

# Utilisation de l'atome unique comme une source de photons uniques

## Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Caractéristiques de notre source de photons uniques . . . . .</b>	<b>143</b>
<b>5.2</b>	<b>L'outil de diagnostic : la fonction d'autocorrélation en intensité . .</b>	<b>145</b>
<b>5.3</b>	<b>Dégrouperement de photons en régime continu . . . . .</b>	<b>154</b>
<b>5.4</b>	<b>Dégrouperement de photons en régime impulsionnel . . . . .</b>	<b>160</b>

---

Il est apparu dans le chapitre précédent que l'un de nos objectifs était de faire de l'atome unique une source de photons uniques déclenchable à volonté. Nous avons ainsi conçu une source laser impulsionnelle et observé des oscillations de Rabi entre l'état fondamental et l'état excité (paragraphe 4.3 du chapitre 4), afin de pouvoir transférer, à la demande, un atome unique dans l'état excité à l'aide d'une impulsion  $\pi$ . Après chaque impulsion, l'atome émet un et un seul photon par émission spontanée.

Dans un premier temps, nous allons exposer les caractéristiques d'une telle source de photons uniques.

Certaines propriétés restent cependant à diagnostiquer en mesurant la fonction de corrélation en intensité. Nous développerons donc quelques outils théoriques permettant de relier la corrélation du signal lumineux à celle du dipôle atomique.

La première expérience de ce chapitre consistera à mesurer le signal de corrélation de photons émis par un atome sous excitation continue par les faisceaux de la mélasse. Ceci permettra de mettre en évidence le phénomène de groupement de photons et de retrouver les oscillations de Rabi.

Enfin nous mesurerons la fonction de corrélation lorsque l'atome est éclairé périodiquement par des impulsions  $\pi$ . Ceci permettra de caractériser la qualité de la source de photons uniques. Les mesures seront enfin comparées aux prédictions théoriques.

## 5.1 Caractéristiques de notre source de photons uniques

Le principe de notre source de photons uniques a déjà été abordé au paragraphe 4.3 du chapitre précédent. Nous allons maintenant revenir sur ce principe et analyser notre système sous l'éclairage des exigences requises pour une telle source, exposées en introduction. Nous résumerons ainsi les résultats obtenus au chapitre précédent.

Le principe physique utilisé consiste à exciter un dipôle l'atome unique, avec une impulsion laser. Si le dipôle unique est un système quantique à deux niveaux, initialement dans l'état fondamental, il est porté dans l'état excité par l'impulsion. Il y reste en moyenne pendant la durée de vie du niveau excité, puis retombe vers l'état fondamental en émettant un photon. Il y demeure jusqu'à la prochaine impulsion.

L'étude faite au paragraphe 4.3 du chapitre précédent montre que l'atome unique plongé dans un champ magnétique constant  $B_z = +4,2$  G et éclairé par notre source impulsionnelle polarisée  $\sigma^-$  se comporte comme un atome à deux niveaux. Lorsque l'on ajuste la puissance de notre source pour réaliser des impulsions  $\pi$ , 90 % de celles-ci se font sur la transition fermée  $(5^2S_{1/2}, F = 2, m_F = -2) \rightarrow (5^2P_{3/2}, F = 3, m_F = -3)$ .

En illuminant l'atome avec des impulsions  $\pi$ , on obtient une efficacité d'excitation proche de 100 % ( $94(\pm 6)$  %). Remarquons que nous aurions également pu transférer l'atome dans l'état excité avec une bonne efficacité à l'aide d'un passage adiabatique rapide. Une source de photons uniques déclenchés a d'ailleurs été conçue sur ce principe [66].

L'atome étant pompé optiquement sur la transition fermée  $(5^2S_{1/2}, F = 2, m_F = -2) \rightarrow (5^2P_{3/2}, F = 3, m_F = -3)$  par la source impulsionnelle, les photons uniques sont émis avec une polarisation  $\sigma^-$  bien définie. Soulignons cependant que l'objectif de collection de grande ouverture en projette 88 % sur la polarisation  $\perp$  et 12 % sur la polarisation  $\parallel$ .

Le mode spatial des photons émis est également bien défini en principe. L'atome dans le piège dipolaire explore une région de dimension inférieure à la réponse percussive de MIGOU (tâche d'Airy dont la diamètre est de l'ordre de la longueur d'onde). L'objectif étant limité par la diffraction, le mode spatial dans lequel sont collectés les photons est la réponse de l'objectif à une source ponctuelle.

En ce qui concerne l'indiscernabilité des photons émis, il faut s'intéresser à leurs propriétés spectrales. Tous les photons sont émis à la même longueur d'onde, celle de la transition atomique. La source de photons uniques possède donc un élargissement spectral homogène de  $\Gamma$ , la largeur naturelle du niveau excité. Toutefois, les atomes ont une température non nulle et par conséquent un mouvement thermique au sein du potentiel de piégeage. Ceci se traduit, on l'a vu au chapitre 3, par une dispersion de la transition atomique, soit un élargissement spectral inhomogène. Par ailleurs, l'excitation même de l'atome par la source impulsionnelle induit un chauffage qui amplifie cette dispersion. L'indiscernabilité des photons émis reste donc à prouver.

Nous utilisons des impulsions de 4 ns, courtes devant la durée de vie de 26,4 ns de l'état excité, pour limiter la probabilité d'une double excitation produisant deux photons d'émission spontanée à la suite d'une impulsion. Toutefois, cette probabilité est non nulle et il nous faut l'estimer.

Enfin, pour maximiser le flux de photons uniques, tout en étant sûr que l'atome est retombé dans l'état fondamental entre deux impulsions, le taux de répétition est fixé à 5 MHz. Si l'on tient compte de l'efficacité des impulsions  $\pi$  de 94 % et de l'efficacité globale de collection et de détection d'environ 6 %, on peut espérer un flux maximum de 28 500 photons par seconde, quand un atome est dans le piège dipolaire. Nous verrons dans ce chapitre que ce flux peut être atteint.

## 5.2 L'outil de diagnostic : la fonction d'autocorrélation en intensité

Les oscillations de Rabi observées expérimentalement au chapitre précédent indiquent déjà que nous pouvons réaliser une source de photons uniques de bonne qualité. Toutefois, pour prouver que notre système constitue bien un émetteur unique efficace, une analyse approfondie de la statistique de sa lumière de fluorescence est indispensable. L'outil théorique dont nous allons nous servir est la fonction de corrélation temporelle en intensité encore appelée fonction de corrélation temporelle du second ordre.

Nous allons d'abord décrire quelques propriétés des corrélations d'un signal classique. Nous relierons, dans le cadre quantique, le signal d'autocorrélation du rayonnement d'un atome unique aux corrélations du dipôle atomique et mettrons en évidence un certain nombre de propriétés quantiques. Enfin nous décrirons le montage expérimental permettant de faire la mesure.

### 5.2.1 Pour un champ classique

#### Les définitions

Soit  $\vec{\mathcal{E}}(t)$  un champ électrique classique, défini en notation complexe de fréquence  $\omega$ . L'intensité de ce champ est donnée par la norme du vecteur de Poynting qui lui est associée.  $\mathcal{I}(t)$  la moyenne de cette intensité sur une période du champ  $T = 2\pi/\omega$  a pour expression :

$$\mathcal{I}(t) = \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t)$$

On définit alors la fonction de corrélation temporelle normalisée du second ordre par :

$$g^{(2)}(t_1, t_2) = \frac{\langle \mathcal{E}^*(t_1)\mathcal{E}^*(t_2)\mathcal{E}(t_2)\mathcal{E}(t_1) \rangle}{\langle |\mathcal{E}(t_1)|^2 \rangle \langle |\mathcal{E}(t_2)|^2 \rangle} = \frac{\langle \mathcal{I}(t_1)\mathcal{I}(t_2) \rangle}{\langle \mathcal{I}(t_1) \rangle \langle \mathcal{I}(t_2) \rangle} \quad (5.1)$$

où les crochets  $\langle \rangle$  définissent une moyenne d'ensemble.

Dans le cas où le champ est stationnaire,  $\langle \mathcal{I}(t_1) \rangle = \langle \mathcal{I}(t_2) \rangle$ . La fonction de corrélation temporelle normalisée du second ordre ne dépend plus que de  $t_1 - t_2 = \tau$ , et on peut alors écrire :

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}^*(t+\tau)\mathcal{E}(t+\tau)\mathcal{E}(t) \rangle}{\langle \mathcal{E}(t)\mathcal{E}^*(t) \rangle^2} = \frac{\langle \mathcal{I}(t)\mathcal{I}(t+\tau) \rangle}{\langle \mathcal{I}(t) \rangle^2} \quad (5.2)$$

qui ne dépend en réalité pas de la valeur de  $t$ .

Intéressons-nous maintenant au contenu physique de ces fonctions de corrélation. Plaçons un photodétecteur en un point de l'espace où règne un champ électrique  $\vec{\mathcal{E}}(t)$ . D'après la théorie semi-classique de la photodétection [124, 125], la probabilité d'obtenir une photodétection, entre les instants  $t$  et  $t + dt$ , est proportionnelle à  $\langle \mathcal{I}(t) \rangle$ , et la probabilité d'obtenir deux photodétections, se produisant respectivement entre  $t_1$  et  $t_1 + dt_1$  et entre  $t_2$  et  $t_2 + dt_2$ , est proportionnelle à  $\langle \mathcal{I}(t_1)\mathcal{I}(t_2) \rangle$ .

La fonction  $g^{(2)}$  renseigne donc sur la probabilité d'une photodétection au temps  $t_2$  lorsqu'une première s'est produite au temps  $t_1$ . Cette probabilité est normalisée par le produit des probabilités de photodétection aux temps  $t_1$  et  $t_2$ . Soit  $P_1(t)$ , la probabilité de simple photodétection en  $t$  et  $P_2(t_1, t_2)$ , la probabilité de double photodétection en  $t_1$  et  $t_2$ , alors :

$$g^{(2)}(t_1, t_2) = \frac{P_2(t_1, t_2)}{P_1(t_1)P_1(t_2)} \quad (5.3)$$

qui devient, dans le cas stationnaire :

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{P_2(t, t + \tau)}{P_1(t)^2} = \frac{P_2(t + \tau | t)}{P_1(t)} \quad (5.4)$$

où  $P_2(t + \tau | t)$  est la probabilité conditionnelle de détecter un photon à l'instant  $t + \tau$  sachant qu'un premier a été détecté à l'instant  $t$ .

Remarquons que la valeur  $g^{(2)}(t_1, t_2) = 1$  correspond à une absence de corrélation entre deux photodétections. Les deux photons sont détectés par hasard au même instant, correspondant à un processus aléatoire.

### Quelques propriétés

Établissons quelques propriétés simples de la fonction de corrélation en intensité.

- Du fait de la symétrie des définitions 5.1 et 5.2, il apparaît clairement que :

$$g^{(2)}(t_2, t_1) = g^{(2)}(t_1, t_2) \quad \text{ou} \quad g^{(2)}(-\tau) = g^{(2)}(\tau) \quad (5.5)$$

- Par ailleurs, en utilisant l'inégalité :

$$\langle [\mathcal{I}(t) - \langle \mathcal{I}(t) \rangle]^2 \rangle \geq 0$$

on obtient :

$$g^{(2)}(t_1, t_1) \geq 1 \quad \text{ou} \quad g^{(2)}(\tau = 0) \geq 1 \quad (5.6)$$

- Enfin, dans le cas d'un champ stationnaire, remarquons que :

$$\langle [\mathcal{I}(t) - \mathcal{I}(t + \tau)]^2 \rangle \geq 0$$

permet d'écrire :

$$g^{(2)}(\tau) \leq g^{(2)}(0) \quad (5.7)$$

L'inégalité 5.6 montre que, classiquement, pour  $t_1 = t_2$ , la corrélation ne peut qu'être plus grande que celle d'un processus aléatoire. Pour un champ qui vérifie strictement l'inégalité 5.7, on parle de *groupement de photons*. Elle signifie en effet que le nombre de photodétections simultanées est plus grand que le nombre de photodétections non simultanées. Soulignons d'ores et déjà que les inégalités 5.6 et 5.7 ne sont valables que dans le cadre classique. En revanche un champ quantique, notamment un champ réduit à un photon unique, peut violer ces deux inégalités. Le fait de ne pas satisfaire l'inégalité 5.6 est qualifié d'*anti-corrélation* car, à un instant donné, le nombre de photodétections simultanées est plus petit que le minimum classique, associé à un processus aléatoire. La violation de l'inégalité 5.7 est appelée *dégroupement* (le nombre de photodétections simultanées est plus petit que le nombre de photodétections non simultanées). Nous verrons que ces deux propriétés sont étroitement liées à la nature corpusculaire de la lumière.

## 5.2.2 Pour un champ quantique

### La quantification du champ

La quantification du champ électromagnétique, effectuée en jauge de Coulomb, montre que chaque mode de la partie transverse (de divergence nulle) du champ est formellement équivalent à un oscillateur harmonique quantique à une dimension. Leur quantification implique

l'introduction, pour chacun des modes, d'un opérateur non hermitien de destruction d'un quanta d'excitation appelé photon. L'hermitique conjugué de cet opérateur est un opérateur de création d'un photon dans le mode considéré [126]. L'expression du champ électrique transverse, en représentation de Heisenberg, est alors la suivante :

$$\hat{\vec{E}}(\vec{r}, t) = i \sum_l \mathcal{E}_l [\vec{\epsilon}_l \hat{a}_l(t) e^{i\vec{k}_l \cdot \vec{r}} - \vec{\epsilon}_l^* \hat{a}_l^\dagger(t) e^{-i\vec{k}_l \cdot \vec{r}}]$$

$\hat{a}_l(t)$  et  $\hat{a}_l^\dagger(t)$  sont respectivement les opérateurs d'annihilation et de création de photons dans le mode  $l$ , à l'instant  $t$ . Le mode  $l$  est quant à lui défini par le vecteur d'onde  $\vec{k}_l$  et le vecteur polarisation (éventuellement complexe)  $\vec{\epsilon}_l$ . Remarquons ici que le caractère transverse du champ électrique impose  $\vec{k}_l \cdot \vec{\epsilon}_l = 0$ . En outre  $\mathcal{E}_l$  est donné par la relation :

$$\mathcal{E}_l = \sqrt{\frac{\hbar \omega_l}{2\epsilon_0 V}}$$

où  $\omega_l$  est la pulsation du mode  $l$  ( $\omega_l = ck_l$  pour un champ libre),  $\epsilon_0$  est la constante diélectrique du vide et  $V$  le volume de quantification auquel on se restreint impliquant la sommation discrète sur  $l$ . Enfin, les opérateurs  $\hat{a}_l(t)$  et  $\hat{a}_l^\dagger(t)$ , pris au même instant, vérifient les relations de commutation :

$$[\hat{a}_l(t), \hat{a}_{l'}^\dagger(t)] = \delta_{l,l'} \quad \text{et} \quad [\hat{a}_l(t), \hat{a}_{l'}(t)] = [\hat{a}_l^\dagger(t), \hat{a}_{l'}^\dagger(t)] = 0 \quad (5.8)$$

On pose usuellement :

$$\hat{\vec{E}}(\vec{r}, t) = \hat{\vec{E}}^{(+)}(\vec{r}, t) + \hat{\vec{E}}^{(-)}(\vec{r}, t) \quad (5.9)$$

où  $\hat{\vec{E}}^{(+)}$  contient les opérateurs d'annihilation et  $\hat{\vec{E}}^{(-)} = (\hat{\vec{E}}^{(+)})^\dagger$  contient les opérateurs de création.

### La fonction d'autocorrélation quantique en intensité

Une fois la quantification du champ électromagnétique effectuée, d'après la théorie quantique de la photodétection [80, 124], la probabilité d'obtenir une photodétection, entre les instants  $t$  et  $t + dt$ , est proportionnelle à :

$$\langle \hat{\vec{E}}^{(-)}(t) \hat{\vec{E}}^{(+)}(t) \rangle$$

et la probabilité d'obtenir deux photodétections, se produisant respectivement entre  $t_1$  et  $t_1 + dt_1$  et entre  $t_2$  et  $t_2 + dt_2$ , est proportionnelle à :

$$\langle \hat{\vec{E}}^{(-)}(t_1) \hat{\vec{E}}^{(-)}(t_2) \hat{\vec{E}}^{(+)}(t_2) \hat{\vec{E}}^{(+)}(t_1) \rangle$$

Les moyennes se font ici sur l'état quantique du système. Remarquons que dans les expressions précédentes, il faut faire attention à respecter l'ordre normal des opérateurs : les opérateurs de création doivent être placés à gauche des opérateurs d'annihilation. En outre, dans l'expression de la probabilité de détection double, il faut en toute rigueur respecter un ordre temporel bien défini : les champs doivent être rangés avec des temps croissants de l'extérieur vers l'intérieur, autrement dit,  $t_2 > t_1$  [80, 124]. On peut s'abstenir de respecter cette règle si les rayonnements considérés sont libres. En effet, dans ces conditions, les champs ne contiennent que des opérateurs  $\hat{a}_l$  et  $\hat{a}_l^\dagger$  et  $\hat{\vec{E}}^{(-)}(t_1)$  (respectivement  $\hat{\vec{E}}^{(+)}(t_1)$ ) commute avec  $\hat{\vec{E}}^{(-)}(t_2)$  (respectivement  $\hat{\vec{E}}^{(+)}(t_2)$ ). Toutefois, dans certains cas, il peut être intéressant d'inclure les sources de rayonnement, si l'on veut par exemple relier les signaux de détection à des fonctions de corrélation d'un

dipôle émetteur qui peut être un atome unique.  $\hat{a}_l(t)$  et  $\hat{a}_l^+(t)$  contiennent alors des opérateurs atomiques et  $\hat{E}^{(-)}(t_1)$  (respectivement  $\hat{E}^{(+)}(t_1)$ ) peut ne plus commuter avec  $\hat{E}^{(-)}(t_2)$  (respectivement  $\hat{E}^{(+)}(t_2)$ ). Il faut alors respecter l'ordre temporel. Intuitivement, l'ordre temporel revient à la détection (donc l'annihilation) des photons dans l'ordre chronologique.

