

Contrôle actif du fraisage en repère tournant

Ce dernier chapitre est dédié à l'étude du mouvement de vibration de flexion d'une poutre en rotation autour de son axe dans le but de la contrôler activement. En effet, l'opération de fraisage qui se déroule naturellement en repère tournant induit la présence des vibrations régénératives auto-entretenues dans le même repère. Nous nous plaçons là dans l'hypothèse d'une souplesse dominante provenant de l'outil et de l'utilisation d'une action correctrice en repère tournant. La dynamique du système devra alors être revue.

1. Modélisation du comportement dynamique dans le plan (X, Y) en repère fixe

a) Modélisation physique

Le mouvement de rotation de la poutre autour de son axe génère l'effet gyroscopique mais aussi l'inertie de la section par rapport à l'axe de la poutre (Figure 153). Celle-ci est supposée suffisamment rigide pour éliminer le phénomène de cisaillement mais pas assez pour ne pas vibrer.

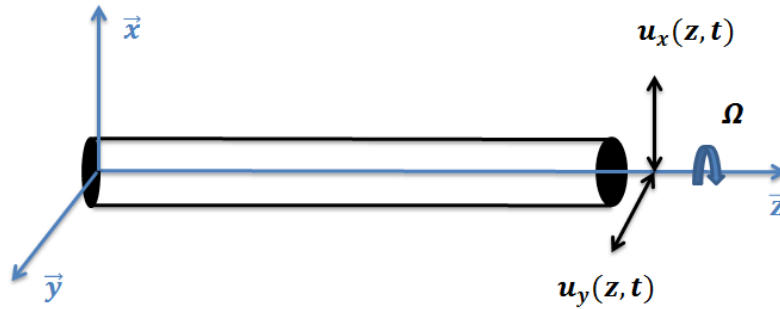


Figure 153 Poutre en vibrations dans le plan xy

Le mouvement de vibration de cette poutre est régie par l'équation suivante d'après la théorie de Timoshenko [44] :

$$\rho S \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + EI_y \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} - \rho S R^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) + 2i \rho S R^2 \Omega \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0 \quad (1)$$

Avec $u = u_x + i u_y$: le déplacement vibratoire de la poutre d'axe \vec{z} dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) . En ce qui nous concerne, on s'intéresse au contrôle actif du fraisage pendant les opérations de finition nécessitant des outils longs et donc flexibles assujettis aux vibrations mais de faibles diamètres. On peut donc supprimer le terme gyroscopique et inertiel puisque les phénomènes liés sont alors négligeables dans notre cas. On se retrouve alors avec l'équation de mouvement de Bernoulli utilisée au début de cette thèse, mais qui représente cette fois ci deux degrés de liberté u_x et u_y représentant les vibrations latérales.

$$\begin{aligned} \rho S \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} + EI_y \frac{\partial^4 u_x}{\partial z^4} &= 0 \\ \rho S \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} + EI_y \frac{\partial^4 u_y}{\partial z^4} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

On obtient alors 4 fonctions de transfert :

- $H_{ux} = \frac{u_x}{U_x}$ et $H_{\omega x} = \frac{u_x}{F_x}$ pour le contrôle des vibrations suivant l'axe \vec{x}
- $H_{uy} = \frac{u_y}{U_y}$ et $H_{\omega y} = \frac{u_y}{F_y}$ pour le contrôle actif suivant l'axe \vec{y} .

En raison de la symétrie de la section de la poutre, les mouvements suivant les axes \vec{x} et \vec{y} sont équivalents. Par conséquent, on a égalité des fonctions de transfert H_{ux} et H_{uy} , $H_{\omega x}$ et $H_{\omega y}$.

b) Modèle d'état

On applique la réalisation directe aux formes canoniques des fonctions de transfert H_{ux} et H_{uy} , $H_{\omega x}$ et $H_{\omega y}$ qui décrivent le système multi variable suivant :

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} H_{\omega x} & \mathbf{0} & H_{ux} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & H_{\omega y} & \mathbf{0} & H_{uy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ U_x \\ U_y \end{pmatrix} = M(s) \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ U_x \\ U_y \end{pmatrix} \quad (3)$$

F_x et F_y sont les efforts de coupe, générés par le processus de fraisage, qui représentent la perturbation du système.

U_x et U_y sont les commandes déterminées par le correcteur pour agir sur les déplacements vibratoires suivant les axes latéraux \vec{x} et \vec{y} . On a bien la séparation de mouvement qui est mise en évidence puisque la perturbation et la commande correspondants à l'axe i n'influencent que le mouvement suivant celui-ci.

