Barrette de mini-canaux

Ce travail porte sur le développement d'une méthode permettant d'améliorer la distribution dans un évaporateur à mini-canaux. L'objet de cette étude est un échangeur de géométrie classique, comportant un nombre important de barrettes de mini-canaux, un distributeur et un collecteur.

Il a donc été nécessaire de définir, dans un premier temps, une méthode permettant de qualifier l'efficacité de la distribution. Les méthodes classiques d'estimation de la distribution, présentées dans le chapitre précédent, ne permettent pas de répondre à nos besoins. Ces méthodes sont adaptées à des échangeurs disposant d'un faible nombre de barrettes et, dans certains cas, ne comprenant pas de collecteur.

Notre objectif est, à terme, d'étudier l'efficacité d'un dispositif d'amélioration appliqué à un échangeur réel. Nous nous sommes donc tournés vers les méthodes de mesure des coefficients d'échange thermique. Ces méthodes ont l'avantage d'être non intrusives. Elles reposent sur la mesure de la réponse en température de la paroi à un apport de chaleur.

Or, une contrainte supplémentaire liée à notre domaine d'étude est l'utilisation d'un fluide à l'état diphasique. Quel que soit le fluide utilisé, un apport de chaleur trop important risquerait de modifier les propriétés du fluide. L'approche adoptée est donc la mesure de la température de la paroi soumise à une excitation modulée. Le coefficient d'échange thermique est déduit, non plus de la différence de température entre le fluide et la paroi, mais de l'amplitude des oscillations de la température en paroi.

Etant données les faibles puissances apportées, les amplitudes des oscillations de température sont faibles. L'outil de mesure de température retenu est une caméra infrarouge, qui a été choisie de préférence à un ensemble de thermocouples. La caméra infrarouge utilisée dispose d'une précision de mesure des écarts de température suffisante. De plus, cet outil permet d'éviter la multiplicité des erreurs induite par la multiplicité des outils de mesure dans le cas de l'application à un échangeur.

Dans un premier temps, la méthode de mesure a été appliquée dans le cas simple d'un tube de section circulaire dans lequel circule de l'eau. Ces essais préliminaires ont permis de valider la méthode. Une seconde série d'essais préliminaires a porté sur la mesure des coefficients d'échange thermique dans le cas d'une barrette de mini-canaux, de géométrie plus complexe. Le fluide utilisé est, cette fois encore, l'eau.

Ces deux étapes ont permis de s'assurer de la pertinence des résultats obtenus avec la méthode. Les essais ont finalement été menés sur une maquette d'échangeur comprenant sept barrettes de mini-canaux, un distributeur et un collecteur. Deux types de fluides ont été testés, de l'eau et un mélange eau-air. Ce dernier avait pour vocation de simuler le comportement d'un fluide à l'état diphasique. Le protocole, ainsi que le matériel utilisé dans chaque cas, feront l'objet de ce chapitre.

2.1 Dispositifs expérimentaux

Dans cette partie seront décrits les différents bancs d'essai ainsi que les outils de mesure utilisés dans le cas d'un tube seul, qu'il soit de section circulaire ou composé de mini-canaux, et dans le cas de l'échangeur.

2.1.1 Sections d'essai

Trois dispositifs ont été mis en place afin, dans un premier temps, de valider la méthode de mesure, puis, dans un second temps, d'étudier la distribution au sein d'un échangeur à mini-canaux.

2.1.1.1 Tube de section circulaire

Le premier dispositif étudié est un tube de section circulaire. La littérature fournit en effet quantité de corrélations destinées à estimer le coefficient d'échange thermique dans cette configuration. Ces premiers essais ont permis de valider la méthode de mesure dans un cas simple. Le tube en cuivre a un diamètre interne de 6 mm et externe de 8 mm. Sa longueur est de 2 m, de façon à s'assurer que l'écoulement est pleinement établi au niveau de la zone étudiée.

Les dimensions de la barrette de mini-canaux en aluminium sont présentées figure 2.1. Elle est composée de huit mini-canaux. Sa longueur totale est de 45 cm.

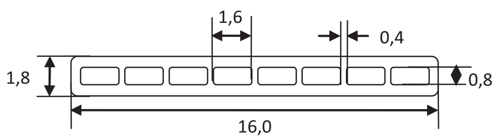


FIGURE 2.1 – Vue de coupe d'une barrette de mini-canaux (unité : mm)

2.1.1.3 Echangeur à mini-canaux

L'échangeur développé pour les besoins de l'étude est composé d'un distributeur, d'un collecteur et de sept barrettes de mini-canaux. Le distributeur et le collecteur, identiques, sont des tubes de section circulaire de 2,1 cm de diamètre. Ils ont été réalisés en PVC de façon à permettre la visualisation de l'écoulement. Les barrettes sont identiques à celle présentée plus haut. Elles sont insérées dans le distributeur et le collecteur avec un écartement de 1 cm et une profondeur d'intrusion de 1 cm.

2.1.2 Système de circulation

Deux systèmes de circulation ont été développés. Le premier repose sur une alimentation en eau seule, le second sur une alimentation en mélange eau-air.

2.1.2.1 Alimentation en eau

Le système étudié, qu'il s'agisse du tube de section circulaire, de la barrette de mini-canaux ou de l'échangeur, est connecté au circuit hydraulique présenté figure 2.2. Il se compose d'une pompe de circulation et d'un réservoir d'eau de 100 l. Le tube et la barrette sont installés horizontalement, tandis que plusieurs orientations ont été expérimentées dans le cas de l'échangeur.

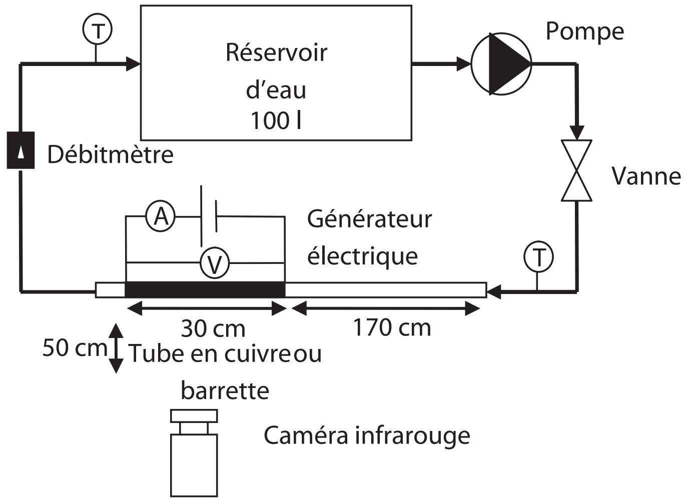


Figure 2.2 – Circuit hydraulique dans le cas de l'alimentation en eau

Le débit d'eau fourni par la pompe est contrôlé à l'aide d'une vanne. Les nombres de Reynolds de l'écoulement vont de 2 000 à 14 000 pour le tube et de 800 à 10 000 pour la barrette de mini-canaux. La densité de flux massique dans le cas de l'échangeur va de 29 kg.m^{-2}.s^{-1} à 116 kg.m^{-2}.s^{-1}. Un thermocouple, placé à la sortie du dispositif, mesure la température de l'eau au cours des essais de façon à contrôler sa stabilité. La température de l'eau du réservoir est également contrôlée à l'aide d'un thermocouple connecté à une centrale d'acquisition.

La zone du tube étudiée, présentée figure 2.3, se situe à 1,7 m de l'entrée (cf. figure 2.2). De cette façon, la condition $L/D > 40$ requise pour éviter les effets d'entrée est bien respectée ($L/D = 200$).

Pour la barrette de mini-canaux, sa longueur ne permet pas de respecter la condition $L/D > 40$. En effet, la longueur totale de la barrette, incluant la transition d'un tube rond à un tube plat, est de 65 cm. L'écoulement n'est donc pas établi à l'endroit de la mesure. Des corrélations développées en régime non établi ont donc été considérées pour valider nos résultats dans le cas de la barrette de mini-canaux.