On définit alors quantiquement la fonction de corrélation temporelle en intensité d'ordre 2 par l'expression :

$$g^{(2)}(t_1, t_2) = \frac{\langle \hat{E}^{(-)}(t_1) \hat{E}^{(-)}(t_2) \hat{E}^{(+)}(t_2) \hat{E}^{(+)}(t_1) \rangle}{\langle \hat{E}^{(-)}(t_1) \hat{E}^{(+)}(t_1) \rangle \langle \hat{E}^{(-)}(t_2) \hat{E}^{(+)}(t_2) \rangle}$$

À nouveau dans le cas d'un processus stationnaire,  $\langle \hat{E}^{(-)}(t_1) \hat{E}^{(+)}(t_1) \rangle = \langle \hat{E}^{(-)}(t_2) \hat{E}^{(+)}(t_2) \rangle$  et  $g^{(2)}$  ne dépend que de  $t_2 - t_1 = \tau$  :

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{E}^{(-)}(t) \hat{E}^{(-)}(t + \tau) \hat{E}^{(+)}(t + \tau) \hat{E}^{(+)}(t) \rangle}{\langle \hat{E}^{(-)}(t) \hat{E}^{(+)}(t) \rangle^2} \quad (5.10)$$

qui ne dépend en réalité pas de  $t$ . Là encore, on peut écrire ces fonctions à l'aide des probabilités de photodétection double et simple à l'aide des formules 5.3 et 5.4.

Soulignons ici que, du fait de la normalisation, la fonction d'autocorrélation est indépendante de l'efficacité de détection du montage expérimental. En outre, l'ordre temporel évoqué plus haut impose que la propriété 5.5, valable pour les champs classiques, reste vraie dans le cadre quantique.

### 5.2.3 Cas du champ rayonné par un atome unique

#### Lien entre le champ rayonné et le dipôle émetteur

Plaçons-nous dans le cadre du modèle de l'atome à deux niveaux ( $|f\rangle$  fondamental et  $|a\rangle$  excité). L'atome, dont la transition a pour énergie  $\hbar\omega_0$ , est plongé dans un champ laser de pulsation  $\omega_L$ . Le désaccord  $\delta_L = \omega_L - \omega_0$  est négligeable devant  $\omega_L$  et  $\omega_0$ . Posons :

$$\mathcal{S}_+ = |a\rangle\langle f| \quad \text{et} \quad \mathcal{S}_- = |f\rangle\langle a|$$

Si  $\vec{d}$  est l'élément de matrice dipolaire entre l'état fondamental et l'état excité, l'opérateur dipolaire électrique a pour expression (voir paragraphe 4.3.4 du chapitre précédent) :

$$\hat{\vec{D}} = \vec{d}(\mathcal{S}_+ + \mathcal{S}_-)$$

Nous avons vu au chapitre précédent, que, classiquement, le champ rayonné par l'atome est proportionnel au dipôle :

$$\mathcal{E}(\vec{r}_D, t) \propto d(t_r) \quad \text{avec} \quad t_r = t - r_D/c$$

Dans une approche quantique, cette équation devient [80, 116] :

$$\hat{E}^{(\pm)}(\vec{r}_D, t) \propto \mathcal{S}_{\mp}(t_r) \quad (5.11)$$

où tous les opérateurs sont considérés dans le point de vue de Heisenberg.

Nous supposons désormais que l'atome est plongé dans un champ laser permanent, et que le champ rayonné atteint un état stationnaire. En combinant les formules 5.10 et 5.11, on obtient :

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \mathcal{S}_+(t_r) \mathcal{S}_+(t_r + \tau) \mathcal{S}_-(t_r + \tau) \mathcal{S}_-(t_r) \rangle}{\langle \mathcal{S}_+(t_r) \mathcal{S}_-(t_r) \rangle^2} \quad (5.12)$$

Soulignons à nouveau que cette formule n'est valable que pour  $\tau \geq 0$ , car nous calculons le champ rayonné à partir du dipôle de l'atome unique. Remarquons alors que pour  $\tau = 0$  :

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle \mathcal{S}_+(t_r) \mathcal{S}_+(t_r) \mathcal{S}_-(t_r) \mathcal{S}_-(t_r) \rangle}{\langle \mathcal{S}_+(t_r) \mathcal{S}_-(t_r) \rangle^2}$$

Or  $\mathcal{S}_-(t_r) \mathcal{S}_-(t_r) = [\mathcal{S}_- \mathcal{S}_-](t_r) = [|f\rangle\langle a|f\rangle\langle af|](t_r)$  est un opérateur identiquement nul. Par conséquent,  $g^{(2)}(0) = 0$ . Le champ rayonné viole donc l'inégalité 5.6 et satisfait la propriété d'anti-corrélation expliquée au paragraphe 5.2.1.

Lorsque l'atome émet un photon, il est immédiatement projeté sur l'état  $|f\rangle$ . Il ne peut donc en émettre un nouveau immédiatement. Il doit d'abord être transféré dans l'état excité. Ceci est intimement lié au fait que l'atome émette des photons un par un, donc à la nature corpusculaire de la lumière.

### Calcul du signal de corrélation

La formule 5.12 de la fonction d'autocorrélation de l'intensité rayonnée fait intervenir des moyennes de produits de 4 et 2 opérateurs  $\mathcal{S}_+$  et  $\mathcal{S}_-$ . On peut montrer [80, 121] que l'évolution des moyennes  $\langle \mathcal{S}_+ \rangle$  et  $\langle \mathcal{S}_- \rangle$  de ces opérateurs est gouvernée par les équations de Bloch optiques vues au chapitre précédent (paragraphe 4.3.2). Pour déterminer les valeurs moyennes de produits d'opérateurs, on peut résoudre les équations d'évolutions de Heisenberg qui couplent tous les opérateurs intervenant dans le système. On aboutit alors aux équations de Heisenberg-Langevin [80, 116, 121]. Nous utiliserons toutefois une autre approche à partir de la matrice densité du système global, « atome + champ de rayonnement », que nous appellerons  $\rho_{tot}$  [80].

Dans l'équation 5.12, les opérateurs sont considérés dans le point de vue de Heisenberg. Si l'on appelle  $U(t)$  l'opérateur unitaire d'évolution du système, alors tout opérateur  $\hat{O}_H(t)$  en représentation de Heisenberg (noté  $\hat{O}_S$  en représentation de Schrödinger) s'écrit :

$$\hat{O}_H(t) = U^\dagger(t) \hat{O}_S U(t)$$

En représentation de Schrödinger, l'évolution de l'opérateur densité est donnée par :

$$\rho_{tot}(t) = U(t) \rho_{tot}(0) U^\dagger(t)$$

Intéressons-nous d'abord au numérateur  $G^{(2)}(\tau)$  de la fonction  $g^{(2)}(\tau)$ . Compte tenu de l'invariance d'une trace par permutation circulaire et sachant que  $U(t_r + \tau) U^\dagger(t_r) = U(\tau)$  :

$$G^{(2)}(\tau) = \text{Tr}[ U^\dagger(t_r) \mathcal{S}_+ U^\dagger(\tau) \mathcal{S}_+ \mathcal{S}_- U(\tau) \mathcal{S}_- U(t_r) \rho_{tot}(0) ] \quad (5.13)$$

$$= \text{Tr}[ \mathcal{S}_+ \mathcal{S}_- U(\tau) \mathcal{S}_- \rho_{tot}(t_r) \mathcal{S}_+ U^\dagger(\tau) ] \quad (5.14)$$

Nous nous intéressons au champ rayonné par le dipôle, dans les modes du rayonnement. L'évolution va donc coupler l'atome avec les modes du rayonnement et peut intriquer les deux

sous-systèmes. Ceci apparaît de façon très nette lorsque l'on écrit les équations de Heisenberg-Langevin. Les opérateurs agissent donc dans l'espace des états du système global. Par exemple :

$$\mathcal{S}_+ \mathcal{S}_- = |a\rangle\langle a| \otimes \sum_{\{n_i\}} |\{n_i\}\rangle\langle\{n_i\}| = \sum_{\{n_i\}} |a; \{n_i\}\rangle\langle a; \{n_i\}|$$

où l'ensemble des  $|\{n_i\}\rangle$  est la base des états nombre ou états de Fock du rayonnement.  $|\{n_i\}\rangle = |n_{1_i}, \dots, n_{l_i}, \dots\rangle$  est l'état qui contient  $n_{1_i}$  photons dans le mode 1, ...,  $n_{l_i}$  photons dans le mode  $l$ , ...  $\mathcal{S}_+ \mathcal{S}_-$  agit donc sur l'atome comme la projection sur l'état excité, et sur les modes du rayonnement comme l'identité. On peut alors expliciter la trace figurant dans 5.14 :

$$G^{(2)}(\tau) = \sum_{\{n_i\}} \langle a; \{n_i\} | U(\tau) \mathcal{S}_- \rho_{tot}(t_r) \mathcal{S}_+ U^\dagger(\tau) | a; \{n_i\} \rangle$$

Jusqu'ici, nous n'avons fait aucune approximation. Nous allons maintenant négliger, au temps  $t_r$ , les corrélations entre l'atome et le réservoir des modes du rayonnement. Nous approximons la matrice densité du système global par :

$$\rho_{tot}(t_r) = \rho_{at}(t_r) \otimes |\{0\}\rangle\langle\{0\}| \quad (5.15)$$

où  $\rho_{at}(t_r)$  est la matrice densité de l'atome seul, et  $|\{0\}\rangle$  le vide du rayonnement. Une telle approximation est justifiée par le fait que les corrélations entre l'atome et le réservoir des modes du rayonnement, à l'instant  $t$ , s'évanouissent au bout d'un temps de l'ordre du temps de corrélation du champ de rayonnement [80]. Or, on peut montrer que, si l'état du champ est vide (ce qui correspond à notre problème d'émission spontanée), ce temps de corrélation est très court, plus court que la période  $2\pi/\omega_0$  de la transition atomique [126].

Remarquons que le même type d'approximation est utilisé pour établir le théorème de régression quantique, qui permet, à partir des équations de Heisenberg-Langevin, de calculer également  $G^{(2)}(\tau)$ .

L'approximation précédente permet d'écrire :

$$\mathcal{S}_- \rho_{tot}(t_r) \mathcal{S}_+ = |f; \{0\}\rangle\langle a | \rho_{at}(t_r) | a \rangle \langle f; \{0\}|$$

Nous obtenons finalement :

$$G^{(2)}(\tau) = \langle a | \rho_{at}(t_r) | a \rangle \times \sum_{\{n_i\}} |\langle a; \{n_i\} | U(\tau) | f; \{0\} \rangle|^2 \quad (5.16)$$

## Discussion physique

Interprétons les deux facteurs apparaissant dans ce produit :

- le premier facteur n'est autre que la population dans l'état excité  $|a\rangle$  à l'instant  $t_r$ . Rappelons ici que nous nous plaçons dans le cas stationnaire où le laser est branché continuellement. La population dans l'état excité atteint donc très rapidement une valeur stationnaire  $\rho_{aa}^{st}$ . Celle-ci est calculée à partir des équations de Bloch optiques pour l'atome à deux niveaux (système d'équations 4.4 du chapitre précédent), en annulant les dérivées. On obtient :

$$\rho_{aa}^{st} = \frac{\Omega^2/4}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4 + \Omega^2/2}$$



- le deuxième facteur représente la probabilité pour que l'atome soit dans l'état excité à l'instant  $\tau$ , sachant qu'à l'instant 0, l'atome était dans l'état fondamental, et le champ de rayonnement dans l'état vide. Là encore, cette quantité se calcule à l'aide des équations de Bloch optiques (système d'équations 4.4 du chapitre précédent) : il s'agit de la population dans l'état excité lorsqu'initialement, l'atome est dans l'état fondamental. Nous la noterons  $\rho_{aa}(\tau)|_f$ .

Si l'on s'intéresse maintenant au dénominateur de la formule 5.12, un calcul similaire mais un peu plus court que le précédent permet de montrer que :

$$\langle \mathcal{S}_+(t_r) \mathcal{S}_-(t_r) \rangle = \langle a | \rho_{at}(t_r) | a \rangle \quad (5.17)$$

Nous obtenons finalement :

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\rho_{aa}(\tau)|_f}{\rho_{aa}^{st}} \quad (5.18)$$

On remarque que quand  $\tau$  tend vers l'infini,  $g^{(2)}(\infty) = 1$ , ce qui est satisfaisant physiquement. Il n'existe plus de corrélation entre les champs rayonnés pris à des instants éloignés.

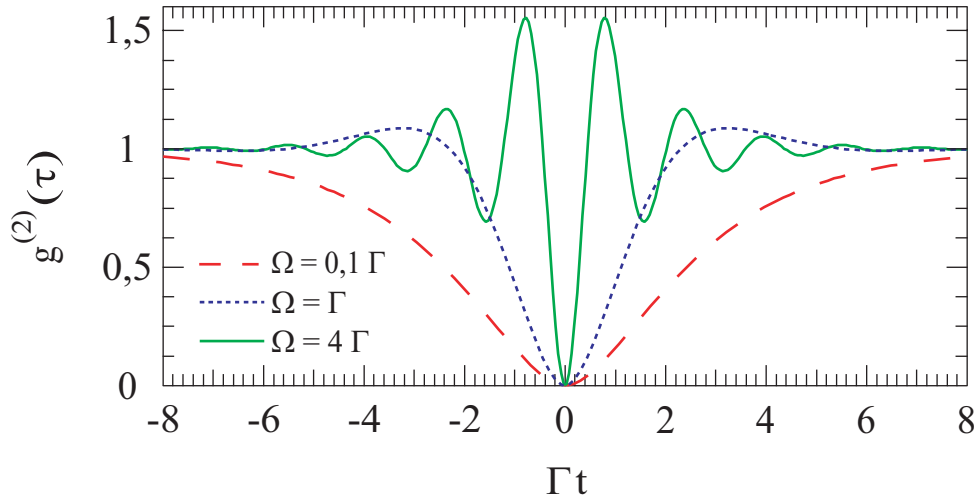


FIG. 5.1 – *Fonctions d'autocorrélation en intensité du champ rayonné par un atome unique, avec un laser à résonance ( $\delta_L = 0$ ). Le comportement est purement amorti pour  $\Omega < \Gamma/4$ , et oscillatoire amorti pour  $\Omega > \Gamma/4$ .*

Pour un laser à résonance ( $\delta_L = 0$ ), il existe une solution analytique relativement simple des équations de Bloch optiques [121]. On pourra en effet vérifier à partir du système d'équations 4.4 du chapitre précédent, et en se souvenant de la propriété 5.5, que :

$$g^{(2)}(\tau) = 1 - e^{-3\Gamma|\tau|/4} [\cosh(\kappa|\tau|) + \frac{3\Gamma}{4\kappa} \sinh(\kappa|\tau|)] \quad (5.19)$$

en posant  $\kappa = \sqrt{(\Gamma/4)^2 - \Omega^2}$ . Comme le montre la figure 5.1, entre  $g^{(2)}(0) = 0$  et  $g^{(2)}(\infty) = 1$ , la fonction d'autocorrélation en intensité est purement amortie à faible intensité ( $\Omega < \Gamma/4$ ,  $\kappa$  réel), ou oscillante et amortie à forte intensité ( $\Omega > \Gamma/4$ ,  $\kappa$  imaginaire). On retrouve sur ce signal les oscillations de Rabi, caractéristiques du régime transitoire d'un système atomique à deux niveaux.

Pour un laser hors résonance ( $\delta_L \neq 0$ ), les équations de Bloch optiques ont toujours une solution analytique, mais elle est beaucoup moins simple. Celle-ci est calculée dans les références [127] et [128]. La formule, beaucoup plus obscure que la précédente est :

$$g^{(2)}(\tau) = 1 - \frac{4 + 4\theta^2 + 2\lambda}{2\lambda} \left\{ \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j \neq k}}^3 \frac{e^{\frac{p_i \Gamma |\tau|}{2}} (2 + p_i) [(1 + p_i)^2 + \theta^2]}{(p_i - p_j)(p_i - p_k)p_i} \right\} = 1 + f(\Omega, \delta_L, \Gamma, \tau) \quad (5.20)$$

où l'on a posé :

$$\begin{aligned} p_1 &= -\frac{4}{3} + \eta_+ + \eta_- \\ p_2 &= -\frac{4}{3} - \frac{1}{2}(\eta_+ + \eta_-) + i\frac{\sqrt{3}}{2}(\eta_+ - \eta_-) \\ p_3 &= p_2^* \\ \eta_{\pm} &= \frac{1}{3} \left\{ \left( \frac{9}{2}\lambda - 9\theta^2 - 1 \right) \pm \left[ \left( \frac{9}{2}\lambda - 9\theta^2 - 1 \right)^2 + (3\lambda + 3\theta^2 - 1)^3 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \\ \lambda &= \frac{4\Omega^2}{\Gamma^2} \\ \theta &= \frac{2\delta_L}{\Gamma} \end{aligned}$$

Nous nous servons de cette formule pour ajuster nos données expérimentales.

La première observation expérimentale du phénomène de dégroupement de photons a été réalisée en 1977 à partir d'un jet atomique de sodium de très faible intensité [128, 129, 130]. L'anticorrélation n'était cependant pas parfaite ( $g^{(2)}(0) \neq 0$ ) à cause de la statistique des atomes présents dans la zone d'observation.