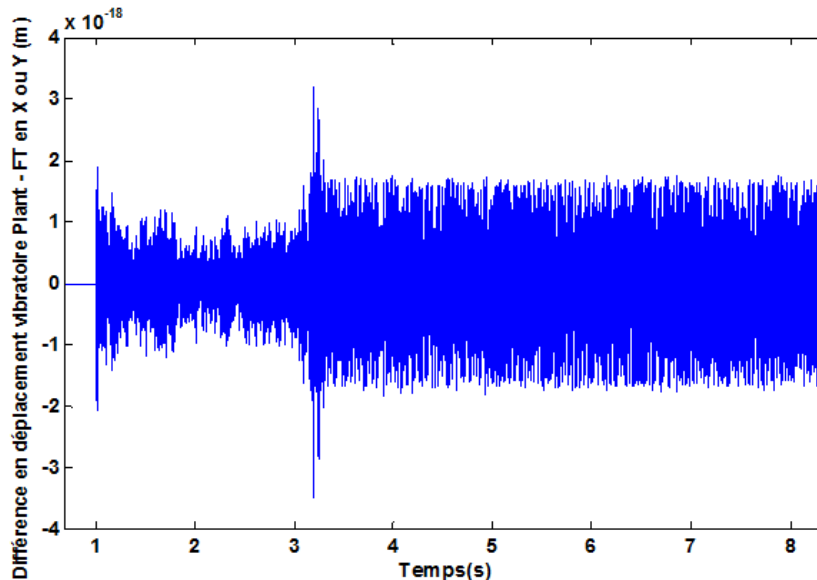


Figure 154 Validation du modèle d'état sur Simulink pour la lame vibrante

On a simulé la différence entre le déplacement vibratoire généré par l'ensemble des fonctions de transfert et celui obtenu par le modèle d'état suivant les deux axes de mouvement latéraux

de la poutre (Figure 154). On déduit que la modélisation représente bien le système et peut donc être utilisé pour l'obtention de correcteurs à deux degrés de liberté U_x et U_y .

2. Modélisation du comportement dynamique dans le plan (X, Y) en repère tournant

On modélise ici le porte outil (Figure 155) qui va nous permettre de faire le contrôle actif du fraisage. Il est assimilé à une poutre en rotation autour de son axe \vec{z} , perturbée à son extrémité libre via les efforts de coupe F_c dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) et corrigée par des actionneurs piézoélectriques à son autre extrémité. Cette poutre présente une liaison rotule à doigt au point d'abscisse a , assurée par un empilement de flectors. Cette liaison est nécessaire pour autoriser la transmission du mouvement compensateur des actionneurs à l'outil dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) tout en bloquant la rotation autour de l'axe du mouvement de l'ensemble broche/porte outil/outil, c'est-à-dire l'axe \vec{z} dans notre cas.

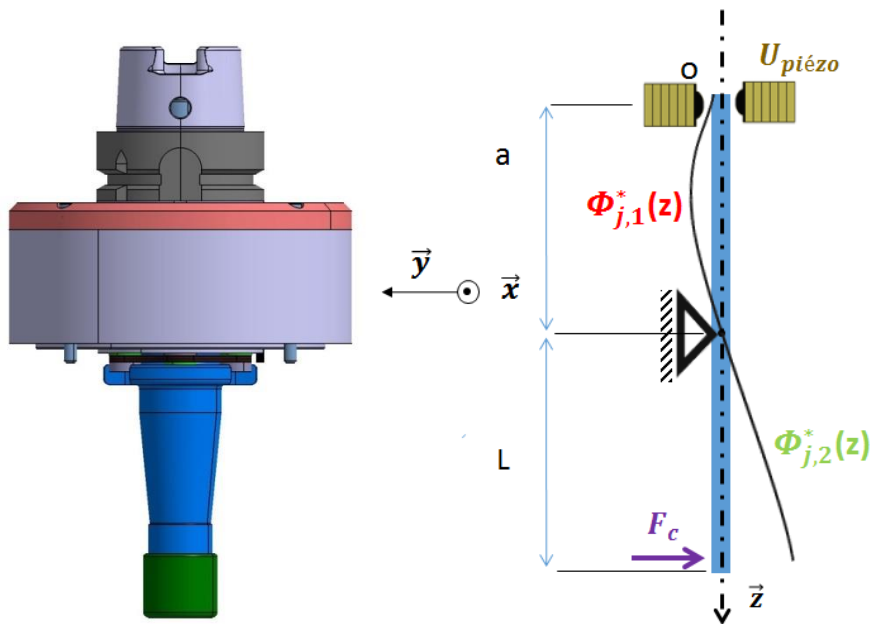


Figure 155 Profil du porte outil mécatronique et sa modélisation pour le calcul RDM

En premier lieu, on néglige les termes gyroscopiques et d'inertie pour faire un contrôle actif en finition où on fait intervenir des outils longs et de petits diamètres. On se retrouve avec une équation de Bernoulli suivant l'axe \vec{x} et \vec{y} . Etant donné que les conditions aux limites ont changé par rapport à ce qui a été fait avant, les fonctions de transfert aussi changent.

