

## Codage et décodage polaire.

Dans ce chapitre nous allons faire l'analyse et la synthèse des différentes propositions récentes par rapport à notre sujet de mémoire. Premièrement nous allons comparer les performances des types de codage et de décodage polaire proposé dans ce sens, deuxièmement analysé les performances des MIMO massif avec codage/décodage polaire et en fin nous allons dégager les limites des propositions

Les codes polaires [1] ont été considérés comme forts candidats pour les systèmes de communication sans fil de cinquième génération (5G) [43]. Ils sont capables de fournir un faible taux d'erreur qui est très compétitif par rapport aux autres codes comme les codes LDPC et RS. Il est donc intéressant d'étudier les codes polaires pour les communications sans fil, notamment dans le contexte des systèmes MIMO massifs à entrées multiples et sorties multiples. Pour les réseaux 5G, l'Internet des objets [44] ils ont reçu une grande attention en tant qu'application importante pour réaliser les interconnexions entre un grand nombre de systèmes hétérogènes, tels que les appareils portables et les téléphones intelligents. Ces systèmes sont souvent des systèmes d'énergie et de latence et nécessitent donc des codes de longueur relativement courte avec de faible complexité de codage/décodage. Arıkan a montré que l'annulation successive (SC) à de faible complexité pour le décodage polaire, il permette d'atteindre la capacité des canaux discrets et sans mémoire (DMC) [1]. Plus récemment, il a été signalé que le décodage SC liste avec redondance cyclique (CRC) surpasse les codes LDPC [45-47]. Pour les applications à haut rendement énergétique, un certain nombre de variables moins complexes comme l'algorithme de décodage de listes polaires ont également été proposées [48-52].

Dans [53] une nouvelle famille de codes polaires a été proposé, dont les unités de polarisation sont irrégulière pour réduire la complexité des calculs de codage et de décodage. Pour améliorer les performances on rend inactif des codes polaire lorsque les canaux binaires sont suffisamment bons ou mauvais. Cependant, le code polaire assoupli [54] ne considère pas toutes les combinaisons possibles d'inactivation en particulier, une fois qu'une unité de polarisation est désactivée, les autres unités de polarisations restent actives. Cela limite la flexibilité dans la sélection d'unités de polarisation qui une fois désactivées il ne sera pas exploiter donc la complexité est réduire davantage. Dans [53], des codes polaires totalement irréguliers ont été proposé en prenant la fiabilité non uniforme des canaux de bits en

effectuant l'inactivation des unités de polarisation. L'approche traditionnelle des codes polaires réguliers peuvent être améliorées considérablement en réduisant la complexité de l'encodage et le décodage jusqu'à 50%.

### 3.1.1 Codes polaires irréguliers.

La polarisation irrégulière consiste à inactiver certaines unités de polarisation pour réduire la complexité, améliorer les performances et réduire le taux d'erreur.

Le taux d'erreur (WER) des codes polaires irréguliers pour le canal d'effacement binaire (BEC) peut être exprimé par l'évolution du paramètre de Bhattacharyya [1]. En partant du canal, le paramètre de Bhattacharyya est donné par :

$$Z_i^n \triangleq \sum_{y_i \in \mathcal{Y}} \sqrt{W_i(y_i|0)W_i(y_i|1)} = \epsilon . \quad (3.1)$$

où  $\epsilon$  est la probabilité d'effacement du BEC

Soit  $Z_{r_U}^l$  et  $Z_{r_L}^l$  les paramètres entrants de Bhattacharyya, respectivement, pour les branches supérieures et inférieures à l'unité de polarisation de  $U(r, l)$ . Si une unité de polarisation  $U(r, l)$  est désactivée, la fiabilité des bits ne changent pas on na :

$$Z_{r_L}^{l-1} = Z_{r_L}^l \quad , \quad Z_{r_U}^{l-1} = Z_{r_U}^l . \quad (3.2)$$

