

---

## Classification des techniques de réduction des vibrations en usinage

Les techniques utilisées pour réduire les vibrations d'usinage peuvent être classifiées en trois catégories : les méthodes passives, les méthodes semi-actives et les méthodes actives. Les méthodes *passives* impliquent souvent l'adaptation de la structure en changeant les caractéristiques dynamiques pendant la phase de conception (inertie, élasticité ou l'amortissement). Elles ont la particularité d'être difficiles à adapter à une large gamme de changements de perturbations qui peuvent se produire dans les conditions réelles de fonctionnement. D'autre part, des méthodes *semi-actives* impliquent l'utilisation d'actionneurs et de capteurs afin de régler (moduler) les caractéristiques dynamiques de la structure (raideur, amortissement ou caractéristiques inertiels). Enfin, les méthodes *actives* sont utilisées afin d'agir directement en introduisant des efforts dynamiques dans la structure, à travers un système mécatronique intégré (actionneur, capteur, et le contrôleur) après analyse de la réponse du système.

Pour montrer l'importance de la solution active d'atténuation des vibrations auto-entretenues, en particulier en fraisage, processus de coupe à haute variabilité, nous allons donner quelques exemples de chaque méthode de réduction des vibrations en usinage en précisant les inconvénients à chaque fois.

### a) Les Méthodes passives

Elles consistent à adapter la structure en modifiant ses caractéristiques dynamiques (masse, raideur, amortissement) durant sa conception. Elles ont la particularité de ne pas s'adapter aux changements d'excitation pouvant être provoqués par les modifications des conditions du fonctionnement de la machine ou même par des perturbations externes.

#### ✓ Absorbeurs dynamiques de vibrations (ADV)

L'inconvénient habituel de la solution d'un absorbeur passif (Figure 11) provient de deux inconvénients. Premièrement, l'antirésonance, phénomène utilisé dans ces absorbeurs, est d'autant plus efficace que l'amortissement des structures est faible ; cela pose un problème de sensibilité par rapport aux variations de paramètres physiques, qui sont censés restés constants. Le second inconvénient consiste dans la grande variabilité des processus d'usinage : les fréquences, les valeurs nominales de l'effort de coupe, etc. changent fortement d'une opération à l'autre. Cela invalide une utilisation de ces méthodes comme solution versatile, les réservant à des cas de figure précis et un seul type d'opération. Lorsqu'on analyse plus attentivement les systèmes de ce type, on peut encore trouver des situations où il est difficile à imaginer un absorbeur dynamique « simple » : par exemple, la présence de 2 pics de résonance de la structure primaire dans la plage de fréquence d'intérêt peut invalider l'utilisation d'un absorbeur à un degré de liberté (une masse sismique). L'utilisation de plusieurs ADVs [2], outre la complexité de leur mise au point, pose encore plus le problème de sensibilité.

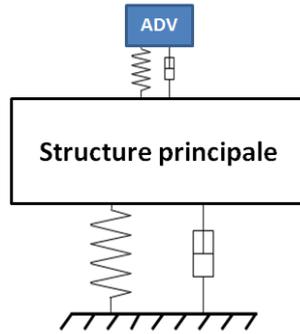


Figure 11 Absorbeur dynamique de vibrations (ADV)

Les auteurs de [2], comme Neil Sims [3] d'ailleurs, ont eu recours à la partie réelle de la fonction de transfert Outil/Pièce pour détecter l'instabilité dans le système. On a utilisé, le critère de stabilité établi par Tobias et Fishwick, Tlusty et Polacek donné pour chaque vitesse de rotation de la broche N où il s'agit de maximiser le minimum ou de minimiser le maximum de la partie réelle de la fonction de transfert du système en fonction du signe du facteur directionnel. Pour cela, on a utilisé la méthode numérique minimax proposée par Zuo et Nayfeh [4] appliqué au cas d'étude pour avoir les paramètres des absorbeurs passifs (raideur et amortissement) (Figure 12) puisque leur masse est déjà fixée en raison du critère d'encombrement de la machine-outil.

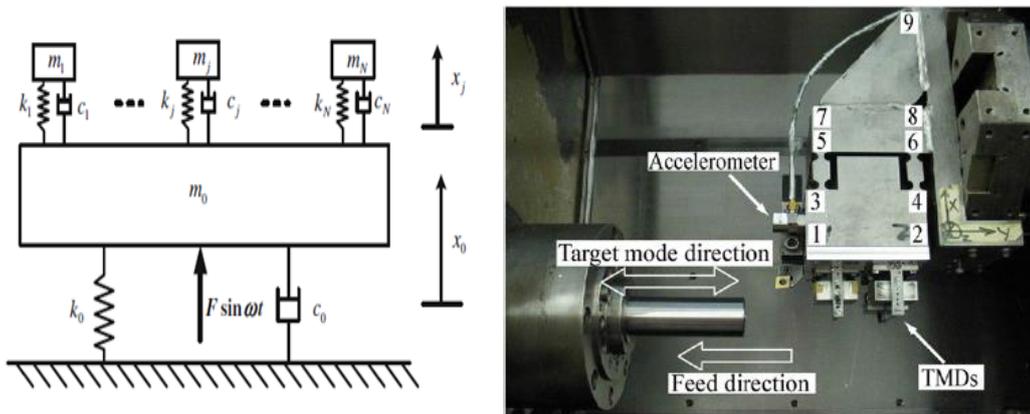


Figure 12 : Application des absorbeurs passifs accordés (Tournage) et Montage des Tmds (ADV)

Les résultats des expériences ont montré que plus le nombre de ADVs est élevé plus le mode ciblé est atténué. Les absorbeurs passifs peuvent aussi se présenter sous forme de matériaux dissipatifs amortissants. En effet, l'impact de l'augmentation de l'amortissement d'une structure est d'élargir le domaine de l'usinage stable. La méthode la plus connue pour définir la stabilité du processus d'usinage est l'utilisation d'une approche analytique permettant l'obtention des lobes de stabilité. Ces lobes sont tracés en fonction des paramètres opératoires du système usinant.

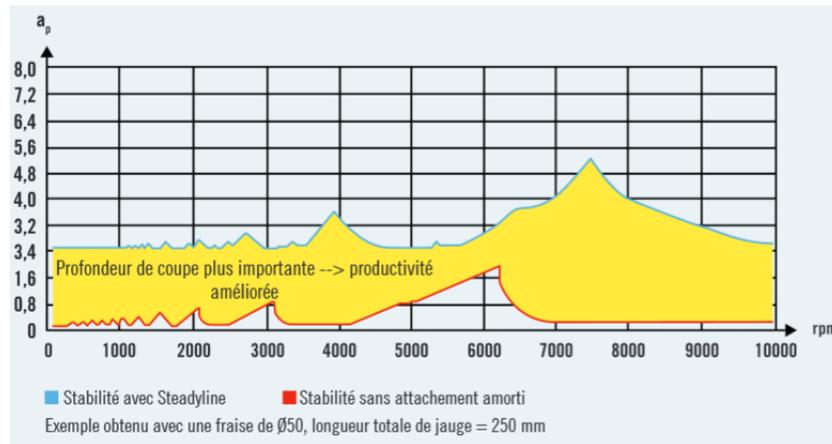


Figure 13 : Comparaison des 2 portes outil [5]

Les absorbeurs dynamiques de vibration ont trouvé une application industrielle plus palpable en usinage, sous la forme de porte-outils destinés aux opérations d'ébauche, qui intègrent un tel élément antivibratoire (Figure 14). Développés à partir des années 70-80 (Sandvik, Iscar, SECOTOOLS / EPB), ces outils placent convenablement une antirésonance à l'aide d'une masse sismique fortement amortie, utilisant une dissipation visqueuse (liquides) ou par l'utilisation de certains polymères. On est ici dans le cas où on ne cherche pas une forte rejection du pic de résonance initial (ce qui ferait en général apparaître deux autres résonances voisines), mais un aplatissement de la réponse fréquentielle, de manière à repousser les limites de stabilité (Figure 13).

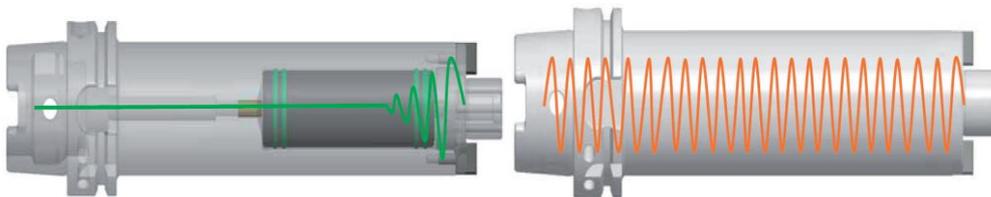


Figure 14 : Porte outil Steadyline / Porte outil conventionnel[5]

Le placement et la conception de ces ADVs font objet d'améliorations et optimisations successives (citations, brevets). Ce type de porte outil a démontré une amélioration de l'état de surface pour des opérations d'ébauche, constituant aujourd'hui des gammes de produits chez les plus importants fabricants de porte-outils. Il y a effectivement une nette différence entre le porte outil conventionnel et le porte outil Steadyline qui se manifeste au niveau de la limite de stabilité de l'usinage. En effet, le porte outil Steadyline a fait remonter les lobes de stabilité obtenus dans le cas d'un porte outil conventionnel d'au moins 2 fois. En revanche, ce type de porte outil n'apporte pas d'amélioration dans le cas où c'est la pièce ou bien la machine qui vibre. En plus, il n'existe pas de porte outil destiné pour les opérations de finition à cause du problème d'encombrement.

✓ **Outils de coupe spéciaux (outils à pas variable)**

Pour perturber le mécanisme d'apparition du phénomène de broutement, on peut utiliser des outils de coupe à pas angulaire variable (Figure 15). Ceci permettra de modifier le retard T qui

qualifie et explique l'apparition des instabilités (broutement) c'est-à-dire le temps écoulé entre deux passages de dents de la fraise.

Y. Altintas et al [6] ont donné une approche analytique pour le calcul du décalage angulaire de la fraise. Cette méthode repose sur le principe de détermination des lobes de stabilité en partant du modèle des  $F_c$ . Ce qui permet d'obtenir l'expression de la profondeur de passe limite  $a_{lim}$  qui tient compte du retard  $T$  qui n'est plus constant.

Cette technique n'est pas pratique car il faudrait générer un grand nombre d'outils puisque chaque fraise conçue avec des décalages angulaires donnés élimine une fréquence de vibration donnée à une vitesse de rotation donnée. Finalement, la technique d'outils à pas variables nécessite de faire des calculs afin d'être efficace pour une opération bien précise.

