

---

## ***Création des modèles d'optimisation minimisant les émissions de CO<sub>2</sub> du transport de marchandises***

Cette section est consacrée à définir un nouveau modèle d'optimisation qui minimise les émissions de CO<sub>2</sub> de transport par la conception de réseaux logistique mutualisés. A cette fin, nous allons d'abord analyser les modèles existants en matière de problème de transport de marchandises. Avant tout, il est nécessaire de préciser que cette partie ne vise pas à créer de nouveaux algorithmes de résolution de problèmes de transport mais de proposer et de justifier des choix de modélisation, s'appuyant sur la littérature existante, pour proposer une modélisation et des méthodes de résolution efficace pour le problème de la minimisation des émissions d'un réseau de transport mutualisé.

En effet, l'optimisation des transports de marchandises n'est pas un nouveau sujet dans le domaine du SCM et ce problème est bien connu en recherche opérationnelle. Cependant, jusqu'à ce jour il n'existe pas de modèle d'aide à la décision pour la minimisation des émissions de CO<sub>2</sub> au niveau de la conception de réseaux. C'est pourquoi, nous nous proposons de construire ici un tel modèle.

Avant de construire le nouveau modèle, quel est l'état de l'art sur le problème de réseaux de distribution pour le transport de fret.

### 4.3.1 Modèles existants pour le transport de marchandises

Au niveau du transport de marchandises, (Crainic et Semet, 2005) classent les organisations de transport en deux types : consolidation et direct. Le dernier type consiste en un schéma «porte-à-porte» du site d'un chargeur spécifique à un site de destination spécifique. Cette organisation est très utilisée pour les livraisons «personnalisées» entre fournisseurs industriels et clients distributeurs. Le premier type est plus utilisé en messagerie par exemple. Pour autant, ce travail se centre sur les systèmes de transport avec consolidation (mutualisation dans le cas présent) pour des flux «industriels».

Comme cela a été montré dans le Chapitre 2, la consolidation du fret dans un réseau intégré se fonde essentiellement sur deux approches, par les hubs et par les moyens de transport. Ce qui débouche sur deux types de problèmes qui concernent la conception de réseau de distribution avec **centre de consolidation** (hub) et le **PTV** (Problème de Tournée de Véhicules). Le dernier sera discuté à la fin du chapitre. Nous nous focalisons par la suite sur les problématiques et les modèles existants en matière de conception de réseaux.

#### 4.3.1.1 Problématiques de la conception de réseaux de distribution au niveau du transport

Dans le contexte de la grande distribution, cette section est consacrée à l'analyse des problèmes liés au problème du transport lors de la conception de réseaux de distribution (*TDNDP, Transportation Distribution Network Design Problem*).

En général, le DNDP (*Distribution Network Design Problem*) consiste à « définir les meilleurs schémas de transfert des marchandises des sites d'approvisionnement aux points de demande en choisissant la structure du réseau (échelons, le nombre et la localisation des

*infrastructures logistique, etc.) tout en minimisant les coûts globaux* » (Ambrosino et Grazia Scutella, 2005). Au regard des coûts, celui du transport et des stocks en sont les deux composantes plus importantes à optimiser, donc plus précisément le TINDP (*Transportation-Inventory Network Design Problem*). Dans la littérature, il existe de nombreux travaux liés à ce problème, par exemple (Blumenfeld et al., 1985), (Burns et al., 1985), (Hall, 1987), (Bertazzi et al., 1997), (Tyan et al., 2003), (Ambrosino et Grazia Scutella, 2005) et (Shu et al., 2005), qui ont tous l'objectif de minimiser la somme des coûts de transport et de stockage. Mais par rapport à l'objectif d'étude lié à la réduction des émissions logistiques, seule l'activité de transport sera considérée lors de la conception de réseaux, autrement dit le TDNDP. En effet, en dehors des produits à température dirigée, exclus ici, les émissions de CO<sub>2</sub> liées au stockage sont négligeables par rapport au transport.

(O'Kelly et Miller, 1994) déclinent le problème général de la conception de réseau en 4 sous-problèmes : (1) identifier la stratégie optimale (quantité et localisation) des hubs ; (2) affecter les nœuds (sites fournisseurs ou distributeurs) aux hubs ; (3) déterminer les liens entre les hubs ; et (4) déterminer les chemins logistiques liés aux flux. En dépit du fait que le TDNDP focalise particulièrement sur la minimisation du coût de transport, ces 4 sous-problèmes sont également à adresser dans notre cas.

Au préalable rappelons que le problème de transport pur et le TDNDP ne sont pas exactement identiques. Le transport, comme le décrivent les modèles analysés ensuite, part en général d'un graphe complet, par exemple les flux du transport sont probablement dans les deux sens entre sites  $i$  et  $j$ . En revanche, la conception de réseau de distribution repose sur un graphe partiel en raison des flux à sens unique par exemple de fournisseur  $i$  à distributeur  $j$ , mais l'arc  $j-i$  est interdit dans le graphe. Bien que les modèles discutés dans cette section soient en général liés au problème de transport, ils peuvent également être appliqués à la conception de réseaux en rajoutant des contraintes spécifiques. Donc, ils sont présentés comme des modèles TDNDP dans les discussions suivantes.

Le TDNDP définit les schémas logistiques qui généralement minimise le coût de transport pour livrer l'ensemble de produits  $P$  dans un réseau  $G=(N,A)$ , où  $N$  est l'ensemble de sommets qui sont les nœuds connus et  $A$  est les arcs non négatifs à définir en fonction de l'interconnexion des nœuds (O'Kelly et Miller, 1994). Dans la plupart des modèles au niveau du transport, il est fait l'hypothèse que les sommets du graphe ont en même temps des flux en

entrée et en sortie, c'est-à-dire qu'il existe des flux de  $i$  à  $j$  et de  $j$  à  $i$  ( $i, j \in N$ ) dans le réseau. C'est un graphe complet. L'objectif des modèles est de localiser un certain nombre de hubs parmi l'ensemble des candidats  $N$ , puis d'affecter les non-hub nœuds aux hubs localisés. En conséquence, il s'agit de *location-allocation* problème pour la première fois discuté dans (Cooper, 1963).

Le TDNDP est traditionnellement formulé par la **PLNE (Programmation Linéaire en Nombres Entiers)**, ou **MILP (Mixed Integer Linear Programming)**, de type NP-Difficile (Ernst et Krishnamoorthy, 1998). La complexité du problème est fonction à la fois du nombre des nœuds et de la complexité du réseau à concevoir.

#### 4.3.1.2 Modèles de conception des réseaux *Origine-Destination*

La première problématique est la localisation des sites qui couvrent l'ensemble de points retenus puis l'affectation des points aux sites localisés par les schémas de transport direct, autrement dit, et on l'appelle ici le **LA-DT (*location-allocation by Direct Transportation*)**. Les problèmes pratiques concernés sont par exemple la localisation des plateformes distributeurs qui approvisionnent les points de vente, ou de façon comparable la localisation des dépôts qui regroupent les flux d'un ensemble d'usines. Dans ce type de réseau, les hubs ne sont pas concernés, voir la Figure 4.7.

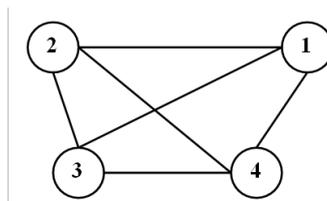


Figure 4.7 : Exemple du réseau O-D

(Daskin, 1995) et (Crainic et Laporte, 1997) classent ce genre de problème en trois catégories. **(1) le *Covering* problème** qui vise à minimiser le nombre de sites qui couvrent tous les points de retenus soumis à la distance maximale permise. Il sert à la conception de réseaux avec une contrainte sur le budget de construction de nouveaux sites ; **(2) le *Center* problème** qui minimise la distance maximale entre les sites localisés et les points retenus, et qui est souvent lié au problème avec la limite de temps de transport entre deux sites et points ; **(3) le *Median* problème** qui minimise la somme des distances parcourues dans le réseau, ainsi que le coût de transport. D'après la définition des trois problèmes, les deux premiers ne

sont pas concernés par rapport à l'objectif de ce travail. Donc la suite se concentre sur le troisième, le *Median* problème.

En général, le modèle de base consiste à minimiser les coûts composés par deux parties : un **coût fixe** lié à l'ouverture de l'arc (ou l'ouverture de la plateforme) et un **coût variable de transport** selon le flux transporté sur l'arc correspondant. Par exemple, le modèle ci-dessous discuté dans (Crainic, 2000) est la forme générale pour concevoir un réseau ayant  $P$  types de produits en déterminant les sites  $j$  qui approvisionnent les points de demandes  $i$  :

$$\min \sum_{ij \in A} f_{ij} y_{ij} + \sum_{ij \in A} \sum_{p \in P} c_{ij}^p x_{ij}^p \quad 4.21$$

$$\text{Sujet à} \quad \sum_{j \in N} x_{ij}^p - \sum_{j \in N} x_{ji}^p = d_i^p, \quad i \in n, \quad p \in P \quad 4.22$$

$$\sum_{p \in P} x_{ij}^p \leq u_{ij} y_{ij}, \quad ij \in A \quad 4.23$$

$$y_{ij} \in \{0,1\}, \quad ij \in A \quad 4.24$$

Les formules ci-dessus sont reprises de la fonction objectif et des contraintes principales du modèle dans (Crainic, 2000). La fonction objectif (4.21) minimise le coût d'ouverture  $f_{ij}$  de l'arc  $ij$  (si l'arc  $ij$  est ouvert  $y_{ij}=1$ , sinon 0) et le coût de transport sur l'arc ( $c_{ij}^p$  coût de transport par unité du produit  $p$  sur l'arc  $ij$ ,  $x_{ij}^p$  la quantité du produit  $p$  transporté sur l'arc). Le modèle permet l'interconnexion entre l'ensemble des nœuds  $N$ , d'où  $A=N^2$ . La contrainte (4.22) a pour but d'assurer que la demande du produit  $p$  au point de demande  $i$ , le  $d_i^p$ , doit être satisfaite. La contrainte (4.23) est une contrainte spécifique pour les problèmes concernant la capacité des arcs : la taille de flux sur l'arc  $ij$  ne peut pas dépasser sa capacité  $u_{ij}$ .

Le modèle de base dessus peut être modifié selon les conditions préalables lors de la conception. Par exemple, si le coût d'ouverture des arcs, ou des sites, n'est pas pris en compte, la fonction objectif peut être simplifiée en supprimant la première partie. De plus, si la capacité des sites n'est pas considérée, le facteur  $u_{ij}$  peut être dépouillé et la contrainte (4.23) doit être transformée comme suit :

$$\sum_{p \in P} x_{ij}^p \leq y_{ij} \cdot Z, \quad ij \in A \quad 4.23'$$

Avec  $Z$  une constante grande. Les contraintes (4.23) et (4.23') indiquent également la décision d'ouverture des arcs. **Dans le cadre de restructuration d'un réseau, on considère qu'il n'y a pas de coût d'ouverture ou d'émissions liées à l'ouverture. Ce terme pourrait cependant être intégré ainsi que la capacité des sites.**

De plus, si seules les interconnexions entre les sites à localiser et les points connus sont permises,  $i$  et  $j$  doivent représenter strictement respectivement les points connus  $O$  et les sites localisés  $D$ , d'où  $A=O \times D$ . Ainsi, la contrainte (4.22) doit être décrite simplement comme  $\sum_{j \in O} x_{ji}^p = d_i^p$ .

Ou si une contrainte sur le nombre des sites à localiser  $\mathcal{P}$  est imposée, le problème devient un  **$\mathcal{P}$ -Median problème** (Daskin, 1995). Autrement dit, le nombre de sites localisés sur l'ensemble des candidats ne doit pas dépasser le nombre entier  $\mathcal{P}$ . Par conséquent, la variable  $y_{ij}$  se transforme en  $y_j$  qui dénote la décision de l'ouverture du site  $j$ . Enfin, il faut ajouter la contrainte ci-dessous :

$$\sum_{j \in O} y_j = P \quad 4.25$$

Les contraintes (4.24) avec la variable binaire  $y_{ij}$  et (4.25) assurent que le nombre des sites ouverts par le modèle correspond à  $\mathcal{P}$ .