Considérant que l'évolution des paramètres de Bhattacharyya est donnée pour les unités de polarisation activée comme suit :

$$Z_{r_U}^l = Z_{r_U}^l + Z_{r_L}^l - Z_{r_L}^l Z_{r_U}^l \quad , \quad Z_{r_U}^{l-1} = Z_{r_L}^l Z_{r_U}^l . \quad (3.3)$$

Cette évolution ci-dessus sera identique à celle des codes polaires [1] uniquement si les paramètres Bhattacharyya entrants aux branches supérieures et inférieures des unités de polarisation sont égaux, soit  $Z_{r_L}^l = Z_{r_U}^l$ . Afin de tenir compte d'une éventuelle non-uniformité de la fiabilité des bits, nous utiliserons l'évolution modifiée en (5). Les codes dont l'inactivation est irrégulière peuvent, par nature, produire des fiabilités non uniformes même lorsque les canaux sont identiques. Cela est illustré à la figure 3(d), où une polarisation inactivée de l'unité  $U(1,2)$  implique des paramètres de Bhattacharyya non égaux pour le premier stade de polarisation  $U(1,1)$  et  $U(2,1)$ . Une fois que nous avons obtenu les paramètres de Bhattacharyya  $Z_i^0$ , le WER  $P_\epsilon$  du décodage SC est exprimé comme suit [1] :

$$P_\epsilon = 1 - \prod_{i \in K} \left(1 - \frac{Z_i^0}{2}\right) < \sum_{i \in K} \frac{Z_i^0}{2} \quad (3.4)$$

La figure 3.1, présente les paramètres WER et Bhattacharyya à chaque unité de polarisation pour un taux d'effacement du canal de  $\epsilon = 0,5$ . Le WER du code polaire régulier conventionnel est représenté à la figure 3(a) et le  $P_e = 0,2365$ , alors que les codes polaires irréguliers sont représentés dans les figures 3.1 (b), (c) et (d) et ils donnent respectivement les valeurs des  $P_e$  suivantes  $P_e = 0,2365$  ;  $0,21875$  et  $0,226560$ . Cela indique qu'avec une inactivation appropriée de la polarisation les codes polaires irréguliers peuvent être plus performants que les codes polaires réguliers. Plus important encore, étant donné aucune calcul n'est nécessaire pour l'unité de polarisation inactivées pendant l'encodage et le décodage, la complexité de calcul des codes polaires irréguliers peut être réduit de manière significative sans aucune pénalité.