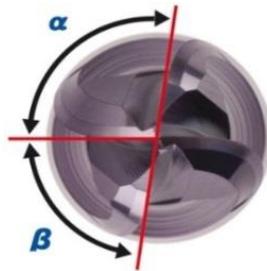


Figure 15 Fraise à pas variable

#### ✓ Prédiction des conditions de coupe optimales

Pour obtenir une meilleure qualité de la surface usinée, on doit donc éviter le phénomène de broutement qui caractérise le caractère instable de l'usinage. Pour cela, on peut conférer le rang de méthode à la stratégie avisée de mise au point de gammes d'usinage, qui consiste à tracer les lobes de stabilité permettant de choisir des paramètres du processus d'usinage (vitesse de rotation de la broche, un engagement axial de l'outil, stratégie d'usinage etc) appartenant au domaine de l'usinage stable (situé en dessous des lobes de stabilité). La Figure 16 met en évidence l'effet d'un correcteur sur le système qui consiste à remonter les lobes de stabilité et à élargir ainsi le domaine de l'usinage stable.

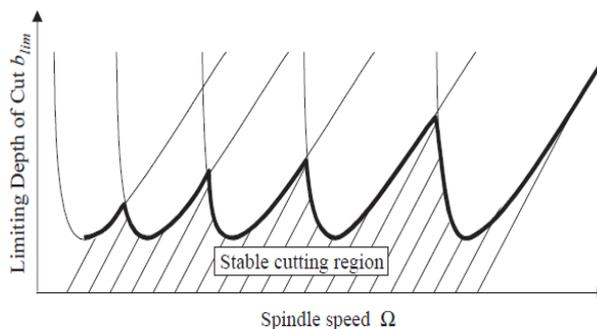


Figure 16 Lobes de stabilité[7]

Il est évident que cette technique demande au préalable une étude de stabilité de l'usinage avant d'opérer. En effet, les lobes de stabilité sont déterminés de manière analytique à partir d'une loi

de coupe[8]. Par conséquent, ce n'est pas souvent très utilisé par l'usineur qui dispose rarement de ce genre de connaissances.

✓ **Modulation de la vitesse de rotation de la broche**

C'est une technique assez étudiée et répandue pour lutter contre le broutement en usinage, faisant aujourd'hui objet de certains développements industriels ((HAAS SSV: machine integrated option (M38/M39 cycle in HAAS CNC)). Elle consiste à faire varier la vitesse de la broche suivant un signal sinusoïdal ou triangulaire au lieu d'une vitesse constante comme indiqué dans la Figure 17. Elle est généralement considérée efficace seulement pour les faibles vitesses de rotation de la broche. Sébastien Seguy et al [9] ont obtenu des améliorations au niveau du broutement en termes de déplacement vibratoire de la pièce qui diminue fortement. En effet, il y a une nette amélioration de l'état de surface de la pièce usinée. Néanmoins, cette technique requière une série d'essais et de simulations avec des combinaisons différentes d'amplitude et de fréquence du signal à envoyer à la broche pour finalement trouver le cycle optimal de vitesse de la broche.

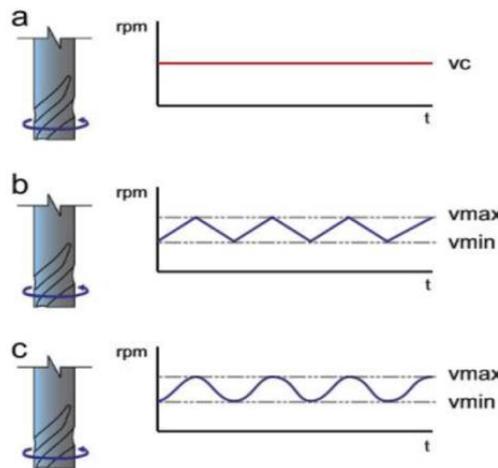


Figure 17 Vitesse de broche constante, triangulaire et sinusoïdale [10]

**b) Les méthodes semi-actives : amortissement et/ou raideur variable**

Elles reposent sur le même principe que les méthodes passives mais elles ont la capacité d'adapter le réglage pour s'accorder aux modifications soit des efforts d'excitation, soit des paramètres dynamiques de la structure à contrôler (masse, raideur ou amortissement). Ces méthodes sont appelées semi-actives aussi parce qu'elles ont une très faible consommation d'énergie et ne rajoutent pas de l'énergie au système contrôlé. Généralement on utilise des fluides spéciaux appelés fluides magnéto rhéologiques (Figure 18). Ce sont des suspensions de particules ferromagnétiques de quelques micromètres de diamètre dans un liquide porteur plus ou moins visqueux. Leur comportement rhéologique est variable en fonction du champ magnétique. En effet, lorsque ce fluide est soumis à un champ magnétique, les microparticules qu'il contient forment des chaînes parallèles à la direction du champ appliqué. Ceci limite alors l'écoulement du fluide et augmente par conséquent sa viscosité.

Le fluide électro rhéologique a le même principe que les fluides Magnéto rhéologiques mais avec l'application d'un champ électrique au fluide. Les industriels préfèrent les fluides Magnéto rhéologiques car ils ont une limite de saturation magnétique beaucoup plus élevée que celle électrique des fluides électro rhéologiques.

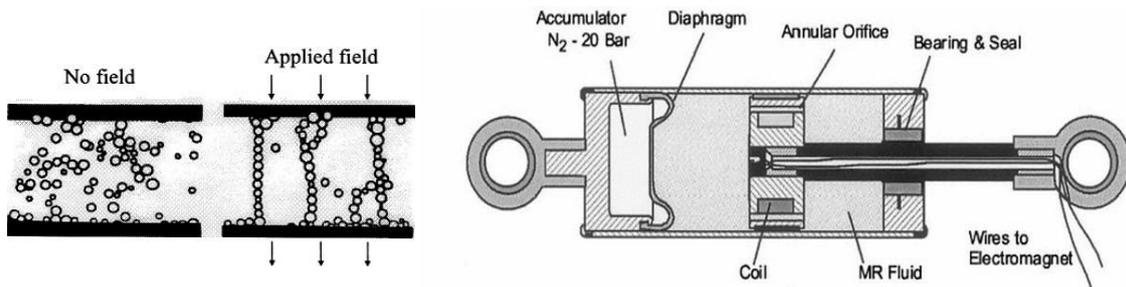


Figure 18 : Formation des chaînes de structure sous l'effet d'un champ appliqué extérieur/Amortisseur linéaire à base de fluide MR [11]

Le concept de ce type de contrôle a été introduit pour la première fois par Karnopp qui propose de modifier la force d'amortissement du fluide en contrôlant l'ouverture de la valve d'un amortisseur conventionnel (Figure 19). L'avantage de ce type de dispositif réside dans le fait qu'il délivre un amortissement variable en fonction du besoin tout en nécessitant une faible consommation en énergie. La figure ci-dessous montre le schéma d'un amortisseur à orifice variable. En effet, le diamètre peut être modifié par une commande électronique. Quand le piston se déplace à l'intérieur du cylindre, il provoque l'écoulement de fluide à travers l'orifice. Plus le diamètre de l'orifice est grand et moins est la résistance de dissipation. L'ouverture de l'orifice est commandée à l'aide d'un contrôle par rétroaction, et donc la valeur de l'amortissement aussi.

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{C}(u) * \mathbf{v}(t) \quad (1)$$

**C** : le coefficient d'amortissement fonction de la variable de contrôle  $u$ . Pour une position fixée de la valve, cet amortisseur devient naturellement passif.

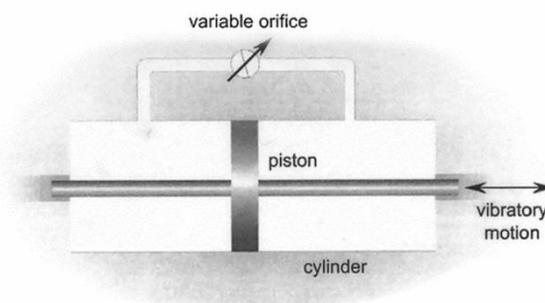


Figure 19 : Modulation de la viscosité par commande de valve (Karnopp)

Généralement, on utilise le cas particulier de ce genre d'amortisseurs, celui où la valve ne prend que deux positions « on-off » c'est-à-dire les deux situations correspondant à l'ouverture et à la fermeture complète de la valve parce qu'ils sont plus simples que le cas continu.

Les fluides électro et magnéto rhéologiques sont aussi utilisés en usinage pour éliminer le broutement. Yuan-zhong Lei a été le premier à proposer le recours à ces fluides pour modifier la raideur ou l'amortissement de l'outil, mais ce sont Min Wang et Renyuan Fei qui l'ont vraiment appliqué (Figure 20).

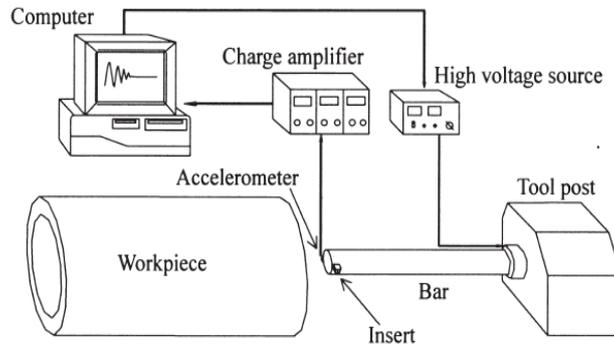


Figure 20 : Barre d'alésage semi-active de Wang et Fei[12]

L'application d'un champ électrique au fluide électro rhéologique de la barre d'alésage a changé les caractéristiques dynamiques de celle-ci (raideur et amortissement). On avait remarqué que pour des champs électriques appliqués faibles, inférieurs à 0.2 KV, il y avait une composante principale à 242 Hz qui est restée inchangée sauf son amplitude qui a diminué. Le fluide ER a donc fait augmenter l'amortissement du système. Mais lorsqu'on applique des champs électriques supérieurs à 1.2 KV, on a la vibration qui est distribuée sur tout le spectre avec une composante principale qui change continuellement dans un intervalle. Cette fois ci, c'est la raideur du système qui a changé.

