

Une brève introduction aux cristaux phononiques

1.1 Introduction

L'étude de la propagation des ondes élastiques dans les milieux périodiques a connu un renouveau considérable au cours des dix dernières années du fait de l'introduction du concept de *cristal phononique*, des matériaux composites présentant des variations périodiques de leurs constantes élastiques et de leur densité. Ils détiennent de ce fait la particularité de pouvoir prohiber la propagation des ondes élastiques dans une gamme de longueurs d'ondes de l'ordre de la période de la structure. On parle alors, comme en physique du solide, d'un phénomène de *bande interdite*. Ce regain d'intérêt est directement lié à celui qui a été dédié à la propagation des ondes dans les milieux périodiques au sens large, du fait de l'étude et de la réalisation de matériaux micro- et nano-structurés pour l'optique. L'émergence de ces structures artificielles, dites *cristaux photoniques* a ouvert un champ d'investigation nouveau : au niveau fondamental, d'abord, du fait de possibilités inédites de contrôle de la propagation des ondes optiques qu'elles autorisent ; et applicatif ensuite, certains dispositifs photoniques parvenant même à s'imposer comme des composants optiques viables. Les cristaux phononiques s'annoncent tout aussi prometteurs, comme en témoigne le nombre de travaux consacrés à cette activité de recherche.

Cet état de l'art revient sur les concepts nécessaires à l'appréhension des matériaux à bandes interdites élastiques. À ce titre, il s'évertue dans un premier temps à fournir quelques notions sur la propagation des ondes dans les milieux périodiques, avant de s'attarder plus en détail sur les cristaux photoniques puis phononiques. Les différences fondamentales entre ondes élastiques et optiques dans ces structures périodiques y sont d'ailleurs soulignées. Quelques rappels généraux sur la propagation des ondes élastiques dans les milieux homogènes ainsi que sur la piézoélectricité sont ensuite donnés, de sorte à pouvoir aborder plus sereinement les phénomènes de propagation d'ondes dans les cristaux phononiques. Ces derniers sont d'ailleurs mis en exergue dans une troisième partie, où l'on s'efforce de montrer les potentialités offertes par ces matériaux composites. Enfin, dans une dernière partie, il est montré qu'il est possible de mettre à profit

les propriétés respectives des cristaux photoniques et phononiques pour donner naissance à une nouvelle génération de composants élasto-optiques.

1.2 Propagation des ondes dans les milieux périodiques

Avant de nous pencher plus en avant sur la notion de cristal phononique, nous introduisons ici quelques notions très générales sur la propagation des ondes dans les milieux périodiques. À ce titre, nous opérons un bref retour sur quelques principes de base de la physique de la matière condensée, mais aussi sur l'idée fondatrice de la diffraction de Bragg.

1.2.1 Généralités

L'étude de la propagation des ondes dans les structures périodiques est un champ d'investigation commun à maints domaines de la physique. Elle intervient par exemple lors de l'étude de la propagation des vibrations dues aux phonons se propageant dans une maille cristalline, de la diffraction des rayons X ou des ondes optiques en milieu solide ou liquide, des systèmes dits multicouches ou super-réseaux, très prisés dans les domaines optiques comme acoustiques ou encore la physique des semi-conducteurs. Dans tous ces éléments, on retrouve la notion de *bande d'arrêt*, qui définit une gamme angulaire ou fréquentielle pour laquelle toute propagation d'ondes est rendue impossible. Le principe fondateur sous-jacent à l'apparition de ces bandes interdites de quelque nature qu'elles soient (électroniques, électromagnétiques ou encore élastiques), est la diffraction de Bragg. La loi de Bragg a été mise en évidence lors d'expériences consistant à étudier la réflexion de rayons X incidents sur la surface d'un cristal. Elle peut toutefois être observée dans toute structure périodique artificielle, comme nous aurons l'occasion de le constater dans le cas des composites diélectriques ou élastiques. W.H. Bragg et W.L. Bragg ont ainsi observé en 1913 l'apparition de pics de réflexion intenses pour certains angles d'incidence à des longueurs d'ondes spécifiques. Ils ont interprété ces résultats en assimilant le cristal à une structure consistant en un arrangement périodique de plans parallèles, expliquant ainsi le spectre en réflexion obtenu par un phénomène d'interférences entre ondes X. Les ondes réfléchies par les couches successives n'interfèrent constructivement que si la différence de chemin de propagation est multiple de 2π ,

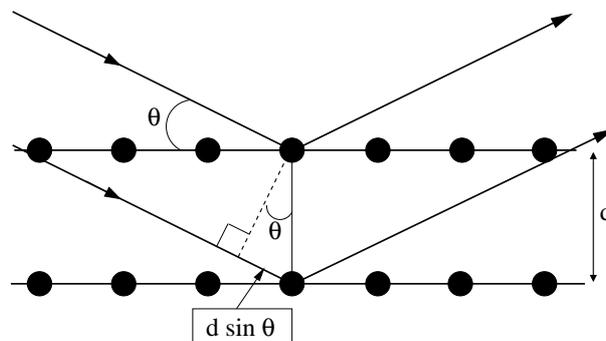


FIG. 1.1 – Illustration de la loi de Bragg.

conduisant à l'énonciation de la loi de Bragg, qui peut se déduire assez intuitivement de l'optique géométrique, comme l'illustre la figure 1.1 :

$$n\lambda = 2d \sin \theta \quad (1.1)$$

où n est un entier naturel, λ désigne la longueur d'onde du faisceau incident, d la distance entre deux plans successifs du réseau cristallin et θ l'angle formé par le faisceau incident et la face d'entrée du cristal. Les plans satisfaisant à la condition d'interférences constructives sont les plans de Bragg qui délimitent la première zone (ou zone irréductible) de Brillouin, concept détaillé en annexe A, et sur lequel nous reviendrons largement tout au long de ce manuscrit.

La formulation de Bragg part du principe que la réflexion des rayons X se fait de façon spéculaire sur un plan, et ne prend pas en compte la diffusion de l'onde incidente sur chaque atome constituant le réseau. La formulation de Von Laue, permet de s'affranchir de cette hypothèse. Dans le cadre de ce modèle, le cristal est assimilé à un ensemble d'atomes identiques tous susceptibles, et ce de façon indépendante, de jouer le rôle de diffuseur pour une onde incidente de longueur d'onde de l'ordre du pas du réseau. Dans ce contexte, la condition d'interférences constructives en chaque point est donnée par :

$$d(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = 2\pi n \quad (1.2)$$

\mathbf{k} et \mathbf{k}' désignent les vecteurs d'ondes des ondes incidentes et réfléchies respectivement.

La transposition de ce type d'analyse aux ondes électromagnétiques s'est faite en deux temps. Elle a d'abord permis de généraliser les travaux théoriques initiés par Lord John Rayleigh en 1887 sur la propagation des ondes optiques dans un milieu périodique unidimensionnel, contribuant ainsi au développement des multicouches, encore connus sous la dénomination de miroirs de Bragg. Ces derniers consistent en un arrangement périodique de couches diélectriques alternées d'indices de réfraction différents (les indices n_H et n_B désignent respectivement les milieux d'indices haut et bas sur la figure 1.2).

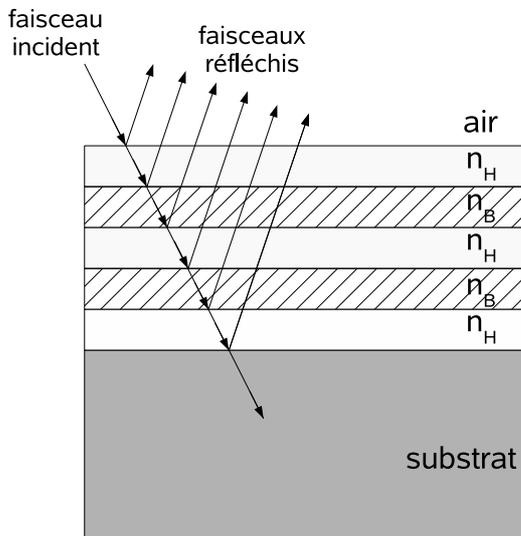


FIG. 1.2 – Principe de fonctionnement d'un miroir de Bragg.

Ils ont connu un vif succès dans le domaine des lasers à puits quantiques : les miroirs de Bragg intégrés dans les cavités lasers à semi-conducteurs (les DBR lasers, pour *Distributed Bragg Reflectors*) en sont un des exemples les plus convaincants. Des coefficients de réflexion au-delà de 99,9% dans la gamme angulaire et de longueurs d'onde de fonctionnement du miroir peuvent être aisément obtenus. Ces multicouches reposent donc sur un principe similaire à celui de la réflexion de Bragg, mais là où la différence d'indice de réfraction perçue par les rayons X est fine, de l'ordre de 1 pour 10 000, ne permettant d'obtenir que des pics de diffraction de largeur spectrale très faible, la différence d'indice encourue par les ondes optiques dans un composite diélectrique peut, elle, atteindre des valeurs de l'ordre de l'unité. Cette propriété offre donc une certaine latitude quant à la gamme de fonctionnement de l'empilement.

Mais c'est l'extension de ce principe à des systèmes périodiques bi- ou tridimensionnels qui nous intéresse plus particulièrement ici. L'utilisation de la simple formulation de Bragg, scalaire, ne suffit alors plus à rendre compte des phénomènes observés. On se voit alors contraint d'employer le formalisme de la propagation d'ondes mis en place initialement pour l'étude théorique des structures de bandes des matériaux semi-conducteurs.

1.2.2 Les cristaux photoniques

Les matériaux à bandes interdites pour les ondes électromagnétiques ont naturellement acquis la dénomination de *crystal photonique*, même s'il est rare que les aspects proprement quantiques y jouent un rôle. Quelques grandes réalisations ayant trait à ces structures périodiques sont ici rapportées. L'idée n'est pas de dresser un état de l'art exhaustif sur les développements réalisés sur ces matériaux, mais plutôt de fournir quelques éléments à des fins de comparaison avec les cristaux phononiques sur lesquels nous nous pencherons bien évidemment plus avant.

Bandes interdites complètes

En 1987, deux articles parus simultanément dans la revue *Physical Review Letters* évoquent la possibilité d'obtenir des systèmes interdisant la propagation des ondes électromagnétiques dans une certaine gamme de fréquences, à l'image des réflecteurs de Bragg, mais qui resteraient pour leur part insensibles à l'angle d'incidence (donc à la direction de propagation) de l'onde. Par analogie à la physique des semi-conducteurs, les auteurs de ces articles, à savoir Eli Yablonovitch des laboratoires Bell dans le New Jersey (États-Unis) d'une part et Sajeev John de l'université de Princeton d'autre part, émettent l'hypothèse suivant laquelle une périodicité spatiale tridimensionnelle de l'indice de réfraction, avec une période de l'ordre de la longueur d'onde, peut conduire à l'apparition de bandes interdites pour les ondes électromagnétiques, pouvant de ce fait induire une localisation des radiations électromagnétiques dans des volumes de l'ordre de la longueur d'onde [1, 2]. La particule élémentaire mise en jeu étant le photon, la terminologie de *bande interdite photonique* et de *crystal photonique* est adoptée. L'idée initiale était d'inhiber le procédé d'émission spontanée dû aux transitions radiatives dans les semi-conducteurs.

L'obtention de bandes interdites pour les ondes électromagnétiques est bien sûr soumise à nombre

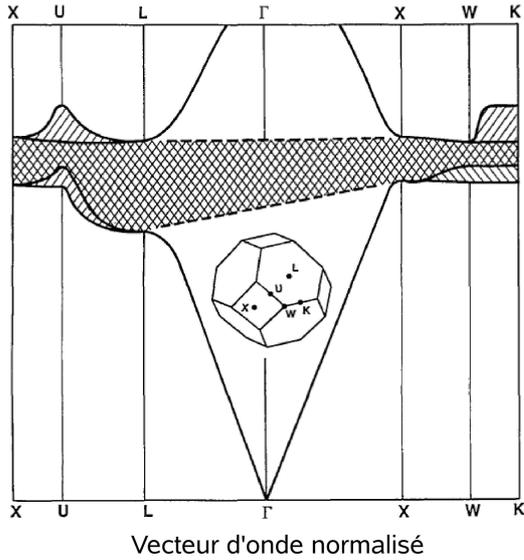


FIG. 1.3 – Diagramme de bandes pour une structure cubique à faces centrées (CFC) composée de sphères vides dans une matrice diélectrique. La première zone de Brillouin pour un tel réseau est représentée en encart. D’après [3]

de conditions, soit géométriques, soit liées aux matériaux constitutifs du système. Notamment, Yablonovitch énonce très tôt que le rapport d’indices minimum nécessaire à l’obtention d’une bande interdite pour les ondes électromagnétiques se situe aux alentours de 2 [3].

