

Applications aux calculs de structures en béton

4.1. Introduction:

Dans ce chapitre, nous proposons des simulations numériques sur des poutres en béton à l'échelle semi globale soumises à la traction puis à la flexion. Pour ce fait nous utilisons le modèle visco-anélastique-endommageable développé précédemment.

4.2. Élément poutre multifibre:

4.2.1. Introduction:

Les modèles « classiques » E.F. sont des outils puissants pour la simulation du comportement non linéaire des parties complexes des structures (joints, assemblages, ...), leur application à la totalité d'une structure peut s'avérer peu pratique à cause d'un temps de calcul prohibitif ou de la taille mémoire nécessaire à la réalisation de ce calcul. Par contre, une modélisation de type poutre multifibre (voir Figure 4.1), possède les avantages des hypothèses simplificatrices d'une cinématique de type poutre d'Euler Bernouli ou Timoschenko tout en offrant une solution pratique et efficace pour une analyse non linéaire complexe d'éléments de structures composites tels que ceux que l'on peut rencontrer par exemple en béton armé. De plus, cette modélisation "intermédiaire" est relativement robuste et peu coûteuse en temps de calcul du fait de l'utilisation de modèles de comportement non linéaires 1D [17].

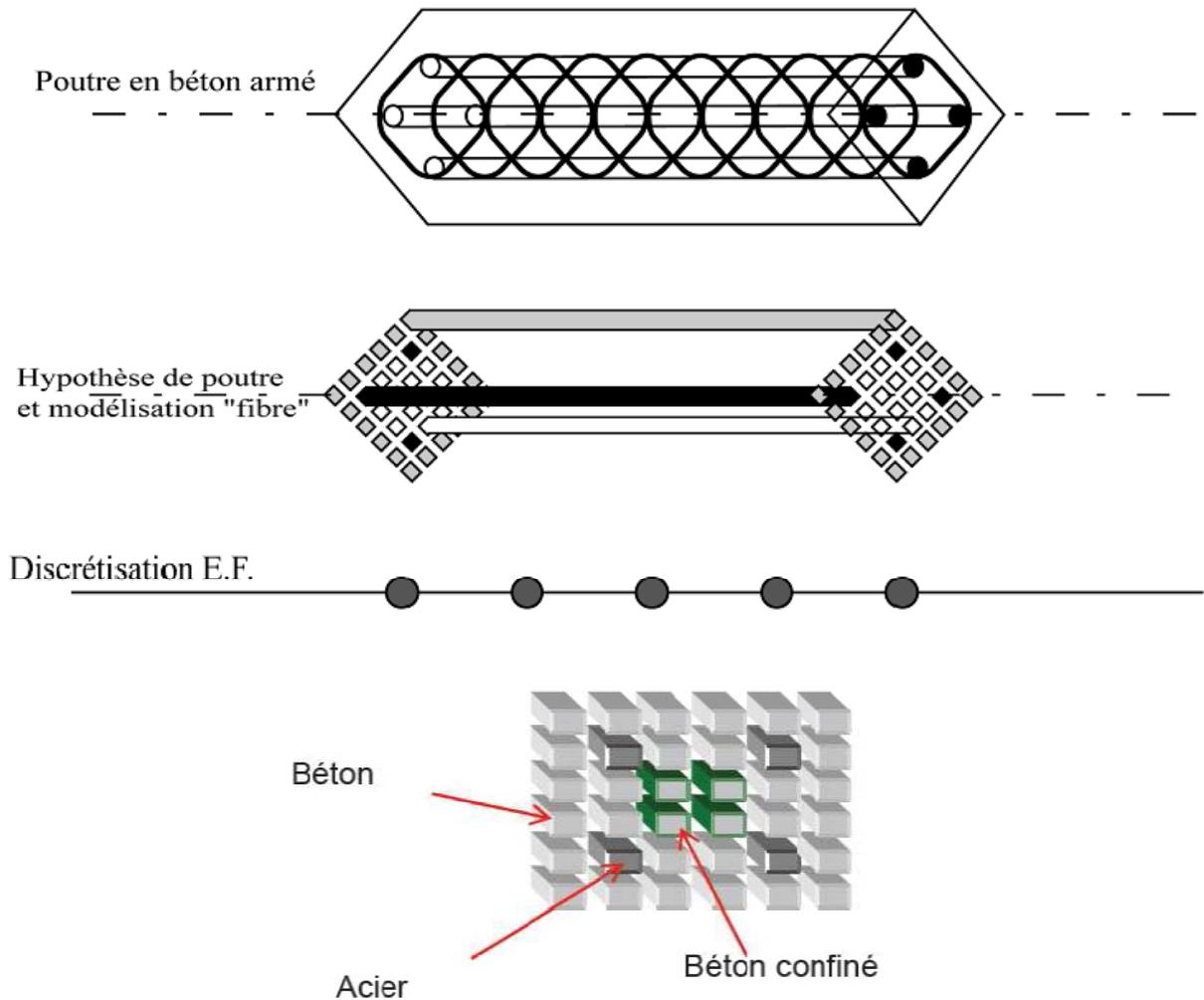


Figure 4.1: Description d'une modélisation de type poutre multifibre [17].

4.2.2. Modèle à fibre dans CAST3M [6]:

Le modèle à fibre de CAST3M a été développé initialement pour la modélisation des piles de ponts il y a plus de dix ans, ensuite utilisé pour l'analyse de maquettes testés sur table vibrante et mur de réaction puis plus récemment pour l'analyse du comportement sismique et dynamique de structures réelles.

Comme les autres modèles multicouches et multifibres, il s'appuie sur des éléments finis de poutre supposant à priori un mode de fonctionnement : les sections planes restent planes. L'effort normal et les moments fléchissant sont calculés par intégration des contraintes sur la section. Des lois de comportement uniaxiales en traction-compression reproduisent le comportement de chaque matériau – béton, acier.... Les paramètres du modèle sont donc les caractéristiques des matériaux et la géométrie de la section. Il faut noter qu'en raison de ces hypothèses, ces modèles tiennent compte implicitement de l'interaction M-N : augmentation du moment capable (pour de faibles valeurs initiales d'effort normal) et diminution de la ductilité de la section lorsque l'effort normal augmente, variation de l'effort normal due au mouvement vertical des masses induits par la fissuration des voiles en béton armé...

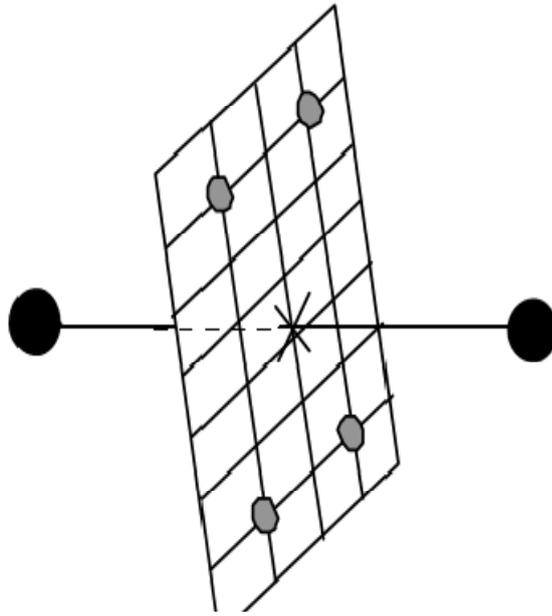
Contrairement à la majorité des autres modèles de cette famille, le modèle à fibre de CAST3M est basé sur un élément de poutre de Timoshenko tenant compte des déformations de cisaillement. La présence de déformation de cisaillement permet de borner –comme dans la réalité- la célérité des ondes de flexion par la célérité des ondes de cisaillement. Pour les éléments de poutre de Bernoulli (absence de déformation de cisaillement), la célérité des ondes de flexion devient quasi-infinie à hautes fréquences. La cinématique de Timoshenko permet aussi de vérifier les modes de rupture fragiles des poteaux et des nœuds d'ossature des bâtiments existants en adoptant des lois de comportement non linéaires globales pour le cisaillement décrit par Combescure et al. De plus, une loi spécifique aux mécanismes de ruptures des ancrages et des recouvrements a été introduite pour la réévaluation sismique des bâtiments existants. La validation et l'amélioration de ces lois globales ou semi-globales se poursuivent dans le cadre de programme de recherche combinant modélisation, méthodologie et expérience.

4.2.3. Principe du modèle à fibre pour l'élément Timoshenko [25]:

Sur CAST3M, la poutre Timoshenko est adaptée pour faire une modélisation multifibre. Le modèle à fibre permet de calculer la loi de comportement de l'élément de poutre de Timoshenko i.e. la relation entre déformation axiale, courbure, déformation de cisaillement et les contraintes généralisées associées (N, M et T) à partir d'une description géométrique de la section basée sur les éléments bidimensionnels TRIS et QUAS et de lois de comportement uniaxiales pour chaque matériau (béton, acier, ...) (Figure 4.2).

Il faut noter que la loi de comportement est intégrée en un seul point pour l'élément POJS et l'élément triangulaire à 3 nœuds TRIS, sur 2 points pour l'élément à 2 points SEGS et sur 4 points pour l'élément à 4 nœuds QUAS. Les positions de ces points d'intégration sont données (Figure 4.3) pour les éléments SEGS et QUAS, la solution est donc exacte pour une section rectangulaire en élasticité avec un seul élément.

Remarquons aussi que les hypothèses cinématiques supposent l'absence de gauchissement et, en torsion, la répartition de contrainte de cisaillement n'est exacte que pour des sections circulaires. En élasticité, cette répartition ne vérifie pas la théorie de Saint-Venant.



Élément de poutre : $(\mu, \theta) \Rightarrow (\varepsilon_0, \phi, \gamma) \quad (M, N, T)$

↓

↑

Niveau de la fibre : $(\varepsilon, \gamma) \Rightarrow (\sigma_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz})$

Figure 4.2: Principe du modèle à fibre [25].

