GENERALITES SUR LES TRANSFERTS DE CHALEUR

I-1/ INTRODUCTION

La thermodynamique permet de prévoir la quantité d'énergie échangée entre un système et l'extérieur pour passer d'un état d'équilibre à un autre. La thermique se propose elle de décrire quantitativement (dans l'espace et dans le temps) l'évolution de la température d'un système entre l'état d'équilibre initial et l'état d'équilibre final.

Les transferts thermiques s'effectuent selon trois processus :

- la conduction,
- la convection,
- et le rayonnement.

I-2/ DEFINITION

2-1/ Champ de Température

Les transferts de chaleur sont déterminés à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température : T= f(x, y, z, t).

La valeur instantanée de la température en tout point de l'espace est un scalaire appelé champ de température. Nous distinguons deux cas :

- Champ de température indépendant du temps : régime permanent ou stationnaire,
- Evolution du champ de température avec le temps : régime variable ou instationnaire

2-2/ Flux Thermique : Densité de flux thermique

Soit dQ la chaleur traversant une surface élémentaire dS pendant dt, le rapport $\frac{dQ}{dt}$ est le flux thermique.

Le Flux Thermique élémentaire $d\Phi$ traversant cette surface s'écrit :

$$d\Phi = \vec{\varphi}_M . \vec{N}_M \cdot dS \qquad \text{(I-1)}$$

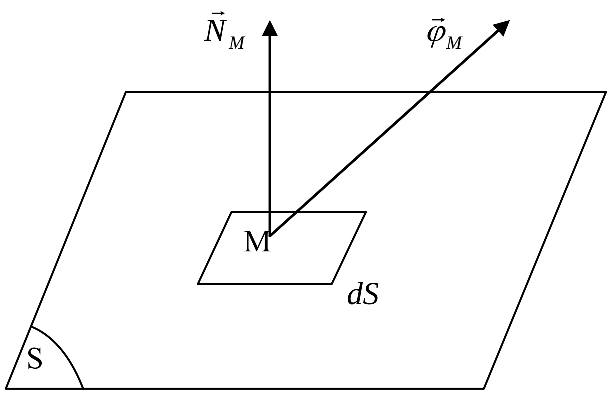


Figure I-1 : Flux thermique

Où $\vec{N}_M$ est la normale unitaire

$\vec{\varphi}_M$ est le vecteur densité de flux thermique au point M

Le produit scalaire $\vec{\varphi}_M . \vec{N}_M$ est appelé densité de flux thermique et s'exprime en $W.m^{-2}$

Le flux thermique traversant S s'obtient en additionnant les flux élémentaire $d\Phi$ selon

$$\Phi = \iint_S \vec{\varphi}_M \cdot \vec{N}_M \cdot dS \qquad \text{(I-2)}$$

<u>N.B</u> : La normale étant orientée vers l'extérieur du domaine limité par S, par conséquent un flux positif correspond à une perte d'énergie pour le système.

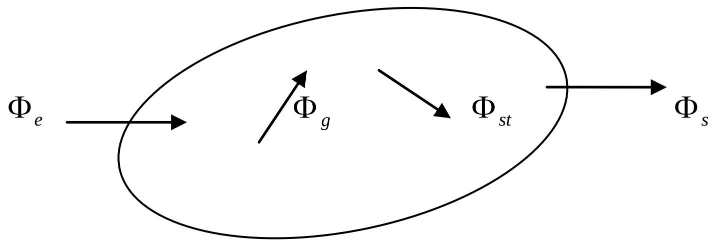
I-3/ BILAN THERMIQUE

Un système qui produit de l'énergie thermique en stocke une partie et en échange une partie avec son environnement, ce que nous traduisons par la relation :

Production = Stockage + Echanges.

− Formulation mathématique :

Soit un domaine D continu, de volume V indéformable et fixe, limité par la surface S



FigureI-2 : Bilan thermique

L'inventaire des flux de chaleur :

Φe : flux de chaleur entrant

Φs : flux de chaleur sortant

Φg : flux de chaleur généré (produit)

Φst : flux de chaleur stocké

Le 1er Principe de la thermodynamique donne :

$$\Phi e + \Phi g = \Phi st + \Phi s$$

$$\text{Soit} \quad \Phi g = \Phi st + (\Phi s - \Phi e)$$

Production Stockage Echanges

3-1/ Expression des flux d'énergie

3-1-1/ Stockage d'énergie :

Le stockage d'énergie dans un corps correspond à une augmentation de son énergie interne U au cours du temps.

$$\Phi_{st} = \iiint_v \frac{dU}{\partial t} .dV \qquad \text{(I-3)}$$

$$\Phi_{st} = \rho C \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) \iiint_V dV = \rho .CV \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) \qquad \text{(I-4)}$$

ρ, V, et C sont supposés constants , le produit ρCV est appelé capacité thermique du corps.