Les premières tentatives de conception de cristaux photoniques ont surtout mis en jeu des méthodes empiriques se fondant sur la symétrie du système étudié. Yablonovitch est ainsi arrivé à la conclusion que la probabilité d’obtention d’une bande interdite complète, c’est-à-dire pour toute direction de propagation, était intimement liée à la forme de la première zone de Brillouin du réseau périodique. La position de la bande interdite suivant une direction de l’espace étant fonction de la longueur du vecteur d’onde dans cette zone, il en a ainsi déduit qu’un recouvrement des différentes bandes directionnelles (ou *pseudo-gaps*, comme on les appelle parfois) se produirait plus probablement dans une structure présentant une zone de Brillouin quasi-sphérique. Le réseau commun répondant le plus à cette condition étant le réseau cubique à faces centrées (CFC ou FCC *Face-Centered-Cubic*) illustré sur la figure 1.3, il s’est donc trouvé au centre des premières considérations expérimentales de l’existence des bandes interdites photoniques.

Une série de travaux a donc suivi, mais dans le domaine fréquentiel des micro-ondes dans un premier temps. En effet, les difficultés de fabrication considérables qui auraient été rencontrées dans le cadre d’une seule démonstration de principe à des longueurs d’onde optiques (fabrication de réseaux tridimensionnels avec un paramètre de maille inférieur au micron) se sont en effet révélées rédhibitoires. Néanmoins, les matériaux choisis pour la réalisation du composite sont restés dans des gammes de rapports d’indices accessibles en optique (inférieurs à 3,6). Il n’a donc pas été fait usage des larges différences d’indice qu’il est possible d’obtenir en micro-ondes par souci de généralisation des résultats obtenus par simple application d’une loi d’échelle sur le pas du réseau et la fréquence centrale de la bande interdite. Il a ainsi été démontré que des inclusions vides de 6 mm de rayon dans une matrice d’alumine (Al_2O_3) dans un réseau cubique à faces centrées légèrement modifié permettaient l’ouverture d’une bande interdite complète

pour les micro-ondes centrée autour de 15 GHz [3]. Parallèlement à ces activités expérimentales, plusieurs groupes de recherche ont amorcé des développements théoriques visant à rendre compte de la dispersion des ondes optiques dans ces structures périodiques. Les théoriciens se sont alors largement inspirés de la physique du solide, traitant le problème de la propagation des ondes dans ces milieux à constantes diélectriques variant périodiquement comme celui, scalaire, des électrons dans les potentiels périodiques. Les équations d'ondes optiques ont ainsi été ramenées à une forme proche de celle de l'équation de Schrödinger dans un potentiel électrique périodique dans les trois dimensions de l'espace. Les fonctions de Bloch-Floquet sont par là-même devenues un outil indispensable à la modélisation des cristaux photoniques. Le théorème du mathématicien Gaston Floquet a en effet été introduit en physique par Felix Bloch en 1928 qui a ainsi démontré que la fonction d'onde ϕ d'une particule, en l'occurrence un électron dans un milieu périodique, pouvait s'écrire sous la forme du produit d'une onde plane, présentant une dépendance exponentielle, et d'une fonction périodique $u_k(\mathbf{r})$ de période égale à celle du réseau :

$$\phi_k(\mathbf{r}) = u_k(\mathbf{r}) e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (1.3)$$

Le vecteur \mathbf{k} intervenant dans cette expression est appelé vecteur d'onde de Bloch.

L'idée est alors de réécrire l'équation d'onde électromagnétique, tirée des équations de Maxwell, en exprimant les champs sous la forme de modes de Bloch. La périodicité spatiale de l'indice de réfraction est explicitement prise en compte. La périodicité du système permet alors d'appliquer le formalisme lié aux zones de Brillouin et de calculer des diagrammes de bandes pour les modes optiques comme on a l'habitude de les calculer pour les électrons dans les solides.

D'un point de vue théorique, les premiers travaux traitant du sujet se sont néanmoins révélés peu concluants, les bandes interdites prévues ne correspondant pas à l'expérience [4, 5, 6]. Il a en effet été montré que le modèle scalaire était inadéquat à la simulation des cristaux photoniques et qu'il était indispensable de prendre en compte l'aspect vectoriel de la propagation des ondes électromagnétiques [7, 8].

D'autres méthodes de fabrication, plus aisées à mettre en œuvre, ont par la suite été développées, permettant de confirmer expérimentalement l'existence de ces bandes interdites dans le régime micro-ondes [11]. Différents travaux ont ensuite tenté de réduire l'échelle des structures afin d'atteindre les fréquences optiques, mais c'est finalement l'émergence des systèmes d'opales artificielles auto-assemblées, des suspensions colloïdales de billes de silice [12] qui a réellement permis d'envisager la possibilité de mettre au point des cristaux photoniques 3D présentant des dimensions de l'ordre de 100 à 200 nm. En particulier, les structures dites *opales inversées* (voir figure 1.4a) telles qu'introduites par Wijnhoven et Vos [9] ont depuis confirmé la possibilité d'obtenir des bandes interdites complètes aux fréquences optiques. Les techniques de fabrication de ces opales artificielles ont maintenant atteint une maturité suffisante pour autoriser la réalisation de structures complexes [10], comme l'illustre par exemple la figure 1.4b. Il n'en reste pas moins que la fabrication d'autres types de cristaux photoniques 3D demeure une difficulté majeure. Ce dernier point, allié à la faible possibilité d'intégration des opales dans des circuits photoniques

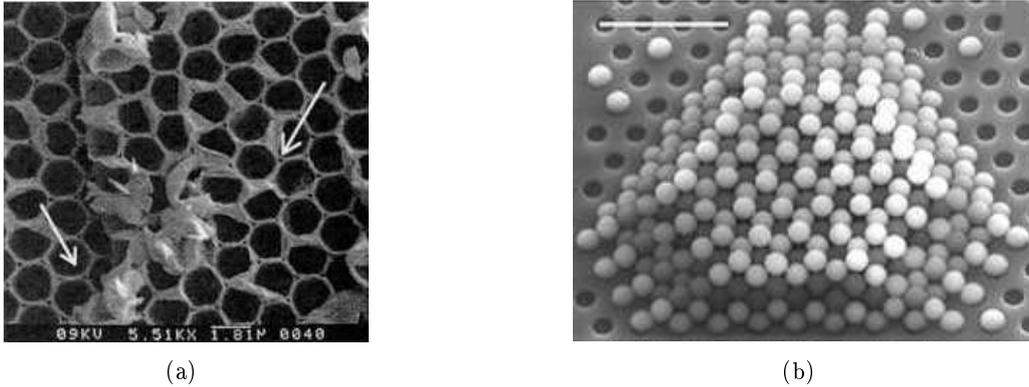


FIG. 1.4 – Images prises au microscope électronique à balayage : (a) un réseau tridimensionnel d’opales inversées. Le cristal photonique consiste en un arrangement de billes d’air dans une matrice de dioxyde de titane. D’après [9]. (b) Opales directes en silice arrangées suivant une structure cristalline de type diamant. Le cristal est obtenu après assemblage et gravure sèche [10].

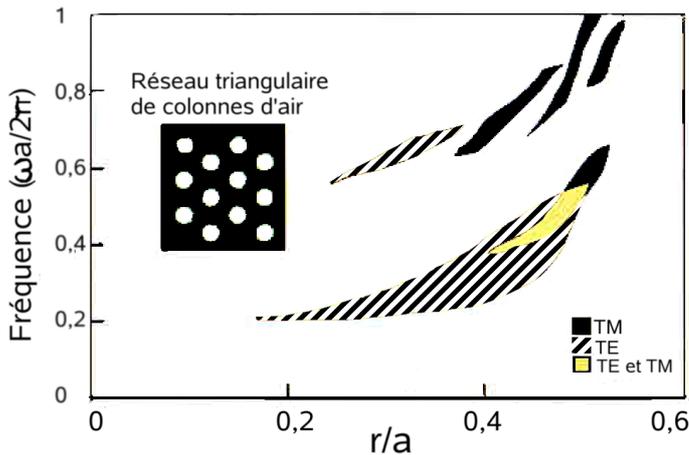


FIG. 1.5 – *Gap map* pour un réseau triangulaire de cylindres d’air inscrits dans un diélectrique tel que $\epsilon = 11.4$. Une bande interdite complète s’ouvre lorsque les bandes interdites pour les deux polarisations se superposent. D’après [8].

conventionnels, a poussé au développement de cristaux photoniques bidimensionnels.

Les cristaux photoniques 2D consistent en un arrangement périodique de cylindres parallèles d’indice distinct de celui de la matrice les environnant. Les bandes interdites photoniques produites par ces structures ne permettent bien sûr qu’une inhibition de la propagation d’ondes dans le plan transverse aux inclusions cylindriques, la laissant presque libre dans la troisième direction.

Il se pose toutefois un problème fondamental lié à la polarisation des ondes optiques dans un réseau bidimensionnel. En effet, les polarisations dites TE (pour *Transverse Electrique*, champ électrique transverse à la direction de propagation de l’onde) ou TM (pour *Transverse Magnétique*) présentent des relations de dispersion distinctes, rendant difficile l’obtention de bandes interdites complètes au sens propre du terme, c’est-à-dire quelles que soit la direction (dans le plan) *et* la polarisation de l’onde incidente. La figure 1.5 montre par exemple les positions re-

latives des bandes interdites pour les deux polarisations dans le cas d'un réseau triangulaire de cylindres d'air dans une matrice diélectrique. On y constate l'ouverture d'une première bande interdite pour les modes TE pour un cristal de rapport rayon sur période de maille (r/a) compris entre 0,2 et 0,5. La propagation des modes TM, dans cette même gamme de rapports de dimension, n'est prohibée que pour des r/a compris entre 0,4 et 0,5. Il n'est donc possible d'observer une bande interdite complète que pour ces derniers paramètres géométriques.

Les cristaux photoniques 2D demeurent pourtant un support intéressant dans la mesure où ils rendent l'étude de la plupart des phénomènes clé liés aux bandes interdites photoniques possibles, même si l'on se limite parfois à ne considérer qu'une des deux polarisations pour une structure donnée. Ils présentent par ailleurs l'avantage de pouvoir être réalisés en utilisant des techniques relativement standard de microfabrication préalablement développées pour la microélectronique, notamment la lithographie électronique et l'usinage par gravure ionique. Au-delà du seul silicium, il a été possible de bénéficier des capacités d'usinage des matériaux semi-conducteurs optiquement actifs (comme l'arseniure de gallium, le phosphore d'indium...), ce qui a ouvert des perspectives considérables quant à la réalisation de dispositifs pour l'optique intégrée. L'une des structures les plus largement employées, et sur laquelle nous reviendrons dans la suite de ce manuscrit, consiste à inscrire la structure périodique dans une couche guidante diélectrique superposée à un substrat d'indice de réfraction plus faible (*photonic crystal slab* en anglais), comme le montre la figure 1.6. En plus de s'affranchir des difficultés de réalisation de structures périodiques qui ne peuvent en aucun cas se ramener au cas idéal du cristal à proprement parler 2D, du fait de la profondeur inéluctablement finie en pratique du cristal, ces structures présentent deux avantages notables :

- elles autorisent un confinement quasi-tridimensionnel des ondes, le guidage dû à l'indice de réfraction plus élevé de la couche photonique assurant le confinement de l'onde dans la direction parallèles aux cylindres,
- elles permettent d'envisager une intégration directe à des systèmes complexes d'optique intégrée.

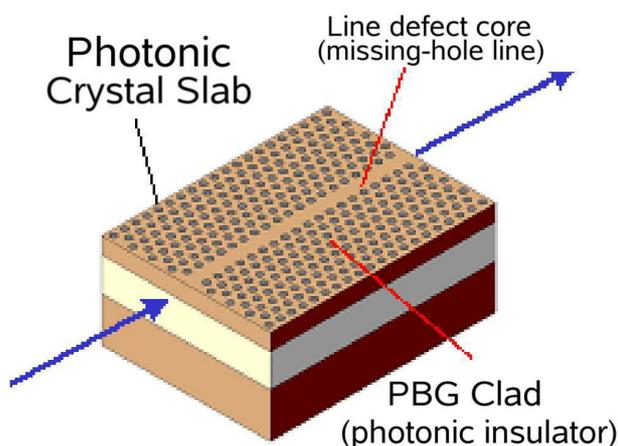


FIG. 1.6 – Schéma de principe d'un *photonic crystal slab*. Le cristal photonique est ici muni d'un guide d'ondes. D'après Notomi *et al.* [13].

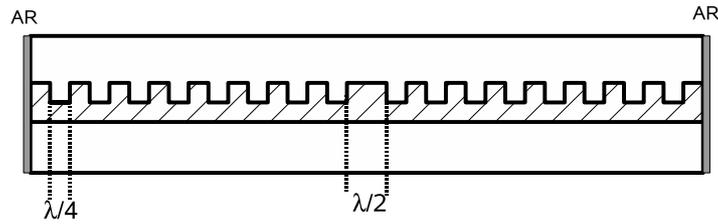


FIG. 1.7 – Schéma de principe d'un laser à contre-réaction distribuée. La zone hachurée représente l'empilement de Bragg, de période $\lambda/4$ au sein duquel un défaut de longueur $\lambda/2$ a été inséré. Le réseau complet peut donc être vu comme une cavité Fabry-Pérot entourée de deux miroirs de Bragg. Deux couches anti-réfléchissantes (AR) complètent le laser.

