

Tableau II. 1: Spécification des équations

CARACTERISTIQUES DE CHAQUE FRONTIERE	
Type 01 : Intérieur système cubique	Type 16 : combinaison des cas 3 et 5
Type 02 : Symétrie par rapport au plan (0xz)	Type 17 : Combinaison de deux types 3 et 4
Type 03 : Continuité du flux suivant l'axe 0y	Type 18 : Combinaison de deux types 2 et 4
Type 04 : Continuité du flux suivant l'axe 0x	Type 19 : Combinaison de deux types 2 et 6
Type 05 : Symétrie par rapport au plan (0yz)	Type 20 : Combinaison de deux types 5 et 6
Type 06 : Continuité du flux suivant l'axe 0z	Type 21 : Combinaison de deux types 3 et 6
Type 07 : Flux de chaleur - flux d'évaporation	Type 22 : Combinaison de deux types 4 et 6
Type 08 : Charge hydrique – perte du flux	Type 23 : Combinaison de trois types 2, 5 et 6
Type 09 : Combinaison de deux types 2 et 8	Type 24 : Combinaison de trois types 2, 4 et 6
Type 10 : Combinaison de deux types 5 et 8	Type 25 : Combinaison de trois types 3, 4 et 6
Type 11 : Combinaison de deux types 5 et 7	Type 26 : Combinaison de trois types 3, 5 et 6
Type 12 : Combinaison de deux types 3 et 7	Type 27 : Combinaison de trois types 2, 5 et 8
Type 13 : Combinaison de deux types 4 et 7	Type 28 : Combinaison de trois types 2, 4 et 7
Type 14 : Combinaison de deux types 2 et 7	Type 29 : Combinaison de trois types 3, 5 et 7
Type 15 : Combinaison de deux types 2 et 5	Type 30 : Combinaison de trois types 3, 4 et 7

La construction des équations relatives aux frontières est effectuée à partir de la forme générale (type 01) qui est définie à l'intérieur du modèle (nœuds de volume).

L'ensemble des relations discrétisées (hydrique et thermique) établies pour tous les nœuds du modèle géométrique représente le système d'équations algébriques que l'on doit résoudre pour tirer les solutions approchées $\{\theta_i, T_i\}$ du problème.

II.3- Mode de résolution du problème

Le système d'équations algébriques qui décrit le processus de couplage hydrique-thermique dans l'échantillon de sol peut être présenté sous la forme matricielle suivante :

$$[A_\theta]\{\theta\}_t + [A_T]\{T\}_t = \{F_\theta\}_{t_0} \quad (\text{II.7a})$$

$$[B_\theta]\{\theta\}_t + [B_T]\{T\}_t = \{F_T\}_{t_0} \quad (\text{II.7b})$$

avec $t = t_0 + \Delta t$

Pour résoudre ce système d'équations, nous avons procédé selon une méthode basée sur la substitution dont les étapes de réalisation se déroulent comme suit :

- De l'équation (II.7a), on tire :

$$\{\theta\}_t = [A_\theta]^{-1}\{\{F_\theta\}_{t_0} - [A_T]\{T\}_t\} \quad (\text{II.8a})$$

- De l'équation (II.7b), on tire :

$$\{T\}_t = [B_T]^{-1}\{\{F_T\}_{t_0} - [B_\theta]\{\theta\}_t\} \quad (\text{II.8b})$$

En portant la relation (II.8b) dans (II.7a), on obtient :

$$[[A_\theta] - [A_T][B_T]^{-1}[B_\theta]]\{\theta\}_t = \{\{F_\theta\}_{t_0} - [A_T][B_T]^{-1}\{F_T\}_{t_0}\} \quad (\text{II.9a})$$

De même, en portant la relation (II.8a) dans (II.7b), on obtient :

$$[[B_T] - [B_\theta][A_\theta]^{-1}[A_T]]\{T\}_t = \{\{F_T\}_{t_0} - [B_\theta][A_\theta]^{-1}\{F_\theta\}_{t_0}\} \quad (\text{II.9b})$$

