
APPLICATION DE LA DERIVATION NON-ENTIERE ET DE L'APPROCHE NON-PARETO A LA SEGMENTATION

5.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous présentons une méthode de segmentation basée sur une approche multiobjectif non-Pareto (Nakib, et al., 2006b; Nakib, et al., 2007h; Nakib, et al., 2007g; Nakib, et al., 2007f). Le principe d'un système de segmentation d'images par approche non-Pareto consiste à segmenter l'image avec plusieurs critères, les uns indépendamment des autres. Ce système de segmentation produit un ensemble de solutions optimales selon chaque critère, dont le cardinal est égal au nombre de critères utilisés (figure 5.1).

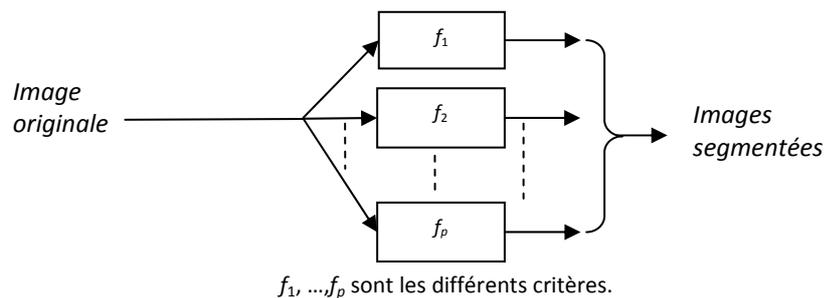


Figure 5. 1: Principe d'un algorithme de segmentation par l'approche non-Pareto.

Afin de réduire l'espace de recherche des solutions, de manière à limiter le nombre d'évaluations des critères utilisés, nous introduisons en amont un bloc de dérivation non entière. Il nous faut aussi un bloc de sélection de la meilleure solution parmi les p solutions proposées, où p est le nombre de critères. Pour résoudre ce problème et rendre l'algorithme non-supervisé, nous avons introduit en aval un algorithme de sélection, permettant d'élire la meilleure solution, au sens de la régularité géométrique des images segmentées. Le schéma de l'algorithme complet de segmentation par l'approche non-Pareto est présenté sur la figure 5.2.

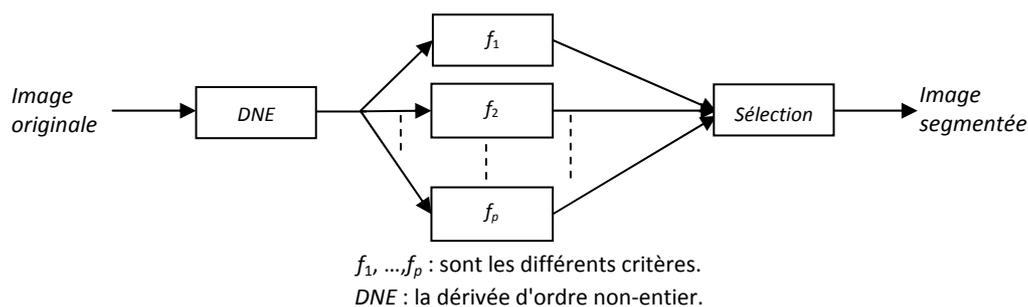


Figure 5. 2: Schéma-bloc de l'algorithme de segmentation par approche non-Pareto et DNE.

Dans l'algorithme, nous avons utilisé la dérivation non-entière (DNE) sous deux formes discrètes : le cas unidimensionnel défini par Grünwald (Oldham, et al., 1974), et le cas bi-dimensionnel que nous avons proposé. Dans les sections suivantes, nous allons décrire chaque bloc de cet algorithme.

La première section est dédiée au formalisme de la DNE à une dimension (1D), et à son extension aux espaces à deux dimensions (2D). Dans la deuxième section, nous présentons les propriétés d'un histogramme et d'une image dérivés avec un ordre non-entier. Les deux variantes de l'algorithme, basées sur la DNE-1D et DNE-2D, sont détaillées dans la troisième section. L'analyse de l'algorithme, sa comparaison avec d'autres méthodes, ainsi que des exemples de segmentations font l'objet de la quatrième section. Le chapitre se termine par une conclusion.

5.2 FORMALISME DE LA DERIVATION NON-ENTIERE (DNE)

La théorie de la dérivation non-entière (dérivée fractionnaire) date des travaux de Leibniz et L'Hospital en 1665. La dérivation d'ordre non-entier généralise la notion de dérivée d'ordre entier α d'une fonction $f(x)$ par rapport à la variable x à des valeurs non-entières de α . Lorsque α est négatif, nous sommes en présence d'une intégration non-entière. Nous sommes en présence d'une dérivation non-entière lorsque l'ordre α est positif. Toutefois, nous avons utilisé indifféremment le terme dérivation, que l'ordre soit positif ou négatif. La propriété remarquable de la DNE est qu'elle peut être appliquée à des fonctions qui ne sont pas différentiables au sens classique. Contrairement à la dérivée d'ordre entier, la DNE en un point x n'est pas déterminée par un "petit" voisinage arbitraire de x . En d'autres termes, la DNE n'est pas une propriété locale de la fonction. Un recueil des différentes approches pour définir la DNE figure dans (Oldham, et al., 1974). Au départ, la théorie des dérivées fractionnaires a été considérée comme une branche relevant des mathématiques. Récemment, la DNE a été appliquée dans différents domaines : en automatique, où elle est utilisée pour le calcul d'une commande robuste (Oustaloup, 1996), dans la résolution de problèmes inverses mal posés de transfert thermique (Battaglia, 2001), et dans de nombreux autres domaines, notamment en réseaux de neurones (Ramus, et al., 2002), en traitement d'images pour la détection de contours (Mathieu, et al., 2003) et en traitement de signal (Ferdin, et al., 2000; Nakib, et al., 2002).

5.2.1 FORMALISME DE LA DNE-1D

Le formalisme de la DNE de Riemann-Liouville est défini par (Oldham, et al., 1974) :

$$D^{-\alpha} f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_c^x (x - \xi)^{\alpha-1} f(\xi) d\xi \quad (5.1)$$

où $f(x)$ est une fonction réelle et causale, $x > 0$, α est l'ordre de la DNE, $\text{Re}(\alpha) > 0$ (α peut être un nombre complexe), c est la référence de l'intégrale et Γ est la fonction Euler-gamma.

L'approximation de la forme discrète de DNE d'ordre α est donnée par (Oldham, et al., 1974) :

$$g(x) = D^{\alpha} f(x) \approx \frac{1}{h^{\alpha}} \sum_{k=0}^M \omega_k(\alpha) f(x - kh) \quad (5.2)$$

où h est le pas d'échantillonnage, M est le nombre d'échantillons, $x = M.h$, et $\omega_k(\alpha)$ sont définis par :

$$\omega_0(\alpha) = 1, \quad \omega_{k+1}(\alpha) = \frac{(k+1) - \alpha - 1}{(k+1)} \omega_k(\alpha), \quad k = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (5.3)$$

L'expression (5.2) est équivalente à celle de Riemann-Liouville, quand h tend vers zéro. A partir de l'expression (5.2), la fonction $g(x)$ peut être interprétée comme la sortie d'un filtre discret dont l'entrée est $f(x)$. Sa réponse impulsionnelle est donnée par :

$$h(k) = \begin{cases} -\omega_k(\alpha)/h^\alpha & k = 1, 2, \dots, M \\ 0 & k = 0 \end{cases} \quad (5.4)$$

La définition (5.2) montre que la DNE prend en compte tout le passé de la fonction f . Plus de détails sur la définition de la DNE figurent dans (Oldham, et al., 1974; Prodlubny, 2002).