3.1.2/ Génération d'énergie :

La génération d'énergie intervient lorsqu'une autre forme d'énergie (Chimique, électrique, mécanique, nucléaire …) est convertie en énergie thermique. Elle s'écrit sous la forme :

$$\Phi g = \iiint v \ \ pth\ (A)\ dV \qquad \text{(I-5)}$$

$$\Phi g = pth\ (A)\ V \qquad (W) \qquad \text{(I-6)}$$

L'équation bilan global devient :

$$PthV = \rho VC\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) + \Phi s - \Phi e \qquad \text{(I-7)}$$

− En régime passif : la production Φg est nulle

− En régime stationnaire : le stockage Φst est nul

− Si le système est passif et stationnaire : les échanges sont nuls, par conséquent les entrées d'énergie compensent les sorties ; d'où :

$$\Phi s = \Phi e = \Phi \qquad \text{(I-8)}$$

3-1-3/ Conduction:

C'est le transfert de chaleur au sein d'un milieu opaque sans déplacement de matière, sous l'influence d'une différence de température. La propagation de la chaleur par conduction s'effectue selon deux mécanismes distincts : transmission par vibrations des atomes ou molécules et transmission par les électrons libres.

La loi de la conduction thermique a été énoncée par **Fourier** en 1822 : la densité de flux thermique est proportionnelle au gradient de température.

$$\Phi_{cd} = -k.\vec{S}.gr\vec{a}dT \tag{I-9}$$

Sous forme algébrique : $$\Phi_{cd} = -k.S\,\frac{\partial T}{\partial x} \tag{I-10}$$

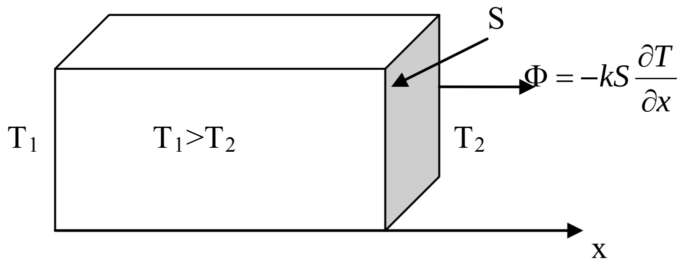
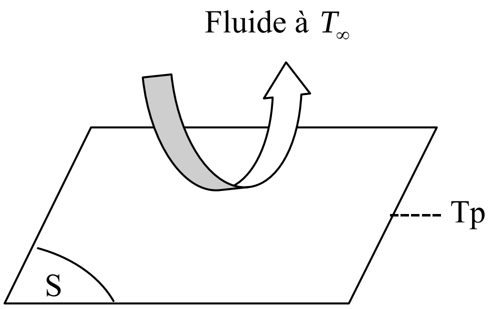


Figure I-3 : Conduction

3-1-4/ Convection :

C'est le transfert de chaleur entre un solide et un fluide en mouvement lorsque leurs températures sont différentes.
Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de **Newton**.

$$\Phi_{cv} = h._c\,S\left(T_p - T_\infty\right) \tag{I-11}$$



FigureI-4: Convection

3-1-5/ Rayonnement :

C'est un transfert d'énergie électromagnétique entre un système matériel et son environnement. Ce mode de transfert, qui est par nature très différent des deux précédents (propagation sans support matériel, vitesse quasiment infinie), est régi par les lois de **Planck**, de **Stefan** et de **Kirchhoff**.

$$\Phi_r = \varepsilon_p.\sigma.S\left(T_p^4 - T_e^4\right) \qquad \text{(I-12)}$$

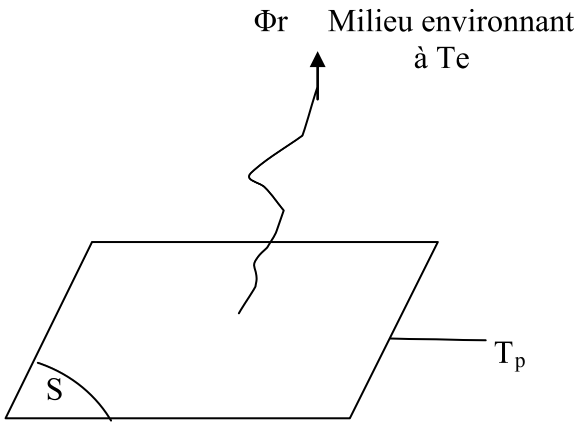


Figure I-5 : Rayonnement

I-4/ TRANSFERT PAR CONVECTION

4-1/ Généralités : Contact entre un milieu immobile et un fluide en mouvement.

Entre un milieu immobile et un fluide en mouvement, existe une zone d'échange de quantité de mouvement (frottement) et d'énergie appelée « couche limite ». Pour rendre compte globalement ces échanges d'énergie thermique entre la paroi T_p et le fluide de température au loin T_∞, on utilise la loi linaire proposée par **Newton :**

$$\Phi_{cv} = h_c.S\left(T_p - T_\infty\right) \qquad \text{(I-13)}$$

Cette relation très simplificatrice peut être interprétée en considérant que le fluide arrive sur la paroi à la température T_∞ et repart à la température T_p ; mais la réalité est beaucoup plus complexe.

- Si $h_c \to 0$ le fluide se comporte comme une paroi adiabatique, la densité de flux est imposée ($\Phi_{cv} = 0$)
- Si $h_c \to \infty$, le flux étant fini, l'écart $(T_p - T_\infty)$ tend vers zéro ; le fluide impose sa température à la paroi, dans ce cas c'est la température qui est imposée.

4-2/ Définition

La convection est un échange thermique entre la surface d'un solide (ou d'un liquide) et un fluide en mouvement.

Les transferts de chaleur qui s'effectuent simultanément avec des transferts de masse volumique sont dits transferts de chaleur par convection.

