

## Chapitre 5

# Couplage avec d'autres types de modèle

Après avoir situé le modèle zonal par rapport à plusieurs références, il s'agit maintenant de montrer comment d'autres types de modèles peuvent y être couplés.

Nous verrons successivement comment évaluer le confort, puis le couplage avec un modèle de paroi et enfin les transferts de masse. L'environnement objet permet ces ajouts sans modifier le modèle initial et facilite l'intégration simultanée de plusieurs modèles dans une même simulation.

Enfin, la dernière partie de ce chapitre est consacrée à l'étude des modèles de jets et de panache.



## 5.1 Couplage d'un modèle de confort

La connaissance du champ de température et des vitesses d'air dans un local donne les informations nécessaires pour évaluer et ainsi améliorer le confort des habitants. D'autres grandeurs tels que les températures de paroi, le degré hydrométrique, les gradients de température et les concentrations en polluant jouent également un rôle important.

L'objectif de cette partie est dans un premier temps de présenter les différentes équations permettant de construire un modèle de confort, puis de montrer comment l'intégrer dans l'environnement SPARK.

### 5.1.1 Les équations de description du confort

Fanger [Fan73] est considéré comme la référence dans ce domaine à la suite d'expériences réalisées sur un grand nombre de sujets. Voici les principales étapes de sa démarche.

#### Équilibre thermique

Un sujet produit de la chaleur qu'il échange avec le milieu ambiant. Ce phénomène se traduit par l'équation suivante :

$$\mathbf{M} - \mathbf{W} - \mathbf{E} - \mathbf{RES} = \mathbf{Kcl} = \mathbf{R} + \mathbf{Cv} \text{ en } W m^{-2} \quad (5.1)$$

- L'énergie reçue est :  $\mathbf{M} - \mathbf{W}$  (pour  $1 m^2$ )
- L'énergie "perdue" est :  $\mathbf{E} + \mathbf{RES} + \mathbf{Kcl}$  (pour  $1 m^2$ )

avec :

- $\mathbf{M} = \mathbf{Métabolisme}$  : cela correspond à la partie de la puissance surfacique reçue par oxydation et convertie en chaleur corporelle interne. Elle peut varier de 58 à 500  $W m^{-2}$  (La surface cutanée moyenne de l'adulte étant de  $1,8 m^2$ ).
- $\mathbf{W} = \mathbf{Travail externe}$  : c'est l'énergie transformée en puissance mécanique par unité de surface. Sa valeur est en général faible.
- $\mathbf{E} = \mathbf{Perte de chaleur par évaporation}$  : somme de la diffusion de vapeur ( $E_d$ ) à travers la peau et de l'évaporation de la sueur ( $E_{sw}$ ) :  $E = E_d + E_{sw}$

La puissance de la diffusion de vapeur est fonction de la différence entre la pression de vapeur dans le volume  $P_v$  et la pression de vapeur au niveau de la peau  $P_s$  soit :

$$E_d = 3,0510^{-3} (P_s - P_v) \text{ en } W m^{-2} \quad (5.2)$$

Sachant que la pression de vapeur au niveau de la peau est liée à la température cutanée par la formule suivante :

$$P_s = 256 T_s - 3373 \text{ en Pa}$$

On obtient :

$$E_d = 3,0510^{-3} (256 T_s - 3373 - P_v) \text{ en } W m^{-2} \quad (5.3)$$

où  $P_v$  représente la pression partielle de vapeur et  $T_s$  la température moyenne cutanée. Pour un sujet debout cette valeur est de l'ordre de 20 W. Le cas des pertes par transpiration  $E_{sw}$  qui jouent un rôle de régulateur est traité au paragraphe 5.1.1.

- **RES = Échange thermique par la respiration** : perte de chaleur liée à la différence de température et de quantité d'eau entre l'air exhalé et l'air inhalé. Pour une activité normale, ce terme peut être négligé.

- **Kcl = Conduction thermique à travers le vêtement** : Sa valeur par unité de surface est donnée par la relation :

$$Kcl = \frac{(T_s - T_{cl})}{0,155 I_{cl}} \text{ en } W m^{-2} \text{ où } T_{cl} \text{ est la température du vêtement.}$$

$I_{cl}$ , résistance thermique du vêtement, varie de 0,1 à 3 clo en fonction de la tenue vestimentaire.

- **R = Échange thermique par radiation** : terme lié à la différence de température entre la surface de la personne et celle des surfaces avoisinantes (murs, fenêtres, radiateurs):

$$R = f_{eff} * f_{cl} * \epsilon_r * \sigma$$

-  $\sigma$  est la constante de Stephan Boltzman égale à  $5,67 \cdot 10^{-8}$  en  $W m^{-2} K^{-4}$

-  $\epsilon_r$  représente l'émissivité du vêtement dont une valeur moyenne pour un corps gris est de 0,9

-  $f_{eff}$  est le rapport de la surface effective de rayonnement du corps couvert à la surface totale du corps couvert et dépend donc de la position de l'individu. Une valeur moyenne est 0,71

-  $f_{cl}$  est le rapport de la surface du corps habillé à la surface du corps nu

$$f_{cl} = \begin{cases} 1.00 + 0.2 I_{cl} & \text{si } I_{cl} \leq 0.5 \text{ clo} \\ 1.05 + 0.1 & \text{si } I_{cl} \geq 0.5 \text{ clo} \end{cases}$$

En remplaçant les constantes par leurs valeurs et en linéarisant la puissance 4ème, on obtient pour des températures comprises entre 10 et 30 °C :

$$R = 3.9 * f_{cl} * (T_{cl} - \bar{T}_r) \text{ en } W m^{-2} \quad (5.4)$$

$\bar{T}_r$  est la température moyenne de rayonnement : c'est la température uniforme des surfaces environnantes qui aurait le même effet thermique sur l'individu que l'environnement réel.

- **Cv = Échange thermique par convection** : Il nous est donné par l'équation :

$$Cv = f_{cl} \times h_{cv} (T_{cl} - T_a) \text{ en } W m^{-2}$$

-  $T_a$  est la température de l'air en  $^{\circ}C$

-  $h_{cv}$  est le coefficient d'échange convectif en  $W m^{-2} ^{\circ}C^{-1}$  :

$$h_{cv} = \begin{cases} 2.38 (T_{cl} - T_a)^{0.25} & \text{pour la convection naturelle} \\ 12.1 \sqrt{v_{air}} & \text{en convection forcée} \end{cases}$$

-  $v_{air}$  étant la vitesse moyenne de l'air en  $m s^{-1}$

Dans le cas du sujet debout à activité normale, les pertes par convection et par rayonnement sont du même ordre de grandeur soit environ  $30W m^{-2}$ .

Pour un niveau d'activité donné, en fonction de l'habillement et de l'environnement, les deux paramètres physiologiques permettant d'assurer l'équilibre thermique seront la température moyenne cutanée  $T_s$  et la perte sudorale  $E_{sw}$ .

### Régulation de la température interne

Ces deux paramètres ( $T_s$  et  $E_{sw}$ ) vont permettre de réguler la température du corps. La perte sudorale augmentera en cas de grosse chaleur tandis que la sensation de frisson correspondra à une chute de la température cutanée. La limitation des valeurs de ces paramètres définit un intervalle de confort.

$$- a \leq T_s \leq b$$

$$- c \leq E_{sw} \leq d$$

De nombreuses expériences ont été réalisées par Fanger pour établir des relations entre ces deux paramètres et l'activité. Les relations suivantes en ont été déduites :

$$- T_s = 35.7 - 0.0275 (M - W) \text{ en } ^{\circ}C$$

$$- E_{sw} = 0.42 (M - W - 58.15) \text{ en } W m^{-2}$$

En introduisant ces 2 termes dans l'équation 5.1 et en supprimant les termes négligeables on peut en déduire une condition d'équilibre dans le cas d'une activité normale et à température ambiante :

$$M = 3.0510^{-3} (5733 - 6.99 \times M - P_v) + 0.42 (M - 58.15) + 3.9 \times f_{cl} (T_{cl} - \bar{T}_r) + f_{cl} \times h_c (T_{cl} - T_a) \text{ en } W m^{-2} \quad (5.5)$$

## Indices PMV-PPD

Pour quantifier la sensation de confort, il s'agit d'établir l'état dans lequel se trouvent les individus en fonction des deux paramètres de régulation. La première constatation est que la sensation de confort varie peu en fonction des ethnies de l'âge ou du sexe, ce qui permet d'établir une relation très générale. Comme il est impossible de satisfaire tout le monde, on considère la situation optimale vis à vis du confort dès lors que l'on ne compte plus que 5% d'insatisfaits. Le degré d'inconfort est donc établi en calculant la différence entre la production de chaleur métabolique ( $H = M - W$ ) et l'émission de chaleur dans l'environnement d'un individu maintenu fictivement à des valeurs confortables de  $T_s$  et  $E_{sw}$ . Cette valeur est donnée par la relation :

$$CT = H - E - R - C \quad (5.6)$$

La connaissance de ce paramètre va permettre, à partir d'études expérimentales de déduire une équation pour prévoir la sensation des occupants vis-à-vis du confort en fonction de l'activité :

$$PMV = [0.303 \exp^{-0.036 \times M} + 0.028] \times CT \quad (5.7)$$

PMV représente le vote moyen prévisible et se définit comme suit :

- valeur 0 : neutralité thermique
- valeur positive : sensation de chaleur
- valeur négative : sensation de froid

Lorsque le PMV est nul, l'équation d'équilibre thermique est vérifiée ce qui correspond donc à la sensation de bien-être. Le pourcentage prévisible d'insatisfaits (PPD) est déduit de sa variation ainsi que l'indique la figure 5.1. La sensation de froid se situe à -3, celle de chaud correspond à +3.

L'intervalle de confort préconisé par la norme ISO et confirmé par l'ASHRAE [CST73] est :

- $-0.5 \leq PMV \leq 0.5$
- $PPD \leq 10\%$

Un autre paramètre important étudié par Olesen [OSF79] est l'écart de température entre la tête et les pieds. La figure 5.2 montre la relation entre le nombre d'insatisfaits et l'écart de température au niveau de la tête (1,1 m en position assise) et des chevilles (0,1 m).

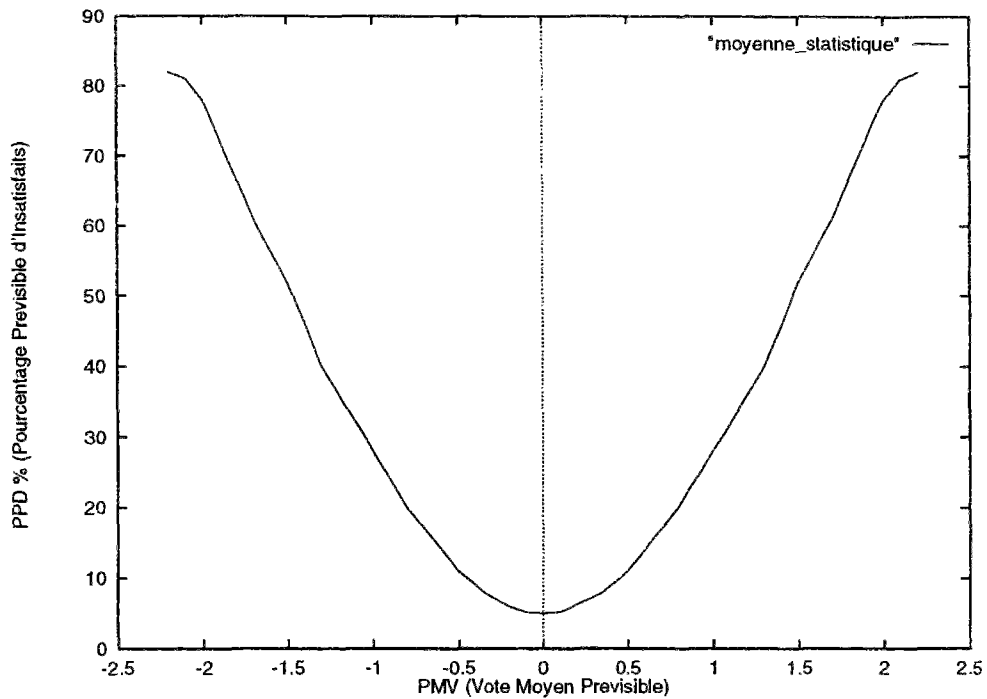


FIG. 5.1 - Relation entre le PPD et le PMV

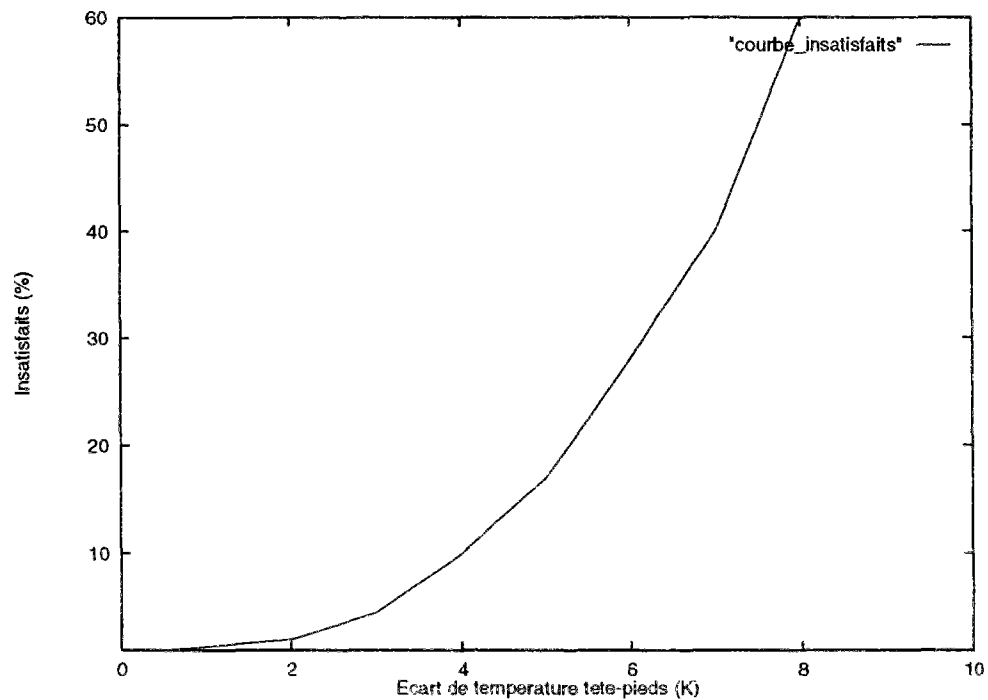


FIG. 5.2 - Pourcentage d'insatisfaits en fonction de l'écart de température entre la tête et les pieds

L'évaluation du confort thermique à partir du modèle simplifié s'effectuera de deux façons :

Tout d'abord, il s'agira de reprendre les équations décrites précédemment de manière à déterminer l'indice PMV dans l'ensemble du local.

Ensuite, il faut vérifier que l'écart de température entre les zones supérieures et inférieures est en-deça d'une certaine limite.

### 5.1.2 Intégration du modèle de confort thermique dans le modèle zonal

Pour prédire les conditions de confort thermique dans un local avec la méthode zonale, il faut calculer le PMV (vote moyen prévisible) à l'intérieur de chaque sous-volume. L'aspect modulaire de l'environnement va nettement faciliter ce travail. En effet, il suffit de construire un seul macro-objet "confort", qui sera rattaché à chaque macro-objet cellule dont les entrées seront les températures et les vitesses d'air, la sortie étant l'indice PMV. Au niveau de la simulation, la température de vêtement est la variable supplémentaire imposée dans chaque sous-volume.

Grâce à la méthode des composants forts expliquée au paragraphe 3.3.2, la macro confort sera résolue indépendamment du modèle zonal, les deux simulations n'étant regroupées qu'ensuite. Ceci permet d'éviter tout problème supplémentaire soit de convergence, soit de place mémoire.

### 5.1.3 Implémentation des équations dans le modèle zonal

Pour implémenter un modèle dans l'environnement SPARK, il suffit d'écrire les équations dans un fichier avant de les traduire en langage SPARK par l'intermédiaire d'un langage de calcul formel. Il est également possible, en l'absence d'utilitaires mathématiques, d'écrire directement le code SPARK, mais le travail est alors plus fastidieux.

Le fichier ci-dessous, écrit en langage Macsyma récapitule les différentes équations permettant d'évaluer le confort. Cela permet de montrer à partir de quel type de fichier, il est possible de générer automatiquement du code SPARK (cf chapitre 3.1.3).

```

/* indice de confort */

confort: PMV = ((0.303*e^(-0.036*M))+0.028)*CT;

/* bilan thermique du confort*/

bilan: CT = M - W - E - R - C;

/* Emission du corps par rayonnement */

rayon: R = 3.9*fcl*(tcl - tr);

/* Emission du corps par convection */

conv: [[C = fcl*2.38*(tcl-ta)^1.25,tcl >= ta, vair <= 1],
      [C = -1*fcl*2.38*(ta-tcl)^1.25,ta >= tcl, vair <= 1],

```



```

[C = 12.1 * vair^0.5, vair > 1]];
/* Conduction a travers les vêtements*/
cond: Kcl = (ts - tcl)/0.155/Icl;
/* Bilan des transferts de chaleur */
clo: Kcl = R + C;
/* Calcul de la temperature de peau */
temp: ts = 35.7 - 0.0275 * (M - W);
/* Estimation de la sudation */
sud: Esw = 0.42 * (M - W - 58.15);
/* Estimation de la perspiration */
pers: Ed = 0.00305*(256*ts - 3373)*(1 - hum/100);
/* Total de la sueur */
sueur: E = Esw + Ed;

```

En écrivant pour chaque équation *makespank(ev(equation), "nom de l'équation", [liste de variables non évaluées])*, Macsyma crée un objet élémentaire auquel seront rattachées des fonctions C décrivant les variables du système d'équation.

Ces objets peuvent être regroupés sous forme de blocs par l'intermédiaire d'une macro qui se décompose en deux parties :

- La première contient la déclaration des objets élémentaires lui appartenant.
- La seconde partie décrit comment les variables de ces objets sont reliées entre elles.

La macro "confort" aura donc l'allure suivante :

```

macro
declare confort_obj confort;
declare bilan_obj bilan;
declare rayon_obj rayon;
declare conv_obj conv;
declare cond_obj cond;
declare clo_obj clo;

```

```

declare temp_obj temp;
declare sud_obj sud;
declare sueur_obj sueur;
declare pers_obj pers;

link pmv(confort.pmv)
link ct(confort.ct,bilan.ct)
link e(bilan.e,sueur.e)
link r(bilan.r,rayon.r,clo.r)
link c(bilan.c,conv.c,clo.c)
link tcl(rayon.tcl,conv.tcl,cond.tcl)
link kcl(cond.kcl,clo.kcl)
link ts(cond.ts,temp.ts,pers.ts)
link esw(sud.esw,sueur.esw)
link ed(sueur.ed,pers.ed)

link m(confort.m,bilan.m,temp.m,sud.m)
link fcl(rayon.fcl,conv.fcl)
link tr(rayon.tr)
link ta(conv.ta)
link icl(cond.icl)
link w(temp.w,sud.w)
link hum(pers.hum)

```

Cet objet a deux avantages :

- Il peut bien sûr être intégré dans la méthode zonale et dans toute autre simulation thermique (méthode à un noeud par exemple) écrite ou traduite en code SPARK pour évaluer le confort.
- D'autre part, il suffit d'une petite modification pour concevoir un logiciel indépendant permettant de déterminer le confort en fonction de valeurs données par l'utilisateur. La nouvelle forme serait la suivante, les modifications sont en caractère gras.

```

declare confort_obj confort;
declare bilan_obj bilan;
declare rayon_obj rayon;
declare conv_obj conv;
declare cond_obj cond;
declare clo_obj clo;
declare temp_obj temp;
declare sud_obj sud;
declare sueur_obj sueur;
declare pers_obj pers;

```

```

link pmv(confort.pmv)
link ct(confort.ct,bilan.ct)
link e(bilan.e,sueur.e)
link r(bilan.r,rayon.r,clo.r)
link c(bilan.c,conv.c,clo.c)
link tcl(rayon.tcl,conv.tcl,cond.tcl)
link kcl(cond.kcl,clo.kcl)
link ts(cond.ts,temp.ts,pers.ts)
link esw(sud.esw,sueur.esw)
link ed(sueur.ed,pers.ed)

input m(confort.m,bilan.m,temp.m,sud.m)
input fcl(rayon.fcl,conv.fcl)
input tr(rayon.tr)
input ta(conv.ta)
input icl(cond.icl)
input w(temp.w,sud.w,bilan.w)
input hum(pers.hum)

```

Les variables permettant de relier l'objet à une simulation ont simplement été transformées en entrées sans toucher ni aux objets élémentaires ni aux fonctions associées et un module de calcul du confort a été créé. Un utilitaire automatisant cette procédure a d'ailleurs récemment été développé.

La macro a été intégrée dans la simulation de MINIBAT afin de constater l'évolution du confort à l'intérieur du local en fonction des températures aux parois.

#### 5.1.4 Description de la sensation de confort dans MINIBAT

numéro de l'expérience	Température face gauche ( $^{\circ}C$ )	Température face droite ( $^{\circ}C$ )
1	38.	7.5
2	38.	12.5
3	16.	3.
4	17.9	11.7
5	22.5	28.

TAB. 5.1 - *Température de paroi intérieure dans MINIBAT*

Les cinq cas choisis sont ceux qui avaient été traités par Limam [Lim93] correspondant à différents écarts de température entre faces opposées. Pour chaque cas les résultats en vitesse

et en température sont représentés ainsi que l'indice PMV correspondant dans les sous-volumes. MINIBAT est sollicité par les températures imposées sur ses deux faces opposées. Le tableau 5.1 récapitule les cinq cas de température qui ont été traités par Limam.

Les différentes figures présentent l'indice de confort et le champ de température dans le même plan qu'au chapitre précédent c'est à dire le plan vertical longitudinal qui passe au milieu de l'ouverture. De plus l'écoulement a également été représenté pour indiquer le comportement du modèle dans différents cas de températures de parois. Pour déterminer l'indice PMV définissant le confort, il est nécessaire d'indiquer l'activité et la tenue vestimentaire.