Deqing Mei et al [13] ont aussi conçu une barre d'alésage contrôlée par un *fluide magnéto-rhéologique* (Figure 21). En effet, on peut faire varier la raideur et les fréquences propres de cette barre d'alésage continuellement en changeant l'intensité du champ magnétique appliqué au fluide MR qui entoure sa base. En augmentant cette intensité, la viscosité du fluide MR augmente aussi pouvant atteindre un état semi-solide, contribuant ainsi aux caractéristiques de raideur de la structure. Lorsque ce champ magnétique tend à disparaître, le fluide retrouve son état initial, son effet dissipatif (diminué) devenant à nouveau dominant. C'est l'effet réversible du fluide magnéto rhéologique qui permet d'ajuster l'amortissement et les fréquences de résonance du système. Les essais expérimentaux ont validé l'efficacité de ce principe pour lutter contre le broutement lors des opérations d'alésage. L'actionneur est placé en repère fixe (outil non tournant).

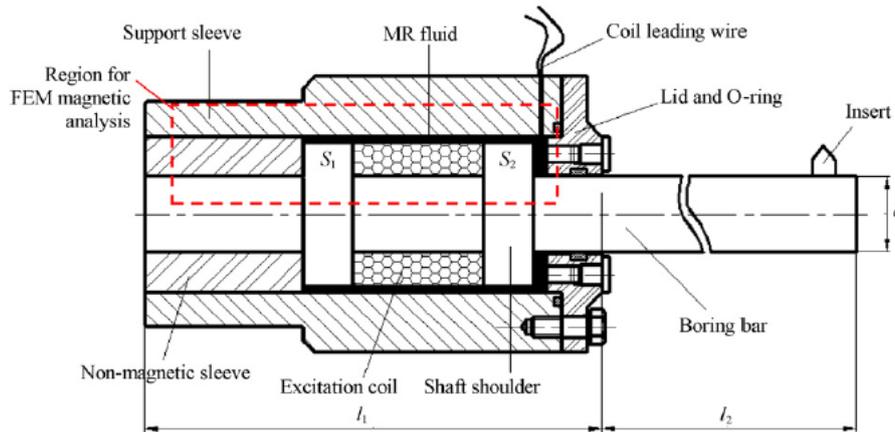


Figure 21 Structure de la barre d'alésage à fluide MR de Deqing Mei et al[13]

D. Sathianarayanan et al [14] ont aussi utilisé le principe des fluides MR pour réduire l'apparition du broutement pendant les opérations d'alésage.

M. Simnofske and J. Hesselbach [15] ont développé un bras, intégrant des actionneurs piézoélectriques, monté entre le porte outil et le guidage de la tête de la broche pour augmenter activement la raideur de la machine-outil (polisseuse) (Figure 22) et diminuer ainsi les vibrations qui sont mesurées avec des accéléromètres. Bien que la solution semble adaptée pour compenser les déformations et obtenir des meilleures précisions, on peut se poser des questions sur les bandes passantes obtenues, en raison de la masse « vue » par l'actionneur.

De plus, ce n'est pas toujours possible de modifier la structure d'une machine-outil dans le but d'altérer ses caractéristiques dynamiques pour des raisons techniques, de faisabilité ou encore économiques.

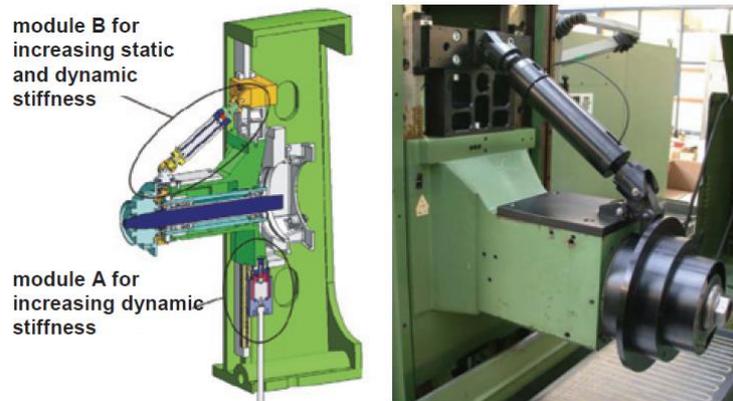


Figure 22 Augmentation de la raideur d'une machine de polissage [16]

### c) Les méthodes actives

Ces méthodes sont basées sur la synthèse d'une stratégie qui applique des efforts dynamiques sur le système contrôlé, afin de réduire les vibrations en des points particuliers (Figure 23).

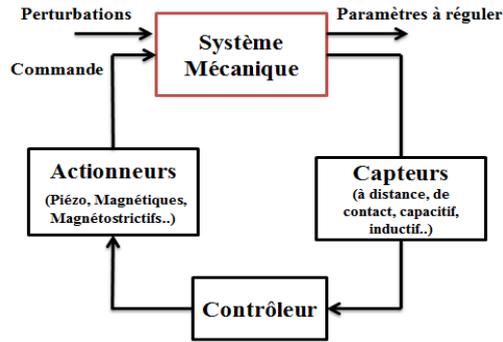


Figure 23 Diagramme de Contrôle Actif par rétroaction

Suivant le type de correction apportée au système, on distingue deux types de contrôle actif ; le contrôle par anticipation et le contrôle par boucle de rétroaction.

Dans le premier cas de contrôle (Figure 24), il s'agit d'identifier la perturbation source des vibrations et d'y superposer une excitation inverse afin de l'annuler. Il existe une variante de ce type de contrôle, le contrôle par anticipation modifié puisque le contrôleur reçoit de plus la réponse du système pour mettre à jour son modèle interne (mécanisme d'adaptation) suite aux modifications du comportement du système physique qui se produit au moment de fonctionnement.

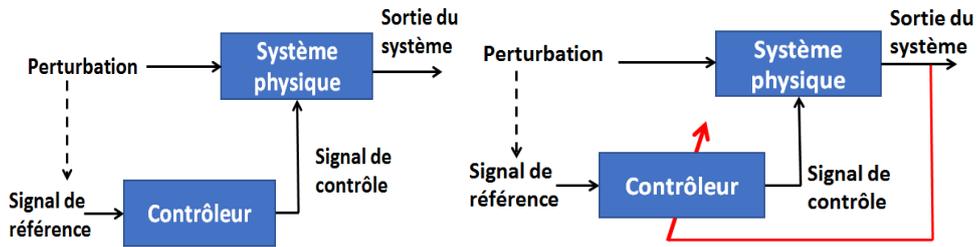


Figure 24 Contrôle par anticipation

Dans le deuxième type de contrôle (Figure 25), le contrôleur reçoit uniquement les informations délivrées par les capteurs placés sur la structure. Ce placement doit généralement faire l'objet d'une étape à part entière, visant l'optimisation de l'« observabilité » du phénomène à contrôler. Il faut ensuite modéliser le comportement dynamique du système et choisir une loi de commande appropriée pour mettre au point un correcteur. Celui-ci permettra alors de produire une force de contrôle qui sera exercée par des actionneurs sur la structure.

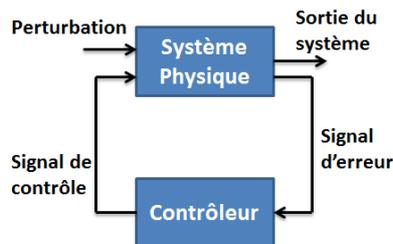


Figure 25 Contrôle par boucle de rétroaction

Jérémy Monnin et al [17] a étudié le concept d'une broche active intégrant des composants mécatroniques. Ils ont utilisé des actionneurs piézo-électriques qui agissent directement sur les degrés de libertés radiales du palier avant de la broche après l'analyse des mesures de vibrations détectées par des accéléromètres (Figure 26).

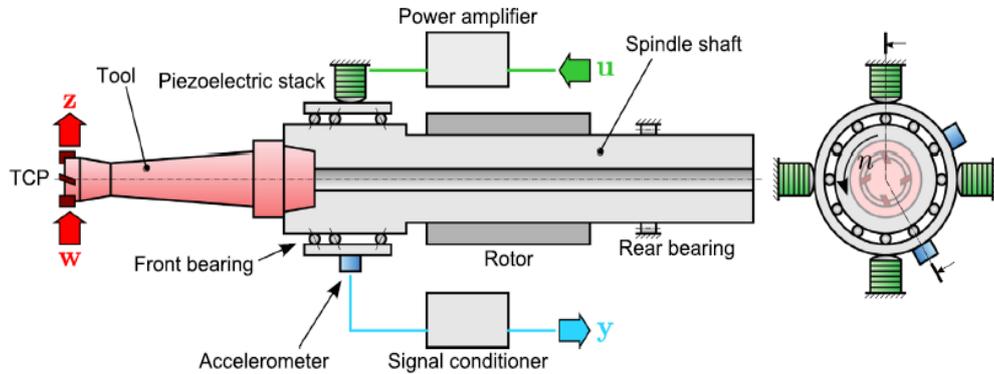


Figure 26 Concept d'une broche active [17]

George P. O'Neal et al. [18] ont développé une barre d'alésage « intelligente » qui dispose d'un actionneur piézoélectrique, de deux capteurs de déplacement laser, d'une partie transmission des données et d'une méthodologie de contrôle qui permet de rejeter activement les vibrations de l'outil (Figure 27).

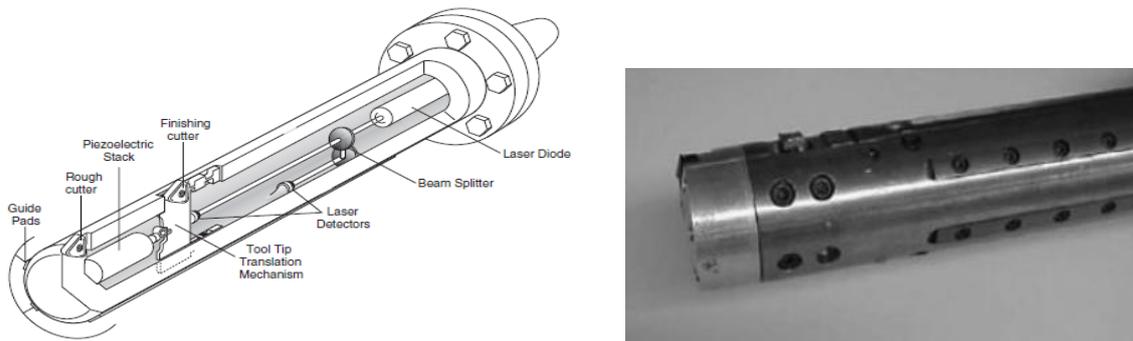


Figure 27 Structure d'une barre d'alésage active selon GEORGE P. O'NEAL et al [18][19]

Brecher et al.[20] ont étudié le concept d'un porte pièce active universelle puisqu'elle est munie d'actionneurs piézoélectriques permettant de contrôler les déplacements vibratoires relatifs outil/pièce suivant les deux directions longitudinales et fonctionne avec toute machine-outil verticale, ne nécessitant aucune modification de conception (Figure 29b).