Selon la nature du mécanisme qui provoque le mouvement du fluide on distingue :

4-2-1/ La convection naturelle ou libre :

Le fluide est mis en mouvement sous l'effet de la différance de température à la surface et d'un champ de forces extérieures (pesanteur).

Ici les équations de la dynamique et de la thermique sont fortement couplées puisque c'est la poussée d'Archimède née du champ de température qui génère l'écoulement et il n'existe pas à priori de vitesse de référence.

2-4-2/ La convection forcée :

Le mouvement du fluide est induit par une cause indépendante des différences de température (pompe, moteur, ventilateur, …). Dans ce cas-ci, il est souvent possible de découpler les équations de la dynamique et de celles de la thermique.

On a deux situations :

羊 A faibles vitesses: Régime d'écoulement «Laminaire ».

Les trajectoires des particules sont distinctes ; on peut définir à chaque instant et en chaque point la vitesse et la température du fluide.

羊 A partir d'une vitesse critique les trajectoires se coupent et se mélangent: on a un régime d'écoulement « Tourbillonnaire » ou « Turbulent ». Il n'est plus possible de prédire la vitesse et la température d'un fluide à un instant donné, seules leurs valeurs moyennes peuvent être connues.

En général :

- Petit diamètre : Régime Laminaire,
- Gros diamètre : Régime rapidement Turbulent.

N.B : Quel que soit le type de convection (libre ou forcée) et quel que soit le régime d'écoulement du fluide (laminaire ou turbulent), le flux de chaleur est donné par la relation :

$$\Phi_{cv} = h_c.S.\Delta T \qquad \text{(I-14)}$$

4-3/ Méthodes d'étude de la convection

Le problème majeur à résoudre avant le calcul du flux consiste à déterminer $\boldsymbol{h_c}$ qui dépend d'un nombre important de paramètres : caractéristiques du fluide, de l'écoulement, de la température, de la forme de la surface d'échange.

Pour une convection il y a une couche limite de vitesse nulle qui permet l'échange de chaleur.

1er principe : Déterminer l'échange à travers la couche.

2éme principe : Le champ aérodynamique et le champ thermique sont semblables.

3éme principe : Evaluer l'échange entre le fluide et le corps solide par la relation de continuité :

$$-k_p\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) = h_c.\left(T_p - T_e\right) \qquad \text{(I-15)}$$

Les nombres sans dimension qui régissent le champ aérodynamique sont principalement :

$\mathrm{Re} = \dfrac{uD}{\gamma}$ Nombre de Reynolds

$\mathrm{Pr} = \dfrac{C_p \mu}{\kappa}$ Nombre de Prandtl

$\mathrm{N} = \dfrac{hD}{\kappa}$ Nombre de Nusselt

$\mathrm{Pe} = \dfrac{\rho u D C_p}{\kappa}$ Nombre de Peclet

$\mathrm{Gr} = \beta \dfrac{g \Delta T \rho^2 L^3}{\mu^2}$ Nombre de Grashof

4-3-1/ Calcul du flux de chaleur en convection naturelle

— Mécanisme de la convection naturelle :

Considérons un fluide au repos en contact avec une paroi plane à la température T_o. Si la paroi à une température $T = T_o + \Delta T$, le fluide va s'échauffer par conduction et la masse du volume unité va passer de ρo à $\rho_o - \Delta\rho$ et sera soumis à une force ascensionnelle $\vec{f} = -\Delta\rho.\vec{g}$

Le principe fondamental de la dynamique permet d'évaluer l'accélération γ du fluide.

Pour un volume unité : $m = \rho$ d'où $\Delta\rho.g = \rho.\gamma$

et $\gamma = \Delta\rho.g/\rho$

en introduisant le coefficient de dilatation volumique β du fluide défini par $\beta = \Delta\rho / \rho.\Delta T$, il vient :

$$\gamma = \beta.g.\Delta T$$

$\beta.g.\Delta T$ est le module de l'accélération produite par l'expansion thermique due à la variation ΔT de la température T_o. Ce mouvement du fluide induit par les différences de masse volumique des gradients de température va donner naissance aux courants de convection.

Dans le cas d'un transfert de chaleur par convection naturelle le long d'une paroi plane, le coefficient de convection dépend des caractéristiques du fluide : k, ρ, μ, C_p, β, g ; de la paroi de longueur L et de l'écart de température ΔT à la frontière ce que l'on peut traduire par la relation :

h = f (k, ρ,Cp,μ,β,g,L,ΔT)

Cette relation peut être écrite sous la forme d'une relation entre trois nombres adimensionnels Nu = f (Gr,Pr).

— Calcul d'un flux de chaleur transmis par convection naturelle

La relation liant le flux de chaleur transférée par convection aux variables dont il dépend peut être écrite sous la forme d'une relation entre trois nombres adimensionnels :

Nu = f(Gr,Pr).