Il a donc suivi un développement rapide des activités de recherche dédiées aux cristaux photoniques bidimensionnels. Nous ne dresserons pas ici un état de l'art des avancées théoriques, technologiques et applicatives liées à ces systèmes ; il dépasserait en effet le cadre de cette étude. Nous allons toutefois nous intéresser aux phénomènes liés aux modes dits de défauts introduits dans un cristal 2D.

Modes de défaut

Si le principe du dopage a encore contribué à enrichir les phénomènes physiques attachés aux semi-conducteurs, on peut alors concevoir que l'introduction d'un effet équivalent dans les cristaux photoniques puisse également ouvrir de nouvelles perspectives. La notion de *modes de défaut* a ainsi été introduite, quasi-simultanément à celle de bande interdite [1, 2]. Le concept est donc d'affecter la symétrie du cristal par altération de l'indice de réfraction d'une ou plusieurs cellules élémentaires en introduisant un matériau diélectrique de haut indice dans une zone de bas indice, ou inversement. Une fois encore, l'idée n'est pas totalement nouvelle en optique, puisqu'elle est déjà largement employée dans les systèmes unidimensionnels. Les Lasers à contre-réaction distribuée (plus connus sous la terminologie de *Distributed Feed Back Lasers*, DFB) en sont certainement le plus illustre exemple. La cavité laser consiste en un milieu amplificateur d'épaisseur $\lambda/2$ entourés de deux miroirs de Bragg de période $\lambda/4$ (figure 1.7). Le milieu amplificateur correspond donc à un défaut de la structure périodique complète formée par les deux réflecteurs. Le mode admis par le défaut de la structure est réfléchi par les miroirs, le système formant ainsi une cavité Fabry-Pérot.

Du point de vue des cristaux photoniques, en particulier des cristaux 2D, l'altération d'une cellule unique dans la structure par élimination ou remplacement d'un des cylindres constituant le réseau, induit l'apparition d'un mode localisé : on crée ainsi une cavité qui, si elle est correctement conçue, supporte un mode dont la fréquence est comprise dans la bande interdite du cristal parfait l'entourant (figure 1.8a). Le mode reste ainsi *piégé* au niveau du défaut [14]. L'intérêt d'une telle structure est en particulier de pouvoir réaliser des cavités résonantes à très haut facteur de qualité, pour des applications relatives à la création de sources optiques par exemple [15].

Cette capacité de confinement de la lumière peut également être exploitée pour réaliser des

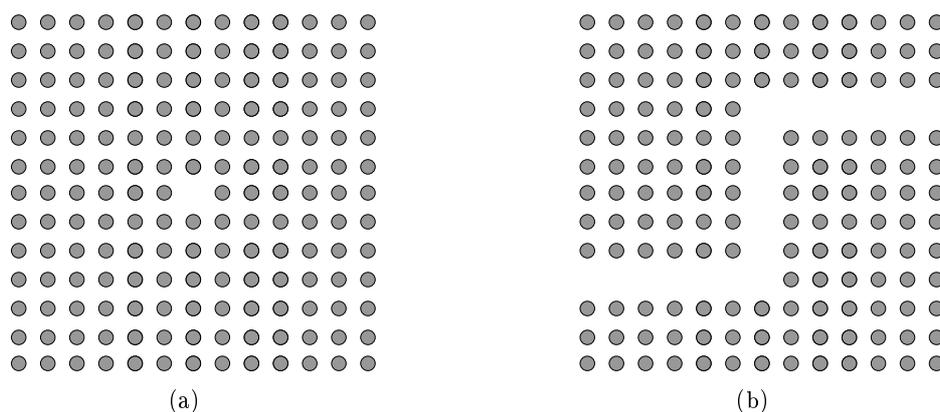


FIG. 1.8 – Exemples de défauts dans une structure photonique bidimensionnelle parfaite. (a) cavité, (b) guide.

guides d'ondes. Cette fois-ci, au lieu de n'affecter qu'une des cellules du réseau, il s'agit de modifier une rangée du cristal pour réaliser une ligne de guidage au sein de la structure parfaite. Toute radiation incidente de fréquence comprise dans la bande interdite sera donc contrainte de se propager le long de ce défaut linéaire. L'avantage remarquable de ces guides à cristaux photoniques, comparativement aux guides optiques classiques dont le fonctionnement repose sur le phénomène de réflexion totale, est la possibilité de produire des structures présentant des courbures très importantes, en principe sans perte pour le signal optique. En effet, dans tout guide conventionnel, y compris dans les fibres optiques, la présence de courbures modifie l'angle d'incidence de l'onde propagative. Le vecteur d'onde ne remplissant plus les conditions de réflexion totale, la lumière tend à fuir au niveau des points de courbure du guide. Le mécanisme de guidage par bande interdite intervenant dans les cristaux photoniques permet de s'affranchir de ces pertes de propagation. Ainsi, en plus de guides droits classiques, des guides imposant un changement abrupt de la direction de propagation [16] (figure 1.8b), mais aussi des dispositifs plus complexes, comme des systèmes de démultiplexage en longueur d'onde [17], ont également pu être démontrés.

En plus de ces simples fonctions de filtrage ou de guidage, les cristaux photoniques 2D ont permis de mettre en évidence plusieurs phénomènes originaux, sur lesquels nous reviendrons lors de notre introduction aux bandes interdites élastiques. Parmi d'autres, on peut mentionner les effets de réfraction négative [18, 19], super-prismes [20], ou encore de lumière lente (*slow light* [21]), qui sont actuellement au centre d'efforts de recherche significatifs.

Il n'en reste pas moins que si ces cristaux photoniques bidimensionnels sont riches d'applications potentielles, la dimension finie du système dans la direction transverse au plan du réseau demeure un facteur limitant. Les *slabs* ont certes permis de s'affranchir d'une partie des limitations induites, mais ils ne permettent pas d'étudier de façon rigoureuse les phénomènes de propagation dans le cas d'un signal se propageant dans la direction normale au cristal. Il faudrait pour cela pouvoir fabriquer une structure d'extension véritablement infinie devant la longueur d'onde, ce qui n'est guère envisageable avec les procédés de microfabrication classiques, qui ne

permettent finalement d'atteindre que des profondeurs souvent inférieures au millimètre. Ce sont finalement les *fibres à cristaux photoniques* qui ont rendu possible cette coexistence entre dimensions submicroniques et métriques. Nous finissons donc cette brève intrusion dans le domaine des cristaux photoniques en évoquant les grandes avancées relatives, du point de vue optique dans un premier temps, à cette activité de recherche qui a connu un essor considérable au cours de la dernière décennie. Nous aurons d'ailleurs l'occasion de constater dans la suite de ce manuscrit que les applications de ces fibres ne se limitent pas à l'optique.

Fibres à cristaux photoniques

Les fibres optiques classiques sont des guides d'ondes cylindriques à saut ou à gradient d'indice constituées d'un cœur de haut indice en silice dopée entouré d'une gaine de silice d'indice de réfraction plus faible. Le guidage se fait donc par réflexion totale de l'onde optique. Le diamètre du cœur et le contraste d'indice conditionnent le nombre de modes susceptibles de se propager dans la structure. Une fibre optique peut en général être monomode sur une gamme de longueurs d'onde et d'angles d'incidence donnée.

Les premières fibres fonctionnelles pour des applications aux télécommunications optiques ont été fabriquées en 1970 au sein des laboratoires Corning. Et c'est justement autour de cette période que l'idée d'utiliser un phénomène de réflexion totale lié à la présence d'un miroir périodique plutôt que par contraste d'indice a par ailleurs émergé. Yeh *et al.* [22] avaient alors proposé une fibre consistant en un miroir de Bragg enroulé de façon à laisser un cœur de bas indice au sein duquel la propagation par réflexion totale pourrait s'opérer. Ces fibres de Bragg ont à l'époque été jugées peu propices à la réalisation de fibres fonctionnelles, du fait de la grande difficulté de fabrication d'une telle structure. Il a d'ailleurs fallu attendre plus de deux décennies et les travaux de Johnson *et al.* en 2001 [23] pour en voir une réalisation pratique.

Peu avant, pourtant, en 1996, les fibres qui allaient recevoir la dénomination de *fibres à cristaux photoniques* (*Photonic Crystal Fibres*, PCF's, ou bien encore *holey fibres* pour fibres à trous) voyaient le jour à l'université de Bath en Grande-Bretagne, au sein de l'équipe de Philip St J. Russell. Ces fibres présentent un réseau photonique bidimensionnel, constitué de trous dans la silice, la troisième dimension du réseau étant normale à la section de la fibre. La première fibre photonique proposée par Knight *et al.* [24] en 1996 n'exploite toutefois pas les propriétés de bandes interdites des cristaux photoniques. Cette fibre constituée d'un cœur plein et d'une gaine microstructurée par des trous de 300 nm de diamètre espacés de 2 à 3 μm tire profit de la différence d'indice effectif introduite par les trous d'air entre le cœur et la gaine pour guider les ondes optiques par réflexion totale à l'interface. Le rapport diamètre sur période des trous, trop faible, n'autorise alors pas d'envisager l'existence d'une bande interdite complète dans la gaine. C'est pourtant ce type de structuration qui est exploité pour la réalisation de fibres possédant la remarquable propriété de rester monomodes quelle que soit la longueur d'onde (la fameuse *endlessly single mode* PCF [25], illustrée sur la figure 1.9a). Trois ans plus tard, Cregan *et al.* [26], toujours à l'université de Bath, proposent une fibre à cœur creux où le confinement de l'onde optique est cette fois-ci assuré par l'effet de bande interdite dû à la microstructuration de la

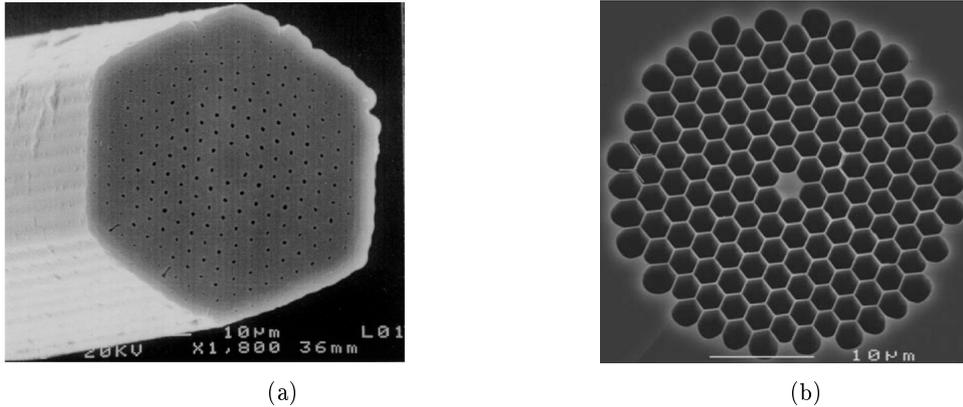


FIG. 1.9 – Images prises au microscope électronique à balayage (a) d'une *Endlessly single mode photonic crystal fibre* [25] (b) et d'une fibre photonique hautement non-linéaire (www.crystal-fibre.com).

gaine. Les perspectives offertes sont nombreuses. On s'attend en effet à ce que la propagation dans le cœur creux permette de réduire encore les pertes de propagation ou de s'affranchir des phénomènes rédhibitoires liés à l'injection de fortes puissances dans les fibres [27]. Un autre point, peut-être plus intéressant encore, consiste à remplir ce cœur d'espèces gazeuses par exemple, ouvrant la porte à l'exaltation de multiples phénomènes, non-linéaires notamment [28]. Sur ce dernier aspect, des PCF's présentant un cœur plein entouré d'une gaine photonique avec une fraction surfacique d'air importante se sont montrées dotées de très forts coefficients non-linéaires (voir figure 1.9b). Un des plus beaux exemples de réalisation expérimentale faisant usage d'une telle fibre est la génération de super-continua de lumière blanche, sources très prometteuses pour des applications à la spectroscopie [29, 30]. Les fibres photoniques sont d'ailleurs à l'heure actuelle les seuls composants fondés sur les bandes interdites photoniques à avoir bénéficié d'un véritable transfert technologique. Les compagnies Blaze Photonics, issue de l'université de Bath, puis Crystal Fibers, associée au groupe de Andrei Bjarklev à l'université de Copenhague au Danemark, ont pu procéder à une commercialisation des PCF's.

Il aura donc fallu près d'un siècle pour transposer les principes liés aux bandes interdites de la physique du solide vers l'électromagnétisme. En revanche, l'émergence des cristaux photoniques a très rapidement laissé penser que ces phénomènes de filtrage et de confinement dus à la périodicité d'un système donné pouvaient être observés pour tout type d'ondes, en particulier pour les ondes élastiques.