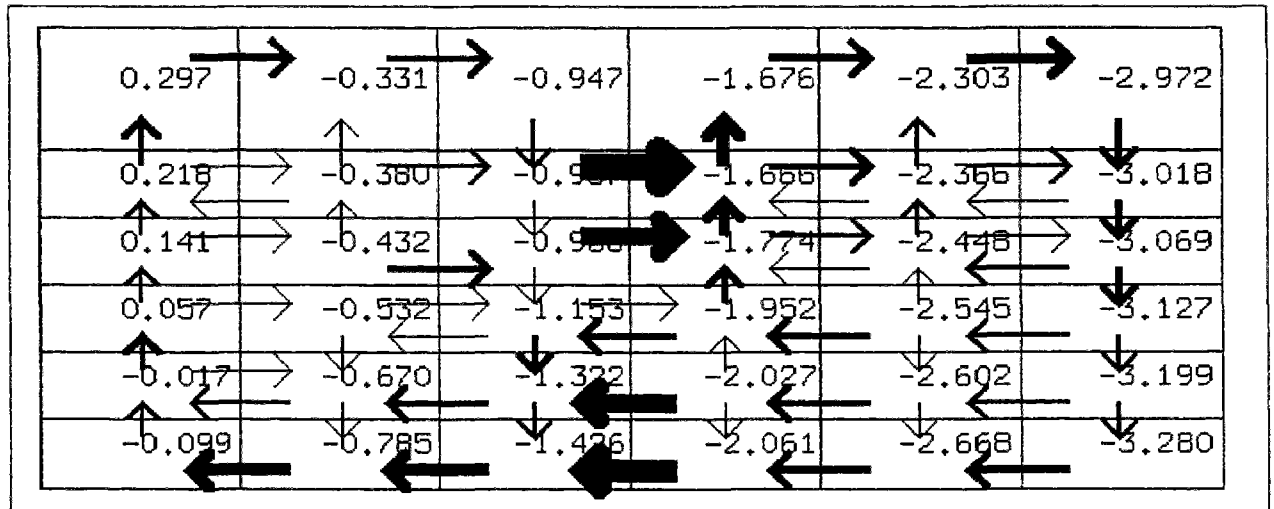


FIG. 5.3 - Indice PMV - expérience 1

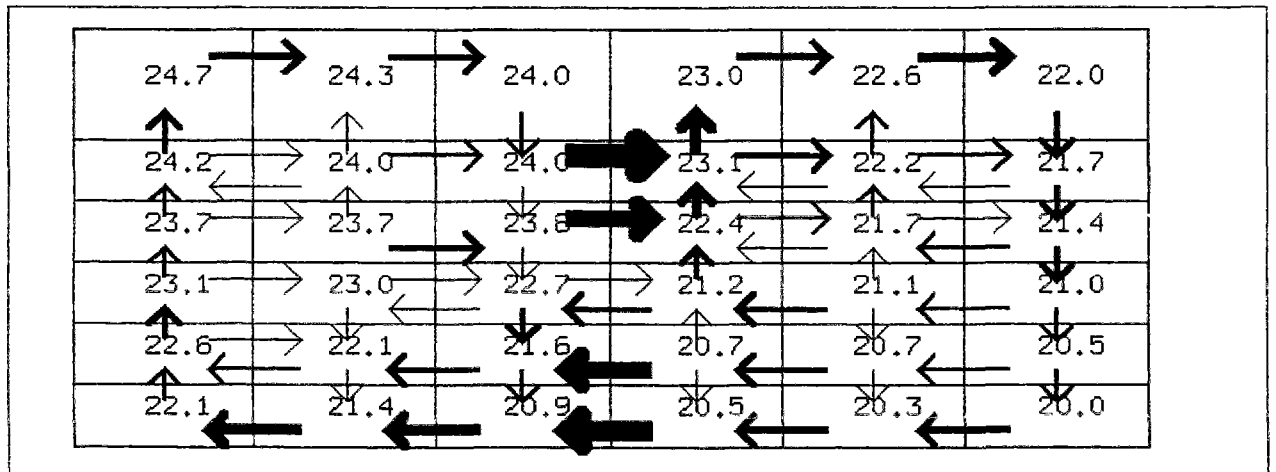


FIG. 5.4 - Champ de température - expérience 1

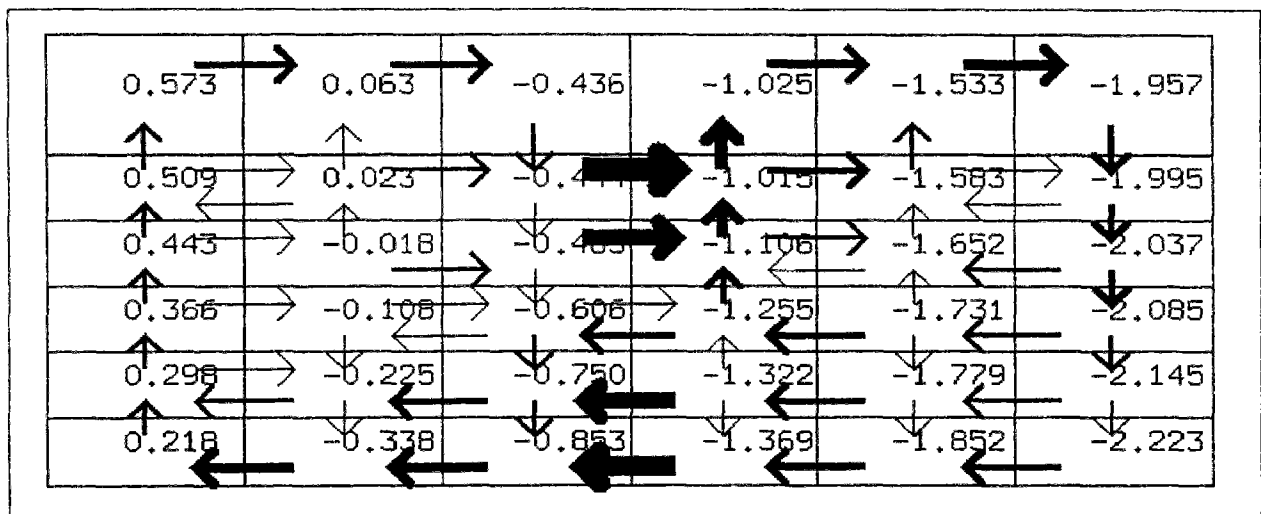


FIG. 5.5 - Indice PMV - expérience 2

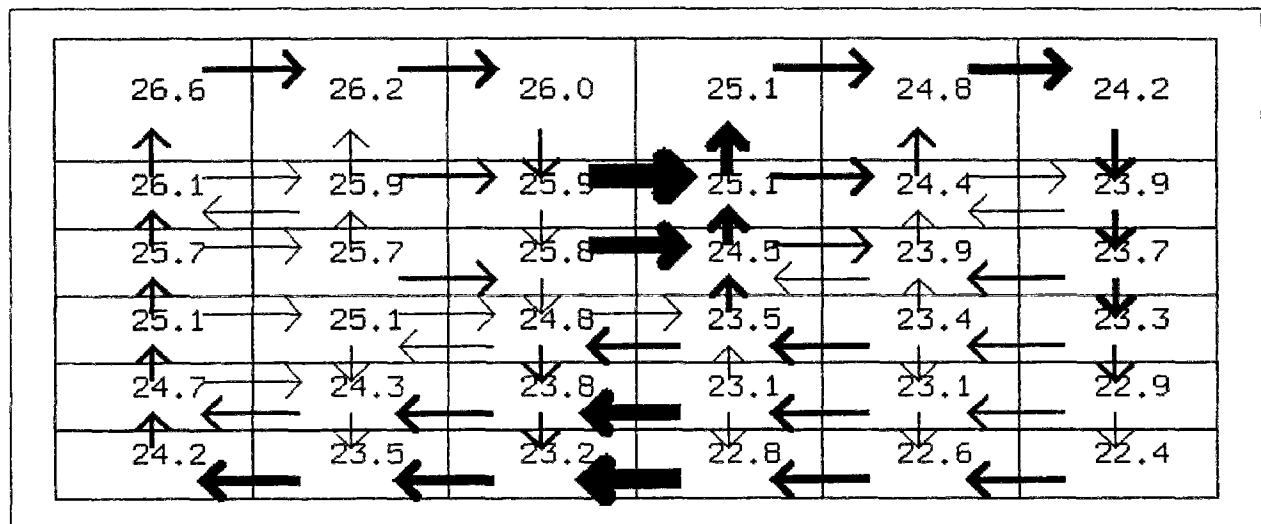


FIG. 5.6 - Champ de température - expérience 2

Les valeurs choisies sont les suivantes :

- Le métabolisme correspond à une activité moyenne en position debout soit  $117 \text{ W m}^{-2}$ .
- La tenue vestimentaire est la tenue d'intérieur pour l'hiver qui correspond à une résistance globale de  $0,15 \text{ m}^2 \text{ K}^{-1} \text{ W}^{-1}$ .

Ce modèle n'intégrant pas les transferts de masse (voir paragraphe 5.3) on considère une humidité relative constante de 30 %. Les sollicitations en température sont très différentes ce qui permet l'analyse des variations du comportement en fonction des conditions aux limites.

Dans les deux premiers cas dont les sollicitations sont semblables, l'écart de température entre faces opposées est très important puisqu'il dépasse  $30 \text{ }^\circ\text{C}$  au niveau des surfaces de paroi intérieures. L'influence des échanges radiatifs est alors très importante. Le flux de chaleur reçu par rayonnement infrarouge est représenté dans le modèle par une température radiative. Cette température est fonction de la température des parois à proximité.

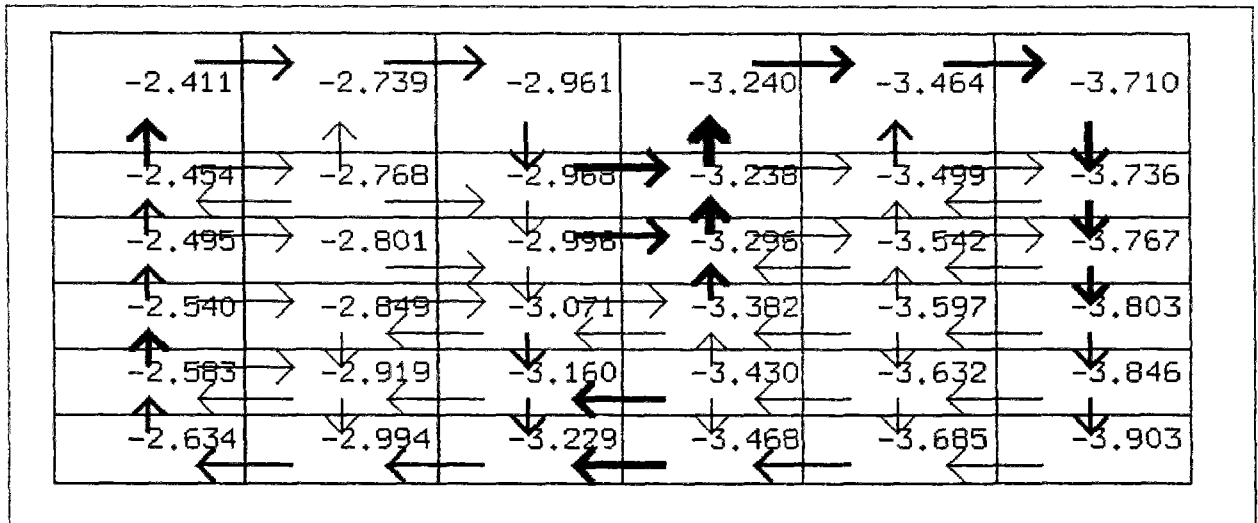


FIG. 5.7 - Indice PMV - expérience 3

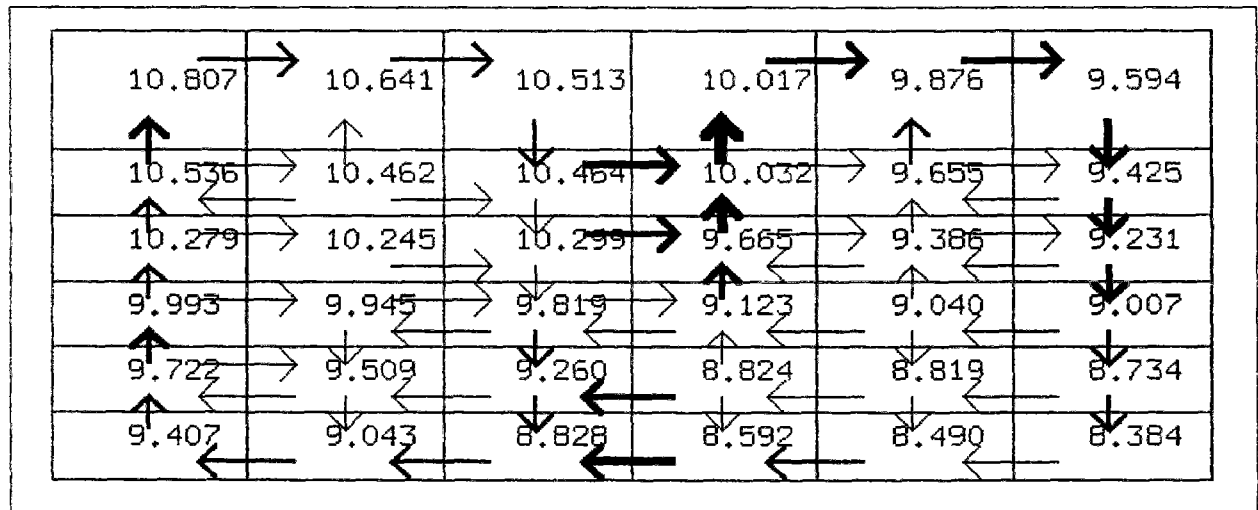


FIG. 5.8 - Champ de température - expérience 3

Dans le cas 3, l'air est à la température moyenne de  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  avec un écart aux parois de  $13\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Les cas 4 et 5 sont plus homogènes et représentent donc mieux la réalité. Dans le cas 5 les côtés chaud et froid sont inversés ce qui explique le changement du sens de l'écoulement. En ce qui concerne les écoulements, on s'aperçoit que les résultats sont qualitativement corrects et confirment la validation effectuée au chapitre 4. Les débits sont d'autant plus importants que la différence de température de paroi est importante. On peut distinguer un écoulement circulaire propre à chaque pièce et l'interaction entre ces deux écoulements au niveau de l'ouverture.

Sur la figure 5.3, l'indice PMV varie de 0,297 à -3,28 bien que les températures données par la figure 5.4 restent comprises entre  $20$  et  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ . En fait dans ce cas c'est la température radiative basse qui entraîne une sensation de fraîcheur dans l'ensemble du domaine. Dans

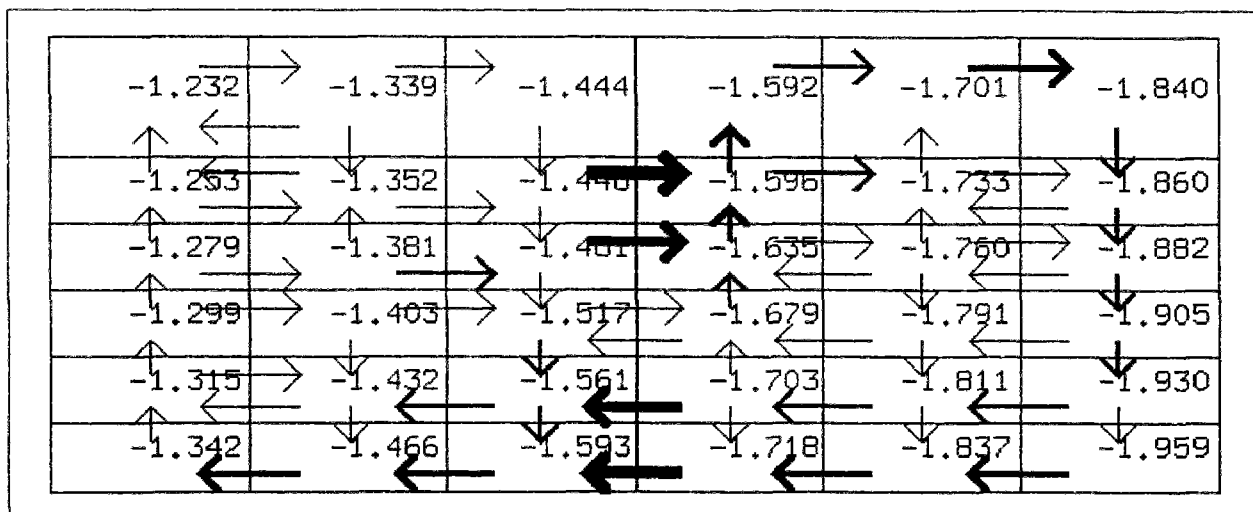


FIG. 5.9 - Indice PMV - expérience 4

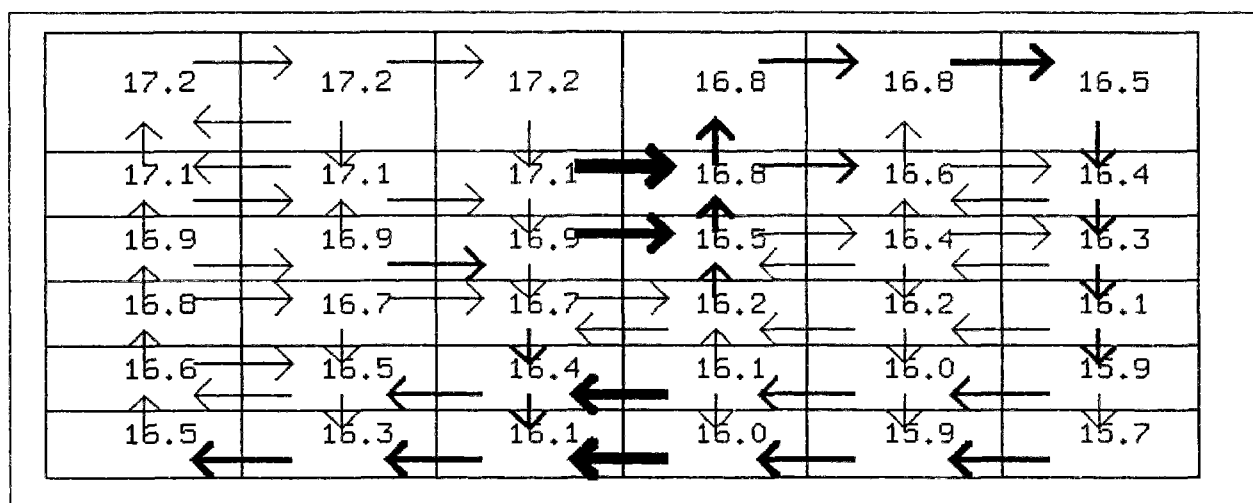


FIG. 5.10 - Champ de température - expérience 4

la pièce de gauche la situation est tolérable du point de vue de la thermique alors que dans la pièce de droite l'indice PMV, même pour des températures identiques, est bien inférieur. À ce sujet, il faut toutefois préciser que le calcul du PMV n'est valable que pour des écarts aux parois inférieurs à quelques degrés. Le modèle permet d'aller au-delà et donne tout de même des informations intéressantes mais un PMV nul ne correspond pas à une position de confort.

Le cas 2 présente une situation similaire avec une température de paroi froide un peu supérieure ce qui diminue la sensation de froid. L'indice PMV varie de 0,573 à -2,223 pour des températures qui varient entre 22 et 26 °C.

Pour montrer que la température d'air n'est pas suffisante pour évaluer le confort, il suffit de comparer la première colonne de l'expérience 1 et la cinquième de l'expérience 2. La différence de température d'air entre les deux profils ne dépasse pas 0,5 °C mais si dans

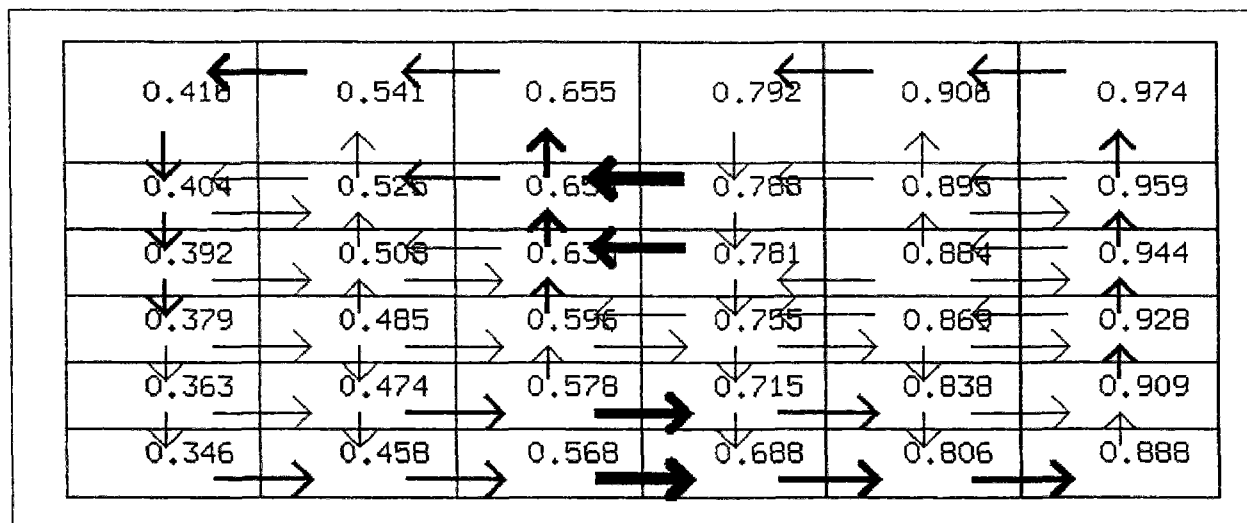


FIG. 5.11 - Indice PMV - expérience 5

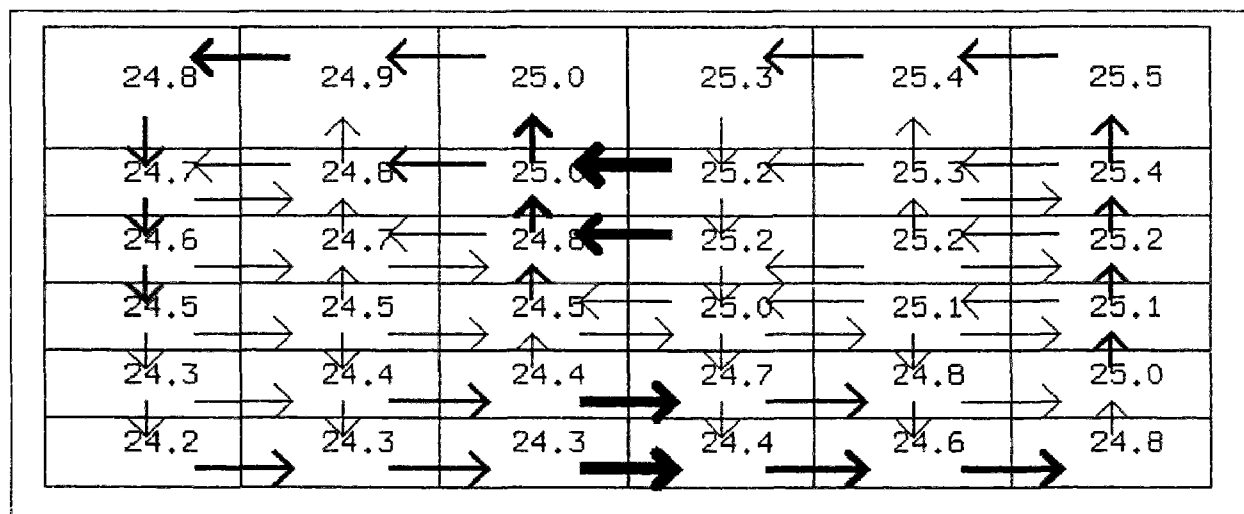


FIG. 5.12 - Champ de température - expérience 5

le cas 1, la situation est "confortable" (avec les nuances citées précédemment concernant les différences de température entre faces), dans le cas 2 l'indice PMV vaut -2 ce qui correspond à une sensation de froid. L'écart est lié au fait que la paroi froide est proche de la colonne 5 et fait baisser la température résultante.

Dans le cas 3 la température est plus faible et l'indice PMV est en moyenne égal à -3. Lorsque l'écart de température entre parois diminue (et bien que l'écart de 13 °C soit encore important) la variation de l'indice PMV ne dépasse pas l'unité.

Pour le cas numéro 4 la température comprise entre 15.7 et 17.2 entraîne une situation trop fraîche comme le confirme le modèle de confort. L'écart de température est de quelques degrés et l'indice PMV ne varie plus que de -1,232 à -1,959.

Enfin l'expérience 5 présente la situation la plus confortable, l'indice reste toujours compris entre 0 et 1 et l'écart de température à l'intérieur du volume est de l'ordre du degré. On peut en déduire que la situation optimale de confort sera obtenue pour des valeurs de



température légèrement inférieures située autour de 23-24 °C dans ces conditions d'activité et de vêtue.

Pour conclure sur cette étude concernant le confort, on va modifier le cas 3 qui présente la situation la plus inconfortable. Initialement, le PMV est en moyenne à la valeur  $-5$ , la température moyenne des parois étant de 10 °C. En choisissant la tenue d'hiver extérieure, la résistance thermique du vêtement passe de 0,15 à 0,25  $m^2 K^{-1} W^{-1}$ . Par ailleurs, l'activité sera plus soutenue à l'extérieur et la valeur retenue sera de 250 W.

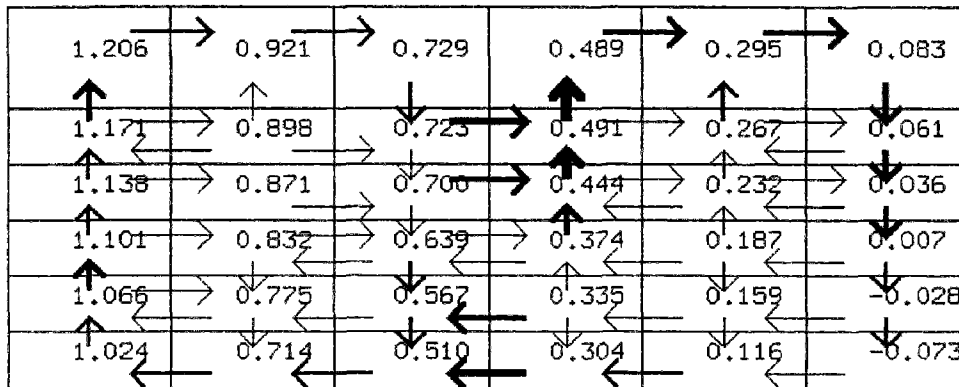


FIG. 5.13 - Indice PMV dans le cas 3 en augmentant la valeur de la résistance thermique des vêtements et de l'activité

La figure 5.13 montre que dans ce cas le nouvel indice PMV déterminé est à une valeur proche de 0 et même si on ne peut pas parler de situation de confort puisque les températures des parois sont à 10°C, le sujet se trouvera dans une situation beaucoup plus agréable avec ces nouvelles valeurs.