1- Calcul des nombres de Grashof et de Prandtl.
2- Suivant la valeur de Gr et la configuration→choix de la corrélation.
3- Calcul de Nu par application de la corrélation.
4- Calcul de $h_c = k.N_u / D$ et $\Phi = h_c.S.(T_p - T_e)$

Pour la convection naturelle les principales corrélations sont données en A.1

4-3-2/ Calcul du flux de chaleur en convection forcée

L'application de l'analyse dimensionnelle montre que la relation liant le flux de chaleur transférée par convection aux variables dont il dépend peut être écrite sous la forme d'une relation entre trois nombres adimensionnels :

Nu= f(Re,Pr)

Le calcul d'un flux de chaleur transmis par convection forcée s'effectue donc de la manière suivante :

1- Calcul des nombres de Reynolds et Prandtl.
2- Suivant la valeur de Re et la configuration → choix de la corrélation.
3- Calcul de Nu par application de cette corrélation.

4- Calcul de $h_c = k.N_u / D$ et $\Phi = h_c.S.(T_p - T_e)$

Pour la convection forcée, les principales corrélations sont données en A.2

I-5/ TRANSFERT PAR RAYONNEMENT

5-1/ Généralités

Tous les corps matériels rayonnent, c'est-à-dire libèrent de l'énergie appelée « rayonnement électromagnétique ». Ce rayonnement est constitué de photons caractérisés par leur direction de propagation $\vec{\Omega}$ et par leur fréquence ν. Chaque photon dans un milieu d'indice de réfraction n transporte une énergie $E = h\nu$ et une quantité de mouvement $\vec{p} = n\frac{h\nu}{C_o}\vec{\Omega}$ (h=6,625.10^{-34} J.s : constante de Planck et C_0= 3.10^{8} m.s^{-1})

On distingue trois domaines spectraux principaux :

- Ultraviolet $\Rightarrow$ $0{,}1 < \lambda < 0{,}4 \mu m$
- Visible $\Rightarrow$ $0{,}4 < \lambda < 0{,}8 \mu m$
- Infrarouge $\Rightarrow$ $0{,}8 < \lambda < 50 \mu m$

Le rayonnement thermique se rapporte essentiellement dans le domaine infrarouge à basse température et son spectre se déplace vers les courtes longueurs d'onde lorsque la température augmente.

L'échange énergétique entre un système matériel et un champ de rayonnement s'effectue selon deux processus :

-l'émission : conversion d'énergie matérielle (translation, rotation, vibration ou excitation électronique) en énergie radiative (production de photons),

-l'absorption : processus inverse, les photons disparaissent en cédant leur énergie et leur quantité de mouvement au milieu matériel.

Remarque : Lorsque l'émission se fait au détriment de l'énergie thermique du système, on parle de « rayonnement thermique ».

5-2/ Définitions

Les grandeurs physiques associées au rayonnement sont classées suivant deux critères :

— La distribution spectrale du rayonnement : Directivité

- Si la grandeur caractérise une direction donnée de propagation, elle est dite directionnelle.
- Par contre si elle est relative à l'ensemble des directions de l'espace, elle est dite hémisphérique.

–La répartition spectrale du rayonnement : Monochromaticité

- Si la grandeur concerne un intervalle dλ autour d'une longueur d'onde, elle est dite spectrique
- Si elle est relative à l'ensemble du spectre, elle est dite totale.

5-2-1/ Définitions relatives aux sources du rayonnement

- FLUX :

On appelle flux d'une source S la puissance rayonnée Φ par S dans tout l'espace qui l'entoure, sur toutes les longueurs d'onde. Le flux Φ s'exprime en W.

- EMITTANCE ENERGETIQUE :

- Spectrique $M_{\lambda T}$:

Le flux d'énergie $d\Phi_{\lambda}^{\lambda+d\lambda}$ émis par une surface élémentaire dS, dans toutes les directions en avant de celle-ci, par des photons dont la longueur d'onde est comprise entre λ et λ+dλ s'écrit :

$$d\Phi_{\lambda}^{\lambda+d\lambda} = M_{\lambda T}\; dS.d\lambda \qquad \text{(I-16)}$$

$M_{\lambda T}$ est appelée Emittance spectrice à la température T.

$$M_{\lambda T} = \frac{d\Phi_{\lambda}^{\lambda+d\lambda}}{dS.d\lambda} \qquad (\mathrm{W.m^{-2}.\mu m^{-1}}) \qquad \text{(I-17)}$$

- Totale :

C'est la densité de flux de chaleur émise par rayonnement par S sur tout le spectre des longueurs d'onde.

$$M_T = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} M_{\lambda T}\, d\lambda = \frac{d\Phi}{dS} \qquad (\mathrm{W.m^{-2}}) \qquad \text{(I-18)}$$

- LUMINANCE ENERGETIQUE :

- Spectrique : Le flux d'énergie $d\Phi_{\lambda}^{\lambda+T}$ transporté à travers la surface dS dans un cône d'angle solide $d\Omega$ centré sur la direction $\vec{\Omega}$ par des photons dont la longueur d'onde est entre λ et $\lambda + d\lambda$ s'écrit :

$$d\Phi_{\lambda}^{\lambda+d\lambda} = L_{\lambda T}(\vec{\Omega}).dS.\cos\theta.d\Omega.d\lambda$$

$L_{\lambda T}(\vec{\Omega})$ est appelée la Luminance spectrice

$$L_{\lambda T}(\vec{\Omega}) = \frac{d\Phi_{\lambda}^{\lambda+d\lambda}}{dS.d\Omega.d\lambda.\cos\theta} \quad (\mathrm{W.m^{-2}.\mu m^{-1}.sr^{-1}}) \qquad \text{(I-19)}$$

- Totale : Le flux émis par les photons de toutes les longueurs d'onde s'écrit :

$$d\Phi = L_T(\vec{\Omega}).dS.d\Omega.\cos\theta$$
$$d\Phi = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} L_{\lambda T}(\vec{\Omega}).dS.d\Omega.\cos\theta.d\lambda \qquad \text{(I-20)}$$

Les variables angulaires et spectrales sont indépendantes, il vient :

$$L_T(\vec{\Omega}) = \int_0^{\infty} L_{\lambda T}(\vec{\Omega})d\lambda = \frac{d\Phi}{dS\cos\theta.d\Omega} \quad (\mathrm{W.m^{-2}.sr^{-1}}) \qquad \text{(I-21)}$$

$L_T(\vec{\Omega})$ est la Luminance totale.