1.3 Les cristaux phononiques

Si le concept de *crystal phononique* ne voit réellement le jour qu'en 1993, la première étude de la propagation des ondes élastiques dans des structures périodiques tridimensionnelles a été effectuée par Liu *et al.* en 1990 [31]. Le cristal artificiel étudié consiste en un réseau de colloïdes sphériques immergées dans l'eau. Les expériences en question, dont le traitement théorique com-

plet a été réalisé *a posteriori* par Jing *et al.* [32, 33], se sont dans un premier temps contentées de déterminer la dispersion des phonons dans l'arrangement colloïdal. Liu *et al.* émettent pourtant déjà l'hypothèse d'obtenir des phénomènes de localisation des ondes élastiques, à l'image de ce qui a été proposé pour les ondes optiques. La première observation d'un phénomène de *repliement de bandes* lié à la périodicité du milieu, dans le cas unidimensionnel tout au moins, a été rapportée en tant que telle pour la première fois en 1992 par Dutcher *et al.* [34]. Notons toutefois ici que ce phénomène était déjà bien connu dans le domaine des ondes de surface : la notion de *bande d'arrêt* est largement répandue auprès des concepteurs de transducteurs ou réflecteurs à peignes interdigités. Mais il faudra attendre les travaux de Kushwaha *et al.* [35] et d'Economou et de Sigalas [36] sur la propagation des ondes élastiques dans des réseaux bi- ou tridimensionnels pour initier véritablement cet intérêt aujourd'hui croissant pour les cristaux dits *phononiques*.

Cette partie est donc consacrée à un état de l'art de la recherche actuelle sur les matériaux à bandes interdites élastiques. Cette introduction aux cristaux phononiques ainsi que les travaux rapportés dans ce manuscrit nécessitant quelques notions générales de propagation des ondes élastiques, nous revenons d'abord sur les concepts d'ondes élastiques d'une part, et de piézoélectricité d'autre part.

1.3.1 Généralités sur les ondes élastiques et la piézoélectricité

Propagation des ondes dans un milieu élastique

La théorie de l'élasticité a pour objectif d'étudier les phénomènes mécaniques mis en jeu lors de l'application d'une force à un corps donné. Ces forces affectent la forme comme le volume du corps étudié. Chaque point du corps subit donc un changement de position mesuré par un *vecteur déplacement* \mathbf{u} . La connaissance du vecteur de déplacement fournit un moyen de remonter aux déformations \mathbf{S} subies par le solide :

$$S_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (1.4)$$

où la convention de sommation implicite d'Einstein sur les indices répétés est entendue. Un solide élastique retrouve son état initial lorsque les forces extérieures qui lui sont appliquées sont annulées. Cet effet met en jeu des contraintes internes \mathbf{T} qui, au repos, s'annulent avec les déformations. Ces deux grandeurs sont liées par la loi de Hooke :

$$T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl} \quad (1.5)$$

Le tenseur des contraintes et des déformations étant symétriques ($T_{ij} = T_{ji}$) et $\S_{kl} = \S_{lk}$, les constantes élastiques c_{ijkl} caractéristiques du matériau, sont telles que :

$$c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{jilk}$$

c étant le tenseur des rigidités élastiques, de rang 4. L'équation (1.3.1) peut donc être écrite :

$$T_{ij} = c_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \quad (1.6)$$

La symétrie des tenseurs \mathbf{T} et \mathbf{S} en implique une également pour le tenseur des rigidités : il reste inchangé par permutation des deux premiers indices ou des deux derniers.

Par ailleurs, la loi de conservation de la quantité de mouvement impose :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ji}}{\partial x_j} + \mathbf{F}_i \quad (1.7)$$

ρ désignant la densité du corps et \mathbf{F}_i les forces extérieures mises en jeu. Une reformulation de cette dernière équation en utilisant la relation (1.6) permet d'obtenir l'équation de propagation, qui en l'absence de force extérieure se ramène à :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} \quad (1.8)$$

Pour un solide isotrope, le tenseur des rigidités C présente une invariance vis-à-vis des axes de référence du système : les propriétés du solide sont les mêmes quelle que soit la direction de l'espace considérée. Dans ce cas, deux paramètres suffisent à caractériser la relation liant les contraintes aux déformations : il s'agit par exemple des coefficients de Lamé λ et μ qui permettent de reformuler la loi de Hooke :

$$T_{ii} = \lambda S \delta_{ij} + 2\mu S_{ij}, \quad (1.9)$$

δ étant le symbole de Kronecker, ce qui revient à exprimer les constantes élastiques sous la forme :

$$c_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu \delta_{il} \delta_{jk} \quad (1.10)$$

Dans un milieu isotrope, les coefficients de Lamé autorisent donc, au même titre que les constantes élastiques, à remonter à la vitesse des modes élastiques.

Les fluides peuvent d'ailleurs être traités comme des solides isotropes, moyennant une adaptation du tenseur des rigidités élastiques (injection, par exemple, des coefficients de compressibilité). L'exemple du vide sera d'ailleurs traité au chapitre 3.

Dans les cristaux, la symétrie du tenseur des rigidités et le nombre de constantes élastiques indépendantes sont directement conditionnés par la classe de symétrie du cristal. Par exemple, pour le niobate de lithium, matériau trigonal de classe $3m$, le tenseur C possède 6 composantes indépendantes.

Milieu piézoélectrique

Le formalisme précédent ne décrit que les propriétés élastiques du solide. La prise en compte de la piézoélectricité, phénomène clef dans nombre d'applications liées aux ondes élastiques,

nécessite la mise en place d'un formalisme plus élaboré, qui est ici introduit après un rapide historique.

Historique – Alors même que les mécanismes de propagation des ondes élastiques, en particulier dans le cadre de la séismologie, faisaient l'objet d'études poussées, Pierre et Jacques Curie découvraient en 1880 un moyen de générer artificiellement ces ondes. La piézoélectricité est la propriété que présentent certains cristaux, de classes bien définies, de convertir les contraintes qui leur sont appliquées en charges électriques à leurs surfaces (effet piézoélectrique direct). Inversement, l'application d'un champ électrique entraîne une déformation mécanique du cristal (effet piézoélectrique inverse). Ce dernier effet permet alors de concevoir des systèmes dans lesquels la génération des ondes serait contrôlée. Les premières applications de cet effet piézoélectrique restent pourtant fondées sur l'effet direct : la balance à quartz permet en effet, par mesure des variations de la fréquence de vibration du cristal, de déterminer la masse déposée à sa surface. Il faudra attendre 1918 et la première guerre mondiale pour voir émerger des dispositifs actifs, avec le développement du SONAR (*SOund Navigation And Ranging*), rendu possible par les progrès réalisés en électronique à cette époque. Le SONAR fait usage des effets piézoélectriques inverse et direct : un transducteur (soit, un convertisseur électro-acoustique) est employé pour générer une onde élastique dans l'eau. Tout objet distant situé sur le trajet de l'onde sonore conduira à la réflexion de cette dernière, générant un écho pouvant être détecté par le transducteur, se comportant alors comme un dispositif passif. Depuis, la piézoélectricité a trouvé ses lettres de noblesse dans le domaine du traitement du signal acoustique : lignes à retard, résonateurs, filtres à ondes de volume et de surface. Ces composants actifs et passifs sont maintenant largement utilisés dans le domaine des télécommunications radio-fréquence (sans fil) : le principe fondamental reste à l'heure actuelle inchangé, les principaux développements ayant eu trait à la conception et aux substrats employés pour la réalisation de ces dispositifs.

Propagation des ondes planes dans un milieu piézoélectrique – Du point de vue du formalisme mathématique, la piézoélectricité est décrite par le système d'équations suivant :

$$T_{ij} = c_{ijkl}^E S_{kl} - e_{lij} E_l, \quad (1.11)$$

$$D_i = e_{ikl} S_{kl} + \epsilon_{ij} E_j \quad (1.12)$$

Les e_{ikl} sont les composantes du tenseur piézoélectrique et ϵ_{ij} celles du tenseur diélectrique. Les E_j et D_i sont celles du champ de déplacement électrique et du champ électrique respectivement. Fahmy et Adler [37] ont exploité ces équations initiales pour mettre en place une méthode générale de résolution des problèmes de propagation d'ondes planes monochromatiques dans un solide piézoélectrique. Ils ont cherché à écrire le problème sous forme matricielle, en posant pour inconnues les déplacements et les contraintes du système et en ne faisant intervenir comme coefficients que des grandeurs directement dépendantes des propriétés intrinsèques du substrat de propagation, à savoir les vitesses de propagation des ondes élastiques ainsi que les constantes du

matériau. A cette fin, les champs élastiques ont été considérés comme présentant une dépendance exponentielle du type :

$$\exp [j\omega(t - s_1x_1 - s_2x_2 - s_3x_3)]$$

où les s_i sont les composantes du vecteur des lenteurs de l'onde élastique (dont le module est l'inverse de la vitesse de propagation de l'onde). La formulation de Fahmy-Adler reste dans le cadre de l'approximation quasi-statique, valide du fait de l'écart considérable entre les vitesses des ondes électromagnétiques et élastiques, où l'on suppose :

$$E_l = - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_l} \right) \quad (1.13)$$

où le potentiel électrique Φ présente une dépendance harmonique $\Phi = \Phi_0 \exp [j\omega t (-s_i x_i)]$. Si l'on substitue aux composantes du tenseur des déformations leur expression en fonction des champs de déplacements élastiques donnée dans l'équation (1.4), il est possible, en utilisant les propriétés de symétrie du tenseur élastique sur les indices k et l , de récrire les équations (1.11) et (1.12) sous la forme :

$$T_{ij} = -j\omega s_l (c_{ijkl}^E u_k + e_{lij} \Phi), \quad (1.14)$$

$$D_i = -j\omega s_l (e_{ikl} u_k - \epsilon_{il} \Phi) \quad (1.15)$$

L'introduction des notions de déplacements et de contraintes généralisés $\tilde{\mathbf{u}}$ et $\tilde{\mathbf{T}}$ telles que définies par Peach [38] permet d'écrire plus simplement les équations (1.14) et (1.15) :

$$\tilde{\mathbf{T}}_i = -j\omega (s_1 A_{i1} + s_2 A_{i2} + s_3 A_{i3}) \tilde{\mathbf{u}} \quad (1.16)$$

avec

$$\tilde{\mathbf{u}} = (u_1 \ u_2 \ u_3 \ \Phi)^T, \quad (1.17)$$

$$\tilde{\mathbf{T}}_i = (T_{i1} \ T_{i2} \ T_{i3} \ D_i)^T \quad (1.18)$$

Les coefficients des matrices A_{ij} sont pour leur part seulement fonction des constantes du matériau :

$$\mathbf{A}_{ij} = \begin{pmatrix} c_{i11j}^E & c_{i12j}^E & c_{i13j}^E & e_{ji1} \\ c_{i21j}^E & c_{i22j}^E & c_{i23j}^E & e_{ji2} \\ c_{i31j}^E & c_{i32j}^E & c_{i33j}^E & e_{ji3} \\ e_{i1j} & e_{i2j} & e_{i3j} & -\epsilon_{ij} \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

De façon assez similaire, il est possible de récrire deux des équations décrivant le comportement dynamique du matériau dans le cadre de l'approximation quasi-statique, à savoir l'équation de

Poisson d'une part :

$$\frac{\partial D_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.20)$$

et la relation fondamentale de la dynamique d'autre part :

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial v_j}{\partial t} \quad (1.21)$$

en les combinant sous la forme :

$$-\omega^2 \tilde{\rho} \tilde{\mathbf{u}} = -j\omega s_i \tilde{\mathbf{T}}_i \quad (1.22)$$

$\tilde{\rho}$ est alors la densité du matériau et s'écrit sous forme matricielle :

$$\tilde{\rho} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

On choisit enfin d'exprimer le problème complet de la propagation d'ondes préférentiellement en fonction des composantes transverses des contraintes, que nous poserons comme étant \tilde{T}_2 . Ces grandeurs transverses présentent en effet l'avantage d'être continues au passage d'une interface, ce qui n'est pas nécessairement le cas des composantes \tilde{T}_1 et \tilde{T}_3 . Pour ce faire, on réécrit tout d'abord l'équation (1.16) comme :

$$s_2 \tilde{\mathbf{u}} = -\mathbf{A}_{22}^{-1} [\tau_2 + (s_1 \mathbf{A}_{21} + s_3 \mathbf{A}_{23}) \tilde{\mathbf{u}}] \quad (1.24)$$

où τ_i n'est autre que le tenseur des contraintes à un coefficient $j\omega$ près ($\tau_i = \tilde{T}_i / j\omega$). Il est ainsi possible d'exprimer \tilde{T}_1 et \tilde{T}_3 en fonction de $\tilde{\mathbf{u}}$ et \tilde{T}_2 en réinjectant l'équation précédente dans (1.16). Si l'on réarrange maintenant l'équation (1.22), il devient possible de n'écrire τ_2 qu'en fonction des lenteurs de l'onde élastique ainsi que des propriétés du matériau supportant la propagation :

$$\begin{aligned} s_2 \tau_2 &= -[\tilde{\rho} + s_1^2 (\mathbf{A}_{12} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{21} - \mathbf{A}_{11}) + s_3^2 (\mathbf{A}_{32} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{23} - \mathbf{A}_{33}) \\ &\quad + s_1 s_3 (\mathbf{A}_{12} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{23} + \mathbf{A}_{32} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{21} - \mathbf{A}_{13} - \mathbf{A}_{31})] \tilde{\mathbf{u}} \\ &\quad + (s_1 \mathbf{A}_{12} \mathbf{A}_{22}^{-1} + s_3 \mathbf{A}_{32} \mathbf{A}_{22}^{-1}) \tau_2 \end{aligned} \quad (1.25)$$