En 1985, le phénomène d'anticorrélation a été observé à partir d'une cascade radiative d'un atome de calcium, lors de laquelle deux photons sont émis successivement [125, 131]. La détection de l'un des photons active la mesure d'anticorrélation sur le second photon.

Les deux propriétés précédentes ont été observées simultanément en 1987, à partir du rayonnement d'un ion unique dans un piège électromagnétique [132, 133].

Les premières expériences de dégroupement de photons à partir de molécules uniques ont eu lieu en 1992 [134]. La molécule utilisée était du pentacène dans une matrice hôte de paraterphényl, refroidie à 1,5 K.

L'observation de ces phénomènes a également été réalisée à partir de la lumière émise par un unique atome neutre de césium, piégé dans une piège magnéto-optique très confinant ([135, 136, 137]. Le dispositif expérimental utilisé est relativement proche du notre.

Enfin, le dégroupement de photons a été observé à partir de systèmes solides. Dans les références [138] et [139], la fluorescence étudiée est celle de boîtes quantiques individuelles, localisées sur des nanocristaux de semiconducteur (CdSe) et les expériences sont réalisées à température ambiante. Dans les références [119] et [140], l'émetteur unique est un centre coloré NV (Nitrogen Vacancy) d'un cristal de diamant.

### 5.2.4 Le montage de Hanbury Brown et Twiss

Le montage usuellement utilisé dans les expériences d'autocorrélation a été introduit en 1956 par Hanbury Brown et Twiss [141], lors de la première mesure de corrélation de deux intensités

lumineuses.

Son adaptation à notre dispositif d'imagerie est schématisée sur la figure 5.2. La lumière à analyser est divisée en deux faisceaux à l'aide d'une lame séparatrice 50/50, ou bien, comme dans notre cas, de la combinaison d'une lame demi-onde et d'un cube à séparation de polarisation. On enregistre ensuite le délai qui sépare deux photodétections à l'aide de deux photodiodes à avalanche (APD) placées de part et d'autre de la séparatrice.

L'intérêt d'un montage à deux photodiodes est d'atteindre une meilleure résolution temporelle qu'avec une seule photodiode. En effet, après une photodétection, une photodiode à avalanche souffre d'un temps mort, une période pendant laquelle elle ne voit plus la lumière. Ce temps mort peut-être de quelques dizaines ou quelques centaines de nanosecondes. On ne peut donc résoudre les corrélations à ces échelles de temps, qui sont typiquement celles que l'on veut étudier. En revanche, suite à la détection d'un photon par une première photodiode, une deuxième pourra détecter un photon qui arrivera pendant ce temps mort. La résolution temporelle d'un tel montage reste cependant limitée par la gigue temporelle des photodiodes à avalanche, que nous avons déjà évoqué dans le paragraphe 4.3.3 du chapitre 4. On passe ainsi d'une résolution de 100 ns (temps mort) à 300 ps.

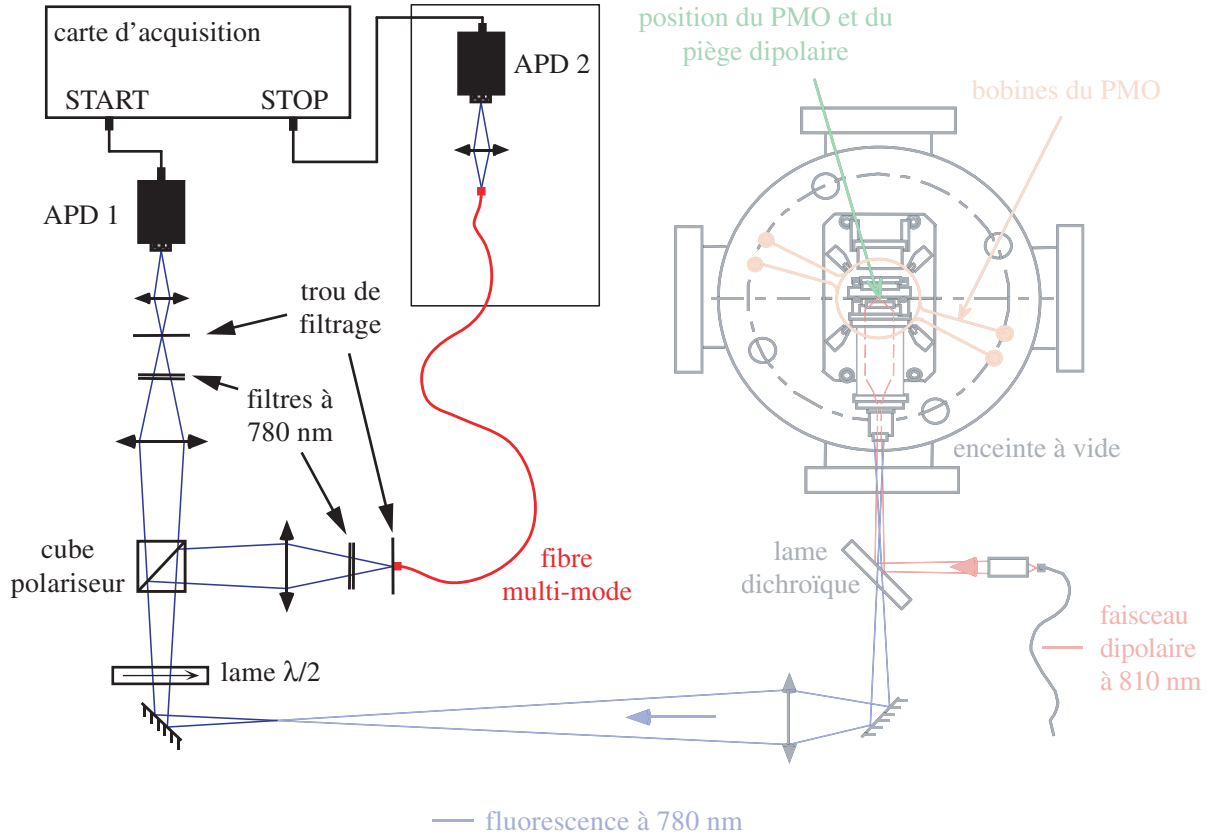


FIG. 5.2 – Dispositif d'imagerie de type Hanbury Brown et Twiss, permettant de mesurer des fonctions d'autocorrélation en intensité.

Sur la figure 5.2, un ajustement de la lame demi-onde permet d'égaliser l'intensité sortant des deux voies du cube. L'une des photodiodes est celle déjà présente dans le système (voir figure 1.8 du chapitre 1). Le dispositif d'imagerie associée à la première APD est ensuite dupliqué pour amener une partie de la lumière vers une autre APD. La conjugaison entre cette APD et le trou

de filtrage associé est assurée par une fibre multi-mode. Celle-ci possède un diamètre de cœur de  $100\ \mu\text{m}$ , de la même taille que celui du trou de filtrage.

La sortie des deux photodiodes est branchée sur la même carte de comptage de haute résolution dont nous nous sommes servis pour observer les oscillations de Rabi temporelles dans le chapitre précédent. L'une, branchée sur l'entrée START de la carte déclenche le TDC, l'autre, branchée sur l'entrée STOP l'arrête, et la carte reconstruit l'histogramme des délais d'arrivée entre deux photons, proportionnel à la probabilité de détecter un photon à l'instant  $\tau$  sur une photodiode, alors qu'un premier a été détecté à l'instant 0 sur l'autre. Si le flux de photons est suffisamment faible, on mesure bien de cette manière la fonction d'autocorrélation en intensité. Si le flux de photons est trop important, et que deux photons STOP arrivent à la suite d'un START, un seul des deux sera enregistré, et l'on ne reconstruira pas rigoureusement la fonction de corrélation. Cet effet appelé « pile-up » sera discuté lors de l'analyse des données.

### 5.3 Dégrouperement de photons en régime continu

Une fois le montage de Hanbury Brown et Twiss mis en place, notre première expérience a été la mesure de la fonction de corrélation temporelle en intensité du second ordre en *régime continu*. Définissons ce que l'on entend par régime continu. On se place en régime de blocage collisionnel. Les faisceaux de la mélasse sont simplement allumés en permanence, ainsi que le piège dipolaire. Comme expliqué au chapitre 1, nous voyons les atomes arriver un par un dans le piège. Dans ces conditions, on enregistre continûment l'histogramme des délais entre les photons détectés à l'aide de notre carte de comptage de haute résolution.

Une fois la mesure faite, nous corrigerons les données expérimentales, afin de remonter à la fonction de corrélation normalisée  $g^{(2)}(\tau)$ , puis nous discuterons les résultats avant de conclure.

#### 5.3.1 Mesure brute

La fluorescence des atomes est donc induite par les faisceaux de la mélasse. Remarquons que, dans ces conditions, l'atome ne peut être assimilé à un système à deux niveaux. Dans une mélasse, l'atome explore tous les sous-niveaux hyperfins fondamentaux et excités, ainsi que tous leurs sous-niveaux Zeeman. Par ailleurs, le champ exciteur (alternativement les faisceaux principaux de la mélasse et les faisceaux repompeur) n'est pas à résonance avec la transition atomique.

Les résultats expérimentaux sont représentés sur la figure 5.3. L'ordonnée  $C(\tau)$  des deux histogrammes donne le nombre de coïncidences par pas de résolution, intégré sur toute la durée de l'expérience. Pour la courbe de gauche, les paramètres expérimentaux sont ceux habituellement utilisés en régime d'atomes uniques, à savoir :

- puissance du piège dipolaire :  $P_{PDO} = 2\ \text{mW}$  ;
- désaccord des faisceaux de la mélasse par rapport à la transition  $(5^2S_{1/2}, F = 2) \rightarrow (5^2P_{3/2}, F = 3)$  :  $\delta_{PMO} \sim 2\pi \times 30\ \text{s}^{-1}$ , soit environ  $5\Gamma$ , où  $\Gamma$  est la largeur naturelle du niveau excité.

L'histogramme présenté a été obtenu après environ 1 h 27 min d'acquisition. Sa résolution temporelle est de 1,17 ns.

Pour la courbe de droite, nous avons fait varier le paramètre  $\delta_{PMO}$  en changeant la fréquence acoustique envoyée dans le modulateur acousto-optique du laser maître injectant les faisceaux de la mélasse. Le seul paramètre qui diffère par rapport à l'expérience précédente est alors  $\delta_{PMO} \sim 2\pi \times 16\ \text{s}^{-1}$ , soit environ  $2,6\Gamma$ . Pour cette courbe, le temps d'intégration est d'environ 1 h 43 min. Sa résolution temporelle est de 1,17 ns. Il est à noter que, dans ces conditions nous

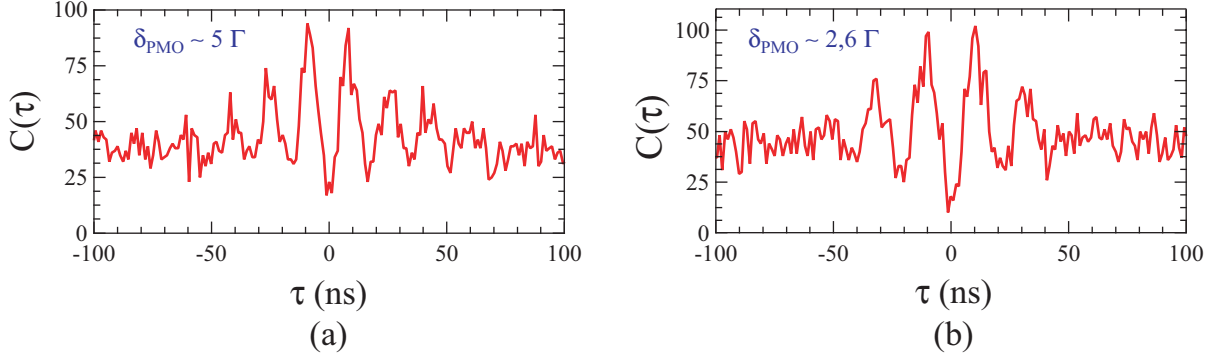


FIG. 5.3 – Histogramme des délais entre deux photons émis par un atome unique mettant en évidence un dégrouperement de photons. La résolution temporelle est de 1,17 ns. Pour la courbe (a), le désaccord des faisceaux de la mélasse par rapport à la transition  $(5^2S_{1/2}, F = 2) \rightarrow (5^2P_{3/2}, F = 3)$  est de  $\delta_{PMO} \sim 5\Gamma$ . Pour la courbe (b), il est de  $\delta_{PMO} \sim 2,6\Gamma$ .

étions plutôt en régime de faible chargement qu'en régime de blocage collisionnel. Nous estimons que l'atome n'était présent dans le piège dipolaire que 1/3 du temps.

Les deux courbes ont bien l'allure de la courbe théorique de la figure 5.1, pour laquelle  $\Omega = 4\Gamma$ . La différence essentielle porte sur la fréquence des oscillations qui est plus importante sur la courbe (a) que sur la courbe (b). Notons d'ores et déjà que le caractère quantique de la lumière rayonnée par notre atome unique apparaît à travers la violation de l'inégalité 5.7 :  $\forall \tau, C(0) < C(\tau)$ . Ces deux courbes mettent en évidence le phénomène de dégrouperement de photons. Toutefois, nous n'avons pas encore la preuve que l'émetteur est unique, qui correspond à la condition  $g^{(2)}(0) = 0$ . Il faut au préalable normaliser les courbes brutes et soustraire la contribution d'un éventuel fond de lumière parasite pour obtenir la fonction d'autocorrélation telle que nous l'avons définie précédemment.

### 5.3.2 Normalisation

L'idée qui gouverne la normalisation est que pour une source poissonnienne (par exemple une onde plane progressive sinusoïdale), nous savons que :  $\forall \tau, g^{(2)}(\tau) = 1$ . Or, pour une telle source, les temps d'arrivée des photons sur un photodétecteur sont aléatoires, et uniformément répartis dans le temps. Par conséquent, le nombre de coïncidences mesurées dans une fenêtre d'observation temporelle de taille  $w$  (correspondant au pas de résolution de l'histogramme), lors d'une expérience de durée totale  $T$ , s'écrit  $N_1 N_2 w T$ , où  $N_1$  et  $N_2$  sont les flux de photons sur chacune des photodiodes à avalanche du montage de Hanbury Brown et Twiss. La courbe normalisée  $C_N(\tau)$  est donc reliée à la courbe brute de la manière suivante :

$$C_N(\tau) = \frac{C(\tau)}{N_1 N_2 w T}$$

Nous avons déjà mentionné plus haut le temps d'intégrations, ainsi que la taille d'un canal de l'histogramme pour chacune des deux expériences précédentes. Il nous reste donc à estimer  $N_1$  et  $N_2$ . Chacun de ces signaux se décompose en deux parties : une partie est due au fond de lumière parasites et aux coups d'obscurité des photodiodes à avalanche que l'on résumera sous le terme de *bruit*, une autre partie est, que l'on appellera *signal*, est due à l'atome unique. Intéressons nous tout d'abord à l'expérience de la figure 5.3 (a) pour laquelle  $\delta_{PMO} \sim 5\Gamma$ . Elle a été réalisée

dans les conditions usuelles du régime de blocage collisionnel (voir paragraphe 1.4 du chapitre 1). Nous savons alors que le piège contient un atome la moitié du temps et qu'il est vide l'autre moitié. L'ensemble des contributions mesurées, du bruit et du signal, à  $N_1$  et  $N_2$  est résumé dans le tableau 5.1. Notons que les flux apparaissant dans ce tableau peuvent paraître faibles

	bruit (coups/s)	signal d'atome unique (coups/s)
$N_1$ détecté sur APD 1	$N_1^{bruit} = 500$	$N_1^{signal} = 2500$
$N_2$ détecté sur APD 2	$N_2^{bruit} = 1000$	$N_2^{signal} = 2500$

TAB. 5.1 – Contributions du bruit et du signal d'atome unique au flux de photons  $N_1$  et  $N_2$  détectés par chacune des deux APD, lors de l'expérience de la figure 5.3 (a).

par rapport aux signaux classiques d'atome unique (voir figure 1.10 du chapitre chap :manip). Souvenons-nous que dans cette expérience l'ensemble de la fluorescence collectée est réparti sur les deux photodiodes à avalanche. Comme l'atome n'est présent que la moitié du temps dans le piège dipolaire, on en déduit que :

$$N_1 = \frac{N_1^{bruit}}{2} + \frac{N_1^{bruit} + N_1^{signal}}{2} = 1750 \text{ coups/ms}$$

$$N_2 = \frac{N_2^{bruit}}{2} + \frac{N_2^{bruit} + N_2^{signal}}{2} = 2250 \text{ coups/ms}$$

Le facteur de normalisation vaut ainsi  $N_1 N_2 w T \sim 24$  coïncidences par canal de l'histogramme. Après la normalisation,  $C_N(0) = C(0)/24 \sim 0,75$ . Nous ne pouvons donc encore affirmer que nous sommes en présence d'une source de photons uniques. Il nous reste encore à tenir compte de l'effet du fond de lumière parasite.