Etant donné que le facteur  $c_{ij}^p$  dans la fonction objectif (4.21) est le coût de transport par unité du produit est indépendant de la distance de l'arc  $ij$ . (Daskin, 1995) et (Nozick et Turnquist, 1998) modifient le modèle en remplaçant le  $c_{ij}^p$  par le facteur  $\alpha$  qui est le coût de transport par unité de produit transporté et par unité de distance parcourue, supposé d'être identique pour tous les arcs dans le réseau (le même modèle est présenté dans (Nozick et Turnquist, 2001)). La fonction objectif devient alors (4.26) avec l'introduction de  $d_{ij}$  la distance de l'arc  $ij$ :

$$\min \alpha \sum_{ij \in A} \sum_{p \in P} d_{ij} x_{ij}^p \quad 4.26$$

Le coût de transport, hors le coût d'ouverture, dépend alors uniquement de la distance et du flux sur l'arc. Dans ce cadre, la capacité des moyens de transport n'est pas prise en compte, or on a vu dans le Chapitre 2 que la fragmentation des flux conduit à une dégradation des taux de remplissage, il conviendra donc de réintégrer ce paramètre.

### 4.3.1.3 Modèles de la conception des réseaux à deux ou trois maillons

Les problèmes discutés ci-dessus sont tous basés sur le transport direct entre sites d'origine et sites de destination, donc le nombre de variables est de l'ordre  $O(n^2)$ . Considérons maintenant le problème de la conception de réseaux avec un ou plusieurs niveau(x) de centres de consolidation (hubs).

Par rapport au *P-Median* problème, le problème ici concerne les centres intermédiaires, hubs, entre les paires de nœuds  $i-j$ . Donc, il peut être défini comme le **HMP**, ou **P-HM** (**P-hub Median problème**) présenté dans (Campbell, 1996), voir aussi (Ahuja et al., 1993) et (Daskin, 1995), etc., ou le **HALP** (**Hub Arc Location Problem**) comme l'a nommé (Campbell et al., 2005a). Quelque soit son nom, s'agit de localiser les hubs et d'affecter les transports de  $i$  à  $j$  via un ou plusieurs hubs, en minimisant les coûts de transport.

De plus, du fait de l'introduction des hubs intermédiaires, l'affectation des nœuds aux hubs est une nouvelle problématique. Considérant qu'un nœud pourra être affecté à un seul ou plusieurs hub(s), le problème se décompose en deux termes : **SA pour Single-Allocation et MA pour Multi-Allocation**. Ces deux stratégies pourront être éventuellement mises en œuvre en fonction de l'organisation de réseaux. Or, mathématiquement le problème SA peut être considéré comme un cas particulier du MA : chaque nœud a une seule connexion avec un hub. On peut aussi envisager que la modélisation du SA se fonde principalement sur celle du MA.

En général, le problème consiste à définir le graphe  $G=(N,A)$ , en identifiant la localisation des hubs sur l'ensemble de nœuds  $N$ , voir la Figure 4.8. Comme les exemples illustrés dans cette figure, l'interconnexion des non-hub nœuds est permise dans le *O-H-D* réseau, mais pas dans le réseau *O-H-H-D*.

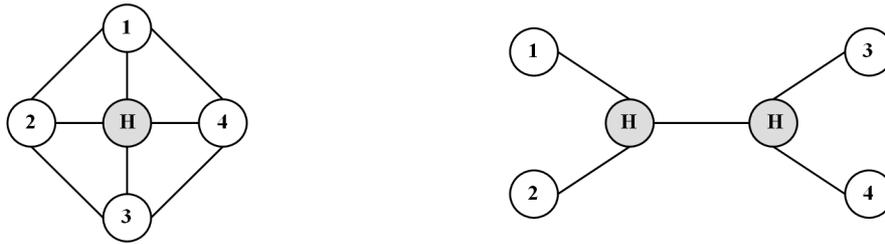


Figure 4.8 : Exemple des réseaux O-H-D et O-H-H-D

Il existe plusieurs façons de modéliser le HMP général. En rapport avec le réseau mutualisé à concevoir dans ce travail, nous allons discuter trois types de modélisation qui sont traditionnellement utilisés pour formuler le HMP : les modèles de **Campbell**, **Skorin-Kapov et al.**, et de **Ernst et Krishnamoorthy**.

D'abord, au niveau de l'affectation des nœuds, on peut classifier les problèmes en deux catégories : le **HMP-MA** (*Multiple Allocation  $\mathcal{P}$ -hub Median Problem*) auquel les non-hub nœuds peuvent être possiblement affectés à plusieurs hubs, et le **HMP-SA** (*Single Allocation  $\mathcal{P}$ -hub Median Problem*) auquel chaque non-hub nœud est affecté à un seul hub, comme défini dans (Skorin-Kapov et al., 1996).

Au niveau du **HMP-MA**, **Campbell** présente le modèle ci-dessous dans (Campbell, 1994) et (Campbell, 1996) :

$$\min \sum_{i \in N} \sum_{m \in N} \sum_{n \in N} \sum_{j \in N} W_{ij} c_{ijmn} X_{ijmn} \quad 4.27$$

$$\text{Sujet à} \quad \sum_m \sum_n X_{ijmn} = 1, i, j \in N \quad 4.28$$

$$\sum_m y_m = P \quad 4.29$$

$$y_i \in \{0,1\}, i \in N \quad 4.30$$

$$0 \leq X_{ijmn} \leq y_m, i, j, m, n \in N \quad 4.31$$

$$0 \leq X_{ijmn} \leq y_n, i, j, m, n \in N \quad 4.32$$

Le modèle illustré ci-dessus est cité de (Campbell, 1996). La variable  $X_{ijmn}$  est la fraction des flux passés par les schémas  $i-m-n-j$  de la totalité des flux de  $i$  à  $j$  qui y est notée comme  $W_{ij}$ . Au niveau des contraintes, (4.28) assure que tous les flux de la paire  $i-j$  sont transportés via les hubs, et (4.30), (4.31) et (4.32) interdisent la circulation des flux sur les arcs non ouverts. Le nombre de hubs ouverts est limité par le nombre entier  $P$  dans la contrainte (4.29) et l'ouverture du hub  $i$  est décidée par la variable binaire  $y_i$ .

Particulièrement, dans la fonction objectif, Campbell définit le coût de transport comme  $c_{ijmn} = c_{im} + \alpha c_{mn} + c_{nj}$ , en proposant d'utiliser le **facteur de réduction (discount factor)  $\alpha = [0, 1]$**  sur le coût unitaire de transport des schémas de transport intermédiaires. L'introduction du facteur  $\alpha$  représente le fait le coût de transport sur les schémas inters (entre hubs M-N), est en général moindre que celui des schémas amont ou aval en raison de l'effet d'économie d'échelle sur le transport après la consolidation. Spécialement, (Campbell et al., 2005a) indiquent que, si le facteur de réduction  $\alpha=0$ , le HMP ci-dessus est identique avec le  $\mathcal{P}^2$  Median problème général.

Se basant sur le modèle de Campbell, (Skorin-Kapov et al., 1996) indiquent que les contraintes (4.31) et (4.32) ne sont pas assez strictes et, donc, ils proposent les deux contraintes suivantes qui les remplacent :

$$0 \leq \sum_n X_{ijmn} \leq y_m, \quad i, j, m \in N \quad 4.33$$

$$0 \leq \sum_m X_{ijmn} \leq y_n, \quad i, j, n \in N \quad 4.34$$

En conservant la fonction objectif et les autres contraintes du modèle Campbell, le modèle **Skorin-Kapov et al.** a pour but de renforcer les contraintes pour avoir la relaxation continue plus stricte. Car les solutions qui satisfassent les contraintes (4.33) et (4.34) satisfassent également (4.31) et (4.32), mais pas vice versa (Skorin-Kapov et al., 1996). Le nombre de contraintes est ainsi réduit de  $2n^3(n-1)$ .

Afin de simplifier le modèle au niveau du nombre de variables, (Ernst et Krishnamoorthy, 1998), voir aussi (Ernst et Krishnamoorthy, 1996), proposent une autre manière de modéliser le problème. En indiquant que la variable  $X_{ijmn}$  génère  $O(n^4)$  variables et que ceci rend le modèle très difficile à résoudre lors de l'accroissement de la variable binaire  $n$ , **Ernst et Krishnamoorthy** construisent le modèle en déplaçant  $X_{ijmn}$  :

$$\min \sum_{i \in N} [ \sum_{m \in N} \chi d_{im} Z_{im} + \sum_{m \in N} \sum_{n \in N} \partial d_{mn} Y_{mn}^i + \sum_{n \in N} \sum_{j \in N} \delta d_{nj} X_{nj}^i ] \quad 4.35$$

$$\text{Sujet à} \quad \sum_m y_m = P \quad 4.36$$

$$\sum_m Z_{im} = O_i, \quad i \in N \quad 4.37$$

$$\sum_n X_{nj}^i = W_{ij}, \quad i, j \in N \quad 4.38$$

$$\sum_n Y_{mn}^i + \sum_j X_{mj}^i - \sum_n Y_{nm}^i - Z_{im} = 0, \quad i, m \in N \quad 4.39$$

$$Z_{im} \leq O_i y_m, \quad i, m \in N \quad 4.40$$

$$X_{nj}^i \leq W_{ij} y_n, \quad i, j, n \in N \quad 4.41$$

$$X_{nj}^i, Y_{mn}^i, Z_{ik} \geq 0, \quad i, j, m, n \in N \quad 4.42$$

$$y_i \in \{0,1\}, \quad i \in N \quad 4.43$$

Dans ce modèle, les variables principales sont  $Z_{im}$  (flux du produit  $i$  sur l'arc origine-hub),  $Y_{mn}^i$  (flux du produit  $i$  sur l'arc hub-hub) et  $X_{nj}^i$  (flux du produit  $i$  sur l'arc hub-destination), en supposant que chaque point d'origine  $i$  a un seul type de produit  $i$ . Ernst et Krishnamoorthy définissent que le coût unitaire de transport est fonction à la fois de la distance parcourue et de la taille de flux transporté, donc  $c_{ijmn} = \chi d_{im} + \alpha d_{mn} + \delta d_{nj}$ , et le facteur de réduction  $\alpha$  est normalement plus petit que les deux autres coefficients. Cette présentation du coût de transport correspond également et elle n'a pas d'impact sur la complexité du problème. Les formules (4.37)-(4.39) correspondent aux différentes contraintes sur l'équilibrage des flux dans le réseau. Et (4.40) et (4.41) garantissent qu'aucun flux ne circule sur les arcs fermés.

Les trois modèles, Campbell, Skorin-Kapov et al., et Ernst et Krishnamoorthy, ont été comparés dans l'étude (Campbell et al., 2005b). Il est indiqué que le modèle Ernst et Krishnamoorthy a deux avantages importants. Premièrement, ce modèle est plus flexible pour les problèmes génériques, la modification de la fonction (4.35) et certaines contraintes pour équilibrer les flux étant facile à mettre en œuvre. Enfin, une telle définition des flux permet

surtout de réduire le nombre de variables à  $O(n^3)$ , ainsi que le nombre de contraintes de  $n^3 - 2n^2 - n$ , ceci est un avantage considérable de ce modèle. Du fait des ces avantages, **le modèle Ernst et Krishnamoorthy est retenu comme modèle de base pour modéliser les réseaux de distribution dans ce travail.**

Les modèles ci-dessus sont tous du type HMP-MA. Maintenant nous allons examiner une autre branche de ce genre de problème : **HMP-SA** (rappel : *Single Allocation P-hub Median Problem*). Puisque la mutualisation consiste en la mise en commun des ressources dont les plateformes logistiques, le HMP-SA peut être éventuellement concerné dans le cas où les flux sont mutualisés dans un seul centre. En effet, les deux types de problème, *Single ou Multiple Allocation*, peuvent être modélisés pratiquement par la même fonction objectif et la différence se trouve essentiellement au niveau des contraintes.

Par exemple, pour modéliser le HMP-SA, (Campbell, 1996) propose d'ajouter les contraintes suivantes :

$$\sum_j \sum_n (W_{ij} X_{ijmn} + W_{ji} X_{jinm}) = \sum_j (W_{ij} + W_{ji}) Z_{im}, \quad i, m \in N \quad 4.44$$

$$0 \leq Z_{im} \leq y_m, \quad i, m \in N \quad 4.45$$

dans son modèle (4.27)-(4.32) du HMP-MA, en remplaçant en même temps les contraintes (4.31) et (4.32) par (4.45). La variable binaire  $Z_{im}$  est ajoutée dans le modèle et  $Z_{im}=1$  si le non-hub nœud  $i$  est affecté au hub  $m$ , sinon 0. La contrainte (4.44) assure que le  $i$  est affecté au seul hub  $m$  : quand  $Z_{im}=1$ , la somme des flux en provenance de  $i$  et en destination de l'ensemble de destinations  $J$  ( $\sum_j X_{ij}$ ) doit être égale à la somme flux de  $i$  à tous les  $J$  en passant par l'arc  $i$ - $m$  ( $\sum_j \sum_n W_{ij} X_{ijmn}$ ). Par conséquent, les flux qui partent de  $i$  ne peuvent pas passer par un hub autre que  $m$ . En plus, (4.45) affecte les nœuds non-hubs aux hubs ouverts.