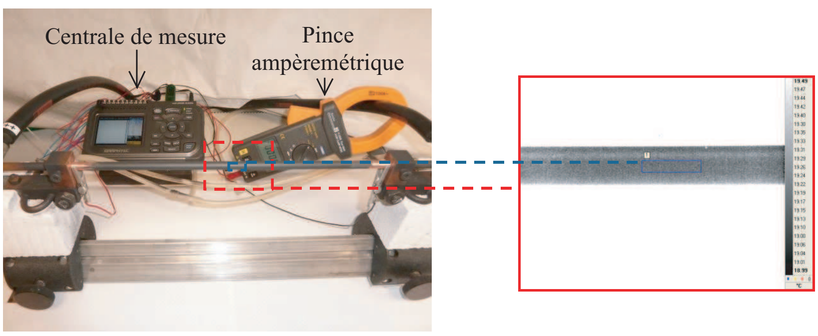


Figure 2.3 – Section d'essais et zone considérée

Dans le cas de l'échangeur, les zones considérées sont également situées au milieu de chacune des barrettes. La longueur ne permet donc pas d'obtenir un écoulement établi au niveau de la zone de mesure.

2.1.2.2 Alimentation en mélange eau-air

Le circuit hydraulique, dans le cas d'un mélange eau-air, est présenté figure 2.4. De façon à homogénéiser le mélange, l'eau et l'air traversent deux mélangeurs, présentés figure 2.5. Les débits d'eau et d'air sont contrôlés par des vannes et mesurés à l'aide du débitmètre correspondant. La densité de flux massique et le titre du mélange eau-air en entrée de l'échangeur vont de 29 kg.m^{-2}.s^{-1} à 116 kg.m^{-2}.s^{-1} et de 0,10 à 0,90, respectivement.

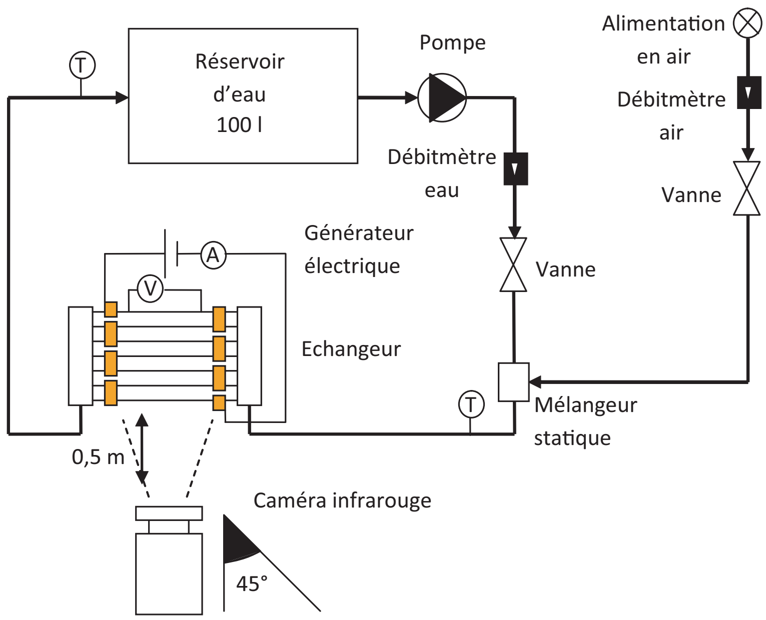
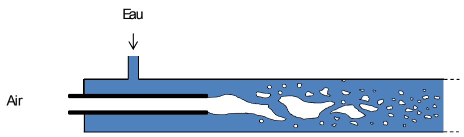


FIGURE 2.4 – Circuit hydraulique dans le cas de l'alimentation eau-air



(a) Mélangeur à tubes concentriques

(b) Mélangeur statique

FIGURE 2.5 – Mélangeurs placés en amont de l'échangeur

2.1.3 Source de chaleur

Afin de mesurer les coefficients d'échange thermique, une source de chaleur doit être associée au système à étudier. Une longueur de 30 cm est donc chauffée par effet Joule à une fréquence de 0,05 Hz. La source de chaleur se situe entre deux électrodes reliées à l'alimentation électrique au moyen de câbles en cuivre. Une pince ampèremétrique et un voltmètre sont connectés à une centrale de mesure pour mesurer le courant et la tension au cours du temps. Le tube et la barrette se comportent comme une résistance pure. Le courant évolue donc à la même fréquence et en phase avec la tension :

$$U = U_{\text{moy}} + U_{\text{alt}} \cos(\omega\, t) = 0,057 + 0,015 \cos(\omega\, t) \qquad (2.1)$$

$$I = I_{moy} + I_{alt} \cos(\omega\, t) = 193 + 49 \cos(\omega\, t) \tag{2.2}$$

Les valeurs numériques correspondent au cas du tube de section circulaire.

L'amplitude des oscillations de la température varie de quelques dixièmes de degrés celsius à plus d'un degré celsius, en fonction des conditions expérimentales.

Par exemple, dans le cas du tube, avec un apport de chaleur oscillant entre 5 W et 30 W et un nombre de Reynolds de 12 700, une amplitude des oscillations de température de 0,63 °C est observée. Une amplitude de 1,45 °C est obtenue pour un nombre de Reynolds de 4 800.

La puissance dissipée par effet Joule dans le tube comporte trois composantes : une part continue, une part à la fréquence ω et une part à la fréquence double $2\,\omega$. En effet, le produit $U\,I$ fournit :

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{con} + \dot{Q}_{\omega} \cos(\omega\ t) + \dot{Q}_{2\,\omega} \cos(2\,\omega\, t) \tag{2.3}$$

avec :

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{con} &= U_{moy}\, I_{moy} + \frac{U_{alt}\, I_{alt}}{2} \\ \dot{Q}_{\omega} &= U_{moy}\, I_{alt} + U_{alt}\, I_{moy} \\ \dot{Q}_{2\,\omega} &= \frac{U_{alt}\, I_{alt}}{2} \end{aligned} \tag{2.4}$$

Pour alimenter l'ensemble de l'échangeur, les barrettes sont connectées en série au moyen de plots en cuivre, comme présenté figure 2.6. Une pince ampèremétrique et sept voltmètres sont connectés à une centrale de mesure pour mesurer le courant et la tension dans chaque barrette au cours du temps.

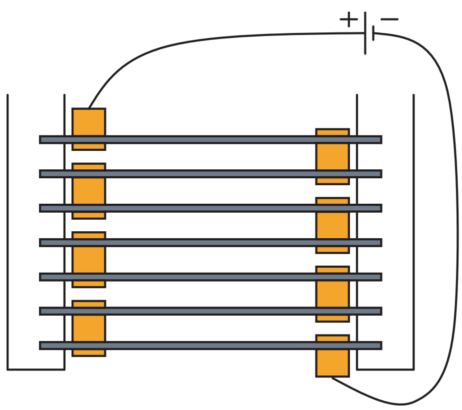


Figure 2.6 – Montage électrique dans le cas de l'échangeur

2.1.4 Mesure de température

La température de surface du tube et de la barrette est mesurée par thermographie infrarouge. La mesure par thermographie revient à convertir l'énergie qu'émet un corps par rayonnement en un signal électrique. Afin d'en déduire sa température, plusieurs paramètres doivent être déterminés :

- l'émissivité du matériau, qui est le rapport entre l'énergie émise par le matériau et l'énergie qui serait émise par un corps noir à la même température ;
- le rayonnement dû à l'environnement ;
- la bande spectrale de mesure.