Dohner et al [21] ont été les premiers à exposer le travail de Sandia National Laboratories sur le contrôle actif en fraisage. Deux actionneurs électrostrictifs ont été utilisés, guidés par des paliers hydrostatiques, pour appliquer une action en direction latérale à l'outil ; des jauges de déformation ont été placées à la base de l'outil pour mesurer ses vibrations radiales et fournir le retour nécessaire au correcteur. Finalement, la méthode choisie utilise un correcteur linéaire quadratique gaussienne « LQG » comme stratégie de contrôle, qui a d'ailleurs permis d'augmenter le domaine de l'usinage stable (Figure 29a).

Hai-Tao Zhang et al. [22] ont développé une nouvelle approche de contrôle actif des vibrations en fraisage par le biais d'une broche *intelligente* intégrant des actionneurs électrostrictifs pour produire le mouvement de l'outil après la mesure des déplacements de celui-ci et de l'analyse des signaux requis par un contrôleur. Il s'agit de la stratégie du LQR (*Linear Quadratic Regulator*) associée à une méthode d'identification instantanée de la matrice des coefficients directionnels des efforts de coupe. En se basant sur le modèle de coupe en fraisage à deux degrés de liberté, les simulations ont montré qu'on pouvait avoir une diminution significative du phénomène de broutement ainsi qu'une nette amélioration du domaine de l'usinage stable.

Carl R.Knospe et al. [23] proposent un prototype de broche active utilisant trois paliers magnétiques radiaux commandés par la loi de commande  $\mu$  *synthèse*. En effet, pour avoir une robustesse suffisante les auteurs avaient jugé primordial d'inclure des incertitudes de modèle, structurées dans ce système, en raison de la forte variabilité de la vitesse de rotation, des outils de coupe, du taux de matière à enlever ou encore des conditions de coupe (Figure 28).

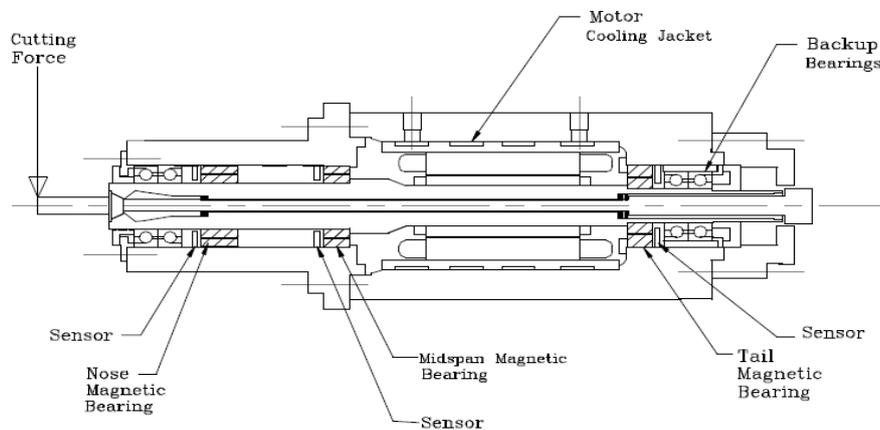


Figure 28 Broche à paliers magnétiques actifs[23]

Heidenhain propose aussi une fonction de contrôle actif de broutement destinée pour des usinages lourds sans ajouter des composants électroniques tels que les capteurs ou actionneurs. Malheureusement, les vibrations de broutement sont généralement à hautes fréquences alors que la machine ne peut fournir une action correctrice au-delà des 100 Hz. En plus, il arrive parfois que des instabilités dues à des modes situés en dessous de 100 Hz [24] ne puissent pas être contrôlées.

Les exemples cités en contrôle actif du fraisage se déroulent tous en repère fixe. En effet, l'action correctrice exercée sur le système usinant est fixe par rapport au repère lié au bâti. Ces situations de contrôle sont certes plus faciles à implémenter (technologiquement) et plus ou moins efficaces d'après les résultats obtenus à chaque fois. Néanmoins, il est naturel de penser que la performance du contrôle actif du fraisage serait d'autant meilleure que la correction des vibrations de broutement est plus proche de la zone de coupe, diminuant ainsi les masses « vues » par l'actionneur et élargissant la bande passante de son action. Bien que ce soit technologiquement plus complexe à réaliser un actionnement et une acquisition des signaux en repère tournant, le contrôle actif du fraisage dans ce cas de figure semble être une solution plus radicale contre le broutement.

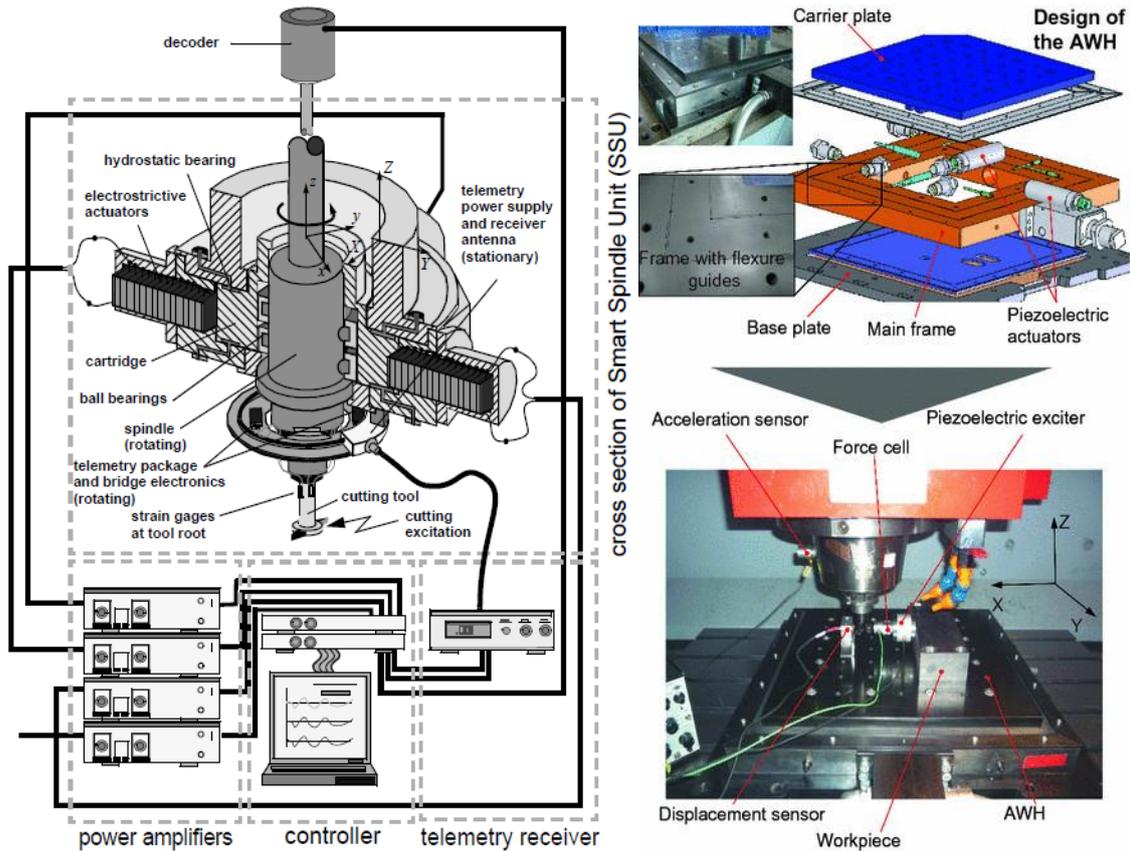


Figure 29 : a) Configuration de contrôle actif [21] b) Structure de porte pièce active [20]

## 2. Technologies d'actionnement en contrôle actif

### a) Les actionneurs à paliers magnétiques

Ce type d'actionneurs sont généralement composés de circuits magnétiques, intégrant des électro-aimants, placés de part et d'autre d'une cible en acier, avec un entrefer de faible valeur (moins d'un millimètre). En excitant une bobine avec un courant, les électroaimants qui sont fortement non-linéaires, génèrent chacun une force proportionnelle au carré du courant qui les traverse et inversement proportionnelle au carré de la distance d'entrefer séparant l'arbre du stator.

$$F \approx \left(\frac{I}{e}\right)^2 \quad (2)$$

En modulant ces forces, il est possible de positionner l'arbre le long de l'axe de contrôle. La combinaison de deux axes perpendiculaires forme un centreur (Figure 30b) capable de maintenir l'arbre en position selon deux degrés de liberté. En appliquant une intensité donnée, la force créée par un électroaimant augmente très rapidement quand l'entrefer diminue rendant les électro-aimants très instables.

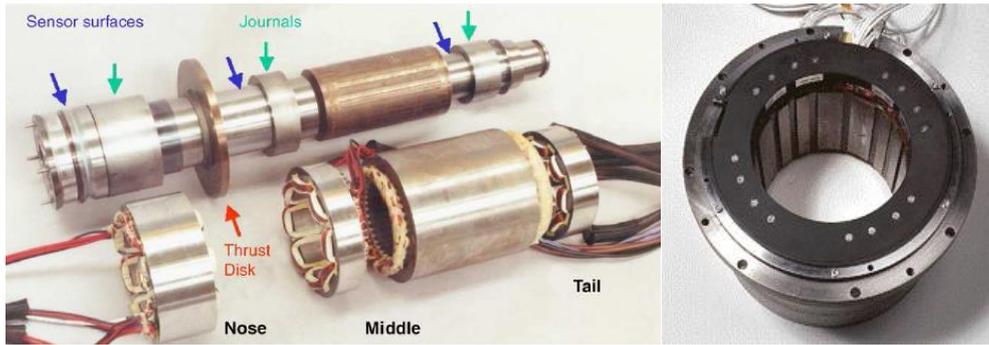


Figure 30 a) Broche à paliers magnétiques actifs [25] b) Centreur magnétique[12]