Subséquentement, (Skorin-Kapov et al., 1996) indiquent que la contrainte (4.44) n'est pas assez stricte sur les flux et cela induit des résultats d'optimisation largement au dessous de la valeur optimum. A cette fin, ils proposent un nouveau modèle avec la relaxation continue plus stricte :

$$\min \sum_{i \in N} \sum_{m \in N} \sum_{n \in N} \sum_{j \in N} W_{ij} c_{ijmn} X_{ijmn} \quad 4.46$$

$$\text{Sujet à} \quad \sum_m y_m = P, \quad m \in N \quad 4.47$$

$$\sum_m Z_{im} = 1, \quad i \in N \quad 4.48$$

$$0 \leq Z_{im} \leq y_m, \quad i, m \in N \quad 4.49$$

$$\sum_n X_{ijmn} = Z_{im}, \quad i, j, m \in N \quad 4.50$$

$$\sum_m X_{ijmn} = Z_{jn}, \quad i, j, n \in N \quad 4.51$$

$$y_m, Z_{im} \in \{0,1\}, \quad i, m \in N \quad 4.52$$

La contrainte (4.41) est remplacée par les (4.50) et (4.51) en rajoutant la contrainte (4.48) qui est très importante dans le modèle, car ces contraintes (4.48) et (4.52) stipulent qu'il existe maximum un hub pour chaque non-hub nœud et les contraintes (4.50) et (4.51) forcent les flux de  $i$  à  $j$  à passer par  $m$  et  $n$  si  $Z_{im}=Z_{nj}=1$ .

Par rapport au modèle Campbell, Skorin-Kapov et al. révèlent que, grâce aux contraintes plus strictes, leur modèle est capable d'améliorer le problème d'optimisation du HMP-SA, à la fois au niveau de la qualité des résultats et du temps d'optimisation, voir leur étude (Skorin-Kapov et al., 1996).

En effet, le modèle Skorin-Kapov et al. a été réalisé en se basant sur l'étude (O'Kelly, 1987) dans laquelle O'Kelly a utilisé une fonction objectif 0/1 quadratique pour modéliser ce genre de problème :

$$\min \sum_{i \in N} \sum_{m \in N} \sum_{n \in N} \sum_{j \in N} W_{ij} (Z_{im} c_{im} + \alpha Z_{im} Z_{nj} c_{mn} + Z_{nj} c_{nj}) \quad 4.53$$

$$\text{Sujet à} \quad \sum_m Z_{im} = 1, i \in O, D; m \in M, N \quad 4.54$$

$$\sum_m y_m = P, m \in M, N \quad 4.55$$

$$y_m, y_n, Z_{im}, Z_{nj} \in \{0,1\}, i \in O, m \in M, n \in N, j \in D \quad 4.56$$

$$0 \leq Z_{im} \leq y_m, i \in O, m \in M \quad 4.57$$

$$0 \leq Z_{nj} \leq y_n, j \in D, n \in N \quad 4.58$$

En fait, l'application du modèle ci-dessus est très limitée par la complexité de calcul à cause de la fonction 0/1 quadratique, donc sa résolution utilise souvent des méthodes heuristiques pour résoudre ce problème. Afin de rendre la fonction linéaire, (Skorin-Kapov et al., 1996) proposent de remplacer  $Z_{im}Z_{nj}$  par  $X_{imnj}$ , la variable issue du modèle Campbell. De ce fait, le modèle Skorin-Kapov et al. est obtenu. De plus, les modèles Campbell et Skorin-Kapov et al. obtiendront, sous réserve de temps de calcul, la solution exacte par la formulation en PLNE.

En s'appuyant sur les modèles dessus, (Ernst et Krishnamoorthy, 1996) proposent un modèle qui formalise différemment le HMP-SA :

$$\min \sum_{i \in N} \sum_{m \in M} d_{im} Z_{im} (\chi O_i + \delta D_i) + \sum_{i \in N} \sum_{m \in N} \sum_{n \in N} \partial d_{mn} Y_{mn}^i \quad 4.59$$

$$\text{Sujet à} \quad \sum_j W_{ij} = O_i \text{ et } \sum_i W_{ji} = D_i, \quad i \in N \quad 4.60$$

$$\sum_m Z_{im} = 1, \quad i \in N \quad 4.61$$

$$\sum_m y_m = P, \quad m \in N \quad 4.62$$

$$0 \leq Z_{im} \leq y_m, \quad i, m \in N \quad 4.63$$

$$\sum_n Y_{mn}^i - \sum_n Y_{nm}^i = O_i Z_{im} - \sum_j W_{ij} Z_{jm}, \quad i, m \in N \quad 4.64$$

$$y_m, Z_{im} \in \{0,1\}, \quad i, m \in N \quad 4.65$$

$$Y_{mn}^i \geq 0, \quad i, m, n \in N \quad 4.66$$

Ce modèle ressemble au modèle du HMP-MA présenté dessus et dans (Ernst et Krishnamoorthy, 1998). La variable non négative  $Y_{mn}^i$  représente les flux du produit  $i$  entre hubs  $m$ - $n$ , et  $Z_{im}$  et  $Z_{nj}$  sont les variables binaires qui signifient respectivement l'ouverture des arcs  $i$ - $m$  et  $n$ - $j$ . Soumis à l'hypothèse que chaque non-hub nœud n'est affecté à qu'un hub, par exemple si  $i$  est affecté à  $m$ , le flux sur l'arc  $i$ - $m$  doit évaluer la somme de l'offre ou de la demande du site  $i$ ., comme l'est défini par (4.64). C'est la raison pour laquelle  $O_i$  et  $D_j$  sont directement introduits dans la fonction objectif au lieu d'avoir les variables de flux. Par conséquent, le nombre de variables est réduit à  $n^3+n^2$ .

Pour résumer, il a été étudié l'état de l'art en matière de la modélisation du TDNDP, dans le cas particulier d'absence de contrainte de **capacité et de coût fixe pour les hubs**. En matière des réseaux à plusieurs échelons, et de la localisation des hubs dans les réseaux, le problème devient HMP ou  $\mathcal{P}$ -HMP (rappel :  *$\mathcal{P}$ -hub Median Problem*). Ce problème vise à déterminer la meilleure stratégie sur les hubs au niveau de la quantité autorisée, la localisation, l'affectation des nœuds, ainsi que les transports. Se basant sur l'affectation des nœuds, il existe deux sous-problèmes : HMP-MA (*Multiple Allocation HMP*) et HMP-SA (*Single*

*Allocation HMP*). Comme le montre leur nom, ils portent sur la décision d'affecter chaque nœud à un ou plusieurs hubs.

Principalement, nous avons examiné les trois types de modèles traditionnels liés au HMP : Campbell, Skorin-Kapov et al., et Ernst et Krishnamoorthy. Le modèle O'Kelly est relativement moins utilisé en raison de la fonction objectif 0/1 quadratique. Ces trois modèles peuvent être considérés comme base pour construire de nouveaux modèles vis-à-vis des problèmes de transport spécifiques. Du fait d'une modélisation différente du problème, on peut comparer ces trois modèles au niveau de leur complexité, voir le Tableau 4.2.

| Modèles               | Campbell     |           | Skorin-Kapov et al. |                | Ernst et Krishnamoorthy |            |
|-----------------------|--------------|-----------|---------------------|----------------|-------------------------|------------|
| Variable dominante    | $X_{ijmn}$   |           | $X_{ijmn}$          |                | $Z_{im}+Y_{mn}+X_{nj}$  |            |
| MA/SA                 | HMP-MA       | HMP-SA    | HMP-MA              | HMP-SA         | HMP-MA                  | HMP-SA     |
| Nombre de variables   | $n^4+n$      | $n^4+n^2$ | $n^4+n$             | $n^4+n^2$      | $2n^3+n^2+n$            | $n^3+n^2$  |
| Nombre de contraintes | $2n^4+n^2+1$ | $3n^2+1$  | $2n^3+n^2+1$        | $2n^3+n^2+n+1$ | $n^3+3n^2+n+1$          | $2n^2+n+1$ |

**Tableau 4.2 : Complexité des modèles du problème HMP (non capacité et non coût fixe sur hub)**

La comparaison dans le Tableau 4.2 se base sur le nombre de variables et de contraintes générées par le modèle. Il est assez évident que **le modèle Ernst et Krishnamoorthy exige moins de variables et de contraintes** et cela lui permet de résoudre le problème en utilisant moins de mémoire et de ressources CPU lors de l'optimisation. Donc ce modèle est relativement plus efficace pour les problèmes quand  $n$  est grand. De ce fait, ce modèle est considéré comme la formulation pertinente pour formuler le réseau logistique dans ce travail, car la mutualisation consiste également à mettre en commun les plateformes entre de nombreux participants, et le nombre de variables  $n$  est grand car il s'agit non pas d'un réseau logistique mais de la mutualisation de plusieurs réseaux logistiques réels.

Une remarque importante concerne les modèles analysés, ainsi que d'autres dans la littérature, car la plupart de ceux-ci font l'hypothèse que le coût de transport est une fonction linéaire du flux transporté par unité de distance parcourue. Cette hypothèse induit le fait que les modèles discutés ci-dessus sont pratiquement équivalents à la minimisation de la distance pour des coûts constants ramenés au flux et à la distance (Ernst et Krishnamoorthy, 1998). Les autres facteurs comme le taux de chargement ou le nombre de moyens nécessaires ne sont pas pris en compte dans les modèles lors de l'optimisation. C'est la raison pour laquelle, il ressort

que cette hypothèse génère probablement des résultats approximatifs sur la localisation de hubs (O'Kelly et Bryan, 1998).

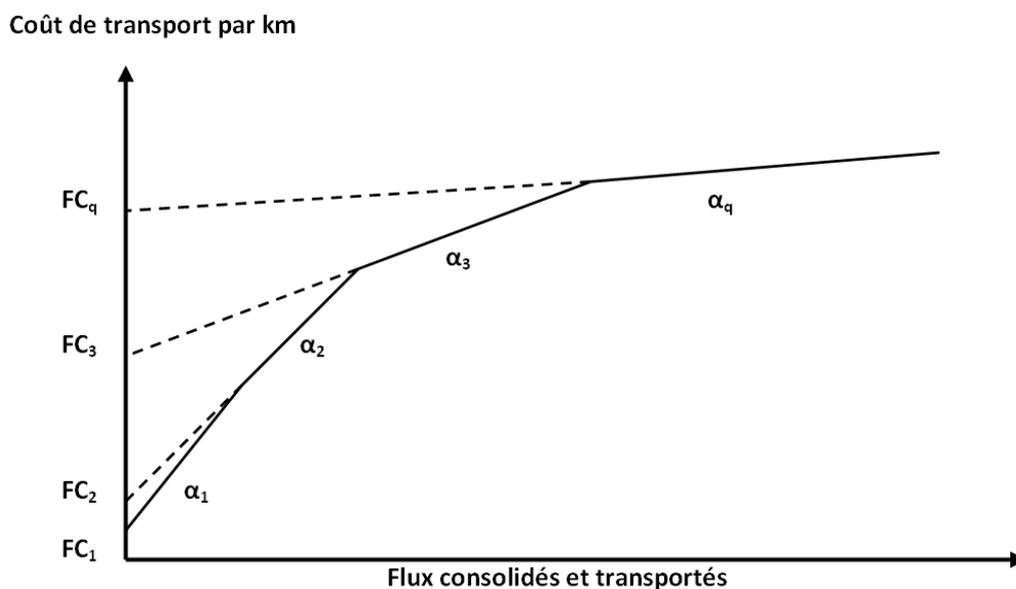
Comme l'a montré la partie 4.1, **les émissions de CO<sub>2</sub> du transport sont liées à la charge et à la distance. Il sera donc nécessaire de reprendre les fonctions objectifs linéaires dans les modèles présentés ci-avant pour évaluer plus correctement la performance écologique des schémas mutualisés.**

#### 4.3.2 Intégration de la fonction d'émissions de CO<sub>2</sub> aux modèles du TDNDP

Au niveau du TDNDP, comme l'illustre la partie précédente, la plupart des modèles étudiés simplifient le problème en faisant l'hypothèse que le coût de transport est parfaitement proportionnel aux flux transportés. Cette hypothèse ne sera pas retenue dans le modèle à construire qui vise à minimiser les émissions de CO<sub>2</sub> des moyens de transport, car nous avons montré que la modélisation précise des émissions implique une **Fonction Linéaire par Morceaux Discontinus (FLM et LFMD) ou *Discontinuous Piecewise Linear Function***, voir la Figure 4.2. Par conséquent, l'objectif d'émission impacte la formulation de la fonction objectif lors de la création du modèle.