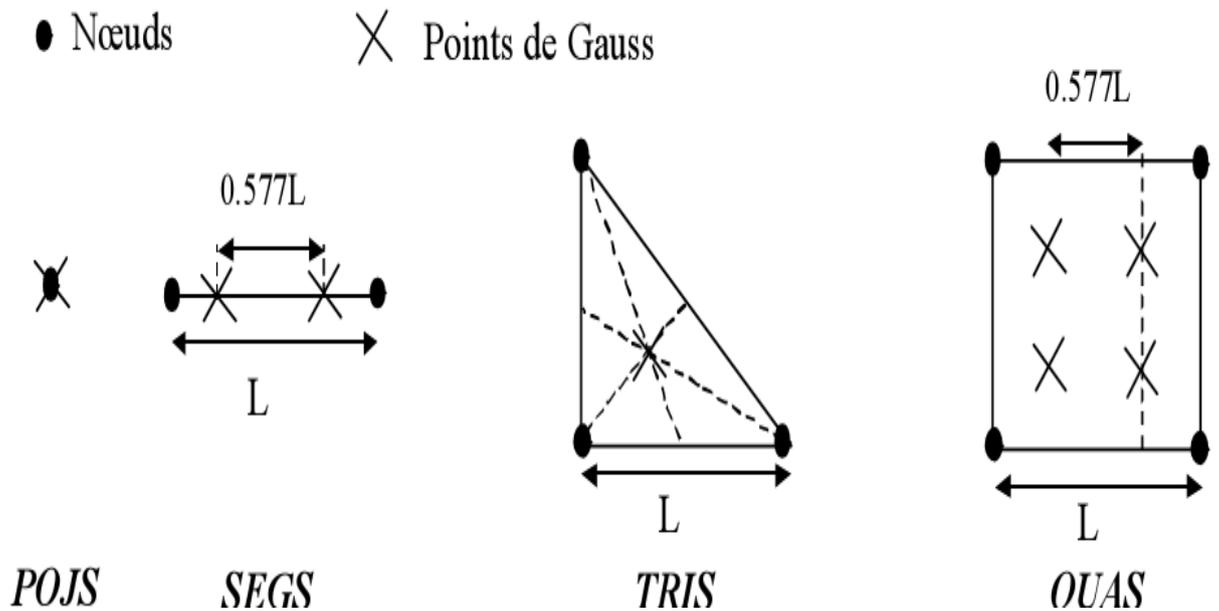


Figure 4.3: Éléments bidimensionnels utilisés pour la description des sections [25].

4.2.4. Avantages et inconvénients de l'approche semi globale:

La modélisation semi-globale est particulièrement bien adaptée à l'étude de structures complexes sous chargement sismique; elle a plusieurs avantages comme elle a des inconvénients.

4.2.4.1. Avantages de la modélisation semi-globale poutre multifibre:

- Elle est adaptée à la modélisation des structures minces,
- Elle permet de réduire la taille du problème par rapport à une modélisation en éléments massifs,
- Elle est peu coûteuse en temps CPU et en taille mémoire,
- Elle peut être combinée à l'emploi d'autres éléments de structure (coques multicouches, ...).

4.2.4.2. Inconvénients de la modélisation semi-globale poutre multifibre:

- Elle ne permet pas de représenter le ferrailage transversal,
- Elle est plutôt adaptée aux structures relativement simples. Cependant on peut envisager de simuler le comportement global de structures en béton armé relativement complexes.

4.3. Simulation numérique:

Pour valider les résultats du modèle visco-anélastique-endommageable implémenté en multifibre (3D) sur CAST3M on a choisi deux exemples d'applications:

- Le premier est fait sur une poutre soumise à la traction, les résultats trouvés vont être comparés avec celles trouvés dans le troisième chapitre.
- Le deuxième sur une poutre en flexion, afin de trouver la réponse globale, l'endommagement et les ouvertures de fissures. Aussi, afin de voir la contribution du modèle dynamique, on fait une comparaison avec le modèle statique de laborerie [18].

4.3.1. Géométrie et maillage de la poutre:

Les simulations sont effectuées sur une poutre en béton sollicité en traction puis en flexion, cette dernière est modélisée comme un bloque prismatique en béton d'une longueur de 1m et une section de $(10 \times 10) \text{ mm}^2$.

Les caractéristiques géométriques sont représentées dans les deux figures (figure 4.4, figure 4.5)

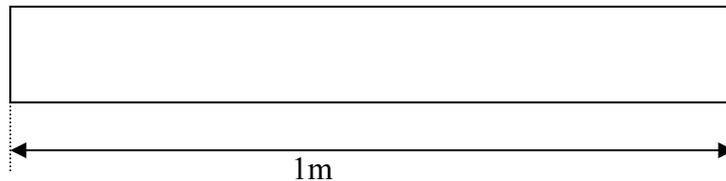


Figure 4.4: La coupe longitudinale de la poutre.

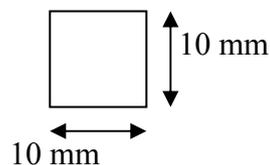


Figure 4.5: La coupe transversale de la poutre.

La modélisation est effectuée sur des éléments en multifibres.

Le calcul numérique est fait en multifibre 3D à l'aide de logiciel en élément finis CAST3M.

La poutre en multifibres est décomposée sur toute sa longueur en 32 sections en béton. Chaque section comporte 10 fibres. Le maillage en multifibre de la section en béton est représenté dans la figure 4.6.

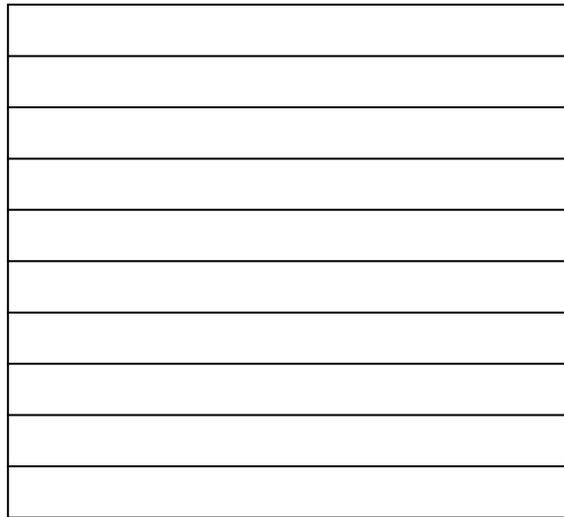


Figure 4.6: Le maillage en multifibre de la section du béton sur CAST3M
Le maillage de la poutre en multifibre est illustré dans la figure suivante.

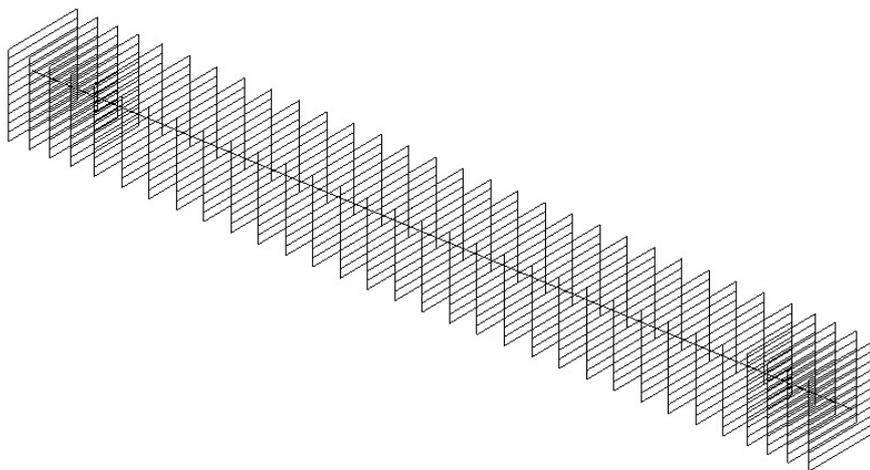


Figure 4.7: Le maillage de la poutre multifibre sur CAST3M.

4.3.2. Le modèle utilisé pour la simulation:

Afin de modéliser le comportement non linéaire du béton en dynamique rapide c à d prendre en compte l'effet de vitesse on utilise le modèle visco-anélastique-endommageable développé dans le chapitre 3.

Les paramètres du modèle sont présentés dans le tableau 4.8 :

Anélasticité	Ecrouissage	Limite élastique
	ε_r	k_{nst}
Endommagement	ξ	
Comportement unilatérale	σ_f	

Tableau 4.1: Les paramètres du modèle en traction.

- Le paramètre k_{nst} représente à valeur pré la limite élastique en traction, ce paramètre peut être défini à partir d'un essai de traction .
- Le paramètre ξ est le paramètre de la loi de l'endommagement, il donne la variation de l'endommagement en fonction de la déformation anélastique et peut être défini à partir d'un essai de traction cyclique.
- Le paramètre ε_r représente la déformation à la rupture en traction.

Les données matérielles du béton ainsi que les paramètres du modèle sont représentés dans les deux tableaux ci-dessous.

- **Les caractéristiques mécaniques du béton:**

Paramètre du modèle	Valeur
Module de Young	$30 \cdot 10^3$ MPa
Coefficient de poisson	0.2
Résistance a la traction	3 MPa
La masse volumique	2.5 Kg/m^3

Tableau 4.2: Les valeurs des caractéristiques mécaniques du béton.

- **Les paramètres du modèle utilisé dans la simulation:**

k_{nst}	ε_r	ξ	σ_f
3 Mpa	1.e-3 Mpa	2.e+4 Mpa	-3 Mpa

Tableau 4.3: Les valeurs des paramètres utilisé dans la simulation.

En plus des paramètres cités dans le tableau ci dessus on a deux paramètres de viscosité nommés **m** et **n** qui n'ont pas une valeur constante.

4.3.3. Conditions aux limite et chargement:

4.3.3.1. La traction:

La validation du modèle développé précédament est effectuée sur une poutre soumise a la traction, considerant un barreau encastré d'un coté et libre sur l'autre extrémité (figure 4.8) où on applique un déplacement imposé jusqu'à la rupture.