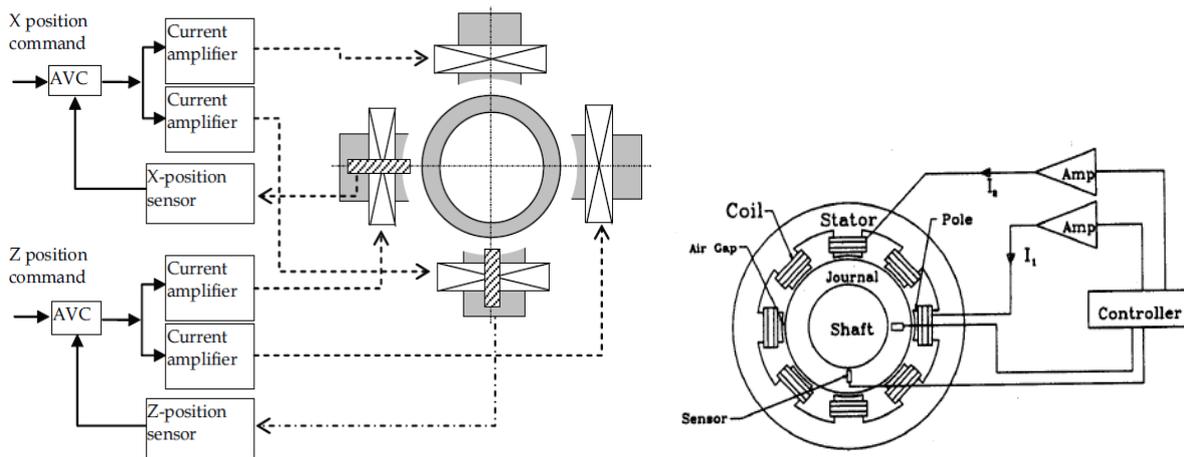


Figure 31 Structure de Contrôle d'une extrémité d'arbre tournant [26] et schéma de principe d'un actionneur à paliers magnétiques[23]

La Figure 31 montre une commande en boucle fermée de l'extrémité d'un arbre tournant comprenant deux capteurs de déplacement, un processeur de signaux numériques et deux amplificateurs de puissance sur chaque axe. La consigne, venant d'un algorithme d'anti-vibration, est comparée à la position réelle de l'arbre. Le processeur calcule alors les courants nécessaires dans les bobines pour corriger l'erreur. La boucle de contrôle dans le cas du schéma de l'actionneur à paliers magnétiques est implémentée à une fréquence supérieure à 10 kHz.

Un actionneur à réluctance variable est caractérisé par sa forte densité de puissance qui le rend léger et compact. Un autre avantage de ce type d'actionneur réside dans sa très faible consommation d'énergie. Néanmoins, sa commande est complexe.

### b) Les actionneurs magnétostrictifs

Ils sont constitués de matériaux qui se déforment sous l'effet d'un champ magnétique généré par une bobine. Ces matériaux sont appelés matériaux magnétostrictifs (fer, nickel, alliages aluminium-fer ou nickel cobalt...). Les efforts générés varient de 0.1N à 10kN par cellule avec une gamme de fréquences allant de quelques Hz à plusieurs kHz.

$$F(s) = \frac{K}{L * s + R} * V(s) \quad (3)$$

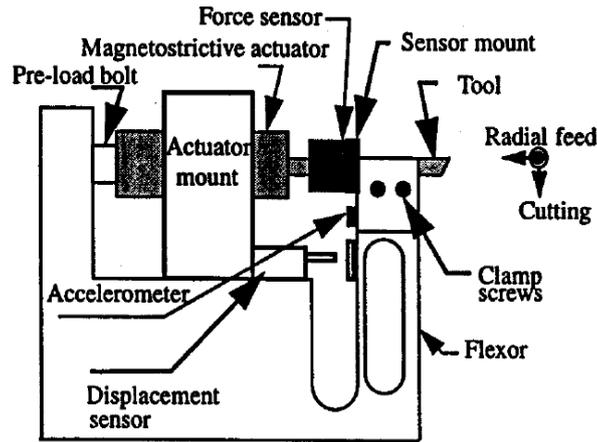


Figure 32 Montage d'un actionneur magnétostrictif sur une machine de tournage[27]

Les actionneurs magnétostrictifs sont aussi utilisés en contrôle actif en usinage (Figure 32).

### c) Les actionneurs Piézoélectriques

Le choix de l'actionneur est une tâche importante et cruciale car il a une influence pertinente sur l'efficacité du contrôle. Les caractéristiques les plus importantes (tableau 1) sont l'efficacité, la bande passante, la raideur mécanique et la compacité (power density). D'un autre côté, il est indispensable de connaître la valeur des efforts de coupe pour avoir le bon dispositif d'actionnement selon la structure mécanique du système usinant. Les actionneurs piézoélectriques sont largement utilisés en contrôle actif en usinage (Figure 33).

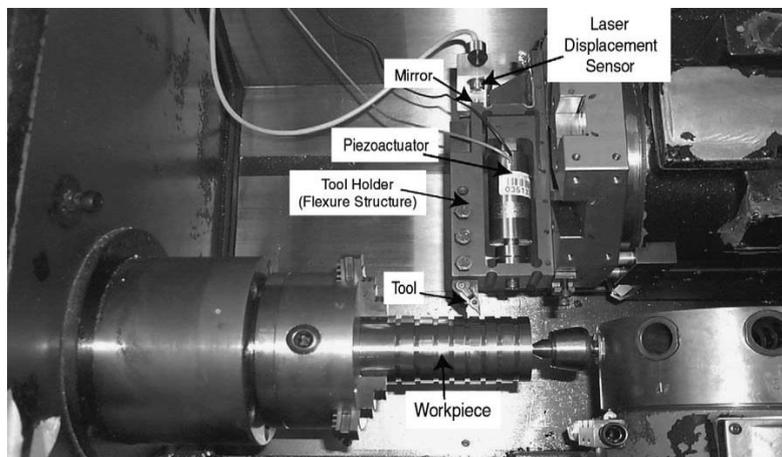


Figure 33 Montage de l'actionneur piézoélectrique sur une Tour[19]

Critère	Piézoélectrique	Magnétostrictif
Encombrement	petit	Très grand
Course	moyen	grand
$F_{max}$	Très grand	Moins grand
Output Energy	Très grand	petit
Fréquence	Plage fréquentielle utile plus large	Moins étendue

Tableau 1 Actionneur Piézoélectrique/Actionneur Magnétostrictif [28]

✓ **La piézoélectricité**

L'effet piézoélectrique direct consiste en la capacité de certains matériaux à générer une charge électrique proportionnelle à une force appliquée de l'extérieur ; l'effet direct est utilisé dans des capteurs de force. Quant à l'effet piézo-électrique inverse, il s'agit d'un champ électrique appliqué parallèlement à la direction de polarisation qui induit une dilatation de la céramique ; c'est le principe de fonctionnement des actionneurs piézoélectriques.

Dans le cas des céramiques, de fabrication plus facile, aucun effet piézoélectrique global n'y apparaît spontanément au départ à cause de la diversité des orientations des microcristaux qui le constituent d'une part et des domaines de polarisation d'autre part. Une formation du matériau sous champ électrique, destinée à aligner la polarisation des domaines est donc indispensable pour faire apparaître une orientation privilégiée, et par conséquent une piézoélectricité macroscopique. En prenant cette direction de polarisation comme axe (O,z), les propriétés piézoélectriques de la céramique sont décrites par une matrice de 5 coefficients. Mais c'est le mode de compression suivant (O,z) sur des lames de coupe Z qui va nous intéresser. On retient alors le module piézoélectrique correspondant  $d_{33}$ .

✓ **Comportement dynamique**

$$F = -\frac{S * Y_{33}^E}{l} * \Delta l + S * \frac{Y_{33}^E * d_{33}}{h} * V \tag{4}$$

Il existe plusieurs modèles complets des actionneurs piézoélectriques qui prennent en compte les non-linéarités ainsi que le phénomène d'hystérésis (Figure 34) mais qui compliqueraient la modélisation de notre système. Boukari [74] a utilisé l'approche de Preisach pour modéliser l'hystérésis statique ainsi que l'approche de Voigt pour modéliser l'hystérésis dynamique dans le but de proposer un modèle complet de l'actionneur piézoélectrique. Dans notre cas, on a préféré utiliser un modèle simple de l'actionneur piézoélectrique en négligeant les aspects de non linéarité qui seront considérés dans les incertitudes qu'on ajoutera au modèle nominal de notre système dans le chapitre N°3.

De plus, le contrôle actif consiste à produire des correcteurs suivant des stratégies de commande robustes capables d'accomplir leur tâche, celle d'atténuer les vibrations, même en présence d'incertitudes de modèle dues à des hypothèses simplificatrices de phénomènes physiques ou aussi de perturbations externes.

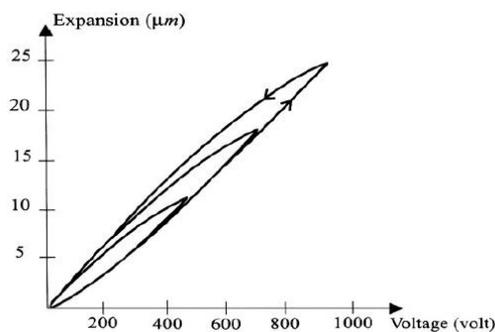


Figure 34 Phénomène d'hystérésis d'un actionneur piézoélectrique [11]

### 3. Théorie du contrôle (appliquée au fraisage)

On retient naturellement le contrôle feedback (par rétroaction) pour ce travail de thèse. En effet, seulement la réponse de la structure est mesurée à chaque instant. Cette information est par la suite utilisée pour produire une force de contrôle qui sera appliquée instantanément, en apportant de l'énergie de l'extérieur, par un actionneur. Pour cela, on va étudier le comportement dynamique de la structure à contrôler avant de choisir une loi de contrôle de rétroaction qui satisfait au mieux nos exigences. L'efficacité de ce contrôle dépend non seulement du placement optimal des capteurs et actionneurs sur la structure mais aussi de la définition d'une loi de commande robuste capable d'agir sur la réponse du système pour répondre à notre problématique. En effet, la robustesse est une qualité indispensable dans le correcteur puisqu'il doit faire face à la présence des perturbations, au bruit de mesure ou d'actionnement ou encore aux incertitudes de modèle mais aussi à la variabilité du processus de coupe.

#### a) Contrôle Actif du Fraisage

Il existe deux façons d'implémenter des stratégies de contrôle actif. Dans les deux cas, on cherche à minimiser la norme de la fonction de transfert du système en boucle fermée. Dans la *première stratégie* (Figure 35a), on cherche à améliorer la stabilité de l'usinage contre le broutement sans intégrer dans la modélisation le processus de coupe, ce qui simplifie grandement l'étude. L'inconvénient serait une moins bonne prise en compte de perturbations et variations par rapport à un modèle nominal, qui se traduirait par une robustesse moindre que pour la deuxième méthode. L'avantage consiste dans l'indépendance de l'approche par rapport aux processus, ce qui confère une plus grande généralité et facilité d'implémentation de la méthode. La *deuxième stratégie* (Figure 35b) prend en compte le processus d'usinage, dans sa forme nominale, qui sera généralement linéarisée. On peut ainsi espérer un gain significatif en robustesse et une atténuation de l'amplitude de la fonction de transfert outil/pièce dans des conditions opératoires difficiles. C'est une des conclusions des travaux de Jérémie Monnin et al [17]. On parle alors de système augmenté. En effet, la partie modélisée du plant est plus importante que dans la première approche, et par conséquent, le modèle aussi.

