Transferts thermiques dans un canal horizontal en présence d'un cylindre

Introduction

L'écoulement autour d'un cylindre chauffé placé dans un canal horizontal a été largement étudié numériquement et expérimentalement depuis plusieurs décennies. Vu l'intérêt que présente ce problème dans divers applications d'ingénierie moderne telle que les aubes de turbines, les faisceaux de tubes dans les échangeurs de chaleur, le refroidissement des équipements électroniques et les réacteurs nucléaires, il y a eu un regain d'intérêt pour ce type de configuration. Le but de ce chapitre est double : il permet d'une part de valider le code de calcul pour ce type de configurations et d'autre part de fournir des résultats de référence servant à comparer les améliorations possibles dans le cas où les parois du canal sont mouillées et soumises à un flux de chaleur de densité constante.

I - Étude du cylindre solide

1. Position du Problème

La configuration géométrique étudiée est schématisée sur la Figure III.1. Il s'agit d'un écoulement autour d'un cylindre fixe de section carrée de hauteur h, placé dans un canal horizontal de largueur L=50h et de hauteur H=8h. Le rapport de blocage est égal à h/H = 1/8.

Outre les équations de Navier-Stokes, une équation d'énergie doit être introduite pour décrire les phénomènes de transferts dans la configuration étudiée. Ces équations écrites sous forme adimensionnelle, peuvent se mettre sous la forme suivante

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \tag{26}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right)$$
(27)

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} + U \frac{\partial W}{\partial X} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right) + \text{Ri T}$$
(28)

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + U \frac{\partial T}{\partial X} + W \frac{\partial T}{\partial Z} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \right)$$
(29)

Les variables sans dimension sont définies comme suit :

$$(X, Z) = \frac{(x,z)}{H}$$
(30)

$$\tau = \frac{t}{H/U_0}$$
(31)

$$(U, W) = \frac{(u,w)}{U_0}$$
(32)

$$r = \frac{\theta - \theta_0}{\theta c - \theta_0}$$
(9)

$$\nu^* = \frac{\nu}{\nu_{air}} = 1$$
(10)

Les nombres adimensionnels qui apparaissent sont :

$$Pr = \frac{v}{\alpha}$$
(34)
$$Re = \frac{U_0 \cdot H}{v}$$
(35)

$$Gr = \frac{g\beta(\theta_C - \theta_0)H^3}{v^2} \qquad (36) \qquad Ri = \frac{Gr}{Re^2} \qquad (37)$$



Figure III.1 : Configuration géométrique pour le cas du cylindre plein.

Les conditions aux limites seront les suivantes :

À l'entrée du canal $(x = 0)$:	$U=1, W=0, T_C=0$	(38)
---------------------------------	-------------------	------

À la sortie du canal($x = 0$):	$\frac{\partial 0}{\partial x} = 0, \ \frac{\partial W}{\partial x} = 0, \ \frac{\partial T}{\partial x} = 0$	(39)
	300	

Sur les parois (z = H):
$$U=0, W=0, \frac{\partial I}{\partial Z}=0$$
 (40)

2. Caractéristiques de champ dynamique

Dans la littérature, ce genre de problème a été largement étudié expérimentalement (Roshko, 1954, Bloor 1964, Williamson 1996, Okajima et al. 1997) et également numériquement (Braza et al., 1986, Sohankar et al.1996, Breuer et al.2000, Ma. Karniadakis, 2002,

Dhiman et al.2008). Trois régimes d'écoulements autour du cylindre sont observés suivant la valeur du nombre de Reynolds :

- un écoulement rampant lorsque le nombre de Reynolds est Re ≤ 5
- un écoulement stationnaire pour les nombres de Reynolds compris entre $5 \le \text{Re} \le 60$
- un écoulement instationnaire pour les nombres de Reynolds Re> 60

Dans la suite, notre code de calcul doit être capable de retrouver ces trois régimes d'écoulement et permettre la détermination du nombre de Reynolds critique.

a. Ecoulement rampant :

Pour un nombre de Reynolds Re \leq 5, l'écoulement est dit rampant. Les forces de viscosité sont prépondérantes. Les lignes de courant épousent presque parfaitement le contour de l'obstacle et l'écoulement est quasiment non-décollé. L'écoulement est alors symétrique par rapport aux axes du cylindre : l'axe vertical et l'axe longitudinal. Sur la figure III. 2, on compare les lignes de courant autour du cylindre lorsque le nombre de Reynolds est égal à Re = 1. On remarque que la structure de l'écoulement donnée par notre code de calcul est presque identique à celle trouvée par Breuer et al. [40].