5.2.2 EXTENSION DE LA DNE-1D AU CAS 2D

Comme une image peut être considérée comme une fonction à deux dimensions, réelle et bornée $f(x, y)$, nous avons proposé d'étendre l'approximation de la DNE1D au cas 2D (Nakib, et al., 2007f) :

$$D^\alpha f(x, y) = \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^\alpha \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)^\alpha f(x, y) \approx \frac{1}{h^{2\alpha}} \sum_{k=-\lfloor M/2 \rfloor}^{\lfloor M/2 \rfloor} \sum_{l=-\lfloor N/2 \rfloor}^{\lfloor N/2 \rfloor} p(k, l) \cdot f(x - kh, y - lh) \quad (5.5)$$

où M et N représentent le nombre d'éléments de f qui sont pris en compte pour le calcul de l'image différenciée. $M \times N$ est la taille du masque, et $\lfloor x \rfloor$ représente la partie entière du nombre x .

$p(k, l) = \omega_k(\alpha) \times \omega_l(\alpha)$ sont les éléments de la matrice $P_M^{(\alpha)}(p(k, l))$, calculés à partir de

l'expression (5.3), qui correspondent aux composantes horizontales et verticales, respectivement.

L'expression (5.5) peut être vue comme un produit de convolution en 2D d'une image f avec un filtre 2D défini par $P_M^{(\alpha)}$:

$$g(x, y) = D^\alpha f(x, y) = f(x, y) \otimes P_M^{(\alpha)}(x, y) \quad (5.6)$$

où \otimes est l'opérateur de convolution en 2D. Les réponses en fréquence (amplitudes et phases), ainsi que les réponses impulsionnelles du filtre DNE-2D (de taille 3x3) pour différentes valeurs de α , sont présentées sur la figure 5.3.

5.3 PROPRIETES DE L'HISTOGRAMME ET DE L'IMAGE DIFFERENCIEE

Nous présentons brièvement les propriétés d'un histogramme d'une image et d'une image différenciée avec un ordre α . Ces propriétés sont plus détaillées dans (Nakib, et al., 2007g) pour le cas 1D, et dans (Nakib, et al., 2007f) pour le cas 2D.

5.3.1 CHANGEMENT D'ECHELLE DANS LE CAS 1D

Lorsqu'un histogramme est différencié avec un ordre α positif, son amplitude est comprimée. Nous avons remarqué qu'avec l'augmentation de l'ordre de 0 vers 1, l'intervalle de variations diminue considérablement. En revanche, dans le cas où la valeur de α s'étend de 0 à -1, l'intervalle de variations de l'amplitude augmente. Afin d'illustrer cette propriété, la figure 5.4 présente les formes d'un histogramme différencié avec un ordre positif.

Sur la figure 5.4, les courbes correspondent à : $\text{Max}(0, D^\alpha f(x))$. En effet, si $\forall x \in]a, b[f(x) > 0$ et $\forall x \notin]a, b[f(x) = 0$, et si $\alpha \in]0, 1[$ (dérivation), alors $\exists c < b$ tel que $\forall x \in]a, c[, D^\alpha f(x) > 0$ et, $\forall x > c, D^\alpha f(x) < 0$. Si $\alpha \in]1, 2[$, alors $D^\alpha f(x) > 0$ dans les deux intervalles.

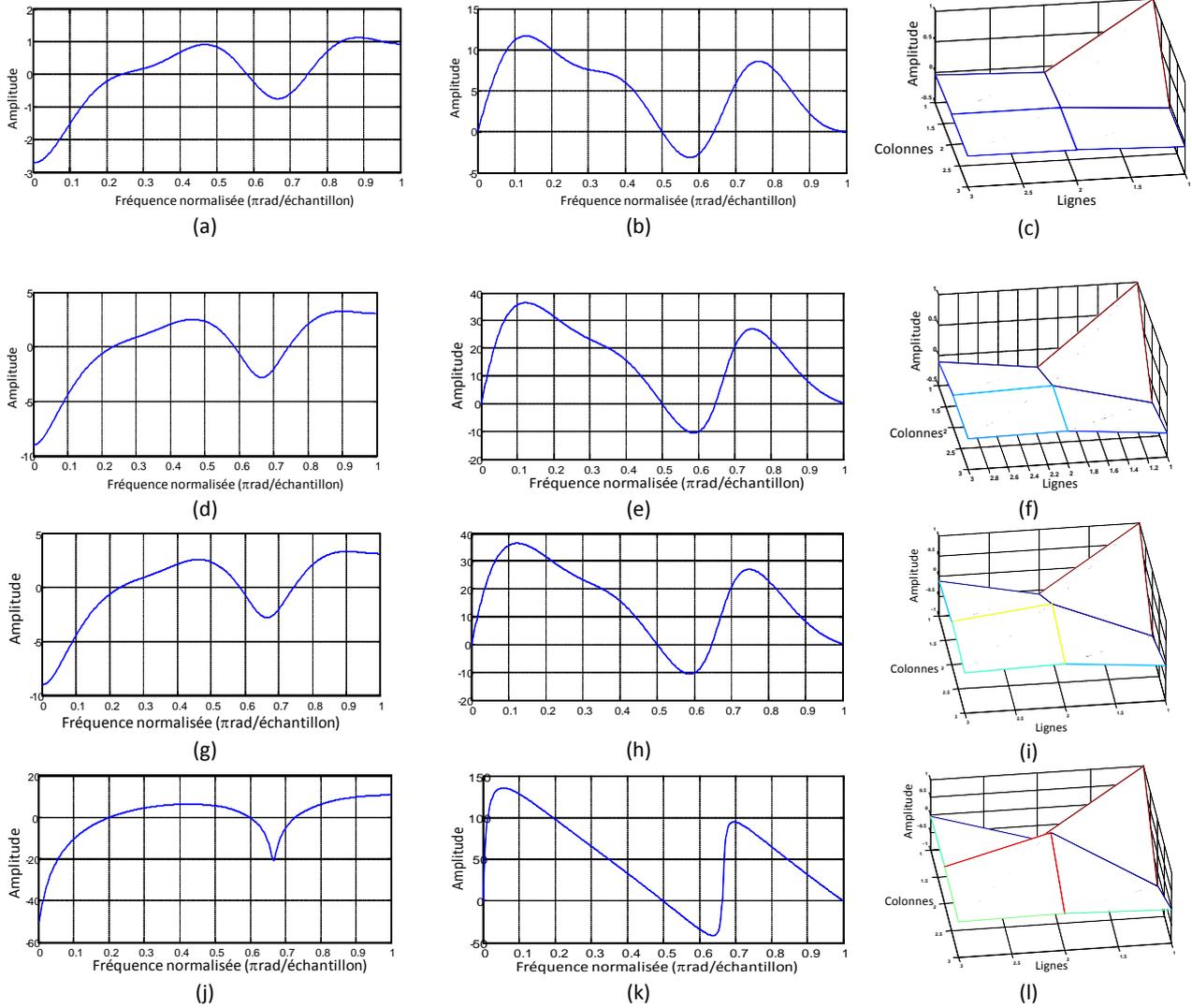


Figure 5. 3: Les réponses en fréquence (amplitudes et phases) et réponses impulsionnelles des filtres DNE-2D (de taille 3x3) pour différentes valeurs de α . (a), (b) et (c): $\alpha=0,1$, (d), (e) et (f): $\alpha=0,3$, (g), (h) et (i): $\alpha=0,6$, (j), (k) et (l): $\alpha=0,9$.