En effet, on dispose maintenant de ces 8 conditions aux limites pour déterminer les nouvelles fonctions de transfert :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_t(z=0) = U_{piézo} \\ M_f(z=0) = 0 \leftrightarrow U_t''(z=0) = 0 \\ U_t(z=a) = 0 \\ M_f(z=a+L) = 0 \leftrightarrow U_t''(z=a+L) = 0 \\ U_t'''(z=a+L) = 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

Ces conditions se traduisent en termes de fonctions propres $\phi_{j,1}^*(z)$ et $\phi_{j,2}^*(z)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{j,1}^*(z=0) = 0 \\ \phi_{j,1}^{*''}(z=0) = 0 \\ \phi_{j,1}^*(z=a) = 0 \\ \phi_{j,1}^{*''}(z=a) = \phi_{j,2}^{*''}(z=a) \\ \phi_{j,1}^{*'}(z=a) = \phi_{j,2}^{*'}(z=a) \\ \phi_{j,2}^*(z=a) = 0 \\ \phi_{j,2}^{*''}(z=a+L) = 0 \\ \phi_{j,2}^{*'''}(z=a+L) = 0 \end{array} \right. \quad (5)$$

On obtient d'abord les expressions des fonctions propres puis les coordonnées modales en utilisant Duhamel. Pour la suite, on retiendra les deux premiers modes pour le calcul des correcteurs qu'on testera uniquement par simulations dans le cas du fraisage en repère tournant. En effet, le porte outil n'est à ce jour pas encore fonctionnel pour qu'on puisse effectuer des essais de contrôle actif avec ou de faire une identification des fonctions de transfert H_ω et H_u directement dessus. Cette identification qui permet d'obtenir des correcteurs encore plus efficaces que ceux obtenus du modèle théorique comme on l'a vu dans le cas de la lame vibrante.

3. Modélisation du processus de fraisage en repère tournant

Ayant déjà les expressions des efforts de coupe F_c dans le repère (\vec{x}, \vec{y}) lié au bâti :

$$\mathbf{F}_c = F_{cx}\vec{x} + F_{cy}\vec{y} \quad (6)$$

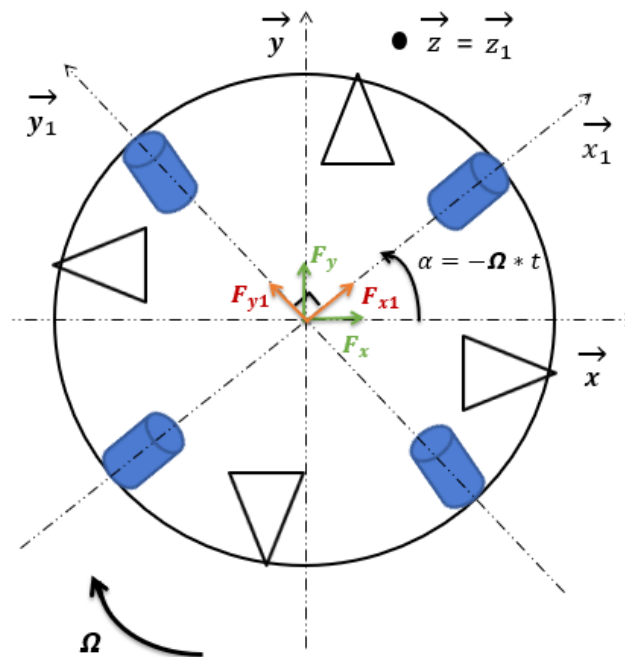


Figure 156 Modèle du fraisage en repère tournant

Il suffit alors de projeter le repère fixe sur le repère tournant (\vec{x}_1, \vec{y}_1) lié aux axes perpendiculaires des actionneurs piézoélectriques, présents à l'intérieur du porte outil, pour obtenir l'expression des efforts de coupe dans celui-ci (Figure 156).

$$\begin{cases} \vec{x} = \cos\alpha \vec{x}_1 - \sin\alpha \vec{y}_1 \\ \vec{y} = \sin\alpha \vec{x}_1 + \cos\alpha \vec{y}_1 \end{cases} \quad (7)$$

On obtient donc :

$$F_c = (F_{cx} \cos\alpha + F_{cy} \sin\alpha) \vec{x}_1 + (-F_{cx} \sin\alpha + F_{cy} \cos\alpha) \vec{y}_1 \quad (8)$$

On a choisi de contrôler une opération de fraisage se déroulant à 2800 tr/min avec une fraise à 2 dents, une avance de 0.05 mm/tr/dent, un engagement radial de 1 mm et une profondeur de passe axiale de 1 mm (Figure 157).

Après avoir supprimé les pôles instables de la « plant » globale à deux degrés de liberté,

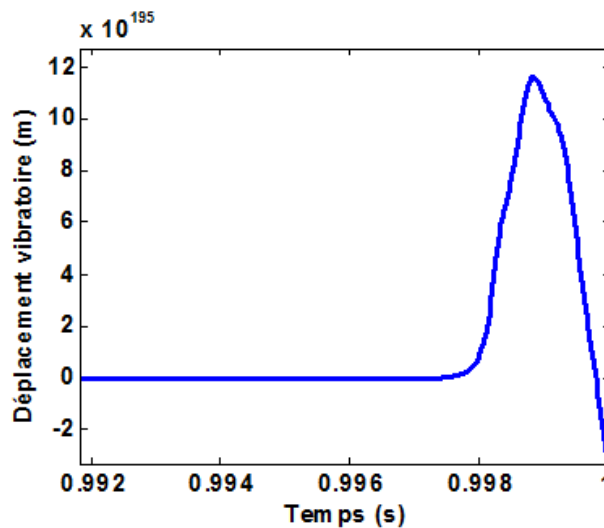


Figure 157 Réponse temporelle du système sans correcteur (avec les 4 pôles instables) suivant X ou Y

Comme les efforts de coupe suivant les deux axes \vec{x}_1 et \vec{y}_1 ne sont pas identiques, il en résulte des déplacements vibratoires du système usinant différents suivant ces deux axes latéraux du porte-outil (Figure 158).