- Ce modèle constitue une application de la méthode zonale qui est l'évaluation du confort dans un bâtiment, à partir de la connaissance des champs de température et de vitesse.
- Par ailleurs, il montre l'intérêt de l'utilisation d'un environnement orienté objet. En effet, cet ajout n'a quasiment pas modifié le modèle initial tant en ce qui concerne la modélisation que la simulation.
- Enfin, les résultats des simulations confirment le bon comportement qualitatif du modèle zonal, chaque simulation présentant un écoulement circulaire indépendant dans chaque pièce ainsi qu'un échange de type grande ouverture entre les pièces.

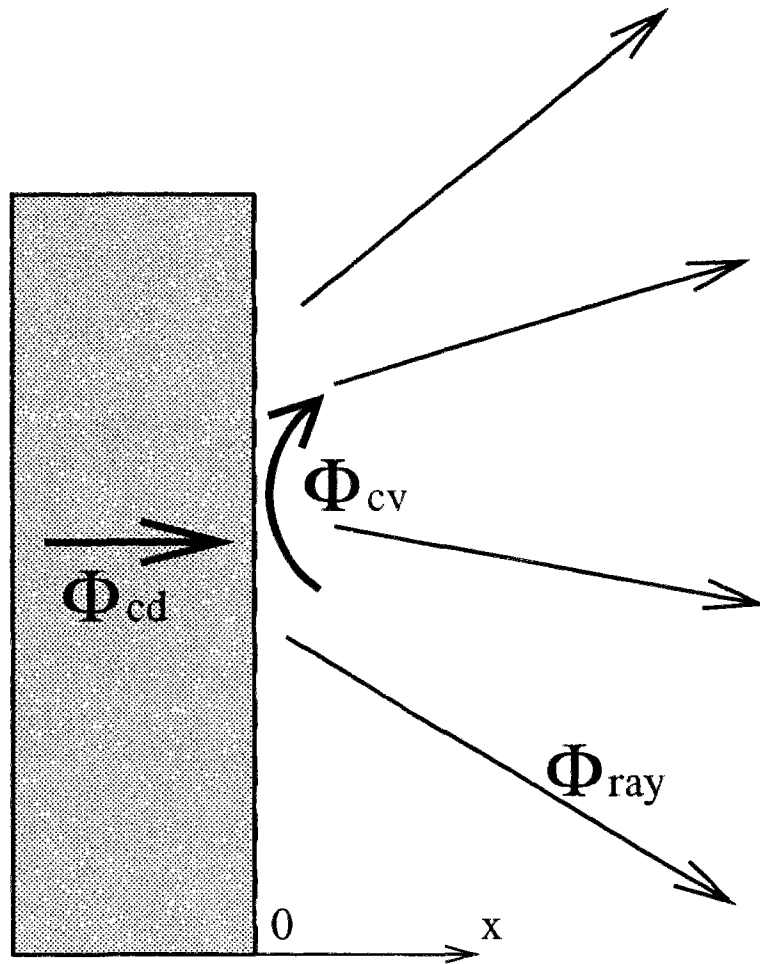
Le modèle devra être complété par un module calculant le gradient de température tête-pieds et un autre permettant de calculer l'indice PMV sur une colonne entière qui représenterait un individu.

Pour compléter les possibilités de simulation nous allons maintenant coupler le modèle zonal avec un modèle décrivant le comportement thermique de la paroi.



## 5.2 Couplage avec l'enveloppe du bâtiment

Le couplage du modèle zonal avec le modèle de paroi [WNEL93] consiste à écrire qu'au niveau de la surface intérieure du mur le transfert de chaleur par conduction est égal à la somme des transferts par rayonnement et par convection.



$$\Phi_{cd} + \Phi_{ray} + \Phi_{cv} = 0$$

FIG. 5.14 - Couplage des trois types de transfert de chaleur

La figure 5.14 montre que cette démarche permet, par l'intermédiaire d'une équation simple, de coupler les différents modèles de transfert de chaleur.

### 5.2.1 La méthode modale

Le couplage avec un modèle conductif nécessite de calculer le flux de chaleur passant à travers la frontière d'un sous-volume.

La difficulté est la suivante :

- Le modèle zonal étant tridimensionnel, il faut trouver une méthode permettant de prendre en compte les ponts thermiques ce qui nécessite un maillage fin dans les régions où les gradients de températures sont importants.
- Par ailleurs, la méthode de résolution devra rester homogène avec notre modèle simplifié, ce qui exclut l'application directe de méthodes de type différences finies ou éléments finis, d'autant plus que l'environnement objet SPARK n'est pas adapté à la résolution de gros calculs matriciels.

Ces impératifs sont compatibles avec les propriétés de la méthode modale qui a donc été choisie pour coupler les transferts de chaleur. Avant d'expliquer comment elle est implémentée, nous allons voir en quoi elle consiste.

La méthode a été initialement mise en oeuvre en mécanique (calcul des modes de vibration). Elle est appliquée à l'étude des systèmes thermiques depuis une quinzaine d'années [Bac84, Sa83]. Le principe de cette méthode est de rechercher le champ de température solution du problème thermique, comme une combinaison linéaire de fonctions  $V_i$  connues, les inconnues étant alors les coefficients de décomposition  $x_i$  :

$$T(M, t) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i(t) V_i(M).$$

Les avantages de ces techniques découlent des propriétés particulières des fonctions  $V_i$ . En effet, ces fonctions sont les fonctions propres de l'opérateur de la chaleur (opérateur de Laplace dans le cas de problème de conduction linéaire). Ces fonctions forment alors une base orthogonale qui présente des dominances. La propriété de dominance dans cette base (appelée *base modale*) permet d'obtenir une bonne approximation du champ solution avec un nombre très réduit de fonctions propres. C'est cette propriété qui permet d'utiliser la méthode modale comme technique de réduction de modèle. Le problème est de sélectionner les fonctions propres (ou modes propres) les plus dominants. L'orthogonalité de la base modale conduit à une simplification de la forme des équations algébriques du modèle d'évolution, vérifiées par les coefficients de décomposition. Ces équations sont en effet découplées, ce qui facilite la résolution.

La méthode a été largement exploitée ces dernières années, que ce soit pour la simulation des évolutions temporelles [Car79, BLN84], l'analyse de l'inertie thermique [SN87] ou l'identification de processus énergétiques [PPJ86]. La formulation continue de la méthode dans le cas de transferts thermiques linéaires couplés (conduction, rayonnement linéarisé, transport) est donnée dans la référence [Kho89].

Cette méthode permet de déterminer le flux conductif global traversant une paroi intérieure et ce y compris pour une géométrie tridimensionnelle. La démarche est expliquée dans le cas particulier du parallélépipède représenté sur la figure 5.15. Cet élément de volume  $\Omega$

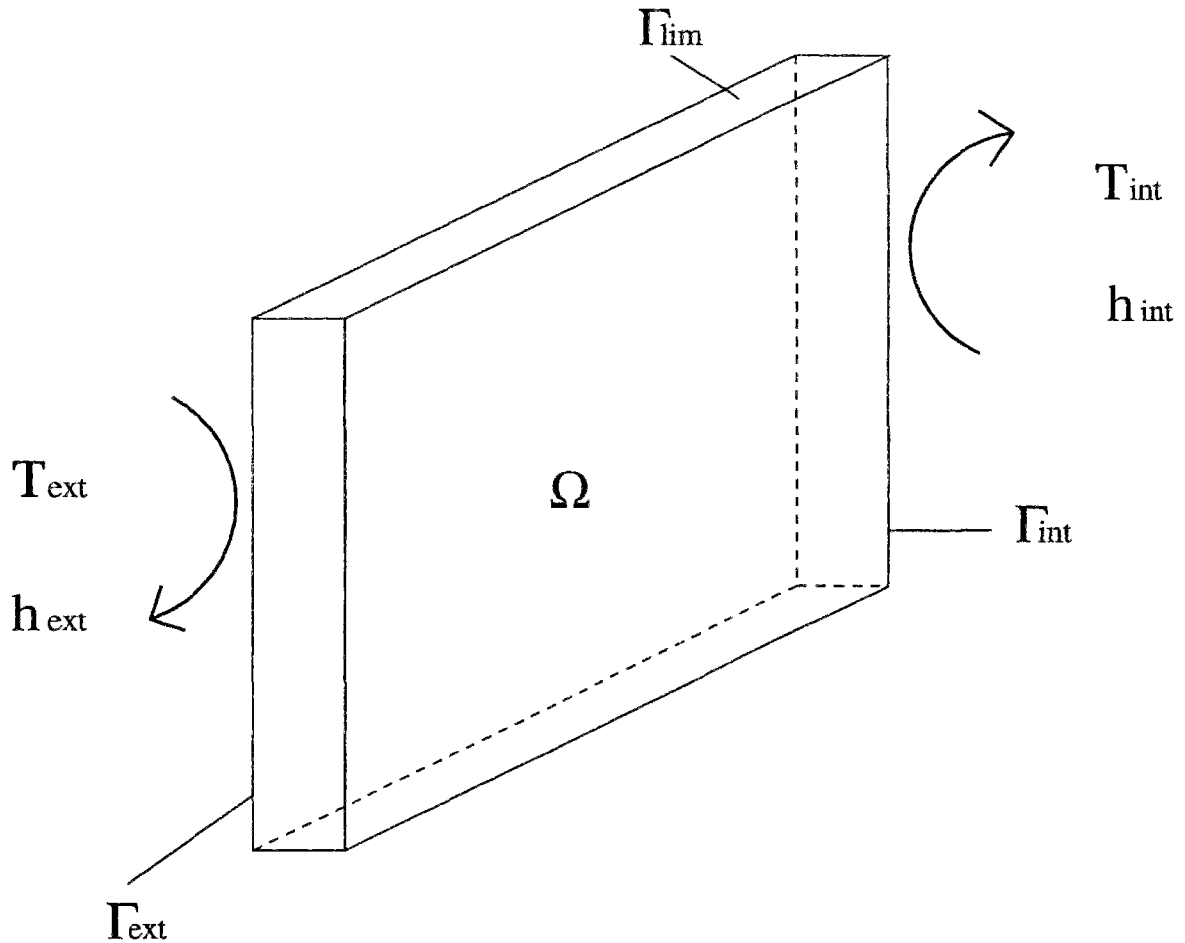


FIG. 5.15 - Description des transferts de chaleur pour un élément simple

est à considérer comme un des éléments de l'enveloppe. Il sera sollicité par des températures extérieures et intérieures sur ses deux faces, et ses dimensions seront choisies de manière à ce que le flux soit nul sur ses côtés  $\Gamma_{lim}$ ,  $\Gamma_{int}$  et  $\Gamma_{ext}$ . Les équations permettant de décrire son comportement thermique sont :

$$M \in \Omega : \vec{\nabla} (k \vec{\nabla} T) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5.8)$$

$$M \in \Gamma_{int} : -k \vec{\nabla} T \cdot \vec{n}_{int} = h_{int} (T - T_{int}) \quad (5.9)$$

$$M \in \Gamma_{ext} : -k \vec{\nabla} T \cdot \vec{n}_{ext} = h_{ext} (T - T_{ext}) \quad (5.10)$$

$$M \in \Gamma_{lim} : -k \vec{\nabla} T \cdot \vec{n}_{lim} = 0 \quad (5.11)$$

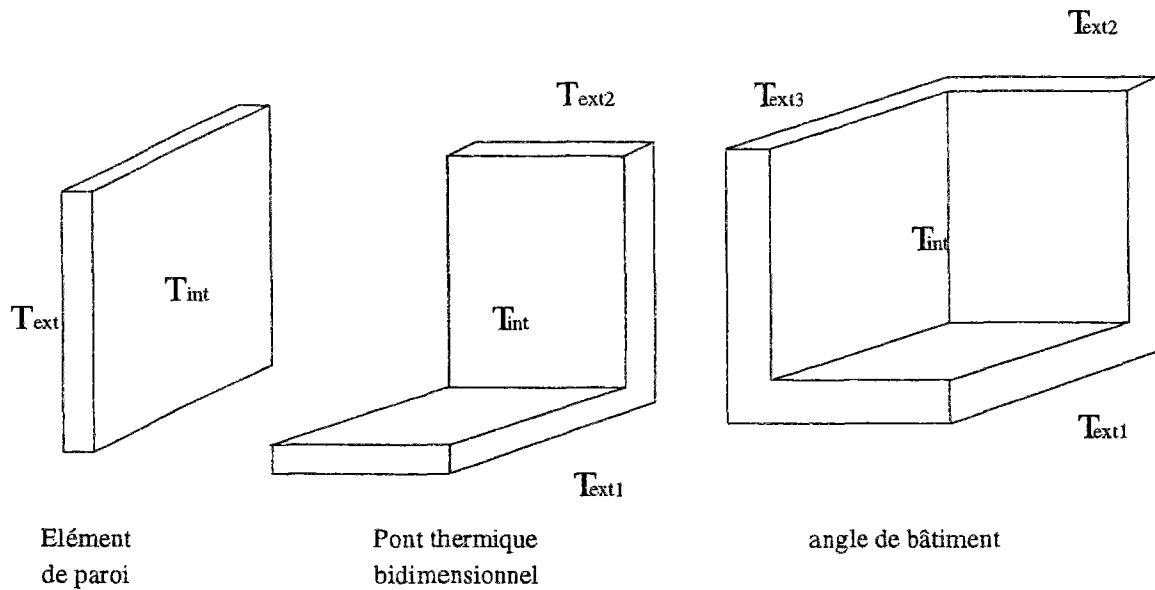


FIG. 5.16 - Les différents éléments de paroi

Le nombre de températures extérieures à prendre en compte dépend de la géométrie que l'on souhaite représenter. Dans un souci de simplicité et étant donné que l'objectif est surtout de montrer la faisabilité de la méthode, seuls trois types de géométrie ont été retenus. Ils permettent de représenter toute géométrie orthogonale. Ces éléments géométriques sont représentés sur la figure 5.16. En ce qui concerne les sollicitations, il y a au maximum trois températures extérieures et une température intérieure.

La discrétisation de ces équations par la méthode des éléments finis aboutit au système matriciel suivant (la description et l'obtention de ces matrices est donnée dans l'annexe A) :

$$CT\dot{T} = AT + EU \quad (5.12)$$

$$Y = JT + GU \quad (5.13)$$

Pour obtenir un modèle d'évolution sous forme modale, il faut tout d'abord résoudre le problème aux valeurs propres associé à l'équation 5.12, c'est à dire calculer les valeurs propres et vecteurs propres de la matrice  $[C]^{-1}[A]$ . Ensuite, il suffit d'exprimer le champ de température ( $T$ ) sous la forme d'une combinaison linéaire des vecteurs propres  $V_i$ . On écrit donc  $T = [P][X]$  où ( $X$ ) est le vecteur des coefficients de décomposition ou vecteur d'état inconnu. La dernière étape consiste à écrire ce système sous forme modale.

Pour cela, il s'agit de rechercher les valeurs propres  $\lambda_i$  et les modes propres  $V_i$  de l'équation 5.12 en écrivant :

$$(AV_i = \lambda_i CV_i) \quad (5.14)$$

En écrivant  $T$  sous la forme  $T = \sum x_i V_i$  et en introduisant  $P$  la matrice des vecteurs propres  $[V_1 V_2 \dots V_n]$ , l'équation 5.12 s'écrit :

$$APX + EU = CP\dot{X} \quad (5.15)$$

soit :

$$\dot{X} = P^{-1}C^{-1}APX + P^{-1}C^{-1}EU \quad (5.16)$$

Si

$$F = P^{-1}C^{-1}AP \quad (5.17)$$

$$B = P^{-1}C^{-1}EU \quad (5.18)$$

et

$$H = JP \quad (5.19)$$

Le formalisme modal est le suivant :

$$\dot{X} = FX + BU \quad (5.20)$$

et de 5.13

$$Y = HX + GU \quad (5.21)$$

Dans le cas d'un élément de paroi, le modèle modal à résoudre sera donc :

$$\frac{dx_i}{dt} = \lambda_i x_i + B_{i1} T_{int} + B_{i2} T_{ext1} + B_{i2} T_{ext2} + B_{i3} T_{ext3} \quad (5.22)$$

$$\Phi_{conv} = \sum_{i=1}^N H_i x_i + G T_{int} \quad (5.23)$$

La taille du système d'équations obtenu dépend du nombre de modes  $N$ . Même avec un maillage limité, ce système sera très important et incompatible avec le modèle zonal.

Ce qui rend ce système intéressant, c'est que peu de modes vont avoir une réelle influence sur une simulation thermique, et les autres pourront donc être supprimées. Certaines méthodes de réduction [Oul93] permettront de ne conserver que quelques équations sans que ce soit au détriment de la précision des résultats. Le système d'équation ainsi obtenu devient compatible avec le modèle zonal.

Il faut remarquer que cette méthode de réduction est tout à fait différente de la méthode utilisée par SPARK. En effet ce dernier applique une méthode de substitution qui n'entraîne pas de perte d'information mais la suppression des informations surabondantes. La méthode modale supprime ou regroupe les modes dont l'influence est faible et permet de simplifier les systèmes d'équation. Ces deux méthodes sont d'ailleurs appliquées simultanément dans cette simulation et le système d'équation obtenu par l'analyse modale va être réduit avec l'environnement SPARK.

Nous allons maintenant appliquer ces résultats en effectuant une simulation thermique sur un local.

### 5.2.2 Exemple d'application

La méthode est appliquée au cas d'un local cubique représenté sur la figure 5.17. Il comporte six faces semblables de deux mètres de côté et constituées de vingt centimètres de béton lourd. Le volume du cube est donc de huit mètres cube.

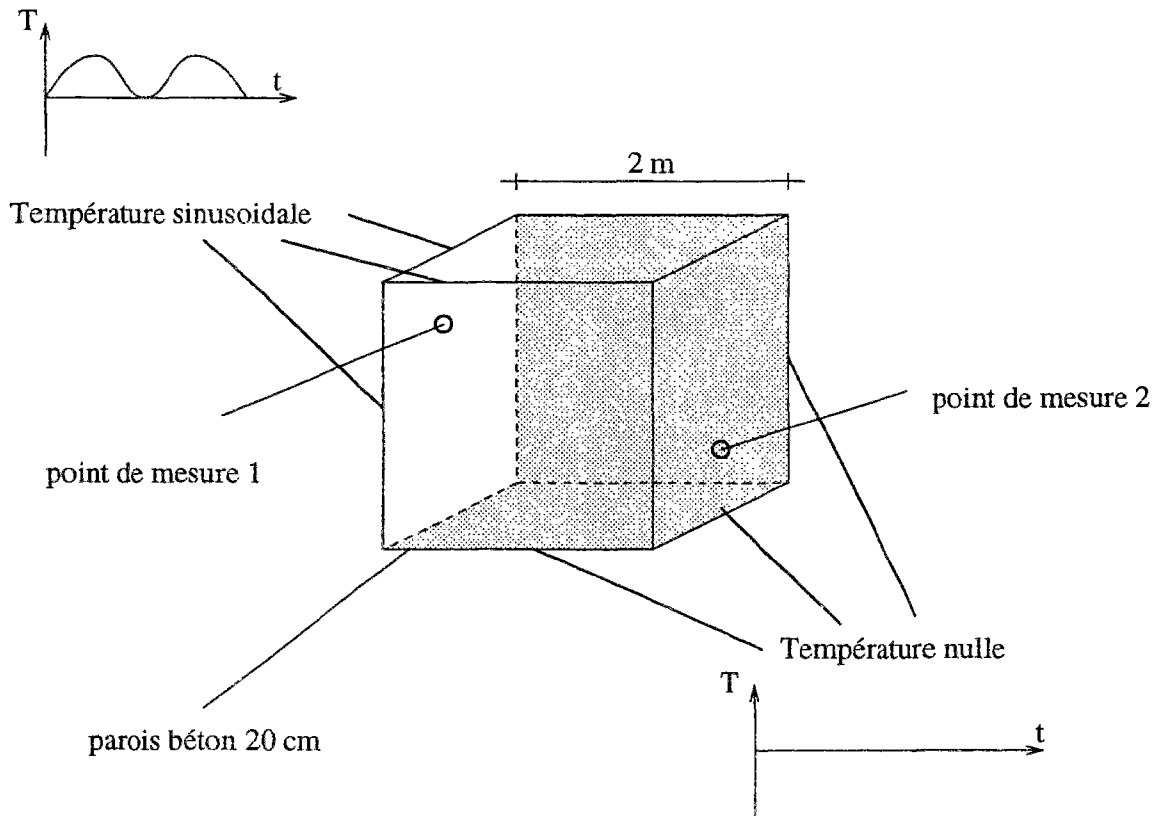


FIG. 5.17 - Description de la simulation sur un local cubique

La température extérieure est fixée à  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  pour trois de ses faces tandis que pour les trois autres cette température varie de  $0$  à  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  avec une période de 24 heures. La température initiale est nulle et on se trouve dans le cas d'un régime dynamique.



Le local a été partitionné en 8 sous-volumes de 1 mètre cube, il y a donc 24 faces à coupler avec un modèle de paroi. Pour un tel exemple, il suffit de créer un seul objet angle de bâtiment et de placer 8 éléments identiques aux différents coins du local.

La macro permettant d'effectuer la simulation contient trois objets élémentaires :

- L'équation d'état décrite en 5.22 qui calcule les  $x_i$  s'écrit de la façon suivante :

$$eqetat : \dot{x} = f \times x + \sum_{i=1}^4 b_i \times u_i \quad (5.24)$$

- L'équation calculant le flux convectif au niveau de la face intérieure des parois vue en 5.23 :

$$eqflux : phi = \sum_{i=1}^{10} h_i \times x_i + g \times u1$$

- Un objet propre à SPARK permettant le calcul de la dérivée par rapport au temps appelé  $x\dot{}$ .

Les 4 variables  $u$  correspondent aux sollicitations,  $u1$  est la température intérieure,  $u2$ ,  $u3$  et  $u4$  sont les 3 températures extérieures possibles. L'allure des équations est la même quelque soit la géométrie de l'objet à décrire, la différence se situe au niveau du nombre de modes conservés.

Pour chaque modèle de paroi, une méthode de réduction par troncature [Mar66] a été appliquée. Nous avons ainsi conservé 10 modes pour représenter l'angle du local constitué de trois faces.

La simulation comprend donc les dix variables d'état supplémentaires par élément de paroi couplé. L'outil ainsi obtenu est très intéressant puisqu'il permet de prendre en compte les effets tridimensionnels des modèles conductifs.

Comme la simulation est dynamique, il faut également ajouter un terme prenant en compte la capacité calorifique de l'air. À cet effet, l'équation de bilan de flux de chaleur est modifiée en ajoutant le terme  $mC_p \frac{dT}{dt}$  ce qui donne :

$$\sum_i \Phi_i + \Phi_{source} + \Phi_{puit} = m C_p \frac{dT}{dt} \quad (5.25)$$

- Les  $\Phi_i$  sont les flux de chaleur traversant les frontières du sous-volume en  $W$ .
- $\Phi_{source}$  et  $\Phi_{puit}$  représentent l'énergie produite ou absorbée par les sous-volumes dans une unité de temps en  $W$ .
- $m$  est la masse de l'air contenu dans le sous-volume en  $kg$ .
- $C_p$  est la capacité calorifique de l'air en  $J kg^{-1} \text{ } ^\circ C^{-1}$

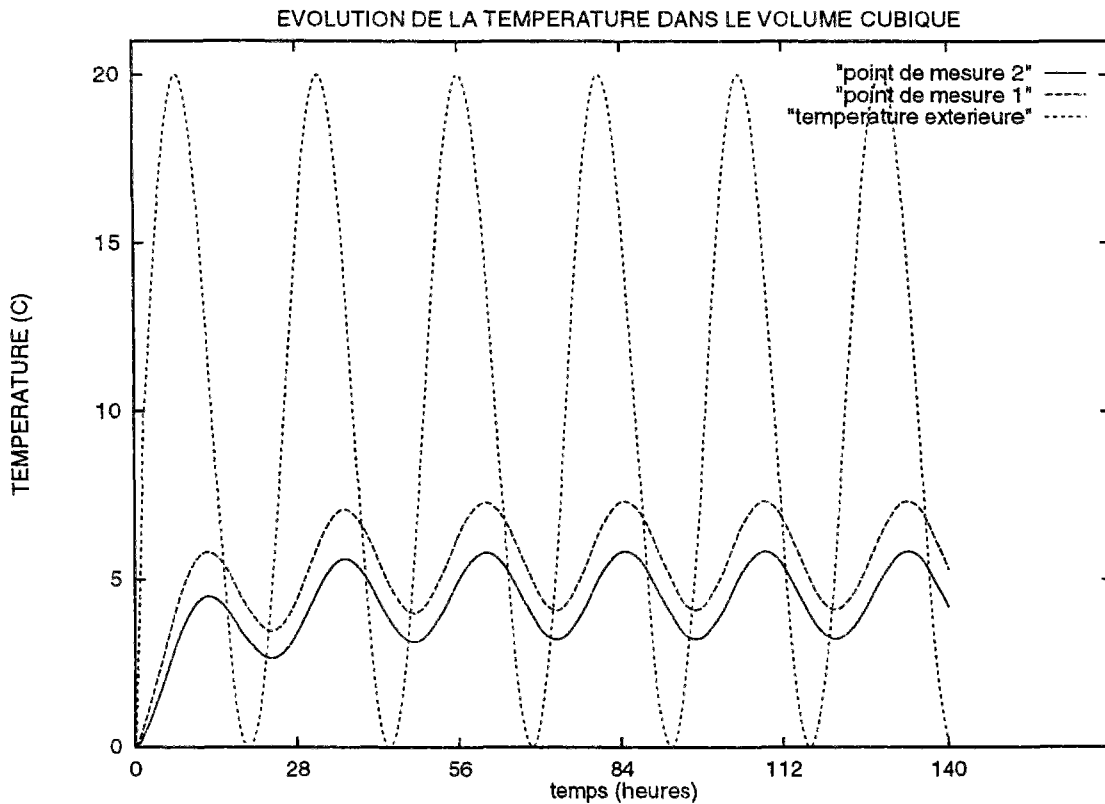


FIG. 5.18 - Simulation des transferts thermiques couplés dans un local

–  $\frac{dT}{dt}$  représente la variation de température en fonction du temps.