Ces paramètres peuvent se révéler difficiles à déterminer. En effet, l'émissivité du corps dépend elle-même de la température, de l'état de surface, de la longueur d'onde et de l'angle entre la surface visée et l'appareil de mesure. L'émissivité est particulièrement difficile à déterminer dans le cas des métaux. Pour pallier ce problème, le corps est généralement recouvert d'une peinture mate dont l'émissivité est connue. Lors des mesures, l'angle d'incidence ne doit pas excéder 45 °.

La mesure peut être « ponctuelle », dans le cas d'un pyromètre, ou matricielle, dans le cas d'une caméra infrarouge. Les caractéristiques les plus importantes d'une caméra infrarouge pour notre étude sont la résolution thermique et la résolution spatiale.

La résolution thermique, ou NETD [1], traduit la faculté de la caméra à mesurer de faibles écarts de température. Cet écart correspond à la différence de température équivalente à la valeur efficace du bruit électronique. Ce bruit est généré par l'ensemble détecteur et traitement du signal, et est mesuré en sortie pour un point de mesure fixé. Dans le cadre de notre étude, la résolution thermique de la caméra utilisée est de 0,02 K.

La résolution spatiale correspond à la faculté de la caméra à mesurer des valeurs de température spatialement voisines. Cette caractéristique est liée à la taille des détecteurs constituant la matrice, à la diffraction et au grandissement. Les détecteurs mesurent le flux émis par une surface d'autant plus petite que la résolution spatiale est importante. L'augmentation de la résolution s'accompagne toutefois d'une diminution de l'énergie reçue, impactant sur la résolution thermique. La résolution spatiale de la caméra utilisée est de 640x512 pixels.

2.1.4.1 Tube circulaire et barrette de mini-canaux

La caméra thermographique (Titanium Cedip) mesure la température de la paroi externe du tube de section circulaire et de la barrette. Dans le cas de la barrette, celle-ci est positionnée de façon à disposer les mini-canaux verticalement. La caméra est alors installée horizontalement, de façon à mesurer la température sur la paroi externe de l'ensemble des mini-canaux. La surface externe des deux tubes a été peinte en noir de façon à augmenter et à homogénéiser leur émissivité. La peinture utilisée a une émissivité de 0,96. La zone observée par la caméra, située au milieu de la zone chauffée par effet Joule, mesure environ 4,8 cm de long. De cette façon, chaque pixel mesure environ 0,75 mm de large. La zone considérée pour les calculs, présentée figure 2.3, est une surface d'environ 1,2 cm de large sur 0,24 cm de haut pour le tube et d'environ 2 cm de large sur 1 cm de haut pour la barrette.

2.1.4.2 Echangeur à sept barrettes

La mesure appliquée à l'ensemble de l'échangeur a nécessité d'écarter la caméra, et donc de perdre en précision. La caméra a également été inclinée d'un angle n'excédant pas 45 °, de façon à garantir une émissivité quasi-constante. Les parois extérieures des barrettes ont été peintes en noir de façon à augmenter et à homogénéiser leur émissivité. L'émissivité de la peinture utilisée est de 0,96. La zone observée par la caméra mesure environ 20 cm de long et est située au milieu de la zone chauffée par effet Joule. Les zones considérées pour les calculs sont présentées figure 2.7. Elles représentent une surface d'environ 2 cm de large sur 1 cm de haut.

Un exemple de résultats obtenus est présenté figure 2.8. Il apparaît clairement que les amplitudes de variation de la température sont faibles. La méthode permet donc de limiter la variation des propriétés du fluide provoquées par l'apport de chaleur.

Des modèles analytiques, développés pour chaque géométrie et présentés ci-après, permettent de relier le flux de chaleur apporté et l'amplitude de température au coefficient d'échange thermique.

1. Noise Equivalent Temperature Difference

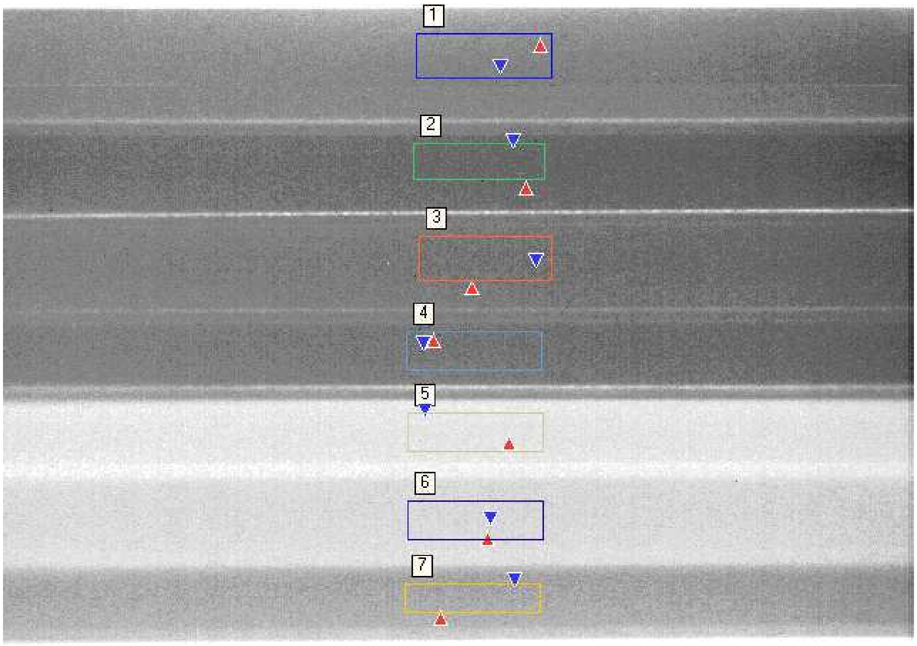


Figure 2.7 – Zones des barrettes considérées

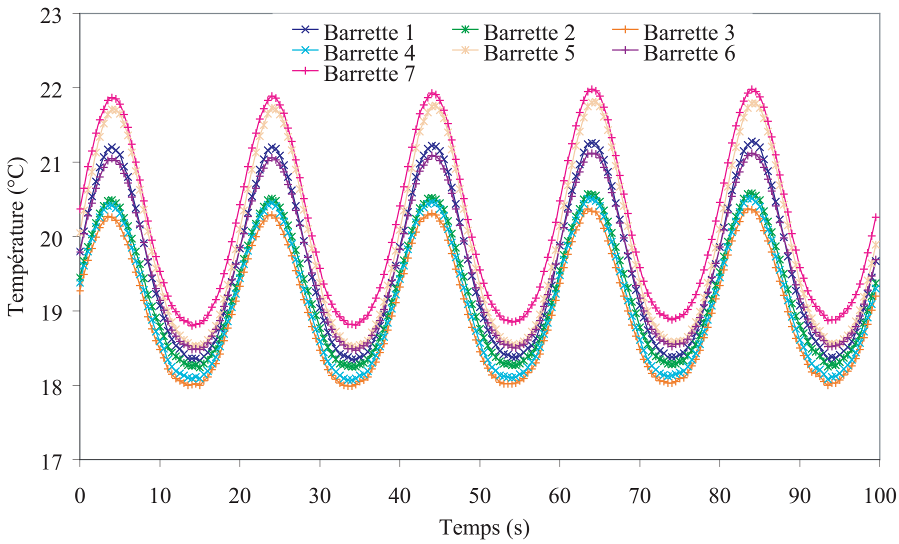


Figure 2.8 – Evolution des températures de surface des barrettes au cours du temps

2.2 Modèles analytiques

Le point clé et le savoir faire de la méthode de mesure développée réside dans les modèles thermiques utilisés pour obtenir de manière indirecte le coefficient d'échange thermique. Ces modèles varient selon la géométrie. Dans un premier temps, les essais ont été menés sur un tube de section circulaire, dont l'évolution des coefficients d'échange thermique en fonction du nombre de Reynolds a été largement étudiée dans la littérature. Les essais ont ensuite été menés sur une barrette de mini-canaux, puis sur un échangeur composé de sept barrettes de mini-canaux. Dans chaque cas, un modèle analytique a été développé afin de corréler le coefficient d'échange thermique, la puissance apportée et l'amplitude des oscillations de température.