(M. Breuer et al. [40])

(Présent travail)

Figure III.2 : Une partie des lignes de courant autour du cylindre lorsque Re = 1.

b. Régime stationnaire décollé

Pour un nombre de Reynolds compris entre $5 \le \text{Re} < 60$, Le régime de recirculation est obtenu pour un nombre de Reynolds inférieur à Rec = 60. Pour cette gamme de nombre de

Reynolds les forces d'inertie augmentent et empêchent la couche limite. Ces écoulements sont caractérisés par l'apparition de zones de recirculation dont la taille et l'angle de décollement croissent avec le nombre de Reynolds. L'écoulement est stable et reste stationnaire et symétrique par rapport à l'axe longitudinal. En aval du décollement, se forment deux lobes presque symétriques de recirculation contrarotatifs attachés au cylindre, figure III.3.

Le point de rattachement est le point de l'axe central du sillage dont la vitesse longitudinale est nulle. La distance de rattachement (distance entre l'obstacle et le point de rattachement) caractérise la taille de la zone de recirculation derrière le cylindre. Cette distance augmente avec le nombre de Reynolds.



Figure III.3 : Une partie des lignes de courant ; Re = 30.

c. Régime laminaire instationnaire :

Pour un nombre de Reynolds Re > 60, l'écoulement autour du cylindre devient laminaire instationnaire. On remarque l'apparition des lâchés tourbillonnaires de Von Karman à partir d'un nombre de Reynolds critique Rec = 60. Cette valeur a été trouvée par Breuer et al. [40] ainsi que par Korichi et L. Oufer [42]. Il est à noter que le nombre de Reynolds critique d'un écoulement autour d'un cylindre dépend de la configuration géométrique étudiée. Okajima [150] a déterminé expérimentalement la valeur de Reynolds critique au voisinage de 70 dans le cas d'un cylindre confiné. Alors que Klekar et Patankar [151] ainsi que Sohankar et al.

[154] ont déterminé par des analyses d'instabilité des valeurs plus faibles comprises entre 50 et 55.

La figure III.4 représente les lignes de courant autour du cylindre pour un nombre de Reynolds Re = 60 à un instant donné. La structure de l'écoulement fournie par notre code est presque analogue à celle trouvée par Breuer et al. [40].

Pour la configuration étudiée, une bifurcation de Hopf se produit aux alentours d'une valeur critique du nombre de Reynolds égale à $\text{Re}_c = 60$, faisant apparaître un phénomène périodique de lâchers tourbillonnaires derrière l'obstacle, confirmant la nature instationnaire de l'écoulement. Les tourbillons de Von Karman s'expliquent par le déclenchement d'une instabilité provoquée par différentes perturbations. Ainsi les couples de tourbillons perdent leur symétrie par rapport à l'axe longitudinal, se détachent du cylindre carré successivement et sont entrainés dans le sillage pour former l'allée tourbillonnaire de Von-Karma. Cette instabilité est caractérisée par une périodicité fortement prononcée. Ainsi le spectre temporel de la vitesse ou de la pression en un point de l'écoulement présente un pic dominant à la fréquence du lâcher tourbillonnaire. Les échappements tortionnaires sont caractérisés par le nombre de Strouhal St égal à f.h/U₀ où f est la fréquence fondamentale, U₀ est la vitesse de l'écoulement incident et h la hauteur du cylindre. On remarque que la fréquence dominant f dépend du nombre de Reynolds.



(M. Breuer et al. [40])

(Présent travail)

Figure III.4 : Une partie des lignes de courant ; Re = 60.

3. Champ de vitesse

Pour mieux analyser la structure de l'écoulement, nous avons comparé les profiles des vitesses longitudinales et transversales obtenus par Breuer et al. [40] et par nos calculs à différentes abscisses et ordonnées pour un nombre de Reynolds Re = 100.