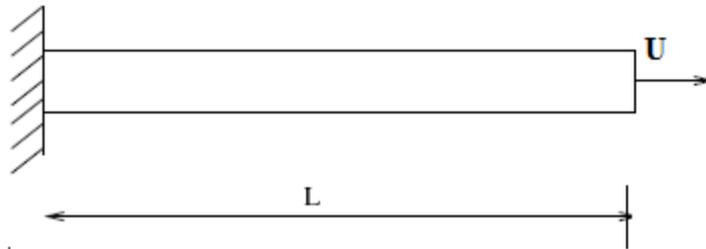


Figure 4.8: Barreau en traction.

4.3.3.1. La flexion:

La validation du modèle développé précédament est effectuée sur une poutre, soumise à la flexion.

On a appliqué deux chargements sur deux points de la poutre l'un sur la gauche (P_g) et l'autre sur la droite (P_d). comme il est illustré sur la figure 4.9.

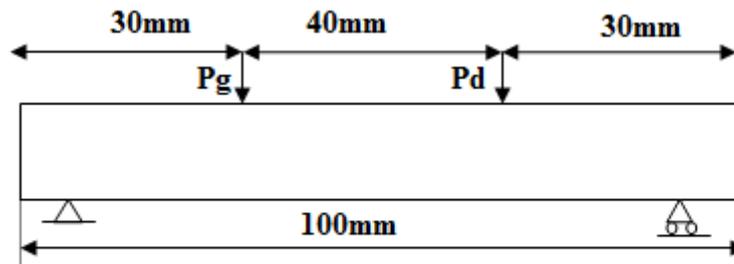


Figure 4.9: Poutre en flexion.

Le chargement à prendre en compte est représenté par une force en fonction du temps définie sur la figure 4.10.

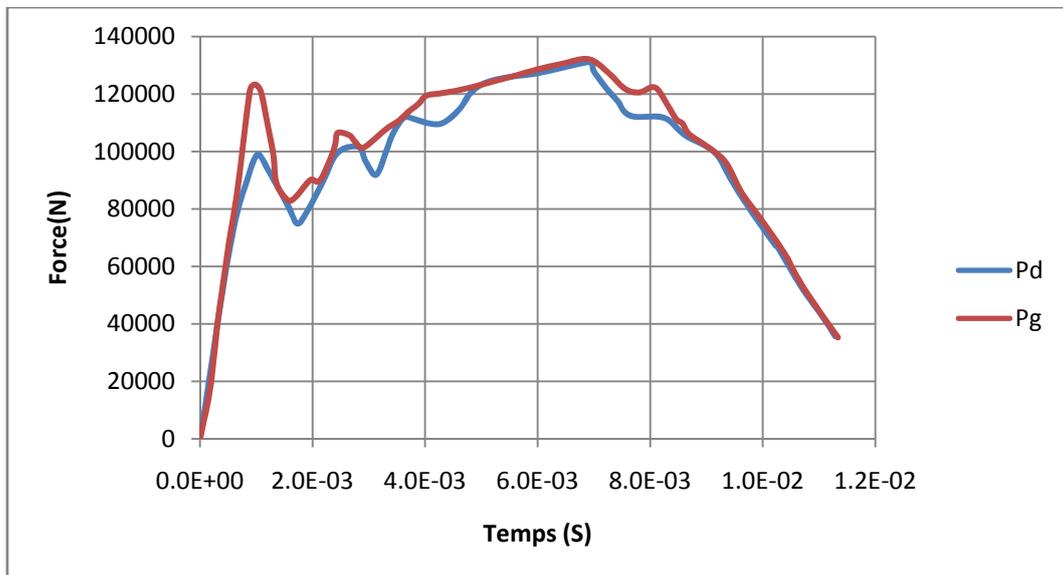


Figure 4.10: Les chargements appliqués au point droit (Pd) et point gauche (Pg).

4.4. Les résultats de la traction:

Dans la première simulation on a appliqué comme chargement un déplacement imposé.

Afin de voir l'influence des paramètres de viscosité m et n sur le comportement en traction du béton, une étude paramétrique a été faite en faisant varier le paramètre m pour une valeur fixe de n puis l'inverse (varier n pour une valeur de m fixe).

4.4.1. Influence du paramètre (m) sur le comportement du béton en traction:

Les figures 4.11 et 4.12 montrent l'évolution de la courbe de comportement du béton en traction pour différentes valeurs de m , les autres paramètres étant fixes.

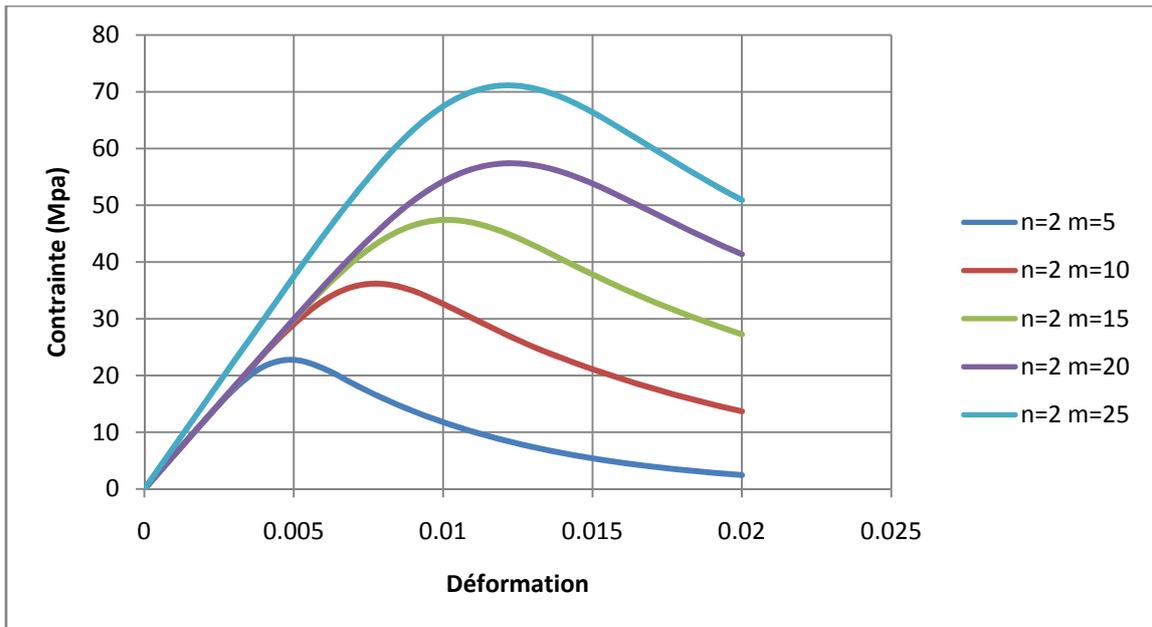


Figure 4.11: Influence de paramètre m sur le comportement du béton en traction pour $n=2$ (Euler implicite).

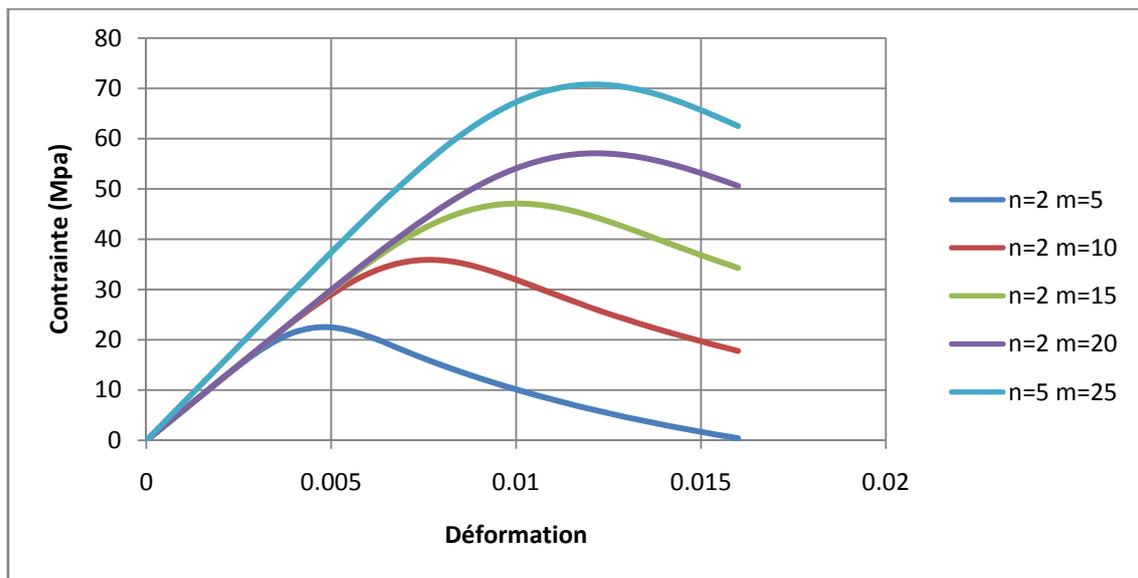


Figure 4.12: Influence de paramètre m sur le comportement du béton en traction pour $n=2$ (Rung Kutta).

A partir de ces deux figures on peut tirer les conclusions suivantes:

Le paramètre m selon sa valeur peut correspondre a un accroissement de contrainte suivie après passage par un maximum d'une décroissance plus au moins rapide. Donc ce dernier permettre de donner un comportement post pic puis une phase étendu de la contrainte.

L'augmentation du paramètre m engendre une augmentation des déformations et des contraintes. C.-à-d. que plus la valeur de m est grande plus la contrainte maximale est plus élevée par exemple pour la méthode Rung kutta et pour m égal à 10 la contrainte maximale égale à 35.8 MPa et 70.8 MPa pour m égal à 25.

On remarque qu'il n'y a pas une grande différence entre les courbes présenté dans les figures 4.11 et 4.12 en termes de contrainte maximale.