Le problème de la modélisation du coût de transport par la fonction linéaire par morceaux a retenu relativement moins d'attentions dans le domaine de la conception de réseaux logistiques. L'étude de ce problème peut remonter jusqu'à la proposition de la **fonction concave liée au coût de transport**. Par rapport au transport direct du fournisseur au client, le transport via hub peut éventuellement induire une consolidation de flux puis une économie d'échelle en transport, mais également une période de temps supplémentaire au hub pour réaliser la consolidation. De ce fait, (Blumenfeld et al., 1985) et (Burns et al., 1985) déterminent que la dépendance du coût de transport à l'égard des flux après consolidation peut être présentée par un fonction concave. De plus, (Kuehn et Hamburger, 1963) et (O'Kelly et Bryan, 1998) indiquent que l'on doit tenir compte de cette concavité sur le coût de transport pour le problème de la localisation de hub. Cependant, en raison de la complexité du problème, il est utile d'approcher la fonction concave par la une FLM (Klincewicz, 1990), par exemple celle de la Figure 4.9. (Chan et al., 2002) illustre une fonction concave du coût de transport correspond à deux caractéristiques essentielles : (1) c'est une fonction non décroissante de la quantité expédiée, et (2) le coût de transport par unité de flux est non croissant par rapport à la quantité expédiée. En général, ce type de problème correspond à la

fonction montrée dans la Figure 4.9 qui démontre un exemple de ce type de FLM, dont  $FC_q$  et  $\alpha_q$  sont le coût fixe et le facteur de réduction du coût de transport liés au segment  $q$ , et on a normalement  $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \alpha_3, \dots, \geq \alpha_q \geq 0$ . Dans des cas particuliers, la fonction peut également prendre une forme discontinue, comme le montre la Figure 4.10 ci-après. Par exemple, (Croxtton et al., 2003b) illustre que, lorsque les marchandises sont transportées en TL (*full Truckload*), le coût de transport est en fonction du nombre de camions nécessaires d'après la capacité. Cela conduit à une fonction de coût linéaire par morceaux discontinus. C'est précisément le cas des flux de la grande distribution.



**Figure 4.9 : Exemple d'une fonction linéaire concave par morceaux**

Afin de modéliser le coût de transport par la FLM, comme le montre la Figure 4.9, (O'Kelly et Bryan, 1998) proposent une formulation dans son étude portant sur le problème de la localisation de hubs en considérant l'économie d'échelle par la consolidation. Avec cet objectif, le modèle ci-dessous a été utilisé pour modéliser le coût de transport dans un réseau de trois échelons O-M-N-D, dont M et N sont les hubs à localiser :

$$\min \sum_i \sum_j \sum_m \sum_n W_{ij} (c_{im} + c_{jn}) X_{ijmn} + \sum_q \sum_m \sum_n c_{mn} (\alpha_q R_{qmn} + FC_q Y_{qmn}) \quad 4.67$$

$$\text{Sujet à :} \quad \sum_q R_{qmn} = \sum_i \sum_j W_{ij} X_{ijmn}, \quad m, n \in N : m \neq n \quad 4.68$$

$$R_{qmn} - Y_{qmn} \sum_i \sum_j W_{ij} \leq 0, \quad q \in Q, m, n \in M \quad 4.69$$

$$X_{mnmn} \geq y_m + y_n - 1, \quad m, n \in N \quad 4.70$$

$$\sum_q Y_{qmn} - X_{mnmn} = 0, \quad m, n \in N : m \neq n \quad 4.71$$

$$Y_{qmn} \in \{0,1\}, \quad q \in Q, m, n \in M \quad 4.72$$

Les notions  $W_{ij}$ ,  $c_{ij}$ ,  $y_i$ , et  $X_{ijmn}$  sont reprises des modèles discutés dans le paragraphe 4.3.1.1, avec pour chaque segment  $q$  de la courbe par morceaux,  $\alpha_q$  le facteur de réduction du coût de transport lié au segment (représente la pente du segment);  $FC_q$  le coût fixe lié au segment (représente l'interception du segment);  $R_{qmn}$  la somme des flux sur l'arc inter-hubs  $m-n$  associée par le facteur  $\alpha_q$ ;  $Y_{qmn}$  la variable binaire qui vaut 1 si les flux sur  $R_{qmn}$  sont associés à un coût fixe  $FC_q$ , sinon 0.

Ce modèle est comparable avec ceux discutés dans le paragraphe 4.3.1.1. La fonction objectif a pour but de minimiser la somme du coût de transport du réseau, dont la première partie liée au transport amont et aval et la deuxième partie pour les transports inter-hubs. Les contraintes présentées ci-dessus sont des contraintes spécifiques pour lier les flux inter-hubs à la FLM. La contrainte (4.68) calcule la somme des flux passent par l'arc  $m-n$ . La contrainte (4.69) assure que la pente  $\alpha_q$  et l'interception  $FC_q$  sont liées au même segment  $q$ . La contrainte (4.70) garantit que, si les flux du hub  $m$  au hub  $n$  sont passé par l'arc  $m-n$ ,  $X_{mnmn}=1$ , les deux hubs  $m$  et  $n$  doivent être ouverts. Enfin, la contrainte (4.72) a pour but de lier la somme des flux sur l'arc  $m-n$  au un seul segment  $q$ .

Le modèle ci-dessus est évidemment une possibilité pour modéliser non seulement le coût de transport en linéaire par morceaux mais il va générer aussi un grand nombre de variables au niveau de la fonction objectif.

Nous supposons que des modèles comme celui Ernst et Krishnamoorthy (voir le paragraphe 4.3.1.1) pourrait être plus efficace à la condition que nous puissions imposer les contraintes spécifiques de la FLM dans ce modèle. A cette fin, nous adaptons une méthode de formulation présentée dans (Croxtton et al., 2003a). Dans ce travail, Croxtton et al. révèlent qu'il existe au moins trois manières afin de modéliser la FLM :

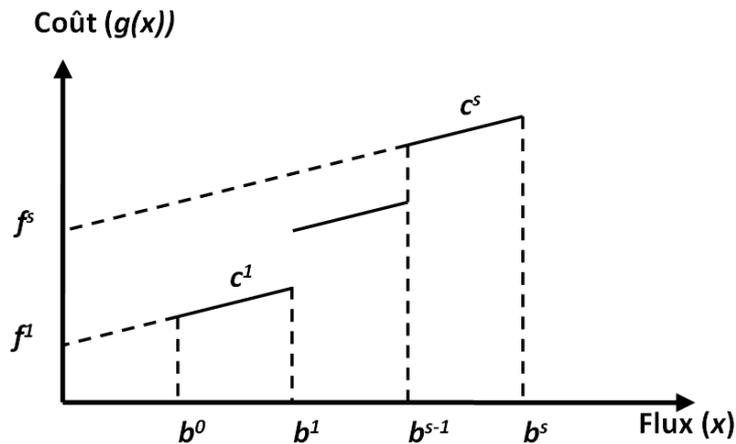


Figure 4.10 : Exemple de la fonction linéaire par morceaux discontinus

| Modèles                 | IM<br>(Incremental Model)   | MCM<br>(Multiple Choice Model)   | CCM<br>(Convex Combination Model)  |
|-------------------------|---|--|--|
| Fonction objectif       | $g(x) = \sum_s c^s z^s + f^s y^s$   | $g(x) = \sum_s c^s z^s + f^s y^s$  | $g(x) = \sum_s u^s (c^s b^{s-1} + f^s) + \lambda^s (c^s b^s + f^s)$  |
| Contraintes spécifiques | $\hat{f}^s = (f^s + c^s b^{s-1}) - (f^{s-1} + c^{s-1} b^{s-1});$<br>$x = \sum_s z^s ;$<br>$(b^s - b^{s-1}) y^{s+1} \leq z^s \leq (b^s - b^{s-1}) y^s;$<br>$y^s \in \{0,1\} ;$ | $x = \sum_s z^s ;$<br>$b^{s-1} y^s \leq z^s \leq b^s y^s ;$<br>$\sum_s y^s \leq 1 ;$<br>$y^s \in \{0,1\};$ | $x = \sum_s (u^s b^{s-1} + \lambda^s b^s) ;$<br>$u^s + \lambda^s = y^s ;$<br>$\sum_s y^s \leq 1 ;$<br>$u^s, \lambda^s \geq 0, y^s \in \{0,1\} ;$ |

Tableau 4.3 : Trois modélisations de la fonction linéaire par morceaux (Croxtton et al., 2003a)

Le tableau illustre les trois types de modélisation de la FLM, dans (Croxtton et al., 2003a) il est fait l'hypothèse que la fonction est semi continue inférieurement  $g(x) \leq \liminf_{x' \rightarrow x} g(x')$ , cf. la Figure 4.10. Mais, plus généralement, ces formulations sont également adaptables pour la fonction continue comme celle de la Figure 4.9. Dans la Figure 4.10,  $f^s$  et  $c^s$  sont respectivement l'interception et la pente du segment  $s \in S$ , et  $b^{s-1}$  et  $b^s$  sont respectivement la borne inférieure et supérieure en axe  $x$  du segment  $s$ . De plus, la taille des flux de chaque segment  $z^s$  ne doit pas dépasser la borne inférieure et supérieure,  $b^{s-1}$  et  $b^s$ , donc  $b^{s-1} y^s \leq z^s \leq b^s y^s$  avec  $y^s = 1$  si  $z^s > 0$ , sinon 0. Particulièrement, le modèle CCM utilise deux facteurs pondérés

pour estimer la valeur  $z^s$  en fonction de sa position par rapport aux bornes inférieures et supérieures, autrement dit  $z^s = u^s b^{s-1} + \lambda^s b^s$  et  $y^s = u^s + \lambda^s$ .

(Croxton et al., 2003a) prouvent que **ces trois modèles sont équivalents à l'égard de la complexité d'optimisation et du temps de calcul**. Cette conclusion peut être également retrouvée dans (Kameshwaran et Narahari, 2007) qui se base sur le problème du sac à doc. On peut donc choisir la formulation qui est la plus adaptée au problème traité. En effet, la différence importante entre ces trois modèles est que les MCM et CCM supposent que les flux sont liés au plus à un segment, mais l'IM rend les flux possiblement attachés à plusieurs segments. Par conséquent, les MCM et CCM correspondent mieux à ce travail, puisque l'on calcule les émissions de CO<sub>2</sub> avec la somme de flux transportés ensemble, ainsi chaque flux est lié à un seul segment. De plus, par rapport au CCM, le MCM est plus simple pour modéliser la fonction d'émissions, car tous les segments sont linéaires avec la pente  $c^s$  identique. Donc, les facteurs pondérés du CCM ne sont pas nécessaires.

De ce fait, **le MCM est finalement choisi** dans ce travail afin de modéliser la fonction d'émissions de CO<sub>2</sub> qui est en linéaire par morceaux semi discontinus. Dans le paragraphe prochain, il est expliqué comment cette formulation est appliquée dans le modèle de la conception de réseaux de distribution, pour créer un modèle minimisant les CO<sub>2</sub> émis par le transport du fret.

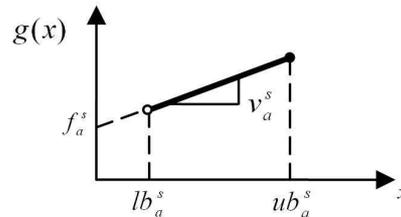
### **4.3.3 Création d'un modèle d'aide à la décision pour définir un réseau logistique minimisant une fonction d'émission**

Cette section est consacrée à l'introduction d'une fonction d'émission, en l'occurrence le CO<sub>2</sub> du transport aux modèles de la conception de réseaux logistiques ou à leur adaptation, dans l'objectif de créer un nouveau modèle. Comme l'a montré la recherche bibliographique, ce type de modèle n'existe actuellement pas encore au niveau de la conception de réseaux et la FLM n'est pas utilisée pour modéliser les émissions de CO<sub>2</sub> du transport.