Auparavant, intéressons-nous à la normalisation de la courbe de la figure 5.3 (b). Là encore, les contributions mesurées, du bruit et du signal, à  $N_1$  et  $N_2$  sont résumées dans le tableau 5.2. Le désaccord des faisceaux de la mélasse n'étant plus que de  $\delta_{PMO} \sim 2,6\Gamma$ , le signal d'atome

	bruit (coups/s)	signal d'atome unique (coups/s)
$N_1$ détecté sur APD 1	$N_1^{bruit} = 500$	$N_1^{signal} = 3000$
$N_2$ détecté sur APD 2	$N_2^{bruit} = 1000$	$N_2^{signal} = 3000$

TAB. 5.2 – Contributions du bruit et du signal d'atome unique au flux de photons  $N_1$  et  $N_2$  détectés par chacune des deux APD, lors de l'expérience de la figure 5.3 (b).

unique est plus intense. En revanche, ce réglage n'étant pas celui du régime de blocage collisionnel habituel, nous ne connaissons pas la probabilité que le piège dipolaire contienne un atome. Nous soupçonnons qu'elle est plus faible que 0,5, et nous supposons qu'elle est de 1/3. Durant 2/3

du temps le piège est vide, et durant 1/3 du temps, il contient un atome. On en déduit ainsi :

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{7N_1^{bruit}}{10} + \frac{3(N_1^{bruit} + N_1^{signal})}{10} = 1500 \text{ coups/ms} \\ N_2 &= \frac{7N_2^{bruit}}{10} + \frac{3(N_2^{bruit} + N_2^{signal})}{10} = 2000 \text{ coups/ms} \end{aligned}$$

Le facteur de normalisation vaut ainsi  $N_1 N_2 w T \sim 22$  coïncidences par canal de l'histogramme. Après la normalisation,  $C_N(0) = C(0)/24 \sim 0,8$ .

### 5.3.3 Correction du fond

Le fond de lumière parasite correspond au signal mesuré sur les photodiodes à avalanche lorsqu'aucun atome ne se trouve dans le piège dipolaire. Il est essentiellement dû à des réflexions des faisceaux de la mélasse sur les montures de MIGOU, collectées par celui-ci. Les coups d'obscurité des photodiodes et de la lumière parasite venant des diverses sources de lumière se trouvant dans la salle de manipulation y contribuent aussi. Nous supposons ce fond parasite *poissonnien*, donc *sans aucune corrélation, ni avec lui-même, ni avec le signal d'atome unique*. Les tableaux 5.1 et 5.2 nous indiquent que la contribution du signal d'atome unique est la même sur chacune des photodiodes, mais qu'en revanche, le fond de lumière parasite est différent. Nous noterons donc  $S(t) + B_1(t)$  (respectivement  $S(t) + B_2(t)$ ) l'intensité lumineuse vue par la première (respectivement deuxième) photodiode, où  $S(t)$  correspond au signal d'atome unique et  $B_i(t)$  correspond au fond parasite.

La mesure, une fois normalisée, nous donne la fonction d'autocorrélation suivante :

$$C_N(\tau) = \frac{\langle [S(t) + B_1(t)][S(t + \tau) + B_2(t + \tau)] \rangle}{\langle S(t) + B_1(t) \rangle \langle S(t) + B_2(t) \rangle}$$

Or, la fonction d'autocorrélation qui nous intéresse est la suivante :

$$C_N^{corr}(\tau) = \frac{\langle S(t)S(t + \tau) \rangle}{\langle S(t) \rangle^2}$$

Posons :

$$A = \frac{\langle S(t) + B_1(t) \rangle \langle S(t) + B_2(t) \rangle}{\langle S(t) \rangle^2} = \frac{\langle S(t) \rangle^2 + \langle S(t) \rangle \langle B_1(t) \rangle + \langle S(t) \rangle \langle B_2(t) \rangle + \langle B_1(t) \rangle \langle B_2(t) \rangle}{\langle S(t) \rangle^2}$$

Toutes les quantités intervenant dans l'expression de  $A$  ont été mesurées et apparaissent dans les tableaux 5.1 et 5.2 du paragraphe précédent.  $\langle B_1(t) \rangle$  correspond à  $N_1^{bruit}$  et  $\langle B_2(t) \rangle$  correspond à  $N_2^{bruit}$ . En ce qui concerne  $\langle S(t) \rangle$ , il faut se souvenir que l'atome ne passe qu'une fraction du temps dans le piège dipolaire. Par conséquent :

$$\begin{aligned} - \text{ pour la première expérience } (\delta_{PMO} \sim 5\Gamma), \quad \langle S(t) \rangle &= \frac{N_1^{signal}}{2} = \frac{N_2^{signal}}{2} \\ - \text{ pour la deuxième expérience } (\delta_{PMO} \sim 2,6\Gamma), \quad \langle S(t) \rangle &= \frac{N_1^{signal}}{3} = \frac{N_2^{signal}}{3} \end{aligned}$$

La quantité désirée se déduit alors de la mesure par :

$$C_N^{corr}(\tau) = A \cdot C_N(\tau) + 1 - A$$

Les courbes brutes ainsi corrigées apparaissent sur la figure 5.4. Après correction, les courbes descendent bien jusqu'à zéro, ce qui est la signature d'un émetteur unique.

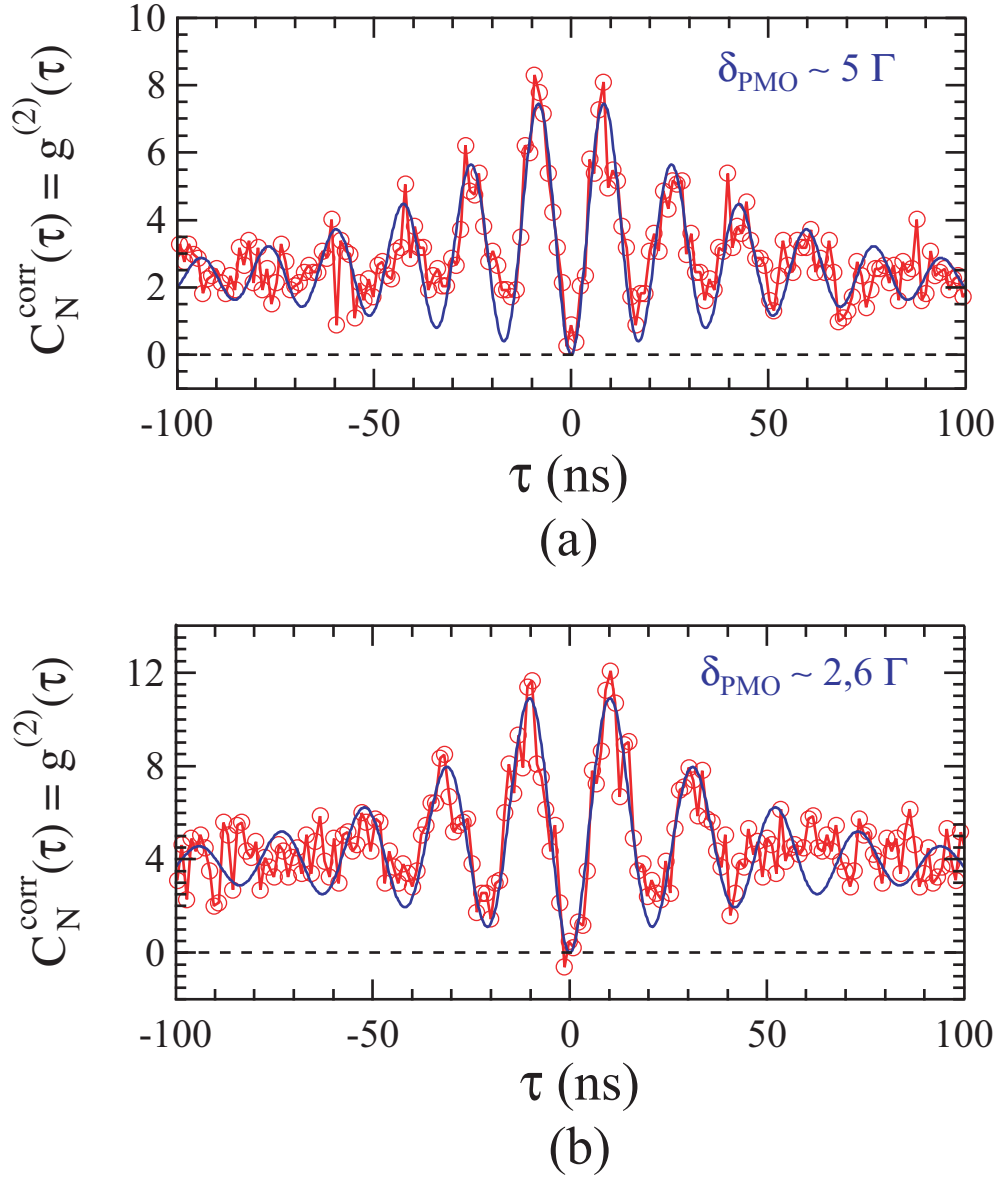


FIG. 5.4 – Courbes de dégroupement de photons en régime continu, normalisées et corrigées du fond. Le fait que  $g^{(2)}(0) = 0$  est la signature d'un émetteur unique. Les courbes en trait plein sont des ajustement à l'aide de la formule D.2 de l'annexe D.

### 5.3.4 Discussion

#### Groupement de photons

Sur la figure 5.4, il semble que, dans les deux cas, la fonction d'autocorrélation en intensité ne tende pas vers 1 quand le retard  $|\tau|$  augmente, contrairement à ce que prédit la théorie (voir figure 5.1). Ceci s'explique par le fait que l'atome n'est dans le piège qu'une fraction du temps. Le signal s'éteint et s'allume avec le départ et l'arrivée de l'atome dans le piège. Il en résulte un effet de groupement de photons. Ce phénomène de clignotement et la façon dont il modifie la fonction d'autocorrélation en intensité est détaillé dans l'annexe D.



Nous sommes capables d'estimer  $T_{on}$ , la durée de vie d'un atome unique dans le piège et  $T_{off}$ , le temps caractéristique durant lequel le piège est vide, à partir du signal d'atome unique (figure 1.10 du chapitre 1). Pour les deux expériences de la figure 5.3,  $T_{off}$  et  $T_{on}$  sont supérieures à 100 ms. Or, en observant attentivement les courbes de la figure 5.3, on distingue également un effet de groupement de photons sur une échelle de temps relativement courte, de l'ordre de 200 ns de part et d'autre de  $\tau = 0$ . La figure D.2 de l'annexe D permet de mieux distinguer cet effet. Ce deuxième phénomène de clignotement est attribué au dépompage de l'atome unique vers le sous-niveau hyperfin fondamental  $F = 1$  et au repompage vers le sous-niveau hyperfin fondamental  $F = 2$ .

### Ajustements des courbes

L'annexe D explique comment il faut modifier la formule 5.20, pour pouvoir ajuster nos données en tenant compte des deux phénomènes de clignotement. On aboutit à la formule D.2. Les courbes en trait plein de la figure 5.4 sont des ajustements des données expérimentales corrigées à l'aide de cette formule.

**Résultats.** Résumons les informations fournies par l'ajustement des données expérimentales de la première expérience ( $\delta_{PMO} \sim 5\Gamma$ ) :

- $\Omega \sim 150 \text{ s}^{-1}$  ;
- $T_{off}/T_{on} \sim 0,8$  ;
- $t_{off} \sim 450 \text{ ns}$  ;
- $t_{on} \sim 1,3 \text{ } \mu\text{s}$ .

La valeur de  $T_{off}/T_{on}$  obtenue est en bon accord avec la valeur de 1 attendue en principe, lorsque l'on est dans le régime d'atome unique classique.

En ce qui concerne la deuxième expérience ( $\delta_{PMO} \sim 2,6\Gamma$ ), les résultats de l'ajustement donnent :

- $\Omega \sim 170 \text{ s}^{-1}$  ;
- $T_{off}/T_{on} \sim 1,9$  ;
- $t_{off} \sim 520 \text{ ns}$  ;
- $t_{on} \sim 1,5 \text{ } \mu\text{s}$ .

Une fois encore,  $T_{off}/T_{on}$  est en bon accord avec la valeur attendue de 2, dans le cas où l'atome n'est présent que 1/3 du temps. En outre les deux fréquences de Rabi trouvées sont proches, ce à quoi on s'attend, puisque les faisceaux de la mélasse irradiant l'atome ont la même puissance dans les deux cas.

**Phénomène  $t_{off}/t_{on}$ .** Pour les deux expériences, il semble que le signal de l'atome unique oscille entre un état « éteint » de quelques centaines de nanosecondes ( $t_{off}$ ) et un état « allumé » de quelques microsecondes ( $t_{on}$ ). Nous attribuons ceci au phénomène de dépompage de l'atome unique vers le sous-niveau hyperfin fondamental  $F = 1$  et de repompage vers le sous-niveau hyperfin fondamental  $F = 2$ . Nous avons en effet vu au chapitre précédent (lors de l'étude des oscillations de Rabi, et du temps passé par l'atome sur la transition cyclante au paragraphe 4.3.2) que lorsque l'atome était dépompé en  $F = 1$ , il fallait quelques centaines de nanosecondes (340 ns) pour que l'atome ait 90 % de chance d'être à nouveau en  $F = 2$ . Cet ordre de grandeur reste valable pour les expériences de ce chapitre, puisque la puissance du faisceau repompeur reste la même. L'atome ne fluoresce donc plus pendant ce laps de temps et ceci explique la valeur de  $t_{off}$ . La valeur de  $t_{on}$ , nous indique alors que lorsque l'atome est à nouveau pompé en  $F = 2$ , il émet des photons pendant environ 1,5  $\mu\text{s}$ , temps au bout duquel il est dépompé en  $F = 1$ .

### 5.3.5 Conclusion

Dans cette partie, nous avons mesuré avec succès la fonction d'autocorrélation du second ordre de la lumière rayonnée par un atome unique et mis en évidence les propriétés quantiques de celle-ci. De cette étude, nous avons déduit le temps passé dans le sous-niveau hyperfin fondamental  $F = 2$  ainsi que le temps passé dans le sous-niveau hyperfin fondamental  $F = 1$ , par un atome piégé dans un potentiel dipolaire, soumis aux faisceaux de la mélasse. Nous avons pu également estimer notre efficacité globale de collection et de détection.

Les ajustements des données expérimentales se basent sur le modèle simple de l'atome à deux niveaux. Il est remarquable que celui-ci reproduise aussi bien le comportement d'un atome, dans un piège dipolaire, excité par les faisceaux d'une mélasse. En effet, sous de telles conditions, l'atome explore l'ensemble des sous-niveaux hyperfins fondamentaux et excités ainsi que l'ensemble de leurs sous-niveaux Zeeman. Des mesures similaires aux nôtres ont été faites, à partir de la lumière rayonnée par un atome unique piégé dans un piège magnéto-optique très confinant, sans potentiel dipolaire [135, 136, 137]. Là aussi, les données expérimentales étaient en très bon accord avec le modèle à deux niveaux. Une explication théorique fournie dans la référence [136], est que dans un piège magnéto-optique, un atome passe le plus clair de son temps sur les transitions fermées, entre sous-niveaux Zeeman de nombres quantiques  $m_F$  maximum. Ceci vient d'une part de la structure complexe d'un atome à plusieurs niveaux et du jeu des probabilités de transitions associées qui sont maximale pour les transitions cyclantes. D'autre part le profil d'interférences complexe induit par les faisceaux d'un piège magnéto-optique en trois dimensions semble donner naissance à des réseaux de potentiels optiques, où les puits présentent une polarisation essentiellement  $\sigma$ . Toutefois, tout ceci repose sur le fait que l'atome puisse se déplacer au sein du piège magnéto-optique à l'échelle de plusieurs longueurs d'onde et explorer le réseau optique complexe. Or dans notre expérience, l'atome est confiné dans un potentiel dipolaire dont la taille caractéristique est de l'ordre de la longueur d'onde. En outre les déplacements lumineux importants qui en résultent éloignent encore plus notre système du modèle de l'atome à deux niveaux.

Nous aurions cependant pu effectuer des mesures de corrélation dans des conditions plus proches de celles d'un système physique à deux niveaux. Il nous aurait suffi d'éclairer notre atome avec notre sonde polarisée  $\sigma^+$ , en présence d'un champ magnétique définissant sans ambiguïté l'axe de quantification. Nous savons, depuis le chapitre précédent, que l'atome se comporte comme un système à deux niveaux, entre l'état fondamental ( $5^2S_{1/2}, F = 3, m_F = +2$ ) et l'état excité ( $5^2P_{3/2}, F = 3, m_F = +3$ ). Par ailleurs, en déclenchant la carte d'acquisition uniquement pendant les périodes d'excitation par la sonde, nous aurions pu éviter le groupement de photons dû à la statistique d'arrivée des atomes dans le piège dipolaire. Enfin, en ajustant le désaccord et l'intensité du faisceau sonde, nous aurions pu passer aisément du régime oscillatoire amorti au régime purement amorti, comme représenté sur la figure 5.1. Mais la priorité a été donnée à l'expérience en régime impulsionnel, décrite dans le paragraphe suivant.

## 5.4 Dégrouperement de photons en régime impulsionnel

Dans cette partie, nous allons montrer comment, à l'aide de la source impulsionnelle décrite au chapitre précédent, nous sommes en mesure de déclencher, à la demande, l'émission d'un photon unique par l'atome unique. La puissance de la source impulsionnelle est ajustée de manière à réaliser des impulsions  $\pi$ , la durée des impulsions étant fixée à 4 ns. Nous les envoyons sur notre atome avec un taux de répétition de 5 MHz (une impulsion toutes les 200 ns). Afin de caractériser la statistique de fluorescence de l'atome unique dans ces conditions, nous allons mesurer la

fonction d'autocorrélation temporelle en intensité en régime d'excitation impulsionnelle, à l'aide du montage de type Hanbury Brown et Twiss présenté précédemment.

Dans un premier temps, nous présenterons une séquence temporelle permettant d'optimiser le flux de photons. Une fois la mesure faite, et les données corrigées, nous aurons accès aux caractéristiques importantes de la source de photons uniques, telles que le flux de photons, ou la probabilité d'émettre deux photons à la suite d'une impulsion  $\pi$ . Enfin nous comparerons nos données à un calcul théorique de la fonction de corrélation en régime impulsionnel, ainsi qu'à un calcul fondé sur la méthode des « fonctions d'onde Monte Carlo ».