On peut ainsi finalement définir le vecteur d'état $\mathbf{h} = (\tilde{\mathbf{u}} \tau_2)^T$ qui est solution du problème aux valeurs propres :

$$s_2 \mathbf{h} = \mathbf{M} \mathbf{h} \quad (1.26)$$

\mathbf{M} est une matrice de dimension 8, composée de quatre sous-matrices de rang 4 :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix}$$

avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{11} &= \mathbf{A}_{22}^{-1} (s_1 \mathbf{A}_{21} + s_3 \mathbf{A}_{23}) \\ \mathbf{M}_{12} &= \mathbf{A}_{22}^{-1} \\ \mathbf{M}_{21} &= \tilde{\rho} + s_1^2 (\mathbf{A}_{12} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{21} - \mathbf{A}_{11}) + s_3^2 (\mathbf{A}_{32} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{23} - \mathbf{A}_{33}) \\ &\quad + s_1 s_3 (\mathbf{A}_{12} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{23} + \mathbf{A}_{32} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{21} - \mathbf{A}_{13} - \mathbf{A}_{31}) \\ \mathbf{M}_{22} &= - (s_1 \mathbf{A}_{12} + s_3 \mathbf{A}_{32}) \mathbf{A}_{22}^{-1} \end{aligned} \quad (1.27)$$

Les valeurs propres de la matrice \mathbf{M} correspondent aux lenteurs des modes transverses susceptibles de se propager dans le milieu, alors que les vecteurs propres associés permettent de remonter à la polarisation des modes. Il est ainsi possible, en ne disposant que des informations relatives aux lenteurs des modes et aux propriétés physiques du milieu de déterminer les propriétés de propagation des modes élastiques dans un solide piézoélectrique en configuration ondes planes.

Cette introduction, quelque peu abrupte, à la formulation de Fahmy-Adler prendra sens au chapitre 3 de ce manuscrit, où elle sera exploitée pour le calcul des diagrammes de bandes d'un cristal phononique piézoélectrique.

Différents types d'ondes

Nous avons vu que la propagation des ondes élastiques résultait d'un équilibre entre les forces appliquées au solide faisant office de milieu de propagation et les forces élastiques internes de "rappel". Dans un volume, ces forces peuvent être des forces de *compression* ou de *cisaillement*, impliquant ainsi la propagation d'ondes du même type. Ces ondes peuvent se propager de façon découplée (milieu isotrope) ou non (solide anisotrope). Mais les milieux élastiques peuvent aussi, dans le cas où le substrat de propagation est de dimension finie, supporter d'autres types d'ondes, dont les propriétés de propagation sont liées aux conditions aux limites imposées. Nous donnons ici quelques notions générales sur la propagation des ondes élastiques dans différentes configurations.

Ondes de volume – On considère ici le cas de la propagation d'une onde élastique dans un solide d'extension spatiale infinie. On cherche alors une solution de l'équation de propagation sous la forme d'une onde plane monochromatique progressive se propageant suivant une direction définie par un vecteur d'onde \mathbf{k} :

$$u_i = U_i \exp[j(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{x})] \quad (1.28)$$

On peut réécrire cette expression en employant le vecteur des lenteurs tel que $\mathbf{k} = \omega \mathbf{s}$, en lieu et place du vecteur d'onde :

$$u_i = U_i \exp[j\omega(t - \mathbf{s}\mathbf{x})] \quad (1.29)$$

En substituant cette expression dans l'équation de propagation (1.8) et en définissant un vecteur unitaire \mathbf{n} tel que $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{s}}{|\mathbf{s}|} = \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|}$, on obtient l'équation dite de Christoffel :

$$\rho v^2 u_i = c_{ijkl} n_j n_k u_l \quad (1.30)$$

où v est la vitesse de propagation de l'onde élastique. En introduisant le tenseur du second ordre Γ , dit tenseur de Christoffel, tel que $\Gamma_{il} = c_{ijkl} n_j n_k$, l'équation de Christoffel s'écrit :

$$\Gamma_{il} u_l = \rho v^2 u_i \quad (1.31)$$

Une fois encore, du fait de la symétrie du tenseur de rigidité élastique, le tenseur de Christoffel est symétrique et admet des valeurs propres réelles et des vecteurs propres orthogonaux.

En régime d'ondes planes, l'équation de propagation a donc pour solution des modes élastiques dont la polarisation est un vecteur propre de Γ , les valeurs propres nous permettant de remonter aux vitesses. Dans le cas le plus général, il existe dans chaque direction trois modes de vitesses non nulles susceptibles de se propager dans le milieu infini. L'onde dont la polarisation est la plus proche de la direction de propagation est dite *quasi-longitudinale* (onde de compression), les deux autres ondes sont dites *quasi-transverses* (ondes de cisaillement) horizontale et sagittale. Dans tous les cas, et ce quelle que soit la direction de propagation des ondes, l'onde quasi-longitudinale est plus rapide que les deux ondes quasi-transverses. De plus, ces ondes ne deviennent complètement longitudinales ou transverses que selon des directions de propagation bien spécifiques dans les cristaux.

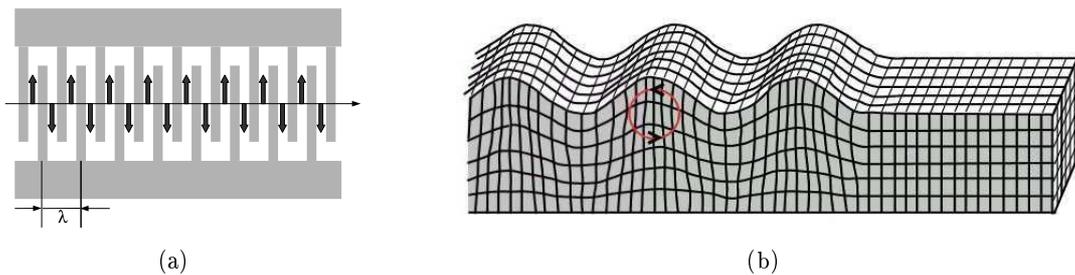


FIG. 1.10 – (a) Schéma de principe du fonctionnement d'un transducteur à peignes interdigités. Le champ électrique est alterné entre les électrodes. λ désigne la longueur d'onde centrale d'émission. (b) Ondulation de la surface correspondant au passage d'une onde de Rayleigh.

Ondes de Rayleigh – Si l'on impose maintenant une limite physique au milieu de propagation, comme par exemple une surface libre homogène, les conditions aux limites mécaniques comme électriques induites vont affecter les propriétés des ondes se propageant dans le milieu. Dans ce

cas précis, il existe un type particulier d'ondes dont l'amplitude décroît exponentiellement avec la profondeur et n'affecte donc le substrat que sur une épaisseur de l'ordre de la longueur d'onde du mode. Ces *ondes de surface* présentent en effet un vecteur déplacement dont la composante normale est évanescence. Cette famille de modes est bien connue des géophysiciens. En particulier, les ondes dites de *Rayleigh*, découvertes par Lord John Rayleigh en 1885, ont fait l'objet de nombreuses études. Ces ondes se propagent à une vitesse inférieure à celle des ondes de volume et sont de polarisation elliptique ; leurs composantes longitudinale et transverse demeurant donc couplées et en quadrature de phase. De plus, les ondes de Rayleigh ne sont pas dispersives et présentent une atténuation quasi-nulle lors de leur propagation dans un substrat (et nulle en l'absence de pertes). Elles ont acquis, depuis les travaux de White et Voltmer en 1965 [39] une importance considérable dans le domaine des composants à ondes élastiques. Les ondes de Rayleigh peuvent en effet être aisément générées à la surface d'un matériau piézoélectrique à l'aide de deux électrodes disposées sous la forme de peignes interdigités, la période du peigne fixant la longueur d'onde d'émission et son agencement la direction de propagation (cf. figure 1.10). Ces transducteurs à peignes interdigités (en anglais *InterDigitated Transducers*, IDT's) seront d'ailleurs largement employés pour la caractérisation des cristaux phononiques fabriqués dans le cadre de cette thèse.

Il existe par ailleurs des *pseudo-ondes de surface* qui apparaissent dans certains cristaux. On peut concevoir ces ondes comme étant issues du couplage entre les deux types d'ondes précédents. Une pseudo-onde de surface ne reste donc plus confinée à la proche surface du substrat. Elle présente de plus une atténuation non nulle lors de sa propagation.

On peut également évoquer ici le cas des ondes de *Stoneley*, ondes susceptibles de se propager le long d'une interface entre deux solides et présentant un caractère évanescence. Elles sont en ce sens très analogues aux ondes de Rayleigh et exhibent d'ailleurs aussi une polarisation elliptique.

Ondes de Lamb – Lorsque la longueur d'onde de l'onde élastique devient comparable à l'épaisseur du substrat de propagation, celui-ci se comporte comme un guide d'onde. Si le milieu est limité par deux surfaces libres parallèles, on constate, entre autres, la formation d'ondes de *Lamb* (nommées ainsi en hommage à l'importante contribution d'Horace Lamb). On peut concevoir certains de ces modes de Lamb comme deux modes de Rayleigh se propageant chacune sur une des surfaces. La distance entre les deux surfaces étant de quelques longueurs d'onde, on assiste à un couplage des ondes de surface donnant naissance à des déformations symétriques ou antisymétriques de la plaque : les ondes de Lamb. Ces ondes dispersives peuvent ainsi mettre en mouvement la totalité de la plaque.

Ondes de Love – Une plaque d'épaisseur de l'ordre de la longueur d'onde reposant sur une couche semi-infinie (cas, par exemple, d'une couche sur un substrat) autorise le guidage partiel de plusieurs modes qui sont évanescents dans le substrat. On parle alors d'ondes de *Love*, découvertes en 1911 par Augustus Love. La vitesse de propagation de cette onde est comprise entre les vitesses transverses des deux milieux. Les ondes de Love ne peuvent d'ailleurs exister sans pertes que si

la vitesse transverse du substrat est supérieure à celle de la couche. La profondeur de pénétration de l'onde augmente avec l'ordre du mode à fréquence donnée et décroît avec la fréquence pour un mode fixé. On peut parler de conditions de rayonnement et de fréquences de coupure qui vont définir la zone de fonctionnement dans laquelle une onde peut être considérée comme guidée.

Cette classification des ondes guidées est très académique et tout à fait réductrice, ne rendant nullement compte de la richesse des phénomènes de propagation des ondes élastiques. Il existe par exemple des ondes de surface ou d'interface de polarisation transverse ou encore générale. Nous nous sommes ici contentés d'introduire très brièvement des notions génériques utiles à la compréhension de la suite de ce manuscrit. Pour un traitement beaucoup plus exhaustif du sujet, nous suggérons au lecteur de se référer aux ouvrages de Auld [40], ou encore de Royer et Dieulesaint [41].

1.3.2 Les cristaux phononiques : état de l'art

Émergence du concept

Le concept de *cristal phononique*, c'est-à-dire de matériau composite périodique bi- ou tridimensionnel permettant l'ouverture de bandes interdites pour les ondes élastiques, a été introduit de façon quasiment simultanée par Kushwaha *et al.* [35] d'une part, et Economou et Sigalas [36] d'autre part en 1993. Pour ces auteurs, si la seule mise en évidence des propriétés liées à la périodicité du matériau présente un intérêt certain d'un point de vue purement fondamental, les possibilités d'applications des cristaux phononiques justifient plus encore leur étude : structures anti-vibratoires ou encore transducteurs figurent parmi les premiers systèmes évoqués. D'autres applications évidentes sont rapidement envisagées : systèmes d'isolation phonique [42, 43], structures anti-sismiques [44], filtrage et traitement du signal acoustique, etc.

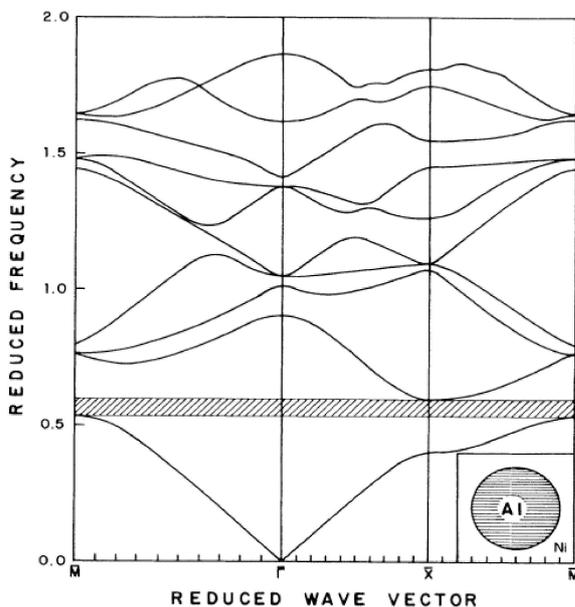


FIG. 1.11 – Structure de bandes pour un cristal phononique parfait consistant en un arrangement de tiges d'aluminium dans une matrice de nickel. D'après [35].