2.2.1 Tube circulaire

Le système d'équations reliant l'apport de chaleur périodique et l'amplitude de température pour un tube rond, représenté figure 2.10, est composé de l'équation de conservation de l'énergie au sein de la paroi et des conditions limites interne et externe. Ces conditions sont un flux de chaleur convectif imposé au niveau de la paroi interne et une condition d'adiabaticité au niveau de la paroi externe. En effet, les coefficients d'échange thermique liés au rayonnement et à la convection externe (α_{rad} et α_{ext}) représentent moins de 1 % du coefficient d'échange thermique interne dans le cas le plus défavorable. Les pertes de chaleur par convection externe et rayonnement seront donc négligées. Etant donnée la faible puissance apportée par la source de chaleur, oscillant entre 5 W et 30 W, une seconde hypothèse concerne la température du fluide, supposée constante. La troisième hypothèse concerne l'indépendance à la température des propriétés thermodynamiques du matériau et du coefficient d'échange thermique. Enfin, la quatrième et dernière hypothèse est une évolution unidimensionnelle de la température. Les variations de température angulaires et longitudinales sont donc négligées.

En effet, pour appuyer cette dernière hypothèse, la distance L affectée par la conduction dans le cuivre doit être déterminée. Pour cela, nous nous placerons au niveau de la jonction entre la zone chauffée et la zone non chauffée, tel que présenté figure 2.9. La propagation en régime permanent de la température dans la partie non chauffée répond à l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 T_{\text{par}(x)}}{\partial x^2} = \frac{\alpha\, P}{k\, S} \left(T_{\text{par}(x)} - T_{\text{f}}\right) \tag{2.5}$$

avec $T_{\text{par}(x)}$ la température de la paroi en x, T_{f} la température du fluide, α le coefficient d'échange thermique interne et k la conductivité thermique du matériau. Le périmètre P et la surface S sont donnés par :

$$P = 2\,\pi\, R_{\text{int}} \text{ et } S = \pi \left(R_{\text{ext}}^2 - R_{\text{int}}^2\right) \tag{2.6}$$

En posant :

$$\frac{\alpha\, P}{k\, S} = m^2 \text{ et } \left(T_{\text{par}(x)} - T_{\text{f}}\right) = \theta_{\text{par}(x)} \tag{2.7}$$

l'équation (2.5) s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \theta_{\text{par}(x)}}{\partial x^2} + m^2\, \theta_{\text{par}(x)} = 0 \tag{2.8}$$

équation différentielle du second ordre dont la solution est de la forme :

$$\theta_{\text{par}(x)} = \theta_{(0)}\, e^{-m\,x} = \left(T_{\text{par}(0)} - T_{\text{f}}\right)\, e^{-m\,x} \tag{2.9}$$

Le coefficient m dépend du coefficient d'échange thermique et traduit l'évolution de la température le long du tube. Pour un coefficient d'échange de 2 000 W.m^{-2}.K^{-1}, m a pour valeur 65,5 m^{-1}. Il vaut 146,5 m^{-1} pour un coefficient d'échange de 10 000 W.m^{-2}.K^{-1}.

La longueur à partir de laquelle la température du tube n'est plus affectée est telle que $m\, L = 5$. Cette longueur est donc de 7,5 cm pour $\alpha = 2\,000$ W.m^{-2}.K^{-1} et de 3,4 cm pour $\alpha = 10\,000$ W.m^{-2}.K^{-1}.

Nos mesures sont toujours effectuées à des distances suffisamment importantes des électrodes pour que les effets de bords puissent être négligés. La température peut donc être considérée uniforme le long de l'axe x.

La température du tube, comme le flux de chaleur, est constituée de trois composantes, une part continue, une part à la fréquence ω et une part à la fréquence double 2 ω. Le système

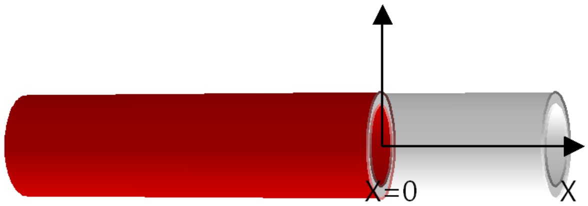


Figure 2.9 – Schéma du tube : partie rouge chauffée par effet Joule, partie grise non chauffée

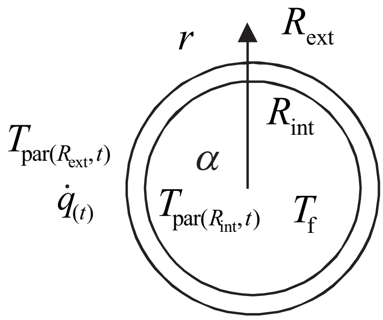


Figure 2.10 – Représentation du tube et des grandeurs associées

d'équations (2.10) doit donc être résolu deux fois, à la fréquence ω et à la fréquence 2 ω. Le système d'équations continu ne sera pas résolu, n'apportant pas d'information supplémentaire. Le système complet inclut l'équation de conservation de l'énergie au sein de la paroi et les conditions aux limites interne et externe :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 T_{\text{par}(r,t)}}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial T_{\text{par}(r,t)}}{\partial r} - \dfrac{1}{a}\dfrac{\partial T_{\text{par}(r,t)}}{\partial t} = -\dfrac{\dot{q}_{(t)}}{k} \\ r = R_{\text{int}} \quad -k \left.\dfrac{\partial T_{\text{par}(r,t)}}{\partial r}\right|_{r=R_{\text{int}}} = \alpha \left(T_{\text{f,e}} - T_{\text{par}(R_{\text{int}},t)}\right) \\ r = R_{\text{ext}} \quad -k \left.\dfrac{\partial T_{\text{par}(r,t)}}{\partial r}\right|_{r=R_{\text{ext}}} = 0 \end{cases} \tag{2.10}$$

avec $T_{\text{par}(r,t)}$ la température de la paroi en r à l'instant t, $T_{\text{f,e}}$ la température du fluide en entrée, $\dot{q}_{(t)}$ la source de chaleur volumique à l'instant t, k la conductivité thermique du matériau et α le coefficient d'échange thermique interne. En posant :

$$\theta_{\text{par}(r,t)} = \left(T_{\text{par}(r,t)} - T_{\text{f,e}}\right) \tag{2.11}$$

et en considérant un régime périodique établi, nous avons :

$$\theta_{\text{par}(r,t)} = \theta_{\text{par,con}(r)} + \theta_{\text{par},\omega(r)}\, e^{j\,(\omega\, t+\varphi_\omega)} + \theta_{\text{par},2\,\omega(r)}\, e^{j\,(2\,\omega\, t+\varphi_{2\,\omega})} \tag{2.12}$$

et :

$$\dot{q}_{(t)} = \dot{q}_{\text{con}(r)} + \dot{q}_{\omega(r)}\, e^{j\,\omega\, t} + \dot{q}_{2\,\omega(r)}\, e^{j\,2\,\omega\, t} \tag{2.13}$$

avec φ le déphasage entre la source de chaleur et la réponse en température et ω la fréquence angulaire de la source de chaleur. La résolution du système fournit l'expression de $\theta_{\text{par},\omega(r)}\, e^{j\,\varphi_\omega}$:

$$\begin{aligned} \theta_{\text{par},\omega(r)}\, e^{j\,\varphi_\omega} = \frac{\dot{q}_\omega}{m_\omega^2\, k} + \frac{\alpha\, \dot{q}_\omega}{m_\omega^3\, k^2}\, &\left(\mathrm{K}_1(m_\omega R_{\text{ext}})\, \mathrm{I}_0(m_\omega r) + \mathrm{I}_1(m_\omega R_{\text{ext}})\, \mathrm{K}_0(m_\omega r)\right) \\ &/ \left(\mathrm{I}_1(m_\omega R_{\text{ext}}) \left(-\mathrm{K}_1(m_\omega R_{\text{int}}) - \frac{\alpha}{m_\omega\, k}\mathrm{K}_0(m_\omega R_{\text{int}})\right)\right. \\ &\left. + \mathrm{K}_1(m_\omega R_{\text{ext}}) \left(-\mathrm{I}_1(m_\omega R_{\text{int}}) - \frac{\alpha}{m_\omega\, k}\mathrm{I}_0(m_\omega R_{\text{int}})\right)\right) \end{aligned} \tag{2.14}$$

avec :

$$m_\omega = \sqrt{\frac{j\,\omega}{a}} \tag{2.15}$$

Dans cette équation, I_0, I_1 et K_0, K_1 sont des fonctions de Bessel modifiées de première et deuxième espèce, d'ordre 0 et d'ordre 1, respectivement. La même résolution est appliquée au système à la double fréquence d'excitation pour obtenir l'expression $\theta_{\text{par},2\,\omega(r)}\ e^{j\,\varphi_{2\,\omega}}$. Sachant que :

$$\theta_{\text{par}(r)} = \left|\theta_{\text{par},\omega(r)}\ e^{j\,\varphi_\omega} + \theta_{\text{par},2\,\omega(r)}\ e^{j\,\varphi_{2\,\omega}}\right| \tag{2.16}$$

l'estimation du coefficient d'échange thermique α est finalement obtenue par minimisation du coefficient ϵ tel que :

$$\epsilon = \left|\theta_{\text{par}(R_{\text{ext}})\text{exp}} - \theta_{\text{par}(R_{\text{ext}})}\right| \tag{2.17}$$

avec $\theta_{\text{par}(R_{\text{ext}})\text{exp}}$ l'amplitude expérimentale de l'oscillation de la température. Ainsi, la connaissance des propriétés du matériau c_p, k, ρ, de la fréquence d'excitation f, des densités de puissance $\dot{q}_\omega$ et $\dot{q}_{2\,\omega}$ et de l'amplitude de température mesurée à la paroi $\theta_{\text{par}(R_{\text{ext}})\text{exp}}$ permet de déterminer le coefficient d'échange thermique α.

Propagation des incertitudes A partir du modèle du cylindre, une étude de la propagation des incertitudes a été menée de façon à estimer l'influence des paramètres nécessaires à l'évaluation du coefficient d'échange thermique. Le bilan de l'influence des divers paramètres sur la valeur du coefficient d'échange thermique obtenue est présenté tableau 2.1. Il apparaît que la mesure de température et de flux de chaleur génère une grande part de l'incertitude sur l'estimation du coefficient d'échange thermique.

TABLEAU 2.1 – Propagation des incertitudes

Variable ± Incertitude	Dérivée partielle	% de l'incertitude
k = 400 ± 10 [W.m^{-1}.K^{-1}]	$\partial\alpha/\partial k$ = -0,23	0,00 %
c_p = 385 ± 10 [J.kg^{-1}.K^{-1}]	$\partial\alpha/\partial c_p$ = -0,64	0,00 %
ρ = 8 700 ± 100 [kg.m^{-3}]	$\partial\alpha/\partial\rho$ = -0,03	0,00 %
L = 0,2920 ± 0,0005 [m]	$\partial\alpha/\partial L$ = -29 710	0,03 %
R_{int} = 0,0030 ± 0,0002 [m]	$\partial\alpha/\partial R_{\text{int}}$ = -2 678 000	33,22 %
R_{ext} = 0,0040 ± 0,0002 [m]	$\partial\alpha/\partial R_{\text{ext}}$ = -201 500	0,19 %
$U_{\min}$ = 0,037 ± 0,005 [V]	$\partial\alpha/\partial U_{\min}$ = -59 234	10,16 %
$U_{\max}$ = 0,090 ± 0,005 [V]	$\partial\alpha/\partial U_{\max}$ = 121 399	42,67 %
$I_{\min}$ = 139 ± 5 [A]	$\partial\alpha/\partial I_{\min}$ = -16	0,73 %
$I_{\max}$ = 335 ± 5 [A]	$\partial\alpha/\partial I_{\max}$ = 33	3,06 %
f = 0,050 ± 0,001 [Hz]	$\partial\alpha/\partial f$ = -5 050	0,00 %
θ = 0,59 ± 0,02 [K]	$\partial\alpha/\partial\theta$ = -14 650	9,94 %
α = 8 344,7 ± 929,2 [W.m^{-2}.K^{-1}]		100,00 %

2.2.2 Barrette de mini-canaux

Deux modèles ont été développés pour la barrette de mini-canaux. Un modèle analytique 1D a d'abord été développé pour permettre une analyse de sensibilité. Un second modèle a ensuite été réalisé afin de prendre en compte la présence des ailettes formées par les séparations entre les canaux. Ces modèles ont été ensuite comparés à une résolution 2D réalisée avec le logiciel COMSOL. L'objectif de la modélisation COMSOL était ici de voir s'il était envisageable dans le futur d'utiliser cette approche de mesure pour un tube de forme encore plus complexe que le cas de la barrette.

2.2.2.1 Modèle 1 : Assimilation de la barrette à une plaque

Le premier modèle développé assimile la barrette à une plaque, comme présenté figure 2.11. En raison de la condition de symétrie induite par la géométrie, seule une moitié de la paroi a été considérée. Le modèle reliant l'apport de chaleur périodique et l'amplitude d'oscillation de la température de la paroi extérieure se compose de l'équation de conservation de l'énergie dans la paroi et des conditions aux limites. Ces conditions sont un flux de chaleur convectif imposé au niveau de la paroi interne et une condition d'adiabaticité au niveau de la paroi externe. En effet, les pertes de chaleur par convection externe et rayonnement sont faibles comparées au flux de chaleur transféré au fluide. Elles seront donc négligées. Pour prendre en compte l'influence des ailettes formées par la présence des séparations entre les tubes, deux surfaces différentes ont été considérées dans le modèle. Les surfaces S_1 et S_2 sont ainsi considérées respectivement pour la conduction et la convection.

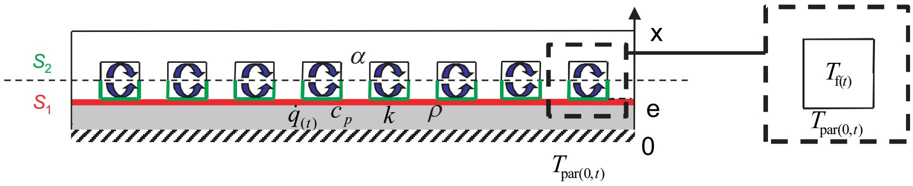


FIGURE 2.11 – Représentation de la barrette de mini-canaux et des grandeurs associées dans le cas du modèle plaque

Le flux de chaleur est dans le cas de la barrette de mini-canaux plus important que dans le cas du tube rond. Il oscille entre 30 W à 80 W. Le débit d'eau est plus faible en raison des plus grandes pertes de charge engendrées par la diminution du diamètre des tubes. La température de l'eau ne peut donc être considérée constante. En effet, l'amplitude de la variation de température de l'eau est comparable à l'amplitude de variation de température de la paroi externe. La fréquence d'excitation est de 0,05 Hz. L'hypothèse est donc faite que la température de l'eau et la température de la paroi sont en phase. La troisième hypothèse concerne l'indépendance à la température des propriétés thermodynamiques du matériau et du coefficient d'échange thermique. Enfin, la quatrième et dernière hypothèse est une évolution unidimensionnelle de la température. Les variations de température dans toute direction autre que l'axe x sont donc négligées.