La figure 5.18 indique l'évolution de la température en fonction du temps pour les deux points de mesure de la figure 5.17. La durée de la simulation est de six jours, le pas de temps choisi étant de 50 secondes. Cette valeur est faible pour une simulation de bâtiment mais permet d'assurer la convergence vu que l'écart entre deux simulations est très faible. Le point de mesure 2 situé à proximité de l'angle où la température reste nulle a une température toujours plus faible que le point 1 placé dans le coin opposé. L'écart entre ces points se stabilise à environ deux degrés ce qui n'est pas négligeable vu le partitionnement assez grossier qui a été choisi. En effet, le champ de température est d'autant plus homogène que le nombre de sous-volumes choisis pour décrire une situation est faible.

Il manque certes une validation par rapport à des résultats expérimentaux mais il est encourageant de constater que les résultats obtenus sont cohérents :

- La température moyenne est d'environ cinq degrés ce qui concorde avec les valeurs de température de surface puisque trois faces sont en permanence à 0 °C, les trois autres étant en moyenne à 10 °C.
- L'amortissement est d'environ 10 % et le déphasage de 6 heures.
- Enfin, la phase de régime transitoire est bien marquée puis, au bout du troisième jour la simulation se stabilise pour atteindre un régime pseudo-permanent.

Il a fallu environ une heure pour obtenir cette simulation de six jours avec des résultats toutes les 50 secondes ce qui représente tout de même dix mille points de sortie. Pour assurer la convergence tout au long de cette simulation (les résultats doivent converger à chaque pas de temps) on a imposé comme variables d'itérations en plus des variables du modèle zonal, les variables d'état du modèle modal  $x_i$ .

### 5.2.3 Le rayonnement

Enfin, il faut ajouter un modèle radiatif. À cet effet la méthode des radiosités a été implémentée dans SPARK mais elle présente plusieurs inconvénients :

- Tout d'abord, la méthode nécessite la résolution d'une matrice carré dont l'ordre est égal au nombre de faces de sous-volumes ce qui va très vite conduire à un modèle de grande taille, le calcul du flux radiatif et de la radiosité présenté ci-dessous devant être effectué pour chaque face des frontières.
- Ensuite, la méthode globale obtenue ne prend pas en compte les propriétés de modularité de l'environnement; Deux modèles séparés sont générés et les flux radiatifs sont reliés en faisant le bilan des flux au niveau des parois. Il y a donc un gros objet élémentaire qui dépend de la dimension du modèle et doit être réécrit à chaque fois.

Voici dans le cas simple d'un partitionnement en huit sous-volumes les calculs à effectuer (24 fois) pour calculer les échanges par rayonnement entre les 24 facettes sachant qu'il faut au préalable calculer les facteurs de forme entre ces différentes facettes.

Calcul du flux radiatif  $Q$  reçu par une face :

$$Q = \epsilon_r (f_{.1} \times b_{.1} + f_{.2} \times b_{.2} + f_{.3} \times b_{.3} + f_{.4} \times b_{.4} + f_{.5} \times b_{.5} + f_{.6} \times b_{.6} + f_{.7} \times b_{.7} + f_{.8} \times b_{.8} + f_{.9} \times b_{.9} + f_{.10} \times b_{.10} + f_{.11} \times b_{.11} + f_{.12} \times b_{.12} + f_{.13} \times b_{.13} + f_{.14} \times b_{.14} + f_{.15} \times b_{.15} + f_{.16} \times b_{.16} + f_{.17} \times b_{.17} + f_{.18} \times b_{.18} + f_{.19} \times b_{.19} + f_{.20} \times b_{.20} + f_{.21} \times b_{.21} + f_{.22} \times b_{.22} + f_{.23} \times b_{.23} - \sigma \times T^4)$$

Calcul de la radiosité  $B$  pour chaque face :

$$B = \epsilon_r T^4 + \rho_r (f_{.1} \times b_{.1} + f_{.2} \times b_{.2} + f_{.3} \times b_{.3} + f_{.4} \times b_{.4} + f_{.5} \times b_{.5} + f_{.6} \times b_{.6} + f_{.7} \times b_{.7} + f_{.8} \times b_{.8} + f_{.9} \times b_{.9} + f_{.10} \times b_{.10} + f_{.11} \times b_{.11} + f_{.12} \times b_{.12} + f_{.13} \times b_{.13} + f_{.14} \times b_{.14} + f_{.15} \times b_{.15} + f_{.16} \times b_{.16} + f_{.17} \times b_{.17} + f_{.18} \times b_{.18} + f_{.19} \times b_{.19} + f_{.20} \times b_{.20} + f_{.21} \times b_{.21} + f_{.22} \times b_{.22} + f_{.23} \times b_{.23})$$

- $\epsilon_r$  est l'émissivité de chaque face égale à 0,9 pour un corps gris.

$f_{.i}$  est le facteur de forme entre la face considéré et la face  $i$  en regard. Il varie entre 0 et 1.

$\sigma$  est la constante de Stephan-Boltzman égale à  $5,67 \cdot 10^{-8}$ .

$T$  est la température et  $\rho_r$  le coefficient de réflexion de chaque face.

Or la part radiative des échanges de chaleur est faible pour ce qui concerne les échanges entre deux parois opaques.

Ces différentes constatations nous ont amenés à ne pas choisir un tel type de modèle dont la manipulation est lourde par rapport aux résultats qu'on peut obtenir.

Un modèle plus simple a été préféré. Il consiste à distinguer trois types d'échanges radiatifs et à les traiter de la manière suivante :

- Tout d'abord le rayonnement par infrarouge :

Le modèle est identique à celui permettant de calculer les échanges par convection c'est à dire qu'on impose un coefficient d'échange radiatif  $h_r$  au niveau des parois. Cela consiste à linéariser les équations données précédemment et le flux radiatif  $\Phi_{ray}$  échangé avec une paroi de surface  $S$  devient :

$$\Phi_{ray} = h_r (T_p - T_a) \times S \text{ en } W \quad (5.26)$$

- $T_p$  est la température de la paroi en  $^{\circ}C$ .
- $T_a$  est une température moyenne de l'environnement situé face à la paroi en  $^{\circ}C$ .
- $h_r$  est le coefficient d'échange radiatif en  $W m^{-2} ^{\circ}C^{-1}$ . Il est approximé à  $4 \sigma \epsilon_r T_m^3$  où  $T_m$  est la moyenne de la température entre les parois.

Dans la pratique, comme le préconisent les règles ThK77 [CST77], un coefficient d'échange global, somme des coefficients d'échange convectifs et radiatifs, est imposé. Pour une ambiance intérieure ces deux coefficients sont du même ordre de grandeur. Ce coefficient d'échange est intégré à la simulation au moment de la création du modèle de paroi par la méthode modale.

L'ordre de grandeur de ce coefficient à l'intérieur d'un bâtiment est de  $5 W m^{-2} ^{\circ}C^{-1}$ .

En réalité, la part du rayonnement infra-rouge n'a une véritable influence que dans le cas de parois froides ou vitrages, les échanges entre deux parois opaques dont la différence de température est faible étant négligeables.

- La prise en compte des taches solaires :

Le rayonnement direct est décomposé en deux parties.

La partie absorbée par les murs est prise en compte dans le modèle modal de paroi.

La partie réfléchie à l'intérieur de la pièce est prise en compte en imposant une source de chaleur dans les sous-volumes concernés par cet apport de chaleur.

- Les émetteurs de chaleur par radiation :

Dans ce cas, il faut ajouter un modèle spécifique dont on reparlera dans le paragraphe 5.4.

On a ainsi présenté un modèle simplifié permettant d'intégrer au modèle zonal les effets radiatifs ainsi que les échanges par conduction. En ce qui concerne la taille des simulations, la prise en compte du rayonnement infrarouge et de la tache solaire ne modifie absolument pas la nature de la modélisation, seules les entrées du modèle sont modifiées.

## 5.3 Introduction de polluants et d'humidité

### 5.3.1 Description du problème

L'objectif consiste à décrire dans le cas de la convection naturelle le champ de concentration en polluants ( $CO_2$  ou vapeur d'eau) dans un local en régime permanent. En première approximation nous avons appliqué la démarche utilisée par COMIS [FA87]. La concentration est considérée comme homogène dans un sous-volume et les échanges s'effectuent uniquement au niveau des interfaces. La présence de polluant dans un sous-volume modifie la masse volumique de l'air. Ainsi, un gradient de concentration implique une modification de l'écoulement de façon similaire à un gradient de température [BAI93]. Le calcul du champ de concentration doit donc être effectué de front avec le calcul des champs de température et de vitesse. Les effets de saturation ne sont pas traités, le modèle pourra simplement indiquer la présence de condensation.

La loi des gaz parfaits est écrite sous une nouvelle forme pour tenir compte de la présence d'autres composants dans l'air. Soit un gaz dont la pression est  $P$  et la masse volumique  $\rho$ . Si on introduit à volume constant de la vapeur d'eau et un certain nombre de polluants la nouvelle pression  $P_{fin}$  sera :

$$P_{fin} = P \left[ 1 + H_e + \sum_{i=1}^{N_p} C_i \right] \quad (5.27)$$

- $H_e$  est la teneur en eau.
- $N_p$  est le nombre de polluants.
- $C_i$  est la fraction massique de chaque polluant.

La nouvelle valeur de la masse volumique  $\rho_{fin}$  sera elle :

$$\rho_{fin} = \rho \left[ 1 + H_e \frac{M_a}{M_e} + \sum_{i=1}^{N_p} C_i \frac{M_a}{M_i} \right] \quad (5.28)$$

- $M_a$  est la masse molaire de l'air.
- $M_e$  est la masse molaire de l'eau.
- $M_i$  est la masse molaire des polluants.

Il est alors possible d'écrire la loi des gaz parfaits sous une nouvelle forme donnée dans COMIS [FA87] :

$$P \left[ 1 + H_e + \sum_{i=1}^{N_p} C_i \right] = \rho \left[ 1 + H_e \frac{M_a}{M_e} + \sum_{i=1}^{N_p} C_i \frac{M_a}{M_i} \right] \times \frac{r}{m} \times T \quad (5.29)$$

$r$  est la constante des gaz parfaits égale à  $8,314 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

$m$  est la masse molaire de l'air égale à 29 g.

Pour implémenter les transferts de masse, l'équation des gaz parfaits correspondant à une simulation traditionnelle est remplacée par cette nouvelle équation prenant en compte les concentrations.

Il faut également déterminer les quantités de matière transitant par les frontières entre sous-volumes pour écrire des bilans par cellule. Dans ce cas il faut distinguer deux types de calculs :

Les débits massiques de polluants ou vapeur d'eau entre deux sous-volumes à l'intérieur d'un local. Ils ont pour valeur le produit du débit de masse d'air multiplié par la concentration soit :

$$q_{poli} = q_m C_i \quad (5.30)$$

- $q_m$  est le débit d'air transitant entre deux sous-volumes.
- $q_{poli}$  est le débit massique du polluant  $i$ .

Pour évaluer les quantités transitant entre deux pièces, il faut tenir compte des filtres disposés dans les bouches d'air et destinés à réduire le taux de pollution. La description du transfert de polluant en tenant compte des effets de filtration sera :

$$q_{poli} = q_m C_i (1 - \eta) \quad (5.31)$$

- $\eta$  décrit l'efficacité du filtre

Enfin, il faut aussi pouvoir décrire une éventuelle réaction chimique entre les différents gaz contenus dans un sous-volume et dans l'équation bilan en ajoutant le terme :

$$k_r \prod_{i=1}^n C_i^{n_j}$$

- $k_r$  représente l'augmentation ou la réduction du polluant dans une cellule par réaction chimique avec d'autres composants

En prenant en compte ces différents phénomènes, on peut en déduire une équation de bilan qui dans le cas du régime permanent s'écrit pour chaque zone  $i$  :

$$\sum_{j=1}^{N_z} \sum_{k=1}^{N_p} q_{poli} + \sum_{k=1}^{N_p} k_r C_i + S p_i = 0 \quad (5.32)$$

- $N_z$  représente le nombre de zones voisines séparées ou non par une paroi
- $N_p$  correspond au nombre de polluants présents dans chaque zone voisine
- $S p_i$  représente soit une source de pollution dans une zone soit sa diminution (absorption des fumées).

Voyons à présent comment à partir de ces équations, on peut générer un modèle décrivant la répartition de la concentration des différents polluants.

### 5.3.2 Implémentation du modèle

Il s'agit d'implémenter les deux équations 5.29 et 5.32 dans l'environnement SPARK.

- La première calcule la masse volumique et remplace l'équation des gaz parfaits. À partir de l'équation 5.29, on peut écrire :

$$(p_{middle} + 101325) \times (1 + ea_{ucc} + pol_{cc}) =$$

$$\rho \times 286.67 \times (T + 273.16) \times \left(1 + ea_{ucc} \times \frac{28.9645}{18.01534} + pol_{cc} \times \frac{28.9645}{mass_{pol}}\right) \quad (5.33)$$

- $ea_{ucc}$  et  $pol_{cc}$  sont les fractions massiques de vapeur d'eau et de polluants en  $kg\ kg^{-1}$
- $mass_{pol}$  est la masse volumique d'un polluant en  $kg\ m^{-3}$
- La seconde équation est décomposée en deux objets élémentaires :

Le premier permet d'écrire le bilan de masse des différents composants de la façon suivante :

$$pol_{source} = pol_{kp} \times pol_{cc} + deb_{pole} - deb_{polw} - deb_{pols} + deb_{poln} -$$

$$deb_{polb} + deb_{polt} \quad (5.34)$$

- $pol_{kp}$  représente l'éventuelle variation de concentration du polluant par réaction chimique dans un sous-volume et vaut 1 s'il n'y a pas de réaction.

Le second permet de calculer les différents débits masse  $deb_{pol}$ . Voici par exemple l'équation permettant de calculer le débit vertical traversant le plancher :

$$deb_{polb} = deb_{ver} \times (1 - et_{poltb}) \times pol_{ccb} \text{ si } deb_{ver} > 0,$$

$$deb_{polb} = deb_{ver} \times pol_{cct} \text{ si } deb_{ver} < 0$$

- $et_{poltb}$  représente l'efficacité du filtre situé éventuellement dans les bouches d'air.

La signification de cette équation est la suivante :

Pour calculer la quantité de polluant pénétrant dans une cellule on multiplie le débit d'air par la concentration en polluant en minorant le résultat par ce qui sera retenu dans le filtre. Par contre si l'air sort de la pièce toute la quantité de polluant est à prendre en compte.

Pour le couplage avec le modèle zonal, les équations de bilan et de gaz parfait sont intégrés à la macro cellule, tandis que le calcul du débit fait partie de la macro interface.

Nous allons appliquer ces différentes formules pour décrire le champ de concentration d'un polluant et de la vapeur d'eau dans un local.

### 5.3.3 Simulation des transferts de masse

Soit un parallélépipède de 6 mètres de long sur 6 mètres de large et de 3 mètres de haut. Des ouvertures de  $50 \text{ cm}^2$  de section sont disposées à ses deux extrémités et de la vapeur d'eau et du gaz carbonique sont introduits dans le volume de la façon suivante :

- L'air extérieur est à la température de  $30 \text{ }^\circ\text{C}$  et a une teneur en eau de  $10 \text{ g kg}^{-1}$ . Une surpression de 15 pascals par rapport à la pression à l'autre extrémité est appliquée. Par ailleurs une source de gaz carbonique de  $1,5 \text{ g s}^{-1}$  de débit est placée dans un des sous-volumes. Toutes ces opérations ainsi que la géométrie et les conditions limites en température sont résumées sur la figure 5.19.

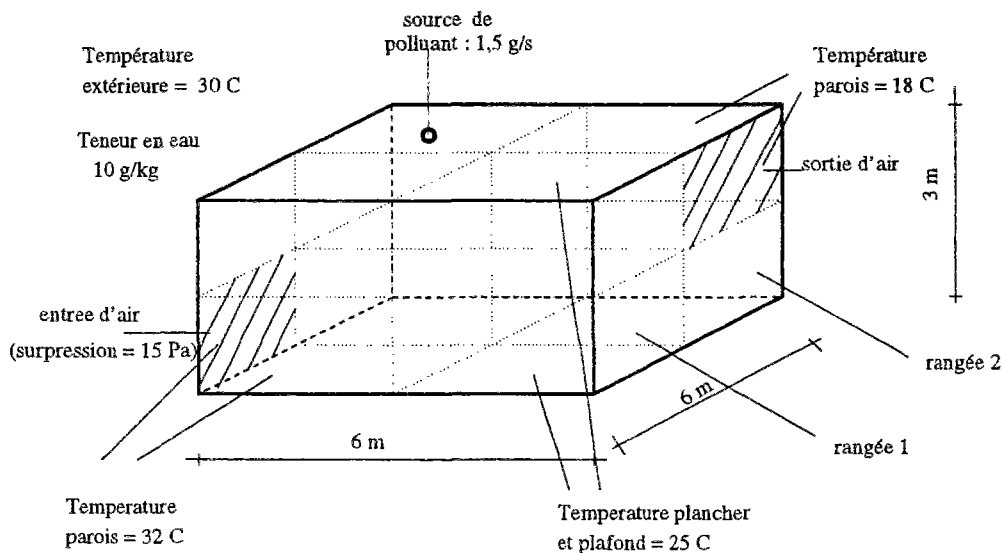


FIG. 5.19 - Introduction de polluants dans un local

Les résultats obtenus sont comparés avec et sans présence de source de polluant. Le volume est partitionné en huit sous volumes identiques. Pour représenter l'ensemble du volume deux figures seront représentées correspondant chacune à une coupe à travers 4 sous-volumes. La figure du haut représente la partie avant du cube, celle du bas la partie arrière.

Les figures 5.20 et 5.21 montrent les résultats dans ces deux rangées en l'absence de vapeur d'eau et d'agents polluants.

L'entrée d'air a lieu dans la bouche d'air inférieure en surpression égale à  $125 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$  soit un taux de renouvellement d'air légèrement supérieur à 1. Pour un volume aussi compact et un partitionnement assez grossier, les températures sont très homogènes, l'écart restant inférieur à  $2^\circ\text{C}$ . Bien entendu toutes les concentrations sont nulles.

Ensuite, est introduite une source de pollution en haut à gauche dans la deuxième rangée tout en augmentant la teneur en eau dans l'air entrant. Les figures 5.22 et 5.23 montrent que les valeurs en température et en débit n'évoluent quasiment pas ce qui s'explique par les faibles masses mises en jeu.



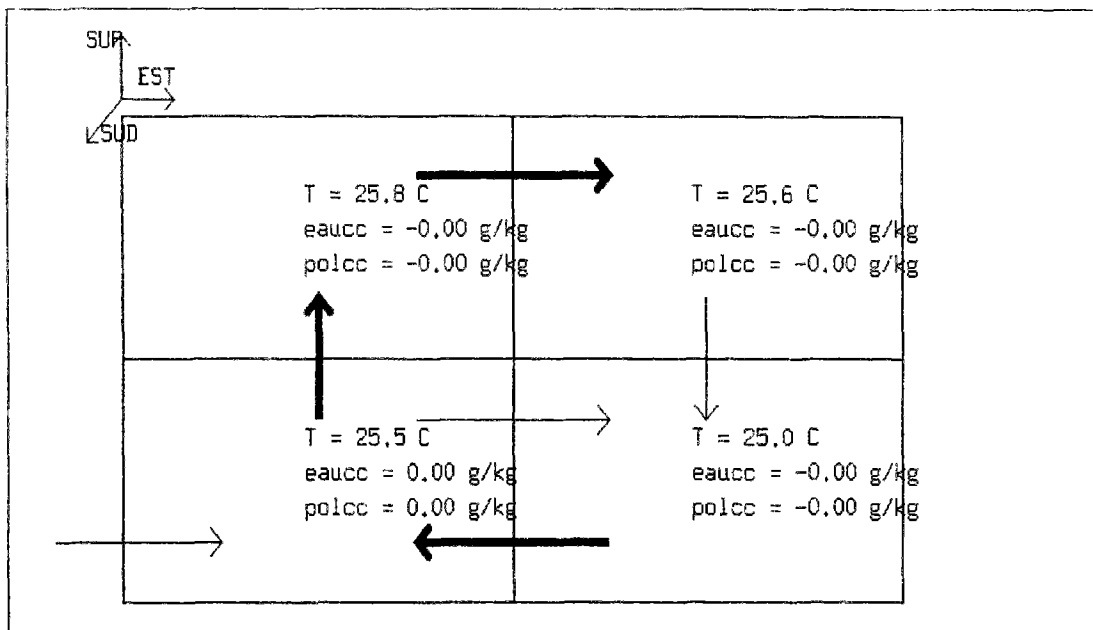


FIG. 5.20 - Écoulement d'air pur - rangée 1

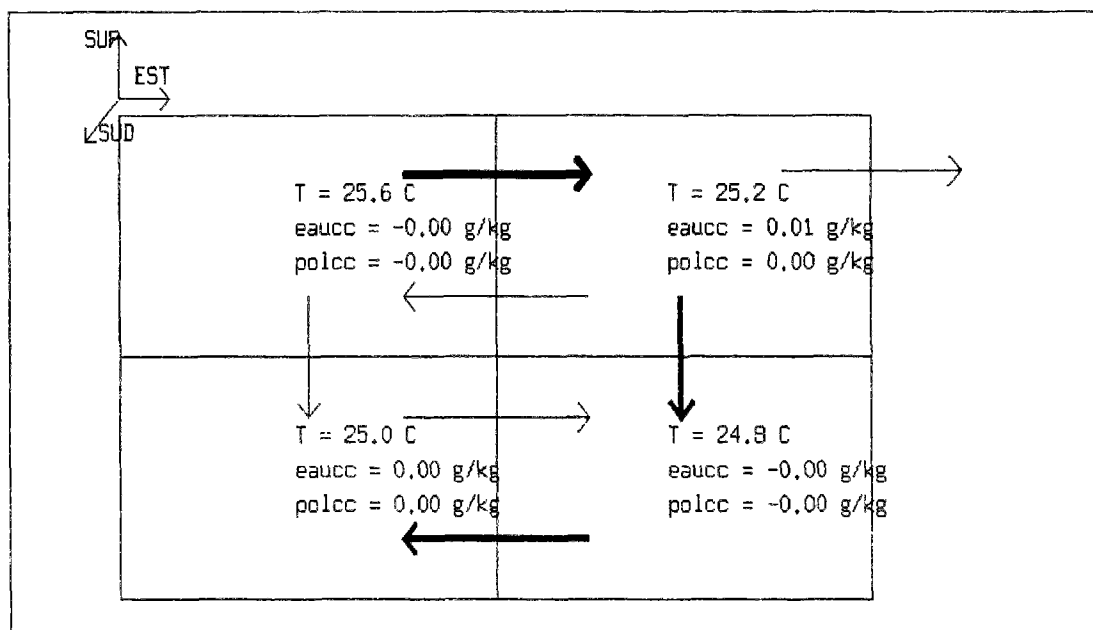


FIG. 5.21 - Écoulement d'air pur - rangée 2

La teneur en eau reste constante alors que la concentration de gaz carbonique varie davantage. Cette différence est liée à la façon dont sont introduits ces composants. Le fait de les associer à l'écoulement favorise le brassage et tend à homogénéiser la répartition. Par contre, si la source est placée dans une zone peu concernée par l'écoulement la différence est de  $0,5 \text{ g kg}^{-1}$  soit près de 20 %.