4.4.1.2. Influence du paramètre (n) sur le comportement du béton en traction:

Les figures 4.13 et 4.14 montrent l'évolution de la courbe de comportement en traction pour différentes valeurs de n , les autres paramètres étant fixes.

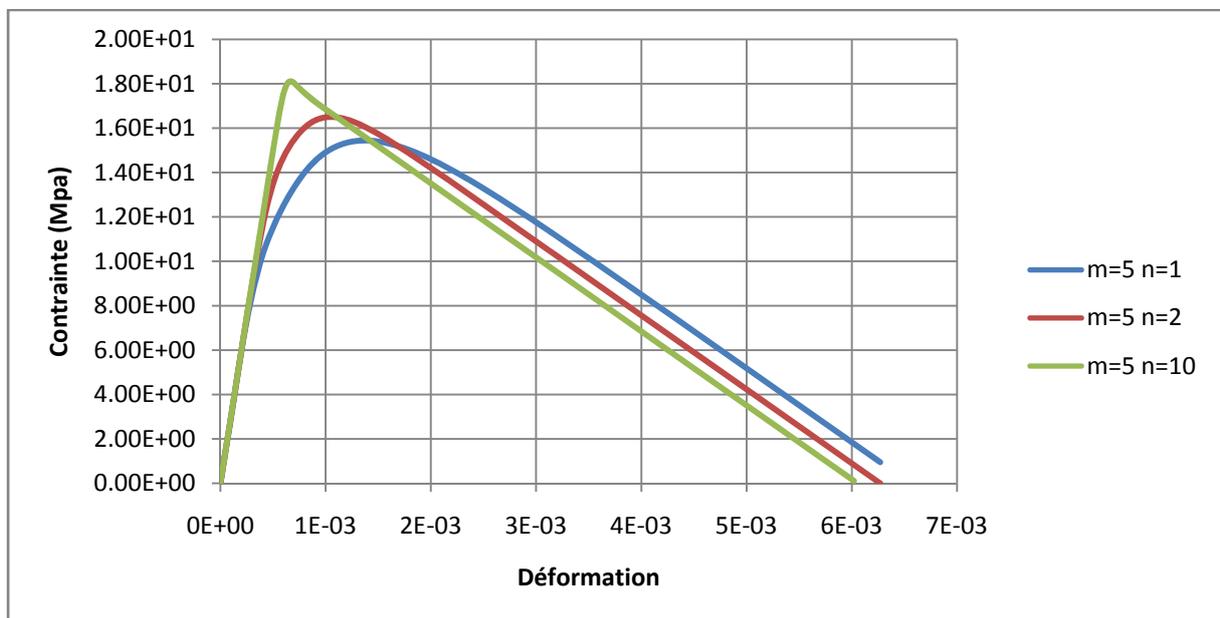


Figure 4.13: Influence de paramètre n sur le comportement du béton en traction pour $m=5$ (Euler implicite).

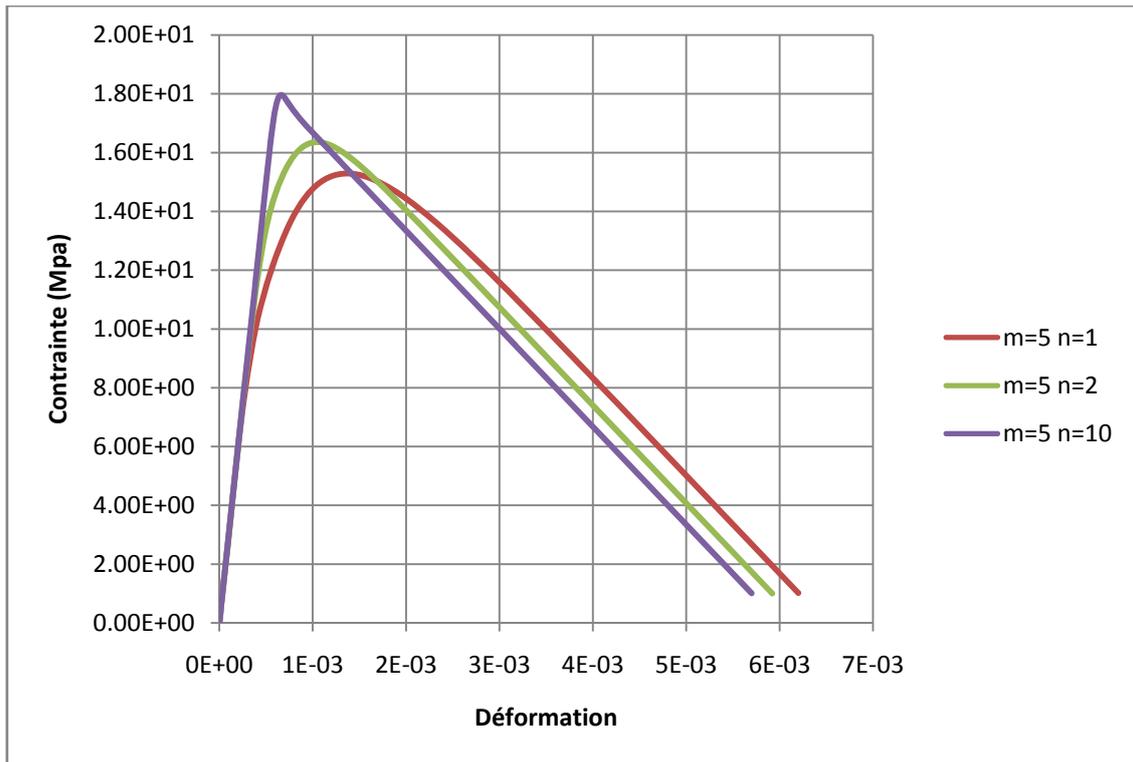


Figure 4.14: Influence de paramètre n sur le comportement du béton en traction pour $m=5$ (Rung Kutta).

A partir des deux figures on peut remarquer que:

Le paramètre n va influe sur la limite asymptotique de la loi de comportement.

La variation du n n'engendre pas une grande variation de la contrainte maximal.

Enfin on remarque que plus la valeur de n augmente plus la déformation diminue.

4.4.1.3. Comparaison entre les résultats Cast3m/Fortran:

On remarque que les courbes représentés dans la figure (4.11) et la figure (3.8) du chapitre précédent sont un peut différentes.

La même remarque est observée dans le cas ou le paramètre n varie [voir les figures (3.6) et (4.13)] ainsi que pour les résultats obtenus par les deux méthodes (Euler implicite et Rung Kutta).

Le tableau (4.4) montre une comparaison entre les valeurs maximal des contraintes obtenues avec Cast3m et en Fortran en utilisant la méthode d'Euler implicite; pour le cas ou m varie et n fixe.

		Contraint max (Castem) (MPa)	Contraint max (Fortran) (MPa)
N = 2	M = 5	22.7	16.5
N = 2	M = 10	36.1	30
N = 2	M = 15	47.4	43.5
N = 2	M = 20	57.3	56.9
N = 2	M = 25	71.9	70.4

Tableau 4.4: Les valeurs maximales des contraintes obtenues par la méthode d'Euler implicite.

Le tableau (4.5) montre une comparaison entre les valeurs maximales des contraintes obtenues avec Cast3m et Fortran en utilisant la méthode Rung-Kutta, pour le cas où **m** varie et **n** fixe.

		Contraint max (Castem) (MPa)	Contraint max (Fortran) (MPa)
N = 2	M = 5	22.4	16.4
N = 2	M = 10	35.8	29.8
N = 2	M = 15	47	43.3
N = 2	M = 20	57	56.8
N = 2	M = 25	70.8	70.2

Tableau 4.4: Les valeurs maximales des contraintes obtenu par la méthode Rung Kutta.

Cette différence est logique puisque dans le premier cas (Fortran) il s'agit d'une programmation alors qu'avec Cast3m, il s'agit d'une modélisation élément finie

4.5. Les résultats de la flexion:

Dans ce qui suit une présentation des résultats de la simulation de la poutre en flexion est faite pour les deux cas statique (le modèle classique de Laborderie) et dynamique (le modèle visco-anélastique- endommageable) développé.

4.5.1. Les résultats de simulation:

Les résultats de simulation concernent l'évolution des déplacements, les contraintes, l'endommagement et les ouvertures de fissures.

4.5.1.1. Les déplacements:

L'évolution du déplacement au centre de la poutre est illustrée dans la figure ci dessous pour les deux cas statique et dynamique.

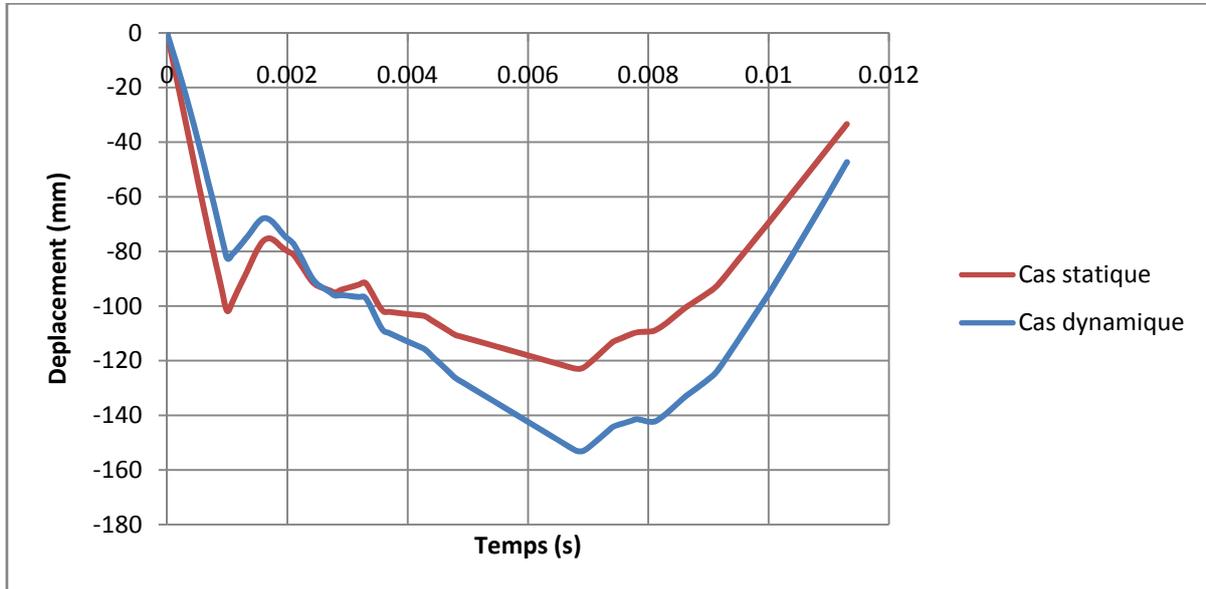


Figure 4.15: Simulation de déplacement au centre de la poutre.

