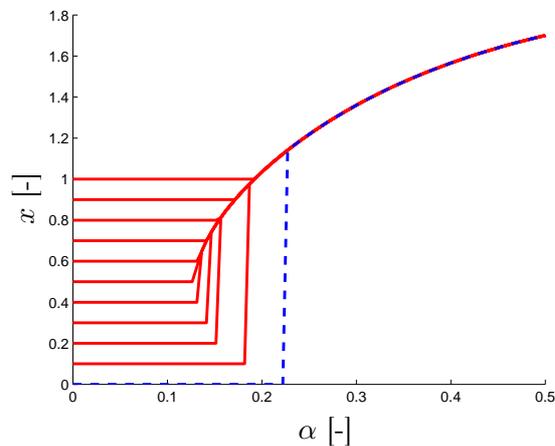


FIGURE 5.16 – Taille relative de fissure $x(\alpha)$ (défaut initial de $x = 0$ (pointillés) à $x = 1$). $K_g = 1$ GPa, $\delta = 1,03$ et $R_p=1,5$ mm

On remarque l’existence d’une taille de défaut critique au delà de laquelle il n’y a plus de saut de taille de fissure (Fig. 5.16), et qui vaut ici approximativement $x=0,4$. D’autres simulations ont montré que cette taille critique dépend de la taille du grain. Plus le défaut est petit, plus la pression nécessaire pour propager la fissure est élevée (Fig. 5.17). Une fois passé le saut de fissure, le comportement est identique qu’il y ait un défaut initial ou non.

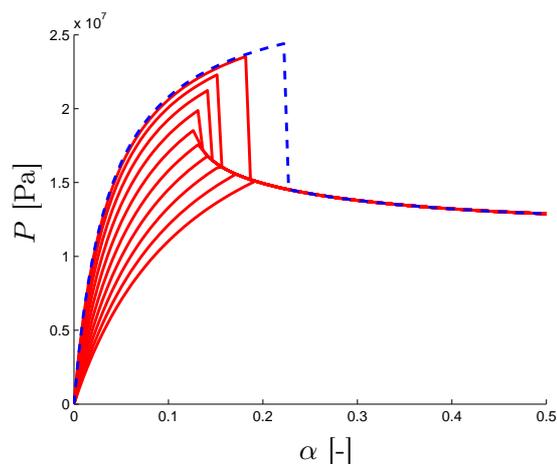


FIGURE 5.17 – Pression $P(\alpha)$ (défaut initial de $x = 0$ (pointillés) à $x = 1$). $K_g = 1$ GPa, $\delta = 1,03$ et $R_p = 1,5$ mm

5.3.5 Conclusion sur le modèle de gonflement libre

Nous avons présenté un modèle très simple d'alcali-réaction en gonflement libre. Ce modèle strictement mécanique inspiré en partie par les modèles de Bažant [3] et Multon [26] résume l'attaque par le remplacement d'une partie du granulat par du gel, depuis la surface extérieure du grain. Nous retiendrons cette idée lors de modélisations ultérieures.

Ce modèle simple de gonflement libre nous a permis d'illustrer le fonctionnement du critère de Francfort-Marigo. Ce critère de fissuration est fondé sur un bilan d'énergie, ce qui fait apparaître des effets de tailles intéressants. On a montré que les granulats les plus petits n'étaient pas capables de fissurer la pâte de ciment, même à des pressions élevées. On a également remarqué que les paramètres mécaniques du gel étaient importants pour prévoir la fissuration, mais qu'en revanche le choix d'une taille de défaut initial n'était pas capital. On est donc encouragés par le fonctionnement du critère de fissuration énergétique.

5.4 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de traiter la question de l'évolution de la microstructure durant l'attaque du béton. Nous avons à notre disposition, grâce au critère énergétique de Francfort-Marigo, un outil permettant, dès lors que l'énergie du matériau est connue, de déterminer l'état de fissuration optimal, selon un principe de minimum de l'énergie totale. La question cruciale pour l'utilisation de ce critère est donc la connaissance de l'énergie totale. En général on effectue des hypothèses simples pour la forme des fissures, ce qui rend l'énergie dissipée facile à calculer. Le calcul de l'énergie élastique peut en revanche être difficile. Dans l'exemple donné dans ce chapitre, nous avons calculé facilement l'énergie emmagasinée dans chaque composante grâce à une hypothèse de dilution des particules dans la matrice : l'expression de l'énergie élastique emmagasinée dans la pâte de ciment a été calculée par éléments finis grâce à un modèle ne contenant qu'une seule inclusion. On entrevoit cependant que dans le béton il y a trop d'inclusions pour que cette méthode soit précise, et on a de plus au chapitre 3 de cette partie donné des résultats permettant d'approcher les modules homogénéisés de milieux poreux plus complexes. On va donc maintenant s'intéresser à l'écriture de l'énergie élastique pour un milieu poreux, afin d'alimenter le critère de rupture.