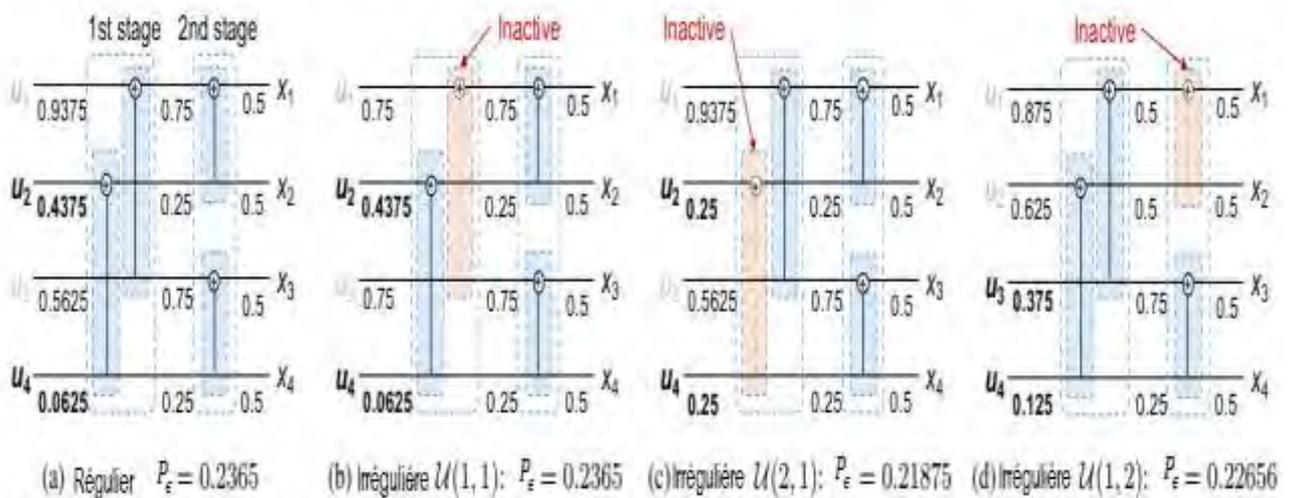


FIGURE 3.1: Polarisation des codes polaires irrégulier (4, 2) le WER correspondant est  $P_e$ [53].

### 3.1.2 Codage/décodage CA-SCL.

Comme le décodeur à annulation successive (SC) lorsque la taille du bloc de code  $N$  est suffisamment longue [58]. La complexité pour le codage et le décodage sont maintenu à l'ordre de  $O(N \log N)$ . Alors que pour les blocs de taille courte et modérée, la performance des codes polaires avec le décodage SC n'est pas aussi bon que les codes LDPC ou Turbo code. Le décodage SC-List (SCL) fonctionne presque de la même manière que l'algorithme optimal de décodage à maximum de vraisemblance (ML) lorsque la taille du bloc de code est modérée. [55][53] ont proposé d'ajouter le CRC aux bits d'information, le SCL aidé par le CRC (CA-SCL) surpasse le Turbo et le LDPC pour des tailles de blocs de code courtes et modérées. Les principes de codage/décodage polaires sont présentés comme suit :

**-Notation :**

Soit une matrice  $F(2, 2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $F^{\otimes n}$  est la matrice  $N \times N$ , où  $N = 2^n$ ,  $\otimes n$  désigne la nième puissance de Kronecker, et  $F^{\otimes n} = F \otimes F^{\otimes(n-1)}$ . La matrice génératrice est défini comme suit :  $G_N = B_N F^{\otimes n}$ , où  $B_N$  est une matrice de permutation. Le code polaire est généré par :  $x_1^N = u_1^N G_N = u_1^N B_N F^{\otimes n}$  où  $u_1^N = [u_1, u_2, \dots, u_N]$  et  $x_1^N = [x_1, x_2, \dots, x_N]$  sont respectivement les séquences de bits sources et de bits encodés. La séquence de bits source  $u_1^N$  contient les bits d'information et les bits gelés, la Figure 3.2 est une représentation d'un encodeur ou la séquence des bits sources d'information son  $u_1^8 = \{u_1, u_2, \dots, u_8\}$  il est composé des bits  $= \{i_1, i_2, i_3, i_4\}$  et les bits gelés  $\{0, 0, 0, 0\}$ . La matrice génératrice  $F^{\otimes n}$  est obtenu par l'addition modulo  $\oplus$  et on obtient des bits codés  $\{x_1, x_2, u_3, u_4, u_5, u_7, u_7, u_8\}$ .

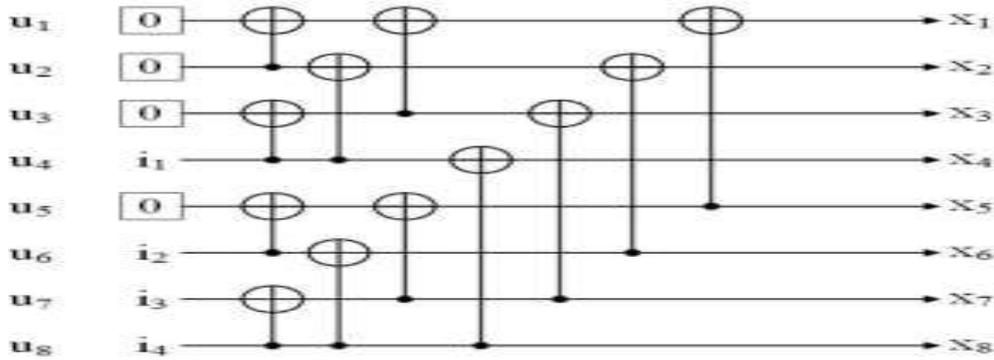


FIGURE 3.2 : L'encodeur polaire a 8bits [55]