Les figures III.5 et III.6 représentent les Profils des composantes de la vitesse le long de l'axe du canal (Z = 0). La vitesse verticale est nulle en amont du cylindre puisque l'écoulement rentre horizontalement. Pour un nombre de Reynolds Re = 100, l'écoulement autour du cylindre est instationnaire, et par conséquent les vitesses horizontale et verticale deviennent perturbées en aval du cylindre. Nous avons remarqué un excellent accord entre les simulations. Cependant, un léger écart peut être observé pour les profils de vitesse loin en aval de l'obstacle. Cet écart reste raisonnable et s'explique par l'instabilité tourbillonnaire de Von-Karman.



Figure III.5 : Profil de la composante U de la vitesse en fonction de X, pour Re = 100.



Figure III.6 : Profil de la composante V de la vitesse en fonction de X, pour Re = 100.

Nous reportons ensuite, sur les figures III.7, les profils des composantes U de la vitesse pour trois positions axiales x=0, x=4 et x= 8 qui corresponds aux x=12.5, x=16.5 et x= 20.5 dans notre travail. Nous remarquons une accélération de la vitesse dans l'espace compris entre la

paroi et l'obstacle. Ceci est dû à la diminution de la section de passage du fluide, ce qui entraine une augmentation de la vitesse. De manière générale, les profils donnés par notre code ont des allures analogues à celles trouvées par Breuer et al. [40]. Les positions et les amplitudes des pics sont presque identiques.



Figure III.7 : Comparaison de la composante de vitesse U en fonction de z, pour différentes valeurs de x.

4. Coefficient de traînée

Le coefficient de traînée caractérise la traînée ou résistance du cylindre dans le fluide. il est défini par :

$$C_{\rm D} = \frac{\rm F}{\frac{1}{2} \rm \, h\rho V^2}$$

Pour confirmer la validation de la partie dynamique de la présente étude, un examen préliminaire a été effectué pour un taux de blocage $\beta = 1/8$ et un nombre de Reynolds Re allant de 60 à 200. Le coefficient de traînée moyenné C_D est comparé sur la figure III.8 avec les résultats obtenus par Breuer et al. [40]. Les résultats obtenus avec notre code de calcul ont un écart maximum de l'ordre de 2,35% et 4,86% sur le coefficient de traînée moyenné dans le temps C_D avec Breuer et al.

L'accord entre nos résultats et les résultats numériques de Breuer et al. [40] valide la partie dynamique de notre code dans le cas d'un cylindre plein.



Figure III.8 : Comparaison du coefficient de traînée moyenné en fonction du nombre de Reynolds.

5. Isothermes

Dans ce qui suit, on étudie les transferts thermiques par convection dans un canal horizontal en présence d'un cylindre. Pour cela, Les parois horizontales du canal sont supposées adiabatiques alors que celles du cylindre sont soumises à une température constante.

En examinant la figure III.9, décrivant l'évolution du champ de température en fonction du nombre de Richardson, on remarque que les contours des isothermes sont serrés en amont du cylindre et espacés derrière celui-ci. Ce qui signifie que le gradient thermique est important en amont de l'obstacle et plus faible dans la zone de recirculation. L'augmentation du nombre de Reynolds accentue ce phénomène alors que l'augmentation du nombre de Richardson tend à rendre les isothermes plus dissymétriques par rapport à l'axe du canal.

La comparaison de nos résultats avec ceux de Dhiman et al. [44] montre une parfaite concordance et confirme la validation du module thermique de notre code de calcul.



Figure III.9 : Comparaison des isothermes autour du cylindre pour les nombres de Reynolds Re=10 et 30 et de Richardson Ri=0.25 et Ri=1.

II - Étude du cylindre poreux

1. Position du Problème

Dans la suite de notre travail, nous allons nous intéresser à l'écoulement autour et à travers d'un cylindre poreux. La configuration géométrique ainsi que les dimensions du domaine étudié sont représentées sur la figure III.10. Les équations dans l'écoulement sont les équations classiques de la convection forcée couplées au modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans le matériau poreux. Le cylindre est soumis à une température constante. Le fluide est visqueux et Newtonien. L'effet de la gravité est négligé. Les propriétés thermophysiques du fluide sont considérées constantes dans la gamme des conditions d'étude. En tentant compte de ces hypothèses, les équations adimensionnelles régissant l'écoulement, s'écrivent comme suit : $\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z} = 0$ (41)