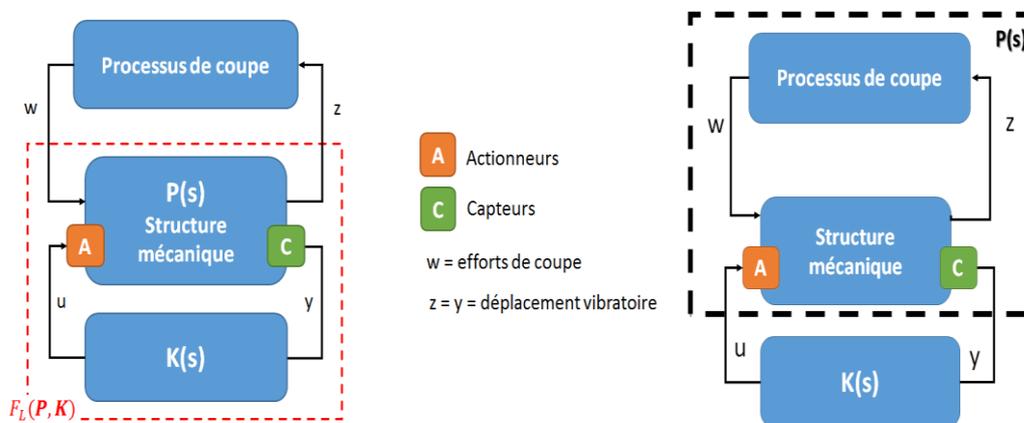


Figure 35 : Contribution pour l'amélioration de stabilité en usinage selon a) la première stratégie ; b) la deuxième stratégie

Dans la Figure 35, on construit le correcteur « K » à partir du modèle de notre système (« plant » en terminologie anglo-saxonne) dite aussi système généralisé (« generalized plant »). Ce terme, très utilisé dans le langage des automaticiens, désigne le système qu'on désire corriger via un compensateur noté dans la figure « K » et qui coïncide avec la dynamique relative pièce / outil « P » dans le cas de la première stratégie. En revanche dans la deuxième, cette « plant » est l'association de « P » avec le processus de coupe, ce qui enrichit la modélisation, donnant espoir d'obtenir des meilleurs résultats. Certes, on tient compte du processus de coupe dans la première stratégie, non pas pour participer à la synthèse du correcteur mais plutôt pour générer la perturbation de la « plant » alors que la deuxième stratégie intègre effectivement les efforts de coupe dans la procédure de synthèse du correcteur.

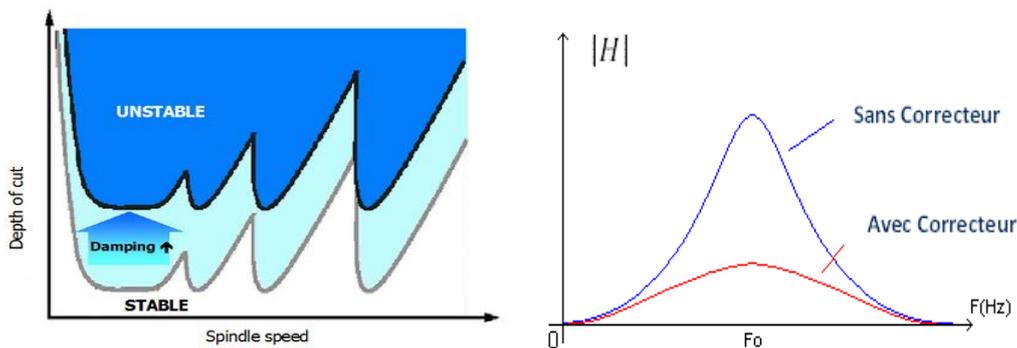


Figure 36 : Effet du contrôle actif du système usinant sur les lobes de stabilité de l'usinage et sur l'amplitude de la fonction de transfert Outil/Pièce.

La Figure 36 met en évidence l'impact de la présence d'un correcteur dans le système usinant puisqu'on a un élargissement du domaine de stabilité et une réduction d'amplitude de la fonction de transfert Outil/Pièce.

### b) Configurations de Commande Robuste pour le contrôle actif en fraisage

Parmi les méthodes de contrôle les plus employées en fraisage, la synthèse  $H_\infty$  ou sa variante  $\mu$  *synthèse* demeurent les plus utilisées pour obtenir des compensateurs robustes même si des techniques de calibrage des fonctions de sensibilité donnent des résultats très intéressants aussi. La robustesse est un concept et une exigence fondamentale pour ce type d'applications, en raison de la variabilité du processus, bruits de mesure ou des modélisations incomplètes ou trop simplificatrices des phénomènes physiques. L'objectif de la synthèse  $H_\infty$  est de construire un correcteur  $K(s)$  qui stabilise le système en boucle fermée et qui minimise la norme  $H_\infty$  de  $F_L(P(s), K(s))$ , appelée transformation linéaire fractionnaire (la fonction de transfert du système en boucle fermée  $\omega$  (perturbation)  $\rightarrow z$  (mesure de qualité)). Il s'agit donc de synthétiser une loi de commande  $u = K(s) \times y$  qui minimise l'impact des perturbations  $\omega$  sur le bon fonctionnement du système [29]. Cette méthode a été utilisée par Jérémie Monnin et al [17] pour atténuer les vibrations en fraisage suivant deux stratégies de contrôle qui seront abordées plus tard.

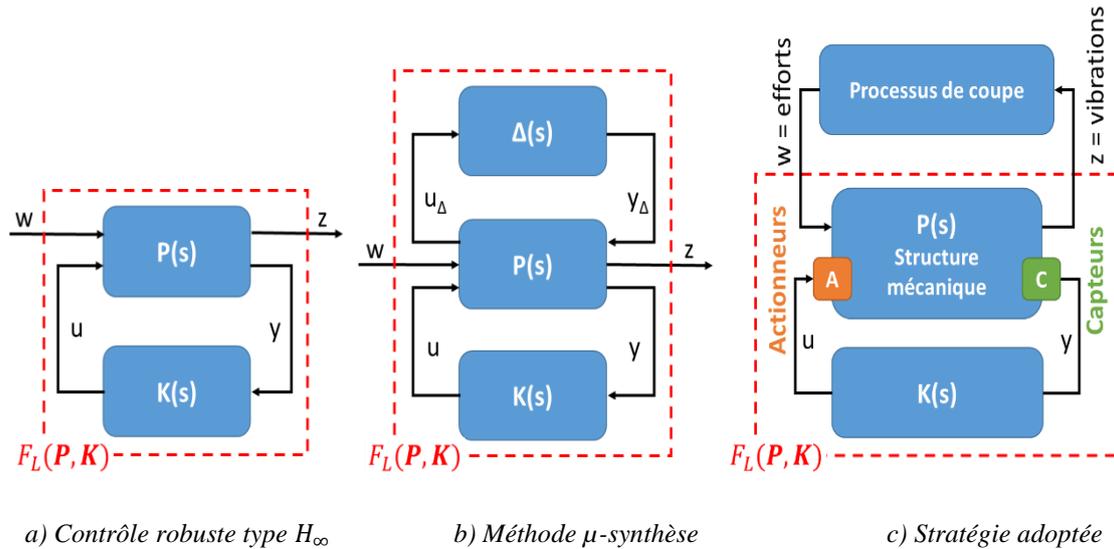


Figure 37 : Méthodologies de contrôle robuste et stratégie de contrôle adoptée

Les schémas de la Figure 37 présentent les interactions dynamiques entre différents sous-systèmes (la dynamique de la machine-outil avec le processus de coupe  $P(s)$ , le correcteur  $K(s)$  et les incertitudes  $\Delta(s)$ ). Contrairement au premier diagramme, le deuxième diagramme tient compte des non linéarités du système pouvant provenir de la non linéarité de l'actionneur, du modèle de coupe  $F_c$ , du terme régénératif, du bruit de mesure ou encore des perturbations externes qu'on modélise avec des incertitudes. Ce diagramme très général (Figure 37b) permet d'analyser la robustesse en stabilité du système en boucle fermée en présence des incertitudes.

La  $\mu$ -synthèse est aussi une technique très utilisée pour obtenir des compensateurs robustes puisqu'elle tient compte des incertitudes du modèle et surtout de leurs structures spécifiques. Ces incertitudes peuvent provenir des perturbations externes qui surviennent lors des opérations d'usinage, de la variabilité des efforts de coupe, du bruit de mesure ou même des inévitables erreurs de modélisation. Il s'agit en fait de construire un compensateur  $K(s)$  qui minimise la valeur singulière structurée  $\mu(F_1(P, K))$  du système en boucle fermée, en présence des incertitudes de modèle (notées  $\Delta$ ). En s'aidant de propriétés mathématiques, on arrive à démontrer que la  $\mu$ -synthèse n'est autre qu'un problème de minimisation de la norme  $\infty$ . Par conséquent, la  $\mu$ -synthèse utilise la notion de valeur singulière structurée ainsi que la technique  $H_\infty$  pour concevoir des correcteurs robustes pour des systèmes à incertitudes structurées. On peut évidemment utiliser la méthode  $H_\infty$  au lieu de la  $\mu$ -synthèse, sauf que cette dernière permet dans certains cas d'exploiter la structure spécifique des perturbations pour avoir des correcteurs procurant des meilleures performances. Dongming Liu et John W.Sutherland [27] ont employé cette méthode pour corriger les vibrations de broutement en tournage.

c) **Stratégies de commande robustes**

Le système standard P (Plant) bouclé par le compensateur K définit un système avec  $\omega$  pour vecteur des entrées extérieures (signaux de référence, bruits, perturbations),  $z$  pour signal de sortie (grandeur asservie ou régulée) et  $y$  pour la mesure de la sortie permettant d'élaborer la commande  $u$  (Figure 38). Le problème se traduit par la recherche du correcteur K qui minimise l'impact des perturbations sur la sortie au sens d'une norme ( $H_2, H_\infty, \dots$ ) ou au moyen d'un critère quadratique, à fournir ou construire sur la base d'un cahier des charges, comme celui utilisé dans la méthode *LQG*. On donnera par la suite une présentation succincte de ces outils mathématiques et modèles utilisés en théorie du contrôle.