Pour un cube les gradients de concentration restent limités mais cela présage des écarts important pour des géométries plus complexes notamment si la circulation d'air est réduite

ce qui fait tout l'intérêt du modèle.

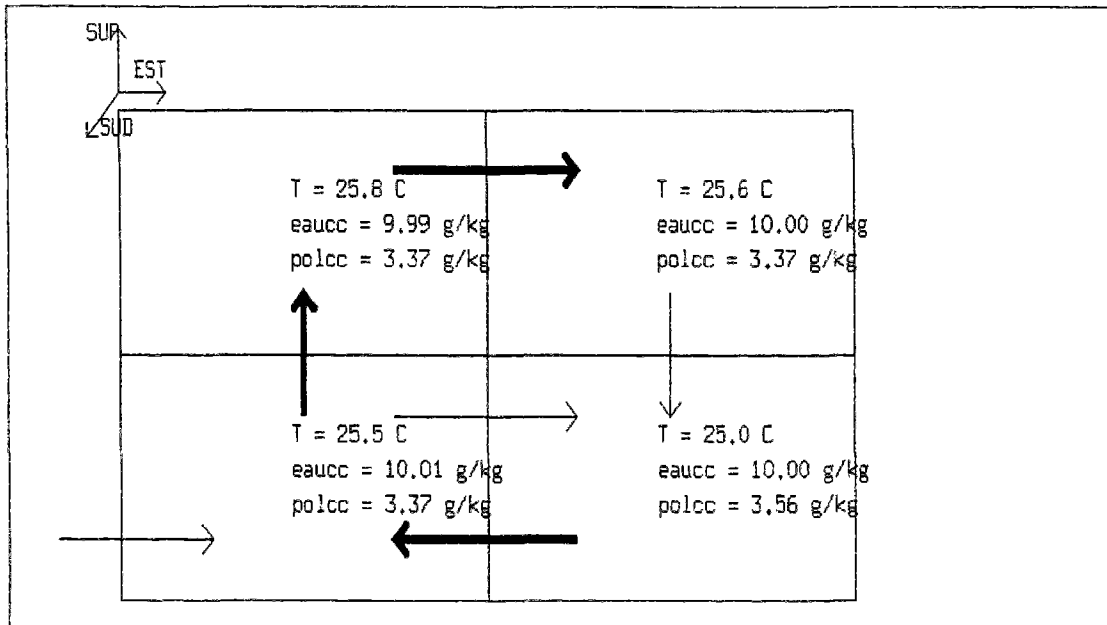


FIG. 5.22 - Écoulement en présence de vapeur d'eau et de gaz carbonique - rangée 1

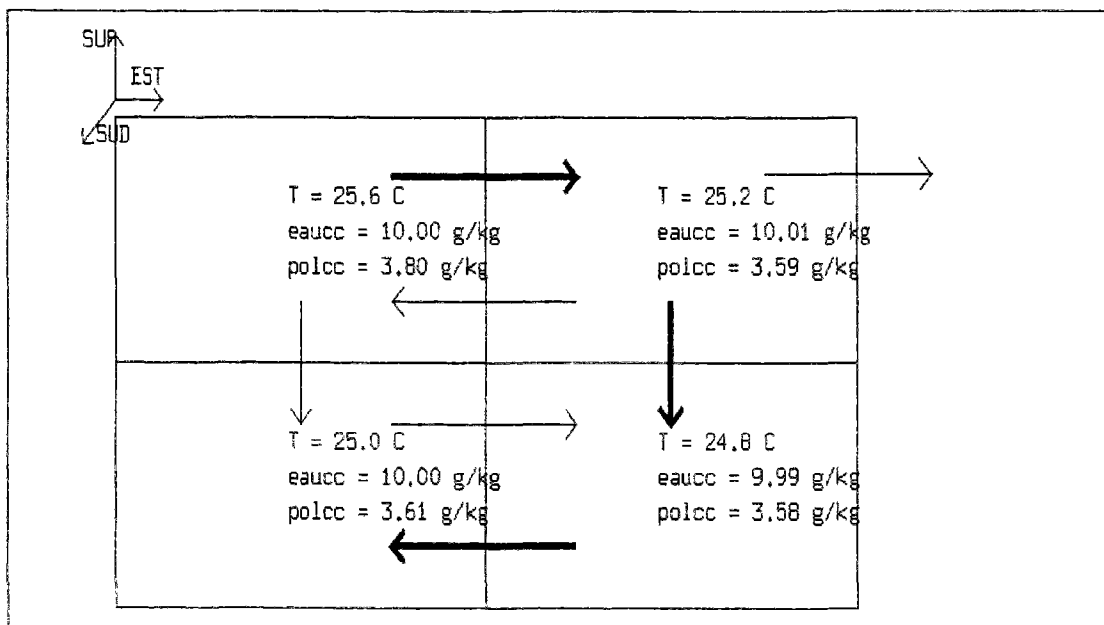


FIG. 5.23 - Écoulement en présence de vapeur d'eau et de gaz carbonique - rangée 2

Les figure 5.24 et 5.25 montrent que l'homogénéité des teneurs en eau obtenue précédemment était bien liée à la façon dont la vapeur d'eau était introduite dans le volume. Cette

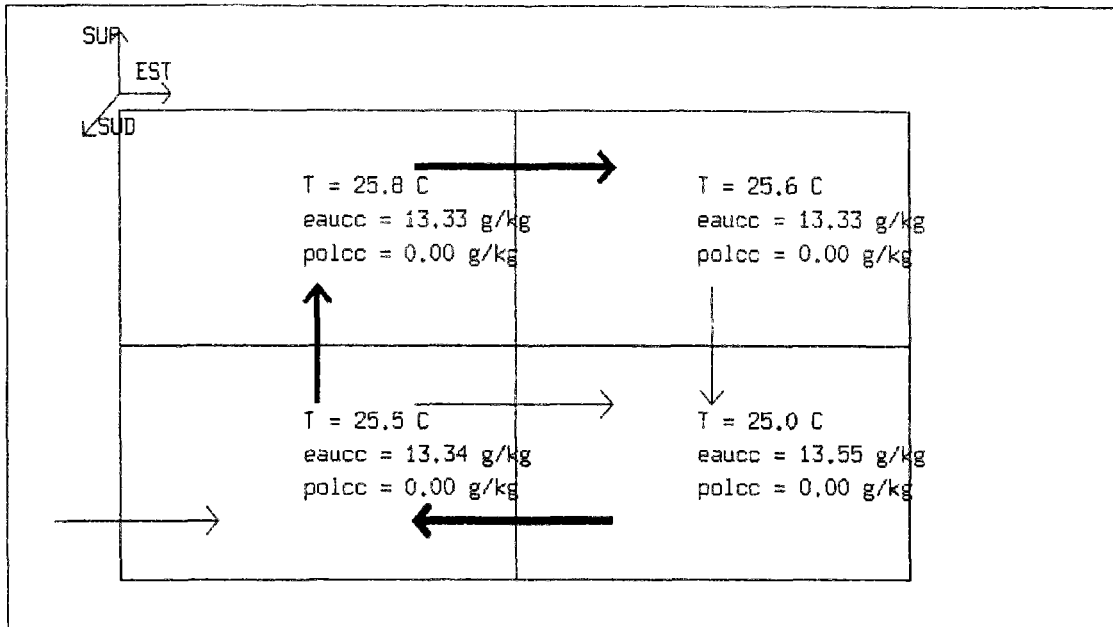


FIG. 5.24 - Écoulement avec source de vapeur d'eau - rangée 1

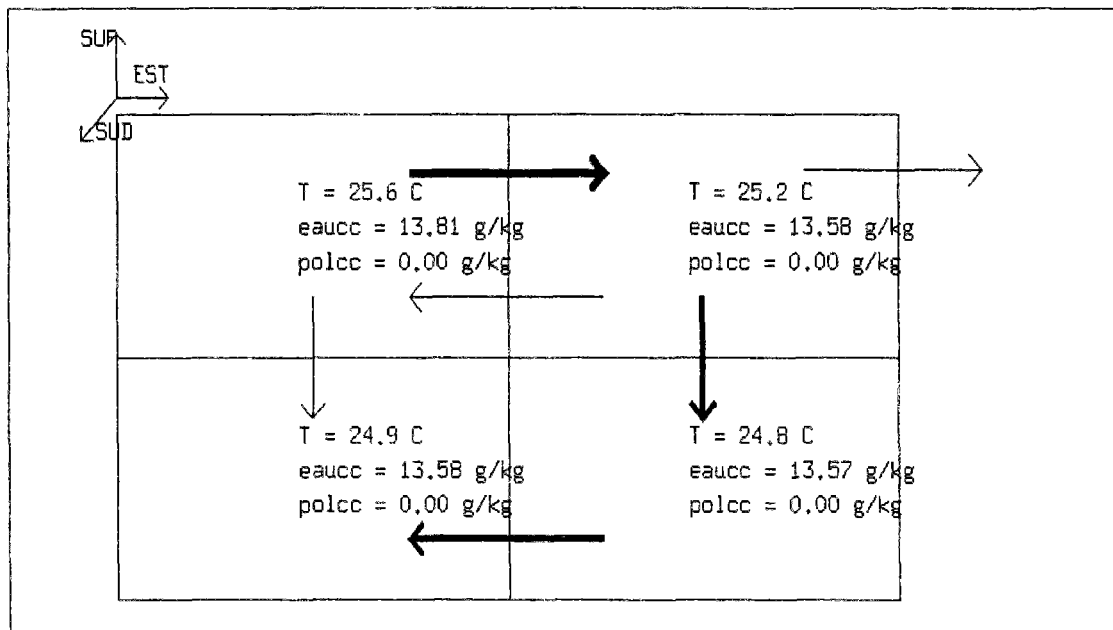


FIG. 5.25 - Écoulement avec source de vapeur d'eau - rangée 2

fois la source de vapeur d'eau a été placée dans une zone peu concernée par l'écoulement. Il apparaît (même si elle est faible) une hétérogénéité de la répartition de l'humidité dans le volume, la concentration la plus importante étant située au niveau de la source.

Le modèle qui a été créé décrit les champs de concentration en polluant à l'intérieur d'un local permettant par exemple de simuler des hétérogénéités (salle fumeur - non fumeur) ou encore de prévoir le taux de pollution. Ce modèle ne permet pas pour l'instant de décrire

le comportement en cas de condensation de la vapeur d'eau sur les parois, il peut toutefois prévenir du problème de saturation dans une région du local.

Il faut remarquer que cette étude consistait essentiellement à étudier la faisabilité de la démarche. La convection thermosolutale est un phénomène trop complexe pour qu'on puisse tirer des conclusions au sujet des résultats sans validation expérimentale et numérique. L'intégration de ce modèle, qui nécessite encore d'être développé et précisé, et les résultats qualitativement corrects obtenus montre toutefois la souplesse de l'environnement et la gamme de possibilités très étendue qui est offerte.

On va terminer l'ajout d'autres types de modèles en étudiant comment peut être modélisé un émetteur de chaleur ou une source de renouvellement d'air.

## 5.4 Les émetteurs de chaleur

### 5.4.1 Un modèle empirique

La modélisation des effets d'une source de chaleur varie selon le type d'émetteur qui en est l'origine. Inard dans [IMA91] présente le comportement d'un corps de chauffe à eau qui émet à la fois par convection et par rayonnement.

De la même façon Barles dans [Bar92] propose un modèle de convecteur électrique dont l'essentiel des échanges se fait par convection. C'est ce modèle que nous allons implémenter dans notre environnement avant d'étudier son influence sur la simulation.

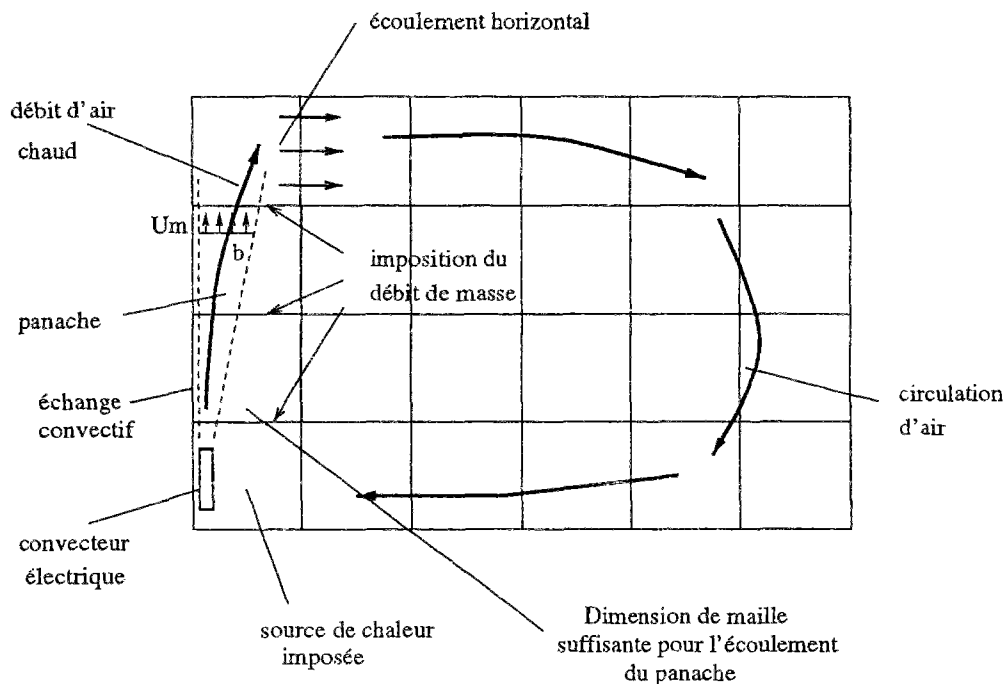


FIG. 5.26 - Comportement aérodynamique en présence d'un émetteur de chaleur

L'intégration du modèle passe par les étapes suivantes récapitulées sur la figure 5.26 :

- Tout d'abord, ajouter dans l'équation décrivant le bilan d'énergie, une source de chaleur correspondant à la puissance de l'émetteur. Ceci s'effectue dans le sous-volume où est placé l'émetteur.
- Ensuite, modéliser le panache en imposant le débit de masse vertical dans les interfaces horizontales situées au dessus du convecteur.
- Il faut également choisir des dimensions de maille adaptées afin que l'air puisse s'écouler librement de la pièce vers le convecteur en partie basse et sous le plafond (Hauteur des mailles en contact avec les parois horizontales suffisante).
- Imposer la température dans le panache en ajoutant une équation qui décrit la différence de température entre le panache et le local.

- Enfin, écrire une nouvelle loi traduisant l'échange convectif au niveau de la paroi en contact avec le panache.

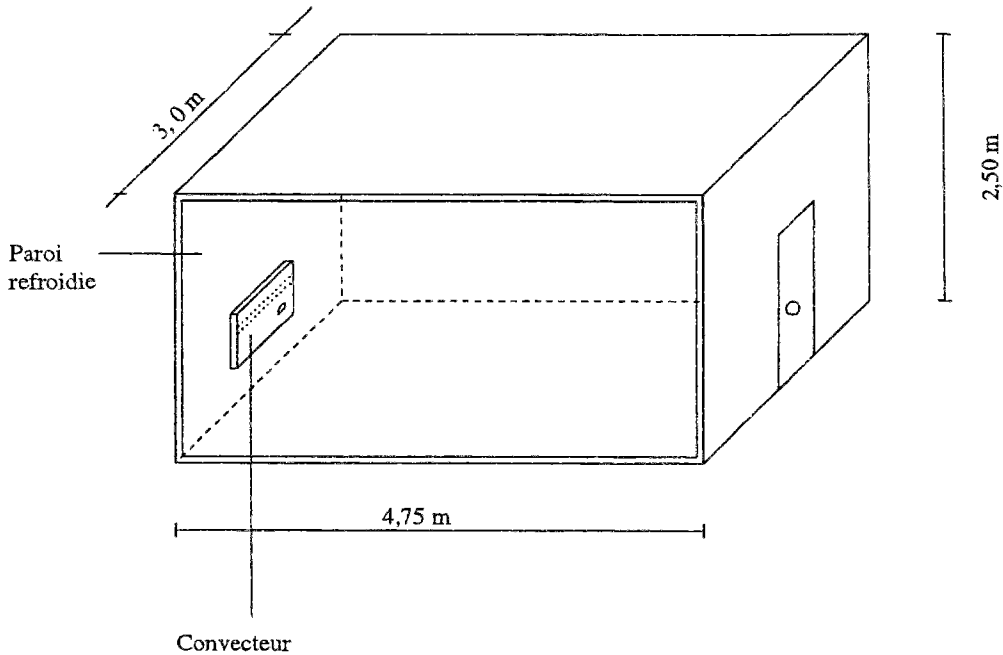


FIG. 5.27 - Description du dispositif expérimental

La description de l'étude expérimentale effectuée par Barles [Bar92] au CETIAT pour le compte de EDF visant à analyser le comportement d'un convecteur électrique dans un local se trouve sur la figure 5.27.

Il a testé des convecteurs de différentes longueurs (0,5 et 1 m), puissances (1000 W, 1500 W, 2000 W) et formes (sortie verticale, sortie frontale) pour en déduire un modèle décrivant les profils de vitesse et de température dans le panache. La paroi située à l'arrière du convecteur est refroidie par un radiateur à eau glacée pour maintenir au centre du local une température à peu près constante pour chaque essai. Les figures 5.28 et 5.29 montrent respectivement les profils de vitesse et de température dans le cas du convecteur de 1000 W à sortie verticale.

Les conclusions de toutes ces expériences sont que la largeur du panache varie en fonction de l'altitude, la variation de la vitesse maximale est faible tandis que la différence de température entre le panache et le local est inversement proportionnelle à la hauteur.

Le modèle simplifié proposé dans le rapport final [Bar92] qui permet de décrire l'ensemble des phénomènes contient trois équations. L'une donne la largeur du panache en fonction de la hauteur, l'autre la vitesse verticale maximale tandis que la troisième indique la différence de température. Ces équations sont les suivantes :

- Largeur  $b$  du panache en fonction de la hauteur  $z$  :

$$b = \frac{2E_0}{\sqrt{\Pi}} \left[ 1 + \frac{St(1 + \delta^2)^{\frac{1}{2}}}{3\delta E_0} \right] (z + z_0) \quad (5.35)$$

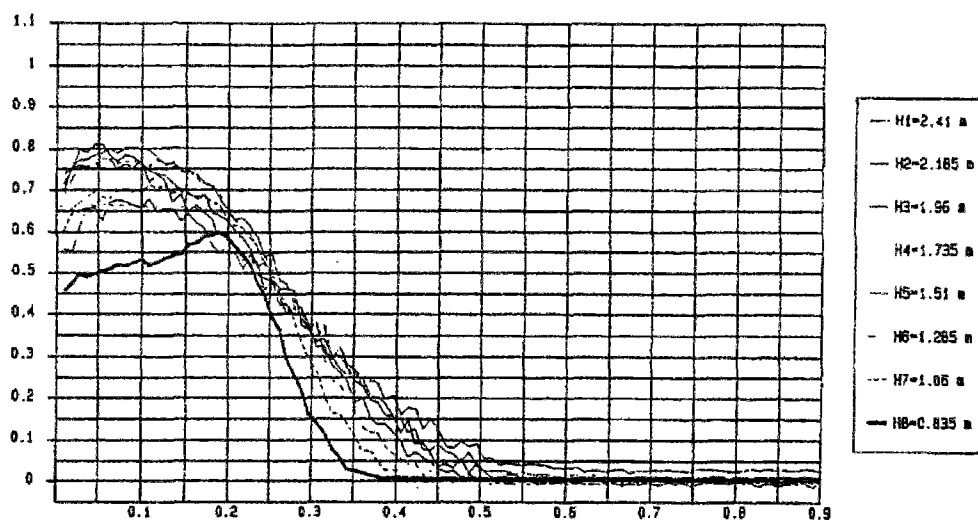


FIG. 5.28 - Profil des vitesses (m/s) à l'intérieur du panache en fonction de la distance à la paroi (m) pour un convecteur de 1000 W à sortie verticale à différentes hauteurs

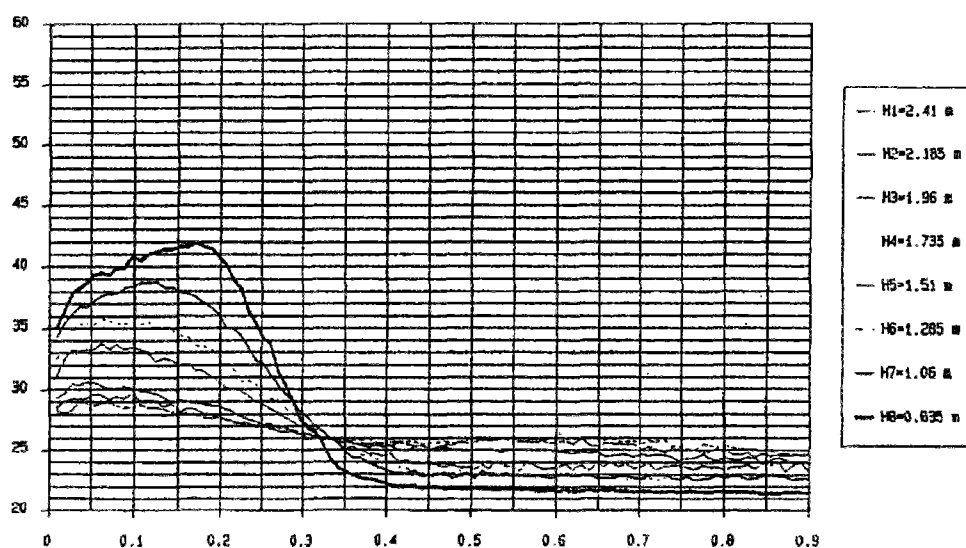


FIG. 5.29 - Profil des températures (°C) à l'intérieur du panache en fonction de la distance à la paroi (m) pour un convecteur de 1000 W à sortie verticale à différentes hauteurs

- Vitesse maximale  $U_m$  dans le panache :

$$U_m = \left( \frac{6\delta(1 + \delta^2)^{\frac{1}{2}}}{3\delta(Cf + \sqrt{2}E_0) - [2(1 + \delta^2)]^{\frac{1}{2}}St} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{Q_0 g \beta}{\rho_0 C p_0} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (5.36)$$

- Différence de température  $\Delta T_m$  entre le panache et le local :

$$\Delta T_m = \frac{3}{2St(1 + \delta^2)^{\frac{1}{2}} + 6\delta E_0} \left[ \frac{4(1 + \delta^2) 3\delta(Cf + \sqrt{2}E_0) - [2(1 + \delta^2)]^{\frac{1}{2}} St}{\delta} \right]^{\frac{1}{3}} \times \left( \frac{g\beta Q_0}{\rho_0 C p_0} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{1}{g\beta(z + z_0)} \quad (5.37)$$

- $E_0$  est la constante d'entraînement. Elle correspond au rapport entre l'entraînement de l'air et la vitesse maximale dans le panache.
- $St$  est le nombre de Stanton. Il compare les transferts de chaleur convectifs à la paroi aux transferts de chaleur au sein de l'écoulement. Il vaut :

$$St = \frac{\Phi_{cv}}{\rho_0 C p_0 U_m \Delta T_m} \quad (5.38)$$

- $\Phi_{cv}$  est le flux convectif à la paroi en  $W$ .
- $\rho_0$  et  $C p_0$  représentent respectivement la masse volumique et la capacité calorifique de l'air dans l'état de référence.
- $\delta$  est le rapport entre l'épaisseur thermique et l'épaisseur dynamique du panache. Les figures 5.28 et 5.29 montrent que l'épaisseur du panache n'est pas exactement identique selon que l'on considère les vitesses ou les températures. Toutefois, cet écart est faible et  $\delta$  sera pris égal à 1 dans le modèle simplifié.
- $z_0$  est l'origine fictive du panache en  $m$ .  
Elle correspond à la position d'une source linéaire idéale qui donne le même panache que la source réelle. Sa valeur est fonction de la nature de l'émetteur.
- $C_f$  est le coefficient de frottement à la paroi.
- $Q_0$  est la source de chaleur issue du convecteur en  $W$ .