Les travaux théoriques présentés dans l'article fondateur de Kushwaha [35] traitent un exemple simple de réseau périodique bidimensionnel dont le diagramme de bandes est illustré sur la figure 1.11 : des cylindres d'aluminium dans une matrice de nickel. Les matériaux considérés sont isotropes, seuls les vecteurs d'onde dans le plan sont pris en compte et, par souci de simplification des équations et d'illustration du principe, le cas d'une onde purement transverse seulement est considéré. Les difficultés liées à un traitement théorique complet de ces cristaux phononiques sont d'ailleurs soulignées. L'aspect vectoriel de la propagation des ondes électromagnétiques avait déjà notablement compliqué le traitement de la propagation d'ondes en milieu périodique. Les cristaux phononiques et les ondes élastiques imposent de franchir un nouveau cap. Ces dernières présentent à la fois des polarisations longitudinales et transverses qui ne peuvent dans le cas général pas être considérées comme découplées. Kushwaha *et al.* résument d'ailleurs dans un tableau reproduit ici (voir tableau 1.1) les propriétés fondamentales régissant la propagation des ondes électroniques, électromagnétiques et optiques dans les structures périodiques.

1.3 Les cristaux phononiques

Propriété	Cristal <i>électronique</i>	Cristal <i>photonique</i>	Cristal <i>phononique</i>
Matériaux	Cristallin (naturel ou obtenu par croissance)	Composé de deux matériaux diélectriques	Composé de deux matériaux élastiques
Paramètres	Constantes universelles, nombres atomiques	Constantes diélectriques des constituants	Densités, vitesse du son dans les constituants
Constante de maille	1 - 5 Å (microscopique)	0.1 μm - 1 cm (mésoscopique ou macroscopique)	Mésoscopique ou macroscopique
Ondes	de Broglie (électrons) ψ	Électromagnétiques ou lumineuses (photons) \mathbf{E}, \mathbf{B}	Vibratoires ou sonores (phonons) \mathbf{u}
Polarisations	Spin (haut et bas)	Transverse : $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$ ($\nabla \cdot \mathbf{E} \neq 0$)	Trans.-longit. ($\nabla \cdot \mathbf{u} \neq 0$, $\nabla \times \mathbf{u} \neq 0$)
Équation différentielle	$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V(r)\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$	$\nabla^2 \mathbf{E} - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) = \frac{\epsilon(\mathbf{r})}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$	$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) + \frac{\partial}{\partial x_l} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \right) \right] \right\}$ (milieu isotrope)
Particules libres	$W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ (électrons)	$\omega = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} k$ (photons)	$\omega = c_{t,l} k$ (phonons)
Bande interdite	Augmente avec le potentiel dans le cristal ; pas d'état électronique possible	Augmente avec $ \epsilon_a - \epsilon_b $; pas de photons, pas de lumière	Augmente avec $ \rho_a - \rho_b $; pas de vibration, pas de son
Gamme spectrale	Ondes radio, micro-ondes, optique, rayons X	Micro-ondes, optique	$\omega \lesssim$ qq GHz

TAB. 1.1: Propriétés clés pour l'étude des structures de bandes dans les matériaux tridimensionnels isotropes. D'après [35]

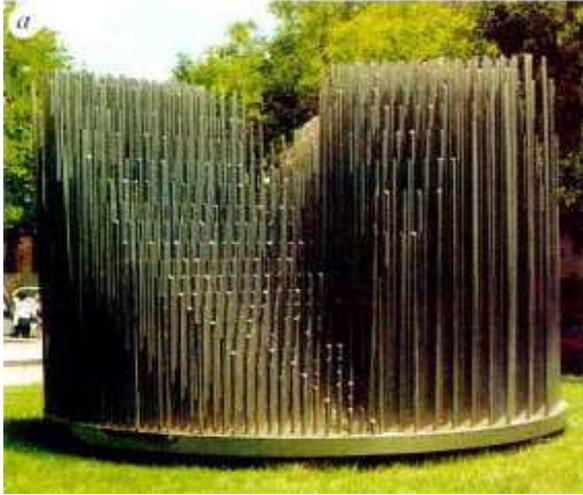


FIG. 1.12 – Sculpture minimaliste de l'artiste Eusebio Sempere, qui a servi de support à la première démonstration expérimentale de bandes interdites pour les ondes élastiques. D'après [46].

On doit la généralisation de ces outils théoriques à Economou et Sigalas [36]. Si ces derniers ont restreint leurs travaux à un cas isotrope, un système tridimensionnel sans hypothèse préalable de découplage entre ondes longitudinales et transverses est étudié. Ils établissent avec Kushwaha et Halevi [45] quelques règles de base pour le dimensionnement de structures bidimensionnelles à bandes interdites complètes :

- la topologie de réseau la plus favorable à l'ouverture de bandes interdites complètes est donnée comme étant la topologie dite *cermet* (une contraction céramique-métal, en référence au matériau composite éponyme), dans laquelle chaque inclusion est isolée. La vitesse de l'onde dans le matériau constituant l'inclusion doit être inférieure à celle dans le matériau constituant la matrice,
- les structures de type diamant ou CFC sont préférables, la seconde se révélant encore plus concluante,
- le contraste de vitesses entre matrice et inclusion doit être élevé,
- le rapport entre les vitesses transverses et longitudinales pour les deux matériaux doit être le plus faible possible,
- le rapport entre les densités joue également un rôle important.

L'ensemble de ces conditions rend particulièrement difficile l'obtention de bandes interdites complètes pour les ondes élastiques. Economou et Sigalas démontrent néanmoins théoriquement l'existence d'une telle bande dans un cristal de type CFC constitué d'une matrice en silicium ou en béryllium et d'inclusions sphériques en or ou en plomb. Du point de vue expérimental, les cristaux phononiques bénéficient en revanche d'un avantage considérable par rapport à leurs homologues optiques. Les ondes élastiques existent en effet sur une très large gamme de fréquence s'étendant du Hertz, dans le cas des ondes sismiques, au gigaHertz, comme dans les réseaux de télécommunication sans fil. Les dimensions du cristal étant directement dépendantes de la longueur d'onde de travail, l'intégralité des effets de bandes interdites peut être démontrée sur des structures de dimensions macroscopiques et donc aisément réalisables. C'est ainsi que la première démonstration expérimentale d'une bande interdite pour les ondes élastiques n'a même pas néces-

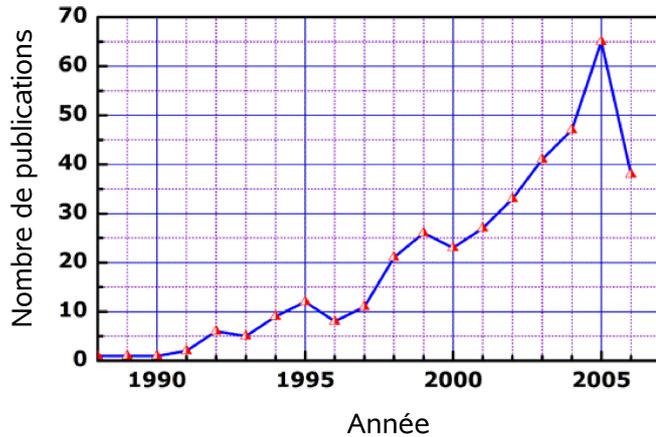


FIG. 1.13 – Évolution du nombre de publications ayant trait aux matériaux à bandes interdites élastiques de 1988 à août 2006. D’après [52].

sité la fabrication d’un dispositif dédié : Rosa Martinez-Sala et ses collaborateurs de l’université de Valence ont en effet employé comme objet de travail une sculpture minimaliste de l’artiste espagnol Eusebio Sempere exposée à la *Juan March Foundation* à Madrid [46] (figure 1.12). En entourant de microphones cette sculpture constituée de cylindres d’acier de 2,9 cm de diamètre disposés selon un réseau carré de 10 cm de paramètre de maille, ils ont pu constater une atténuation du signal transmis dans une fine gamme de fréquence autour de 2 kHz. Une étude théorique postérieure montrera certes qu’il ne s’agissait là que de bandes interdites directionnelles (on parle encore de *pseudo-gaps*), mais ces travaux marquent tout de même la première démonstration expérimentale de l’existence de bandes interdites pour les ondes élastiques de volume dans une structure périodique bidimensionnelle. De nombreux composites susceptibles de présenter des bandes interdites complètes ont ensuite été proposés [47, 48]. La première démonstration expérimentale ne viendra toutefois que trois ans plus tard, réalisée par l’équipe de Léon Dobrzynski à Lille [49] d’une part, et par cette même équipe espagnole d’autre part, en collaboration avec l’équipe de Jose Sanchez-Dehesa de l’université de Madrid [50]. Cette dernière communication introduit également la notion de *bandes sourdes* (en anglais *deaf bands*), des branches particulières de la structure de bandes du cristal qui ne peuvent être excitées expérimentalement, et ne donnent donc pas lieu à des transmissions. Montero de Espinosa *et al.* [51] proposeront ensuite une structure consistant en un arrangement de cylindres de mercure dans une matrice d’aluminium qui permet de s’affranchir de ces bandes sourdes.

Ces premières démonstrations ont conduit à une croissance considérable du nombre de travaux dédiés aux cristaux phononiques, engouement qui n’a cessé de croître à l’heure actuelle comme l’illustre la figure 1.13. De nombreux composites pertinents ont ainsi été proposés, l’objectif étant dans un premier temps de concevoir des cristaux *soniques* capables d’atténuer les ondes acoustiques dans les fréquences audibles [53]. Ces dernières s’étendant de 20 Hz à 20 kHz, les cristaux phononiques se doivent de présenter des dimensions au-delà du mètre, ce qui limite grandement les possibilités de mise en place d’un tel système anti-bruit. Des alternatives fondées sur l’utilisation de structures naturelles, par exemple des rangées d’arbres, ont été suggérées mais restent

encore actuellement au stade de simples démonstrations de principe [43]. D'autres structures susceptibles d'atténuer largement les ondes élastiques ont alors été rapportées par l'équipe de Zhengyou Liu à l'université de Hong Kong [54]. L'idée est d'introduire localement des diffuseurs résonants qui permettent au matériau de présenter des constantes élastiques négatives dans une gamme de fréquences bien définie. Il est ainsi possible de concevoir des cristaux dont le paramètre de maille peut être jusqu'à deux ordres de grandeur inférieur à la longueur d'onde de fonctionnement. Le concept se révèle très intéressant dans le cadre d'applications de filtrage des fréquences audibles dans la mesure où il permet de réduire très notablement la dimension des structures phononiques nécessaires à l'atténuation d'ondes sonores. Dans une gamme de fréquence encore plus faible, la réalisation de structures capables d'atténuer des ondes sismiques [44] ou des vibrations au sens large [55] a été évoquée.

Mais le potentiel des cristaux phononiques ne se limite pas à ces seuls systèmes soniques ou vibratoires. La loi d'échelle régissant ces matériaux composites permet aussi de concevoir des cristaux phononiques opérant à des fréquences supérieures au gigaHertz et qui peuvent donc influencer sur les propriétés physiques des matériaux, comme la conductibilité thermique [56] ou encore la capacité calorifique. Ces structures, de paramètres de maille de l'ordre de la centaine de nanomètres tout au plus, permettent également d'envisager des interactions avec les ondes électromagnétiques, comme nous le verrons un peu plus tard.

Enfin, la possibilité d'implémenter des fonctions de traitement du signal acoustique pour des applications sans fil (de quelques centaines de mégaHertz au gigaHertz) présente aussi un attrait considérable.