Remarques :

— L'angle solide sous lequel depuis un point O on voit une surface S est par définition l'aire de la surface intersection de la sphère de rayon unité et du cône de sommet O s'appuyant sur le contour de la surface S et peut être calculé par :

$$d\Omega = \frac{dS.\cos\alpha}{r^2} \quad (\mathrm{sr}) \qquad \text{(I-22)}$$

— L'intensité énergétique dans une direction : On appelle intensité énergétique I_x le flux par unité d'angle solide émis par une surface dS dans un angle solide $d\Omega$ entourant la direction Ox.

$$I_x = \frac{d^2\Phi_x}{d\Omega} \quad (\mathrm{W.sr^{-1}}) \qquad \text{(I-23)}$$

— La luminance énergétique dans une direction est donnée également par la relation suivante :

$$L_x = \frac{I_x}{dS_x} = \frac{I_x}{dS.\cos\alpha} = \frac{d^2\Phi_x}{d\Omega.dS.\cos\alpha} \qquad (W.m^{-2}.sr^{-1}) \qquad \text{(I-24)}$$

Avec α : angle que fait la normale $\vec{n}$ à dS et la direction Ox.

5-2-2/ Définitions relatives à un récepteur

- ECLAIREMENT E

C'est l'homologue de l'émittance pour une source. L'éclairement est le flux reçu par unité de surface réceptrice.

- Spectrique Eλ :

$$d\Phi_{\lambda}^{\lambda+d\lambda} = E_{\lambda}.dS.d\lambda \qquad (W) \qquad \text{(I-25)}$$

E_{λ} : Eclairement spectrique en $W.m^{-2}\mu m^{-1}$

- Total E :

$$d\Phi = EdS = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} E_{\lambda}.dS.d\lambda \qquad \text{(I-26)}$$

$$\Rightarrow E = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} E_{\lambda}.d\lambda = \frac{d\Phi}{dS} \qquad (W.m^{-2}) \qquad \text{(I-27)}$$

- GRANDEURS RELATIVES A LA RECEPTION DU RAYONNEMENT SUR UNE SURFACE

Quand un rayon incident d'énergie Φ_{λ} tombe sur une surface à la température T, une partie $\Phi_{\lambda}.\rho_{\lambda T}$ de l'énergie incidente est réfléchie par S, une autre partie $\Phi_{\lambda}.\alpha_{\lambda T}$ est absorbée par S qui s'échauffe et le reste $\Phi_{\lambda}.\tau_{\lambda T}$ est transmis.

On a alors $\Phi_{\lambda} = \Phi_{\lambda}.\rho_{\lambda T} + \Phi_{\lambda}.\alpha_{\lambda T}. + \Phi_{\lambda}\tau_{\lambda T}$

D'où $\rho_{\lambda T} + \alpha_{\lambda T} + \tau_{\lambda T} = 1$

On définit ainsi les pouvoirs monochromatiques réfléchissant $\rho_{\lambda T}$, absorbant $\alpha_{\lambda T}$, et filtrant $\tau_{\lambda T}$ qui dépendent de la nature de la surface, de sa température, de la longueur d'onde λ du rayonnement incident et de l'angle d'incidence.

Remarque :

Si le rayonnement incident est sur tout le spectre on obtient les pouvoirs réfléchissant ρ_T, absorbant α_T, et filtrant τ_T totaux.

5-2-3/ Corps noir, Corps gris

- CORPS NOIR

C'est un corps qui absorbe tout le rayonnement qu'il reçoit indépendamment de son épaisseur, de sa température, de l'incidence et de la longueur d'onde ; il est définit par : $\alpha_T = 1$

Une surface enduite de noir de fumée en donne une idée.

*Tous les corps noirs rayonnent de la même manière

*Le cops noir rayonne plus que le corps non noir à la même température.

- CORPS GRIS

Un cops gris est un corps dont le pouvoir absorbant $\alpha_{\lambda T}$ est indépendant de la longueur d'onde λ du rayonnement qu'il reçoit. Il est définit par $\alpha_{\lambda T} = \alpha_T$

Notons bien que le corps noir est un corps gris spécial : $\alpha_T = 1$

En général, les corps solides sont considérés comme des corps gris par intervalle et on utilise un pouvoir absorbant moyen vis-à-vis du :

─ rayonnement émis par les corps à haute température (soleil) $\lambda < 3$ µm

─ rayonnement émis par les corps à faible température (atmosphère, absorbeur solaire…) $\lambda > 3$ µm

5-3/ Lois du rayonnement

5-3-1/ Loi de **Lambert**

Dans le cas où la source est isotrope, la luminance est indépendante de la direction : Lx = L.