La simulation de la poutre en statique et en dynamique produit une réponse globale différente en termes de déplacements.

Le cas statique atteint un maximum plus grand que le cas dynamique dans le début de chargement, puis l'inverse. Au temps t égale environ à $7e^{-3}$ s le déplacement en dynamique est supérieur à 150mm est plus grand que le cas statique.

4.5.1.2. Les contraintes:

Les distributions des contraintes de Von Mises sont illustrées dans les deux figures (4.16 et 4.17).

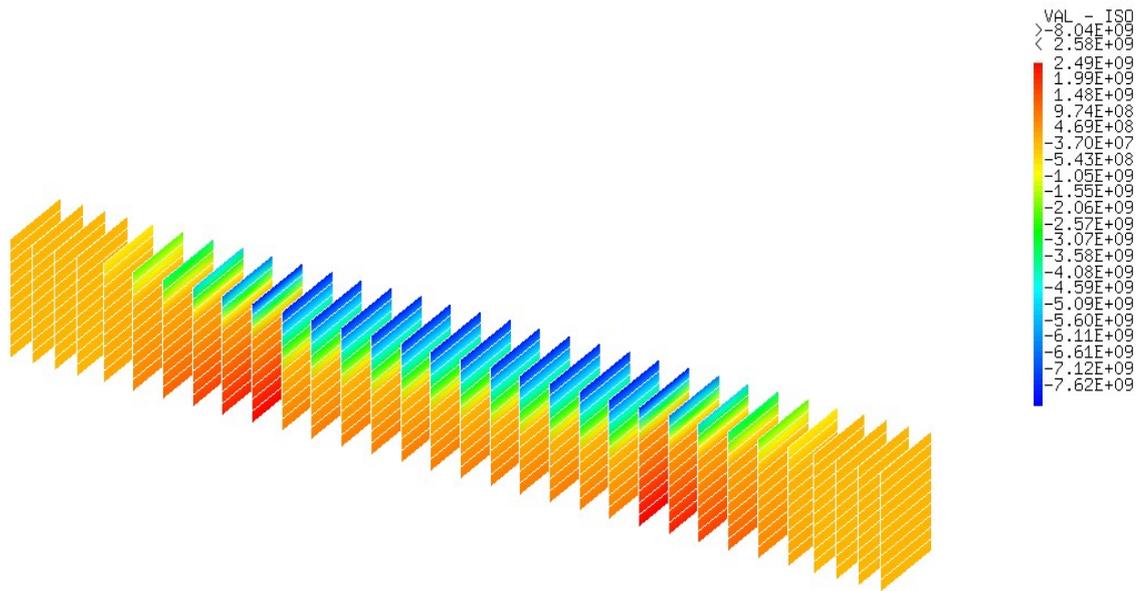


Figure 4.16: La distribution des contrainte le long de la poutre (cas dynamique).

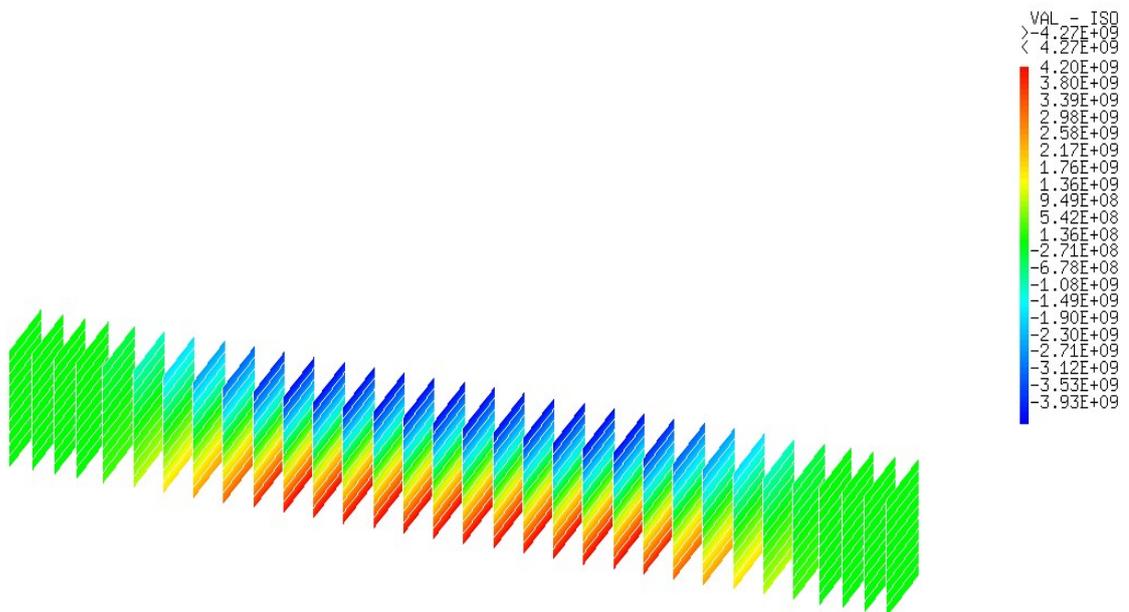


Figure 4.17: La distribution des contrainte le long de la poutre (cas statique).

On remarque que la distribution des contraintes est plus élevée à l'endroit des deux points Pd et Pg (point d'application du chargement) pour le cas dynamique ce qui n'est pas vrai pour le cas statique.

4.5.1.3. Évaluation de l'endommagement:

Les cartes d'évolution de l'endommagement sont représentées dans les figures ci-dessous pour différents pas.

a) Distribution de l'endommagement au début de chargement, temps $t=1e^{-4}$ s:

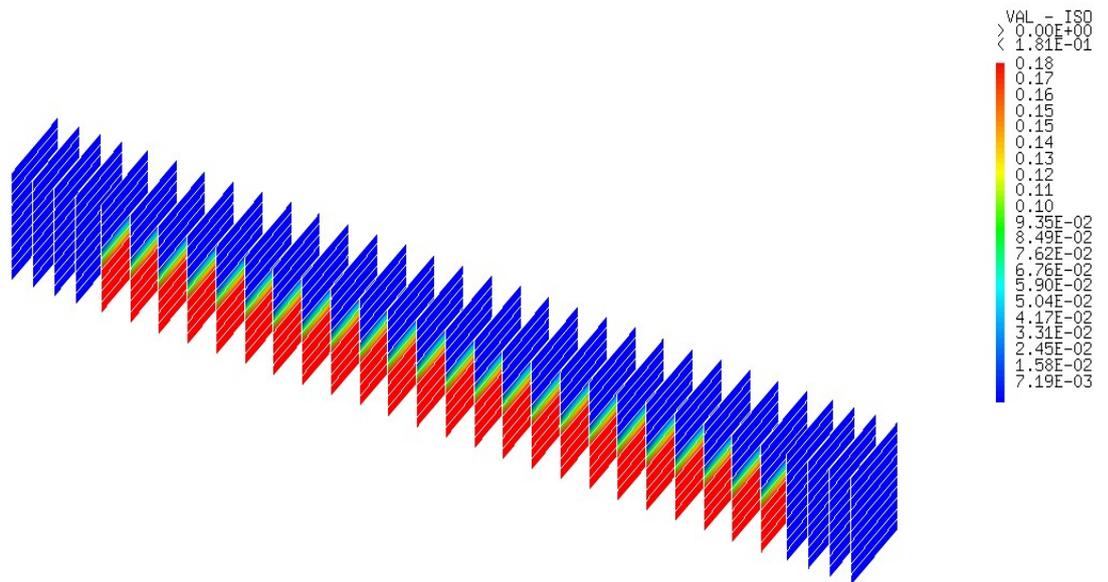


Figure 4.18: Distribution de l'endommagement de flexion au début de chargement (Cas dynamique).

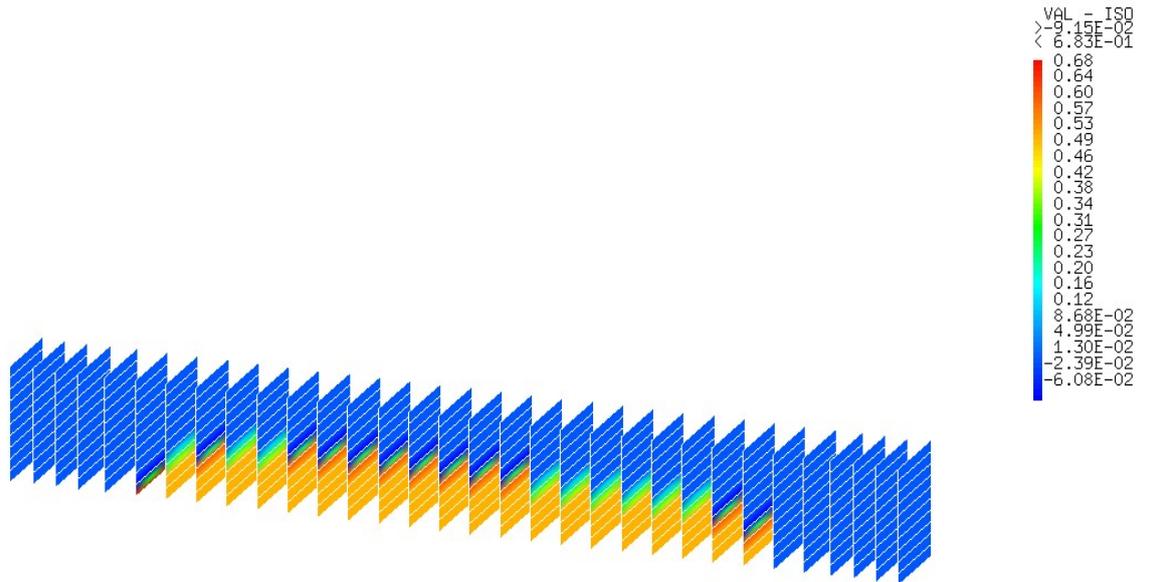


Figure 4.19: Distribution de l'endommagement de flexion au début de chargement (Cas statique).