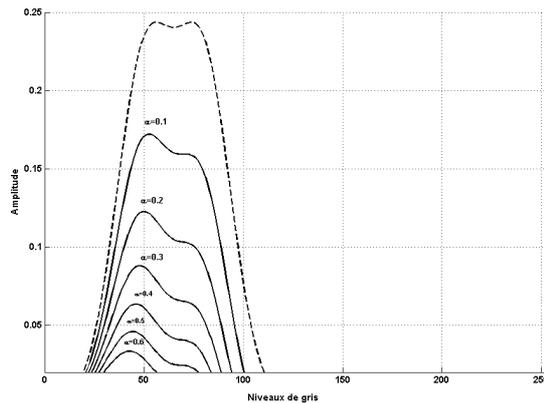


Figure 5. 4: Diminution de l'amplitude de l'histogramme avec $\alpha > 0$. Fonction originale causale et non négative différenciée, avec α variant de 0,1 à 0,6, avec un pas de 0,1.

5.3.2 INTERPRETATION GEOMETRIQUE DANS LE CAS DE LA DNE-2D

Afin d'illustrer l'effet de l'application de la DNE-2D sur une image, nous considérons l'image test *avion* de la figure 5.5 (a). Nous représentons les variations des niveaux de gris en les traçant comme une fonction 2D (figure 5.5 (b), (d), (f) et (h)). L'interprétation géométrique est obtenue par l'analyse des variations de niveaux de gris de l'image.

Sur la figure (5.5), les résultats du filtrage sont bornés :

$$g(x,y) = \begin{cases} L-1 & \text{si } g(x,y) \geq L-1 \\ 0 & \text{si } g(x,y) \leq 0 \end{cases} \quad (5.7)$$

où L est le nombre total de niveaux de gris, généralement 256.

Comme nous pouvons le remarquer sur la figure 5.5, la DNE-2D permet d'augmenter le contraste dans l'image, sans toutefois augmenter le bruit. Cette remarque est en accord avec la conclusion des travaux présentés dans (Mathieu, et al., 2003).

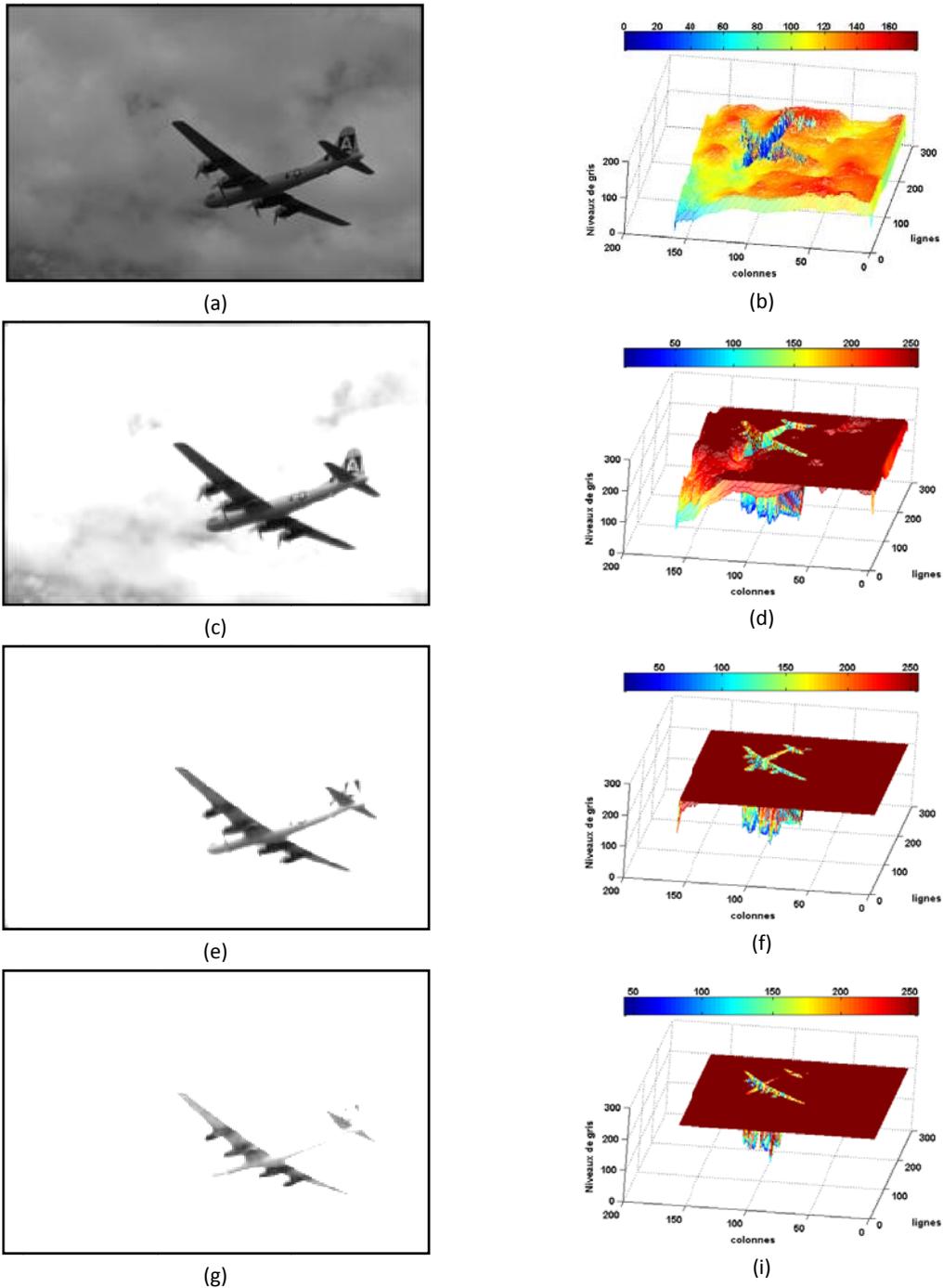


Figure 5. 5: Variations de la dynamique de l'image en fonction de l'ordre de la DNE-2D. (a) Image originale, (b) Variation de la dynamique originale, (c) Image filtrée avec $\alpha=0,3$, (d) Variation de la dynamique pour $\alpha=0,3$, (e) Image filtrée avec $\alpha=0,6$, (f) Variation de la dynamique pour $\alpha=0,6$, (g) Image filtrée avec $\alpha=0,6$, (h) Variation de la dynamique pour $\alpha=0,6$, (g) Image filtrée avec $\alpha=0,9$, (d) Variation de la dynamique pour $\alpha=0,9$.