#### 5.4.1 Séquence expérimentale optimisée

Le but de ce paragraphe est d'optimiser une séquence expérimentale temporelle, afin de maximiser le flux de photons uniques. Ceci implique d'une part de maximiser le taux de chargement du piège dipolaire, et d'autre part de maximiser le nombre de photons émis, avant que l'atome ne soit éjecté du piège du fait du chauffage induit par la source impulsionnelle.

##### Taux de chargement

La densité du piège magnéto-optique est ajustée de manière à être en régime de blocage collisionnel, avec une durée de vie de l'atome dans le piège dipolaire (en présence des faisceaux de la mélasse) de quelques centaines de millisecondes. Il faut de même quelques centaines de millisecondes pour piéger un atome.

##### Séquence expérimentale

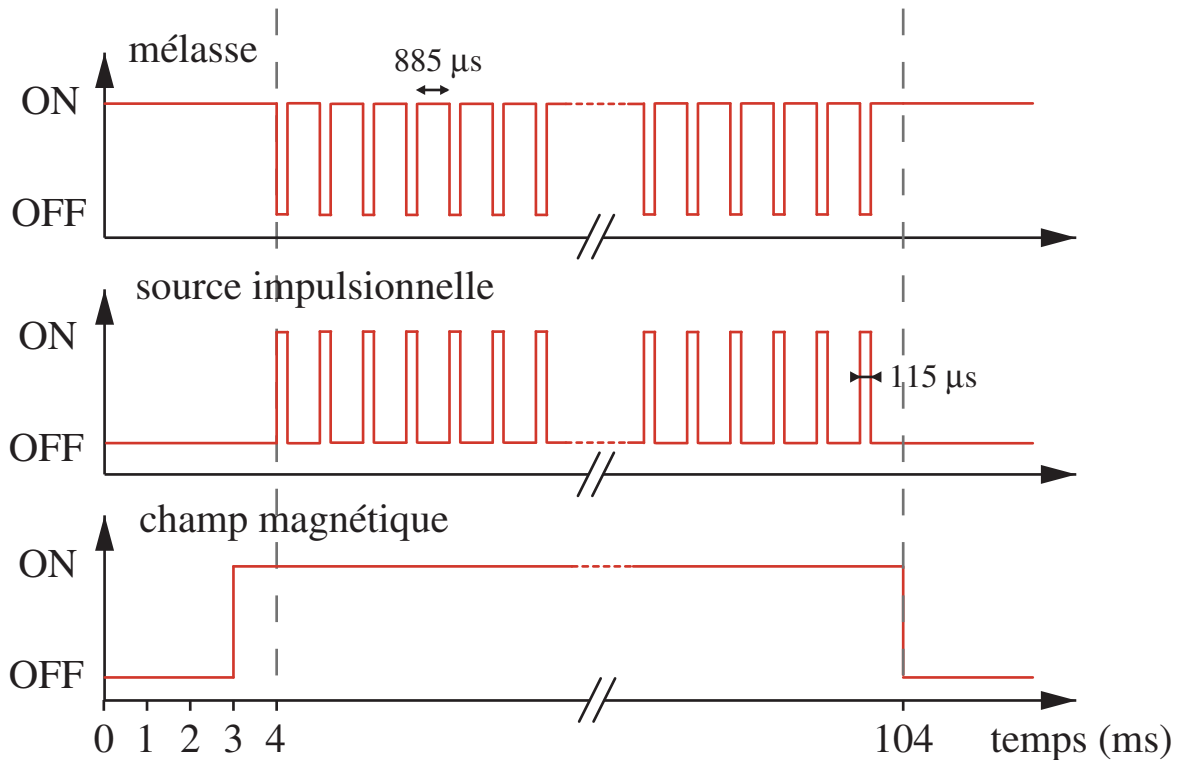


FIG. 5.5 – Séquence expérimentale optimisée permettant de maximiser le flux de photons uniques

Afin de maximiser le nombre de photons émis, la séquence alterne des périodes d'excitation par la source impulsionnelle avec des périodes de refroidissement par les faisceaux de la mélasse. Ceci permet de garder l'atome plus longtemps dans le piège dipolaire et de maximiser le nombre de photons émis par atome. Typiquement, une séquence temporelle se déroule de la manière suivante (voir figure 5.5) :

1. Une fois un atome unique piégé, le champ magnétique constant  $B_z = +4,2$  G définissant l'axe de quantification est allumé.
2. Puis, durant 100 ms, on alterne des périodes d'excitation impulsionnelle de  $115 \mu\text{s}$ , avec des périodes de refroidissement par les faisceaux de la mélasse de  $885 \mu\text{s}$ .
3. Après 100 cycles d'excitation/refroidissement, le champ  $B_z$  est éteint.

Soulignons que le faisceau repompeur reste allumé tout au long de la séquence afin de recycler les atomes dépompés vers le niveau fondamental  $F = 1$ .

À la fin de cette séquence, les faisceaux de la mélasse sont rallumés, et on traque la présence d'un atome unique dans le piège (en enregistrant la fluorescence par tranche de 10 ms). Dès qu'un atome est piégé, on relance la séquence. Ceci permet de capturer en moyenne 3 atomes par seconde, donc de lancer 3 séquences par seconde.

La figure 5.6 représente le signal de fluorescence enregistré par l'une des photodiodes du montage d'autocorrélation au cours de la séquence, moyennée sur 25 432 cycles. On y distingue bien (en particulier sur l'agrandissement) des pics correspondant aux périodes de  $115 \mu\text{s}$  d'excitation impulsionnelle, séparés par des périodes de fluorescence moins intense, induite par les faisceaux de la mélasse, lors des  $885 \mu\text{s}$  de refroidissement.

À partir de la figure 5.6, on calcule que la durée de vie d'un atome unique dans le piège est de 34 ms. Ce chiffre est à comparer avec celui que l'on tire de la figure 4.18 du chapitre précédent. Pour cette expérience l'excitation impulsionnelle, continue pendant 1 ms, n'était pas alternée avec des périodes de refroidissement. Dans ces conditions, la durée de vie d'un atome unique dans le piège était de l'ordre de 1 ms seulement. L'intérêt de la séquence expérimentale alternée est évident.

Soulignons enfin que cette séquence expérimentale a également été utilisée pour l'observation des oscillations de Rabi dans le domaine temporel au paragraphe 4.3.3 du chapitre précédent.

## Optimisation

Le choix de des durées des périodes d'excitation et de refroidissement n'est pas anodin. Les  $115 \mu\text{s}$  d'excitation ont été choisies à la suite de mesures de durée de vie de l'atome illuminé par la source impulsionnelle. Au bout de ce laps de temps, l'atome est toujours dans le piège avec une forte probabilité.

L'expérience de la figure 5.6 a ensuite été reproduite pour différentes valeurs de la durée des séquences de refroidissement. La valeur de  $885 \mu\text{s}$  nous a paru un bon compromis, permettant de garder l'atome suffisamment longtemps dans le piège, sans augmenter démesurément la durée de la séquence temporelle, et ainsi d'optimiser le flux global de photons uniques.

### 5.4.2 Les résultats expérimentaux

#### Fonction d'autocorrélation temporelle en intensité en régime impulsionnel

Afin de caractériser la statistique de la fluorescence rayonnée par l'atome, nous lançons l'expérience décrite au paragraphe précédent, et nous mesurons la fonction d'autocorrélation en intensité, à l'aide de notre dispositif d'autocorrélation. Afin d'égaliser le flux de photons uniques

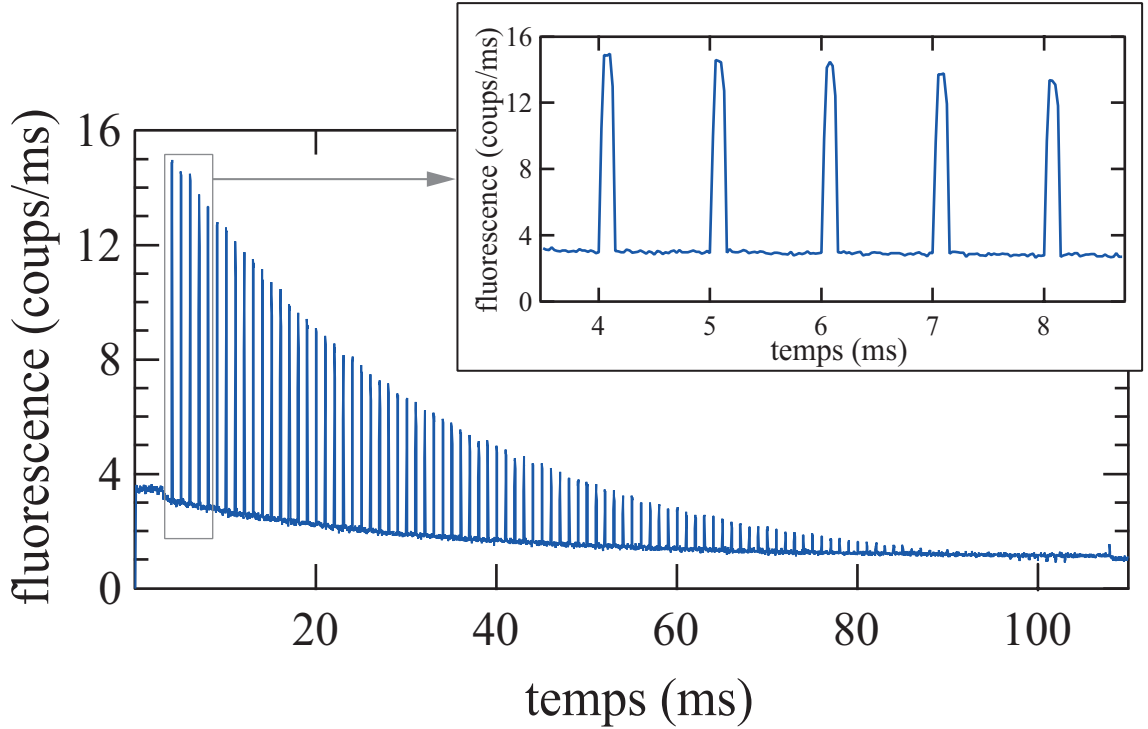


FIG. 5.6 – Fluorescence mesurée par l'une des photodiodes à avalanche du montage d'autocorrélation, moyennée sur 25 432 séquences. On observe des pics correspondant aux périodes de 115  $\mu$ s d'excitation impulsionnelle, séparés par des périodes de moindre fluorescence, induite par les faisceaux de la mélasse, lors des 885  $\mu$ s de refroidissement. Un grossissement de la courbe montre clairement l'alternance des périodes d'excitation et de refroidissement.

sur chacune des photodiodes à avalanche, nous reproduisons l'expérience de la figure 5.6 pour différents angles de la lame demi-onde du montage d'autocorrélation (voir figure 5.2). Nous comparons la fluorescence obtenue sur chacune des photodiodes et choisissons l'angle pour lequel le nombre total de photons collectés pendant les périodes d'excitation impulsionnelle (somme des aires des pics des périodes d'excitation) est le même.

La carte d'acquisition de haute résolution chargée d'enregistrer le nombre de coïncidences de photodétection en fonction du retard n'est allumée (déclenchée à l'aide d'un signal TTL) que pendant les périodes d'excitation impulsionnelle de 115  $\mu$ s. La résolution temporelle est réglée à son maximum, soit 1,17 ns. L'histogramme obtenu après 4 heures d'acquisition est reproduit sur la figure 5.7. Celui-ci met en évidence une série de pics séparés par la période des impulsions  $\pi$ , soit 200 ns. Le phénomène de dégroupement de photons apparaît très clairement : il n'y a pas de pic autour du délai nul. Lorsqu'un photon a été émis par émission spontanée, à la suite d'une impulsion  $\pi$ , il faut attendre le prochain cycle d'excitation et d'émission, soit 200 ns, pour collecter à nouveau un photon. L'atome émet bien des impulsions lumineuses, contenant un seul photon, déclenchées par les impulsions  $\pi$ . Ces remarques qualitatives nous montrent donc déjà que nous sommes en présence d'une source de photons uniques déclenchés très efficace. Une étude plus quantitative sera effectuée dans le prochain paragraphe.

Notons que, bien que l'expérience ait été réalisée avec une résolution temporelle de 1,17 ns, sur les données de la figure 5.7, les pas ont été combinés quatre par quatre, menant à une résolution effective de 4,68 ns. En outre, aucune correction de fond n'a été faite. Le fond plat de faible

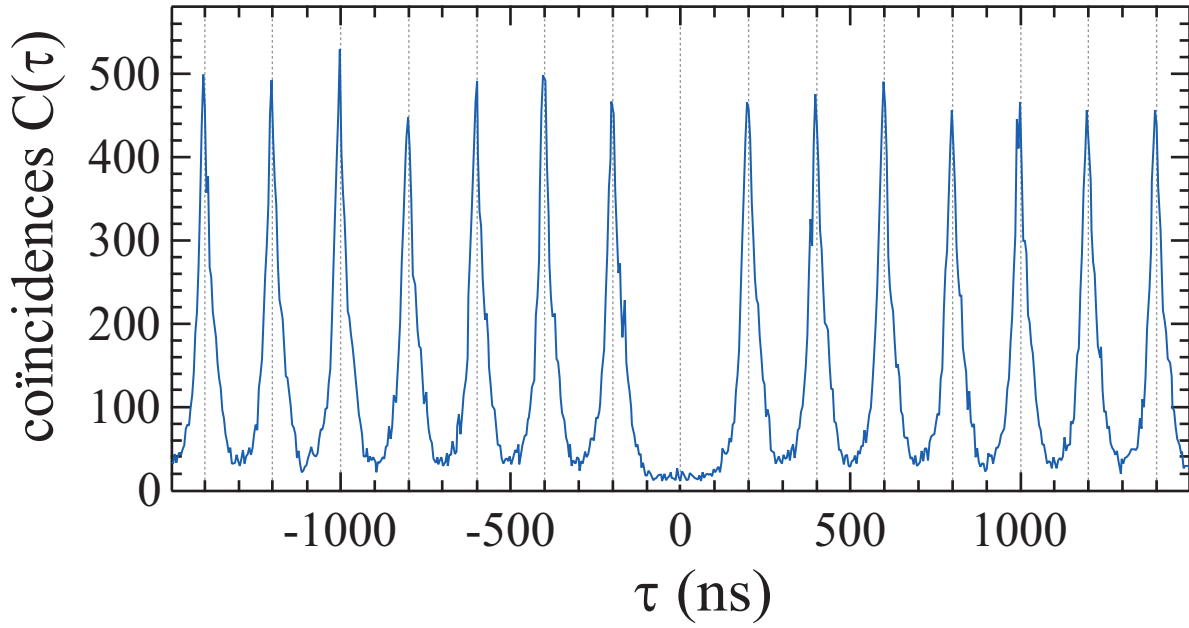


FIG. 5.7 – Histogramme des délais entre la détection de deux photons, obtenu à partir d'atomes uniques excités par la source impulsionnelle. L'absence de pic autour du délai nul montre que l'on a une source de photons uniques. Aucune correction du fond n'a été faite sur cette courbe.

amplitude apparaissant sur les données expérimentales est dû au fond de lumière parasite et aux événements induits par les coups d'obscurité des photodiodes à avalanche. Une correction sera faite au prochain paragraphe.

### Quelques chiffres

Les deux figures 5.6 et 5.7 correspondent en réalité à la même expérience. Lors d'une expérience, les impulsions électroniques issues de l'une des photodiodes sont en fait dupliquées, de manière à ce qu'elles soient à la fois comptabilisées par la carte d'acquisition de haute résolution (permettant de mesurer la fonction d'autocorrélation), et par la carte d'acquisition classique grâce à laquelle l'ensemble de l'expérience est commandée (détection d'un atome unique, lancement des séquences expérimentales...). L'enregistrement des deux courbes des figures 5.6 et 5.7 a donc été fait en parallèle. Toutefois, pour des raisons informatiques, un certain nombre de séquences ne sont pas prises en compte par la carte d'acquisition classique. Pendant les quatre heures d'acquisition, 43 895 séquences temporelles se sont produites, toutes enregistrées par la carte d'acquisition de haute résolution (comme écrit précédemment, seules 25 432 l'ont été par la carte d'acquisition classique). L'histogramme n'a été construit qu'à partir des photons collectés pendant les périodes d'excitation impulsionnelle de  $115 \mu\text{s}$ . Sachant que chaque séquence contient 100 périodes d'excitation, il n'y a eu au cours de toute l'expérience que 505 s d'excitation impulsionnelle, qui ont permis de construire la fonction d'autocorrélation de la figure 5.7. Il est encore possible de pondérer ce chiffre par la probabilité de présence de l'atome. On a vu en effet que la durée de vie de l'atome dans le piège dipolaire était de 34 ms lors de ces expériences. Sur les 100 ms d'alternance de périodes d'excitation et de refroidissement, l'atome n'est donc présent qu'un tiers du temps en moyenne. On peut donc conclure que  $505/3 = 168$  s d'excitation impulsionnelle, sur un atome présent à coup sûr dans le piège, suffisent pour reconstruire l'histo-

gramme de la figure 5.7. Ces 2 min 48 s « utiles » sont à comparer avec les 4 heures nécessaires à l'expérience.

### Flux de photons

Une façon de caractériser notre source est de donner le flux de photons uniques. Plusieurs flux de photons peuvent être calculés.