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{\varepsilon^2}\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{W}{\varepsilon^2}\frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{U}{\text{Re}.Da} + \frac{C_f}{\sqrt{Da}}\sqrt{U^2 + W^2}U + \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2}\right)$$
(42)

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{U}{\varepsilon^2}\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{W}{\varepsilon^2}\frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{W}{\text{Re}\cdot Da} + \frac{C_f}{\sqrt{Da}}\sqrt{U^2 + W^2}W + \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial^2 W}{\text{Re}}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}\right)$$
(43)

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{U}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial X} + \frac{W}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial Z} = \frac{1}{\text{Re.Pr}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \right)$$
(44)

avec les variables adimensionnelles définies comme suit :



Figure III.10 : Configuration géométrique pour le cas du cylindre poreux.

Conditions aux limites:

A l'entrée du canal (x = 0) : U = 1, W = 0, T = 0

A la sortie du canal (x = L) : $\frac{\partial U}{\partial X} = 0, \frac{\partial W}{\partial Z} = 0, \frac{\partial T}{\partial X} = 0$

Aux parois du canal (z = 0 ; z = H): $U = 0, W = 0, \frac{\partial T}{\partial Z} = 0$

2. Effet du nombre de Darcy sur la structure de l'écoulement

Les effets du nombre de Darcy sur la structure de l'écoulement sont illustrés sur la Figure III.11 pour un nombre de Reynolds égal à 20. À grand nombre de Darcy Da = 1 (figure III.11.a), toutes les lignes de courant traversent le cylindre poreux carré. La structure de l'écoulement apparaît être très similaire à celle obtenue pour un canal sans obstacle. Pour un nombre de Darcy égal à 10^{-2} (figure III.11b), l'écoulement pénètre dans le cylindre poreux avec une faible résistance et il n'y a pas de zone de recirculation après le cylindre poreux. Audessus de cette limite, les lignes de courant comprennent une zone de recirculation régulière de deux tourbillons symétriques situés après le cylindre, comme montré sur la Figure III.11 (c et d). Lorsque le cylindre poreux a une faible perméabilité $Da = 10^{-6}$, l'écoulement ne peut pas traverser le cylindre poreux et les lignes de courant sont semblables à celles d'un cylindre carré plein. Ce résultat est en bon accord avec ceux obtenus par S. Dhinakaran [126] et Yu et al. [122].

L'effet de cet impact est de modifier la position du point d'intersection et de provoquer une apparition anticipée du premier vortex en aval du cylindre poreux. Comme on peut le voir sur la mesure de la taille de la zone de recirculation. Nous définissons la longueur de la zone de recirculation comme la distance entre la surface arrière du cylindre et le point de rattachement le long de la ligne médiane du sillage (Lr). La variation de Lr derrière le cylindre carré poreux avec le nombre de Darcy est représentée sur la figure III.12 pour Re=40. Comme il fallait s'y attendre, lorsque le nombre de Darcy est très faible, Da < 10⁻⁵, la longueur de la zone de recirculation du cylindre poreux ressemble à celle du cylindre plein, ce qui correspond a la structure de l'écoulement. La longueur du sillage de recirculation est de 2,65 pour Da = 10^{-6} , ce qui est proche de celle d'un cylindre plein (2,68). Cette figure a également montré que lorsque le nombre de Darcy augmente, la longueur de la zone de recirculation diminue, Ce résultat est en bon accord avec ceux obtenus par Bhattacharyya et al. [120] et S. Rashidi et al. [128].



Figure III.11: Lignes de courant à travers et autour du cylindre carré poreux pour différents nombres de Darcy (a=1; b= 10^{-2} ; c= 10^{-4} ; d= 10^{-6}) pour Re=20.



Figure III.12 : Variation de la longueur de la zone de recirculation en fonction du nombre de Darcy pour le cylindre carré poreux à Re = 40.