5.3.3 VALEUR MOYENNE ET AUTOCORRELATION

Les filtres DNE-1D et DNE-2D n'ont pas de valeurs moyennes nulles (Nakib, et al., 2007f; Nakib, et al., 2007g), ce qui nécessite un moyennage de l'histogramme dans le cas de la DNE-1D, et de l'image dans le cas de la DNE-2D.

Dans (Nakib, et al., 2007g) nous avons étudié les variations de l'autocorrélation de l'histogramme quand les valeurs de l'ordre de la DNE-1D varient de -1 à +1. Nous avons remarqué que celle-ci diminue quand les valeurs de α sont positives. Par contre, elle augmente lorsque les valeurs de α sont négatives. La même remarque a été constatée lorsque la DNE-2D a été appliquée.

5.4 ALGORITHMES DE SEGMENTATION

Nous allons décrire les deux algorithmes de segmentation basés sur la DNE-1D et la DNE-2D. Ces deux algorithmes reposent sur l'hypothèse d'existence d'une dépendance entre la valeur d'un pixel et les valeurs de ses voisins.

5.4.1 SEGMENTATION PAR DNE-1D

Dans cette approche, nous appliquons la DNE-1D sur l'histogramme de l'image, avec différents ordres de dérivation. Nous partons de l'hypothèse que les différentes classes de niveaux de gris se traduisent par des pics dans l'histogramme. A partir de là, chaque intervalle entre deux pics de l'histogramme est différencié par un ordre (optimal) qui permet de séparer deux classes successives. Les différentes étapes de l'algorithme sont présentées dans l'Algorithme 5.1.

Algorithme 5.1: Algorithme de segmentation par DNE-1D, dans le cas d'une binarisation.

1. **Calculer** l'histogramme $h(x)$ de l'image à segmenter.
2. **Calculer** la DNE-1D de $h(x)$ pour un ordre α , défini par : $h^{(\alpha)} = \text{Max}(0, D^\alpha h)$.
3. **Calculer** le seuil de segmentation :
 Soit l'ensemble: $\Omega_\alpha = \{i : i \in [p_1, p_2] \text{ and } h^{(\alpha)}(i) > 0\}$, où p_1 et p_2 sont les arguments du premier et du dernier pic significatif dans l'histogramme ($h^{(\alpha)}$). Alors le seuil de segmentation t_α est calculé:

$$t_\alpha = \mathbb{1}_{\{\alpha \geq 0\}} \times \max \Omega_\alpha + \mathbb{1}_{\{\alpha < 0\}} \times \min \Omega_\alpha$$
 où $\mathbb{1}_{\{\alpha \geq 0\}}$ est la fonction de Heaviside: égale à 1 si la condition $\alpha \geq 0$ est satisfaite.
4. **Afficher** les résultats: ordre (α), seuil (t) et image segmentée.

Dans le cas de la segmentation multiniveau à N classes, qui correspond à $N-1$ seuils, nous généralisons l'expression du calcul du seuil, donnée précédemment :

$$\Omega_\alpha^{(j)} = \{i : i \in [p_j, p_{j+1}] \text{ and } h^{(\alpha)}(i) > 0\} \quad (5.8)$$

$$t_\alpha^{(j)} = \mathbb{1}_{\{\alpha \geq 0\}} \times \max \Omega_\alpha^{(j)} + \mathbb{1}_{\{\alpha < 0\}} \times \min \Omega_\alpha^{(j)} \quad (5.9)$$

où les p_j sont les arguments des pics les plus significatifs dans l'histogramme original. $j=1, 2, \dots, N-1$ et N est le nombre de classes. L'algorithme de détection de pics utilisé est celui présenté dans le chapitre précédent (section 4.3.1).

Dans la procédure de segmentation globale (Figure 5.2), l'Algorithme 5.1 est exécuté plusieurs fois, et à chaque fois avec un ordre α différent. L'objectif est de trouver l'ordre α optimal, et par là la binarisation optimale recherchée. Il est à préciser que chacun des ordres ne produira pas, certainement, un seuil de segmentation différent. L'ensemble des seuils de segmentation ainsi créés est ensuite traité et réduit par les étages suivants de l'algorithme global. L'étape finale de *sélection* fournira alors le seuil de segmentation optimal recherché en correspondance avec l'ordre optimal de α .

Pour séparer deux classes, il faut rechercher le seuil de segmentation optimal dans l'intervalle $[p_j, p_{j+1}]$. La zone de recherche potentielle est celle où $D^\alpha h = 0$. Pour cela, la DNE est appliquée dans l'intervalle $[p_j, p_{j+1}]$ avec plusieurs ordres α . Les règles de détermination des seuils ont été élaborées en se basant sur nos expériences.

5.4.2 SEGMENTATION PAR DNE-2D

L'algorithme de segmentation par DNE-2D est très simple et consiste en deux étapes (voir Algorithme 5.2) :

Algorithme 5.2: Algorithme de segmentation par DNE-2D, dans le cas d'une binarisation.

1. **Calculer** le masque de la DNE-2D pour un ordre α .
2. **Filtrer** l'image originale par le masque de la DNE-2D en tenant compte de l'expression (5.7).
3. **Afficher** les résultats: ordre (α), le seuil de segmentation $t=L-2$ et l'image segmentée.

Le seuil de segmentation est fixé à $L-2$, où L est le nombre total de niveaux de gris. Comme la DNE-2D augmente le contraste sans augmenter le bruit, lorsque l'ordre est optimal, l'objet devient facilement détectable (voir figure 5.5). De par les expérimentations que nous avons effectuées, l'ordre optimal de la DNE-2D se situe dans l'intervalle $[-1, 0[$.

5.4.3 PROCEDURE D'OPTIMISATION DE L'ORDRE DE LA DNE-1D ET DE LA DNE-2D

Afin de trouver l'ordre optimal de la DNE et par la suite la segmentation optimale de l'image, nous faisons appel à l'optimisation multiobjectif par l'approche non-Pareto. En nous appuyant sur le schéma de la figure 5.2, nous avons utilisé trois critères : l'entropie de Shannon, la variance interclasse biaisée et la régularité géométrique des images segmentées (figure 5.6).

5.4.3.1 LES CRITERES DE SEGMENTATION UTILISES

Nous avons utilisé les mêmes critères de segmentation que ceux du chapitre précédent:

La variance interclasse modifiée

$$MVar(t) = \alpha \cdot \sum_{j=1}^{N_c} \left(\frac{\sigma_{Bet}^2(j)}{\beta_j} + \gamma_j \right) \quad (5.10)$$

où $t \equiv (t_1, \dots, t_{N-1})$ est le vecteur de seuils. Les paramètres α , β_j et γ_j associés à la variance interclasse sont présentés dans la section 3.7.1.1.

Critère de l'entropie de Shannon

Nous rappelons que l'entropie d'un histogramme d'une image est donnée par:

$$H = -\sum_{i=0}^{255} p_i \log_2 p_i \quad (5.11)$$

Ce critère est plus détaillé dans la section 1.3.2.1.