Le décodeur SCL est proposé dans [55] ou on utilise un arbre binaire complet avec la profondeur de  $N$ , chaque arbre binaire est associé à un bit codé  $x_n$ ,  $1 \leq n \leq N$ . Pour chaque nœud de la feuille, le côté gauche et le côté droit de chaque nœud prend respectivement les bits 0 et 1 et le chemin du nœud racine à n'importe quel nœud feuille peut être considéré comme une séquence de décodage. À n'importe quel nœud de l'arbre binaire une valeur est mesurée et calculée pour le chemin du nœud racine [56]. Sur chaque couche, les  $L$  chemins ayant les plus grandes mesures sont sélectionnés,  $L$  est également appelé largeur de recherche. Par conséquent, les séquences  $L$  qui représentent les bits de décodage du candidat peuvent être obtenues à la dernière couche. Les derniers bits de décodage sont ceux qui comportent la plus grande mesure. La figure 3.4 montre une illustration du décodeur Polaire a 4 bits et qui a une largeur de recherche  $L = 2$ , les valeurs sont étiquetées à côté de chaque nœud.

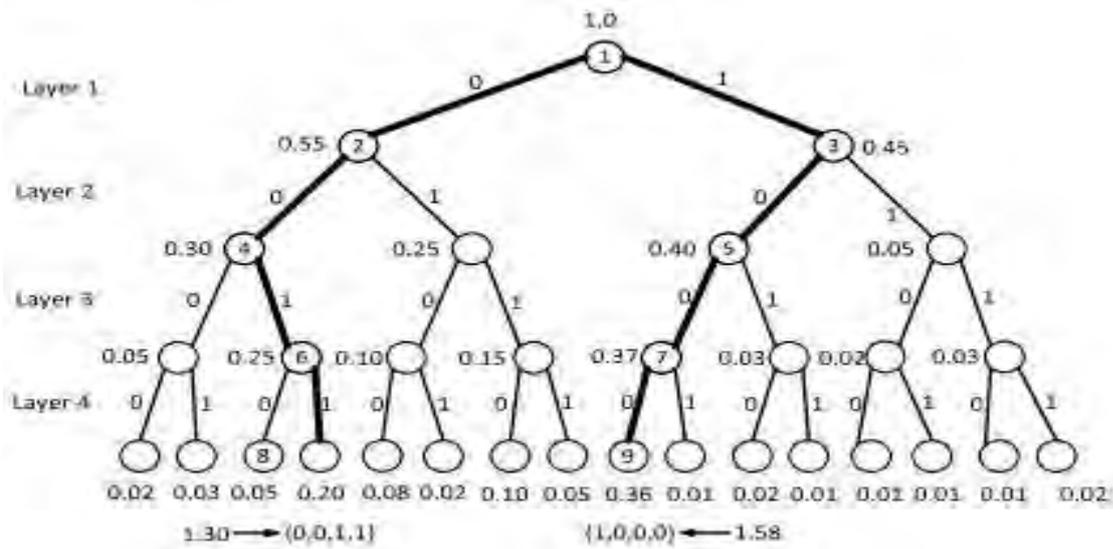


FIGURE 3.3 : Le décodeur polaire SCL a 4bits [55]