À partir de la courbe de la figure 5.6, on calcule le nombre moyen total de photons uniques collectés par l'atome piégé au cours d'une séquence. Il s'agit de la somme des aires des pics de fluorescence induits lors des périodes d'excitation impulsional. On trouve en moyenne 55,1 photons sur une photodiode à avalanche, soit 110,2 photons au total (l'efficacité de collection étant de 0,6 %, le nombre moyen de photons émis par l'atome est d'environ 18 400). Au cours de l'ensemble des 43 895 séquences temporelles de l'expérience des figures 5.6 et 5.7,  $110,2 \times 43\,895 \sim 4,84 \times 10^6$  photons uniques ont été détectés pendant 4 heures. On obtient alors un flux moyen sur la globalité de l'expérience de 322 photons/s.

On peut aussi définir le flux moyen de photons sur l'ensemble des périodes d'excitation impulsional d'une unique séquence expérimentale. Chaque séquence contient 100 périodes d'excitation de 115  $\mu$ s. Par conséquent, 110,2 photons uniques sont collectés en moyenne après 11,5 ms d'excitation. On obtient un nouveau flux de 9 600 photons/s.

Enfin, il est possible de définir un taux maximum de photons uniques, en corrigeant le précédent de la probabilité de présence de l'atome. Ceci revient à prendre le flux de photons correspondant au premier pic de fluorescence de la courbe 5.6, pour lequel on sait que l'atome est présent à coup sûr, puisqu'on vient de le piéger. Ce pic s'élève à 14,4 coups/ms. Il correspond à la fluorescence détectée par une seule des photodiodes. Une fois multiplié par deux, on obtient un flux maximum de 29 000 photons uniques par seconde. Remarquons que c'est à peu de choses près le flux que l'on avait estimé dans le paragraphe 5.1 de ce chapitre, à partir de l'efficacité des impulsions  $\pi$  et de l'efficacité globale de collection et de détection mesurées au chapitre précédent.

Les différents flux estimés sont résumés dans le tableau 5.3.

sur les 4 h d'intégration	au cours d'une séquence temporelle	au début d'une séquence temporelle
322 photons/s	9 600 photons/s	29 000 photons/s

TAB. 5.3 – Récapitulatif des différents flux de photons.

#### 5.4.3 Correction des données

##### Corrections du fond de lumière parasite

Un certain nombre de coïncidences comptabilisées sur la courbe de la figure 5.7 proviennent de corrélations entre le signal de photons uniques et le bruit ou de corrélations du bruit avec lui-même. Le bruit a deux origines : un fond de lumière parasite et les coups d'obscurité des photodiodes à avalanche. Les diverses contributions au bruit, que nous avons mesurées, sont résumées dans le tableau 5.4 pour chacune des deux photodiodes. Notons que dans ce tableau n'apparaît pas une éventuelle contribution de lumière due aux impulsions  $\pi$ , elles-mêmes. Des réflexions parasites sur les montures métalliques de MIGOU peuvent contribuer au bruit.

	coups d'obscurité (coups/s)	fond de lumière parasite (coups/s)	bruit total (coups/s)
APD 1	106	158	264
APD 2	192	195	387

 TAB. 5.4 – *Diverses contributions au bruit sur les deux photodiodes à avalanche du montage d'autocorrélation.*

Nous ne chercherons pas ici à normaliser la courbe, comme nous l'avions fait pour le dégrouement de photons en régime continu, mais simplement à la corriger du fond. Si l'on reprend les notations du paragraphe 5.3.3, le nombre de coïncidences  $C(\tau)$  mesurées sur la figure 5.7, en fonction du retard  $\tau$ , a pour expression :

$$C(\tau) = \langle [S(t) + B_1(t)][S(t + \tau) + B_2(t + \tau)] \rangle$$

où  $S(t)$  correspond au signal de photons uniques et  $B_i(t)$  correspond au bruit sur chacune des photodiodes. Nous supposons qu'il n'existe aucune corrélation du bruit avec lui-même ou entre le bruit et le signal de photons uniques. La courbe corrigée que nous voulons tirer de la mesure a alors pour expression :

$$\begin{aligned} C'(\tau) &= \langle S(t)S(t + \tau) \rangle \\ &= C(\tau) - \langle S(t) + B_1(t) \rangle \langle B_2(t) \rangle - \langle B_1(t) \rangle \langle S(t) + B_2(t) \rangle + \langle B_1(t) \rangle \langle B_2(t) \rangle \end{aligned}$$

Toutes les quantités qui apparaissent dans le membre de droite de cette dernière égalité sont mesurables. Nous mesurons la corrélation du bruit avec lui-même,  $\langle B_1(t) \rangle \langle B_2(t) \rangle$ , en utilisant les mêmes séquences temporelles que pour la mesure de  $C(\tau)$ , mais déclenchées lorsqu'aucun atome n'est dans le piège (lorsque la fluorescence est en dessous du seuil indiquant la présence d'un atome). En ce qui concerne la mesure de  $\langle S(t) + B_1(t) \rangle \langle B_2(t) \rangle$ , on reproduit l'expérience qui nous a permis de mesurer  $C(\tau)$ , mais en dérégulant le système d'imagerie de la photodiode à avalanche 2, de manière à ce qu'elle ne détecte pas la fluorescence qui vient de la zone où se trouve le piège dipolaire, mais d'une région proche (séparée de quelques microns du piège). Elle ne détectera ainsi pas de signal atomique, mais uniquement du bruit. On fait ici l'hypothèse que le bruit au niveau du potentiel de piégeage est le même que celui venant d'un endroit séparé de quelques microns. Une mesure similaire donne accès à  $\langle B_1(t) \rangle \langle S(t) + B_2(t) \rangle$ .

L'ensemble de ces mesures destinées à la correction du fond n'ont été moyennées que sur 10 972 séquences (environ une heure d'acquisition chacune). Le nombre de coïncidences obtenu semble, pour les trois expériences, réparti uniformément sur l'ensemble des canaux de l'histogramme. Ceci nous conforte dans notre idée qu'il n'existe aucune corrélation du bruit avec lui-même, et entre le bruit et le signal. Nous faisons donc, pour les trois courbes, la moyenne du nombre de coïncidences par canal et nous utilisons cette valeur, pondérée par le nombre de séquences, pour corriger les données de la figure 5.7. Les valeurs obtenues sont :

- $\langle B_1(t) \rangle \langle B_2(t) \rangle = 0,22$  coïncidences par canal de 1,17 ns ;
- $\langle S(t) + B_1(t) \rangle \langle B_2(t) \rangle = 0,96$  coïncidences par canal de 1,17 ns ;
- $\langle B_1(t) \rangle \langle S(t) + B_2(t) \rangle = 1,02$  coïncidences par canal de 1,17 ns.

La résolution de la courbe de la figure 5.7 étant de 4,68 ns, il faudrait multiplier ces nombres par 4.



### Corrections du phénomène de « pile-up »

Une expérience du type START-STOP (une photodétection sur l'APD 1 déclenche le TDC de la carte d'acquisition et la photodétection suivante sur l'APD 2 l'arrête), telle que nous l'avons faite, ne permet pas de reconstruire exactement la fonction d'autocorrélation en intensité. Lors de nos expériences, nous ne mesurons pas exactement la probabilité de détecter un photon à l'instant  $t + \tau$ , lorsqu'un premier a été détecté à l'instant  $t$ , mais plutôt la probabilité de détecter un photon à l'instant  $t + \tau$ , lorsqu'un premier a été détecté à l'instant  $t$ , et qu'aucun n'a été détecté entre  $t$  et  $t + \tau$ . En effet, un premier photon détecté par l'APD 1 déclenche le TDC, puis, le premier photon ensuite détecté par l'APD 2 arrête le TDC. Tous les photons suivants détectés par l'APD 2 ne sont pas comptabilisés, alors qu'ils participent à la statistique de la lumière. On montre alors que :

$$C(\tau) \propto \exp[-\eta_{coll} \dot{N}_\gamma(\tau + \delta\tau)] \times G^{(2)}(\tau)$$

où  $G^{(2)}(\tau)$  est la fonction de corrélation non normalisée,  $\dot{N}_\gamma$  est le flux de photons et  $\delta\tau \sim 1,6 \mu\text{s}$  est le délai électronique entre la voie START et la voie STOP.

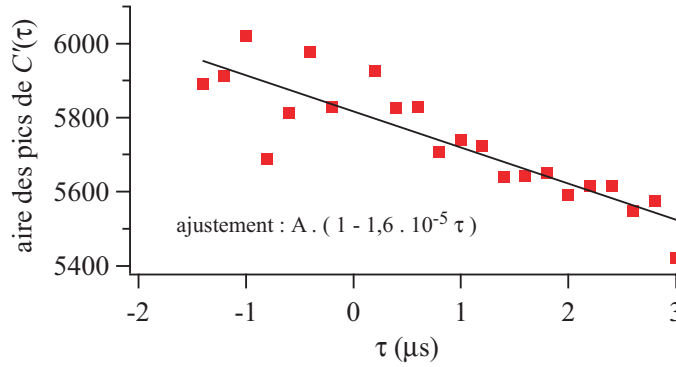


FIG. 5.8 – Aire des pics (intégrée sur 200 ns) des données expérimentales  $C'(\tau)$  corrigées du fond. La courbe en trait plein est un ajustement linéaire ;  $A$  est une constante.

Pour corriger nos données expérimentales de cet effet – appelé « pile-up » – nous avons calculé l'aire de chacun des pics de la courbe  $C'(\tau)$  (excepté celui autour du délai nul). L'aire  $\mathcal{A}_N$  du pic  $N$  est simplement la somme des coïncidences entre  $N \cdot T - T/2$  et  $N \cdot T + T/2$ , où  $T = 200 \text{ ns}$  est la période des pics. Nous observons une décroissance de l'aire des pics (voir figure 5.8). Cette décroissance, qui reflète le « pile-up », est presque linéaire car  $\eta_{coll} \dot{N}_\gamma(\tau + \delta\tau) \ll 1$ , à l'échelle de temps à laquelle on regarde. Un ajustement de la figure 5.8 par une droite nous donne :

$$\eta_{coll} \dot{N}_\gamma \sim 1,6 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

Les données expérimentales corrigées à la fois du fond et du « pile-up » :

$$C^{corr}(\tau) = C'(\tau) \exp[+\eta_{coll} \dot{N}_\gamma(\tau + \delta\tau)]$$

apparaissent sur la figure 5.9. Les corrections effectuées étant minimales, cette courbe est peu différente de la courbe brute de la figure 5.7.

Remarquons que l'étude précédente nous permet de remonter à une estimation de l'efficacité de collection. En supposant que notre source émet des photons réellement toutes les 200 ns ( $\dot{N}_\gamma = 1/200 \text{ photons/ns}$ ), on déduit une efficacité de collection  $\eta_{coll} \sim 3 \%$ , proche des valeurs obtenues auparavant.

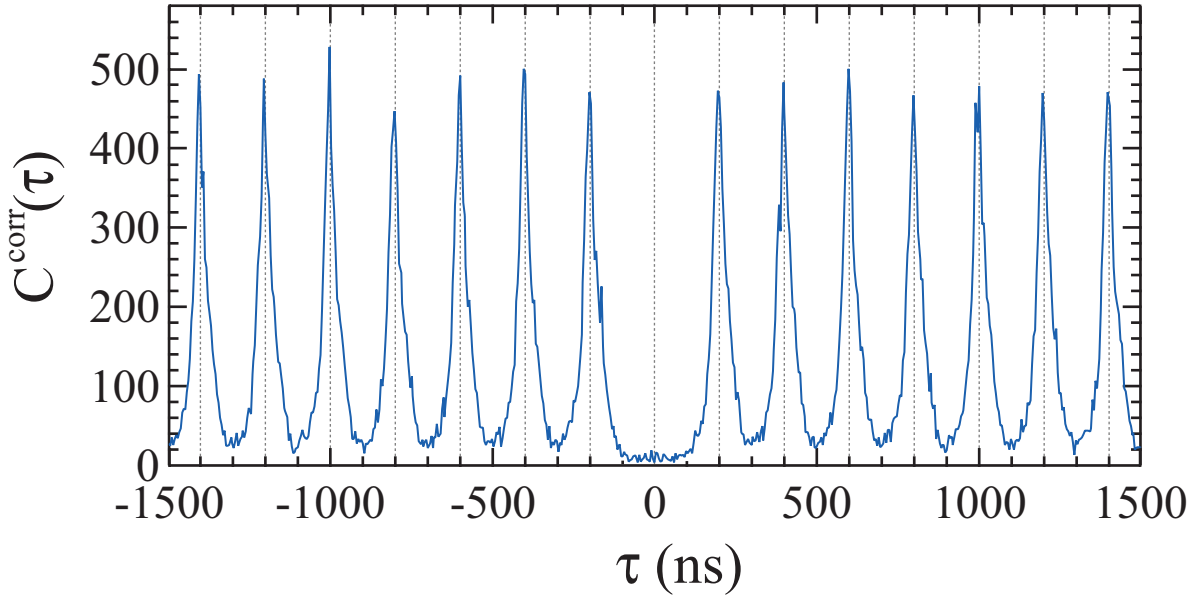


FIG. 5.9 – Histogramme des délais en régime impulsif, une fois la correction du fond et du phénomène de « pile-up » faites.

#### 5.4.4 Analyse des données

##### Ajustement de la courbe expérimentale

Nous verrons dans la suite du manuscrit (paragraphe 5.4.5), qu'il est possible d'obtenir une formule analytique rigoureuse décrivant le signal de la figure 5.9. Cette formule, toutefois un peu compliquée est difficilement utilisable pour ajuster nos données. Afin de trouver une formule analytique simple décrivant grossièrement nos données, nous allons calculer la fonction d'autocorrélation temporelle en intensité *classique*, calculée à partir de l'intensité rayonnée. Nous connaissons, en effet, depuis le chapitre précédent, l'allure de l'intensité du champ rayonné par un atome unique. Nous l'avons en réalité mesurée lors de l'observation des oscillations de Rabi dans le domaine temporel (figure 4.22 du paragraphe 4.3.3). Dans le contexte de la source de photons unique, c'est le champ rayonné après une impulsion  $\pi$  qui nous intéresse. Afin de simplifier les calculs, nous supposons la durée de l'impulsion infiniment courte. Sous ces conditions, l'intensité du champ rayonné par l'atome est une simple somme d'exponentielles décroissantes, débutant toutes les 200 ns, de durée de vie  $\Gamma^{-1} = 26,24$  ns [84], celle du niveau excité, soit :

$$\mathcal{I}(t) \propto \sum_n H(t - nT) \exp[-\Gamma(t - nT)]$$

où l'on a posé  $T = 200$  ns et  $H(t)$ , la fonction de Heavyside, nulle lorsque  $t$  est négatif, et constante égale à 1, lorsque  $t$  est positif. On en déduit la fonction d'autocorrélation :

$$\begin{aligned} G^{(2)}(\tau) &= \langle \mathcal{I}(t) \mathcal{I}(t + \tau) \rangle \\ &\propto \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_n H(t - nT) e^{-\Gamma(t - nT)} \sum_m H(t + \tau - mT) e^{-\Gamma(t + \tau - mT)} dt \end{aligned}$$

On obtient finalement :

$$G^{(2)}(\tau) \propto \sum_n e^{-\Gamma|\tau - nT|}$$

On retrouve donc une somme de pics dont la durée de vie est celle du niveau excité de l'atome. Ce traitement purement classique ne fait bien évidemment pas apparaître le phénomène de dégroupement de photons autour du délai nul, lié à la nature corpusculaire de la lumière. Nous sommes donc obligés de l'introduire, ici, à la main. Toutefois, on remarque, même sur les données corrigées de la figure 5.9, qu'il semble subsister autour de  $\tau = 0$ , un pic de très faible amplitude. La courbe ne descend pas rigoureusement à 0. Nous ajusterons donc finalement nos données à l'aide de la formule :

$$a \times e^{-\Gamma|\tau|} + A \times \sum_{n \neq 0} e^{-\Gamma|\tau - nT|} \quad (5.21)$$

où  $A$  est l'amplitude des grands pics, et  $a$  est celle du pic résiduel autour du retard nul.

### Durée de vie de l'état excité

D'après ce qui précède, la décroissance des pics de la figure 5.9 doit nous donner la valeur de la durée de vie de l'état excité  $5^2P_{3/2}$  du  $^{87}\text{Rb}$ . Nous avons ajusté individuellement les décroissances exponentielles de part et d'autre de chacun des pics. Une étude statistique sur l'ensemble de ces pentes nous donne finalement :

$$\Gamma^{-1} = 27,5 \pm 3 \text{ ns}$$

compatible avec la valeur de 26,24 ns donnée dans la référence [84].

La barre d'erreur relativement importante vient d'une asymétrie générale de la courbe : la décroissance de droite des pics est presque systématiquement plus lente que celle de gauche. Nous soupçonnons que ce problème a son origine dans une gigue électronique (jitter) asymétrique temporellement, mais nous n'avons pas eu le temps d'étudier ce problème plus en détail. Cette gigue temporelle est liée à la présence d'un ligne à retard électronique (d'environ 1,6  $\mu\text{s}$ ) sur la voie menant à l'entrée STOP de la carte d'acquisition de haute résolution qui permet de symétriser l'histogramme des délais autour du 0. Nous avons reproduit l'expérience avec une ligne à retard de seulement 400 ns. L'histogramme ne possède alors qu'un pic et demi à gauche du délai nul, mais donne  $\Gamma^{-1}$  avec une meilleure précision. On obtient finalement :

$$\Gamma^{-1} = 26,6 \pm 0,5 \text{ ns}$$

### Pic à $\tau = 0$ et probabilité d'émettre 2 photons

Posons  $\mathcal{A}_{\text{grand}}$ , l'aire des grands pics, et  $\mathcal{A}_{\text{petit}}$ , l'aire du pic résiduel autour de  $\tau = 0$ . L'ajustement de la courbe de la figure 5.9 avec la formule 5.21 nous donne simplement :

$$\frac{\mathcal{A}_{\text{petit}}}{\mathcal{A}_{\text{grand}}} = \frac{a}{A} = 3,4 \pm 1,2 \% \quad (5.22)$$

Pour une source de photons uniques parfaite, la probabilité d'avoir deux photons dans une impulsion est nulle, et en conséquence,  $\mathcal{A}_{\text{petit}} = 0$ . Le fait de trouver une valeur non nulle pour  $\mathcal{A}_{\text{petit}}$  nous indique que certaines des impulsions rayonnées par l'atome contiennent plus de 1 photon. Ceci vient de la durée non nulle des impulsions  $\pi$ , pendant lesquelles l'atome peut émettre un photon par émission spontanée, être réexcité, puis émettre à nouveau un photon.