Le système à résoudre, composé de l'équation de conservation de l'énergie et des conditions aux limites interne et externe, s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 T_{\text{par}(x,t)}}{\partial x^2} - \dfrac{1}{a}\dfrac{\partial T_{\text{par}(x,t)}}{\partial t} = -\dfrac{\dot{q}_{(t)}}{k} \\[2ex] x = e \quad -k\, S_1 \left.\dfrac{\partial T_{\text{par}(x,t)}}{\partial x}\right|_{x=e} = \alpha\, S_2 \left(T_{\text{par}(e,t)} - T_{\text{f}(t)}\right) \\[2ex] x = 0 \quad -k \left.\dfrac{\partial T_{\text{par}(x,t)}}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \end{cases} \tag{2.18}$$

avec $T_{\text{par}(x,t)}$ la température de la paroi en x à l'instant t, $T_{\text{f},(t)}$ la température du fluide à l'instant t, $\dot{q}_{(t)}$ le flux de chaleur volumique à l'instant t, k la conductivité thermique du matériau et α le coefficient d'échange thermique interne. Les surfaces S_1 et S_2 représentent les surfaces correspondant aux flux conductif et convectif, respectivement. Ces surfaces sont représentées figure 2.11.

Comme dans le cas du tube rond, deux systèmes doivent être résolus, l'un à la fréquence ω, l'autre à la fréquence $2\,\omega$. Considérant les équations (2.11) à (2.13), et avec :

$$T_{\text{f}(t)} = \theta_{\text{f,con}} + \theta_{\text{f},\omega}\, e^{j\,(\omega\, t + \varphi_\omega)} + \theta_{\text{f},2\,\omega}\, e^{j\,(2\,\omega\, t + \varphi_{2\,\omega})} \tag{2.19}$$

et sachant que le bilan d'énergie fournit :

$$\theta_{\mathrm{f},\omega}\, e^{j\,\varphi_\omega} = \frac{\dot{q}_\omega\, V}{2\, \dot{m}_\mathrm{f}\, c_{p,\mathrm{f}}} \tag{2.20}$$

l'expression de $\theta_{\mathrm{par},\omega(x)}\, e^{j\,\varphi_\omega}$ est donnée par :

$$\theta_{\mathrm{par},\omega(x)}\, e^{j\,\varphi_\omega} = \frac{\dot{q}_\omega}{m_\omega^2\, k} \left(1 - \frac{\left(1 - \dfrac{m_\omega^2\, k\, V}{2\, \dot{m}_\mathrm{f}\, c_{p,\mathrm{f}}} \cosh\left(m_\omega\, x\right)\right)}{\dfrac{k\, m_\omega}{\alpha}\, \dfrac{S_1}{S_2} \sinh\left(m_\omega\, e\right) + \cosh\left(m_\omega\, e\right)} \right) \tag{2.21}$$

avec :

$$m_\omega = \sqrt{\frac{j\,\omega}{a}} \tag{2.22}$$

La résolution a ensuite été appliquée au système à la fréquence double afin d'obtenir l'expression de $\theta_{\mathrm{par},2\,\omega(x)}\, e^{j\,\varphi_{2\,\omega}}$. La méthode de résolution de l'ensemble est ensuite identique au cas du tube rond.

Propagation des incertitudes Une étude de la propagation des incertitudes a été menée dans le cas de l'assimilation de la barrette à une plaque. Le bilan de l'influence des divers paramètres sur la valeur du coefficient d'échange thermique obtenue est présenté tableau 2.2. Les dimensions auxquelles il est fait référence sont illustrées figure 2.12. La principale source d'incertitude est la mesure de l'épaisseur de la paroi e. La mesure de la puissance apportée et de l'amplitude de température ont également une influence notable sur la valeur finale. Un compromis doit donc être trouvé entre la précision de la mesure et l'influence du flux de chaleur sur le comportement et les propriétés du fluide.

Tableau 2.2 – Propagation des incertitudes

Variable ± Incertitude	Dérivée partielle	% de l'incertitude
k = 237 ± 10 [W.m^{-1}.K^{-1}]	$\partial\alpha/\partial k$ = -0,09	0,00 %
c_p = 910 ± 10 [J.kg^{-1}.K^{-1}]	$\partial\alpha/\partial c_p$ = -0,03	0,00 %
ρ = 2 700 ± 100 [kg.m^{-3}]	$\partial\alpha/\partial\rho$ = -0,01	0,00 %
L = 0,2920 ± 0,0005 [m]	$\partial\alpha/\partial L$ = -14 649	0,02 %
e = 0,00046 ± 0,00005 [m]	$\partial\alpha/\partial e$ = 9 298 706	69,17 %
W_bar = 0,0160 ± 0,0005 [m]	$\partial\alpha/\partial W_\mathrm{bar}$ = 264 893	5,61 %
H_ca = 0,00083 ± 0,00005 [m]	$\partial\alpha/\partial H_\mathrm{ca}$ = -350 952	0,10 %
W_ca = 0,00159 ± 0,00005 [m]	$\partial\alpha/\partial W_\mathrm{ca}$ = -1 831 055	2,68 %
U_min = 0,084 ± 0,005 [V]	$\partial\alpha/\partial U_\mathrm{min}$ = -17 883	2,56 %
U_max = 0,174 ± 0,005 [V]	$\partial\alpha/\partial U_\mathrm{max}$ = 33 142	8,79 %
I_min = 120 ± 5 [A]	$\partial\alpha/\partial I_\mathrm{min}$ = -13	1,25 %
I_max = 249 ± 5 [A]	$\partial\alpha/\partial I_\mathrm{max}$ = 23	4,30 %
f = 0,050 ± 0,001 [Hz]	$\partial\alpha/\partial f$ = -549	0,00 %
θ = 0,65 ± 0,02 [K]	$\partial\alpha/\partial\theta$ = -6 561	5,51 %
α = 4 234,7 ± 559,0 [W.m^{-2}.K^{-1}]		100,00 %

2.2.2.2 Modèle 2 : Assimilation de la barrette à une plaque reliée à une ailette

Le second modèle est basé sur la prise en compte des ailettes formées par les parois séparant les canaux. Deux modèles sont couplés, le premier afin de résoudre le problème de conduction

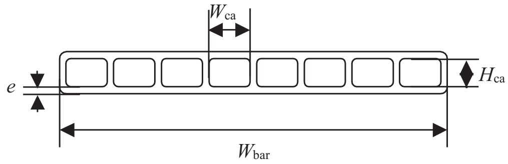


Figure 2.12 – Représentation de la barrette de mini-canaux et notation des dimensions

dans la paroi et le deuxième la conduction dans l'ailette. La température est considérée uniforme le long de la frontière séparant les deux systèmes du fait de la conductivité élevée de l'aliminium. La géométrie considérée est présentée figure 2.13. Les frontières représentées en bleu représentent les conditions de flux nul.