Deux séquences de décodage  $\{0, 0, 1, 1\}$  et  $\{1, 0, 0, 0\}$  sont trouvées après la recherche par couches, puis séquentielle. Les bits  $\{1, 0, 0, 0\}$  présente la plus grande mesures avec 1.58 donc ils sont sélectionnées comme les bits décodés. [55] propose une amélioration du décodeur SCL car malgré les performances sur la capacité, elle présente également des inconvénients sur la faible vitesse et une latence élevée en raison du schéma de décodage un par un. Un décodeur SC-List parallèle est proposé pour améliorer les performances du décodeur SCL conventionnel [57]. Le décodeur parallèle est constitué de  $M = 2^m$  décodeurs de composants travaillant en parallèle, chaque décodeur de composants décode un signal polaire avec la taille de bloc de  $1/M$  du code polaire original. Ainsi, l'efficacité du décodeur SCL peut être encore améliorée. Deux décodeurs SCL parallèles A et B sont utilisés pour décoder  $a_1^{\frac{N}{2}}$  et  $b_1^{\frac{N}{2}}$  respectivement de  $y_1^{\frac{N}{2}}$  et  $y_{\frac{N}{2}+1}^{\frac{N}{2}}$ . Selon le principe de l'analyse de recherche dans l'arbre binaire du décodeur SCL, les chemins L sélectionnés à la couche  $k - 1$  pour les décodeurs A et B peut être formulée comme suite :  $P_{k-1} = \{P_{k-1}^A, P_{k-1}^B\}$ , où  $1 \leq k \leq N/2$  avec  $P_{k-1}^A = \{A_1^{k-1}, A_2^{k-1}, \dots, A_{L_A}^{k-1}\}$  et  $P_{k-1}^B = \{B_1^{k-1}, B_2^{k-1}, \dots, B_{L_B}^{k-1}\}$ , nous avons  $L_A + L_B = L$ . Chaque chemin du décodeur A et B peut être formulé par une séquence. Lorsque le décodage passe à la couche  $k$ , chaque chemin pour le décodeur A ou B est complété par 2 nouvelles voies. Par conséquent, le nombre total de chemins pour les deux décodeurs A et B obtiennent  $2L$ . Ensuite, nous combinons tous les chemins du décodeur A et B pour sélectionner les chemins L qui on les plus grandes mesures. Le nombre de chemins combinés peut être classés par bits de source  $\{v_k, v_{k-N/2}\}$  comme suite :  $v_k$  et  $v_{k-N/2}$  sont des bits gelés, nous avons

$a_{l,k} = b_{l,k} = 0$ , donc le bord droit de chaque nœud étiqueté avec 1 est exclue, on réalise la recherche du chemin  $A_l^{k-1}$  seulement en 0 pour le décodeur. La même observation s'applique également pour le décodeur B. Comme la recherche se poursuit avec le chemin fixe, le nombre total de chemins reste à  $L$ .

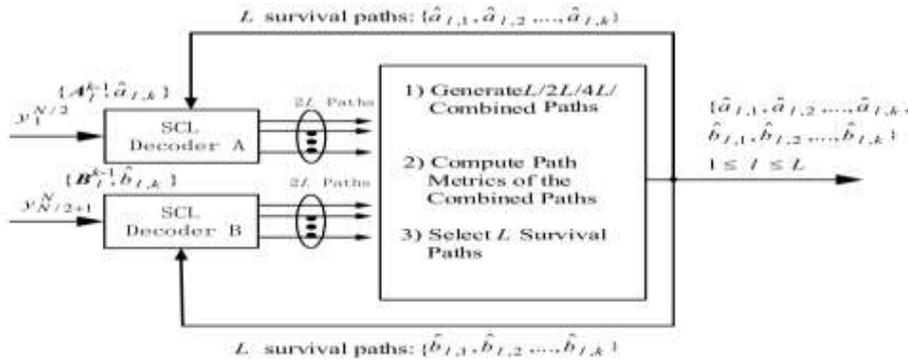


FIGURE 3.4 : Décodeur polaire parallèle à 2 composantes.[55]

Le décodeur SCL malgré ces performances il présente des limites par rapport à sa vitesse et le temps de latence, pour améliorer ces limites plusieurs propositions ont été faite, parmi les propositions :