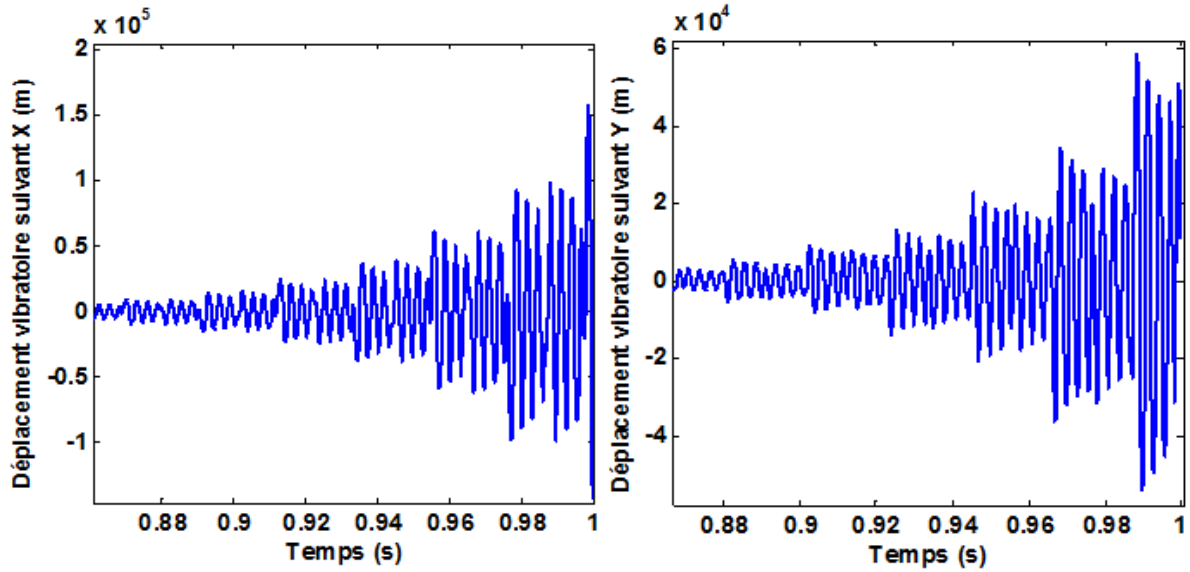


Figure 158 Réponse temporelle du système sans correcteur (sans les pôles instables) suivant X et Y

4. Résultats de simulation de contrôle actif du fraisage en repère tournant

En raison de la symétrie du porte-outil autour de son axe \vec{z} mais aussi suite à l'hypothèse du mouvement de vibration dissocié suivant les deux axes latéraux \vec{x} et \vec{y} , le contrôle peut se dérouler suivant deux méthodes. En effet, la première méthode (Figure 159a) consiste à déterminer un correcteur à partir de la « plant » entière du système usinant, c'est-à-dire en utilisant la matrice de transfert globale décrite dans la section précédente. Le correcteur obtenu fournit alors deux signaux de commande pour contrôler les mouvements du porte-outil suivant ses deux axes latéraux. Dans la deuxième méthode (Figure 159b), il s'agit de découpler le contrôle en calculant chaque correcteur pour chaque degré de liberté. On considère le modèle d'état correspondant à chaque sous-système constituée chacun des deux fonctions de transfert H_ω et H_u .