#### **4.3.3.1 Un modèle proche : le modèle Croxton**

Dans la littérature, Croxton expose un modèle qui est proche de celui visé ici (Croxton et al., 2007). Ce travail concerne la conception d'un réseau Origines-Destinations avec multi-produits en minimisant le coût de transport. Spécialement, le problème est formulé par la

PLNE avec la FLM liée au coût de transport (appelé le PLCNFP : *Piecewise Linear Cost Network Flow Problem*). A cette fin, le modèle MCM présenté dans le Tableau 4.3 est adopté. Là encore, les auteurs révèlent que la fonction n'est pas nécessairement continue, mais afin d'assurer que le modèle apporte des solutions optimales, il est assumé que la fonction est semi-continue inférieurement, comme la Figure 4.11 le montre, et  $g(0)=0$ .



**Figure 4.11 : Définition des paramètres de la fonction linéaire par morceaux  $g(x)$**

Le modèle proposé dans (Croxton et al., 2007) a pour but de minimiser le coût de transport composé par deux parties qui sont le coût fixe et le coût variable et qui sont respectivement associés par les paramètres  $f_a^s$  et  $v_a^s$  (segment  $s \in S_a$  et arc  $a \in A$ ) dans la Figure 4.11. Donc, on a le modèle ci-dessous au niveau de la conception du réseau  $G=(N,A)$ :

$$\text{Min} \sum_a \sum_s f_a^s y_a^s + v_a^s x_a^s \quad 4.73$$

$$\text{Sujet à :} \quad Mx^k = d^k, \quad k \in K \quad 4.74$$

$$x_a = \sum_k x_a^k, \quad a \in A \quad 4.75$$

$$x_a = \sum_s x_a^s, \quad k \in K \quad 4.76$$

$$b_a^{s-1} y_a^s \leq x_a^s \leq b_a^s y_a^s, \quad a \in A; s \in S_a \quad 4.77$$

$$\sum_s y_a^s \leq 1, \quad a \in A \quad 4.78$$

$$x_a^k \geq 0, \quad a \in A, k \in K \quad 4.79$$

$$y_a^s \in \{0,1\}, \quad a \in A; s \in S_a \quad 4.80$$

Avec l'ensemble de produits  $K$ , d'arcs  $A$  et de segments  $S$  liés à l'arc  $a$ . La fonction objectif est une fonction classique qui minimise la somme des coûts de transport. La contrainte (4.74) consiste à balancer les flux multi-produits dans le réseau. A travers la matrice  $M=|N| \times |A|$  (où  $N$  est l'ensemble de nœuds), la demande du produit  $k$  du nœud  $j$ , noté  $|d_j^k|$  (car on définit  $d_j^k < 0$  pour les points de demande) doit être satisfait par l'offre du nœud  $i$ , noté  $d_i^k$  ( $d_i^k > 0$  pour les points d'approvisionnement), et  $d_i^k = 0$  pour les nœuds en tant que point de transition. Les contraintes (4.75-76) ont pour objectif de définir le flux  $x_a$  sur l'arc  $a$ , qui est calculé des deux façons : la somme des produits  $k$  sur l'arc  $x_a^k$  ou la somme des flux liés à chaque segment  $s$  sur l'arc  $x_a^s$ . Les autres contraintes correspondent au MCM présenté dans le Tableau 4.3.

Afin d'améliorer le modèle ci-dessus, (Croxtton et al., 2003b) proposent deux approches : **améliorer la relaxation PL et réduire le nombre de segments**. Cette dernière approche porte sur la simplification des coûts de transport, celle-ci est donc à analyser en détail dans les études de cas ci-après.

En ce qui concerne, la première approche, appelons le MB (Modèle Basique) pour le modèle ci-dessus. (Croxtton et al., 2003b) et (Croxtton et al., 2007) proposent deux modèles, le

MR (modèle renforcé) et le ME (Modèle Etendu) en utilisant respectivement les deux contraintes suivantes :

$$\text{Modèle Renforcé : } x_a^k \leq M_a^k \sum_s y_a^s, \quad a \in A, k \in K \quad 4.81$$

$$\text{Modèle Etendu : } x_a^{ks} \leq M_a^k y_a^s, \quad a \in A, k \in K, s \in S_a \quad 4.82$$

L'objectif des MR et ME est d'améliorer la relaxation PL de la contrainte (4.77) dans le MB ci-avant en imposant une borne supérieure au flux d'un produit sur un arc quelconque. La contrainte (4.81) du MR définit que le flux du produit  $k$  sur l'arc  $a$ , le  $x_a^k$ , est inférieur ou égale à la constante  $M_a^k$  si cet arc porte un flux et  $\sum_s y_a^s = 1$ , sinon  $x_a^k = \sum_s y_a^s = 0$ . La constante  $M_a^k$  est égale à la somme des approvisionnements (donc aussi à la somme des demandes) du produit  $k$  dans le réseau. Cette contrainte vise à désagréger les produits mais agréger les segments liés à l'arc. Afin d'avoir une contrainte encore plus stricte sur le  $x_a^k$ , on peut désagréger davantage les segments. De là, on a  $x_a^{ks}$  dans le ME qui signifie le flux du produit  $k$  sur l'arc  $a$  lié au segment  $s$ , dont la valeur ne peut pas dépasser le constant  $M_a^k$ . Par contre, cette opération de désagrégation fait augmenter le nombre de segments au niveau de calcul, car chaque segment est caractérisé par un type de produit.

Evidement, les MR et ME sont plus « serrés » que le MB, et le ME a la contrainte la plus forte. Cela est montré par les résultats de (Croxtton et al., 2007), les deux modèles MR et ME sont capables d'améliorer considérablement la qualité de l'optimisation, car ils disposent des contraintes supplémentaires qui resserrent la taille des flux. Surtout, lors de l'interception du premier segment  $f_a^d \neq 0$ , les MR et ME peuvent améliorer l'optimisation mesurée en gap de 50% à 3% approximativement. Or, le temps de calcul pour les MR et ME est corrélativement plus long, car ils demandent plus d'opérations au niveau du calcul (la désagrégation des flux). Donc, on a la comparaison sur la qualité d'optimisation comme ME > MR >> MB, mais au contraire pour le temps d'optimisation. D'ailleurs, vu l'amélioration importante de la qualité d'optimisation, il est considéré que les MR et ME sont plus performants.

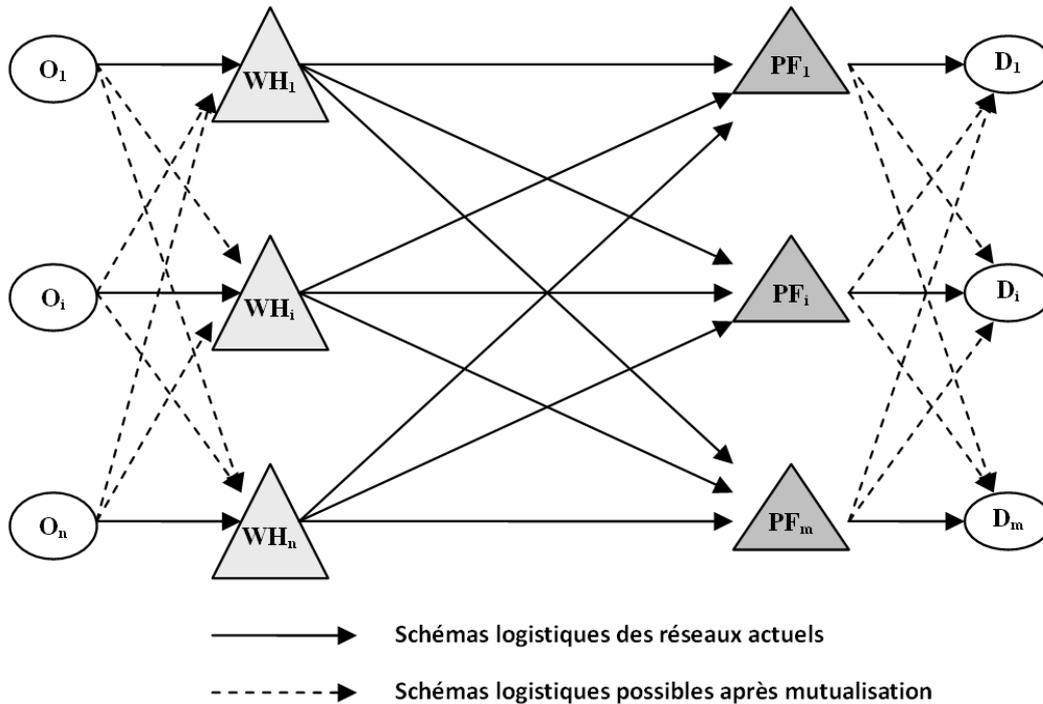
Les résultats concernant les réseaux avec multi-produits et  $f_a^d \neq 0$  (Croxtton et al., 2007) démontre que le ME offre en général des résultats d'optimisation meilleurs que ceux du MR, mais il consomme aussi plus de temps de calcul (avec un facteur quatre pour certains cas par rapport au MR). En outre, il existe une convergence sur la qualité de résultats lorsque le

problème devient plus complexe. Ce résultat a été également prouvé dans l'étude (Croxtton et al., 2003b). Il est constaté que le MR résolu par l'algorithme Branch-and-Bound offre des résultats comparables avec ME mais il consomme moins de CPU temps et de mémoire lors de l'optimisation. De ce fait, (Croxtton et al., 2003b) ont choisi le MR pour modéliser un problème de transport de Merge-in-Transit. En général, ces deux modèles sont retenus comme des possibilités pour améliorer le modèle basique et la sélection doit dépendre de la particularité du problème à résoudre. Dans ce travail, en raison de la taille des problèmes, le **MR est choisi** comme une démarche qui améliore le modèle. En effet, la contrainte (4.81) du MR est considérée comme une résolution de problème d'optimisation dans les études de cas et elle n'est pas concernée dans le modèle générique construit par la suite.

En général, le modèle présenté ci-dessus repose sur les réseaux directs O-D qui ne correspondent pas au périmètre de cette étude. Dans la section suivante, nous allons développer un modèle en se basant sur les principes de celui que l'on vient de présenter.

#### 4.3.3.2 Proposition d'un modèle de minimisation des émissions dans un réseau à trois maillons

Rappelons que le périmètre de ce travail porte sur la mutualisation des réseaux de la grande distribution dans lesquels les chaînes concernées peuvent être globalement considérées comme **orientées et à trois maillons** : **O** (Site de production fournisseur) → **WH** (entrepôt fournisseur) → **PF** (plateforme distributeur) → **D** (ou PDV : points de vente). Comme le montre la Figure 4.12, la mutualisation qui vise à partager les ressources logistiques apporte des schémas possibles aux réseaux actuels. De fait, le modèle a pour objectif de définir de nouveaux schémas logistiques mutualisés en se basant sur les ressources existantes. Il s'agit de définir le graphe  $G=(N,A)$ , avec l'ensemble de nœuds  $N=O \cup WH \cup PF \cup D$  et l'ensemble d'arcs  $A=O \times WH \cup WH \times PF \cup PF \times D$ , voir la Figure 4.12. De plus, dans le graphe  $G$ , il est strictement défini que les sites fournisseurs **O** sont les sommets entrées et les PDV distributeurs **D** sont les sorties, les hubs intermédiaires **WH** et **PF** sont les sites isolés.



**Figure 4.12 : Exemple des schémas logistiques actuels et après mutualisation**

Au niveau de la modélisation, la conception du réseau mutualisé ressemble au Location-Allocation problème. D'après la Figure 4.12, les flux d'origine  $O_i$  se concentrent dans le réseau afin d'obtenir une économie d'échelle du transport pour arriver à destination  $D_i$ . Selon le modèle Ernst et Krishnamoorthy discuté dans le paragraphe 4.3.1, on peut utiliser la variable  $x_a^k$  pour tracer les flux du produit  $k$  sur chaque arc  $a \in A$ . De plus, par rapport à l'objectif du modèle qui porte sur la minimisation des émissions de CO<sub>2</sub> du transport, le flux  $x_a^k$  représente une certaine valeur d'émissions et cette valeur est traduite par une fonction d'émissions linéaire par morceaux. Le modèle Croxton discuté dans la section précédente est donc appliqué à cette modélisation.

De plus, certaines hypothèses, ou prémisses, sont nécessaires afin de modéliser le problème :

(a) : étant donné que la mutualisation ne cherche pas à implanter de nouveaux hubs mais à partager les existants parmi les acteurs, le coût d'ouverture n'est pas nécessaire. En plus, on fait l'hypothèse que la capacité des hubs n'est pas mise en cause. Donc c'est un problème de localisation sans **capacité et sans coût d'implantation** ;

(b) : le problème consiste principalement à affecter les sites  $O$  et  $D$  respectivement aux entrepôts et plateformes mutualisées. Cette affectation pourrait être identique ou variante

d'une période à l'autre en fonction des expéditions ou des livraisons. De ce fait, nous proposons d'imposer un index  $t$  qui signifie la période  $t$  dans l'horizon de temps  $T$  (par exemple en nombre de semaines) sur la variable de flux, on obtient  $x_{at}^k$ . Cet index sert uniquement à garantir une même affectation des produits aux hubs sur l'horizon. Par ailleurs la livraison des flux est effectuée strictement semaine par semaine afin de garantir le taux de service hebdomadaire ;

(c) : la fonction d'émissions de CO<sub>2</sub> est linéaire par morceaux et semi-continue inférieurement  $g(x) \leq \liminf_{x' \rightarrow x} g(x')$ , et on définit aussi que  $g(0)=0$ . La définition des variables de segment se conforme à la Figure 4.11.