En posant :

$$\begin{aligned} [M_\theta] &= [A_\theta] - [A_T][B_T]^{-1}[B_\theta] & ; & \quad \{Y_\theta\} = \{F_\theta\}_{t_0} - [A_T][B_T]^{-1}\{F_T\}_{t_0} \\ [M_T] &= [B_T] - [B_\theta][A_\theta]^{-1}[A_T] & ; & \quad \{Y_T\} = \{F_T\}_{t_0} - [B_\theta][A_\theta]^{-1}\{F_\theta\}_{t_0} \end{aligned}$$

les équations (II.7a) et (II.7b) se mettent sous la forme simplifiée :

$$\begin{cases} [M_\theta]\{\theta\}_t = \{Y_\theta\}_{t_0} \\ [M_T]\{T\}_t = \{Y_T\}_{t_0} \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

La résolution de ce système d'équations par la méthode de Gauss a permis de déduire les solutions $\{\theta\}_t$ et $\{T\}_t$ qui sont définies à l'instant t . Pour l'instant $t + \Delta t$ suivant, on procède par itération en appliquant les mêmes relations de définition, moyennant les réaffectations :

$$\begin{cases} t = t + \Delta t \\ t_0 = t \end{cases}$$

Et ainsi de suite jusqu'à l'instant t_{max} qui limite la durée de l'étude.

A l'issue de cette résolution, le résultat final fournit l'évolution de la répartition de θ (profil hydrique), calculé en suivant l'évolution de la répartition de température dans le sol.

La détermination de la succion, est déduite des solutions $\{\theta\}$, en gardant à l'esprit que les valeurs de la succion sont limitées dans un intervalle $[\psi_{min}, \psi_{max}]$ tel que ψ_{min} caractérise un sol saturé et, ψ_{max} , un sol quasiment sec. Il s'ensuit alors le classement suivant :

- Si $\theta \leq \theta_r$, $\psi = \psi_{max}$
- Si $\theta \geq \theta_s$, $\psi = \psi_{min}$
- Si $\theta_r < \theta < \theta_s$, $\psi = \frac{1}{\beta} \left[\left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{-1/m} - 1 \right]^{1/n}$

Remarque :

Pour les valeurs limites de la succion, la littérature [8] affecte la valeur nulle à ψ_{min} , tandis que la valeur de ψ_{max} est fixée selon la texture et la structure du sol considéré.

II.3.1- Algorithme du traitement numérique

L'algorithme de résolution numérique [29], [30] du problème se résume comme suit :

{1} - Fixation des valeurs des variables de description à l'instant initial t_0 : $\{\theta_0\}, \{T_0\}, \{\psi_0\}$

{2} - Détermination des solutions $\{\theta_t\}$ et $\{T_t\}$ à un instant $t = t_0 + \Delta t$ selon les étapes suivantes :

- Construction des composantes en $\{\theta\}$ du système d'équations (II.10)

$$[M_\theta] = [A_\theta] - [A_T][B_T]^{-1}[B_\theta]$$

$$\{Y_\theta\} = \{F_\theta\} - [A_T][B_T]^{-1}\{F_T\}$$

- Construction des composantes en $\{T\}$ du système d'équations (II.10)

$$[M_T] = [B_T] - [B_\theta][A_\theta]^{-1}[A_T]$$

$$\{Y_T\} = \{F_T\} - [B_\theta][A_\theta]^{-1}\{F_\theta\}$$

- Triangularisation du système (II.10)
- Résolution du système triangularisé et déduction des solutions $\{\theta_t\}$ et $\{T_t\}$ définies à l'instant t .

{3} - Calcul de la succion ψ_t définie à l'instant t , en se servant de la relation

$$\psi_t = \frac{1}{\beta} \left[\left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{-1/m} - 1 \right]^{1/n}$$

{4} - Affichage des solutions $\{\theta_t\}, \{T_t\}$ et $\{\psi_t\}$

{5} - Test d'arrêt de la boucle d'itération temporelle ($t > t_{max}$)

- Si $t \leq t_{max}$:
 - on actualise (ou on réaffecte) les variables
 $t_0 = t$; $\{\theta_0\} = \{\theta_t\}$; $\{T_0\} = \{T_t\}$; $\{\psi_0\} = \{\psi_t\}$
 - on reprend les opérations à partir de l'étape **{2}**
- Si $t \geq t_{max}$: on renvoie à la sortie

II.3.2- Organigramme du traitement numérique

Le programme d'ordinateur que nous avons conçu pour réaliser le traitement numérique des transferts couplés a été rédigé en langage Pascal [30], [31]. Les calculs relatifs à ce programme se sont déroulés selon l'organigramme généralisé ci-après.