Cristaux phononiques et ondes de surface

Les cristaux phononiques pour les ondes élastiques de surface ont ainsi à leur tour suscité un engouement grandissant, l'intérêt étant notamment de réaliser des dispositifs acoustiques de traitement du signal fondés sur ces effets de bandes interdites pour les ondes élastiques. D'un point de vue plus fondamental, le confinement intrinsèque de ce type d'ondes à la surface du substrat de propagation permet un confinement quasi-tridimensionnel des ondes élastiques dans un cristal initialement dimensionné et conçu comme un simple cristal bidimensionnel. Ainsi, un cristal phononique 2D pour les ondes de surface devrait, dans une certaine mesure, présenter des propriétés similaires à celles observables dans un cristal 3D pour les ondes de volume. Tanaka et Tamura [57, 58] ont initié des développements théoriques visant à démontrer la possibilité d'obtenir des bandes interdites complètes pour les ondes de surface dans un cristal phononique bidimensionnel. Nous reviendrons plus en détail dans le chapitre 3 sur les travaux successifs relatifs au traitement théorique de ces cristaux phononiques de surface. Parallèlement à ces études, des réalisations expérimentales ont également été rapportées. Vines *et al.* [59] ont par exemple employé des ondes de surface se propageant sur l'eau afin de sonder les propriétés élastiques de multicouches et de cristaux phononiques bidimensionnels. Dans le même ordre d'idée, l'imagerie picoseconde permet de sonder un cristal en surface par génération d'une onde de Rayleigh propagative à l'aide d'une impulsion laser brève ou ultrabrève [60, 61]. Meseguer *et al.* ont étudié le

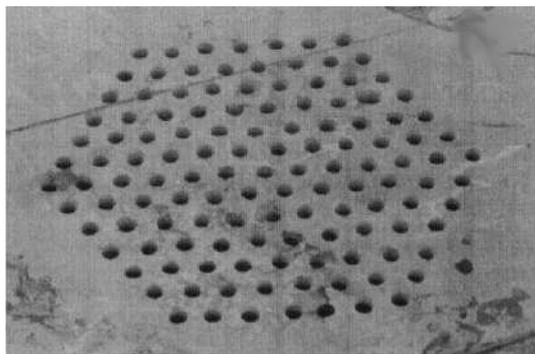


FIG. 1.14 – Cristal phononique pour les ondes de surface réalisé par perforation d’une plaque de marbre [44].

principe de l’atténuation d’ondes sismiques de surface [44] en excitant mécaniquement des ondes de surface sur une plaque de marbre percée de trous (voir figure 1.14), et Jeong *et al.* [62] ont démontré l’existence de bandes interdites complètes pour les ondes de surface de l’eau.

Enfin, beaucoup plus récemment a émergé l’idée d’intégrer ces cristaux phononiques à des dispositifs à ondes de surface conventionnels (transducteurs à peignes interdigités notamment) [63, 64, 65]. Ces dispositifs phononiques seront évoqués plus en détail dans la seconde partie de ce manuscrit. Les premiers travaux dédiés à ces applications hautes fréquences ont donc surtout été consacrés à la démonstration de bandes interdites complètes. Pourtant, filtres ou miroirs acoustiques fondés sur des réseaux parfaits n’offrent finalement qu’un spectre limité des possibilités des cristaux phononiques. L’influence de la périodicité du système, ou au contraire, celle d’imperfections judicieusement introduites dans celui-ci, laisse en effet envisager la mise en place de fonctions complexes permettant de manipuler les ondes élastiques de manière inégalée par les dispositifs acoustiques conventionnels.

Des guides phononiques ?

Sigalas [66] d’abord, puis Torres *et al.* [67] introduisent très tôt, théoriquement comme expérimentalement, des fonctions de guidage et la notion d’états de surface dans les cristaux phononiques. Si ces études sont le plus souvent restées limitées au cas bidimensionnel, le cas 3D a lui aussi bénéficié d’une certaine attention [68].

Par ailleurs, de façon très analogue à ce qui a été mentionné précédemment, la notion de guide phononique a été introduite. Ce type de structures permet un guidage sans perte des ondes élastiques à la fréquence de résonance d’un défaut linéaire. Nous verrons d’ailleurs dans le chapitre 2 que les travaux menés entre autres à la Faculté Universitaire Notre-Dame de la Paix à Namur (Belgique), à l’université de Lille, ou encore au sein du département LPMO de l’Institut FEMTO-ST, ont largement contribué au développement de ces aspects liés aux guides d’ondes élastiques dans les cristaux phononiques [69, 70, 71]. Des fonctions avancées ont également été proposées : Kafesaki *et al.* [72] ont par exemple suggéré de moduler la fréquence de transmission d’un guide phononique.

L’introduction de défauts supplémentaires, comme celle de résonateurs greffés le long du guide permet de réaliser des systèmes accordables, susceptibles d’influer sur la largeur ou encore la

position de la bande guidante [73, 70, 74]. Enfin, l'association entre guides et cavités résonantes permet d'envisager des couplages entre les deux types de défauts [75, 76], voire des systèmes de démultiplexage en longueur d'ondes [77, 78].

L'étude de ces fonctions a par ailleurs très tôt généré un certain besoin en termes d'outils de simulation, la seule méthode de décomposition en ondes planes (plus communément désignée par l'acronyme anglais PWE pour *Plane Wave Expansion*) ne fournissant pas de renseignement sur la transmission du système étudié. C'est ainsi que la méthode des différences finies (ou FDTD *Finite Difference Time Domain*) a été adaptée aux cristaux phononiques [79, 80]. Elle a depuis lors été largement employée et constitue maintenant un outil privilégié d'étude des cristaux phononiques isotropes en particulier. Nous reviendrons d'ailleurs sur cette méthode dans le chapitre 2.

Fonctions complexes

Une fois les principes de base démontrés, il devient alors intéressant de se pencher sur la conception de systèmes plus complexes, conférant une véritable originalité aux cristaux phononiques, notamment par la mise en évidence de phénomènes physiques ou encore la réalisation de fonctions non envisageables en acoustique classique. Parmi ces effets remarquables, on peut citer la démonstration par Yang *et al.* [81] d'un *effet tunnel* pour les ondes ultrasonores dans un réseau tridimensionnel. L'expérience en question a été réalisée dans un cristal phononique tridimensionnel consistant en un arrangement de billes de carbure de tungstène dans de l'eau dans une maille cubique à faces centrées. Le comportement de l'onde acoustique est alors tout à fait similaire à celui des électrons dans une barrière de potentiel en mécanique quantique : la vitesse de groupe de l'onde acoustique dans le cristal, qui augmente avec l'épaisseur de ce dernier, est supérieure à celle observée dans un milieu homogène constitué de l'un ou l'autre des constituants. La vitesse de phase est quant à elle indépendante de l'épaisseur de l'échantillon. Cet effet tunnel a déjà été exploité (théoriquement tout au moins) pour la réalisation d'un filtre de polarisation acoustique, permettant de discriminer et de séparer les polarisations longitudinales et transverses d'une onde [82]. Des systèmes réfractifs phononiques ont ensuite été proposés. Le premier, suggéré par Cervera *et al.* [83] est une lentille convergente. L'étude ici porte sur des longueurs d'onde inférieures à celle d'apparition de la première bande interdite de la structure, c'est-à-dire dans une région spectrale où le cristal phononique, bidimensionnel, est perçu comme transparent par l'onde acoustique propagative. Le principe mis en jeu est assez proche de l'optique géométrique : le profil de la lentille acoustique (c'est-à-dire celui du cristal phononique) est déterminé par calcul du chemin acoustique de l'onde à travers la structure. Celle-ci est conçue de sorte qu'un faisceau parallèle à l'entrée converge vers un point unique en sortie du cristal. La forme finale de ce dernier est ainsi très proche de celle usuellement adoptée en optique pour les lentilles convexes classiques constituées d'un milieu homogène comme le montre la figure 1.15a. Yang *et al.* [84], se sont au contraire consacrés à l'étude du même phénomène de focalisation dans un cristal phononique 3D pour des longueurs d'onde supérieures à celle de la première bande interdite complète du cristal parfait 1.15b. Le phénomène exploité ici est celui de la réfraction négative, déjà largement étudié dans le domaine des cristaux photoniques. L'idée est d'étudier

les surfaces équifréquences de la structure périodique et de travailler sur des branches présentant une courbure négative. Le cristal permet alors de focaliser de manière efficace un faisceau acoustique initialement divergent à une distance focale fortement dépendante de la fréquence d'excitation. Ce phénomène de réfraction négative a d'ailleurs quasi-simultanément été étudié

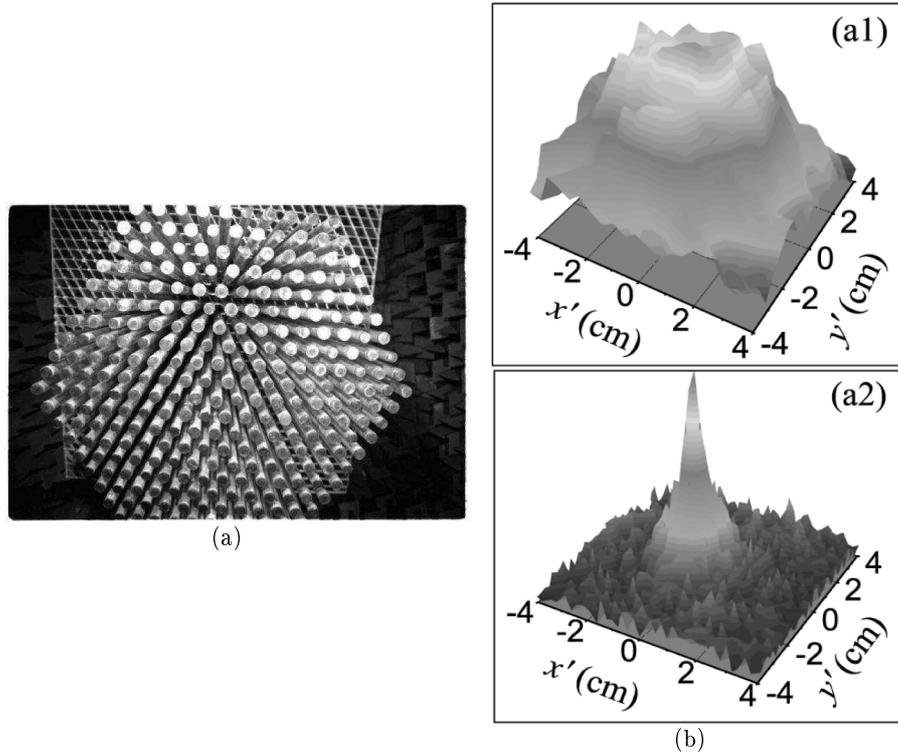


FIG. 1.15 – (a) Lentille acoustique fondée sur un cristal phononique. La dispersion du système périodique reste normale et donc positive [83]. (b) Réfraction négative dans un cristal phononique : cartes des champs mesurés lors des expériences de Yang *et al.* [84] (a1) en l'absence et (a2) en présence du cristal et à une fréquence d'excitation correspondant à une branche de courbure négative. Un léger décalage de la fréquence d'excitation conduit à un étalement du faisceau plutôt qu'à une focalisation, soulignant la forte dépendance fréquentielle du phénomène.

par Hu *et al.* pour les ondes de surface de l'eau [85] (figure 1.16), et par Zhang et Liu [86].

Les travaux présentés jusqu'alors ont permis de démontrer, d'un point de vue fondamental surtout, le potentiel offert par les cristaux phononiques pour le contrôle des ondes acoustiques au sens large. Nous avons également vu que la large gamme de fréquences à laquelle ces phénomènes de bandes interdites peuvent se produire permet d'envisager des applications à haute fréquence. Or, au-delà du gigaHertz, le paramètre de maille des cristaux phononiques passe en dessous du micromètre, dimension qui correspond à celles nécessaires à la formation de bandes interdites optiques. Gorishnyy *et al.* [87] ont ainsi présenté un cristal phononique *hypersonique* permettant d'observer des bandes interdites à des fréquences proches de 1,2 GHz. Le cristal utilisé consiste en un arrangement triangulaire de trous dans une matrice d'époxy (figure 1.17). On peut alors envisager de mettre en place des interactions que l'on qualifie souvent de *multiphysiques*, qui feraient intervenir des ondes élastiques comme optiques.

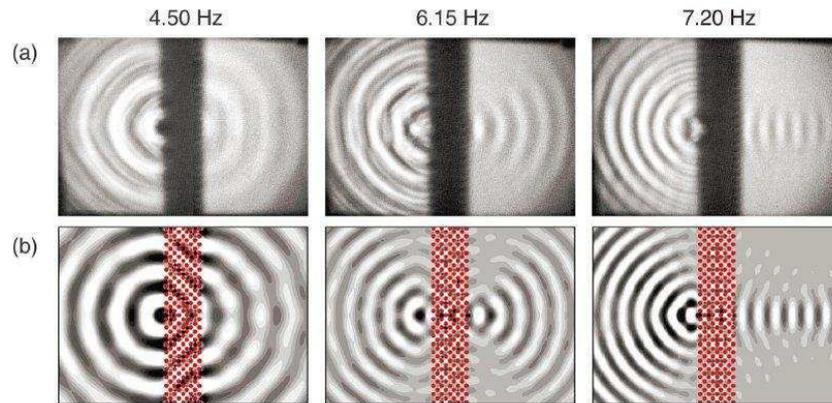


FIG. 1.16 – Réfraction négative pour les ondes de surface de l'eau. (a) Mesures expérimentales et (b) simulations. Les bandes noires et blanches représentent les amplitudes des déplacements, respectivement négatives et positives, du front d'onde acoustique. Le rectangle noir au centre est la zone où se situe le cristal phononique. Le comportement de l'onde est ici encore intimement lié à sa fréquence : 4,50 Hz - réfraction positive, l'image est formée dans le cristal - 6.15 Hz et 7.20 Hz : réfraction négative. D'après [85].