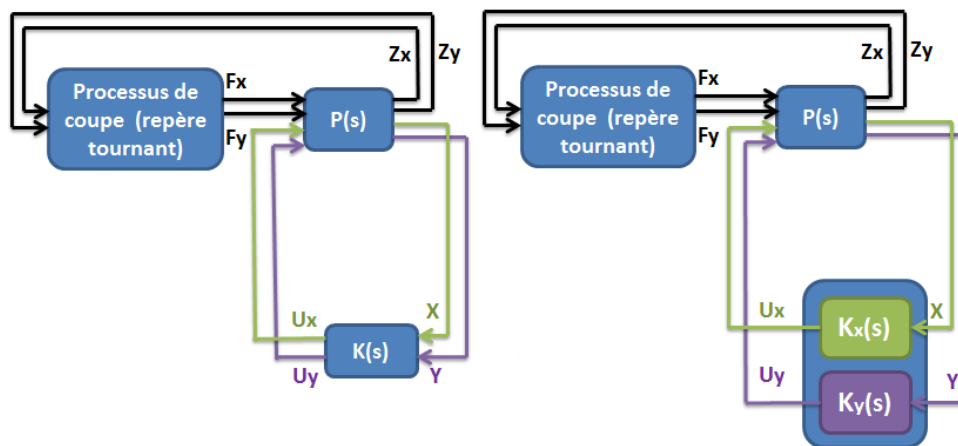


Figure 159 a) Méthode de contrôle globale b) Méthode de contrôle découplée

a) Correcteurs H_∞

On a testé plusieurs correcteurs H_∞ en faisant varier le degré de robustesse γ de ces derniers. C'est la méthode de contrôle découplée qui a été utilisée pour ces correcteurs. On en a choisi 3 significatifs classés dans le Tableau 7 suivant leur niveau de robustesse. On rappelle que ces correcteurs doivent stabiliser le système en boucle fermée tout en vérifiant la condition suivante:

$$\|F_L(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$$

Les correcteurs assurant la plus petite valeur de γ possible sont dits « optimaux ».

Correcteur	γ
Optimal ou N°3	$4.8147 \cdot 10^{-6}$
N°6	$2.5259 \cdot 10^{-5}$
N°2	$1.0012 \cdot 10^{-4}$

Tableau 7 Classement des 3 correcteurs H_∞ étudiés

Bien qu'il soit le plus robuste (valeur de γ la plus petite), le correcteur H_∞ N°3 est le moins efficace des correcteurs retenus ici. En effet, le diagramme de Bode de la Figure 160 montre que celui-ci n'agit sur aucun des 2 pics de résonance et ne réussit donc pas à stabiliser le système usinant.

Les autres correcteurs H_∞ (N°2 et N°6) sont clairement moins robustes que le correcteur H_∞ optimal mais plus performants que ce dernier. En effet, On a une atténuation du 1^{er} pic de résonance de 16.5 dB avec le correcteur H_∞ N°6 et de 6.4 dB avec le correcteur H_∞ N°2. Bien que ces deux correcteurs amplifient le 2^{ème} pic de 1 à 4 dB, la stabilité du système usinant n'est pas pour autant affectée.

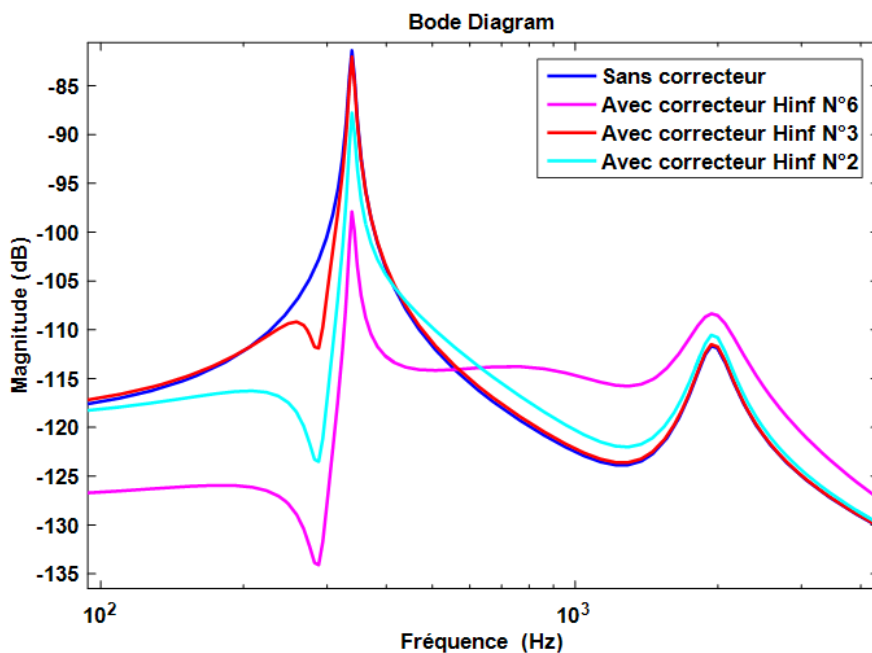


Figure 160 Réponse fréquentielle du système avec différents correcteurs H_∞ suivant X ou Y

Bien que le correcteur H_∞ N°6 (Figure 161) n'ait pas la plus petite valeur de γ , la réponse temporelle du système usinant est meilleure avec.