L'analyse des simulations expérimentales confirmée par des études numériques a permis de fixer des valeurs pour certains paramètres dont la variation est faible. Ceci simplifie nettement le modèle :

- $\delta = 1.0$
- $C_f = 0.01$
- $St = 0.005$
- $E_0 = 0.08$



- $\beta = \frac{1}{T} = \frac{1}{293}$

La valeur de  $z_0$  est fonction des dimensions et de la puissance du convecteur employé. Sa valeur est d'autant plus faible que la puissance du convecteur employée est importante. Dans le cas des appareils utilisés,  $z_0$  varie de 0,2 à 0,5.

Avec ces différentes valeurs, les trois équations précédentes deviennent :

- La largeur  $b$  du panache varie selon la hauteur :

$$b = 0.09293 \times (z + z_0) \text{ en } m \quad (5.39)$$

- La vitesse maximale  $U_m$  dans le panache est constante :

$$U_m = 2.868 \times (Q_0 \times 0.00002776)^{\frac{1}{3}} \text{ en } m \text{ s}^{-1} \quad (5.40)$$

- La différence de température  $\Delta T_m$  devient :

$$\Delta T_m = 5.985 \times (0.0000276 \times Q_0)^{\frac{2}{3}} \times \frac{1}{0.03348(z + z_0)} \text{ en } ^\circ C \quad (5.41)$$

De ces équations, peut être déduite l'expression du débit dans le panache ainsi que celle du flux convectif à la trainée. En effet, Barles propose d'approcher le débit massique  $q_m$  à imposer dans les interfaces de la façon suivante :

$$q_m = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \rho U_m b \text{ en } kg \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1} \quad (5.42)$$

Ce débit ne dépend que de la masse volumique de l'air  $\rho$ , de l'altitude  $z$  ainsi que de la puissance et de la largeur du convecteur. La substitution de ces variables par leurs modèles simplifiés donne :

$$q_m = \rho \times 0.236 \times (z + z_0) \times (Q_0 \times 0.00002776)^{\frac{1}{3}} \times l \quad (5.43)$$

où  $l$  est la longueur du panache considérée constante (longueur du convecteur).

Pour compléter la modélisation du panache, il reste à écrire l'équation du flux convectif  $\Phi_p$  à l'arrière du panache. Elle a été obtenue de façon empirique à la suite des expériences citées précédemment :

$$\Phi_p = K[\Delta T_m + (T_a(z) - T_p(z))]^n \quad (5.44)$$

-  $\Phi_p$  est donné en  $W \text{ m}^{-2}$

-  $T_{air}(z)$  est la température dans le panache à la cote  $z$  en  $^\circ C$

-  $T_p(z)$  est la température de paroi à l'arrière du panache à la cote  $z$  en  $^\circ C$

Les coefficients  $K$  et  $n$  ont été évalués expérimentalement à 0,662 et 1,77 respectivement.

Il faut également tenir compte des pertes importantes à l'arrière de l'émetteur de chaleur. Ces pertes dépendent de la nature de l'émetteur, de la nature de la paroi au dos de cet émetteur et enfin de la température de l'air de l'autre côté de la paroi. Pour simplifier, la valeur retenue est celle donnée par C. Inard dans [Ina88] qui constate expérimentalement une perte d'environ 5 % de la puissance émise par le convecteur.

Ces données sont suffisantes pour implémenter le modèle de panache. Voyons comment l'environnement objet facilite ce type de travail.

### Intégration du modèle de débit vertical

Tout d'abord (avec Maple [CGG85] par exemple) un objet élémentaire, décrivant l'équation de débit vue en 5.43 est généré. Le remplacement du débit vertical "zonal" par cet objet donne une nouvelle macro décrivant l'interface horizontale. Cette nouvelle interface est disposée dans toutes les frontières horizontales situées au dessus du convecteur, ainsi le débit vertical est implémenté.

### Imposition de la différence de température

Il s'agit d'un nouvel objet à intégrer à la place d'une équation faisant intervenir les mêmes variables. L'élément calculant le flux d'énergie entre les sous-volumes du panache et ceux du local fait intervenir les deux températures et permet donc de calculer leur différence. Une nouvelle macro correspondant à l'interface verticale entre le panache et le local va être créée. Elle impose la différence de température au lieu d'imposer le flux. Bien entendu la conservation des flux d'énergie dans chaque sous-volume reste valable.

### Calcul du flux convectif à la trainée

Dans ce cas l'interface verticale correspondant à la frontière du local est modifiée. L'expression du flux à la paroi (condition de Newton) est remplacée par la nouvelle équation. Pour cela la température du local doit être reliée à celle du panache, il est donc nécessaire d'ajouter un lien supplémentaire entre l'interface frontière et cette température.

Cette modification sera facile à réaliser car elle ne concerne qu'un très petit nombre d'interfaces (situées à l'arrière du panache). De plus, il faut remarquer que c'est le seul changement nécessaire au niveau du fichier de connexion, dans les deux cas précédents les modifications étaient limitées aux macros.

Pour terminer sur ce point, on peut également ajouter que toutes ces modifications n'ont aucune conséquence sur la simulation (variables d'itérations identiques, même taille du solveur) sinon que la convergence est atteinte plus rapidement grâce à une orientation plus prononcée de la nature de l'écoulement. C'est donc une bonne illustration de l'intérêt d'un environnement objet.

### 5.4.2 Résultats d'une simulation

On effectue la comparaison avec les résultats expérimentaux dans le cas d'un convecteur de 1500 W à sortie verticale. Dans ce cas la valeur de  $z_0$  est de 0,437 m.

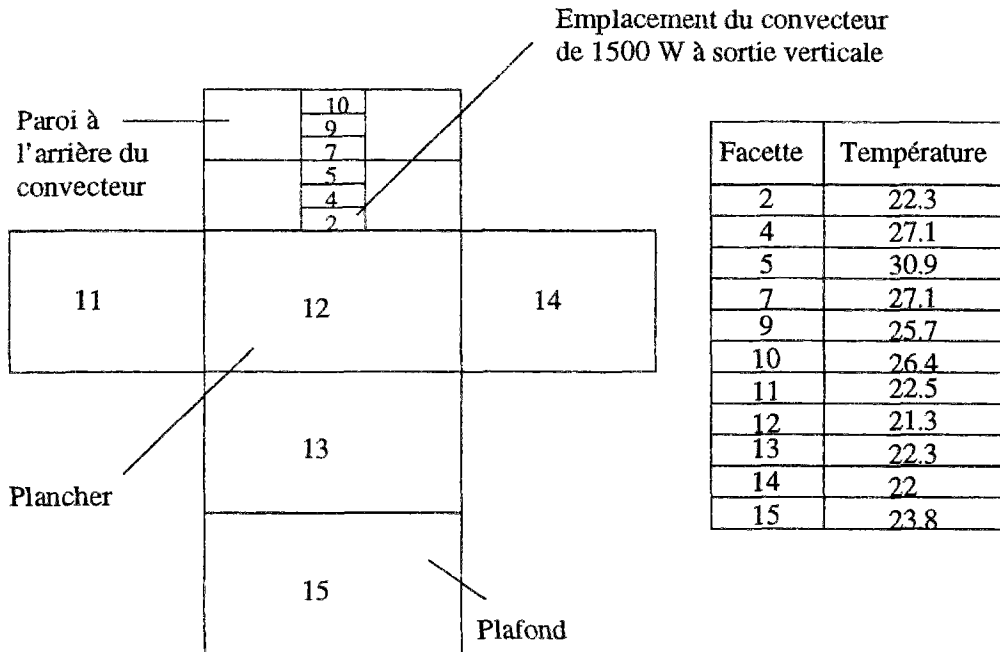


FIG. 5.30 - Vue éclatée du local donnant les températures de paroi de chaque face

Dans cet exemple, l'ensemble des données concernant la simulation sont connues. Les températures sur les différentes faces intérieures sont données par la figure 5.30.

La description des résultats obtenus à l'intérieur du panache se trouve sur le tableau 5.2.

Convecteur à sortie verticale 1500 W							
hauteur $z$ (m)	0.835	1.06	1.285	1.51	1.735	1.96	2.185
$T_{max}$ ( $^{\circ}C$ )	49.3	47.1	45.1	43.6	41.5	40	38.3
$\Delta T$ ( $^{\circ}C$ )	24.8	21.7	19.3	17.1	14.6	11.8	9.6
$U_{max}$ ( $m s^{-1}$ )	0.54	0.74	0.875	0.96	1.01	1.04	1.02
$q_m$ ( $g s^{-1}$ )	64.3	95.2	128.7	157.7	180.7	199.2	218.3
$T_{max}$ : Température maximale dans le panache à l'altitude $z$ $\Delta T$ : Différence de température maximale entre l'air $U_{max}$ : Vitesse verticale maximale de l'air du panache $q_m$ : Débit d'air vertical dans le panache							

TAB. 5.2 - Description des grandeurs caractéristiques du panache

Pour représenter l'ensemble de la simulation, il faut découper le local en trois "tranches" correspondant aux trois rangées de sous-volumes dans la largeur. Trois figures sont donc nécessaires. La première présente l'écoulement dans le plan longitudinal central au niveau de l'émetteur, les deux autres correspondent aux plans situés de part et d'autre de l'émetteur.

Le choix du maillage a été réalisé grâce à l'équation donnant la largeur du panache en fonction de la hauteur. Cette relation montre que l'épaisseur du panache varie entre 20 et 30 cm environ. Pour ne pas faire obstacle à l'écoulement une épaisseur de maille à la paroi de 30 cm a donc été choisie. Les deux rangées à proximité du panache ont la même largeur tandis que dans le reste du volume, moins concerné par la source de chaleur, les mailles sont plus espacées.

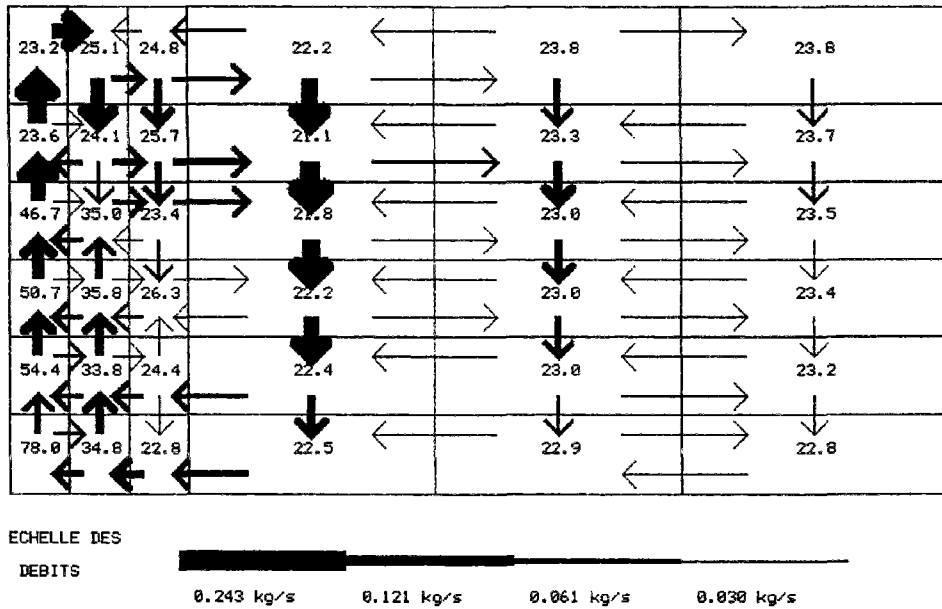


FIG. 5.31 - Comportement aéraulique au niveau du convecteur

La figure 5.31 présente les résultats obtenus par le modèle zonal dans le plan central du local c'est à dire au niveau de l'émetteur. La puissance de la source est égale à 1425 W pour tenir compte des 5 % de pertes à l'arrière du convecteur. Qualitativement, l'écoulement est bien représenté avec une circulation verticale au dessus du convecteur, un tourbillon dans la zone en contact avec le plafond tandis que l'air refroidi redescend dans la zone morte. À ce sujet, il faut signaler que l'épaisseur des flèches est proportionnelle aux débits et l'importante largeur de la flèche descendante au milieu du rectangle est liée au fait que le débit traverse une interface quatre fois plus large que les interfaces côté panache.

Les résultats en température sont également cohérents : La température est très importante au niveau du convecteur et décroît avec l'altitude et à mesure que l'on s'éloigne de la source de chaleur.

Les figures 5.32 et 5.33 décrivent le comportement dans les zones situées de part et d'autre du convecteur. Les résultats sont réguliers et correspondent tout à fait au comportement attendu au point de vue qualitatif tant pour les températures que pour les débits. Cette

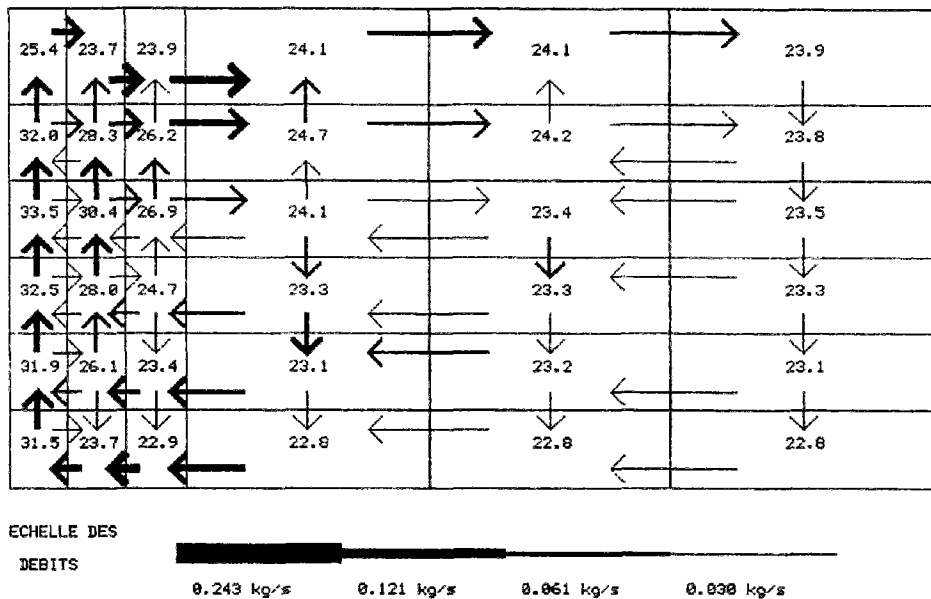


FIG. 5.32 - Comportement aéraulique dans le plan longitudinal devant le convecteur

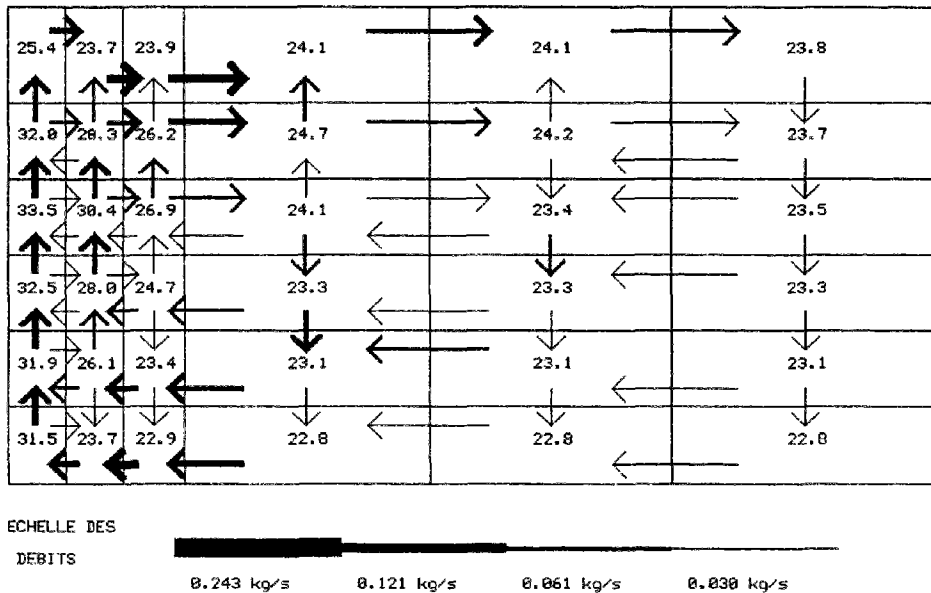


FIG. 5.33 - Comportement aéraulique dans le plan longitudinal derrière le convecteur

constatation est importante car elle indique qu'a priori, il n'y a pas de problèmes liés aux effets 3D ce que l'on avait pas encore vérifié. Par rapport aux modèles étudiés dans la partie concernant l'état de l'art, ces résultats sont très proches des phénomènes constatés par Ngendakumana [Nge78] et Howarth [How80].

Enfin, on constate un phénomène de stratification avec une augmentation régulière de la température en fonction de l'altitude. Le refroidissement au niveau du plafond est lié à l'influence de la température de paroi à ce niveau.

Une comparaison avec les résultats expérimentaux permet de quantifier ces écarts. Il s'agit de comparer les résultats présentés sur le tableau 5.2 avec les valeurs de la figure 5.31.

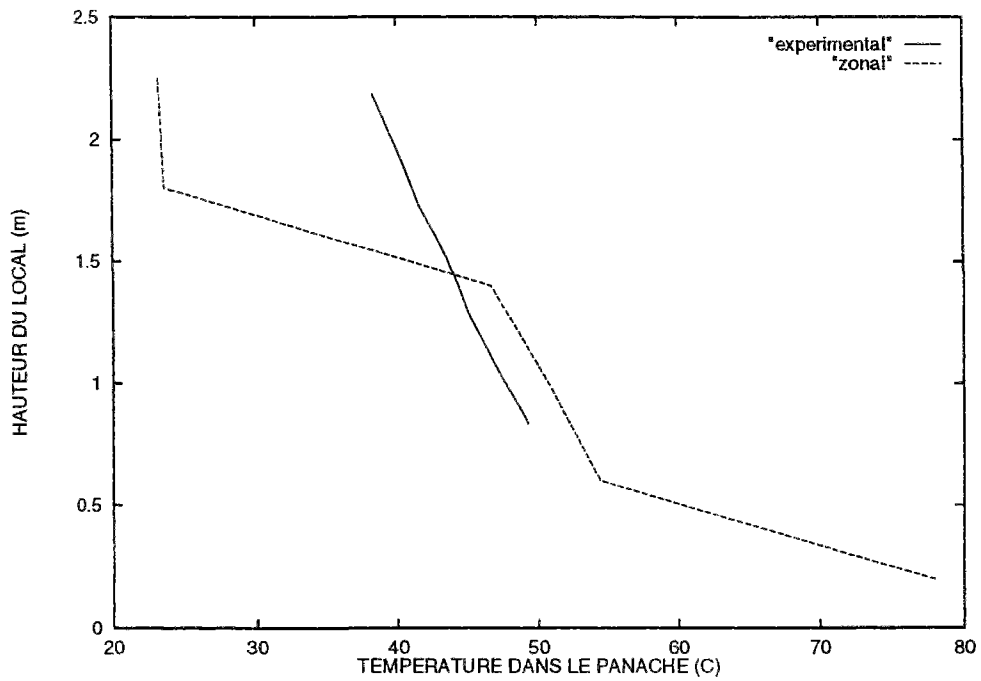


FIG. 5.34 - Comparaison des températures dans le panache

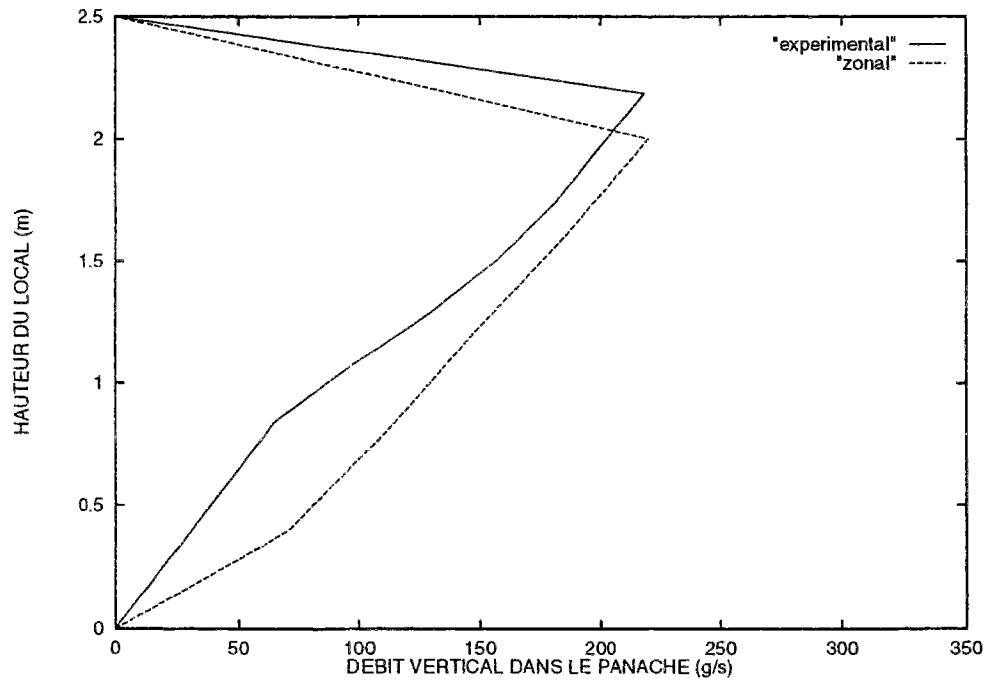


FIG. 5.35 - Comparaison des débits verticaux dans le panache

La figure 5.34 montre que les températures sont identiques dans la partie inférieure. Par contre, à partir de 1,5 m la température du modèle zonal chute brutalement et l'écart atteint près de 20°C. Ce résultat pourrait sans doute être atténué en réduisant la perméabilité entre le panache et le local mais il faudrait pour valider un tel modèle disposer de l'ensemble des résultats de l'étude expérimentale qui a été réalisée.

La figure 5.35 décrivant les débits donne des écarts beaucoup plus faibles. Cela montre que le modèle simplifié de Barles est bien adapté à la description des débits pour ce type d'émetteurs et que le modèle zonal a reproduit fidèlement les équations proposées.

Les résultats de notre modèle correspondent donc assez bien avec ceux obtenus expérimentalement par Barles et permettent d'analyser le comportement aéraulique d'un local. C'est d'autant plus intéressant que dans ce cas le solveur converge facilement (une dizaine d'itérations) et la simulation s'effectue en moins d'un quart d'heure. La méthode allie donc simplicité d'implémentation, rapidité dans la simulation et sûreté pour la convergence.

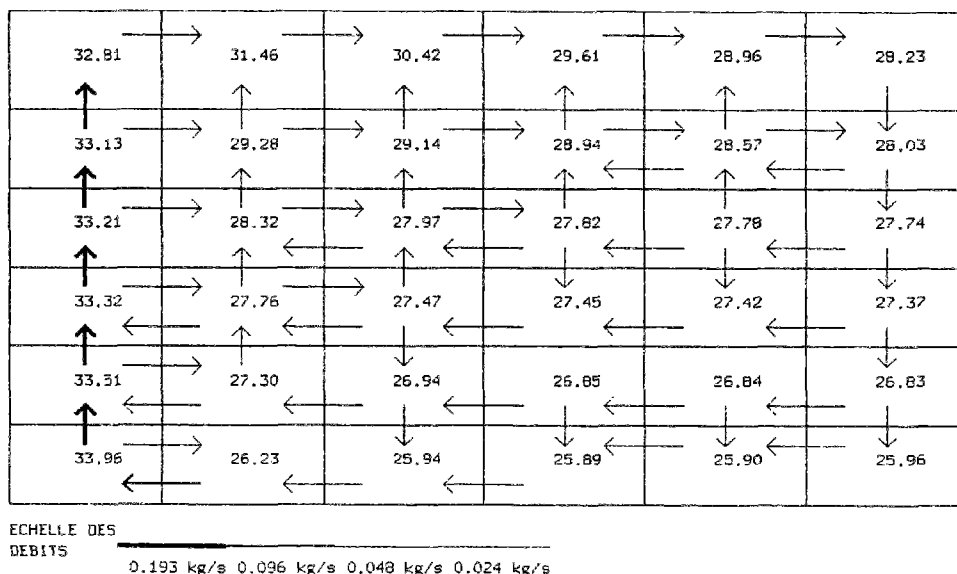


FIG. 5.36 - Comportement aéraulique en réduisant les perméabilités dans les interfaces entourant le panache

Pour montrer le bouleversement apporté par l'intégration du modèle de panache, on présente sur la figure 5.36 les résultats obtenus en se contentant d'orienter l'écoulement par des coefficient de de perméabilité réduits entourant du panache. Sans entrer dans les détails de cette simulation, on s'aperçoit que si on peut espérer obtenir des valeurs de vitesse compatibles avec nos résultats expérimentaux, il est hors de question d'espérer un comportement correct pour les températures avec un tel modèle. Dans toutes les configurations testées, les températures diminuaient avec l'altitude.