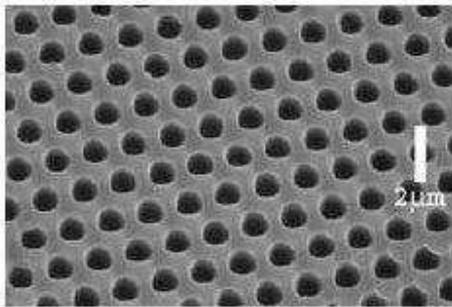


FIG. 1.17 – Image au microscope électronique à balayage d'un cristal phononique hypersonique [87] consistant en un arrangement triangulaire de trous d'air dans une matrice d'époxy. Le rapport diamètre sur période est de 0,66, la période étant de 1,36 μm .

1.4 Interactions acousto-optiques dans les matériaux à bandes interdites

Les interactions acousto-optiques ont fait l'objet d'études poussées dès la mise en évidence théorique de l'effet élasto-optique par Léon Brillouin au début du siècle dernier. Les développements théoriques successifs ainsi que les expériences de principe, sur lesquels nous revenons plus en détail dans la troisième partie de ce manuscrit, ont montré la richesse fondamentale comme applicative de ce phénomène de modification des propriétés optiques d'un matériau par une onde élastique. Mais c'est l'invention du laser dans les années 60 qui a le plus contribué à l'essor de ce qui est presque devenu à l'heure actuelle une discipline à part entière largement implantée dans le domaine du traitement du signal optique.

De façon générale, le concept d'interaction élasto-optique sous-entend la diffraction d'une onde optique par une onde acoustique ; la propagation de cette onde acoustique dans un milieu donné en modifie l'indice de réfraction par effet photoélastique, créant ainsi un réseau périodique consistant en une alternance de zones haut indice et bas indice. En ce sens, l'effet photoélastique peut

être conçu comme un moyen de générer un réseau de Bragg mobile qui autorise, tout aussi bien qu'un réseau d'indices fixes, la diffraction d'une onde lumineuse.

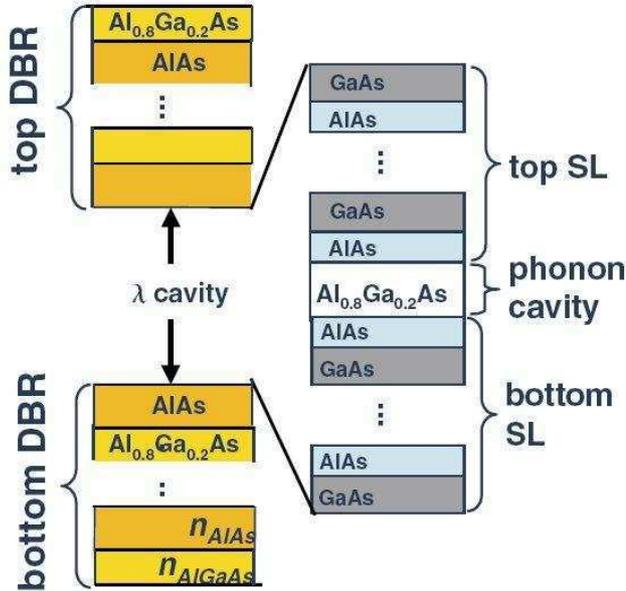


FIG. 1.18 – Cavité acoustique inscrite dans une cavité optique. D'après Trigo *et al.* [88].

Historiquement, la plupart des travaux dédiés à l'étude des interactions acousto-optiques se sont limités à cette configuration d'onde plane acoustique propagative diffractant une onde optique. Il faudra attendre 2002 et la communication de Trigo et de ses collaborateurs [88] pour voir émerger l'idée de tirer profit d'un confinement commun des ondes optiques et des ondes élastiques pour améliorer la force de l'interaction élasto-optique. Trigo *et al.* proposent en effet une structure consistant en une double cavité résonante, telle qu'illustrée sur la figure 1.18. Une cavité de Bragg destinée au confinement de phonons acoustiques (de fréquence de l'ordre de quelques centaines de GHz) est imbriquée dans une autre cavité résonante, optique cette fois-ci. La diffraction d'un photon de fréquence f_i dans une telle structure conduit à la génération d'un nouveau phonon de fréquence f_a , et d'un nouveau photon de fréquence f_o . Les cavités optiques et acoustiques ayant été conçues de sorte à assurer le confinement des ondes de fréquence f_o et f_a respectivement, les photons et phonons issus de l'interaction initiale sont ainsi majoritairement piégés dans la cavité. Le "majoritairement" est dû au fait que les deux miroirs de Bragg ne sont pas parfaits : il y a possibilité de fuite des deux types de particules hors de leurs cavités. Or il ne s'agit pas là nécessairement d'un inconvénient : très schématiquement, les cavités lasers sont constituées d'un réflecteur quasi-parfait d'une part, et d'un réflecteur que l'on peut qualifier de miroir de sortie, présentant un coefficient de réflexion plus faible, mais suffisant pour maintenir un niveau de pertes inférieur au gain du milieu amplificateur. L'onde optique résonante est ainsi libre de s'échapper de sa cavité, donnant naissance à un faisceau lumineux cohérent et monochromatique. Ces expériences ouvrent donc, comme l'ont souligné par ailleurs Worlock et Roukes [89], des perspectives intéressantes, d'une part quant à la mise en place d'interactions élasto-optiques exaltées, et d'autre part quant à la possibilité de réaliser des sources acoustiques cohérentes et monochromatiques, à l'image du laser en optique.

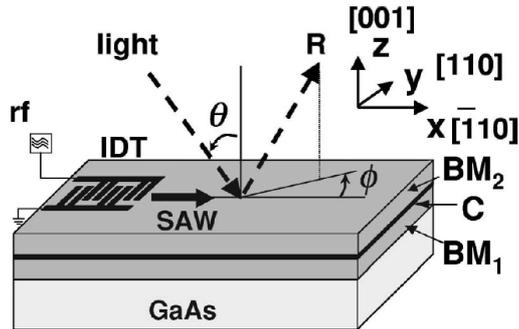


FIG. 1.19 – Résonateur optique consistant en deux miroirs de Bragg BM_1 et BM_2 commandable par ondes de surface. D'après [90].

L'équipe de Paulo Santos à Berlin a appliqué un principe similaire, mais a pour sa part introduit une latitude supplémentaire au système expérimental en utilisant cette fois-ci une onde acoustique de surface [90, 91]. Le dispositif met en jeu des ondes de surface générées par des transducteurs à peignes interdigités et ainsi commandables. Les IDT's sont déposés sur une cavité optique planaire constituée de deux miroirs de Bragg conçus de sorte à assurer le confinement des ondes optiques et acoustiques. La figure 1.19 souligne que la modulation du signal optique est principalement due à la composante transverse aux miroirs de l'onde acoustique de surface. La modulation de l'onde optique est de ce fait aussi bien due à l'effet photoélastique qu'à un effet mécanique lié à la déformation de la cavité résonante induite par l'onde acoustique. L'intensité de modulation est d'ailleurs très forte, celle du faisceau optique diffracté étant du même ordre que l'intensité d'excitation : on observe donc une interaction acousto-optique issue du confinement conjoint des deux types d'ondes. Cette micro-cellule de Bragg peut être employée pour moduler la fréquence comme l'intensité de l'onde optique. De plus, la possibilité de contrôler le signal acoustique par action sur la tension appliquée aux IDT's permet d'envisager également des applications de type commutation.

Les exemples précédents sont restés limités à des cavités planaires unidimensionnelles. Les travaux de Russell *et al.* ont étendu cette étude des interactions acousto-optiques en milieu confiné au cas 2D [92]. L'expérience reportée exploite cette fois-ci un phénomène de bande interdite phononique. En effet, une préforme de fibre microstructurée fait office de cristal sonique dans lequel deux cavités ont été introduites, comme le montre la figure 1.20a. Ces cavités induisent l'existence de modes élastiques confinés, comme le montre la courbe de transmission de la figure 1.20b. Le cristal consiste en un arrangement de cylindres d'air dans une matrice de silice suivant un réseau carré. Le diamètre de trou est de $59 \mu\text{m}$ pour une période de $80 \mu\text{m}$, conduisant à l'obtention d'une bande interdite complète autour de 25 MHz [92, 69]. Les deux défauts, qui font office de support de propagation pour les ondes optiques, permettent donc un confinement de l'onde élastique, ce qui laisse envisager la possibilité d'obtenir une exaltation des interactions acousto-optiques. Russell *et al.* évoquent également la possibilité de supprimer l'effet Brillouin stimulé dans les fibres photoniques par une structuration pertinente du cœur [92] : l'idée est de s'assurer que le cristal air-silice présente une bande interdite complète à la fréquence des phonons Brillouin. Laude *et al.* [93] ont ainsi proposé une géométrie de fibre permettant d'atteindre cet objectif. Ils ont également démontré qu'une fibre photonique pouvait également faire office de

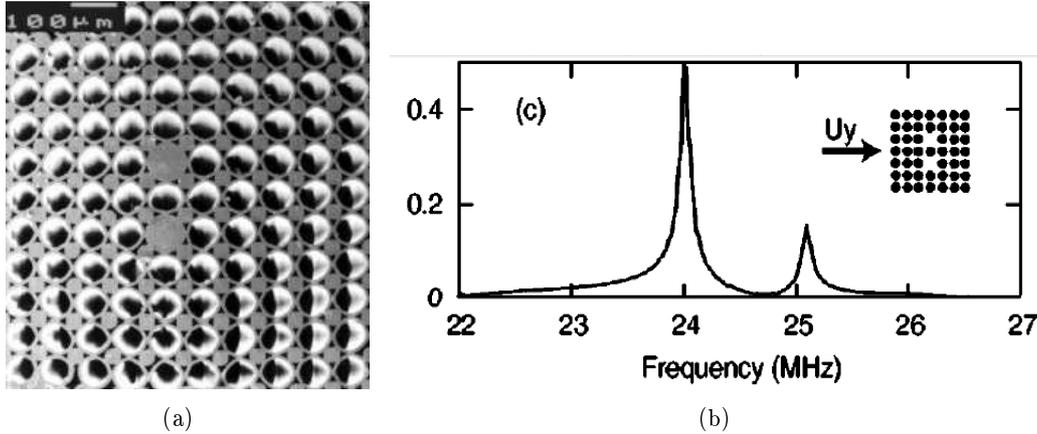


FIG. 1.20 – (a) Image au microscope électronique à balayage de la préforme de fibre photonique employée pour piéger des ondes acoustiques lors des travaux de Russell *et al.* [92]. (b) Spectre en transmission pour les ondes élastiques dans le cristal phononique correspondant. D’après [69].

fibre *phononique*, et permettre un guidage de l’onde acoustique par bande interdite phononique. Dans ce cas, il est possible d’envisager des ondes optiques et acoustiques co-propagatives, confinées dans la même région de l’espace. Une exaltation de l’interaction acousto-optique est ici aussi attendue, également due à une longueur d’interaction plus élevée que dans le cas statique. En particulier, on assiste à une localisation des ondes élastiques dans le cœur mais aussi dans la gaine de la fibre.

Ces modes de gaine ont d’ailleurs été exploités par Dainese *et al.* [94] : l’existence d’une bande interdite phononique permet de filtrer une partie des modes acoustiques liés aux phonons thermiques générés par propagation d’une onde optique dans la gaine (on appelle généralement ces modes *les modes de Brillouin de gaine*). On assiste donc à une modification du spectre optique en sortie de la fibre.

Ces derniers travaux ont ouvert la porte aux interactions acousto-optiques dans des conditions réelles de fonctionnement d’une fibre optique. Il est alors possible d’imaginer que la génération active d’ondes élastiques dans une fibre, à l’image de ce qui a été réalisé lors de l’expérience de Russel *et al.*, puisse donner naissance à de nouveaux composants opto-acoustiques actifs fibrés, bénéficiant des effets de confinement dus à l’existence d’une bande interdite phononique.

1.5 Conclusion

Les cristaux phononiques constituent finalement un domaine d’activité très jeune, même si les principes fondateurs de l’étude de la propagation des ondes dans les milieux périodiques remontent déjà, pour certains d’entre eux, à plus d’un siècle. La richesse des phénomènes physiques induits par cette périodicité, mais aussi les propriétés intrinsèques aux ondes élastiques confèrent à ces réseaux périodiques des propriétés non usuellement observables en acoustique classique. Jusqu’alors, la facilité de fabrication des cristaux soniques ou ultrasonores, allée à leur riche po-

tentiel applicatif, a projeté ces cristaux de dimensions macroscopiques au centre de cette petite scène scientifique. Pourtant, une partie de la tendance actuelle est à la réduction d'échelle requise par le domaine des télécommunications haute fréquence ainsi que par celui, plus fondamental, des interactions photons-phonons. Ces derniers aspects n'en sont d'ailleurs qu'à leurs prémices. Enfin, les effets liés à la nature des modes élastiques forment eux-mêmes un champ d'investigation conséquent. Les ondes de volume et plus récemment les ondes de surface ont déjà fait l'objet de travaux concluants, ouvrant la voie à la mise en place de nombreuses fonctions de traitement du signal acoustique.