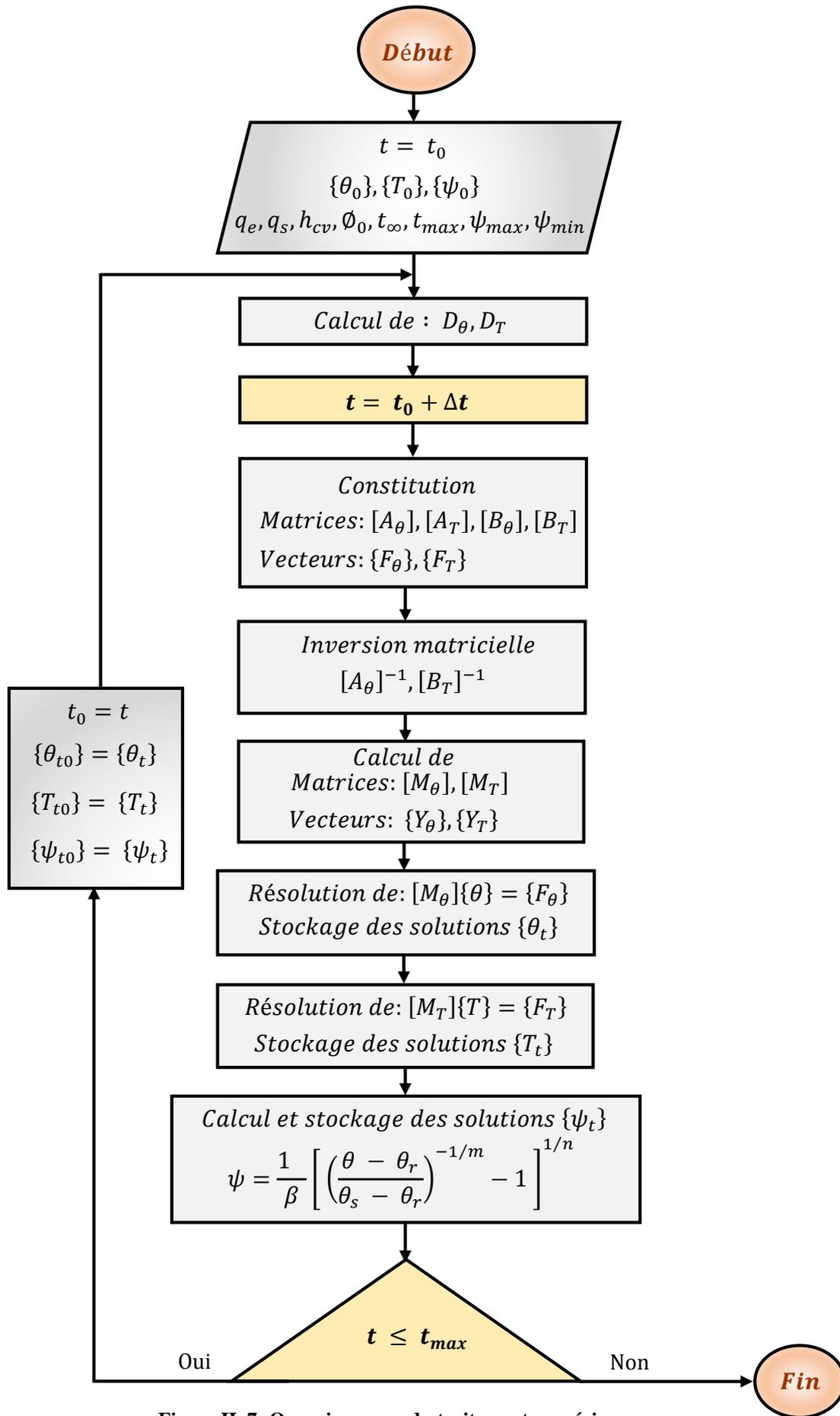


Figure II. 7: Organigramme du traitement numérique

**PARTIE III : ETUDE PARAMETRIQUE DE LA SUCCION PAR
LA M.D.F.**

La succion est une grandeur, ayant la dimension d'une pression, qui se crée au sein des structures poreuses où se déroule le processus d'infiltration. Elle représente l'énergie potentielle de l'eau retenue dans les pores du sol et, en tant que charge interne de pression, elle a sa part de contribution dans l'équilibre ou la déformation de la structure du sol.