5.4.3.2 ETAPES D'OPTIMISATION

La procédure de segmentation globale est composée de trois étapes (cf. figure 5.6). Dans la première, nous faisons varier l'ordre de la DNE-1D ou la DNE-2D, afin de produire un ensemble initial de seuils candidats ($t(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = \Psi$). Les étapes 2 et 3 permettent de rechercher l'ordre optimal de la DNE et, par là, le seuil de segmentation optimale de l'image. Dans la deuxième étape, nous évaluons les critères de segmentation $MVar$ et H séparément, deux nouveaux sous-ensembles de seuils optimaux, inclus dans le premier, sont alors constitués : $t(\beta_1^*, \dots, \beta_m^*)$ et $t(\delta_1^*, \dots, \delta_l^*)$ optimisant le premier et le second critère, respectivement, où $(\delta_i^*, \beta_j^*) \in \Psi \times \Psi$, pour $i = 1, \dots, l, j = 1, \dots, m, l \leq n$ et $m \leq n$. Finalement, à partir de ces deux ensembles, le seuil optimal final $t_{(\alpha_{opt})}$ est celui qui optimise le critère de régularité géométrique.

Nous faisons remarquer que, dans le cas de la segmentation multiniveau, les étapes 1 à 3 sont répétées autant de fois qu'il y a de classes à séparer dans l'image.

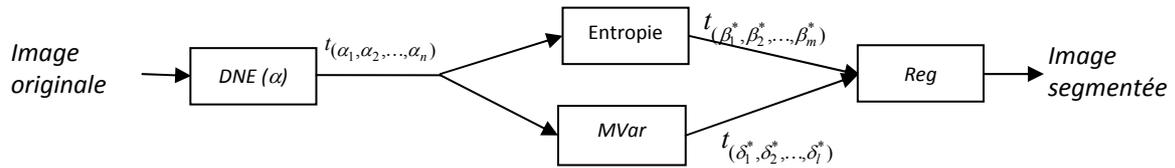


Figure 5. 6: Schéma-bloc de l'algorithme de segmentation proposé basé sur l'approche non-Pareto et la DNE. α est l'ordre de la DNE-1D ou 2D, Reg : le critère de régularité géométrique, $MVar$: le critère de variance interclasse biaisée.

5.4.3.3 CRITERE DE REGULARITE GEOMETRIQUE

Une nouvelle mesure de la qualité de la segmentation basée sur la mesure de la régularité géométrique d'une image est utilisée pour sélectionner la meilleure image segmentée.

Soit $f(x)$ une fonction discrète, la mesure de la régularité géométrique de cette fonction sur l'intervalle w est définie par :

$$g(w) = \|\delta\varphi(x, w)\|_2 \quad w = w_1, w_2, \dots, w_Y \quad (5.12)$$

- $\delta\varphi(x, w) = \varphi(x + w) - \varphi(x - w)$
- φ est la dérivée de premier ordre de f .
- w est la largeur de l'intervalle (fenêtre d'observation) sur lequel l'observation de la régularité est effectuée.
- Y est le nombre de fenêtres d'observation, généralement inférieur à 10.

– $\|\cdot\|_2$ est l'opérateur de la norme L^2 .

La fonction f est dite géométriquement régulière si, pour différentes valeurs de w , la valeur de $g(w)$ est "faible". Dans notre cas, f est une ligne de l'image binaire.

La régularité géométrique d'une image, pour différentes valeurs de la fenêtre w_i et un seuil de segmentation, est donnée par :

$$Reg(t_\alpha) = \|\delta g(w)\|_2 \quad (5.13)$$

où δ représente la variation de la fonction.

Nous avons utilisé cette définition de la régularité géométrique afin d'évaluer la qualité de l'image segmentée. Finalement, le seuil optimal est celui qui minimise le critère :

$$t_{\alpha_{opt}} = \underset{t(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)}{\text{Min}} Reg(t_\alpha) \quad (5.14)$$

Le calcul de ce critère comporte deux étapes :

Dans la première étape, nous évaluons la régularité des différentes lignes de l'image. Le nombre de lignes dépend de la largeur des objets dans l'image en niveaux de gris, et définit le pas entre deux lignes successives. Généralement, ce nombre est compris entre 2 et 5. L'illustration de cette étape est présentée sur la figure 5.7. Les variations de chaque ligne sont calculées en utilisant l'expression (5.12). Les figures 5.7 (c) et (e) illustrent la forme de deux lignes de l'image binarisée, dans deux cas de segmentation.

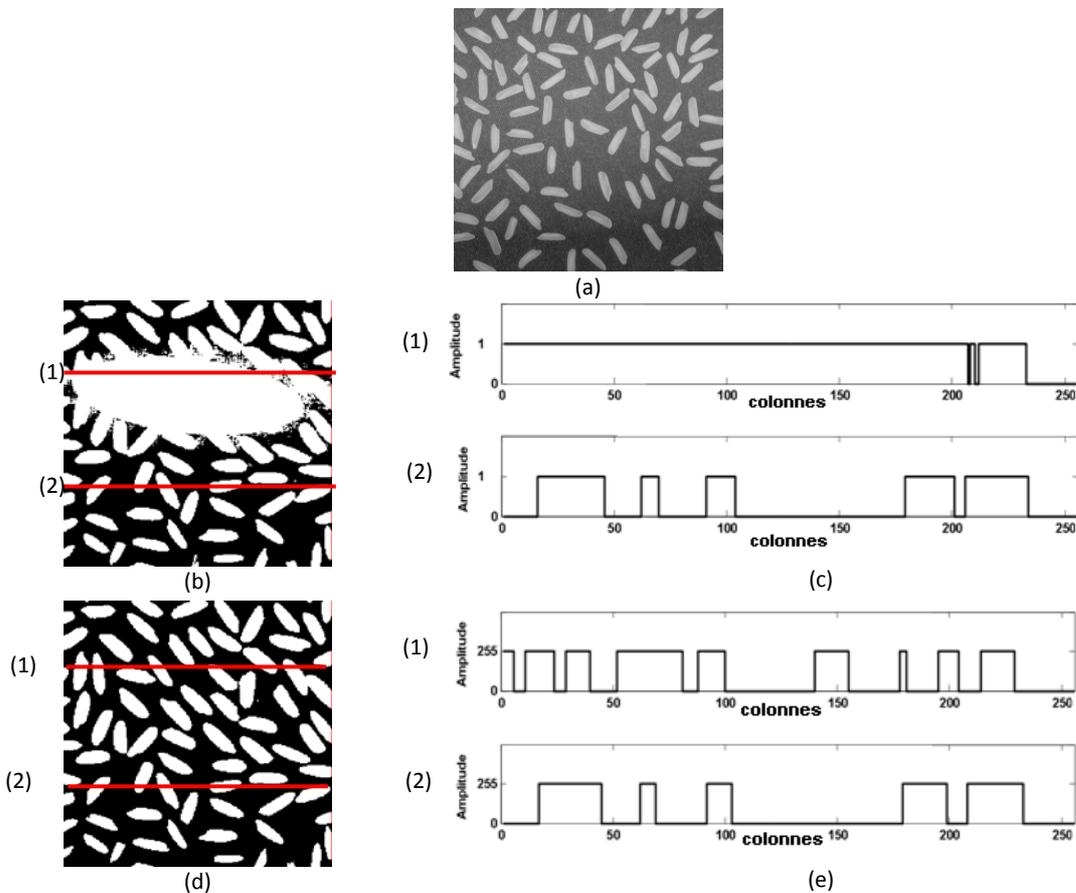


Figure 5.7: Illustration du critère de régularité géométrique. (a) image originale (256x256) pixels, (b) image segmentée avec $(t=95)$, correspond à $Reg = 3,45$, (c) Représentation 1D des lignes (1) et (2) de la figure (b), (d) image segmentée avec $(t=106)$, correspond à $Reg= 3,05$, (e) représentation 1D des lignes (1) and (2) de la figure (d).