Or $L_n = \frac{I_n}{S}$ (I-28) et $L_\alpha = \frac{I_\alpha}{S.\cos\alpha}$ (I-29)

De l'égalité $L_n = L_\alpha$ on obtient la loi de **Lambert** pour une source isotrope : $I_\alpha = I_n.\cos\alpha$

Remarque : Lorsqu'un corps suit la loi de Lambert, on montre que l'émittance et la Luminance sont proportionnelles **[8]**

$$M = \pi.L \tag{I-30}$$

5-3-2/ Lois physiques

➢ LOI DE **KIRCHHOFF**

A une température donnée et pour une longueur d'onde λ donnée, le rapport $\frac{M_{\lambda T}}{\alpha_{\lambda T}}$ est le même pour tous les corps.

- Pour un corps noir : $\alpha_{\lambda T} = 1$, $\frac{M_{\lambda T}}{\alpha_{\lambda T}} = M^0_{\lambda T}$

$M^0_{\lambda T}$ est l'émittance spectrique du corps noir, donc on a :

$$M_{\lambda T} = \alpha_{\lambda T}.M^0_{\lambda T} \qquad (\mathrm{W.m^{-2}.\mu m^{-1}}) \qquad \text{(I-31)}$$

L'émittance de tout corps est égale au produit de son pouvoir absorbant spectrique par l'émittance spectrique du corps noir à la même température.

- Kirchhoff généralisé : Cas des corps gris.

Pour un corps gris $\alpha_{\lambda T} = \alpha_{\lambda}$;

$$\text{Donc } M_T = \int_0^\infty M_{\lambda T}.d\lambda = \int_0^\infty \alpha_{\lambda T}.M^0_{\lambda T}.d\lambda$$

$$M_T = \alpha_T \int_0^\infty M^0_{\lambda T}.d\lambda \qquad \text{(I-32)}$$

En appelant M^0_T l'émittance totale du corps noir à la température T, on obtient :

$$M_T = \alpha_T.M^0_T \qquad \text{(I-33)}$$

L'émittance totale M_T d'un corps gris à la température T est égale au produit de son pouvoir absorbant α_T et l'émittance M^0_T d'un corps noir à la même température.

➢ RAYONNEMENT DU CORPS NOIR

- Loi de **Planck** : Expression de l'émittance spectrique :

$$L^0_{\lambda T} = \frac{2hC^2}{\lambda^5}\left[\exp\left(\frac{hC}{\lambda.k_B.T}\right) - 1\right]^{-1} \qquad \text{(I-34)}$$

Le corps noir étant une source isotrope ⇒ Lambert : $M^0_{\lambda T} = \pi.L^0_{\lambda T}$

Il vient : $$M^0_{\lambda T} = \frac{2\pi hC^2}{\lambda^5}\left[\exp\left(\frac{hC}{\lambda k_B T}\right) - 1\right]^{-1} \quad (\mathrm{W.m^{-2}.\mu m^{-1}}) \qquad \text{(I-35)}$$

$K_B = 1.38.10^{-23}$ J.k^{-1} : constante de **Boltzmann**

h = 6,625.10-34 J.s : constante de **Planck**

Nous pouvons écrire : $M_{\lambda T}^{0} = \dfrac{C_1 \lambda^{-5}}{\exp\left[\dfrac{C_2}{\lambda T}\right] - 1}$ (I-36)

$C_1 = 3{,}742.10^{-16} W.m^{-2}$
$C_2 = 1{,}4385.10^{-2} W.K$

Remarque : La loi de **Planck** permet de tracer les courbes isothermes représentant les variations de $M_{\lambda T}^{0}$ en fonction de la longueur d'onde pour diverses températures.

- Loi de **Wien** : Evolution de $M_{\lambda T}^{0}$ en fonction de λ :

Il existe un extrémum quand λ varie, on trouve la longueur d'onde λ_m correspondante telle que $\lambda_m T = 2900 \mu m.K$.

- Loi de **Stefan -Boltzmann** : Emittance totale M_{T}^{0} :

L'intégration de la formule de Planck pour toutes les longueurs d'onde donne l'émittance totale :

$$M_{T}^{0} = \sigma . T^{4} \quad \text{(I-37)}$$

Avec $\sigma = 5{,}675.10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}$

- Fraction de l'émittance du corps noir F_λ :

C'est la fraction du flux émis par l'unité de surface du corps noir entre les longueurs d'onde λ_1 et λ_2.

$$F_{\lambda 1T,\lambda 2T} = \frac{\int_{\lambda 1}^{\lambda 2} M_{\lambda T}^{0}.d\lambda}{\int_{0}^{\infty} M_{\lambda T}^{0}.d\lambda} = \frac{\int_{0}^{\lambda 2} M_{\lambda T}^{0}.d\lambda}{\sigma.T^{4}} - \frac{\int_{0}^{\lambda 1} M_{\lambda T}^{0}.d\lambda}{\sigma.T^{4}} \quad \text{(I-38)}$$

$$F_{\lambda 1T,\lambda 2T} = F_{0-\lambda 2T} - F_{0-\lambda 1T}$$

$$F_{0-\lambda T} = \frac{1}{\sigma T^{4}} \int_{0}^{\lambda} \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\exp\left(\dfrac{C_2}{\lambda T}\right) - 1}.d\lambda$$

Calculons (I-39)

$$F_{0-\lambda T} = \frac{1}{\sigma} \int_{0}^{\lambda} \frac{C_1 (\lambda T)^{-5}}{\exp\left(\dfrac{C_2}{\lambda T}\right) - 1}.d(\lambda T)$$

$F_{0-\lambda T}$ ne dépend que du produit (λT). Il suffit donc de construire la table des valeurs de la fonction $F_{0-\lambda T}$ et l'utiliser pour le calcul de $F_{\lambda 1T,\lambda 2T} = F_{0-\lambda 2T} - F_{0-\lambda 1T}$.