En conséquence, le modèle ci-dessus est obtenu pour le problème de conception d'un **réseau de distribution en trois échelons avec multi-produits et multi-périodes** :

Fonction objectif :

$$\min CO_2 : \sum_{t \in T} [ \sum_{om \in A_u} d_{om} \varepsilon(x_{omt}) + \sum_{mn \in A_m} d_{mn} \varepsilon(x_{mnt}) + \sum_{nd \in A_d} d_{nd} \varepsilon(x_{ndt}) ] \quad 4.83$$

Avec la fonction linéaire par morceaux discontinus:

$$\varepsilon(x_{at}) = f_a^s y_a^s + v_a^s z_{at}^s \quad 4.84$$

Contraintes de linéaire par morceaux :

$$x_{at} = \sum_{s \in S_a} z_{at}^s ; a \in A, t \in T \quad 4.85$$

$$x_{at} = \sum_{k \in K} x_{at}^k ; a \in A, t \in T \quad 4.86$$

$$lb_a^s y_a^s \leq z_{at}^s \leq ub_a^s y_a^s ; a \in A, t \in T, s \in S_a \quad 4.87$$

$$\sum_{s \in S_a} y_a^s \leq 1 ; a \in A \quad 4.88$$

$$y_a^s \in \{0,1\} ; a \in A, s \in S_a \quad 4.89$$

$$z_{at}^k \geq 0 ; a \in A, t \in T, k \in K \quad 4.90$$

Contraintes d'équilibre des flux :

$$x_{at}^k \geq 0 ; a \in A, t \in T, k \in K \quad 4.91$$

$$\sum_{m \in M} x_{omt}^k = R_{ot}^k ; o \in O, t \in T, k \in K \quad 4.92$$

$$\sum_{n \in N} x_{ndt}^k = B_{dt}^k ; d \in D, t \in T, k \in K \quad 4.93$$

$$\sum_{o \in O} x_{omt}^k = \sum_{n \in N} x_{mnt}^k ; m \in M, t \in T, k \in K \quad 4.94$$

$$\sum_{m \in M} x_{mnt}^k = \sum_{d \in D} x_{ndt}^k ; m \in M, t \in T, k \in K \quad 4.95$$

Contraintes d'affectation des hubs :

$$p_{omt}^k \in \{0,1\}; o \in O, m \in M, t \in T, k \in K \quad 4.96$$

$$x_{omt}^k \leq p_{omt}^k \cdot Z; o \in O, m \in M, t \in T, k \in K \quad 4.97$$

$$\sum_{m \in M} p_{omt}^k = 1; o \in O, t \in T, k \in K \quad 4.98$$

$$p_{omt}^k = p_{omt'}^k; o \in O, m \in M, t \in T, k \in K \quad 4.99$$

$$q_{ndt} \in \{0,1\}; d \in D, n \in N, t \in T \quad 4.100$$

$$x_{ndt}^k \leq p_{omt}^k \cdot Z; o \in O, m \in M, t \in T, k \in K \quad 4.101$$

$$\sum_{n \in N} q_{ndt} = 1; d \in D, t \in T \quad 4.102$$

$$q_{ndt} = q_{ndt'}; d \in D, n \in D, t \in T \quad 4.103$$

Contraintes d'ouverture des hubs :

$$H_{it} \in \{0,1\}; i \in M \cup N, t \in T \quad 4.104$$

$$\sum_{i \in M} H_{it} = P \text{ et } \sum_{i \in N} H_{it} = P'; t \in T \quad 4.105$$

$$x_{omt}^k \leq H_{mt} \cdot Z; o \in O, m \in M, t \in T, k \in K \quad 4.106$$

$$x_{ndt}^k \leq H_{nt} \cdot Z; o \in O, m \in M, t \in T, k \in K \quad 4.107$$

Avec :

$Z$  : une constante grande ;

$T$  : l'horizon de temps (par exemple en nombre de semaines) ;

$K$  : l'ensemble de produits qui ont chacun au moins une origine et une destination ;

$O, M, N, D$  : l'ensemble des sites des fournisseurs (O), les WH en tant que candidats des Hubs Amont (M), les PF en tant que candidats des Hubs Aval (N) et les destinations (D);

$P$  ou  $P'$  : un nombre entier qui définit le nombre maximal de hubs amont ou aval ouverts. Par exemple, si  $P=|M|$  et  $P'=|N|$ , il signifie que tous les WH et PF concernés sont retenus comme candidats des sites mutualisés (hubs amont et aval) ;

$A_u, A_m, A_d$  : sous-ensembles de l'ensemble des arcs  $A$  avec  $A_u$  l'ensemble des arcs amont  $om, Au$  pour les arcs inter-hubs  $mn$  et  $A_d$  les arcs aval  $nd$  ; et on a bien  $A= A_u \cup A_m \cup A_d$ .

$a$  : arc élément et  $a \in A$  ;

$d_{ij}$  : distance d'un arc  $ij \in A$  ;

$\varepsilon(x)$  : fonction des émissions de CO<sub>2</sub> de transport liée au flux  $x$  ;

$R_{ot}^k$  : quantité du produit  $k \in K$  fourni au nœud de source  $o \in O$  à la semaine  $t \in T$  ;

$B_{dt}^k$  : quantité du produit  $k$  demandé au PDV  $d \in D$  à la semaine  $t$  ;

$S_a$  : représente le nombre de segments sur l'arc  $a \in A$  ;

$s$  : segment linéaire de la fonction  $s \in S_a$  ;

$f_a^s$  : valeur fixée et non négative de l'interception du segment  $s$  sur l'arc  $a$ , elle est identique pour tous les arcs et segments. Particulièrement, elle est égale aux émissions de CO<sub>2</sub> d'un moyen de transport parcouru à vide, donc on a  $f_a^s \neq 0$ .

$v_a^s$  : pente du segment  $s$  sur l'arc  $a$ , qui est identique pour dans tous les arcs et segments. Elle représente les émissions de CO<sub>2</sub> en fonction de la charge de moyen ;

$y_a^s$  : variable binaire de chaque arc  $a \in A$ , avec  $y_a^s=1$  si le segment  $s$  contient un flux non nul, sinon 0 ;

$lb_a^s$  et  $ub_a^s$  : borne inférieure et supérieure du flux total du segment  $s$  sur l'arc  $a$ . En particulier pour chaque arc  $a$  on suppose que  $lb_a^l=0$  et  $ub_a^{max}=+\infty$ ; et également que pour chaque segment  $s$ ,  $ub_a^s-lb_a^s=W_c$  qui représente la capacité du moyen de transport ;

$z_{at}^s$  : flux liés au segment  $s$  sur l'arc  $a$  à la semaine  $t$  ;

$x_{at}$  : somme de flux sur l'arc  $a$  à la semaine  $t$ .

Variables de décision :

$x_{at}^k$  : quantité de flux de produit  $k \in K$  sur l'arc  $a \in A$  à la semaine  $t \in T$  ;

$p_{omt}^k$  : variable binaire avec  $p_{omt}^k=1$  si le flux du produit  $k$  passe par l'arc  $om \in A_u$  à la semaine  $t$ , sinon 0;

$q_{ndt}$  : variable binaire avec  $q_{ndt}=1$  si la destination  $d \in D$  est servi par le hub aval  $n \in N$  à la semaine  $t$ , sinon 0;

$H_{it}$  : variable binaire, vaut 1 si le hub  $i \in M \cup N$  est ouvert à la semaine  $t$ , sinon 0 ;

La fonction objectif consiste à minimiser la somme des émissions de CO<sub>2</sub> des trois échelons du réseau logistiques sur l'horizon de temps. Dans le cas où les autres objectifs sont proposés dans le modèle, par exemple le coût de transport qui a été modélisé dans le paragraphe 4.2.1, il est possible de changer cette fonction par une autre qui correspond à l'objectif souhaité. Pour comprendre le modèle, les contraintes sont divisées en quatre groupes selon leur fonction :

➤ **Contraintes de la fonction linéaire par morceaux** : les contraintes dans ce groupe reprennent celles du modèle MCM. Les contraintes (4.85-86) définissent que le flux sur l'arc doit également la somme des flux liés aux segments et aussi également la somme des produits sur l'arc. Puis les contraintes (4.87-89) assurent qu'il existe au plus un segment qui porte des flux non nuls. Et la valeur de flux  $x_{at}$  est traduite en valeur d'émissions par la fonction (4.84).

➤ **Contraintes d'équilibre des flux** : Il s'agit des contraintes traditionnelles pour équilibrer les flux dans le réseau. La formule (4.92) garantit que les flux du produit  $k$  en provenance du site  $o$  sur les arcs en amont également l'offre  $R_{ot}^k$ . Et les demandes du  $k$  du site  $d$ ,  $B_{dt}^k$ , doivent être satisfaites par les flux en aval. En plus, les contraintes (4.94-95) assurent qu'aucun produit n'est consommé par les sites de transition  $M$  et  $N$  ;

➤ **Contraintes d'affectation des hubs** : ce groupe cherche à définir les schémas de transport en amont et aval qui sont présentés par les deux variables binaires :  $p_{omt}^k$  et  $q_{ndt}$ . Elles reflètent si l'arc  $ij$  est choisi ou non. Les contraintes (4.98) et (4.102) signifient que c'est un SA (*Single-Allocation*) problème. Autrement dit, chaque site  $o$  ou  $d$  est affecté

respectivement à un seul  $m$  ou  $n$ . De plus, (4.99) et (4.103) déterminent que cette affectation reste la même sur l'horizon de temps. Dans le cas du MA (Multiple Allocation) problème, il suffit de supprimer ces quatre contraintes afin de libérer l'affectation des sites ;

➤ **Contraintes d'ouverture des hubs** : il s'agit de limiter le nombre de hubs amont ou aval par un nombre entier  $P$  ou  $P'$ . Ce principe est similaire du *P-hub Median* Problème discuté dans le paragraphe 4.3.1.1. Les contraintes (4.106-107) garantissent que les flux ne sont liés qu'aux hubs ouverts. Selon le principe de la mutualisation, on a  $P \leq |M|$  et  $P' \leq |N|$ . L'objectif de la proposition de ce groupe de contraintes est que la mutualisation apportera éventuellement une diminution du nombre de WH ou PF demandé par le réseau du fait que les sites seront utilisés de façon plus efficace après mutualisation. Donc, il sera intéressant d'étudier la sensibilité du résultat au nombre de sites mutualisés (retenu parmi ceux existants) à l'amélioration du problème.

A part la fonction objectif linéaire par morceaux qui vise particulièrement l'objectif de minimiser les émissions de CO<sub>2</sub>, le modèle construit ci-dessus est un modèle générique vis-à-vis du problème de la conception de réseaux mutualisés. Par ce modèle, le problème est formulé en PLNE. Or, nous devons préalablement indiquer que, lors de l'application de ce modèle générique, certaines contraintes pourront éventuellement ne pas se présenter si elles ne sont pas concernées dans le problème dans les études de cas. De plus, la complexité introduite par la fonction objectif entraînera en outre des hypothèses pour améliorer le calcul. Ces résolutions sont décidées en fonction des caractéristiques du problème étudié. Pour des exemples, on peut se reporter aux deux chapitres suivants sur les études de cas.

#### 4.3.4 Problème de tournée de véhicules

L'opération de transport en tournée de véhicules est également considérée comme une approche de mutualisation dans cette thèse, car elle correspond au principe de la consolidation au niveau du moyen de transport. Par rapport au problème de la conception de réseaux, le PTV (Problème de Tournée de Véhicules), ou VRP (*Vehicle Routing Problem*) en anglais, est relativement moins concerné par ce travail de recherche puisqu'il s'inscrit au niveau tactique/opérationnel. Donc, nous n'allons pas examiner en détail ce problème, mais uniquement présenter les modèles qui sont utilisés dans ce travail pour faire des tournées mutualisées au niveau régional.