Dans la seconde étape, nous évaluons les variations de régularité entre les lignes de l'image. La régularité géométrique totale est alors celle définie par l'expression (5.13). Les figures 5.7 (b) et (d) présentent les résultats de segmentation de l'image de la figure 5.7 (a), les valeurs de Reg sont 3,45 et 3,05. Comme le but est de minimiser le critère (Reg), l'image de la figure 5.7 (d) est alors choisie, ce qui correspond à la meilleure segmentation, d'un point de vue visuel.

5.5 RESULTATS ET DISCUSSION

Dans cette section, nous allons analyser les sensibilités des deux algorithmes par rapport aux variations de l'ordre de la DNE (1D et 2D). Ensuite, nous présentons une comparaison des performances des deux algorithmes sur la segmentation des images synthétiques. Une analyse de la complexité de calcul des deux algorithmes est aussi présentée. Enfin, nous terminons cette section par deux exemples de segmentations.

5.5.1 ANALYSE DE LA SENSIBILITE DE L'ORDRE DE LA DNE

Dans cette section, nous étudions la sensibilité des deux algorithmes par rapport aux variations de l'ordre de DNE-1D et 2D. Pour cela, nous considérons les images synthétiques de la figure 3.22 (section 3.8).

- **DNE-1D**

Pour analyser la sensibilité de l'algorithme, nous faisons varier l'ordre de la DNE-1D de -1 à +1 avec un pas de 0,01, et traçons les variations du critère ME défini par l'expression (3.27) (section 3.6.3). Les figures 5.8 (a) à (f) présentent les variations de ME en fonction des variations de l'ordre de la DNE pour les images des figures 3.22 (B) à (G) (section 3.6.3), respectivement. Il est à signaler que les images synthétiques (B) à (D) sont bruitées avec un bruit multiplicatif, dans ce cas l'ordre optimal de la DNE est dans l'intervalle $[0, 1]$, et lorsqu'un bruit blanc gaussien est ajouté (les images (E) à (G)), l'ordre optimal de la DNE-1D se situe dans l'intervalle $[-1, 0]$. Nous pouvons remarquer que la qualité de la segmentation est sensible aux variations de l'ordre de 10^{-2} et 10^{-1} lorsque α est positif et négatif, respectivement.

- **DNE-2D**

Nous avons effectué la même étude dans le cas de la DNE-2D, et avons trouvé une sensibilité de l'ordre de 10^{-2} .

5.5.2 COMPARAISON

Dans cette section, nous comparons les deux méthodes proposées par rapport aux autres méthodes déjà proposées ainsi qu'aux méthodes de la littérature. Les performances des deux méthodes basées sur la DNE-1D sont présentées dans le tableau 5.1. Ces résultats montrent que la méthode DNE-2D permet d'avoir de meilleures performances que la méthode DNE-1D, surtout lorsque les images sont fortement bruitées. Cependant, la méthode DNE-1D permet d'avoir des performances légèrement supérieures à celles de la DNE-2D, dans le cas d'images faiblement bruitées (image A). En comparant aux autres méthodes de segmentation présentées au tableau 3.4 (section 3.8) et dans la figure 4.5 (section 4.4.3), les performances de la méthode DNE-2D sont supérieures à celles des autres méthodes : la méthode classique d'*Otsu*, la méthode de *Kapur*, la méthode *EM*, la méthode *VE*, la méthode basée sur l'entropie 2D de Tsallis (*TE*) et la méthode *K-means* basée sur la distance euclidienne. Par exemple, dans le cas de l'image G, le score de la DNE-2D est de **8.36%** alors que pour

les autres méthodes : *Otsu* 36,63%, *Kapur* 16,66%, *EM* 36,45%, *VE* 16,63%, *TE* 35,56%, *K-means* 29,98%, *eE2D* 16,09%, *SEE2D* 15,72%, *MO_seg* 17,07%.

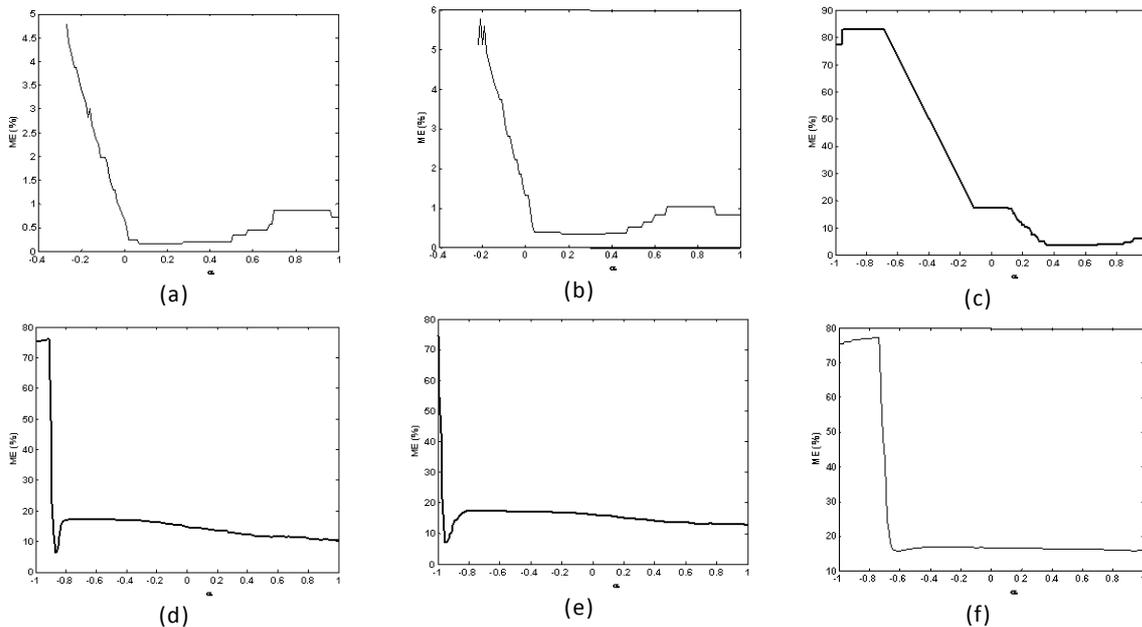


Figure 5. 8: Sensibilité de DNE-1D quand α varie de -1 à +1. (a) Variations de *ME* dans le cas de l'image synthétique (b), (b) Variations de *ME* dans le cas de l'image synthétique (c), (c) Variations de *ME* dans le cas de l'image synthétique (d), (d) Variations de *ME* dans le cas de l'image synthétique (e), (e) Variations de *ME* dans le cas de l'image synthétique (f), (f) Variations de *ME* dans le cas de l'image synthétique (g). Le pas est 0,01.