Remarquons toutefois, que si l'atome peut rayonner deux photons à la suite d'une impulsion  $\pi$ , ceux-ci ne sont pas émis rigoureusement en même temps. Ils sont séparés par un cycle d'absorption et d'émission. La fonction d'autocorrélation doit donc présenter une anti-corrélation

parfaite en  $\tau = 0$ . Autrement dit, le pic résiduel doit contenir un petit creux descendant rigoureusement à 0 en son centre. Sur la courbe 5.9, la statistique, autour de  $\tau = 0$ , n'est pas assez bonne pour que l'on distingue réellement ce creux.

Afin de dégager une information de l'aire du pic résiduel, nous allons nous intéresser à l'amplitude attendue des pics de la fonction d'autocorrélation. Posons  $p_i$ , la probabilité d'avoir  $i$  photons par impulsion. Nous supposons de plus que nous approchons déjà d'une bonne source de photons uniques et que donc  $p_{i+1} \ll p_i$ .

Les coïncidences enregistrées dans le pic autour du délai nul correspondent à des impulsions contenant au moins deux photons. Si l'on néglige les impulsions contenant au moins trois photons, quatre situations peuvent se produire au passage de l'impulsion à travers la lame séparatrice du montage de Hanbury Brown et Twiss (figure 5.10). Seules deux situations, où les photons ne vont pas dans le même bras, donnent lieu à l'enregistrement d'une coïncidence. Leur probabilité est donc :

$$\eta_{coll}^2 \frac{p_2}{2}$$

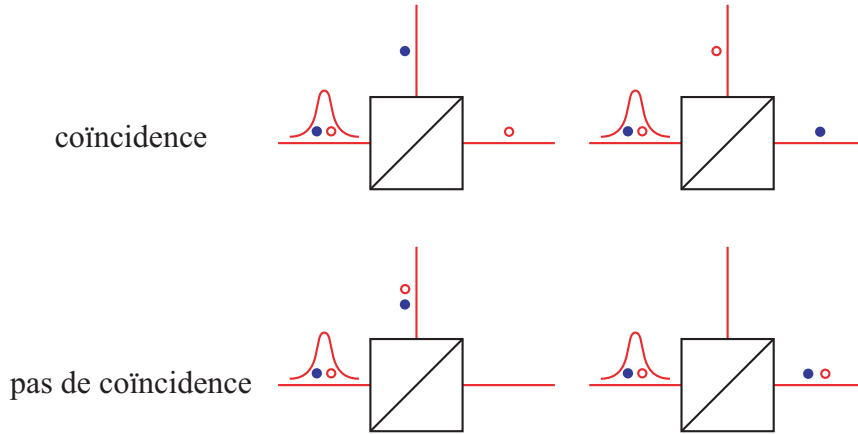


FIG. 5.10 – Coïncidences enregistrées pour une impulsion contenant deux photons.

En revanche, les coïncidences enregistrées dans les autres pics correspondent à la détection d'un photon à l'instant  $\tau = 0$  et d'un autre autour de  $\tau = nT$ ,  $n$  non nul. La probabilité associée à un tel événement est (en négligeant les impulsions contenant plus d'un photon) :

$$\eta_{coll} \frac{p_1}{2} \times \eta_{coll} \frac{p_1}{2}$$

Le facteur  $1/2$  vient de la lame séparatrice du montage d'autocorrélation.

Le rapport des aires nous renseigne donc sur les probabilités d'avoir 1 et 2 photons dans une impulsion (si on néglige les probabilités d'en avoir 3 et plus) :

$$\frac{\mathcal{A}_{petit}}{\mathcal{A}_{grand}} = \frac{2p_2}{p_1^2} = 3,4 \pm 1,2 \% \quad (5.23)$$

Après avoir étudié les oscillations de Rabi dans le chapitre précédent, nous savons que l'efficacité quantique d'excitation des impulsions  $\pi$  est proche de 100 %. Nous estimons donc que  $p_1 \sim 1$ . Dans ces conditions, la probabilité pour que l'atome unique émette deux photons à la suite d'une impulsion est :

$$p_2 = 1,7 \pm 0,6 \% \quad (5.24)$$

Une bonne source de photons uniques, est une source pour laquelle  $p_1$  est proche de l'unité et  $p_{i \geq 2}$  est nul. Une manière simple de s'approcher d'une source de photons uniques est d'utiliser une source poissonnienne (un laser) fortement atténuée. La probabilité d'avoir  $i$  photons dans une impulsion s'écrit :

$$p_i = e^{-\mu} \frac{\mu^i}{i!}$$

où  $\mu$  est proportionnel à l'intensité lumineuse. Dans le cas où  $\mu \ll 1$ , on a :

$$p_1 \sim \mu \quad \text{et} \quad p_2 \sim \mu^2/2 = p_1^2/2 \quad (5.25)$$

En atténuant suffisamment un laser, on peut donc créer une source dont la plupart des impulsions contient 0 photon, de temps en temps 1 photon, et très rarement 2 photons. Pour une telle source, il est cependant impossible de satisfaire les critères :  $p_1 \sim 1$  et  $p_{i \geq 2} = 0$ . En outre, d'après les relations 5.25 et l'étude précédente, tous les pics de la fonction d'autocorrélation d'une source poissonnienne atténuée ont la même aire.

Une manière de caractériser une source de photons uniques est donc de la comparer à une source poissonnienne. On compare pour cela les probabilités d'avoir des impulsions contenant deux photons, quand la probabilité  $p_1$  d'avoir des impulsions contenant un photon est la même. Or ceci revient à faire le rapport des aires donné par la formule 5.22. Nous pouvons donc d'ores et déjà affirmer, pour notre source de photons uniques, *la probabilité d'avoir 2 photons dans une impulsion est atténuée d'un facteur 30 par rapport à une source poissonnienne.*

### 5.4.5 Comparaison avec la théorie

L'objectif de ce paragraphe est de comparer nos données expérimentales avec le calcul théorique de la fonction de corrélation en régime impulsionnel. Ceci permettra en particulier de vérifier que le pourcentage mesuré d'impulsions contenant deux photons est bien celui attendu.

#### Signal de corrélation en régime impulsionnel

Le calcul fait dans ce paragraphe est, en régime impulsionnel, le pendant de celui fait dans le cadre stationnaire au paragraphe 5.2.2.

Dans le paragraphe 5.2.2 de ce chapitre, nous avons dérivé la fonction d'autocorrélation non normalisée  $G^{(2)}(\tau)$  de la lumière émise par un atome unique, dans le cadre stationnaire du régime continu. En régime impulsionnel, l'hypothèse de stationnarité n'est bien évidemment plus valable. Toutefois, tout le début du calcul reste valable (de la formule 5.12 à la formule 5.16), que nous modifions légèrement :

$$G^{(2)}(t_r, \tau) = \langle a | \rho_{at}(t_r) | a \rangle \times \sum_{\{n_i\}} |\langle a; \{n_i\} | U(\tau) | f; \{0\} \rangle_{|t_r}|^2 \quad (5.26)$$

où l'indice  $|t_r$  de  $|f; \{0\}\rangle_{|t_r}$  est là pour garder l'information que l'hypothèse d'absence de corrélation entre l'atome et le réservoir, constitué par les modes du rayonnement, (formule 5.15) a été faite à l'instant  $t_r$ . N'étant plus dans le cas stationnaire, on doit en effet conserver la mémoire de  $t_r$ , et  $G^{(2)}$  dépend à la fois de  $\tau$  et de  $t_r$ . On réinterprète alors un peu différemment les deux facteurs de la formule 5.26 :

- le premier facteur est la population dans l'état excité  $|a\rangle$  à l'instant  $t_r$ ,  $\rho_{aa}(t_r)$ , qui n'est plus stationnaire en régime impulsionnel ;

- le deuxième facteur est la probabilité que l'atome soit dans l'état excité à l'instant  $t_r + \tau$ , sachant qu'à l'instant  $t_r$ , il était dans l'état fondamental, et le champ de rayonnement était dans l'état vide. Là encore, ce terme dépend maintenant de  $t_r$ . Nous le noterons  $\rho_{aa}(\tau|f@t_r)$ .

Conserver l'information sur  $t_r$  dans la formule 5.26 revient à conserver l'information sur l'instant de détection du premier photon. Afin de reproduire la fonction d'autocorrélation mesurée en régime impulsionnel (figure 5.9), il nous faut moyenner la formule 5.26 sur l'instant de la première photodétection. On obtient alors :

$$G^{(2)}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} G^{(2)}(t_r, \tau) dt_r = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{aa}(t_r) \times \rho_{aa}(\tau|f@t_r) dt_r \quad (5.27)$$

### Pic résiduel autour du délai nul

Si l'on s'intéresse à l'allure du pic résiduel autour du délai nul de  $G^{(2)}(\tau)$  (autocorrélation d'une impulsion rayonnée par l'atome avec elle-même), il suffit de calculer la fonction d'autocorrélation du champ rayonné par l'atome à la suite d'une unique impulsion excitatrice. Nous supposons l'atome initialement dans l'état fondamental et l'impulsion, à résonance, de durée  $t_\pi$ , débutant en  $t = 0$ . On en tire les deux conséquences suivantes :

- pour  $t_r < 0$ ,  $\rho_{aa}(t_r) = 0$ , l'atome ne peut être excité en l'absence de champ laser ;
- pour  $t_r > t_\pi$ ,  $\rho_{aa}(\tau|f@t_r) = 0$ , si l'atome se trouve dans l'état fondamental, une fois l'impulsion terminée, il y reste.

L'intégrale 5.27 se réduit donc à :

$$G^{(2)}(\tau) = \int_0^{t_\pi} \rho_{aa}(t_r) \times \rho_{aa}(\tau|f@t_r) dt_r$$

Pour poursuivre le calcul, il nous faut connaître la solution des équations de Bloch optiques (pour la population dans l'état excité) dans deux cas particuliers :

- dans le cas où l'atome est initialement dans l'état fondamental, soumis à un champ laser stationnaire, à résonance. Depuis la formule 5.19, nous savons que la population dans l'état excité est alors proportionnelle à  $\pi_a(t)$ , avec :

$$\pi_a(t) = \frac{\Omega^2}{\Gamma^2 + 2\Omega^2} \left[ 1 - e^{-3\Gamma t/4} \left[ \cosh(\kappa t) + \frac{3\Gamma}{4\kappa} \sinh(\kappa t) \right] \right]$$

où  $\kappa = \sqrt{(\Gamma/4)^2 - \Omega^2}$ .

- dans le cas où la population dans l'état excité est initialement  $\rho_{aa}(0)$ , et qu'il n'y a pas de champ laser. La résolution des équations de Bloch optiques (système 4.4 du chapitre 4), avec  $\Omega = 0$  et  $\delta_L = 0$  donne simplement :

$$\rho_{aa}(t) = \rho_{aa}(0)e^{-\Gamma t}$$

On en déduit tout d'abord que :

$$\forall t_r \in [0, t_\pi], \rho_{aa}(t_r) = \pi_a(t_r)$$

Considérons ensuite les deux cas suivants :

1. **si**  $\tau < t_\pi$  :

- si  $t_r < t_\pi - \tau$  :

l'impulsion excitatrice est allumée durant tout l'intervalle de temps  $[t_r, t_r + \tau]$ . Par conséquent :

$$\rho_{aa}(\tau|f@t_r) = \pi_a(\tau)$$

- si  $t_r > t_\pi - \tau$  :

l'impulsion excitatrice n'est allumée qu'au début de l'intervalle de temps  $[t_r, t_r + \tau]$ , de  $t_r$  à  $t_\pi$ . Elle est ensuite éteinte de  $t_\pi$  à  $t_r + \tau$ . Par conséquent :

$$\rho_{aa}(\tau|f@t_r) = \pi_a(t_\pi - t_r) e^{-\Gamma[\tau - (t_\pi - t_r)]}$$

Il en résulte que :

$$G^{(2)}(\tau) = \int_0^{t_\pi - \tau} \pi_a(t_r) \times \pi_a(\tau) dt_r + \int_{t_\pi - \tau}^{t_\pi} \pi_a(t_r) \times \pi_a(t_\pi - t_r) e^{-\Gamma(\tau + t_r - t_\pi)} dt_r \quad (5.28)$$

2. si  $\tau > t_\pi$  :

l'impulsion  $\pi$  n'est, dans tous les cas, allumée qu'au début de l'intervalle de temps  $[t_r, t_r + \tau]$ , de  $t_r$  à  $t_\pi$ . Elle est ensuite éteinte de  $t_\pi$  à  $t_r + \tau$ . Par conséquent :

$$G^{(2)}(\tau) = \int_0^{t_\pi} \pi_a(t_r) \times \pi_a(t_\pi - t_r) e^{-\Gamma(\tau + t_r - t_\pi)} dt_r \quad (5.29)$$

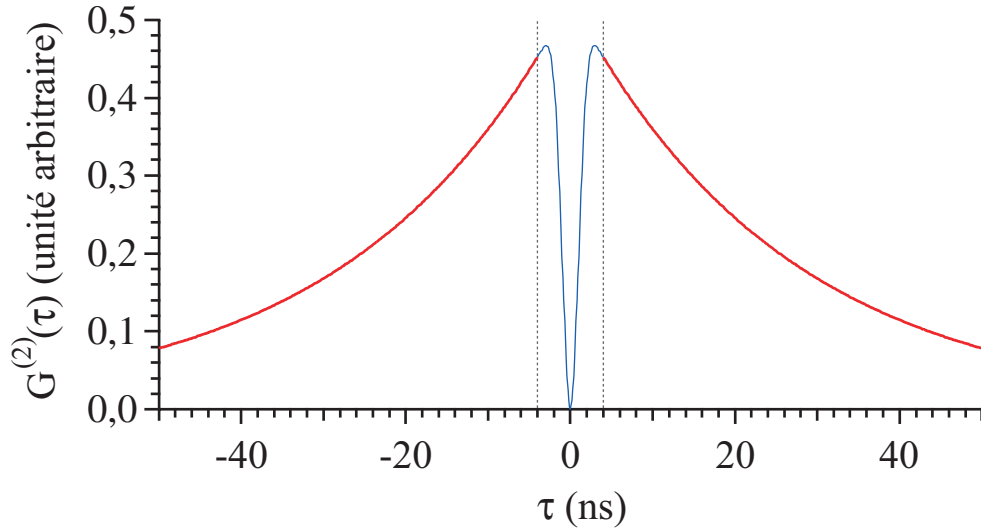


FIG. 5.11 – Courbe théorique du pic résiduel autour de  $\tau = 0$ . Le creux autour du délai nul est la marque d'un phénomène d'anticorrélation. Les deux lignes en pointillé, situées à  $\pm 4$  ns indiquent l'endroit où l'expression de la courbe change. Les valeurs en ordonnées sont celles obtenues à l'aide des formules 5.28 et 5.29 et des valeurs numériques données dans le texte.

Il est maintenant possible, grâce aux formules 5.28 et 5.29 de tracer la courbe théorique du pic de la fonction d'autocorrélation situé autour du délai nul. C'est ce que représente la figure 5.11. Le calcul précédent n'étant valable que pour  $\tau > 0$ , souvenons nous que, d'après la propriété 5.5,  $G^{(2)}(-\tau) = G^{(2)}(\tau)$ . Nous avons utilisées les valeurs numériques suivantes :

- $t_\pi = 4$  ns ;

- $\Omega/2\pi = 1/8$  GHz ;
- $\Gamma/2\pi = 6,1$  MHz [84].

Comme nous l'avons prévu au paragraphe 5.4.4, la fonction d'autocorrélation présente une anticorrélation parfaite en  $\tau = 0$ , matérialisée par le creux situé au milieu, qui descend rigoureusement à 0. Notons que les intégrales des formules 5.28 et 5.29 peuvent s'intégrer formellement (à l'aide d'un programme de calcul formel). On obtient ainsi une formule analytique pour  $G^{(2)}(\tau)$ , toutefois un peu complexe.

### Corrélation de deux impulsions successives

Afin de simuler complètement les données expérimentales de la figure 5.9, l'excitation étant périodique, il nous reste encore à calculer les corrélations de deux impulsions successives rayonnées par un atome unique. Deux impulsions successives étant indépendantes, leurs corrélations sont identiques aux corrélations de deux impulsions rayonnées par deux atomes différents :

$$G^{(1,1)}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{aa}^{(1)}(t_r) \times \rho_{aa}^{(2)}(t_r + \tau) dt_r$$

où  $\rho_{aa}^{(1)}(t_r)$  est proportionnel à la probabilité que l'atome (1) émette un photon à l'instant  $t_r$ , et  $\rho_{aa}^{(2)}(t_r + \tau)$  est proportionnel à la probabilité que l'atome (2) émette un photon à l'instant  $t_r + \tau$ . Il s'agit ici de corrélations classiques entre deux champs rayonnés par deux atomes uniques, dont l'intensité est proportionnelle à la population dans l'état excité (voir la formule 5.17 de ce chapitre ou 4.5 du chapitre précédent).