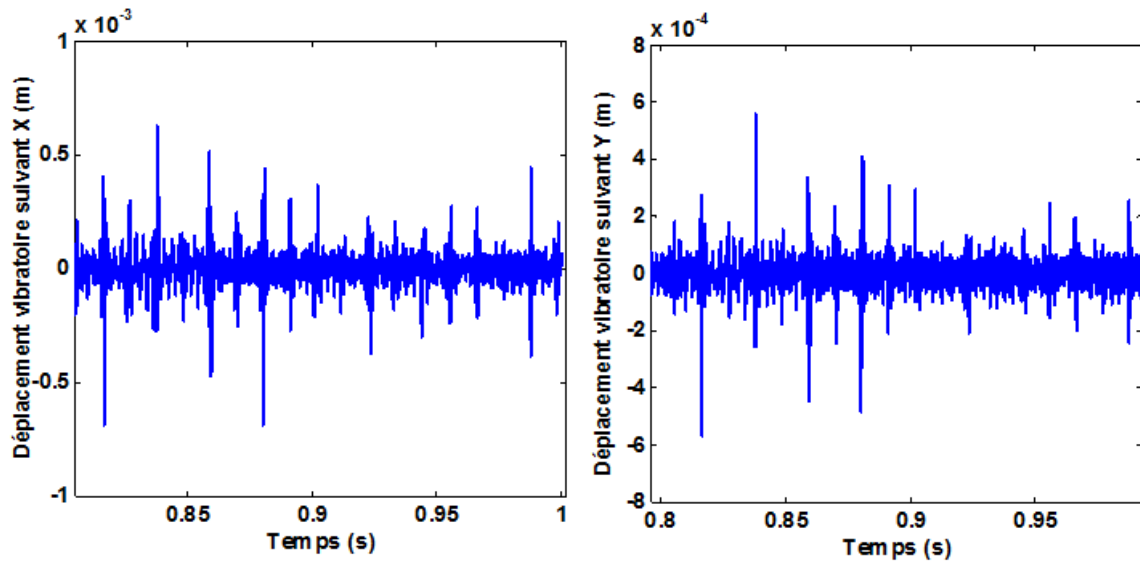


Figure 161 Réponse fréquentielle du système avec le correcteur H_∞ N°6 suivant X et Y

L'amplification du 2^{ème} pic pourrait s'expliquer par la non exactitude des fréquences de résonance de la fonction de transfert H_u obtenue par calcul théorique (Figure 162). L'identification permet d'éviter ce genre de soucis en donnant de meilleurs correcteurs puisque ces derniers seront calculés à partir d'un modèle d'état encore plus proche du système réel. En plus, cette identification est indispensable puisque le porte-outil dans notre modèle théorique est une poutre aux dimensions uniformes, très loin de la réalité.

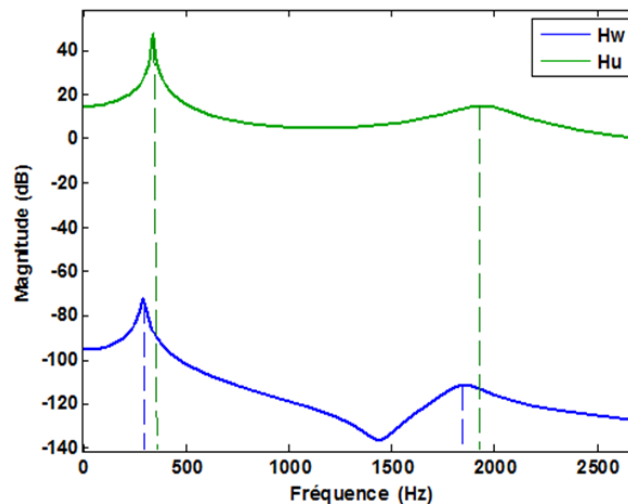


Figure 162 Diagramme de Bode des fonctions de transfert du système usinant

b) Correcteurs LQG

On a déterminé 4 correcteurs LQG à partir de la plant globale à 2 degrés de liberté et comparé les réponses fréquentielles du système avec (Figure 163).

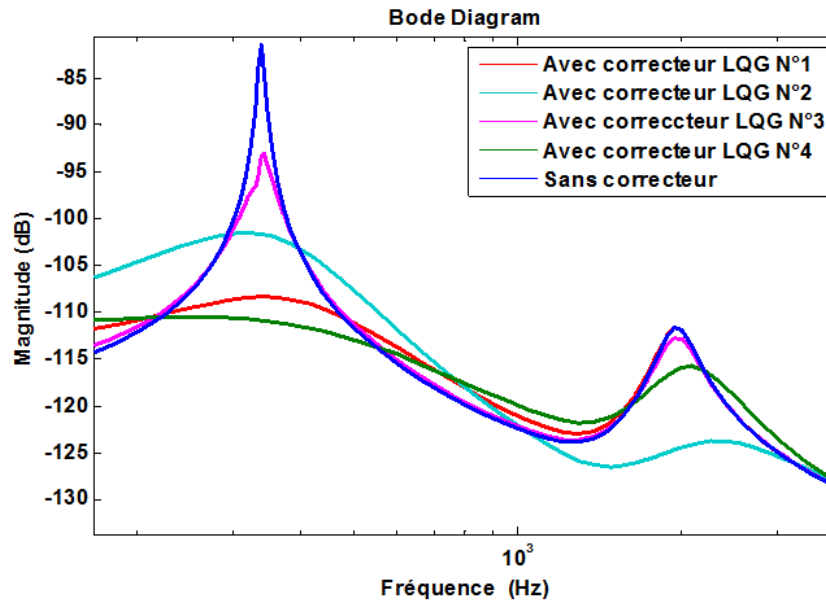


Figure 163 Réponse fréquentielle du système avec différents correcteurs *LQG* suivant X ou Y