Tableau 5. 1: Evaluation des performances des méthodes de segmentation par DNE-1D et DNE-2D.

Images test de la figure 3.22	Méthodes de segmentation			
	Méthode DNE-1D		Méthode DNE-2D	
	α	<i>ME</i> (%)	α	<i>ME</i> (%)
Image B	0,63	0,17	-0,44	0,26
Image C	0,03	0,39	-0,45	0,32
Image D	0,39	3,30	-0,51	2,84
Image E	-0,83	5,71	-0,44	1,28
Image F	-0,82	6,51	-0,44	1,77
Image G	-0,60	15,78	-0,5	8,36

5.5.3 EXEMPLES DE SEGMENTATIONS

- **DNE-1D**

La figure 5.9 présente les résultats de segmentations des images test *maison* et *avion*. Les segmentations en deux classes de ces images sont présentées respectivement sur les figures 5.9 (a) et (b).

Le résultat de la segmentation de l'image *maison* n'est pas optimal, d'un point de vue visuel, nous remarquons quelques points qui apparaissent au coin gauche de l'image ; cependant les contours de la *maison* sont bien préservés. Dans le cas d'une segmentation en 3 classes, les résultats sont présentés sur les figures 5.9 (c) et (d). Les segmentations obtenues de l'image *avion* en deux classes (figure 5.9 (b)) et en trois classes (figure 5.9 (d)) sont de bonne qualité par rapport à celles des méthodes présentées dans le troisième chapitre. D'autres résultats sont présentés dans l'Annexe (section A4).

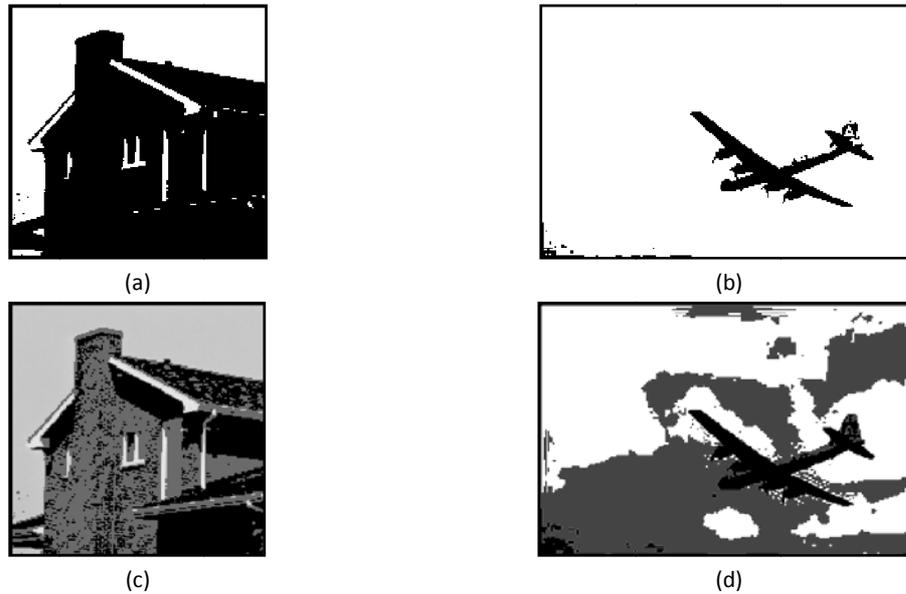


Figure 5. 9: Segmentation des images test *maison* et *avion* par DNE-1D. (a) Segmentation en 2 classes de l'image *maison*, $t=194$, avec $\alpha=-0,08$, (b) Segmentation en 2 classes de l'image *avion*, avec $t=67$ ($\alpha=0,1$), (c) Segmentation de l'image *maison* en 3 classes, avec $t= (106 ; 195)$ ($\alpha= (0,5 ; -0,1)$), (d) Segmentation de l'image *avion* en 3 classes $t= (77 ; 124)$ ($\alpha= (-0,1 ; -0,9)$).

- **DNE-2D**

Les résultats de la segmentation des images précédentes sont présentés sur la figure 5.10. La segmentation obtenue de l'image *maison* (figure 5. 10 (a)) est de meilleure qualité, comparée à celle de l'approche DNE-1D. La même remarque peut être formulée concernant l'image *avion*. Le cas de la segmentation multiniveau utilisant l'approche DNE-2D est en cours de développement.

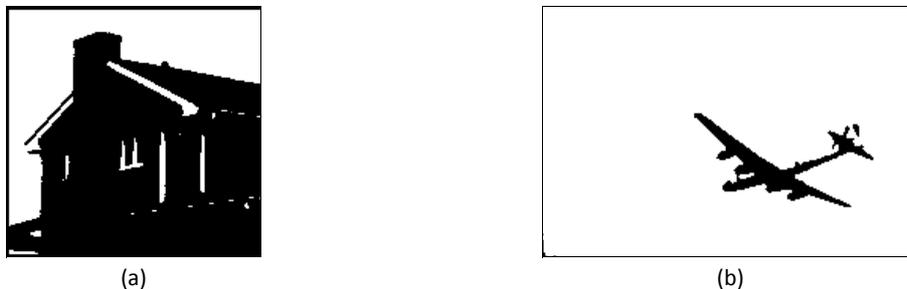


Figure 5. 10: Segmentation des images test *maison* et *avion* par DNE-1D. (a) Segmentation en 2 classes de l'image *maison* avec $\alpha=-0,1$, (b) Segmentation en 2 classes de l'image *avion* avec ($\alpha=-0,62$).

5.5.4 ANALYSE DE LA COMPLEXITE ALGORITHMIQUE

5.5.4.1 COMPLEXITE DE L'ALGORITHME DE SEGMENTATION DNE-1D

- La complexité de calcul de l'algorithme de détection de pics est donnée par (Nakib, et al., 2007d) : $O(N)$, où $O(\cdot)$ est la fonction de Landau et $N = \text{Card}(\arg \max(h \neq 0))$, où h est l'histogramme de l'image originale.
- La complexité de calcul de la DNE-1D est donnée par: $O(c_1.M^2)$, où $M \leq 255$ est le nombre de composantes non nulles de h . Dans le cas d'un seuillage simple: $M = p_2 - p_1$, où p_2 et p_1 sont définis dans Algorithme 5.1 et c_1 est le nombre d'ordres de la DNE-1D à évaluer; dans le plus mauvais cas, il est égal à 111.

5.5.4.2 COMPLEXITE DE L'ALGORITHME DE SEGMENTATION DNE-2D

La complexité de calcul de la DNE-2D pour un ordre α est donnée par : $O(c_2 \cdot S_1)$, où S_1 est la taille du masque, généralement 3x3, et $c_2 = S_1 / S$, S est la taille de l'image originale.

5.5.4.3 COMPLEXITE DE L'ALGORITHME NON-PARETO

- Le critère de la variance interclasse biaisée nécessite $O((d-1)(N^2 + S^2))$ opérations, où S est la taille de l'image et d le nombre de classes. Dans le cas d'un seuillage simple, $d=2$.
- Le critère de l'entropie nécessite: $O(M)$ opérations.
- La complexité de calcul du critère de régularité géométrique est donnée par: $O(X \cdot Y)$, où X est le nombre de lignes, prises en compte pour évaluer la régularité géométrique de l'image et Y est le nombre d'intervalles (voir la section 5.3.3.3).