[53] propose le décodage CA-SCL pour les codes polaires irréguliers, même avec l'inactivation des unités de polarisation dans les régions les codes, la modification pour l'encodage et le décodage n'est pas lourde car elle ne nécessite aucun calcul pour l'unité de polarisation inactivée. Par conséquent, la complexité du codage et du décodage peut être réduit de manière significative par rapport au nombre total d'unités de polarisations actives. [53] utilise des codes polaires avec les unités de polarisation élaguées sont en partie liées à une liste arborescente de décodage [59.16], dans lequel la complexité du décodage est réduite en élaguant les branches d'arbres comportant des morceaux gelés pour éviter les calculs inutiles. Toutefois, on applique une modifie directe de la distribution des degrés de la matrice générateur du code polaire pour réduire considérablement la complexité de l'encodage et du décodage sans limitation de la structure arborescente, qui est indépendant des bits, et cela donne la possibilité d'intégrer toute autre méthode codage/décodage y compris [59.16] pour réduire encore la complexité du décodage. Nous constatons que le concept de codage polaire irrégulier est applicable aux noyaux non binaires car en élaguant le noyau ou en le remplaçant par d'autres grains de plein Nrang de manière irrégulière, cela confirme que la méthode de codage polaire systématique dans [60.29] reste applicable à notre codage polaire irrégulier.

[61] propose aussi le décodeur CA-SCL en ajoutant le CRC (Cyclic Redundancy Check). Le décodeur CA-SCL augmente de manière considérable les performances du décodeur SCL en combinant le décodage des listes avec le CRC et chaque bit d'information  $\hat{u}_i$  dont les deux estimations possibles  $\hat{u}_i = 0$  et  $\hat{u}_i = 1$  sont réservés dans les chemins de décodage sous les contraintes de la taille du liste L. Ensuite, parmi les candidats ce lui qui passe à la sortie avec succès les tests du CRC est sélectionné comme le bon code décodé (ou celle dont le chemin est le plus petit), si aucun candidats ne passe avec succès le test CRC. Cependant, le décodage CA-SCL présente un problème car il y a aucun moyen efficace de reconstituer les résultats, bien que les performances du décodage CA-SCL est bien meilleure que celle des algorithmes BP ou SCAN. Pour résoudre ce problème [2019] utilise l'appliquer l'algorithme de Chase, proposé par Pyndiah dans [62.15], pour générer les informations avec les chemins L existants fournies par le décodeur CA-SCL.

### **3.1.3 Comparaisons entre code polaire et LDPC appliqué au MIMO massif.**

Pour atteindre un compromis entre la complexité et les frais généraux [61] propose de comparer le codage polaire et LDPC entre les systèmes MIMO massif avec récepteurs itératifs, Il convient de noter que la performance du récepteur avec les codes polaires est toujours plus avantageuse par rapport aux codes LDPC sous différentes conditions. [61] montre également aussi qu'une liste plus longue peut apporter une meilleure performance des systèmes à codage polaire. Une augmentation de la longueur du code de 256 à 512 peut permettre au récepteur d'atteindre 0,5 dB supplémentaire après 4 itérations, tandis que la modulation d'ordre supérieur conduit plutôt à un gain moindre. Ces deux résultats résultent du changement du nombre de symboles souples. Plus précisément, plus le nombre de symboles disponibles pour aider à l'estimation du canal augmente, plus le gain d'itération augmente.

### **3.2 Conclusion.**

Nous avons proposé dans ce chapitre le bilan sur les différentes propositions récent en codage/décodage polaire en MIMO massif. Dans ce document, nous proposons un récepteur itératif pour les systèmes MIMO massifs avec codage polaire. Avec suffisamment de symboles souples pour faciliter l'estimation du canal et on n'a montré aussi que les résultats peuvent être considérablement amélioré par des itérations et cela surpasse les codes LDPC en matière de performance. Cela nous permet de proposer dans la chapitre qui suit une amélioration des performances des codes polaires comparait au codes LDPC avec différente itération