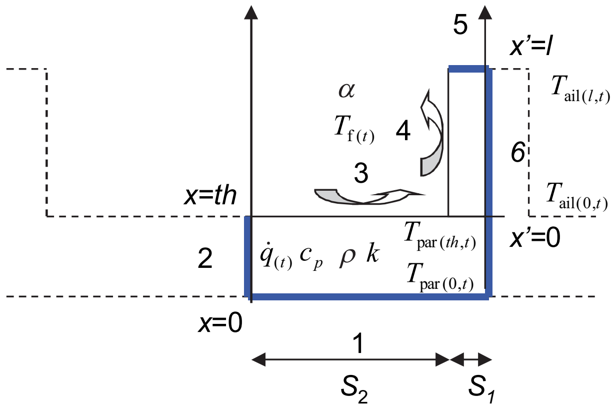


Figure 2.13 – Représentation de la barrette de mini-canaux et des grandeurs associées dans le cas du modèle plaque plus ailette

Considérant le modèle de la plaque, les bords notés 2 et 6 sont considérés isolés en raison de la condition de symétrie. Le bord noté 1 est considéré isolé pour la même raison que précédemment, *i.e.* les flux de chaleur convectif et radiatif au niveau de la paroi externe sont négligeables comparés au flux de chaleur transmis au fluide. Le système d'équations suivant doit être résolu, incluant l'équation de conservation de l'énergie et la condition limites dans le cas d'une résolution unidimensionnelle :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 T_{\text{par}(x,t)}}{\partial x^2} - \dfrac{1}{a}\dfrac{\partial T_{\text{par}(x,t)}}{\partial t} = -\dfrac{\dot{q}_{(t)}}{k} \\ x = 0 \quad -k\left.\dfrac{\partial T_{\text{par}(x,t)}}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \end{cases} \tag{2.23}$$

avec $T_{\text{par}(x,t)}$ la température de la paroi en x à l'instant t, $\dot{q}_{(t)}$ le flux de chaleur volumique à l'instant t et k la conductivité du matériau.

Deux systèmes doivent être résolus, à la fréquence ω et à la fréquence 2 ω. Seul le système à la fréquence ω sera ici développé. En considérant les équations (2.11) à (2.13), la résolution de ce premier système fournit :

$$\theta_{\text{par},\omega(x)}\, e^{j\,\varphi_\omega} = \frac{\dot{q}_\omega}{m_{\text{par},\omega}^2\, k} + \mathrm{a}_\omega \cosh\left(m_{\text{par},\omega}\, x\right) \tag{2.24}$$

avec :

$$m_{\text{par},\omega} = \sqrt{\frac{j\,\omega}{a}} \tag{2.25}$$

et a_ω à déterminer.

La résolution du problème requiert une seconde condition limite. Cette condition limite est fournie par la résolution du second système. Ainsi, le système à résoudre au sein de l'ailette est donné par :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 T_{\text{ail}(x',t)}}{\partial x'^2} - \dfrac{\alpha}{k}\,\dfrac{P_1}{S_1}\left(T_{\text{ail}(x',t)} - T_{\text{f}(t)}\right) - \dfrac{1}{a}\,\dfrac{\partial T_{\text{ail}(x',t)}}{\partial t} = -\dfrac{\dot{q}_{(t)}}{k} \\ x' = l \quad -k\,\left.\dfrac{\partial T_{\text{ail}(x',t)}}{\partial x'}\right|_{x'=l} = 0 \end{cases} \tag{2.26}$$

avec $T_{\text{ail}(x,t)}$ la température de l'ailette en x' à l'instant t, $T_{\text{f},(t)}$ la température du fluide à l'instant t, $\dot{q}_{(t)}$ le flux de chaleur volumique à l'instant t, k la conductivité du matériau et α le coefficient d'échange thermique interne. P_1 et S_1 représentent respectivement le périmètre et la surface de l'ailette.

Considérant les équations (2.11) et (2.13), la résolution du système fournit :

$$\theta_{\text{ail},\omega(x)}\,e^{j\,\varphi_\omega} = \frac{\dot{q}_\omega}{m_{\text{ail},\omega}^2\,k} + \mathrm{A}_\omega\,\left(e^{-m_{\text{ail},\omega}\,x'} + e^{m_{\text{ail},\omega}\,(x'-2\,l)}\right) \tag{2.27}$$

avec :

$$m_{\text{ail},\omega} = \sqrt{M_{\text{ail},\omega}^2 + \frac{j\,\omega}{a}} \tag{2.28}$$

et :

$$M_{\text{ail},\omega} = \sqrt{\frac{\alpha\,P_1}{k\,S_1}} \tag{2.29}$$

A l'interface, la température est considérée uniforme le long de la surface $S_1 + S_2$. Cette proposition constitue l'hypothèse majeure de ce modèle. Nous pouvons donc écrire :

$$\theta_{\text{par},\omega(th)}\,e^{j\,\varphi_\omega} = \theta_{\text{ail},\omega(0)}\,e^{j\,\varphi_\omega} \tag{2.30}$$

Nous obtenons ainsi :

$$\frac{\dot{q}_\omega}{m_{\text{par},\omega}^2\,k} + \mathrm{a}_\omega\cosh\left(m_{\text{par},\omega}\,th\right) = \frac{\dot{q}_\omega}{m_{\text{ail},\omega}^2\,k} + \mathrm{A}_\omega\,\left(1 + e^{-2\,m_{\text{ail},\omega}\,l}\right) \tag{2.31}$$

D'autre part, la conservation du flux fournit :

$$\begin{aligned} -k\,\left(S_1 + S_2\right)\,\left.\frac{\partial \theta_{\text{par},\omega(x)}}{\partial x}\right|_{x=th} e^{j\,\varphi_\omega} = \alpha\,S_2\,\left(\theta_{\text{par},\omega(th)} - \theta_{\text{f},\omega}\right)\,e^{j\,\varphi_\omega} \\ - k\,S_1\,\left.\frac{\partial \theta_{\text{ail},\omega(x')}}{\partial x'}\right|_{x'=0} e^{j\,\varphi_\omega} \end{aligned} \tag{2.32}$$

Les constantes a_ω et A_ω sont donc définies comme suit :

$$\begin{aligned} \mathrm{a}_\omega = \Bigg(\bigg(\frac{\dot{q}_\omega}{k}\left(\frac{1}{m_{\text{ail},\omega}^2} - \frac{1}{m_{\text{par},\omega}^2}\right) + \theta_{\text{f},\omega}\,e^{j\,\varphi_\omega}\bigg)\,k\,S_1\,m_{\text{ail},\omega}\,\left(1 - e^{-2\,m_{\text{ail},\omega}\,l}\right) \\ - \left(\frac{\dot{q}_\omega}{m_{\text{par},\omega}^2\,k} - \theta_{\text{f},\omega}\,e^{j\,\varphi_\omega}\right)\,\left(1 + e^{-2\,m_{\text{ail},\omega}\,l}\right)\,\alpha\,S_2\Bigg) \\ \Big/\left(\left(1 + e^{-2\,m_{\text{ail},\omega}\,l}\right)\,\left(k\,\left(S_1 + S_2\right)\,m_{\text{par},\omega}\sinh\left(m_{\text{par},\omega}\,th\right) + \alpha\,S_2\cosh\left(m_{\text{par},\omega}\,th\right)\right)\right. \\ \left. + \left(1 - e^{-2\,m_{\text{ail},\omega}\,l}\right)\,k\,S_1\,m_{\text{ail},\omega}\cosh\left(m_{\text{par},\omega}\,th\right)\right) \end{aligned} \tag{2.33}$$

et :

$$\mathrm{A}_\omega = \Bigg(\bigg(\frac{\dot{q}_\omega}{k}\left(\frac{1}{m_{\mathrm{par},\omega}^2} - \frac{1}{m_{\mathrm{ail},\omega}^2}\right) - \theta_{\mathrm{f},\omega}\, e^{j\,\varphi_\omega}\bigg)\ (\alpha\, S_2 \\ + k\ (S_1 + S_2)\ m_{\mathrm{par},\omega} \tanh\left(m_{\mathrm{par},\omega}\, th\right)) \\ - \left(\frac{\dot{q}_\omega}{m_{\mathrm{par},\omega}^2\, k} - \theta_{\mathrm{f},\omega}\, e^{j\,\varphi_\omega}\right)\ \alpha\, S_2\Bigg) \\ / \left(\left(1 + e^{-2\, m_{\mathrm{ail},\omega}\, l}\right)\ (k\ (S_1 + S_2)\ m_{\mathrm{par},\omega} \tanh\left(m_{\mathrm{par},\omega}\, th\right) + \alpha\, S_2) \\ + \left(1 - e^{-2\, m_{\mathrm{ail},\omega}\, l}\right)\ k\, S_1\, m_{\mathrm{ail},\omega}\right) \quad (2.34)$$

L'expression de $\theta_{\mathrm{par},\omega(x)}\, e^{j\,\varphi_\omega}$ est donnée par :

$$\theta_{\mathrm{par},\omega(x)}\, e^{j\,\varphi_\omega} = \frac{\dot{q}_\omega}{m_{\mathrm{par},\omega}^2\, k} + \mathrm{a}_\omega \cosh\left(m_{\mathrm{par},\omega}\, x\right) \quad (2.35)$$

La résolution a ensuite été appliquée au système à la fréquence double afin d'obtenir l'expression de $\theta_{\mathrm{par},2\,\omega(x)}\, e^{j\,\varphi_{2\,\omega}}$. La méthode de résolution de l'ensemble est ensuite de nouveau identique au cas du tube rond.