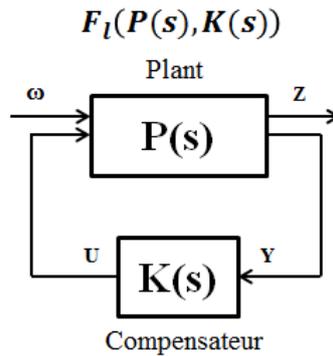


Figure 38 : Modèle standard du problème

✓ **La synthèse  $H_\infty$**

La dynamique de la machine, la modélisation de l'actionneur, du capteur ainsi que du processus de coupe constitue ce qu'on appelle en automatique « plant ». Ce terme, très utilisé dans le langage des automaticiens, désigne le système qu'on désire corriger via un compensateur noté dans la figure « K ». A partir de la modélisation de « plant », on obtient la représentation d'état du système sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} z \\ y \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} \omega \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{z\omega} & P_{zu} \\ P_{y\omega} & P_{yu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega \\ u \end{pmatrix} \quad (5)$$

Qui nous donne ce système d'équations suivant :

$$\begin{cases} z = P_{z\omega}\omega + P_{zu}u & (6.1) \\ y = P_{y\omega}\omega + P_{yu}u & (6.2) \end{cases} \quad (6)$$

En utilisant la commande :

$$u = Ky \quad (7)$$

On obtient :

$$(6.2) \Leftrightarrow \mathbf{y} = \mathbf{P}_{y\omega} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{P}_{yu} \mathbf{K} \mathbf{y} \Leftrightarrow (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{yu} \mathbf{K}) \mathbf{y} = \mathbf{P}_{y\omega} \boldsymbol{\omega} \quad (8)$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{y} = (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{yu} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{y\omega} \boldsymbol{\omega}$$

$$(6.1) \Leftrightarrow \mathbf{z} = \mathbf{P}_{z\omega} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{P}_{zu} \mathbf{u}$$

$$= \mathbf{P}_{z\omega} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{P}_{zu} \mathbf{K} \mathbf{y}$$

$$= \mathbf{P}_{z\omega} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{P}_{zu} \mathbf{K} (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{yu} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{y\omega} \boldsymbol{\omega}$$

$$= [\mathbf{P}_{z\omega} + \mathbf{P}_{zu} \mathbf{K} (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{yu} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{y\omega}] \boldsymbol{\omega}$$

$$= \mathbf{F}_1(\mathbf{P}(s), \mathbf{K}(s)) \boldsymbol{\omega}$$

Ainsi:

$$\mathbf{z} = \mathbf{F}_1(\mathbf{P}(s), \mathbf{K}(s)) \boldsymbol{\omega} \quad (9)$$

$F_l(P(s), K(s))$  est la matrice de transfert du système en boucle fermée entre  $\omega$  et  $z$ , appelée Transformation Fractionnaire Linéaire.

L'objectif de la synthèse  $H_\infty$  est de construire un correcteur  $K(s)$  qui stabilise le système en boucle fermée et qui minimise la norme  $\infty$  de  $F_L(P(s), K(s))$ . Il s'agit donc de synthétiser une loi de commande  $u = K(s) y$  qui minimise l'impact des perturbations  $\omega$  sur la sortie du système  $z$ .

Les correcteurs assurant la plus petite valeur de la norme ainsi définie, sont dits « optimaux ». En général, ces correcteurs posent généralement des problèmes d'implémentation, venant des aspects pratiques négligés dans l'approche (saturation de l'actionneur, par exemple). En pratique, pour beaucoup d'implémentations informatiques de cette méthode, on utilise une approche sous-optimale, qui a l'avantage d'être plus souvent réalisable. Ainsi, pour contourner le problème initial qui n'admet pas toujours une solution et encore moins une solution explicite « raisonnable », on se fixe un réel  $\gamma$  et on cherche un correcteur qui stabilise le système en boucle fermée tout en assurant la condition suivante :

$$\|F_L(\mathbf{P}(s), \mathbf{K}(s))\|_\infty < \gamma \quad (10)$$

Le nombre  $\gamma$  est le reflet du niveau de robustesse obtenu. Pour trouver un compromis entre le niveau de robustesse et la « réalisabilité » pratique du correcteur, on a besoin souvent de réglages (en simulation, en modélisant les saturations, ou sur le système réel, quand cela est possible).

Parmi les méthodes les plus employées pour résoudre un problème  $H_\infty$ , on en trouve deux largement utilisées. Il y a d'abord l'approche utilisant l'algorithme itératif de *Glover-Doyle* basée sur la résolution des équations de Riccati où il y a plusieurs conditions à satisfaire. En termes d'implémentation dans les logiciels commerciaux, on dispose de la fonction « *hinfsyn* », qui permet de résoudre un problème  $H_\infty$  suivant cette méthode si les hypothèses algébriques sont vérifiées par les matrices qui apparaissent dans la représentation d'état du système. Comme son nom l'indique, l'algorithme est répétitif donnant la valeur minimale de  $\gamma$  telle que les deux équations de Riccati admettent des solutions vérifiant certaines conditions. Le processus se répète jusqu'à ce que la longueur de l'intervalle de dichotomie soit inférieure à un critère donné au départ [30].

La deuxième approche utilise des algorithmes basés sur les inégalités matricielles affines (Linear Matrix Inequalities, LMI) où il y a une seule condition à satisfaire [31].

La méthode  $H_\infty$  est généralement utilisée lorsqu'on désire faire de la commande robuste comme dans le cadre des applications en commande de vol. On la retrouve aussi souvent dans les travaux visant le contrôle actif du broutement en usinage tel que le tournage ou le fraisage. En effet, Jérémie Monnin et al [17] a eu recours à cette technique en utilisant un système actif (actionneur, capteur et contrôleur) intégré dans une broche. Ensuite, il a utilisé deux stratégies de contrôle. Dans les deux cas, il cherche à minimiser la norme de la fonction de transfert  $F^P$  du système en boucle fermée (Figure 39).

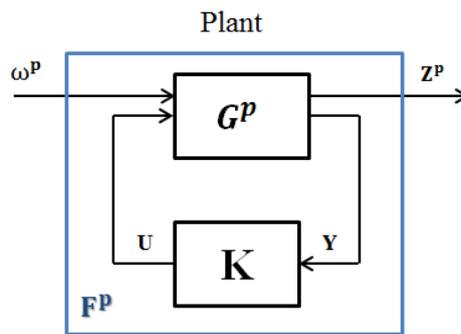


Figure 39 Schéma du système en boucle fermée[17]

Sachant que le système à contrôler est maintenant la « plant » généralisée notée  $G^P$ :

$$G^P = \begin{pmatrix} G^P_{z\omega} & G^P_{zu} \\ G^P_{y\omega} & G^P_{yu} \end{pmatrix} \quad (11)$$

L'expression de la fonction de transfert  $F^P$  est la suivante :

$$F^P(s) = G^P_{z\omega}(s) + G^P_{zu}(s)K(s) \left( I - G^P_{yu}(s)K(s) \right)^{-1} G^P_{y\omega}(s) \quad (12)$$

On voit bien que  $F^P$  dépend des composantes de  $G^P$  ainsi que du contrôleur  $K$ .

Dans la première stratégie,  $G^P$  consiste en la dynamique de la machine-outil. Cette stratégie est pratique dans le sens où elle permet d'améliorer la stabilité de l'usinage contre le broutement en déplaçant la limite des lobes de stabilité vers le haut sans se préoccuper du processus de coupe. Cela permet de simplifier grandement la synthèse du correcteur et ne pas être dépendant du processus de coupe, caractérisé par une forte variabilité. En revanche, dans la deuxième stratégie,  $G^P$  désigne la dynamique de la machine-outil associée au processus  $R$  de coupe. Finalement, pour concevoir le contrôleur, il faut déterminer les composantes de  $G^P$  et d'utiliser l'outil *hinfyn* dans la toolbox « Robust Control toolbox » dans Matlab. Notre travail vise, entre autres, à comparer les deux stratégies d'un point de vue de leur efficacité pour le contrôle des vibrations en usinage.

### ✓ Le Contrôleur $H_2$

Le problème d'optimisation standard  $H_2$  consiste à trouver comme dans le cas de la synthèse  $H_\infty$ , un compensateur  $K$  qui stabilise le système en boucle fermée tout en minimisant la norme  $H_2$  de la fonction de transfert du système en boucle fermée de la perturbation  $\omega$  à la déviation de l'outil  $z$ . On dit souvent qu'on est optimal en moyenne (quadratique) et non pas dans tous les cas (worst case). De plus, le gros avantage réside dans le fait que les techniques de minimisation quadratiques sont beaucoup plus simples et efficaces que celles utilisées en norme infinie, pour finalement des résultats pratiques souvent très comparables.

Pour cela, il faut déjà déterminer la modélisation de la « plant » dans l'espace d'état avant de vérifier si les matrices qui vont apparaître vérifient certaines hypothèses. Dans ce cas-là, on a le contrôleur optimal suivant [29] :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + B_2u(t) + E[y(t) - C_2\hat{x}(t) - D_{22}u(t)] \quad (13)$$

$$u(t) = -F\hat{x}(t)$$

Ce qui correspond au problème de représentation d'état suivante :

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B_1\omega(t) + B_2 u(t) \quad (14)$$

$$z(t) = C_1x(t) + D_{12}u(t)$$

$$y(t) = C_2 x(t) + D_{21}\omega(t) + D_{22}u(t)$$

Pour le calcul de la commande  $u$ , on a donc besoin de déterminer  $E$  et  $F$  :

$$F = (D_{12}^T D_{12})^{-1} (B_2^T X + D_{12}^T C_1) \quad \text{et} \quad E = (Y C_2^T + B_1 D_{21}^T) (D_{21} D_{21}^T)^{-1} \quad (15)$$

$X$  et  $Y$  sont les matrices symétriques définies positives solutions uniques des deux équations de Riccati.

F. Aggogeri et al [28] ont utilisé cette méthode pour supprimer les vibrations de brottement via une plateforme dite « intelligente » puisqu'elle comprend des actionneurs piézoélectriques et des capteurs. De plus, elle est configurable en deux versions pour compenser les vibrations (Figure 40).