Nous allons effectuer une démarche similaire pour représenter les modèles de jet en comparant les résultats obtenus en réduisant les perméabilités dans les interfaces avec ceux obtenus en intégrant un modèle de jet.



## 5.5 Les modèles de jet d'air

### 5.5.1 Introduction d'une source d'air dans le modèle zonal

Si les résultats de la méthode zonale paraissent très prometteurs en convection naturelle, y compris pour représenter les effets d'une source de chaleur, le problème devient plus délicat dans le cas de la convection mixte. Cette difficulté est évoquée par E. Rodriguez dans [RC93b] où il précise que les modèles écrits à partir des lois débit-pression ne suffisent plus pour caractériser l'écoulement. Dans le cas de jets d'air il faut introduire une nouvelle équation décrivant la conservation de l'énergie cinétique.

Voyons ce qui se passe lorsqu'on introduit un jet d'air dans notre modèle. L'étude est délicate étant donnée la complexité des phénomènes. En effet, un jet qui pénètre dans une pièce va être perturbé d'une part, par un effet d'entraînement de l'air à l'extérieur de ce jet, d'autre part, à cause de la différence de température entre l'air dans le jet et dans la pièce.

Sans connaissance a priori de l'écoulement, il sera difficile de modéliser ces deux effets simultanés par le biais de la méthode zonale. En particulier le partitionnement orthogonal sera mal adapté pour modéliser une direction de jet oblique.

Pour ces différentes raisons, l'étude sera limitée à celle d'un écoulement dont le comportement est connu. L'exemple choisi est celui qui avait permis de valider le modèle zonal dans le cas de de la convection naturelle bidimensionnelle.

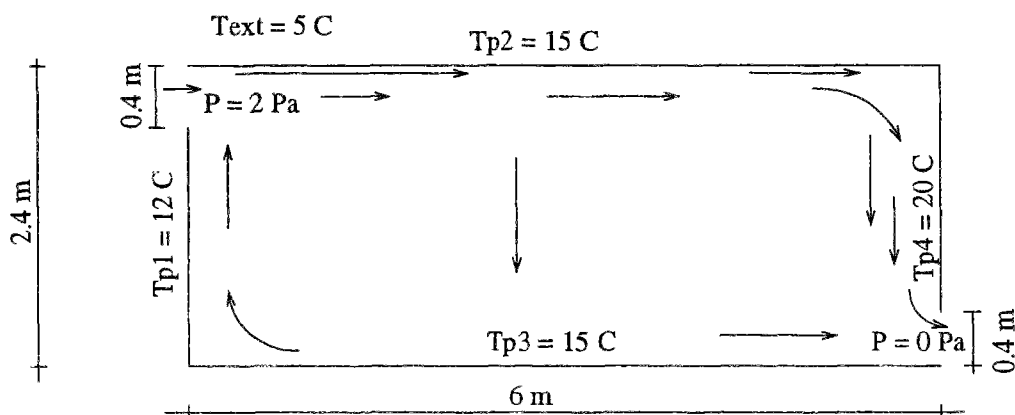


FIG. 5.37 - Configuration du modèle bidimensionnel en convection mixte

Des ouvertures sont disposées en haut à gauche et en bas à droite du rectangle. La figure 5.37 indique la géométrie du problème et les conditions aux limites. L'allure des mouvements d'air est difficile à prévoir dans ce cas et l'écoulement représenté constitue simplement une possibilité. L'allure exacte dépend de l'intensité de la surpression, de la température du jet et des valeurs des températures des parois. Il y a en effet deux moteurs d'écoulement: La différence de température entre deux parois d'une part, la surpression au niveau de l'ouverture d'autre part. Selon les valeurs des données, l'un ou l'autre effet pourra prédominer.

Une surpression de 2 pascals est imposée en haut à gauche du rectangle, la température de l'air extérieur étant égale à 5 °C. Il s'agit du cas simplifié du jet qui longe le plafond et redescend parallèlement au mur opposé, ce qui se vérifie avec le logiciel FLUENT. Les

forces de poussée sont en effet suffisantes pour que les effets de la température puissent être négligés ce qui correspond au cas de la convection forcée.

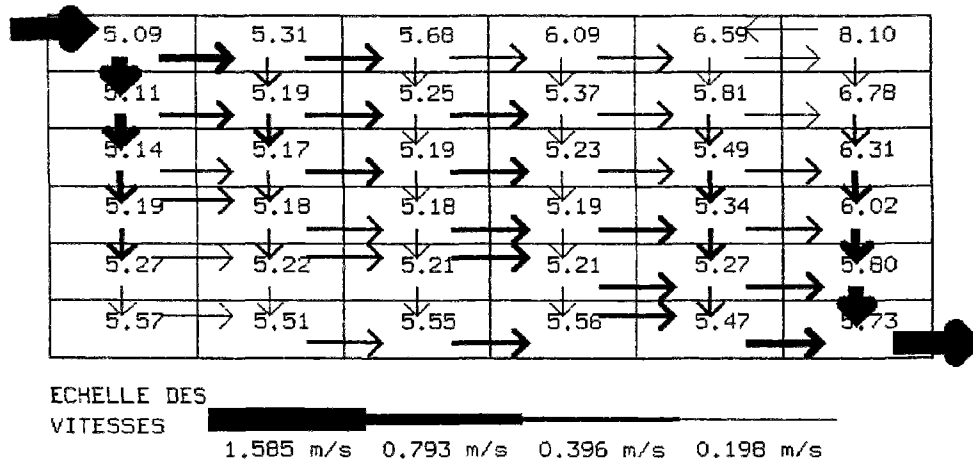


FIG. 5.38 - Écoulement du modèle bidimensionnel en convection forcée

La figure 5.38 montre les résultats obtenus si l'on ne prend aucune précaution particulière et donc sans introduction de modèle de jet. L'allure des mouvements d'air ne correspond pas aux résultats généralement obtenus en cas de présence de jet d'air.

En effet, le jet entrant dans la pièce est dévié vers le bas à cause de la surpression de l'air dans le premier sous-volume par rapport à l'élément immédiatement en dessous. Or, dans la réalité, par un effet d'entraînement l'air situé sous l'ouverture va remonter et se mélanger avec le jet comme l'indique la figure 5.39.

La vitesse d'air dans l'ouverture est de  $1,585 \text{ m s}^{-1}$  soit environ 17 % de plus que la valeur moyenne obtenue avec FLUENT égale à  $1,35 \text{ m s}^{-1}$ .

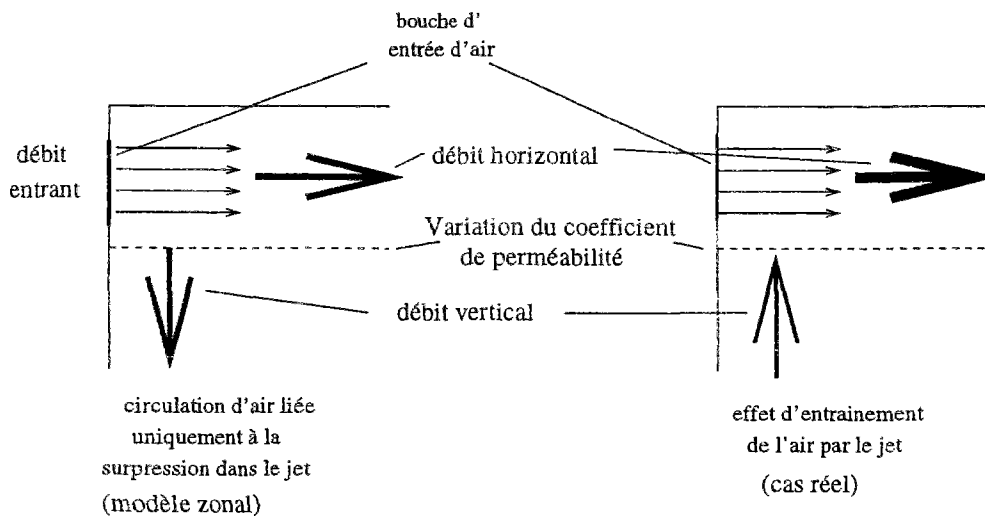


FIG. 5.39 - Modèles de circulation d'air aux alentours d'une bouche d'entrée d'air

Pour rectifier ce phénomène, il est nécessaire d'imposer l'allure de l'écoulement. Cela

peut se faire de deux manières :

- Conserver les équations du modèle zonal telles qu'elles ont été développées jusqu'à présent en modifiant les coefficients de perméabilité.
- Changer de modèle d'écoulement de façon à prendre en compte les effets de diffusion de l'air et de conservation de l'énergie cinétique.

L'objectif de ce paragraphe consiste à comparer les deux approches.

### 5.5.2 Modification des coefficients de perméabilité

Dans un premier temps et sachant qu'il s'agit essentiellement de réaliser un modèle simplifié, on va étudier ce qui se passe lorsqu'on oriente le jet en se basant sur nos connaissances a priori de l'écoulement.

Pour cela, le coefficient de perméabilité dans l'interface horizontale située sous l'entrée d'air est réduit sur toute la longueur du rectangle de façon à orienter le jet d'air jusqu'à la paroi opposée. Une étude paramétrique permet de déterminer la valeur optimale.

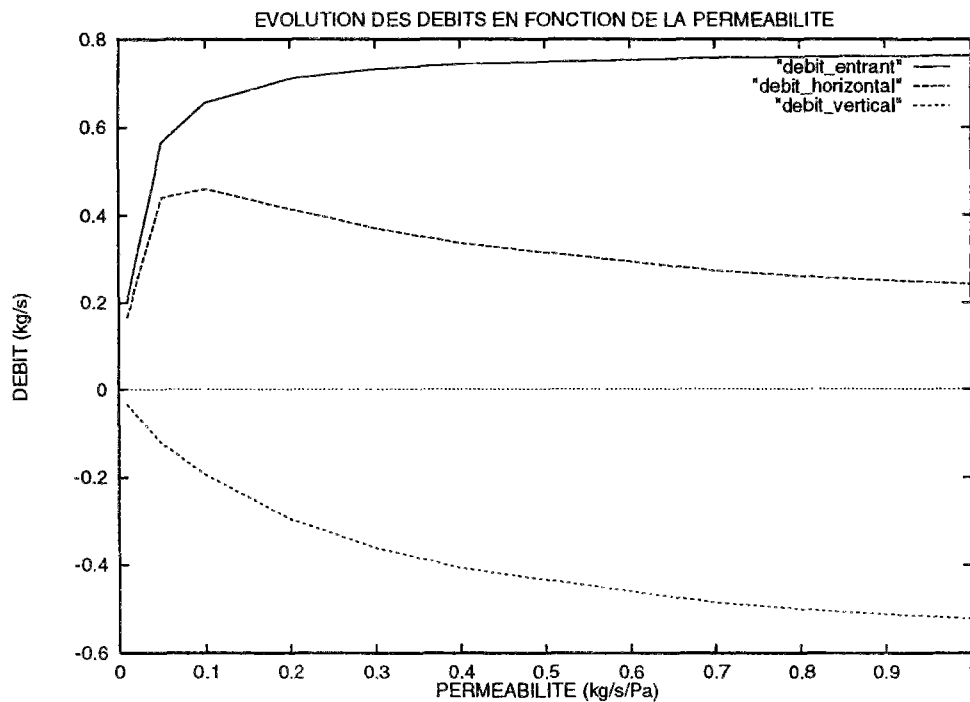


FIG. 5.40 - Évolution des débits autour d'une bouche d'entrée d'air en fonction de la perméabilité

La figure 5.40 montre l'évolution des débits horizontaux, verticaux et entrants (précisés sur la figure 5.39) en fonction du coefficient de perméabilité qui varie de 0.001 à 1. Elle donne plusieurs indications :

- Tout d'abord, quelque soit la valeur de la perméabilité, le débit vertical reste toujours négatif contrairement à la réalité. En fait, en calculant le débit avec une loi en pression,

il est impossible d'obtenir une inversion de signe, la pression à la sortie de la bouche restant toujours supérieure à celle de la zone inférieure.

- Le débit entrant dans la pièce croît lorsque le coefficient de perméabilité diminue car la quantité d'air du local entraînée est réduite. Par contre, lorsque la perméabilité horizontale devient très faible, l'air ne peut plus s'écouler librement et le débit diminue. À la limite, l'air ressort du côté de la bouche d'arrivée d'air.
- Une valeur de 0,1 pour le coefficient de perméabilité correspond à un bon compromis, le débit vertical devenant inférieur à  $0,41 \text{ kg s}^{-1}$  tandis que le débit horizontal est quasiment à son maximum. La valeur de débit entrant est égale à  $0,65 \text{ kg s}^{-1}$  soit une vitesse moyenne de  $1,375 \text{ m s}^{-1}$  ce qui correspond à la valeur obtenue avec FLUENT ( $1,4 \text{ m s}^{-1}$ ).

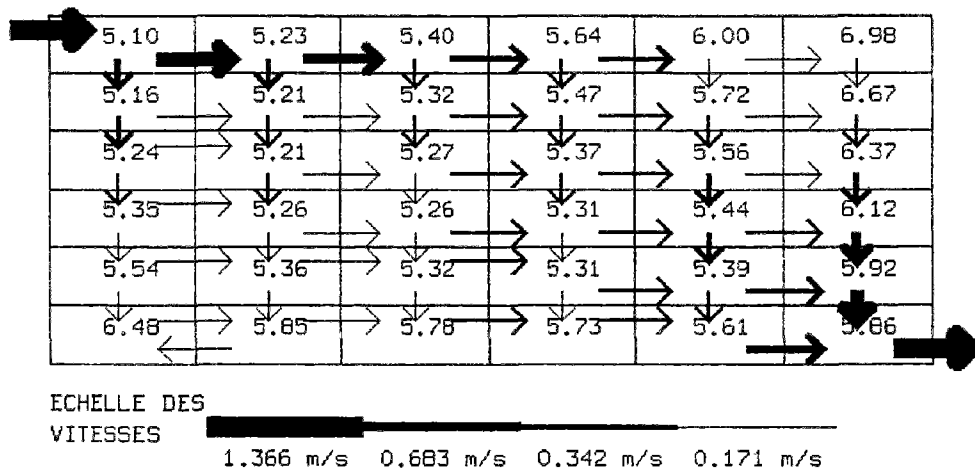


FIG. 5.41 - Écoulement en convection mixte en orientant l'écoulement

La figure 5.41 présente le profil de l'écoulement pour une perméabilité égale à 0,1. Le comportement aérodynamique est nettement modifié et correspond cette fois aux résultats attendus en présence d'un jet d'air.

Toutefois avant d'effectuer la comparaison avec les résultats de FLUENT, il faut remarquer que si le comportement de l'écoulement est cohérent jusqu'au niveau de la paroi verticale opposée, ensuite le jet vertical descendant a tendance à s'éparpiller ce qui ne correspond pas aux résultats de FLUENT.

Ce résultat peut être amélioré en imposant la direction du jet sur toute sa trajectoire. La figure 5.42 présente les résultats obtenus. La droite tracée en caractères gras correspond aux interfaces dans lesquelles le coefficient de perméabilité a été réduit.

Les résultats obtenus dans ce cas vont être comparés aux valeurs données par FLUENT. Les comparaisons seront effectuées pour les mêmes valeurs que lors de l'étude bidimensionnelle c'est à dire les profils de températures sur les axes verticaux et horizontaux ainsi que le profil de vitesse horizontale sur l'axe vertical central.

La figure 5.43 indique que l'allure des températures obtenues avec le modèle zonal correspond bien aux résultats de FLUENT dans toute la partie centrale du rectangle.

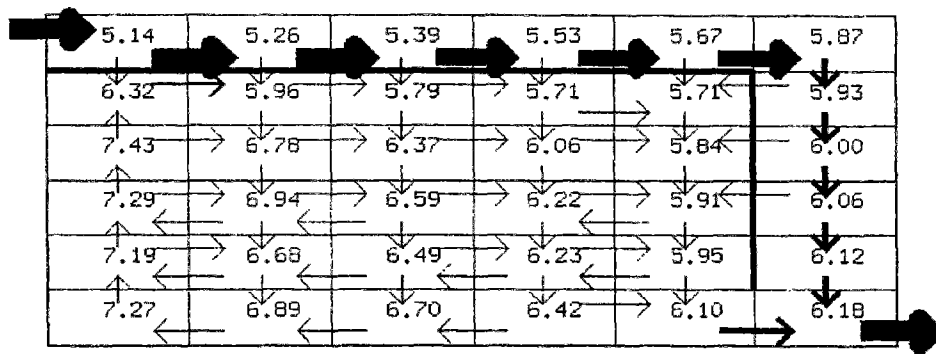


FIG. 5.42 - Écoulement en dirigeant le jet d'air

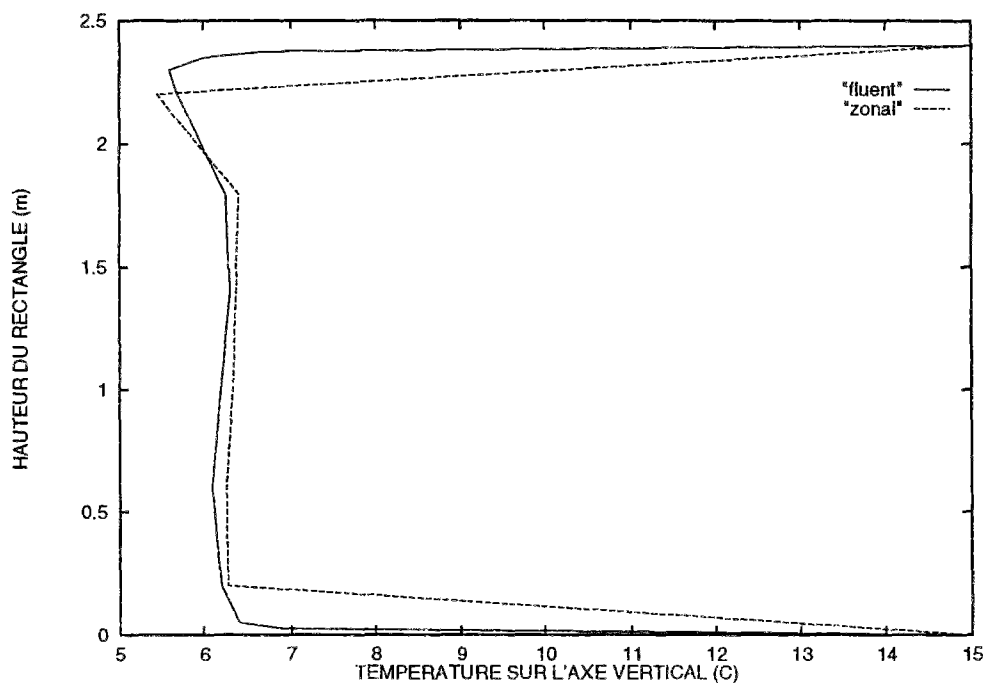


FIG. 5.43 - Profil des températures sur l'axe vertical central

Comme cela avait déjà été vu précédemment, les écarts sont plus importants aux extrémités, d'une part à cause de l'absence de valeurs de température du modèle simplifié à ces endroits, d'autre part car le modèle ne permet pas pour l'instant de décrire le comportement dans les couches limites.

La figure 5.44 indique également une bonne concordance même si les écarts sont un peu plus marqués. En fait, FLUENT obtient un profil plus homogène dans la partie centrale, l'essentiel des gradients étant concentré dans les couches limites.

Les résultats obtenus en température à condition de prendre quelques précautions sont donc tout à fait tolérables. De plus la valeur du débit passant par l'ouverture est quasiment identique à celle obtenue avec FLUENT.

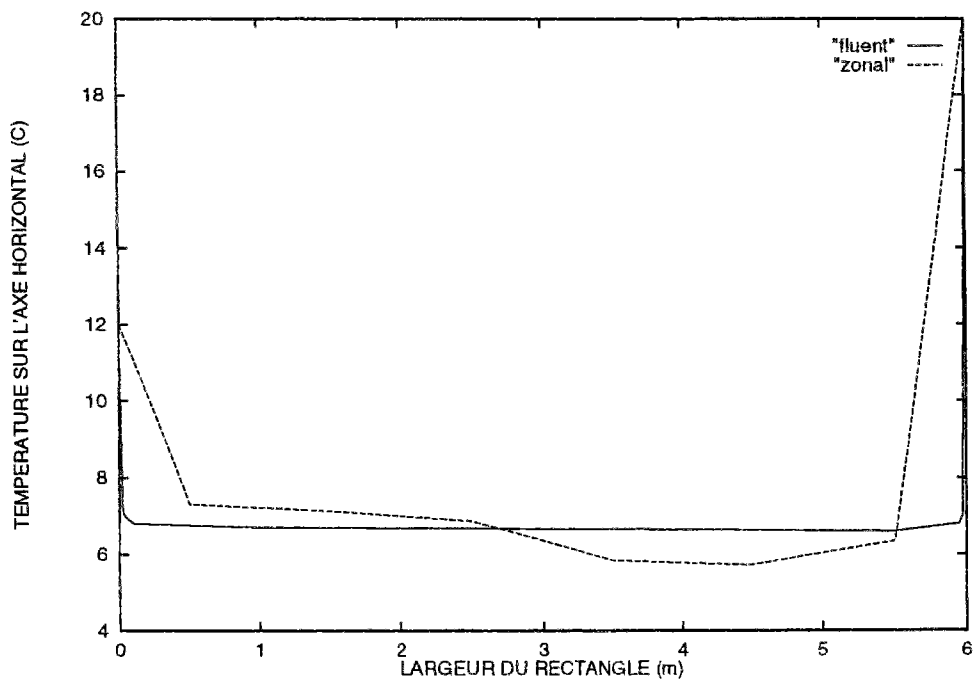


FIG. 5.44 - Profil des températures sur l'axe horizontal central

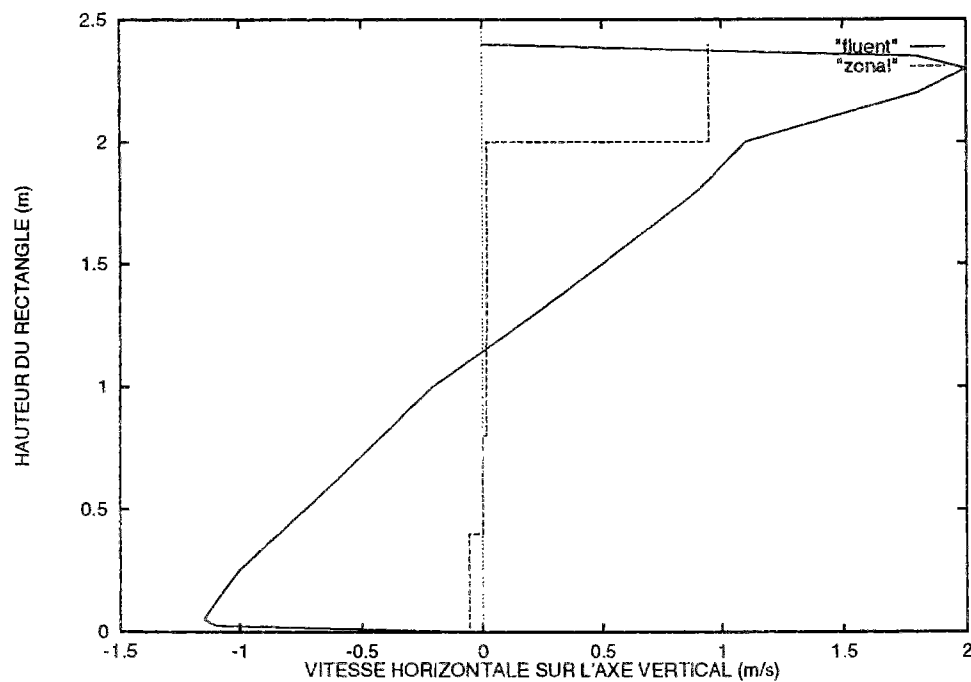


FIG. 5.45 - Profil des vitesses sur l'axe vertical central

Par contre, la figure 5.45 montre qu'il n'en est pas du tout de même pour le champ de vitesse. Les vitesses données par le modèle zonal sont beaucoup plus faibles que les valeurs de référence notamment dans la partie inférieure.