Ces correcteurs sont générés avec différentes combinaisons des paramètres de la méthode quadratique gaussienne. On obtient des correcteurs *LQG* qui agissent sur les 2 pics de résonance et ceux qui atténuent seulement le 1^{er} mode. En effet, on a un amortissement du 1^{er} pic de 20.6 dB et du 2^{ème} pic de 12 dB avec le correcteur *LQG* N°2 et une atténuation de 28.6 dB sur le 1^{er} mode et 4 dB sur le 2^{ème} avec le correcteur *LQG* N°4. Le correcteur *LQG* N°1 amortit uniquement le 1^{er} pic de 26.6 dB. Enfin, le correcteur *LQG* N°3, qui atténue le moins les 2 pics, ne stabilise pas le système. Par contre, les autres correcteurs réussissent à le faire. On a donné la réponse du système usinant avec le correcteur *LQG* qui atténue le plus le 1^{er} pic de résonance en gardant les mêmes paramètres de coupe que précédemment. En effet, le correcteur *LQG* N°4 (Figure 164, Figure 165) donne la meilleure réponse temporelle du système bien qu'il n'agisse pas du tout sur le 2^{ème} pic. Ce constat montre à nouveau que la réponse d'un système dépend essentiellement de sa 1^{ère} fréquence propre.

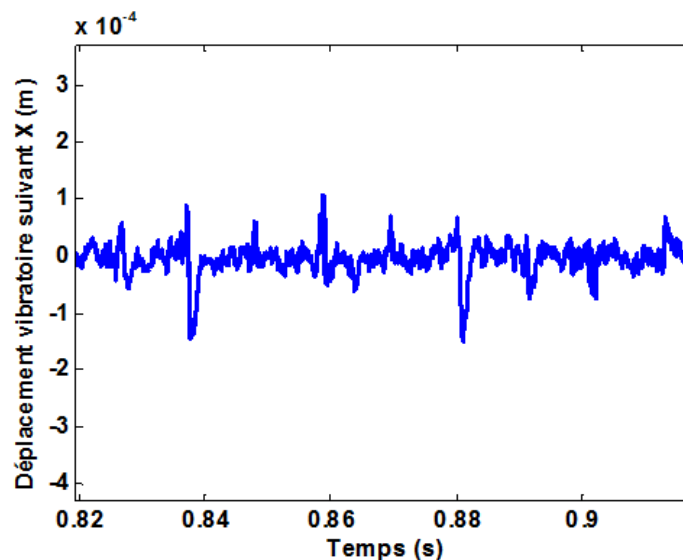


Figure 164 Réponse fréquentielle du système avec le correcteur *LQG* N°4 suivant X

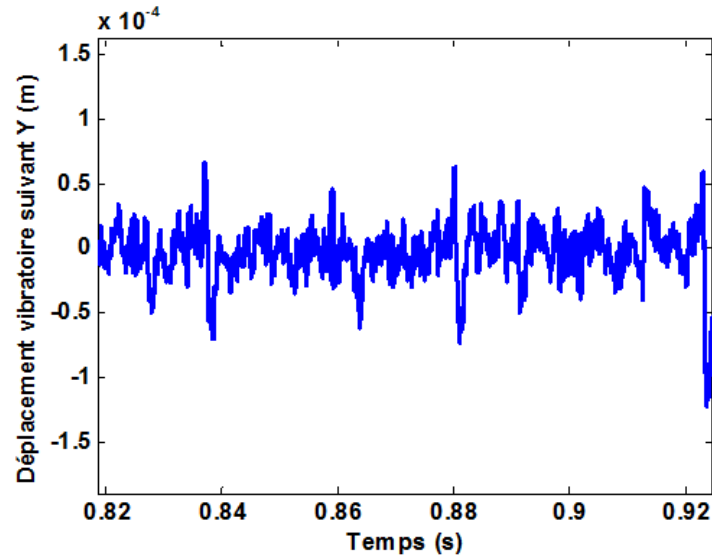


Figure 165 Réponse fréquentielle du système avec le correcteur LQG N°4 suivant Y

On a par la suite tracé les lobes de stabilité du système en présence des correcteurs H_∞ et du correcteur LQG N°4 (Figure 166, Figure 167). Le résultat confirme à nouveau les réponses fréquentielles obtenues précédemment. En effet, on avait obtenu une atténuation plus importante du 1^{er} mode de 28.6 dB avec ce dernier au lieu de seulement 16.5 dB avec le correcteur H_∞ N°6. Le résultat est aussi fidèle au classement des correcteurs H_∞ fait précédemment. En effet, le correcteur H_∞ N°6 donne des lobes de stabilité plus larges que celles obtenues avec celui N°2. Ce dernier génère aussi des lobes de stabilité légèrement meilleures que celles obtenues avec celui N°3.