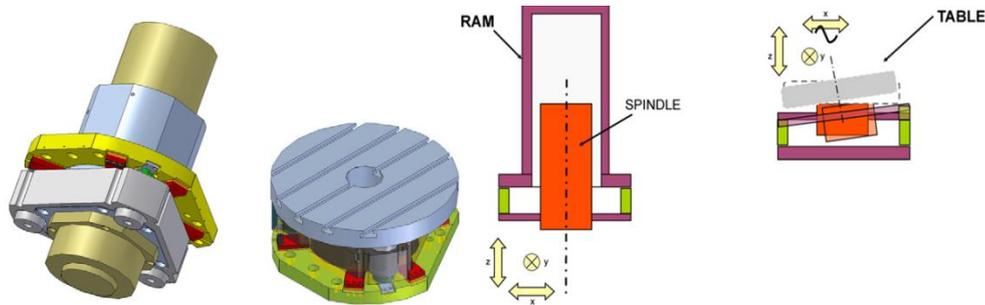


Figure 40 : Les deux configurations possibles de la plateforme : pour la broche et la table respectivement[28]

En effet, on peut agir soit sur les oscillations de l'outil à partir de la broche en montant la plateforme au niveau de celle-ci, soit sur celles de la pièce en contrôlant le mouvement de la table support de celle-ci par le biais de cette plateforme placée à son niveau. La plateforme permet de contrôler le mouvement de l'objet (broche ou table) autour des deux axes  $X$  et  $Y$  et suivant l'axe  $Z$ .

Les auteurs ont choisi de travailler avec la configuration de la broche compensatrice (Figure 41) et les résultats de simulations ont montré l'efficacité de ce concept puisqu'on a constaté une nette diminution des vibrations de l'outil. On peut néanmoins se poser des questions sur une possible implémentation industrielle (modification importante de la structure de la machine, altération de ses caractéristiques de raideur etc.)

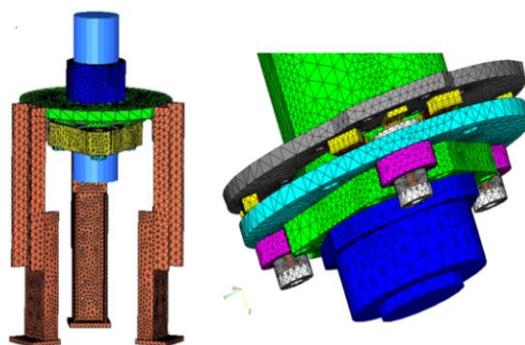


Figure 41 Modélisation du banc d'essai par EF [28]

✓ **La méthode linéaire quadratique Gaussienne « LQG »**

La technique de commande LQG permet de générer des correcteurs optimaux pour des systèmes décrits par leur représentation d'état, en tenant compte des perturbations du processus ou encore des bruits de mesure (Figure 42).

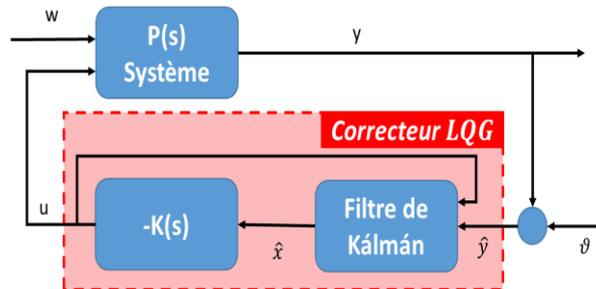


Figure 42 Configuration du correcteur LQG

Pour le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{M}\omega \\ \bar{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} + \vartheta = \mathbf{y} + \vartheta \end{cases} \quad (16)$$

$W$  et  $V$  les matrices de covariance de la perturbation  $\omega$  et du bruit de mesure  $\vartheta$ .

La recherche du correcteur optimal consiste à trouver la commande «  $u$  » qui minimise la fonction «  $J$  » appelée aussi critère de performance :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\mathbf{x}^T(\mathbf{t})\mathbf{Q}(\mathbf{t})\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{u}^T(\mathbf{t})\mathbf{R}(\mathbf{t})\mathbf{u}(\mathbf{t})]d\mathbf{t} \quad (17)$$

où  $Q$  et  $R$  sont les matrices de pondération des états et de la commande. Ces deux paramètres nous permettent de contrôler les amplitudes des signaux de commande (s'accommodant ainsi aux limitations des systèmes d'actionnement) ainsi que la performance du système. La commande optimale générée par le correcteur LQG s'écrit sous la forme suivante :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}(\mathbf{t}) \quad (18)$$

Cependant, les états  $x$  ne sont pas tous mesurables. On ajoute alors un filtre de Kalman de gain  $K_f$  pour reconstituer des états estimés  $\hat{x}$  à partir de quelques informations dont on dispose sur les vrais états  $x$ . On obtient alors  $\hat{x}(t)$  par l'équation classique du filtre de Kalman :

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{K}_f(\bar{\mathbf{Y}} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{D}\mathbf{u}) \quad [32] \quad (19)$$

$$\mathbf{K}_f = \mathbf{P}_f \mathbf{C}^t \mathbf{V}^{-1} \quad [32]$$

où  $P_f$  est solution de l'équation de Riccati suivante[32] :

$$\mathbf{P}_f \mathbf{A}^t + \mathbf{A} \mathbf{P}_f - \mathbf{P}_f \mathbf{C}^t \mathbf{V}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{P}_f + \mathbf{M} \mathbf{W} \mathbf{M}^t = \mathbf{0} \quad (20)$$

Ensuite, on détermine la commande optimale par la méthode LQ :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_c \hat{\mathbf{x}}(t) \quad (21)$$

$$\mathbf{K}_c = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{P}_c \quad [32]$$

$P_c$  est solution de l'équation de Riccati suivante :

$$\mathbf{P}_c \mathbf{A} + \mathbf{A}^t \mathbf{P}_c - \mathbf{P}_c \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{P}_c = \mathbf{0} \quad [16] \quad (22)$$

✓ **La méthode  $\mu$  synthèse**

C'est une technique de synthèse très utilisée de compensateurs robustes puisqu'elle tient compte des incertitudes du modèle et surtout de leurs structures spécifiques. Ces incertitudes peuvent provenir des perturbations externes qui surviennent lors des opérations d'usinage, de la variabilité des efforts de coupe, du bruit de mesure ou même des inévitables erreurs de modélisation. *Il s'agit de déterminer un correcteur  $K$  qui garantisse que la norme  $\infty$  d'un système bouclé reste inférieure à un niveau  $\gamma$  donné en sachant que ce système est soumis à différentes incertitudes de modèle [31].*

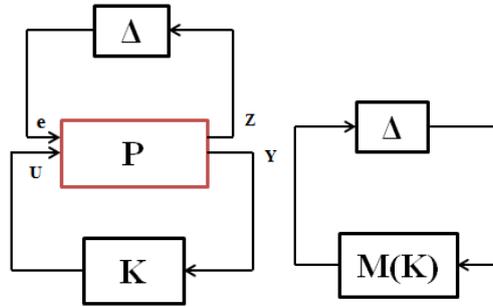


Figure 43 : a) Modèle standard avec incertitude[33] b) Mise sous forme standard pour l'obtention de K

$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix}$  : la matrice de transfert de la plant,  $\Delta$  désigne un bloc général d'incertitude

La  $\mu$ -synthèse consiste en la construction d'un compensateur  $K(s)$  minimisant la valeur singulière structurée  $\mu(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}))$  du système bouclé en présence des incertitudes de modèle  $\Delta$ .

$$\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}) = \mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{12} \mathbf{K} (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{22} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{21} \quad (23)$$

Sachant que le modèle standard (Figure 43a) est équivalent à celui de la Figure 43 b:

$$\mu(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})) = \mu_\Delta(\mathbf{M}) \quad (24)$$

$\mu_\Delta(\mathbf{M})$  est la VSS associée à la matrice  $\mathbf{M}$  et à la perturbation structurée de modèle  $\Delta$  :

$$\mu_\Delta(\mathbf{M}) = [\inf_{\Delta \in D} (\overline{\sigma}(\Delta) : \det(\mathbf{I} - \Delta \mathbf{M}) = \mathbf{0})]^{-1} \quad (25)$$

$$\mu_\Delta(\mathbf{M}) = \mathbf{0} \text{ si } \forall \Delta \in D \det(\mathbf{I} - \Delta \mathbf{M}) \neq \mathbf{0}$$

Avec  $\overline{\sigma}(\Delta)$  qui désigne la valeur singulière maximale de  $\Delta$  et  $D$  qui représente l'ensemble des matrices complexes présentant la même structure que  $\Delta(s)$  :

$$D = \{\Delta = \mathit{diag}\{\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_q, \delta_1 I_1, \delta_2 I_2, \dots, \delta_q I_q\} \in \mathbb{C}^{k \times k} \mid \Delta_i \in \mathbb{C}^{k_i \times k_i}; \delta_i \in \mathbb{C}\} \quad (26)$$

Généralement, la perturbation  $\Delta$  a une structure quelconque, ce qui ne permet pas de calculer la vraie valeur de  $\mu(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}))$ . Or pour trouver le correcteur, on doit minimiser  $\mu(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}))$ . Pour contourner ce problème, le théorème du petit gain donne une borne supérieure  $\overline{\sigma}(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}))$  de la VSS  $\mu(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}))$  c'est-à-dire :

$$\mu(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})) \leq \overline{\sigma}(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})) \quad (27)$$

En partant de cette inégalité et en sachant qu'on veut minimiser  $\mu(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}))$ , on arrive à un problème de minimisation de la norme  $\infty$ . Il s'agit alors d'une méthode de minimisation alternative connue sous le nom de l'algorithme D-K itération qui converge en donnant le correcteur K. Finalement, la  $\mu$ -synthèse utilise la notion de valeur singulière structurée ainsi que la technique  $H_\infty$  pour concevoir des correcteurs pour des systèmes à incertitudes structurées. On peut évidemment utiliser la méthode  $H_\infty$  au lieu de la  $\mu$ -synthèse, sauf que celle-ci permet d'exploiter la structure spécifique des perturbations pour avoir des correcteurs de meilleure qualité.

Dongming Liu et John W.Sutherland [27] ont utilisé la technique  $\mu$  synthèse pour corriger les vibrations de broutement en tournage. En effet, le comportement non linéaire de l'actionneur magnétostrictif utilisé, la non linéarité du processus de coupe et le retard T dû au phénomène de régénération de surface ont été considérés comme des incertitudes structurées qui viennent perturber la « plant ». Pour cela, on a normalisé ces incertitudes structurées en remplaçant chaque perturbation  $\Delta$  par le produit d'un filtre et d'une perturbation normalisée telle que :

$$\Delta = W_i \Delta_i \text{ avec } \|\Delta_i\|_\infty \leq 1 \quad (28)$$

Dans le schéma suivant (Figure 44), on a recours à deux perturbations :

- ❖  $\Delta_c$  est la perturbation due à la non linéarité du modèle de coupe ( $\|\Delta_c\|_\infty \leq 1$ )
- ❖  $\Delta_r$  est la perturbation sur le retard T dû à l'opération de fraisage ( $\|\Delta_r\|_\infty \leq 1$ )