Nous supposons que, deux atomes initialement dans l'état fondamental, sont illuminés par une impulsion  $\pi$ , de durée  $t_\pi = 4$  ns, débutant à  $t = 0$ . Par conséquent, pour  $t_r < 0$ ,  $\rho_{aa}^{(1)}(t_r) = 0$  (l'atome ne peut être excité avant la mise en place du champ laser), et :

$$G^{(1,1)}(\tau) = \int_0^{+\infty} \rho_{aa}^{(1)}(t_r) \times \rho_{aa}^{(2)}(t_r + \tau) dt_r$$

Par ailleurs, en reprenant les notations du paragraphe précédent :

- $\forall t \in [0, t_\pi], \rho_{aa}^{(i)}(t) = \pi_a(t)$  ;
- $\forall t \in [t_\pi, +\infty], \rho_{aa}^{(i)}(t) = \pi_a(t_\pi) e^{-\Gamma(t-t_\pi)}$ .

Il nous faut alors à nouveau considérer les deux cas de figure suivants :

1. **si**  $\tau < t_\pi$  :

$$\begin{aligned} G^{(1,1)}(\tau) &= \int_0^{t_\pi - \tau} \pi_a(t_r) \times \pi_a(t_r + \tau) dt_r + \int_{t_\pi - \tau}^{t_\pi} \pi_a(t_r) \times \pi_a(t_\pi) e^{-\Gamma(\tau + t_r - t_\pi)} dt_r \\ &\quad + \int_{t_\pi}^{\infty} \pi_a(t_\pi) e^{-\Gamma(t_r - t_\pi)} \times \pi_a(t_\pi) e^{-\Gamma(\tau + t_r - t_\pi)} dt_r \end{aligned} \quad (5.30)$$

2. **si**  $\tau > t_\pi$  :

$$\begin{aligned} G^{(1,1)}(\tau) &= \int_0^{t_\pi} \pi_a(t_r) \times \pi_a(t_\pi) e^{-\Gamma(\tau + t_r - t_\pi)} dt_r \\ &\quad + \int_{t_\pi}^{\infty} \pi_a(t_\pi) e^{-\Gamma(t_r - t_\pi)} \times \pi_a(t_\pi) e^{-\Gamma(\tau + t_r - t_\pi)} dt_r \end{aligned} \quad (5.31)$$



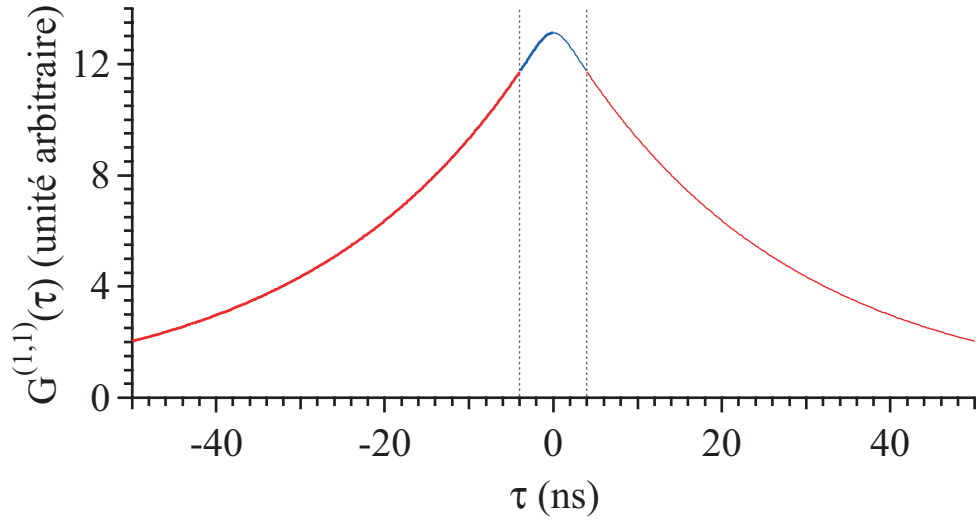


FIG. 5.12 – Courbe théorique des grand pics de la fonction d'autocorrélation en régime impulsionnel. Les deux lignes en pointillé, situées à  $\pm 4$  ns indiquent l'endroit où l'expression de la courbe change. Les valeurs en ordonnées sont celles obtenues à l'aide des formules 5.30 et 5.31 et des valeurs numériques données dans le texte.

Les formules 5.30 et 5.31, nous permettent d'obtenir l'allure théorique des grand pics de la fonction d'autocorrélation en régime impulsionnel. On utilise à nouveau la propriété  $G^{(1,1)}(-\tau) = G^{(1,1)}(\tau)$  ainsi que les valeurs numériques du paragraphe précédent pour obtenir la courbe de la figure 5.12. Encore une fois, il est possible d'obtenir des formules analytiques pour  $G^{(1,1)}(\tau)$ .

Si l'on veut reproduire l'ensemble de la courbe expérimentale de la figure 5.9, il nous suffit de faire la somme d'un pic tel que celui de la figure 5.11 centré autour du délai nul, et de pics tels que celui de la figure 5.12, centrés autour des délais  $nT$ , où  $n$  est un entier, et  $T = 200$  ns est la période de impulsions  $\pi$ . Une telle courbe est reproduite sur la figure 5.13. L'allure arrondie du sommet des grands pics (voir figure 5.12) reproduit bien les données expérimentales, contrairement à la formule approximative 5.21, que nous avons d'abord utilisée pour ajuster nos données, qui donnait des pics pointus. Signalons que cette allure arrondie vient du fait que l'impulsion  $\pi$  est de durée non nulle et que l'atome peut se desexciter avant qu'elle ne soit terminée.

### Comparaison avec l'expérience et discussion

Il est maintenant possible de comparer expérience et théorie. Remarquons tout d'abord que la formule 5.31 est bien une exponentielle décroissante en  $\tau$  :

$$G^{(1,1)}(\tau) = C \exp(-\Gamma\tau)$$

avec

$$C = \int_0^{t_\pi} \pi_a(t_r) \times \pi_a(t_\pi) e^{-\Gamma(t_r - t_\pi)} dt_r + \int_{t_\pi}^\infty \pi_a(t_\pi) e^{-\Gamma(t_r - t_\pi)} \times \pi_a(t_\pi) e^{-\Gamma(t_r - t_\pi)} dt_r$$

La décroissance des pics donne donc la largeur naturelle du niveau excité. Ceci légitime donc la mesure de la durée de vie faite au paragraphe 5.4.4. On peut faire la même remarque au sujet

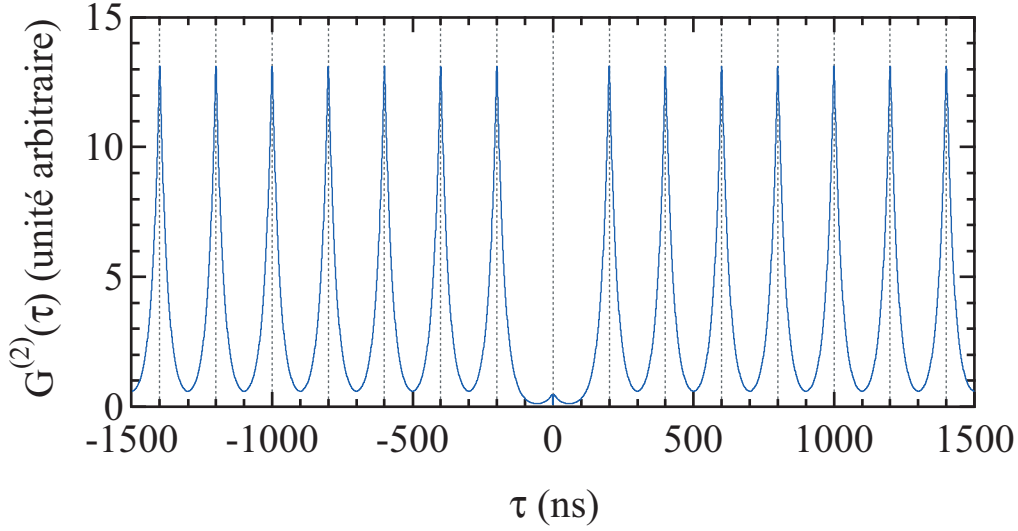


FIG. 5.13 – *Fonction d'autocorrélation théorique en régime impulsionnel. Cette courbe est à comparer avec les données expérimentales de la figure 5.9.*

de la formule 5.29.

Par ailleurs, nous pouvons déduire de notre calcul le rapport de l'aire du pic résiduel autour de 0, sur l'aire des grands pics, on obtient :

$$\frac{\mathcal{A}_{\text{petit}}}{\mathcal{A}_{\text{grand}}} = \frac{2p_2}{p_1^2} = 3,5 \% \quad (5.32)$$

ce qui est en très bon accord avec l'expérience (formule 5.23).

Nous voudrions également remonter aux valeurs théoriques de  $p_1$  et  $p_2$ . La formule 5.32 nous fournit une première relation. Pour en obtenir une deuxième, nous allons supposer à nouveau que la probabilité d'avoir 3 ou plus de photons par impulsion est négligeable devant  $p_1$  et  $p_2$ . Le nombre de photons émis par impulsion s'écrit alors :

$$N_\pi = p_1 + 2p_2$$

Or celui-ci s'obtient aisément à partir des équations de Bloch optiques. Ce calcul a d'ailleurs été fait au paragraphe 4.3.2 du chapitre 4. Nous y avons résolu les équations de Bloch optiques pour un système à deux niveaux, obtenu l'évolution de la population  $\rho_{aa}(t)$  dans le niveau excité 4.19, ainsi que le nombre de photons émis par impulsion pour différentes valeurs de la puissance laser (figure 4.20). Dans le cas d'une impulsion  $\pi$ , on obtient (premier maximum de la figure 4.20 (a)) :

$$N_\pi = \int_0^\infty \Gamma \rho_{aa}(t) dt = p_1 + 2p_2 \sim 1,02 \text{ photons}$$

En combinant cela à la formule 5.32, on déduit :

$$p_1 = 0,984 \quad \text{et} \quad p_2 = 0,017$$

Autrement dit, environ 98,4 % des impulsions contiennent 1 photon et 1,7 % en contiennent 2, ce qui est en très bon accord avec les résultats expérimentaux (formule 5.24).

### Par la méthode des « fonctions d'onde Monte Carlo »

Un calcul plus exact permet de s'affranchir de l'hypothèse  $p_{i+1} \ll p_i$ , où  $p_i$  est la probabilité qu'une impulsion contienne  $i$  photons. Ce calcul, développé dans l'annexe E, est fondé sur la méthode des « fonctions d'onde Monte Carlo ». Il permet notamment d'éviter que  $p_1 + p_2$  soit supérieur à 1 comme dans le cas précédent, où dans le cas de la formule 5.24. Il donne en réalité accès aux différents  $p_i$  indépendamment. La démarche est l'inverse de la précédente : nous cherchons d'abord à connaître  $p_1$  et  $p_2$ , puis nous en déduisons le rapport d'aires attendu pour la courbe de corrélation. Nous ne donnerons ici que les résultats principaux, les calculs étant détaillés dans l'annexe E.

Pour une impulsion excitatrice d'une durée de 4 ns, de fréquence de Rabi  $\Omega/2\pi = 1/8$  GHz et un désaccord nul, on obtient :

- $p_0 = 5,7 \times 10^{-4}$  ;
- $p_1 = 0,9813$  ;
- $p_{\geq 2} = 0,01818$ , qui est la probabilité d'émettre *au moins deux* photons ;

Si l'on suppose que la probabilité d'avoir 3 photons dans une impulsion est négligeable, alors  $p_2 \sim p_{\geq 2}$ . On arrive alors aux conclusions suivantes :

- seuls 1,8 % des impulsions rayonnées par l'atome contiennent deux photons. Les autres en contiennent toutes un.
- Lors d'une mesure d'autocorrélation en intensité, le rapport de l'aire résiduelle du pic autour de  $\tau = 0$  sur l'aire des autres pics doit être :

$$\frac{\mathcal{A}_{\text{petit}}}{\mathcal{A}_{\text{grand}}} = \frac{2p_2}{p_1^2} = 3,6 \%$$

Nos données expérimentales sont par conséquent en très bon accord avec les deux traitements théoriques précédents, à la fois pour le rapport d'aires, et pour l'estimation de  $p_2$ .

#### 5.4.6 Discussion

Les résultats obtenus dans cette partie apparaissent dans les références [122, 123]. Nous avons mesuré la fonction de corrélation en intensité de la lumière rayonnée par l'atome unique soumis à des impulsions  $\pi$  et démontré que nous avons conçu une source efficace de photons uniques à la demande. Nous savions déjà, depuis le chapitre précédent, que l'efficacité quantique d'excitation de l'atome unique était proche de 1. Combinée avec le taux de répétition de 5 MHz, et l'efficacité globale de collection et de détection de 0,6 %, ceci nous a permis d'atteindre un flux de photons appréciable. D'une valeur moyenne de 322 photons/s, sur la totalité de l'expérience, il atteint 29 000 photons/s lorsqu'un atome est présent dans le piège dipolaire. D'après les estimations faites au paragraphe 4.2.3 du chapitre 4, nous pourrions améliorer ce flux d'un facteur 4, en optimisant notre efficacité de collection. Beaucoup de lumière est, en effet, perdue au niveau du trou de filtrage placé devant les photodiodes à avalanche. Il est également possible d'augmenter le flux, en optimisant encore la séquence temporelle expérimentale décrite au paragraphe 5.4.1.

Dans notre expérience, les photons sont émis par « bouffées », quand un atome est présent dans le piège, et par périodes de 115  $\mu$ s. C'est pendant ces « bouffées » que l'on atteint les flux maximum. Par ailleurs, grâce à un taux de répétition élevé de 5 MHz et du fait que la détection est synchronisée sur ces « bouffées », le bruit, dû au coups d'obscurité des APD, ou à la lumière parasite est très bas (voir figure 5.7 du paragraphe ). Autrement dit, la plupart des photons détectés sont « utiles ».

Rappelons que les photons sont émis dans un mode de polarisation  $\sigma^+$ , bien défini par la transition atomique. Toutefois du fait de notre système d'imagerie, 88 % de ces photons sont collectés avec la polarisation  $\perp$ .

La probabilité d'avoir deux photons dans une impulsion, d'environ 1,8 %, est atténuée d'un facteur 30 par rapport à une source poissonnienne. Il est important que ce chiffre soit le plus faible possible, si l'on désire intriquer des atomes ou réaliser de portes logiques de façon conditionnelle. La fidélité de l'opération en dépend [55]. Les mesures sont par ailleurs en très bon accord avec le calcul théorique de la fonction de corrélation du second ordre, ainsi qu'avec des calculs de type Monte Carlo quantique. Notons que la valeur de 1,8 % peut être améliorée. Il suffirait pour cela de réduire la durée des impulsions excitatrices, et ainsi la probabilité que l'atome se désexcite pendant l'impulsion  $\pi$ .

Enfin, souvenons-nous que les photons uniques sont obtenus par émission spontanée, à la suite d'un processus transférant l'atome dans l'état excité de façon cohérente.

Si l'on regarde les flux de photons uniques obtenus avec les sources du domaine de la physique du solide, telles que les centre colorés NV dans le diamant [74], les molécules dans des matrices hôtes [67, 68], ou les puits quantiques [142], on obtient quelques  $10^4$  voir  $10^5$  photons/s en moyenne. De tels flux sont nécessaires pour assurer, dans le domaine de la cryptographie quantique à variables discrète, des échanges de clés secrètes à vitesse suffisante. En comparaison, notre flux de photons est plus faible.

L'intérêt de notre source réside plus dans le fait qu'elle est une démonstration du très bon contrôle de l'émission d'un bit quantique potentiel. Nous bénéficions donc d'un outil indispensable pour mettre en œuvre les protocoles d'intrication conditionnelle [49, 51, 52, 55]. Notre système peut ainsi être intégré dans une architecture d'ordinateur quantique, alliant les qubits stationnaires (des atomes) et les qubits volants (des photons émis par ces atomes) [50, 53, 57].

On peut alors comparer notre source à des systèmes similaires, à savoir un atome [58, 60], ou un ion [59] couplé au mode d'une cavité optique. Tout d'abord, un aspect inédit de notre système est l'absence de cavité, ce qui constitue également une simplification technique. La présence de MIGOU nous permet de collecter suffisamment de photon, sans avoir besoin de stimuler l'émission par le mode d'une cavité.

De plus pour l'ensemble des systèmes cités plus haut l'émission d'un photon se produit à la suite d'un processus adiabatique Raman stimulé par le mode de la cavité. Ceci impose un taux de répétition plus bas que le nôtre, limité à environ 100 kHz. Une fois prises en compte les efficacités d'émission, de collection, et de détection, les flux atteints sont cependant du même ordre de grandeur que pour notre expérience, soit quelques centaines de photons par seconde [59, 61].

Avec les processus Raman utilisés dans les références [58, 59, 60], deux photons ne peuvent être émis par l'atome, à la suite d'un seul transfert adiabatique. En effet, après l'émission, l'atome se trouve dans un état découplé des faisceaux lasers. Il doit être ensuite recyclé pour à nouveau émettre un photon. Dans les expériences portant sur les atomes neutres, deux d'entre eux peuvent cependant se trouver simultanément dans la cavité avec une probabilité non nulle, donnant naissance à des impulsions contenant deux photons [58, 61]. Chez nous, cette situation ne peut se produire grâce au blocage collisionnel. De même ce problème ne se pose pas pour un ion piégé [59].

Enfin, remarquons que du fait d'un taux de répétition relativement élevé et de la façon dont nous synchronisons la détection, le bruit sur nos données expérimentales est relativement faible par rapport à celui observé dans les références [59, 60, 61].