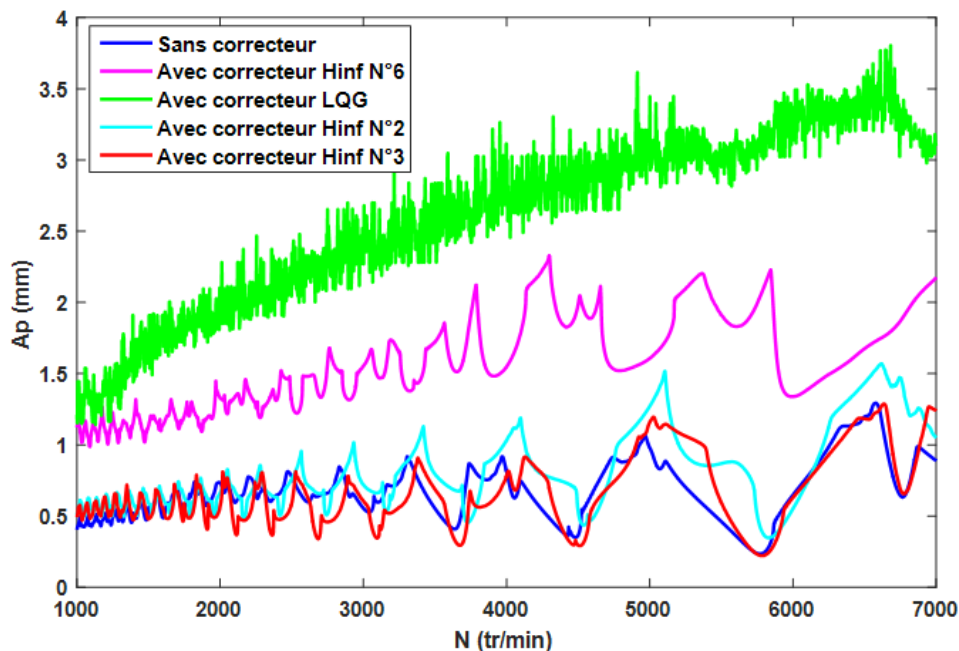


Figure 166 Lobes de stabilité du système usinant en repère tournant à 2 degrés de liberté

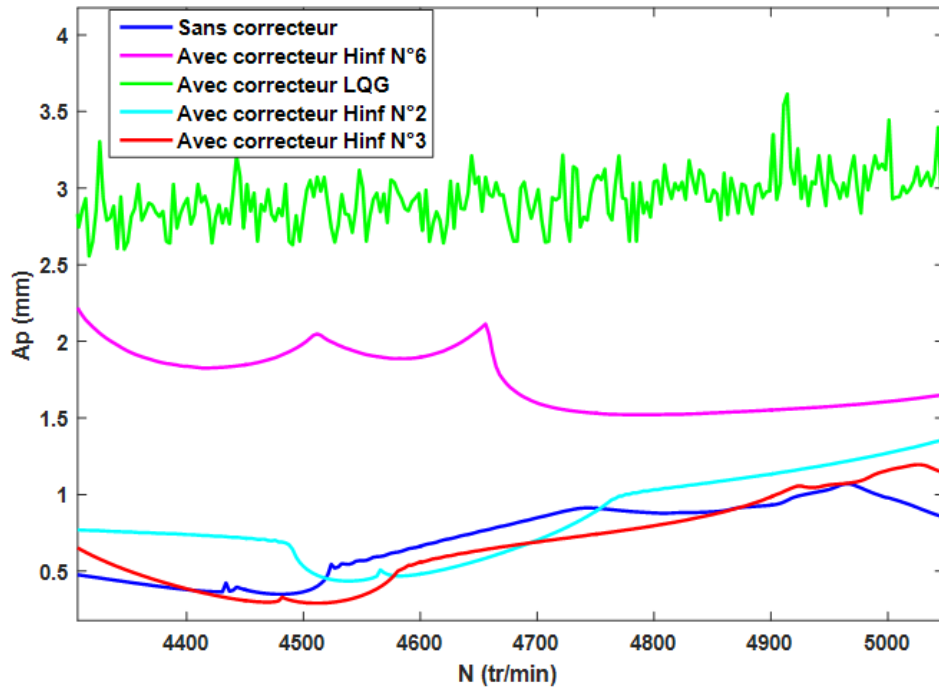


Figure 167 Agrandissement des lobes de stabilité du système usinant en repère tournant à 2 degrés de liberté

Conclusion

Le modèle théorique du système (porte outil mécatronique) a permis d'obtenir des correcteurs qui agissent sur les déplacements vibratoires dans le plan (X,Y) de deux manières ; une méthode de contrôle globale et une méthode de contrôle découplée. Ces correcteurs sont efficaces en simulations d'après les réponses temporelles, les réponses fréquentielles et les lobes de stabilité du système. Il serait donc intéressant de tester ces correcteurs pendant une opération de fraisage avec le porte outil actif pour une validation expérimentale. Identifier les fonctions de transfert du porte outil \mathbf{H}_ω et \mathbf{H}_u pourrait aussi donner des correcteurs encore plus performants.