2.2.2.3 Modèle 3 : COMSOL

Le problème a également été résolu à l'aide du logiciel COMSOL. La géométrie utilisée pour le modèle 2D est présentée figure 2.14. Le maillage se compose de 536 éléments. Les limites notées 2 et 6 sont considérées isolées en raison de la condition de symétrie. La limite notée 1 est également considérée isolée pour la même raison que précédemment, *i.e.* les pertes de chaleur par convection externe et rayonnement sont négligeables devant le flux de chaleur transféré au fluide. Une source volumique interne est également considérée. Les propriétés thermodynamiques du matériau et le coefficient d'échange thermique sont considérés indépendants de la température.

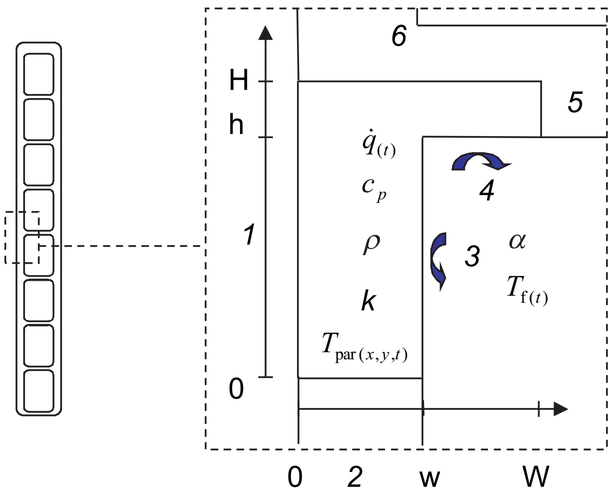


Figure 2.14 – Représentation de la barrette de mini-canaux et des grandeurs associées dans le cas du modèle COMSOL

Le système d'équations suivant, composé de l'équation de conservation de l'énergie et des conditions aux limites internes et externes, s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \nabla.\left(\nabla T_{\mathrm{par}(x,y,t)}\right) - \dfrac{1}{a}\,\dfrac{\partial T_{\mathrm{par}(x,y,t)}}{\partial t} = -\dfrac{\dot q_{(t)}}{k} \\ x=0 \quad 0\le y\le H \quad -k\,\nabla T_{\mathrm{par}(0,y,t)} = 0 \\ x=w \quad 0\le y\le H \quad -k\,\nabla T_{\mathrm{par}(w,y,t)} = \alpha\,\left(T_{\mathrm{par}(w,y,t)} - T_{\mathrm{f}(t)}\right) \\ x=W \quad h\le y\le H \quad -k\,\nabla T_{\mathrm{par}(W,y,t)} = 0 \\ y=0 \quad 0\le x\le w \quad -k\,\nabla T_{\mathrm{par}(x,0,t)} = 0 \\ y=h \quad w\le x\le W \quad -k\,\nabla T_{\mathrm{par}(x,h,t)} = \alpha\,\left(T_{\mathrm{par}(x,h,t)} - T_{\mathrm{f}(t)}\right) \\ y=H \quad 0\le x\le W \quad -k\,\nabla T_{\mathrm{par}(x,H,t)} = 0 \end{cases} \tag{2.36}$$

Les expressions du flux de chaleur interne et de température de l'eau sont les suivantes :

$$\dot q_{(t)} = \frac{\left(U_{\mathrm{moy}} + U_{\mathrm{alt}}\cos(\omega\;t)\right)\;\left(I_{\mathrm{moy}} + I_{\mathrm{alt}}\cos(\omega\;t)\right)}{V} \tag{2.37}$$

$$T_{\mathrm{f}(t)} = T_{\mathrm{f,e}} + \frac{\dot q_{(t)}\;V}{2\;\dot m_{\mathrm{f}}\;c_{p,\mathrm{f}}} \tag{2.38}$$

L'amplitude de température théorique est ensuite calculée à partir de l'évolution de la température fournie par le logiciel COMSOL. Cette valeur est ensuite comparée à l'amplitude de température expérimentale, comme dans les cas mentionnés précédemment. La démarche est répétée itérativement en modifiant le coefficient d'échange thermique jusqu'à ce que cet écart devienne suffisamment faible. On obtient alors la valeur du coefficient d'échange thermique.

2.2.3 Echangeur à sept barrettes

Dans le cas de l'échangeur à sept barrettes, la puissance affectée à chacune d'elles est plus faible que dans le cas de la barrette simple à intensité équivalente. Cette puissance oscille entre 5 W et 35 W. Ainsi, le modèle appliqué dans ce cas ne prend pas en compte la variation de température de l'eau au cours du temps. Le modèle est donc, à cette différence près, identique à celui assimilant la barrette à une plaque. Nous avons le système suivant qui doit être résolu :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 T_{\mathrm{par}(x,t)}}{\partial x^2} - \dfrac{1}{a}\,\dfrac{\partial T_{\mathrm{par}(x,t)}}{\partial t} = -\dfrac{\dot q_{(t)}}{k} \\ x=e \quad -k\,S_1\;\left.\dfrac{\partial T_{\mathrm{par}(x,t)}}{\partial x}\right|_{x=e} = \alpha\,S_2\;\left(T_{\mathrm{par}(e,t)} - T_{\mathrm{f,e}}\right) \\ x=0 \quad -k\;\left.\dfrac{\partial T_{\mathrm{par}(x,t)}}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \end{cases} \tag{2.39}$$

Comme précédemment, deux systèmes doivent être résolus, l'un à la fréquence ω, l'autre à la fréquence $2\;\omega$. Considérant les équations (2.11) à (2.13), la résolution du système fournit l'expression de :

$$\theta_{\mathrm{par},\omega(x)}\;e^{j\;\varphi_\omega} = \frac{\dot q_\omega}{m_\omega^2\;k}\left(1 - \frac{\cosh(m_\omega\;x)}{\dfrac{k\;m_\omega}{\alpha}\,\dfrac{S_1}{S_2}\,\sinh(m_\omega\;e) + \cosh(m_\omega\;e)}\right) \tag{2.40}$$

avec :

$$m_\omega = \sqrt{\frac{j\,\omega}{a}} \tag{2.41}$$

La résolution a ensuite été appliquée au système à la fréquence double afin d'obtenir l'expression de $\theta_{\mathrm{par},2\,\omega(x)}\,e^{j\,\varphi_{2\,\omega}}$. La méthode de résolution de l'ensemble est ensuite identique au cas du tube rond.

L'application de la mesure à un tube et à une barrette a permis dans un premier temps de s'assurer de la validité des résultats. Les résultats obtenus sont présentés dans le chapitre suivant. Une fois cette première étape effectuée, les essais ont été menés sur l'échangeur, pour plusieurs orientations et pour plusieurs conditions d'entrée. Ces résultats seront également discutés ci-après.