Parmi ces branches, **le CVRP est le problème qui correspond à ce travail**, car la capacité des véhicules est une contrainte importante au niveau de la minimisation des émissions du transport. Selon la fonction d'émissions linéaire par morceaux, la quantité des CO<sub>2</sub> émis par km d'une livraison dépend à la fois de la charge de véhicule et du nombre de véhicules. Cela conduit à l'objectif de maximiser la charge des véhicules et ainsi de minimiser le nombre de véhicules nécessaires, ainsi que la distance parcourue. C'est la raison pour laquelle le CVRP est le modèle retenu dans cette section. A cette étape, les autres problèmes du VRP qui sont relativement moins importants pour l'objectif de l'étude ne sont pas étudiés. Mais ils seront éventuellement pris en considération pour des contraintes opérationnelles et cela permet de donner des perspectives pour les travaux à venir liés à ce sujet.

Nous allons examiner l'impact de la minimisation des émissions de CO<sub>2</sub> sur le problème CVRP, puis l'impact sur les modèles retenus pour ce travail.

#### 4.3.4.1 CVRP avec un objectif de réduction des émissions de CO<sub>2</sub>

Dans la littérature, les modèles d'optimisation liés au CVRP portent sur l'approche exacte ou une heuristique, pour un panorama des modèles, on peut se référer à (Laporte, 1992), (Guéret et al., 2002) et (Toth et Vigo, 2002). Les problématiques classiques sont souvent fondées sur **la minimisation des distances parcourues, du temps de transport, ou du coût de transport**. Cependant, en termes d'écologie, jusqu'à maintenant il n'existe pas encore un algorithme exact qui vise à minimiser directement les émissions de CO<sub>2</sub> liées aux tournées. Par rapport aux problèmes classiques, la difficulté est que les émissions d'un arc AB dépendent à la fois la distance de l'arc mais aussi des charges accumulées avant cet arc (ex : selon l'ordre de visite des points, la charge du camion sur l'arc AB comprend la charge du point A ainsi que les charges collectées avant le point A, par exemple la charge du point A-1, qui font aussi partie les émissions de l'arc AB), il s'agit donc d'un **problème de programmation dynamique**. Sachant que ce problème d'optimisation n'est pas le cœur du sujet de recherche dans cette thèse, au lieu de créer un nouveau modèle d'optimisation, nous avons utilisé des modèles existants pour évaluer la performance des schémas logistiques en tournée de véhicules.

En ce qui concerne les émissions de CO<sub>2</sub> des tournées, il n'existe pas d'approche exacte pour résoudre ce type de problème jusqu'à ce jour. Ce n'est d'ailleurs que récemment que certains travaux abordent le problème d'émissions sur le VRP par des approches heuristiques.

Par exemple, l'étude de cas (Ubeda et al., 2010), qui est en rapport avec la thèse de Palmer (Palmer, 2007), cherche à «verdir» le réseau de distribution urbain concernant un dépôt et 12 points de livraison avec transport par tournées (le problème de livraison ou de collecte en tournées est mathématiquement identiques si les trajets à vide ne sont pas pris en compte, car ils ont les mêmes contraintes à respecter. Donc les discussions ci-après portent sur le problème de collecte de flux). En maintenant le niveau de service aux clients, Ubeda et al. déclinent qu'il y a trois possibilités pour réduire le CO<sub>2</sub> du transport organisé en tournée :

- **Re-planifier les tournées** : il s'agit d'organiser les tournées de façon plus efficace par rapport au cas actuel. Cette démarche repose sur l'optimisation des données principalement en minimisant les distances parcourues lors des tournées pour visiter tous les points. Cela est un sujet classique et très étudié en matière de CVRP et le modèle sera discuté ci-après.

- **Réduire les trajets à vide** : c'est la réduction des trajets retours au dépôt à la fin de tournées, autrement dit c'est le VRPB. Ce genre de problème est un autre sujet important du VRP. Dans le travail de Ubeda (Ubeda et al., 2010), cette approche a été réalisée par la déduction des distances parcourues par camion à vide sur l'ensemble des distances parcourues. Evidemment, cela induit une réduction des émissions importantes, car les émissions à vide représentent une part importante des émissions en charge.

Les deux premières démarches ont pour objectif de minimiser les tournées, ainsi que les distances parcourues. Autrement dit, ces solutions réduisent les émissions de façon indirecte.

- **Minimiser les émissions de CO<sub>2</sub> lors des livraisons**, qui cherche les schémas les moins polluants lors de l'affectation des tournées. S'appuyant sur la thèse (Palmer, 2007), Ubeda et al. étudient une approche heuristique qui minimise les émissions de CO<sub>2</sub> des tournées en deux étapes. La première repose sur une optimisation par une matrice d'émissions sur chaque arc. Il est fait l'hypothèse que les arcs sont indépendants, comme cela les émissions de l'arc  $i-j$  ne dépendent que de la charge collectée au point  $i$  et de la distance  $d_{ij}$ . Donc, la matrice d'émissions pourrait être définie comme  $e_{ij} = d_{ij} \times \varepsilon(q_i)$ , où  $d_{ij}$  est la distance entre  $i$  et  $j$  et  $\varepsilon(q_i)$  est la valeur des émissions (par km) de la charge du point  $i$ , la  $q_i$ . Donc au lieu de minimiser la somme de distances  $d_{ij}$ , il est possible de définir les schémas logistiques qui minimisent la somme d'émissions  $e_{ij}$ . Pourtant, ces schémas ne sont pas les solutions optimums puisque l'ordre des tournées d'une route n'est pas pris en compte dans le

modèle. Donc, il faut ensuite réaliser une deuxième étape d'optimisation en s'appuyant sur les résultats de l'étape 1, elle consiste à organiser l'ordre des visites parmi les points de chaque tournée définie et qui a réduit les émissions. En effet, plus le camion est chargé plus les émissions sont importantes.

Dans l'objectif de minimiser de façon directe les émissions de CO<sub>2</sub> des tournées, l'approche heuristique présentée ci-dessus ramène le problème de programmation dynamique à un problème de PLNE. Le problème est ainsi simplifié au niveau de sa complexité. Le modèle construit n'offre cependant pas une résolution exacte. Dans (Ubeda et al., 2010), le modèle est proposé pour une étude de cas ayant un dépôt et 12 points à visiter, mais ils envisagent que, si le nombre de points augmente, cette approche reste difficile à mettre en œuvre.

Pour comparer ces trois approches, selon les résultats de l'étude (Ubeda et al., 2010), il s'avère que le deuxième, minimiser les trajets à vide, est plus efficace pour réduire les émissions par rapport aux deux autres démarches, cela correspond bien à la conclusion de l'étude (Dejax et Crainic, 1987) : les trajets à vides sont une partie importante de l'amélioration du transport au niveau stratégique/tactique. Or, sachant que le problème de repositionner les véhicules (les trajets à vide), est au niveau tactique/opérationnel, il n'est pas discuté dans le cadre de cette thèse.

Par ailleurs, (Ubeda et al., 2010) trouvent que la première démarche sur la minimisation des distances parcourues et la troisième sur la minimisation des émissions sont quasi identique en terme de performance, soit inférieur à 1% de différence entre la réduction de distance ou d'émissions. Il n'existe pas une supériorité sensible entre l'un et l'autre. Cette conclusion est identique avec (Palmer, 2007). La raison principale est que la fonction objectif de la troisième démarche n'est pas sensiblement plus sensible, car elle ne prend en compte que les émissions des arcs indépendants lors de la première étape d'optimisation. De plus, la deuxième étape d'optimisation dans l'objectif d'organiser l'ordre des visites lors des tournées peut éventuellement offrir une amélioration marginale. Prenons un exemple simple : nous allons ramasser les flux de deux points numérotés 2 et 3 avec flux respectifs  $q_2$  et  $q_3$  (émissions des flux  $\varepsilon(q_i)$ ), puis livrer à un entrepôt numéroté 1. En rejetant les trajets à vide, les deux possibilités de calculer les émissions de CO<sub>2</sub> sont  $E_{231}=d_{23}*\varepsilon(q_2)+d_{31}*\varepsilon(q_3+q_2)$  ou  $E_{321}=d_{23}*\varepsilon(q_3)+d_{21}*\varepsilon(q_1+q_2)$ , donc la différence est de  $\Delta= d_{23}*[ \varepsilon(q_2)-\varepsilon(q_3) ]+(d_{31}-d_{21})*\varepsilon (q_3+q_2)$ .

A la condition que la distance  $d_{23}$  n'est pas assez grand et  $\varepsilon(q_2) \approx \varepsilon(q_3)$ , et  $d_{31} \approx d_{21}$ , la différence est négligeable. Ces conditions correspondent souvent aux cas de multi-pick classiques : les points de ramassage sont souvent assez proche et relativement loin de l'entrepôt à livrer. C'est pourquoi, (Ubeda et al., 2010) ont trouvé que les deux démarches ont une performance comparable. Or, dans un cas particulier, par exemple les distances entre nœuds sont importantes, le résultat pourra être différent. Mais cela ne correspond à notre étude de cas du chapitre suivant.

Compte tenu du résultat précédent nous minimiserons la distance pour minimiser indirectement le CO<sub>2</sub> sur les tournées de véhicules, **nous avons choisi la première approche qui minimise les distances pour minimiser les émissions de CO<sub>2</sub> du transport en tournée.** Il existe des modèles qui fournissent la résolution exacte dans la littérature pour ce genre de problème.

#### 4.3.4.2 Modèles existants en matière de CVRP

Le CVRP traditionnel optimise des trajets en tournée portant par exemple la totalité des distances parcourues pour la collecte (ou la livraison) de flux (les autres objectifs comme le coût de transport, le temps de transport, etc. ne sont pas considérés à cette étape). De plus, il est nécessaire de respecter la capacité des véhicules. Dans le contexte de la collecte des flux de fournisseurs puis la livraison à une plateforme distributeur, le CVRP peut être défini comme suit :

On suppose que  $G=(N,A)$  est un graphe complet, avec l'ensemble de sommets  $N=\{1,\dots,n\}$  et l'ensemble d'arcs  $A=N \times N$ . Les sommets  $j=2,\dots,n$  correspondent aux sites des fournisseurs où il y des flux non négatifs  $q_j$  à collecter, alors que le sommet  $j=1$  correspond à la plateforme distributeur à livrer. Particulièrement, la boucle  $(i,i)$  n'est pas permise. De plus, une valeur  $d_{ij}$  non négative est associée à l'arc  $(i,j) \subseteq A$ , qui correspond la distance entre  $i$  et  $j$ .

Le CVRP consiste à déterminer les tournées  $m$  en satisfaisant les quatre contraintes principales comme indiqué dans (Kara et al., 2004) : a) chaque tournée commence et termine par la plateforme ; b) chaque site fournisseur doit être visité une et une seule fois ; c) les flux collectés accumulés dans chaque tournée ne doivent pas dépasser la capacité de véhicule  $Q$  ; d) la somme des distances parcourues par les tournées doit être minimisée, cela est de fait l'objectif du problème.

Ce problème peut être formulé par des modèles différents. D'abord, les modèles à deux-index ou à trois-index sont possibles comme le montre dans (Laporte, 1992), et ceux à trois-index du CVRP sont particulièrement utilisés dans les cas où la capacité des véhicules dans la flotte n'est pas identique et il est utile de distinguer les véhicules par l'index  $k$ . Étant donné que cela ne correspond pas à la condition de ce travail, nous centrons sur les modèles à deux-index.

Selon une revue sur les algorithmes exacts liés au CVRP (Toth et Vigo, 2002), deux différentes formulations sont proposées dans la littérature pour modéliser ce genre de problème.

Le premier type de formulation se fonde sur un nombre exponentiel de variables binaires qui sont associées à chaque circuit faisable. Le modèle collecte d'abord tous les circuits possibles dans le graphe  $G$ ,  $\mathcal{H}=\{H_1, \dots, H_M\}$ , dont chaque circuit  $H_j$  a une valeur (ex : la distance du circuit)  $d_j$ , de plus il est associé par une variable binaire  $x_j$  qui vaut 1 si le  $H_j$  est retenu dans la solution optimale qui minimise la somme des distances, sinon 0. Autrement dit, il correspond au *Set Partitioning Problem* (Toth et Vigo, 2002). Ce modèle a été proposé dans (Laporte et al., 1985) pour formuler un problème euclidien du VRP, et il est aussi a été discuté dans (Toth et Vigo, 2002).

De fait, la première formulation n'est pas beaucoup utilisée dans la littérature pour formuler le CVRP. En effet, la première étape du modèle va collecter tous les circuits possibles et donc générer une base de solution en nombre exponentiel de variables binaires. Cet inconvénient est de plus en plus évident avec l'augmentation de la taille de problème. C'est la raison pour laquelle, (Toth et Vigo, 2002) annoncent que le deuxième type de formulation qui sera présenté est plus fréquemment utilisé dans la littérature.