L'objectif dans cette troisième partie du travail est d'étudier les effets de certains facteurs liés aux conditions climatiques sur la répartition des succions dans le sol. Les résultats obtenus à l'issue de cette étude fourniront des informations sur les contraintes mécaniques auxquelles le sol est soumis au cours du processus d'infiltration.

Comme la grandeur succion est définie en fonction de la répartition de la teneur en eau θ [12], donc de la température T , l'analyse qui s'y rapporte sera déduite de la prospection paramétrique au niveau du profil hydrique.

III.1- Conditions et paramètres de simulation numérique

III.1.1- Conditions géométrique et physique du modèle

Pour les calculs de simulation, nous avons fixé les conditions suivantes pour le modèle de l'échantillon de sol :

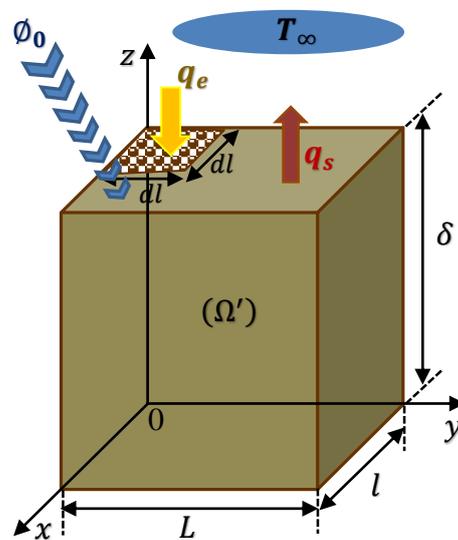


Figure III. 1 : Conditions appliquées au support géométrique

- ✓ Le support géométrique, assimilé à un parallélépipède régulier, est caractérisé par les dimensions suivantes :
 - longueur : $L = 0,8 \text{ m}$
 - largeur : $l = 0,8 \text{ m}$
 - profondeur : $\delta = 1,0 \text{ m}$

- côté de la surface élémentaire chargée : $dl = 0,4 m$
- ✓ Les charges extérieures sont appliquées à la face supérieure du modèle telles que
 - pour le problème hydrique, une surface élémentaire ($dl \times dl$) centrée au milieu de la face supérieure reçoit un apport hydrique de flux constant q_e et, toute la surface évacue un flux de chaleur q_s par évaporation.
 - pour le problème thermique, la face reçoit sur toute sa surface un flux de puissance calorifique Φ_0 et échange de la chaleur par convection, avec le milieu ambiant.

III.1.2- Paramètres physiques caractérisant les matériaux considérés

III.1.2.1- Charge hydrique

Le tableau III.1 regroupe les valeurs des paramètres physiques qui interviennent dans la détermination de la conductivité et de la diffusivité hydrauliques. Ces valeurs varient selon le type de sol.

Tableau III. 1: Valeurs numériques des paramètres hydriques

Type du sol	f	K_s	n	θ_r	θ_s	N	h_s
Sable	0,7	10^{-5}	5,80	0,01	0,4	1,43	0,153
Terre	0,5	10^{-6}	7,00	0,01	0,5	2,00	0,100
Argile	0,3	10^{-7}	9,67	0,01	0,6	3,40	0,025

Source : [3], [10]

III.1.2.2- Charge thermique

Les paramètres dans le tableau III.2 regroupent les valeurs numériques caractérisant le transfert thermique pour chaque type de sol.

Tableau III. 2: Valeurs numériques des paramètres thermiques

Type du sol	ρ ($kg.m^{-3}$)	c_p ($J.kg^{-1}.^{\circ}C^{-1}$)	ρc_p ($J.m^{-3}.^{\circ}C^{-1}$)
Sable	1515	800	$1,212 \cdot 10^6$
Terre	1650	900	$1,485 \cdot 10^6$
Argile	1800	960	$1,728 \cdot 10^6$

Sources : [6], [20], [32]

III.1.2.3- Les principaux paramètres de succion

Les paramètres prépondérants (β et m) qui figurent dans l'expression de la succion sont ceux de Van Genuchten (1980). Noura Belkaid [6] en a proposé des valeurs selon le type du sol, dont l'argile, la terre et le sable qui sont portées dans le tableau III.3.