- RAYONNEMENT DU CORPS NON NOIR : Facteur d'émission ou Emissivité

Les propriétés émissives des corps sont définies par rapport à celles du corps noir dans les mêmes conditions de température et de longueur d'onde. Ces propriétés sont caractérisées à l'aide de coefficients appelés émissivités ou facteurs d'émission. Les émissivités spectrique et totale sont données par :

$$\varepsilon_{\lambda T} = \frac{M_{\lambda T}}{M^0_{\lambda T}} \quad \text{(I-40)} \qquad \text{et} \qquad \varepsilon_T = \frac{M_T}{M^0_T} \quad \text{(I-41)}$$

D'après la loi de Kirchhoff-Drapper, à l'équilibre thermodynamique $\alpha_{\lambda T} = \varepsilon_{\lambda T}$

N.B : Cette relation est bien vérifiée hors équilibre à condition qu'il soit possible de définir une température en tout point du système : hypothèse d'équilibre thermodynamique local.

Cas des corps gris : Ils sont caractérisés par $\alpha_{\lambda T} = \alpha_T$ soit $\varepsilon_{\lambda T} = \varepsilon_T$

Or $M_T = \varepsilon_T . M^0_T$, nous en déduisons l'émittance du corps gris à la température T.

$$M_T = \varepsilon_T \sigma T^4 \qquad (\text{W.m}^{-2}) \qquad \text{(I-42)}$$

5-4/ Rayonnement réciproques de plusieurs surfaces

Des surfaces en présence rayonnent. Chacune réfléchit, absorbe et envoie vers les autres. Les surfaces considérées sont supposées homogènes, isothermes, opaques et isotropes et sont séparées par un milieu inerte (transparent) à toute longueur d'onde.

5-4-1/ Facteur de forme F_{ik}

Soient deux surfaces Si et S_k rayonnant l'une sur l'autre.

Soit Φ_{ik} le flux total émis par Si et reçu par S_k et Φ_i le flux total émis par S_i.

On appelle Facteur de forme géométrique de S_i vers S_k le rapport :

$$F_{ik} = \frac{\Phi_{ik}}{\Phi_i} \; ; \; 0 \le F_{ik} \le 1 .$$

C'est la fraction de flux émis par Si et tombant sur S_k .

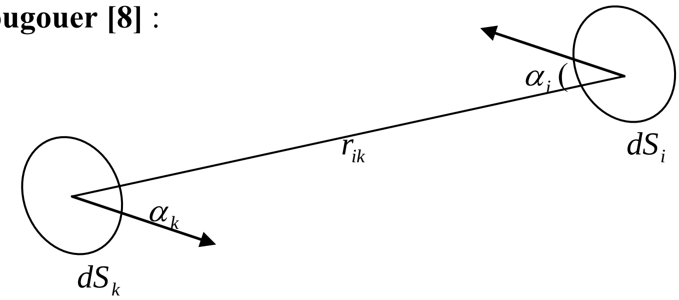
Par définition de la luminance, le flux émis par dS_i et tombant sur dS_k distante de r_{ik} est :

$$d\Phi_{ik} = L_i dS_i \cos\alpha_i d\Omega_{ik} \quad \text{(I-43)}$$

Où : $d\Omega_{ik}$ est l'angle solide duquel depuis dS_i on voit dS_k donc

$$d\Omega_{ik} = \frac{dS_k.\cos\alpha_k}{r_{ik}^2} \quad \text{(I-44)}$$

D'où la formule de **Bougouer [8]** :



$$d\Phi_{ik} = L_i \frac{dS_i \cos\alpha_i dS_k \cos\alpha_k}{r_{ik}^2} \quad \text{(I-45)}$$

Or $L_i = \dfrac{M_i}{\pi}$ on peut écrire :

$$d\Phi_{ik} = \frac{M_i}{\pi}.\frac{dS_i.\cos\alpha_i.dS_k.\cos\alpha_k}{r_{ik}^2} \quad \text{(I-46)}$$

En intégrant sur S_k et sur Si :

$$S_i F_{ik} = \int_{Si}\int_{Sk} \frac{\cos\alpha_i.\cos\alpha_k}{\pi.r_{ik}^2} dS_i.dS_k \quad \text{(I-47)}$$

Il ne dépend que de la géométrie et de la disposition relative des surfaces S_i et S_k .