b) Distribution de l'endommagement au milieu du chargement, temps $t= 5e^{-3}$ s:

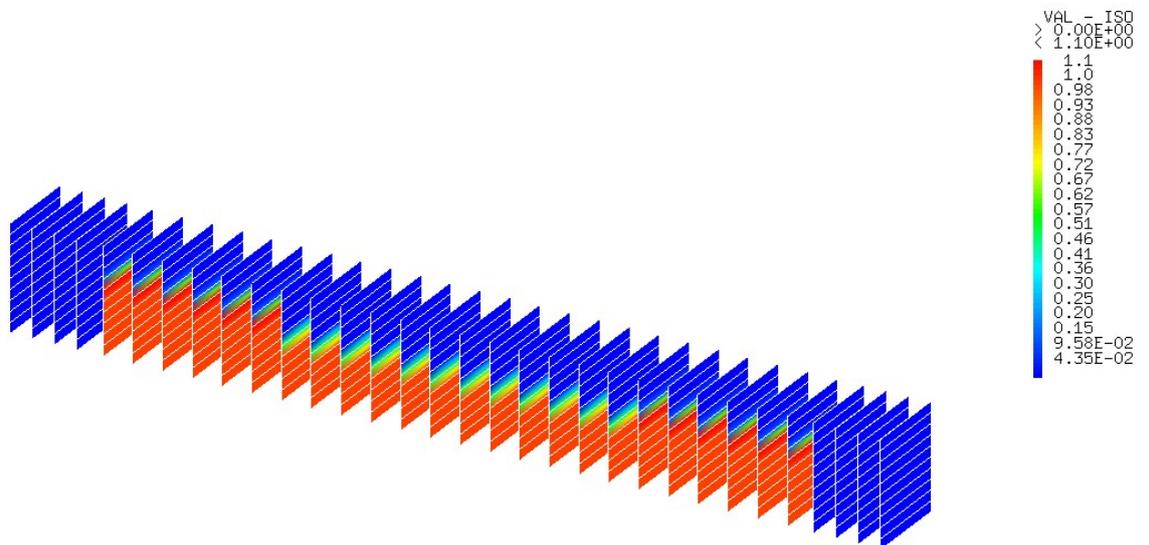


Figure 4.20: Distribution de l'endommagement de flexion au milieu du chargement (Cas dynamique).

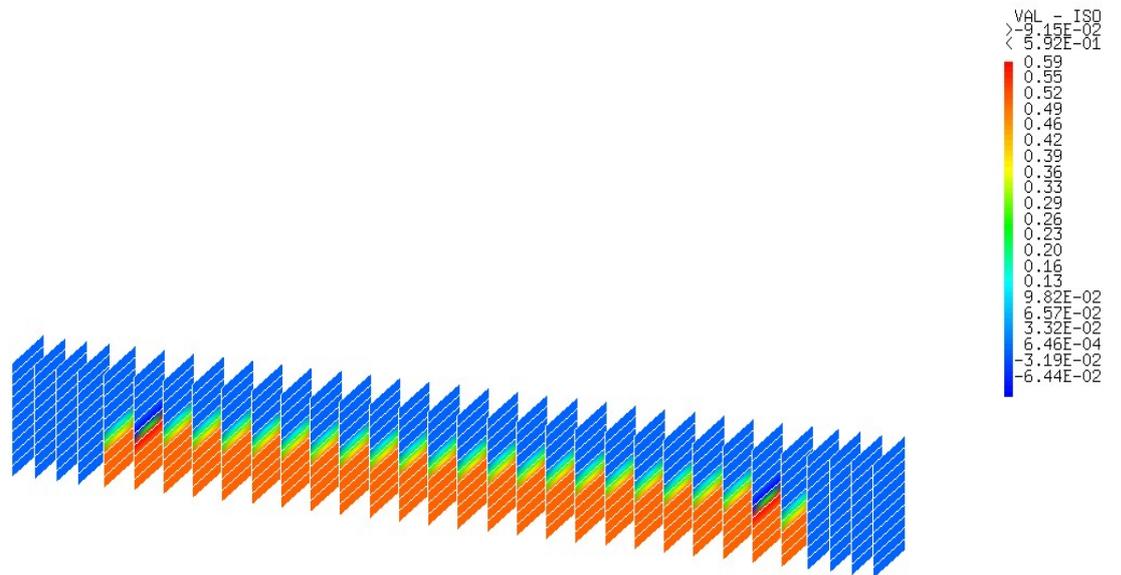


Figure 4.21: Distribution de l'endommagement de flexion au milieu du chargement (Cas statique).

c) Distribution de l'endommagement à la fin du chargement, temps $t=1.13e^{-2}$ s:

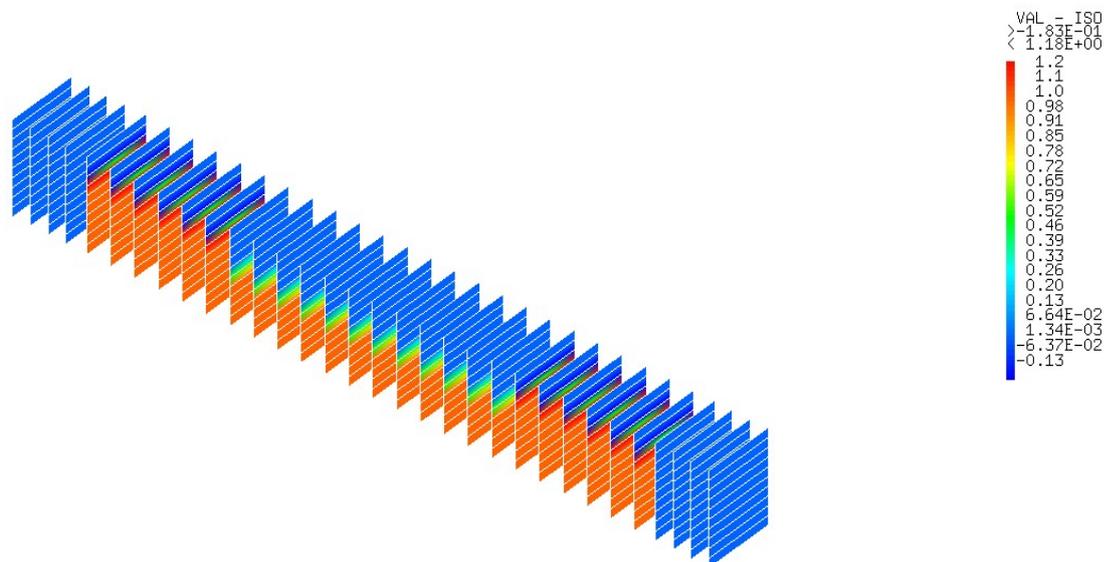


Figure 4.22: Distribution de l'endommagement de flexion à la fin de chargement (Cas dynamique).

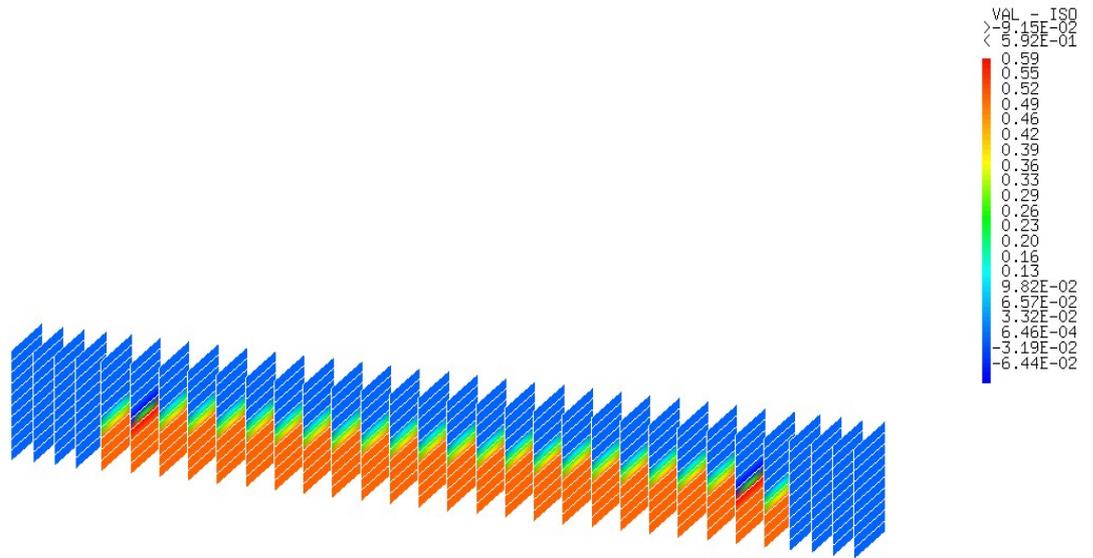


Figure 4.23: Distribution de l'endommagement de flexion à la fin de chargement (Cas statique).

D'après les figures (4.18) (4.20) (4.22) on remarque que l'endommagement évolue avec le chargement d'une manière significative dans les deux parties c- a-d au voisinage des deux points Pd et Pg, ce qui n'est pas le cas dans les figures (4.19) (4.21) (4.23).

Donc on peut dire que le modèle dynamique proposé est capable de bien prédire les zones de l'endommagement critique.