Tableau III. 3: Valeurs des paramètres de succion utilisés

Structure du sol	$\beta(Pa^{-1})$	m
Sable	0,00202	0,3711
Terre	0,00496	0,6375
Argile	0,00790	0,9038

Sources : [6], [20], [33]

III.1.3- Conditions de calcul

Afin d'accéder aux cas extrêmes de la contribution des effets thermiques sur les variations des propriétés d'infiltration, les calculs de simulation ont été réalisés pour deux saisons de l'année, à savoir : en été et en hiver.

Ainsi, les hypothèses ci-après ont été adoptées :

- La teneur en eau initiale θ_i est égale à la teneur en eau résiduelle $\theta_r = 0,01$.
 - La température initiale du sol est égale à $T_i = 20^\circ C$.
 - Le coefficient de convection h_{cv} varie en fonction de la vitesse du vent, ce qui ne peut conduire qu'à des valeurs moyennées. Dans la littérature [34], [35], les valeurs attribuées à ce coefficient varient globalement entre $5W.m^{-2}.^\circ C^{-1}$ (vent faible) et $30W.m^{-2}.^\circ C^{-1}$ (vent fort). Cette information nous a amené à choisir les valeurs extrêmes : $5W.m^{-2}.^\circ C^{-1}$ et $25W.m^{-2}.^\circ C^{-1}$ dans nos calculs de simulation.
 - Les valeurs respectives du flux de charge hydrique q_e , du flux d'évaporation q_s et du flux de rayonnement solaire ϕ_0 qui sont appliqués sur la face supérieure du modèle varient selon les conditions de simulation.
 - La température T_∞ du milieu ambiant varie suivant la saison considérée.
 - La pression atmosphérique P_{atm} est de $101325 Pa$.
 - La durée de l'étude est fixée à $t_{max} = 12 heures$.
- Les valeurs des paramètres de charge qui varient selon la saison sont portées dans le tableau III.4.

Tableau III. 4: Valeurs des paramètres de charge selon la saison

Paramètres	$T_{\infty} (^{\circ}C)$	ϕ_{max} ($W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$)	ϕ_{min} ($W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$)	$q_s(m.s^{-1})$	$q_e(m.s^{-1})$	Température initiale ($^{\circ}C$)
ETE*	25	600	30	$2 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-6}$	20
HIVER**	05	120	06	$2 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-6}$	20

* : du mois de Novembre au mois d'Avril; ** : du mois de Mai au mois de Septembre

- La variation diurne du flux solaire a été formulée selon la relation suivante :

$$\phi(t) = \phi_{moy} + A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (III.1)$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{moy} = \frac{(\phi_{max} + \phi_{min})}{2} \text{ désigne le flux moyen} \\ A_0, \text{ l'amplitude} \\ T, \text{ la période} \\ t, \text{ l'instant considéré} \end{array} \right.$$

Les courbes représentatives de la fonction $\phi(t)$, définies respectivement en été et en hiver, sont présentées dans la figure III.2.

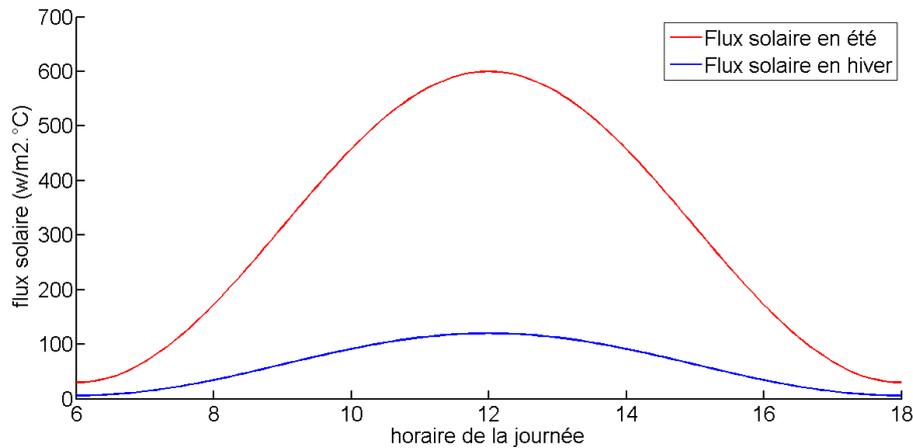


Figure III. 2 : Variation diurne de $\phi(t)$ (en été et en hiver)

III.2- Simulation du couplage thermo-hydrrique et de la succion

Dans ce volet, nous présentons les résultats obtenus sur l'étude paramétrique par simulation du transfert hydrrique couplé avec les échanges thermiques. Ces résultats serviront par la suite à déterminer la répartition des succions au sein du modèle, selon les conditions paramétriques choisies. Mais auparavant, nous avons tenu à effectuer quelques calculs de test préliminaires dans le but de vérifier la cohérence entre nos résultats de calcul et ceux de référence.