Le flux peut s'écrire alors :

$$\Phi_{i\to k} = F_{ik}.\Phi_i \quad \text{(I-48)}$$

+ <u>Règles de sommation</u> :

Dans une enceinte formée de n surfaces isothermes on a :

$$\Phi_i = \Phi_{i\to 1} + \Phi_{i\to 2} + ... + \Phi_{i\to i} + ...\Phi_{i\to n} \quad \text{(I-49)}$$

Où encore :

$$\Phi_i = F_{i1}.\Phi_i + F_{i2}.\Phi_i + ... + F_{in}.\Phi_i \quad \text{(I-50)}$$

D'où $F_{i1} + F_{i2} + ... + F_{in} = 1$ ou encore $\sum_{k=1}^{n} F_{ik} = 1$ (I-51)

+ Règle de réciprocité :

$$S_i F_{ik} = \int_{Si}\int_{Sk} \frac{\cos\alpha_i . \cos\alpha_k}{\pi . r_{ik}^2} dS_i . dS_k \quad \text{(I-52)}$$

$$S_i F_{ik} = S_k F_{ki} \quad \text{(I-53)}$$

Ces deux relations sont utiles pour la détermination des facteurs de forme de plusieurs surfaces en présence.

5-4-2/ Echanges radiatifs entre corps noirs : FLUX NET PERDU

La surface Si envoie du flux et en reçoit ; le flux net entre S_i et S_k est :

$$\Phi_i^{net} = \Phi_{ik} - \Phi_{ki} = F_{ik} M_i^0 . S_i - F_{ki} M_k^0 S_k \quad \text{(I-54)}$$

$$\Phi_i^{net} = S_i . F_{ik}\left(M_i^0 - M_k^0\right) = \sigma . S_i . F_{ik}\left(T_i^4 - T_K^4\right) \quad \text{(W)} \quad \text{(I-55)}$$

Lorsque Si est en présence de plusieurs autres surfaces :

$$\Phi_i^{net} = \sigma . S_i . \sum_k F_{ik}\left(T_i^4 - T_k^4\right) \quad \text{(W)} \quad \text{(I-56)}$$

Trois situations sont possibles :

$\Phi_i^{net} > 0 \Rightarrow$ Si est une source de rayonnement

$\Phi_i^{net} < 0 \Rightarrow$ Si est une source de captation

$\Phi_i^{net} = 0 \Rightarrow$ Si est adiabatique ou réfractaire.

5.4.3/ Echanges entre surfaces grises_

L'émissivité, absorptivité et réflectivité sont liées par $\varepsilon = \alpha = 1 - \rho$

- RADIOSITE

Le rayonnement qui quitte la surface S est la somme de son émission propre et de la réflexion d'une partie du rayonnement incident sur cette surface. On appelle radiosité, que l'on note J, l'émittance apparente de la surface S donc :

$$J = \varepsilon . M_T^0 + (1 - \varepsilon) E \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad \text{(I-57)}$$

εM_T^0 : Flux propre, $\rho.E = (1-\varepsilon).E$: Flux réfléchi, E : éclairement de la surface (W.m^{-2}).

- FLUX NET PERDU Φ^{net}
  - FLUX EMIS EST : $S.\varepsilon.M_T^0 > 0$
  - FLUX REÇU EST : $S.\varepsilon.E < 0$

Le flux net perdu est : $\Phi^{net} = S\varepsilon M_T^0 - S\varepsilon E$ (I-58)

$$\Phi^{net} = S\varepsilon\left(M_T^0 - E\right) = S\varepsilon\left(\sigma T^4 - E\right) \quad \text{(I-59)}$$

En introduisant la radiosité J par $E = \dfrac{1}{1-\varepsilon}\left(J - \varepsilon\sigma T^4\right)$, il vient :

$$\Phi^{net} = S\varepsilon\left(\sigma T^4 - E\right) = \frac{ES}{1-\varepsilon}\left(\sigma.T^4 - J\right) = S\left(J - E\right) \quad \text{(W)} \quad \text{(I-60)}$$

- RAYONNEMENT RECIPROQUES DE PLUSIEURS SURFACES GRISES.

Considérons une surface Si choisie parmi n surfaces qui délimitent un volume.

Sa radiosité est:

$$J_i = \varepsilon_i.\sigma.T_i^4 + (1-\varepsilon_i).E_i \quad \text{(I-61)}$$

Le flux net perdu par Si s'écrit :

$$\Phi_i^{net} = S_i\varepsilon_i\sigma T_i^4 - S_i\varepsilon_i E_i \quad \text{(I-62)}$$

En introduisant J_i , il vient :

$$\Phi_i^{net} = \frac{S_i\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left(\sigma T_i^4 - J_i\right) = S_i\varepsilon_i\left(\sigma.T_i^4 - E_i\right) = S_i\left(J_i - E_i\right) \quad \text{(W)} \quad \text{(I-63)}$$

- CALCUL DU FLUX :

Le flux reçu par Si s'écrit :

$$\Phi_{\to i} = S_i.E_i = \sum_{k=1}^{n}\Phi_{k\to i} \quad \text{(I-64)} \qquad \text{Or} \qquad \Phi_{k\to i} = J_k S_k F_{ki} \quad \text{(I-65)}$$

D'où $S_i E_i = \sum_{k=1}^{n} J_k S_k F_{ki} = \sum_{k=1}^{n} J_k S_i F_{ik}$ (I-66)

Or $J_i = \varepsilon_i\sigma T_i^4 + (1-\varepsilon_i)\sum_{k=1}^{n} J_k F_{ik}$ (I-67)