4.5.1.4. Présentation des déformés:

Les figures (4.24 et 4.25) présentent les déformés de la poutre pour les deux cas statique et dynamique.

AMPLITUDE
1.4
0.21

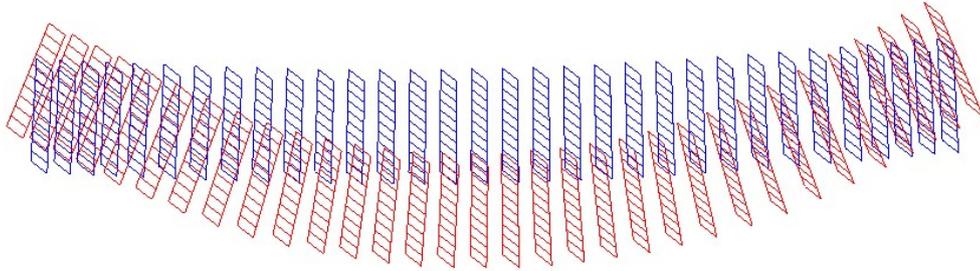


Figure 4.24: La déformée de la poutre sous chargement (cas dynamique).

AMPLITUDE
0.67
0.22

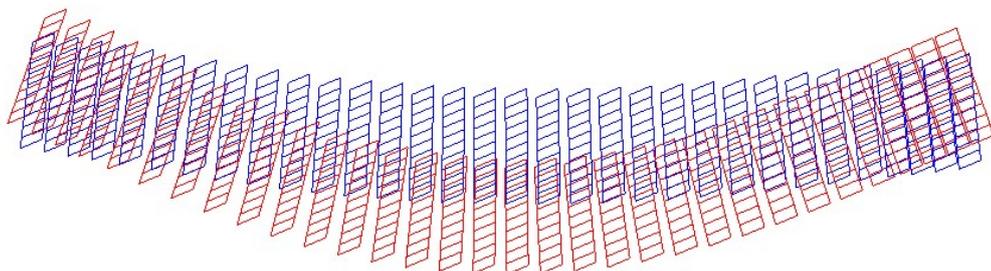


Figure 4.25: La déformée de la poutre sous chargement (cas statique).

Pour les deux cas statique et dynamique on remarque que la poutre se déforme presque de la même manière, les deux amplitudes sont presque similaires.

4.5.1.5 Les ouvertures des fissures:

Les cartes des ouvertures de fissures sont représentées dans les figures ci dessous, pour les deux cas statique et dynamique.

a. Cas dynamique:

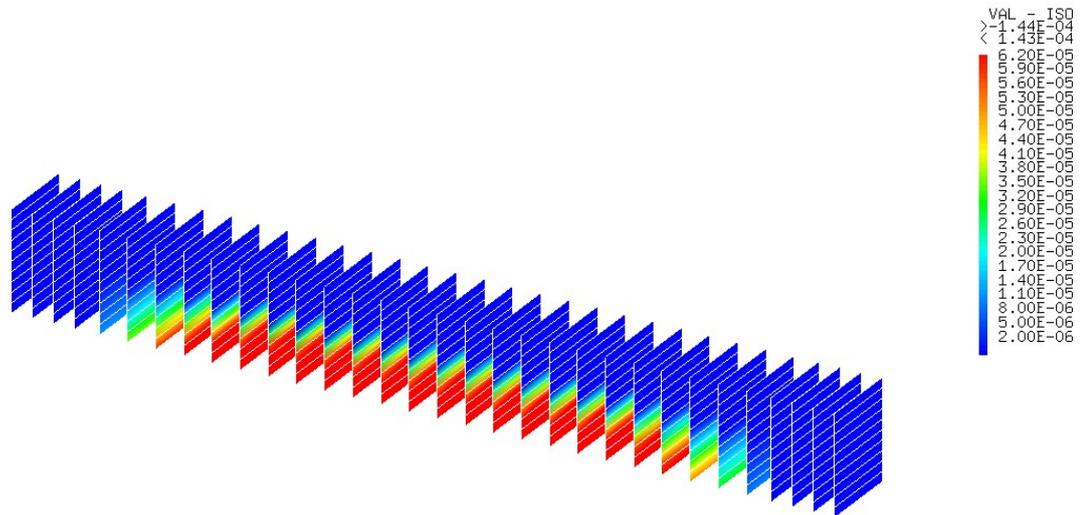


Figure 4.26: La Carte des ouvertures de fissures pour $t_1=1.e^{-4}$ s.

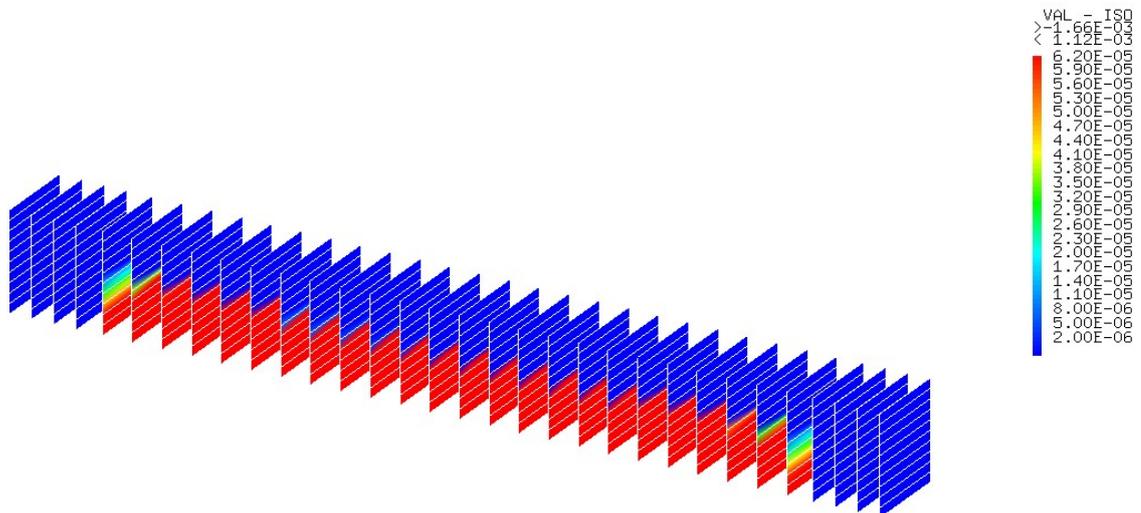


Figure 4.27: La Carte des ouvertures de fissures pour $t_2=1.e^{-3}$ s.

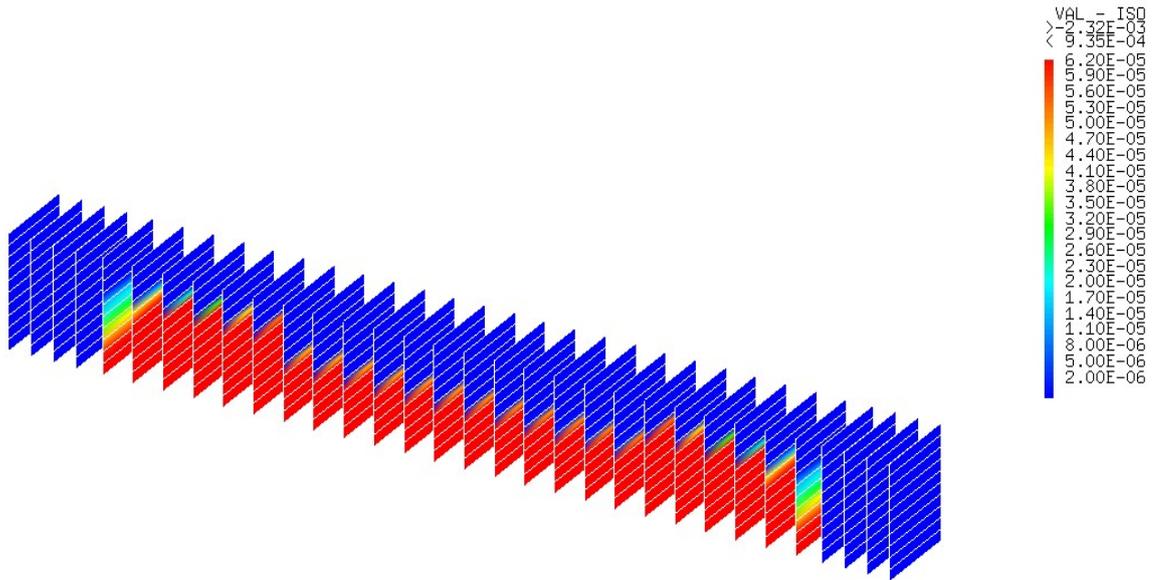


Figure 4.28: La Carte des ouvertures de fissures pour $t_3=5.e^{-3}s$

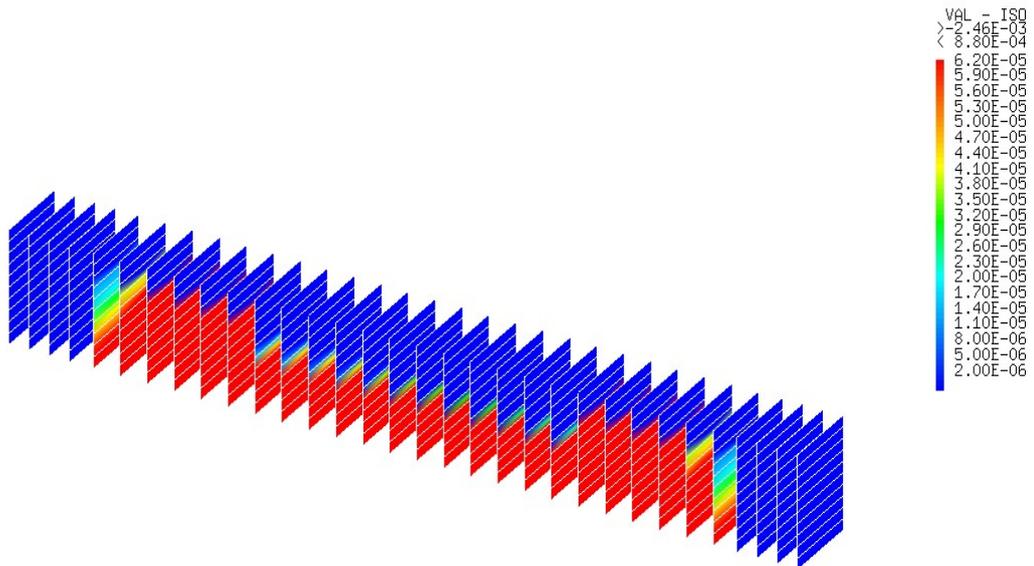


Figure 4.29: La Carte des ouvertures de fissures pour $t_4=8.e^{-3}s$.