III.2.1- Test de validation de l'outil mathématique de simulation

Les calculs réalisés dans ce volet de test ont été effectués dans les mêmes conditions paramétriques que celles selon lesquelles des courbes de référence ont été établies par certains auteurs [1], [36]. L'objectif est de vérifier si les calculs reproduisent le mode d'évolution, au cours du temps, des courbes de référence ; en d'autres termes, le but de la comparaison se limite aux allures des courbes.

III.2.1.1- Profil hydrique

En choisissant « le sable » comme matériau de simulation et, en établissant les courbes représentatives des résultats prélevés au centre de la surface supérieure du modèle géométrique (nœud 126), nous avons obtenu le réseau de courbes présenté dans la figure III.3a, pour une durée d'étude $t_{max} = 8h$.

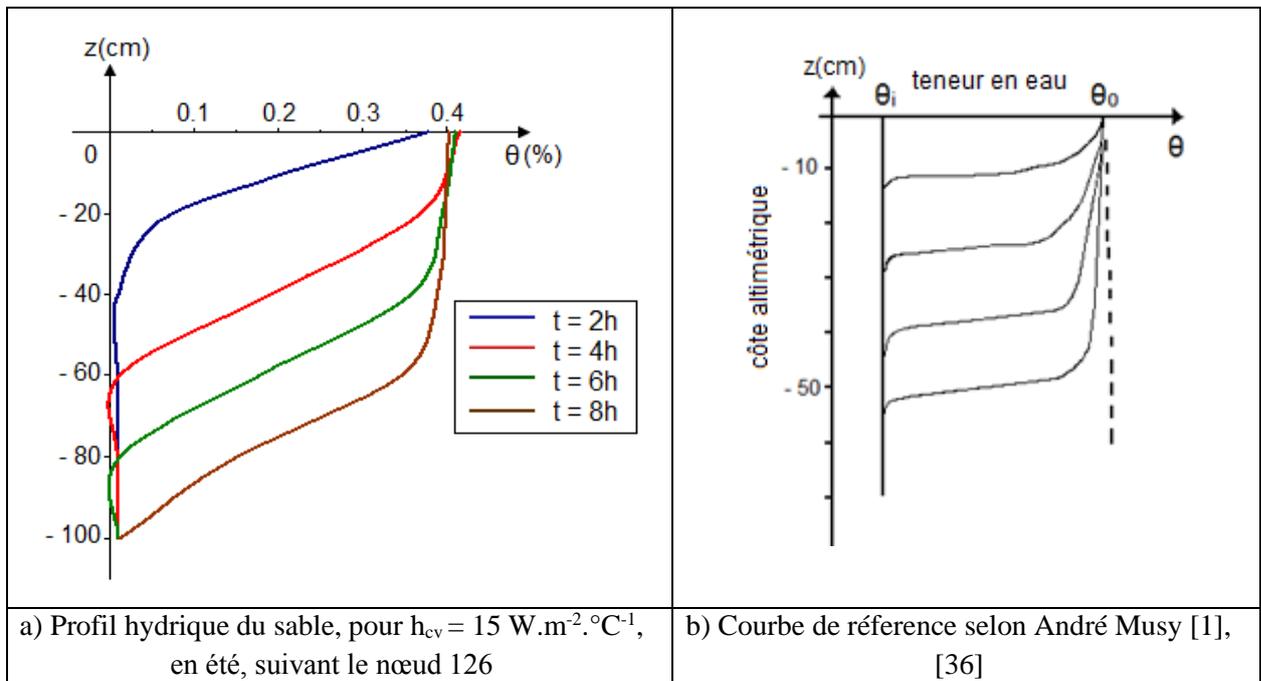


Figure III. 3: Comparaison des profils hydriques avec un résultat de référence

Dans la figure III.3b, nous avons porté le réseau de profils hydriques de référence. La similitude de l'allure d'évolution des deux réseaux de profil hydrique nous a amené à retenir l'outil de simulation du processus hydrique pour la suite de l'étude.