Il faut toutefois rester prudent par rapport aux résultats de FLUENT car dans ce cas bidimensionnel il n'y a pas de référence expérimentale et l'exactitude du résultat ne peut donc pas être garantie.

En particulier, l'allure des résultats obtenus par une étude effectuée au LEPTAB (dans le cadre de l'ARC [Ger95]) dans des conditions similaires est beaucoup plus proches de celle donnée par le modèle zonal.

L'inconvénient majeur de ce choix de modélisation n'est donc pas lié aux résultats obtenus mais au fait qu'il nécessite une parfaite connaissance de l'écoulement ce qui d'une part n'est en général pas le cas, et surtout, l'objectif n'est pas de modéliser un écoulement dont on connaît le comportement (!)

Ces dernières remarques montrent la nécessité d'ajouter un modèle de jet dans la simulation. On va étudier de que l'on obtient en ajoutant une contrainte supplémentaire qui est la conservation de l'énergie cinétique dans l'écoulement. C'est l'objet du prochain paragraphe.

### 5.5.3 Introduction d'un modèle de jet

#### Mise en équation

Voyons ce qui se passe lorsqu'on prend en compte les effets de la diffusion d'air et de conservation d'énergie cinétique.

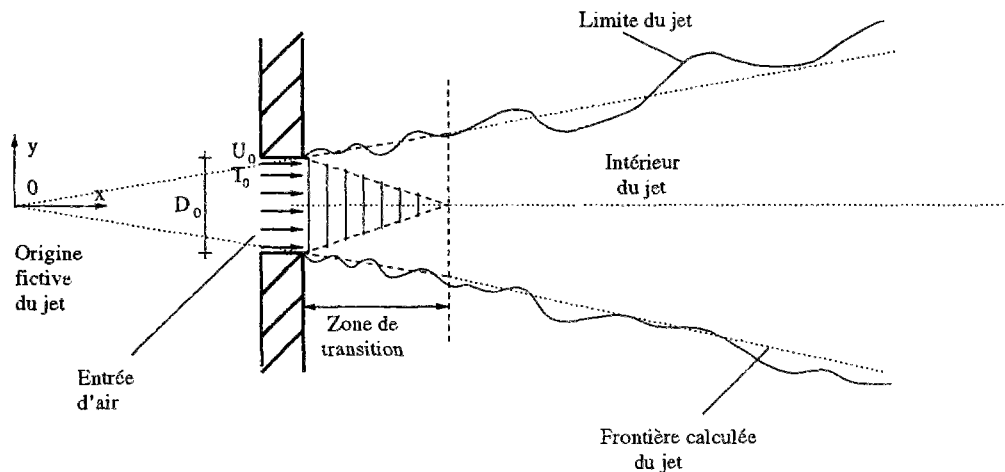


FIG. 5.46 - Profil des vitesses sur l'axe vertical central

Le jet se distingue par plusieurs caractéristiques :

- Le fluide à l'extérieur du jet est entraîné par celui-ci et mélangé à l'air ambiant.
- La vitesse diminue en fonction de la distance avec la source car il y a intégration d'air au repos dans ce jet (La vitesse est nulle à l'infini).
- La largeur du jet augmente à cause du phénomène de diffusion.
- Le modèle qu'il s'agit de définir n'est valable qu'en dehors de la région de transition située à la sortie du jet.

Pour caractériser l'influence du jet, il faut donc connaître d'une part la vitesse horizontale dans chaque section, d'autre part la largeur du jet en fonction de la distance à la source. On va évaluer ces grandeurs en écrivant que l'énergie cinétique à l'intérieur du jet est constante.

À partir de la théorie de la mécanique des fluides et en admettant quelques simplifications, Bejan [Bej84] propose le modèle de jet représenté sur la figure 5.46. La géométrie a la forme d'un cône dont l'intersection des deux branches correspond à l'origine fictive du jet dans la modélisation. Il distingue le cas bidimensionnel et les jets circulaires.

- **Modèle bidimensionnel:**

Vitesse  $u$  en fonction des coordonnées  $x$  et  $y$  (voir figure 5.46):

$$u(x) = U_0 \left( \frac{x}{x_0} \right)^{-\frac{1}{2}} (1 - \tanh^2 \eta) \text{ en } m \text{ s}^{-1} \quad (5.45)$$

$U_0$  est la vitesse dans l'ouverture.

- $\eta = \gamma \frac{y}{x}$
- $\gamma$  est une constante déterminée empiriquement et égale à 7,67
- $x$  est l'abscisse du jet par rapport à l'origine fictive située à la distance  $x_0$  de l'entrée d'air correspondant au croisement des deux branches du cône. La valeur de  $x_0$  est obtenue par la relation :

$$\frac{x_0}{\gamma D_0} = \frac{4}{3} \quad (5.46)$$

- $D_0$  est la hauteur de l'ouverture au niveau de l'entrée d'air

- **Cas tridimensionnel:**

Vitesse  $u$  du jet d'air en fonction de la distance à la source  $x$ :

$$u(x) = \frac{\gamma_0}{2} \left( \frac{3}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{K^{\frac{1}{2}}}{x} \left( 1 + \frac{\eta^2}{4} \right)^{-2} \text{ en } m \text{ s}^{-1} \quad (5.47)$$

- $\gamma_0$  est une constante empirique que Reichardt [Rei51] propose à la suite de multiples expériences de prendre égale à 15,2.
- $K = U^2 D^2$  où  $D$  est le diamètre du jet et  $U$  la vitesse sur l'axe horizontal pour une abscisse donnée.  $K$  est constant si l'on considère que l'énergie cinétique se conserve. Sa valeur est connue dans l'ouverture soit  $U_0^2 D_0^2$ .



–  $\eta$  est une variable de similitude qui vaut :

$$\eta = \gamma_0 \frac{r}{x} \quad (5.48)$$

( $r$  étant la distance par rapport à l'axe central)

Ces équations permettent de déduire l'expression du débit  $q_m$  en fonction de la distance par rapport à la source d'entrée d'air. La difficulté est que la vitesse varie en fonction de  $y$ . Il faudra donc intégrer l'expression de la vitesse sur l'ensemble de la section pour obtenir le débit.

### Validation du modèle

Pour valider ce modèle, on reprend l'étude réalisée par E. Rodriguez [RC93b] présentée au chapitre 2.1.3. Il s'agit d'un rectangle de 3 m par 3 m partitionné avec un découpage  $3 \times 5$ . Deux ouvertures de 0,5 m de haut sont placées à mi-hauteur de part et d'autre du rectangle. On impose une vitesse d'air dans l'ouverture de  $0,5 \text{ m s}^{-1}$ . Toutes les parois sont à la même température, c'est donc un cas de convection forcée.

La figure 5.47 récapitule les données correspondant à la simulation. L'essentiel des mouvements d'air se fera d'une ouverture à l'autre tout en perturbant le reste du volume.

Intégrer un modèle de jet dans la simulation consiste à imposer le débit dans les interfaces traversées par le jet. Le modèle décrit par Bejan donne la vitesse à une distance donnée de la source. Il reste à l'intégrer sur la surface de l'interface.

Dans un cas bidimensionnel, la vitesse dans le jet donnée par l'expression 5.45 vaut pour l'ordonnée  $y$  :

$$u = U_0 \left( \frac{x}{x_0} \right)^{-\frac{1}{2}} \left( 1 - \tanh^2 \left( \gamma \frac{y}{x} \right) \right) \quad (5.49)$$

Le débit est obtenu par l'intégration de cette vitesse sur la hauteur de l'interface, soit :

$$q_m = \int_a^b \rho \times u \times l \, dy \text{ en } \text{kg s}^{-1} \quad (5.50)$$

–  $l$  est la profondeur du jet en  $m$

–  $a$  et  $b$  sont les deux extrémités de l'interface à travers laquelle le jet est déterminé

La figure 5.48 montre qu'il est nécessaire d'imposer le débit à travers toutes les interfaces traversées par le jet. Les bornes de l'intégrale seront définies par les dimensions de l'interface face à la source. Le modèle imposera selon les cas un débit dans toute la largeur du jet où uniquement dans l'interface si ses dimensions sont inférieures à celles du jet.

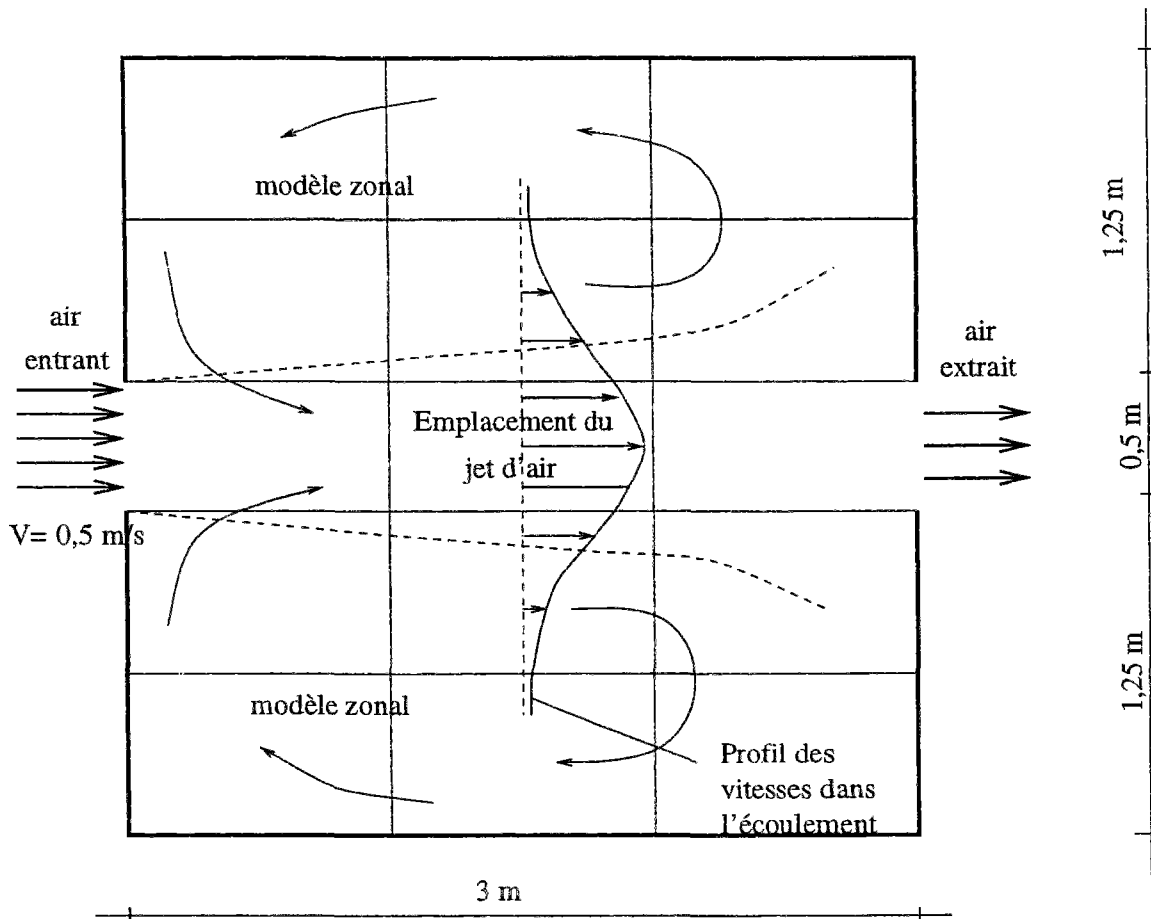


FIG. 5.47 - Description de la simulation avec modèle de jet

L'intégration de l'équation 5.50 (avec Maple [CGG85]), donne l'expression du débit suivante :

$$q_m = 2 \rho \left( \frac{\exp \frac{2b\gamma}{x} - \exp \frac{2a\gamma}{x}}{(\exp \frac{2b\gamma}{x} + 1) c (\exp \frac{2a\gamma}{x} + 1)} \right) l U_0 \left( \frac{x}{x_0} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (5.51)$$

En remplaçant par cette expression l'équation donnant le débit en fonction de la différence de pression dans les interfaces verticales traversées par le jet, on obtient l'écoulement représenté sur la figure 5.49. Une contrainte supplémentaire a été ajoutée c'est à dire que dans les deux sous-volumes en contact avec les bouches d'air les débits verticaux sont égaux et de signe opposé pour respecter la symétrie. Cette équation qui permet d'obtenir un résultat très proche de celui proposé par FLUENT n'est bien sûr pas nécessaire lorsque l'arrivée d'air se situe en partie haute ou en partie basse.

Si les résultats en ce qui concerne les vitesses concordent avec les résultats donnés par FLUENT, il n'en est pas de même pour les températures. En effet, les températures sont déterminées en fonction des masses volumiques. Or, dans ce cas l'écoulement n'est plus

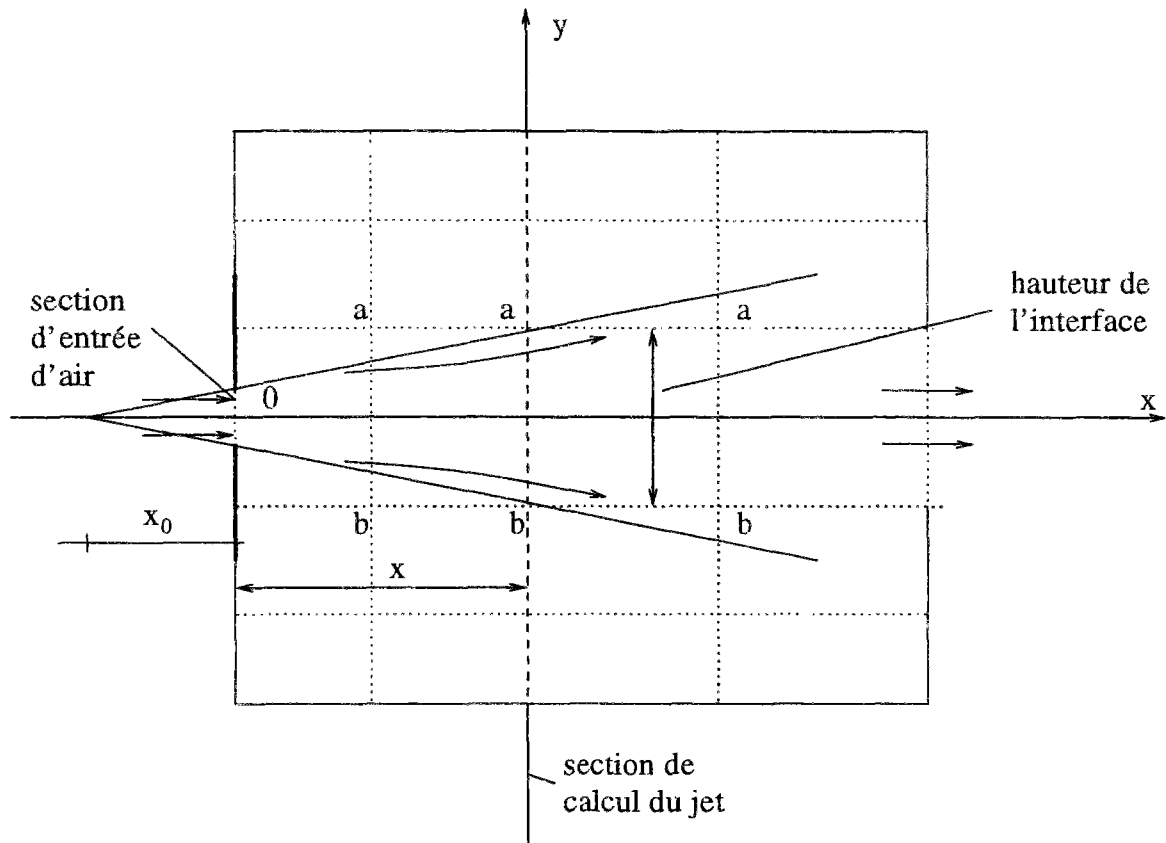


FIG. 5.48 - Intégration d'un jet d'air dans le modèle zonal

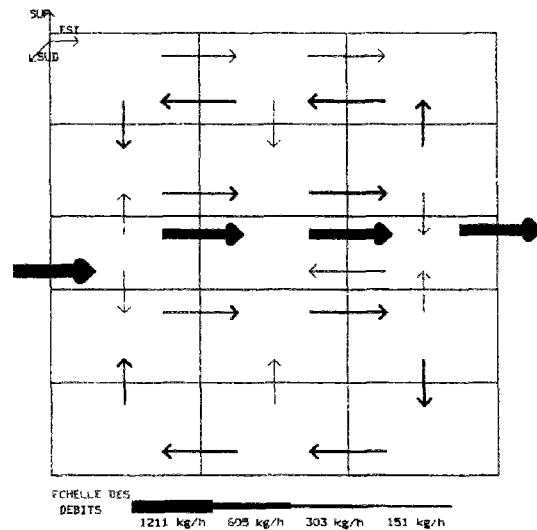


FIG. 5.49 - Visualisation de l'écoulement en ajoutant un modèle de jet

lié à une différence de masse volumique entre les sous-volumes mais le débit est imposé directement. Ainsi, la masse volumique dans les sous-volumes concernés par le jet n'est pas connue et les températures ne peuvent pas être déterminées.

Une solution permettant d'obtenir le champ de température est de reprendre la méthode précédente en imposant le débit par l'intermédiaire de la variation des coefficients de perméabilité de façon à obtenir un écoulement identique. On obtient dans ce cas un champ de température en cohérence avec les références.

Cette méthode permet d'obtenir les renseignements sur le comportement aéraulique mais reste laborieuse. Pour ces raisons, un nouveau travail a été entrepris dans la continuité de celui-ci qui permettra d'intégrer des modèles plus précis dans les zones du modèle qui ne peuvent être totalement définies par le modèle zonal.

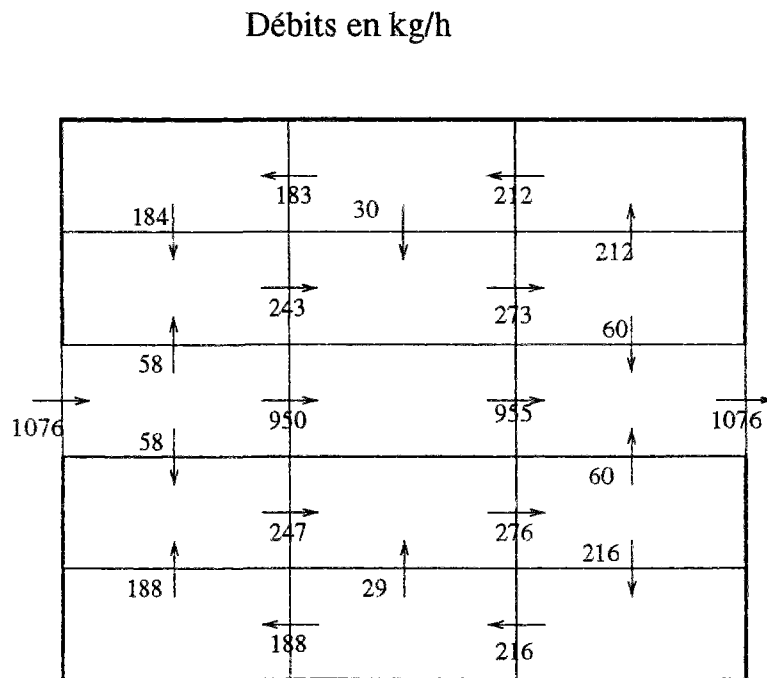


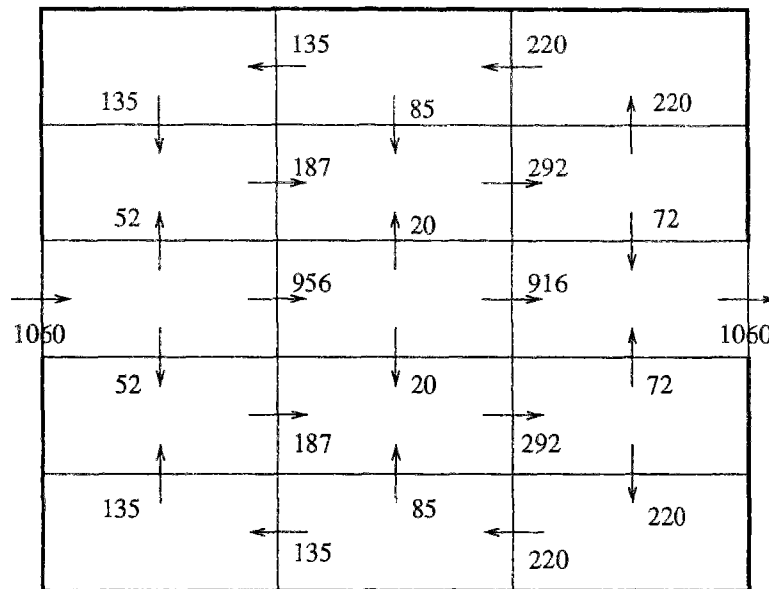
FIG. 5.50 - Valeurs des débits obtenus avec le modèle zonal

La figure 5.50 représente les valeurs de débits donnés par la simulation afin de quantifier les écarts. Les valeurs de référence proposées par FLUENT sont données par la figure 5.51. On s'aperçoit de la bonne correspondance entre ces deux modèles ce qui est essentiellement dû au fait que l'équation de jet donnée par Bejan conduit à une valeur du débit dans les sections situées à 1 m et 2 m de la source quasiment égale à la valeur obtenue par FLUENT. De plus, le fait d'avoir imposé l'égalité des débits au niveau ces ouvertures contribue à l'obtention de ces bons résultats.

Ceci ne signifie pas que le modèle simplifié reproduit exactement les résultats de FLUENT mais montre que l'ordre de grandeur est le même et l'étude mérite d'être approfondie davantage notamment avec des résultats expérimentaux. Il faut également rappeler que le modèle ne permet pour l'instant de déterminer les débits que pour des cas très simples.

Ce résultat qui reste à confirmer devrait permettre un nouveau développement des modèles zonaux, d'une part en intégrant différents types de modèles aérauliques dans un local

Débits en kg/h

FIG. 5.51 - Résultats obtenus avec *FLUENT*

en fonction des connaissances de l'écoulement et d'autre part en automatisant la génération du maillage, avec des dimensions de maille et des coefficients de perméabilité adaptés. L'environnement orienté objet convient tout particulièrement à ce type de démarche qui constitue la suite logique de cette étude.



# CONCLUSION GÉNÉRALE

L'objectif de ce travail était la conception et la validation d'un modèle aéraulique basé sur une méthode de résolution intermédiaire entre les modèles à un noeud et les modèles de champ.

Le premier chapitre a présenté les différentes équations permettant de modéliser les phénomènes physiques complexes concernant la thermique et l'aéraulique. Après avoir montré les difficultés que comportait la résolution de ces équations avec un modèle de champ, nous avons présenté l'évolution des modèles simplifiés permettant de décrire les mouvements d'air dans un local. Un des aboutissement de ces développements a été l'élaboration du modèle zonal permet de réaliser des simulations tridimensionnelles même avec une connaissance initiale limitée de la nature de l'écoulement.

Les propriétés de modularité de ce modèle nous ont conduit à étudier son implémentation dans un environnement orienté objet. Deux propriétés de l'environnement SPARK rendaient cet outil particulièrement attractif pour réaliser cette opération :

- Tout d'abord la robustesse de son solveur qui permet de résoudre les équations non-linéaires. Les difficultés de convergence constatées lors des premières simulations ont été prises en compte et corrigées par les concepteurs. Des méthodes facilitant le déroulement des calculs ont également été proposées qui pourront être réutilisées pour d'autres types de simulations. Ceci a permis de résoudre des simulations en trois dimensions comprenant plus d'une centaine de sous-volumes.
- Le second atout est la méthode de réduction qui divise par dix la taille des simulations. Elle permet de générer des outils adaptés à un matériel informatique courant ce qui est une condition nécessaire pour qu'un outil simplifié puisse être développé et utilisé.

Une fois cet outil implémenté, nous avons cherché à le valider par rapport à des résultats expérimentaux et ceux d'un modèle de champ. Une étude paramétrique a été réalisée visant à définir les choix les plus judicieux de coefficients empiriques. Les résultats donnés par le modèle zonal sont cohérents avec les modèles de référence et les écarts restent dans tous les cas tolérables.

L'étude a confirmé l'adéquation des coefficients empiriques donnés par la littérature. Elle a également indiqué que, dans certains cas, les résultats en débits dépendaient du type de partitionnement et une étude complémentaire sur la génération automatique du maillage serait nécessaire.