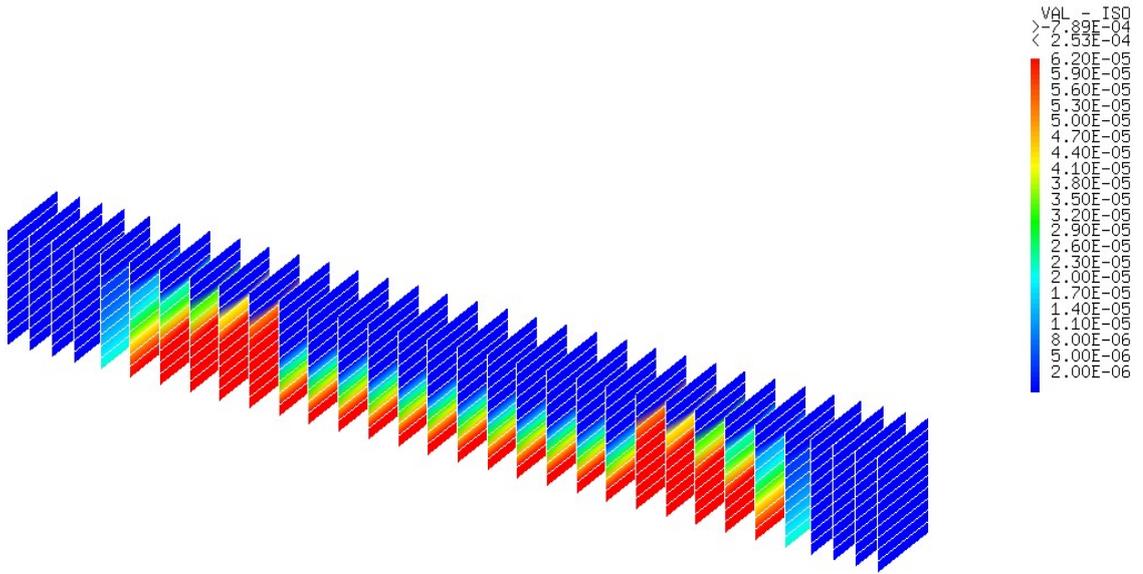


Figure 4.30: La Carte des ouvertures de fissures pour $t_5=1.13e^{-2}s$.

b. Cas statique:

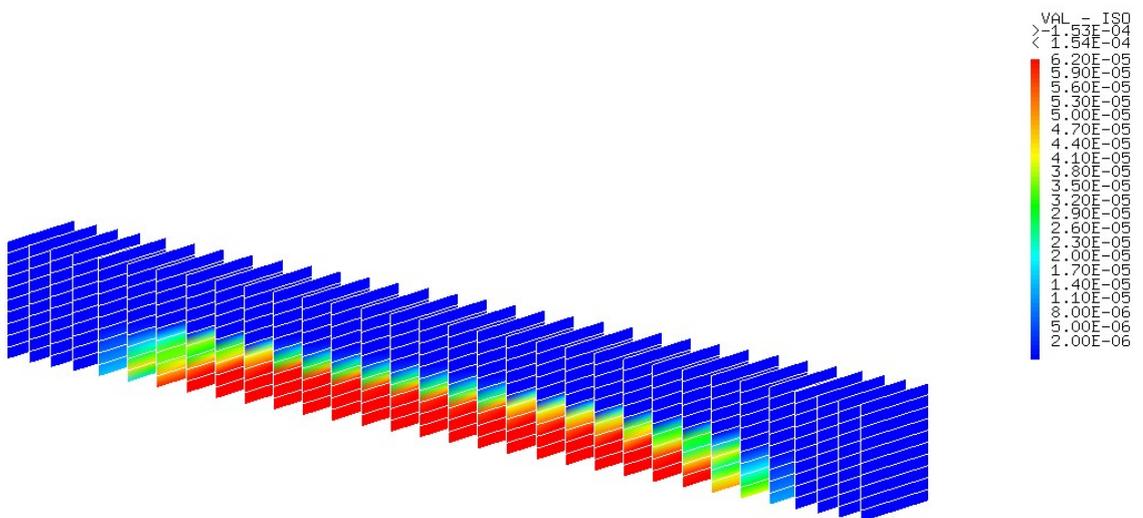


Figure 4.31: La Carte des ouvertures de fissures pour $t_1=1.e^{-4}s$.

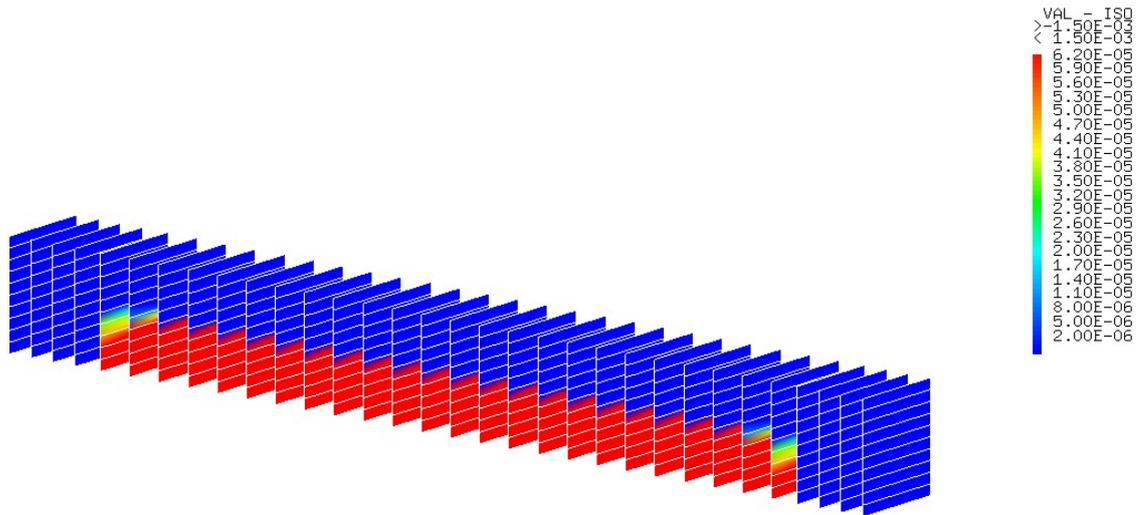


Figure 4.34: La Carte des ouvertures de fissures pour $t_4=8.e^{-3}s$.

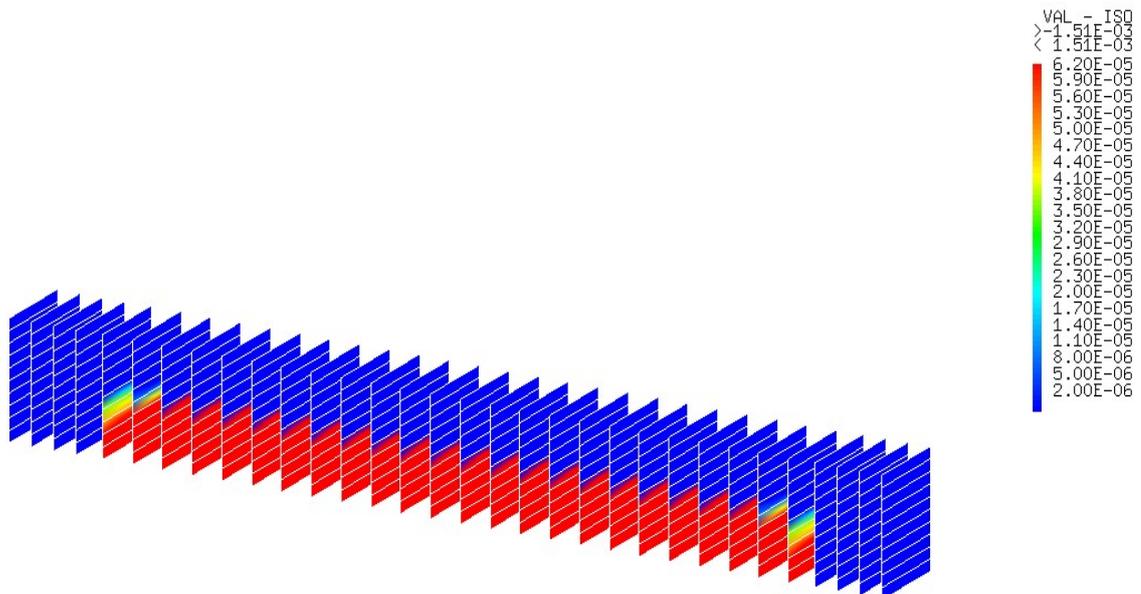


Figure 4.35: La Carte des ouvertures de fissures pour $t_5=1.13e^{-2}s$.

c. Commentaires:

Dans les premiers pas de temps de chargement on remarque que la fissuration apparaît dans la partie inférieure de la poutre presque de la même manière (figure 4.26, 4.31, 4.27, 4.32), mais à partir du temps t_3 égale à $5e^{-3}$ s les ouvertures des fissures deviennent relativement plus importantes dans le cas dynamique par rapport aux cas statique.

4.6. Conclusion:

L'implémentation du modèle visco-anélastique-endommageable sur CAST3M à l'échelle semi globale montre que les zones critiques de l'endommagement et d'ouvertures des fissures sont bien reproduites. Contrairement aux résultats issus d'une configuration statique.