Le deuxième modèle se base sur la PLNE, comme le modèle ci-dessous cité de (Toth et Vigo, 2002) le montre, voir aussi (Guéret et al., 2002) et (Kara et al., 2004) :

$$\min \sum_{i,j \in N, i \neq j} d_{ij} x_{ij} \quad 4.108$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j=2}^n x_{1j} = m \quad 4.109$$

$$\sum_{i=2}^n x_{i1} = m \quad 4.110$$

$$\sum_{j=1; j \neq i}^n x_{ij} = 1 \quad (i=2, \dots, n) \quad 4.111$$

$$\sum_{i=1; i \neq j}^n x_{ij} = 1 \quad (j=2, \dots, n) \quad 4.112$$

$$q_i \leq u_i \leq Q \quad (i=2, \dots, n) \quad 4.113$$

$$u_i - u_j + Qx_{ij} \leq Q - q_j \quad (i, j=2, \dots, n; i \neq j) \quad 4.114$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad (i, j=1, \dots, n; i \neq j) \quad 4.115$$

Dans ce modèle, la variable binaire  $X_{ij}$  qui vaut 1 si le site  $i$  est suivi immédiatement par le site  $j$  dans une tournée et 0 sinon.  $Q$  est la capacité de véhicule et elle est constante en faisant l'hypothèse que les véhicules sont identiques.  $q_i$  est la quantité de produits à ramasser au point  $i=2, \dots, n$ . De plus, la variable  $u_i$  correspond à la charge accumulée ramassée aux points lors du trajet allant du site 1 au site  $i$  inclus. Par exemple, dans une tournée donnée 1-2-6-9-11-1, le  $u_9$  égale la somme de flux  $q_2, q_6$  et  $q_9$  (rappelons que 1 est la plateforme). Afin de respecter la contrainte de capacité et ramasser les flux, la valeur de  $u_i$  doit toujours être inférieure ou égale à la capacité  $Q$  et supérieure à la charge ramassée du point  $i$ .

La fonction objectif minimise la somme des distances parcourues (ou du coût de transport) et elle génère  $n^2$  variables. Les contraintes (4.109) et (4.110) imposent la contrainte que chaque tournée  $m$  doit commencer et terminer par la plateforme, et les contraintes comparables (4.111) et (4.112) assurent que chaque sommet de fournisseur est visité exactement une fois. Les contraintes (4.113) et (4.114), qui sont élaborées d'après les contraintes de l'élimination de sub-tournées du TSP (*Traveling Salesman Problem*) étudiées dans (Miller et al., 1960), ont pour objectif de respecter la capacité de véhicule lors des

tournées. Pour plus de détails dans la détermination des contraintes, on peut se référer à (Toth et Vigo, 2002), (Guéret et al., 2002) et (Kara et al., 2004).

Particulièrement, Toth et Vigo rélèvent que, quand  $X_{ij}=0$ , la contrainte (4.114) est redondante, car elle est équivalente à (4.113). Par conséquent, la (4.114) peut être renforcée en ajoutant des coefficients, comme la contrainte (4.116) ci-dessous proposée dans (Desrochers et Laporte, 1991) puis corrigée dans (Kara et al., 2004) :

$$u_i - u_j + Qx_{ij} + (Q - q_i - q_j)x_{ji} \leq Q - q_j \quad (i, j=2, \dots, n; i \neq j) \quad 4.116$$

La contrainte (4.116) évidemment plus stricte que (4.114), car elle impose une contrainte supplémentaire sur la valeur de  $u_i$  si  $X_{ij}=0$  et  $X_{ji}=1$ . Cette contrainte est appliquée à une étude de cas dans (Guéret et al., 2002) pour optimiser un problème de livraison de fioul d'un dépôt à huit clients. De plus, Guéret et al. rajoutent une contrainte supplémentaire sur le modèle ci-dessus :

$$u_i \leq Q + (q_i - Q)x_{ii} \quad (i=2, \dots, n) \quad 4.117$$

La contrainte (4.117), avec (4.113) ci-avant, précise que, si le point  $i$  est le premier point visité après 1,  $X_{1i}=1$ ,  $u_i=q_i$ . En effet, cette contrainte de renforcement n'est pas obligatoirement nécessaire, mais elle est capable de réduire certainement le temps de calcul, car elle rend la valeur de  $u_i$  plus serrée.

Avec cela, nous avons finalement obtenu le modèle complet :

$$\min \sum_{i \neq j} d_{ij} x_{ij} \quad 4.118$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j=2}^n x_{1j} = m \quad 4.119$$

$$\sum_{i=2}^n x_{i1} = m \quad 4.120$$

$$\sum_{j=1; j \neq i}^n x_{ij} = 1 \quad (i=2, \dots, n) \quad 4.121$$

$$\sum_{i=1; i \neq j}^n x_{ij} = 1 \quad (j=2, \dots, n) \quad 4.122$$

$$q_i \leq u_i \leq Q \quad (i=2, \dots, n) \quad 4.123$$

$$u_i \leq Q + (q_i - Q)x_{1i} \quad (i=2, \dots, n) \quad 4.124$$

$$u_i - u_j + Qx_{ij} + (Q - q_i - q_j)x_{ji} \leq Q - q_j \quad (i, j=2, \dots, n; i \neq j) \quad 4.125$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i, j=1, \dots, n; i \neq j) \quad 4.126$$

$$u_i \geq 0 \quad (i=2, \dots, n) \quad 4.127$$

Ce modèle avec la méthode exacte est appliqué aux études de cas dans cette thèse. L'avantage du modèle est qu'il génère  $n^2$  variables par la fonction objectif et, par conséquent, il est préférable pour les problèmes avec une grande quantité de sommets, auxquels notre travail correspond.

Or, l'inconvénient important est constitué du fait que, malgré la contrainte (4.125) plus stricte, le modèle rencontre souvent la difficulté de trouver la solution optimale dans un certain temps. Comme le montre l'expérience de l'étude de cas dans ce travail, ce modèle avec le solveur de résolution CPLEX trouve en général très vite la première solution en nombres entiers, cependant la convergence des solutions en nombres entiers et de l'objectif de

la PL est lente, autrement dit, c'est difficile d'obtenir un  $\text{gap} < 3\%$ <sup>50</sup>. C'est la raison pour laquelle, nous proposons d'introduire une contrainte supplémentaire sur la distance maximale d'un arc. Lorsque la valeur  $D$  est imposée sur la distance permise d'un arc du graphe, les arcs ne sont pas réalisables si  $d_{ij} > D$ . Cette démarche réduit considérablement le nombre de variables et ainsi simplifie le calcul. Par contre, elle dépouille en même temps l'espace des solutions possibles. De ce fait, la valeur de  $D$  doit être déterminée de façon prudente et en fonction du périmètre de l'étude de cas. Pour exemple, on peut se référer au Chapitre 6.

En conclusion, ce paragraphe est consacré au problème du VRP, et particulièrement le CVRP. Malgré le fait qu'il n'existe pas encore une méthode exacte sur la minimisation des émissions de CO<sub>2</sub> du CVRP, les modèles traditionnels, spécialement ceux qui reposent sur la minimisation de distance sont considérés comme des solutions pertinentes car il existe peu de différence sur le moyen de transport testé entre minimisation de la distance et du CO<sub>2</sub>. En conséquence, il n'y a pas de création de modèle spécifique pour réduire les émissions au niveau du VRP dans ce travail. Ces résultats seront discutés au prochain chapitre.

#### **4.4 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons recherché à formaliser les problèmes de modélisation des émissions en vue de leur minimisation dans des réseaux mutualisés. Cela conduit à la création d'un modèle d'optimisation permettant d'optimiser la performance en émission ou économique de moyens de transport. Pour ce faire, nous nous sommes premièrement concentrés sur la modélisation des émissions de CO<sub>2</sub> des camions et des trains, ainsi que sur la formulation du problème de la conception des réseaux mutualisés, cependant cette formulation pourrait être généralisée à d'autres moyens, à d'autres émissions et à d'autres problèmes de conception de réseaux logistiques. Deuxièmement, nous avons introduit les fonctions d'émissions obtenues, qui sont linéaire par morceaux discontinus, aux modèles d'optimisation du transport. Cette méthodologie a été également discutée dans (Croxtton et al., 2007) qui porte sur un problème de transport direct Origine-Destination avec la fonction de coût linéaire par morceaux discontinus. Par rapport au modèle de Croxtton, notre modèle vise le problème de transport dans un réseau mutualisé à deux ou trois maillons. A ce propos, le  $\mathcal{P}$ -

---

<sup>50</sup> Le  $\text{gap}$  (%) est défini comme  $[(\text{la meilleure borne supérieure obtenue} - \text{l'objectif optimal de la PL}) / \text{l'objectif optimal de la PL}] \times 100\%$

*Median* problème est aussi concerné pour localiser les hubs et affecter les nœuds. Le modèle créé est pour ainsi dire une combinaison du problème d'optimisation de transport avec une fonction linéaire par morceaux discontinus et du *P-Median* problème de la conception de réseaux logistique.

Le problème de tournées de véhicules notamment avec contrainte de capacité des véhicules a également été étudié. L'objectif de minimiser les émissions de CO<sub>2</sub> n'est pas encore bien étudié dans ce domaine et il n'existe pas une méthode exacte pour définir les tournées soumises à cet objectif d'émission. De plus, les résultats de (Palmer, 2007) et de (Ubeda et al., 2010) démontrent que la minimisation des distances parcourues offre des solutions comparables pour minimiser les émissions lors des tournées. Pour ces raisons, nous avons décidé d'adapter les modèles minimisant les distances afin d'approcher l'objectif d'émissions.

Il existe deux apports importants dans ce chapitre. Premièrement, nous avons construit un modèle qui vise l'objectif environnemental, précisément la minimisation des émissions de CO<sub>2</sub> du transport, lors de la conception de réseaux de distribution. Ce genre de modèle au niveau stratégique était encore absent dans la littérature avant ce travail. Donc, nous pouvons envisager que ce modèle d'aide à la décision pourrait être utile pour les chercheurs ou les praticiens logistiques spécialement dans le contexte du développement durable. Or, nous voudrions indiquer que ce modèle construit est générique pour concevoir un réseau de distribution. Il peut également être appliqué au niveau des coûts : minimiser le coût de transport. A la différence de la plupart de modèle concernant le coût de transport, ce modèle se fonde sur la fonction de coût discontinue du fait de la prise en compte de la capacité des véhicules. Donc le coût fixe de l'utilisation des véhicules est peut aussi être minimisé par le modèle comme étudié. Deuxièmement, à travers le modèle construit, nous pouvons maintenant tester les principes de la mutualisation. Avec les résultats de la modélisation des émissions de CO<sub>2</sub> du transport et des coûts logistiques, il sera possible d'évaluer quantitativement la performance des schémas logistiques après mutualisation et donc l'enjeu de la mutualisation. De ce fait, en se basant sur les résultats de ce chapitre, nous avons pu réaliser les études sur des cas réels qui seront présentées dans les deux chapitres qui suivent.

Il existe cependant des limites aux les résultats obtenus dans ce chapitre. L'optimisation est mono-objectif : les émissions de CO<sub>2</sub> ou le coût du transport à cette étape. Le modèle pourra être développé en plusieurs dimensions, par exemple environnement et économie. Ce genre de

modèle permet de déterminer les schémas logistiques qui représentent un compromis entre des émissions de CO<sub>2</sub> et un coût de transport par exemple. En outre, concevoir un réseau logistique durable est aujourd'hui plus compliqué. Il peut concerner plusieurs d'activités de transport comme les trajets à vides, les flux en retours (Bostel et al., 2005), etc. Ces aspects pourront être les critères d'optimisation dans le modèle. Cependant, nous pouvons envisager que ces développements du modèle apporteront des difficultés au niveau de sa réalisation en raison de sa complexité, notamment dû à la fonction discontinue. Une voie de simplification sera de passer à une fonction continue, concave, tout en contrôlant l'écart avec une fonction plus précise.

Enfin, la taxe carbone n'est pas introduite comme coût de transport dans cette étude. La principale raison est que, jusqu'à aujourd'hui, il existe encore des incertitudes importantes sur cette mesure politique concernant le transport de marchandises. Ce genre de coût pourra cependant être intégré dans le modèle d'optimisation au niveau de la fonction objectif. On aboutira alors à un modèle qui éclairera sur l'impact de la taxe sur les coûts, l'organisation du réseau et la réduction du niveau des émissions.