3. Effet du nombre de Reynolds sur la structure de l'écoulement

La figure III.13 présente l'allure générale de l'écoulement par les lignes de courant pour les nombres de Reynolds (Re=20, 40 et 60). Il 'y a présence de structures cohérentes, les écoulements sont symétriques par rapport à l'axe central de l'ecoulement et caractérisés également par l'apparition de zones de recirculation contrarotatives attachées au cylindre. Cette zone s'élargit avec l'augmentation du nombre de Reynolds, et par conséquent la longueur de rattachement L_r augmente aussi. Cette longueur de rattachement est la distance entre le bord du cylindre et le point d'intersection du premier vortex avec l'axe du canal, comme le témoigne la figure III.14. Nous pouvons voir, sur cette figure, que nos résultats sont en bon accord avec ceux obtenus par Dhinakaran et Ponmozhi [126] et M.Valipour et al. [128].



4. Effet du rapport de blocage

La figure III.15 montre la distribution du nombre de Nusselt Nu local moyenné dans le temps autour du cylindre carré pour différents rapports de blocage (1/11, 1/8, 1/5) et pour Re = 40. En amont sur la face (A-B), les valeurs du nombre de Nusselt sont maximales, à cause de l'impact continuel du fluide sur cette face du cylindre, ce qui engendre des gradients de température plus importants dans la zone d'entrée du canal. Le long de la face supérieure (B-C) et de la face inférieure (D-A), le nombre de Nusselt diminue, car la température de l'air augmente et le gradient de température entre la surface poreuse et l'écoulement d'air diminue. Sur la face arrière, le nombre de Nusselt prend des valeurs faibles et constantes. Cela est dû à la zone de recirculation attachée à la face arrière. Le rapport blocage a un léger effet sur le nombre local de Nusselt (figure III.15). Cette influence peut être mieux vue sur la figure III.16, qui représente le nombre moyen de Nusselt en fonction du rapport de blocage. En effet, le nombre de Nusselt augmente légèrement avec le rapport d'aspect, car une augmentation du rapport de blocage correspond à une diminution de la hauteur du canal et ensuite le milieu poreux est plus confiné.



rapports de blocage.



Figure III.16 : Variation du nombre de Nusselt moyen pourDa= 10^{-4} à différents rapports de blocage.

La comparaison de nos résultats avec ceux de Dhinakaran et Ponmozhi [126], illustré sur la figure III.17, montre une parfaite concordance et confirme la validation du module thermique de notre code de calcul. Ces validations vont nous permettre d'étudier l'écoulement autour d'un cylindre poreux.



Figure III.17 : Nombre de Nusselt local le long du périmètre du cylindre carré pour Re=10 et Da=10⁻⁴

5. Effet du nombre de Reynolds

Pour étudier l'effet du nombre de Reynolds sur le taux d'échange thermique, on fait varier Re de 20 à 100. Sur la figure III.18, nous avons représenté le nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds pour une valeur fixe du nombre de Darcy égale à 10⁻⁴. Comme on peut le voir, le nombre de Nusselt augmente linéairement avec le nombre de Reynolds. Ce résultat était attendu car une augmentation du nombre de Reynolds correspond à une augmentation des transferts de convection entre la surface du milieu poreux et le flux d'air à proximité.



Figure III.18: Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds pour le cylindre carré poreux à $Da = 10^{-4}$.

Conclusion

Une étude fondamentale visant une meilleure compréhension des phénomènes de transfert de chaleur convectif a été menée dans ce chapitre. Nous avons commencé par décrire le problème dynamique relatif à l'écoulement autour d'un cylindre plein. La validation du code de calcul pour le problème dynamique a été faite en comparant nos résultats avec ceux de Breuer et al. (2000) pour un cylindre fixe. Ces comparaisons ont permis d'une part de retrouver les régimes d'écoulement prédits par la théorie et d'autre part de déterminer la valeur du nombre de Reynolds critique qui se situe autour de 60. La validation du module thermique du code a été faite en comparant nos résultats avec ceux de Dhiman et al. (2008) pour un cylindre fixe chauffé. Puis nous avons étudié la structure de l'écoulement et les transferts de chaleur dans un canal avec un cylindre carré poreux. L'étude de l'influence de plusieurs paramètres opératoires sur le transfert de chaleur dans le milieu poreux a été effectuée. Les résultats montrent principalement que pour un nombre de Darcy faible, il y a une zone de recirculation après le milieu poreux. À $Da = 10^{-6}$, les lignes de courant montrent une structure différente dans lequel toutes les lignes passent autour du cylindre. La structure de l'écoulement est similaire à celle d'un cylindre plein. Les transferts de chaleur sont légèrement influencés par le rapport de blocage. Le transfert de chaleur progresse avec une augmentation du nombre de Reynolds.