Enfin, la complexité de calcul totale des algorithmes de segmentation par DNE-1D et DNE-2D sont, respectivement:

$$C_{\text{DNE-1D}} = O(c_1 \cdot M^2) + O(N^2 + S^2) + O(M) + O(X \cdot Y) \quad (5.15)$$

et

$$C_{\text{DNE-2D}} = O(c_1 \cdot c_2 \cdot S_1) + O(N^2 + S^2) + O(N) + O(X \cdot Y) \quad (5.16)$$

Comme nous pouvons le remarquer, l'algorithme DNE-1D est moins complexe que l'algorithme DNE-2D.

5.5.5 APPLICATION AUX IMAGES IRM

Nous avons testé cette approche pour segmenter des images IRM. Les images originales sont présentées sur les figures 3.25 (a) et (b), qui représentent une coupe axiale niveau 11 du cerveau. Les résultats de la segmentation de ces images sont sur les figures 5.11 et 5.12 pour les algorithmes DNE-1D et DNE-2D, respectivement.

Les segmentations des images IRM saine et pathologique, par l'algorithme DNE-1D, dans le cas d'une segmentation en deux classes, sont respectivement sur la figure 5.11 (a) et (b). La segmentation de l'IRM sain en deux classes avec la DNE-1D permet de bien extraire le cortex, contrairement aux ventricules qui ne le sont pas. Cependant, en segmentant cette image en trois classes, ces derniers sont bien extraits. L'IRM pathologique est très bruitée, de ce fait, le cortex est moins bien extrait, seulement les ventricules le sont. La modification de la taille du volume liquide encéphalo-rachidien due à l'atrophie est bien détectée (d'autres résultats sont présentés dans l'Annexe A4).

Dans le cas de la DNE-2D, pour une IRM saine, la segmentation obtenue montre l'efficacité de cet algorithme : le cortex et le volume du liquide encéphalo-rachidien sont bien détectés. Dans le cas de l'image IRM pathologique, seules la taille du liquide encéphalo-rachidien a été extraite, mais avec une plus grande précision que dans le cas de la DNE-1D. Une illustration de l'application de la DNE-2D sur des images microscopiques est présentée dans l'Annexe A5. La segmentation en plusieurs classes, avec cette méthode, est en perspective.

5.6 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté une approche d'optimisation de critère de segmentation basée sur l'approche multiobjectif non-Pareto. Dans notre approche, nous avons utilisé trois critères

de segmentation : l'entropie de Shannon, la variance interclasse biaisée et un nouveau critère basé sur la régularité géométrique d'une fonction.

Nous avons aussi introduit les DNE-1D et 2D, afin de segmenter des images, tout en réduisant l'espace de recherche des solutions. La première approche est basée sur la dérivation avec un ordre non entier de l'histogramme, tandis que la deuxième est basée sur la dérivation avec un ordre non entier de l'image.

L'application des deux approches sur des images synthétiques a permis d'obtenir de bons résultats, notamment lorsque les images sont fortement bruitées : la DNE-2D surclasse alors toutes les méthodes auxquelles nous l'avons comparée.

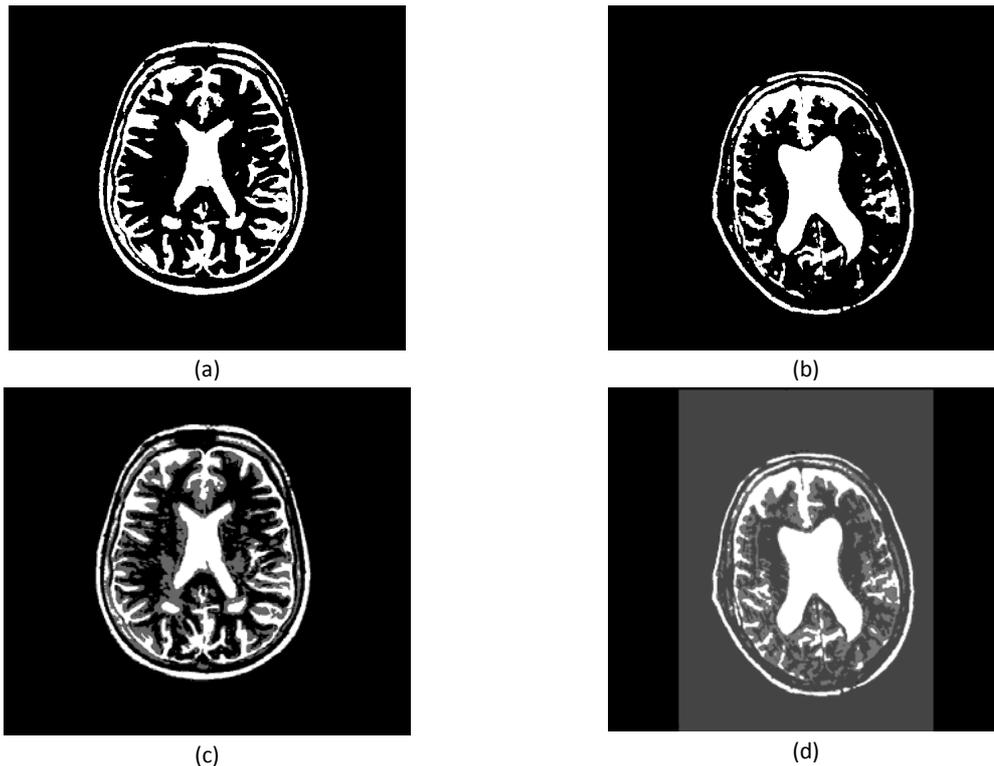


Figure 5. 11:Résultats de segmentations d'images IRM de la figure 3.25 par DNE-1D. (a) Segmentation de l'IRM sain en 2 classes, $t=78$ $\alpha=-0,5$, (b) Segmentation de l'IRM pathologique en 2 classes $t=98$ et $\alpha=-0,5$, (c) Segmentation de l'IRM sain en 3 classes $t= (62; 94)$ et $\alpha= (-0,5; -0,4)$, (d) Segmentation de l'IRM pathologique en 3 classes $t= (74; 115)$ et $\alpha= (-0,5; -0,1)$.



Figure 5. 12:Résultats de segmentations d'images IRM de la figure 3.25 par DNE-2D. (a) Segmentation de l'IRM sain en 2 classes, $\alpha=-0,37$, (b) Segmentation de l'IRM pathologique en 2 classes, avec $\alpha=-0,12$. L'application sur les images IRM a permis d'avoir de bons résultats, dans le cas d'une segmentation en deux classes. Cependant, lorsque le nombre de classes augmente, les performances de notre méthode diminuent.

A l'issue de l'étude de cette approche de segmentation par optimisation multiobjectif non-Pareto, nous avons constaté une augmentation de la complexité de la méthode. De plus, le choix des critères n'est pas facile. Augmenter le nombre de critères permettrait d'augmenter les performances de l'approche. Toutefois, il s'agit de trouver des critères de segmentation qui ne favorisent pas un type particulier d'images.