Transferts couplés de chaleur et de masse lors de l'évaporation d'un film liquide dans un canal en présence d'un cylindre poreux

Introduction

Les résultats obtenus dans la partie précédente relative à l'écoulement autour d'un cylindre placé dans un canal horizontal ont été exploités pour améliorer l'évaporation par convection forcé d'un film d'eau ruisselant sur les parois d'un canal. Ce chapitre a pour objectif principal d'évaluer l'effet de l'introduction d'un cylindre carré poreux sur le transfert de chaleur et de masse. Plus précisément, cette étude examine l'influence des paramètres tels que le rapport de blocage, la position du cylindre, l'humidité relative de l'air ambiant, la température de l'air à l'entrée du canal, la densité de flux de chaleur imposée sur la paroi du canal et le nombre de Reynolds sur la performance de l'évaporation. Les résultats obtenus pour un cylindre poreux sont ensuite comparés à ceux obtenus pour un canal sans obstacle.

1- Position du Problème

La configuration géométrique ainsi que les dimensions du domaine étudié sont représentées sur la figure IV 1. Les parois du canal sont maintenues à un flux de chaleur constant q = 350 W.m⁻². Le cylindre carré, d'une hauteur h, est placé dans le canal, avec une hauteur H, comme indiqué sur la figure. La face amont du cylindre carré est située à une distance $L_u = 30h$ de l'entrée, tandis que le canal a une longueur égale à 50 h. La position du cylindre est définie par la distance d'écartement $\gamma = 2d / (H-h)$ où d est la distance entre la surface du cylindre et la paroi inférieure. Comme $\gamma = 1$, le cylindre poreux est placé symétriquement au milieu du canal. A l'entrée, un flux laminaire d'air humide (Hr₀ = 20%) pénètre avec une vitesse uniforme U₀, une température T₀, une fraction massique C₀ et une pression constante P₀.



Figure IV.1 : Configuration géométrique étudié.

L'écoulement est supposé laminaire, incompressible et bidimensionnel (x,z). Le fluide est visqueux et Newtonien. L'effet de la gravité est négligé. Les propriétés thermo-physiques du fluide sont considérées constantes dans la gamme des conditions d'étude. En tentant compte de ces hypothèses, les équations adimensionnelles régissant l'écoulement, s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Z} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{\varepsilon^2}\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{W}{\varepsilon^2}\frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{U}{\operatorname{Re}.Da} + \frac{C_f}{\sqrt{Da}}\sqrt{U^2 + W^2}U + \frac{1}{\varepsilon\operatorname{Re}}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2}\right)$$
(2)

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{U}{\varepsilon^2}\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{W}{\varepsilon^2}\frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{W}{\operatorname{Re}.Da} + \frac{C_f}{\sqrt{Da}}\sqrt{U^2 + W^2}W + \frac{1}{\varepsilon\operatorname{Re}}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}\right)$$
(3)

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{U}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial X} + \frac{W}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial Z} = \frac{1}{\text{Re.Pr}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \right)$$
(4)

Les variables adimensionnelles apparaissant dans les équations ci-dessus sont le nombre de Reynolds; le nombre de Prandtl = 0,71; le nombre de Schmidt = 0,69 et le nombre de Darcy $Da = \frac{K}{h^2}$; ce dernier nombre sans dimension est le plus couramment utilisé pour un canal horizontal chauffé. Les coefficients de Forchheimer et de perméabilité sont définis comme Ergun [141]:

$$C_{f} = \frac{1.75}{150\varepsilon^{2}}; K \frac{h^{2}\varepsilon^{2}}{150(1-\varepsilon)^{2}}$$

$$\begin{cases} \varepsilon = 1, C_{f} = 0 & \text{domaine fluide} \\ 0 < \varepsilon < 1, C_{f} = \frac{1.75}{150\varepsilon^{2}} & \text{à l'intérieur du cylindre poreux} \end{cases}$$

Conditions aux limites :

Nous avons considéré les conditions aux limites suivantes:

A l'entrée du canal (x=0) : $U = U_0$ W = 0 $T = T_0$ $Hr = Hr_0$ $C = C_0$