

---

Analyse isogéométrique définition et comparaison avec la méthode des éléments finis

---

**Sommaire**

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction à l'analyse isogéométrique . . . . .</b>	<b>12</b>
1.1.1	Bases de l'analyse isogéométrique . . . . .	12
1.1.2	Analyse isogéométrique versus méthode des éléments finis . . . . .	15
1.1.3	Exemple d'une résolution isogéométrique . . . . .	16
<b>1.2</b>	<b>Lien entre l'analyse isogéométrique et la méthode des éléments finis</b>	<b>18</b>
1.2.1	Décomposition de Bézier . . . . .	18
1.2.2	Fonctions de Bernstein . . . . .	18
1.2.3	Opérateur d'extraction de Bézier . . . . .	20

---

Dans ce chapitre nous faisons une courte introduction à la méthode d'analyse isogéométrique, en insistant sur ses analogies et différences avec la MEF. Nous présentons aussi les premiers travaux permettant de lier ces deux méthodes afin de faciliter l'implémentation de l'AIG dans les codes industriels actuels.

## 1.1 Introduction à l'analyse isogéométrique

Dans cette partie, un ensemble d'informations sur l'analyse isogéométrique nécessaire pour la compréhension de la suite du manuscrit est rappelé. Plus de détails sont disponibles dans [44,82]. Dans cette thèse, les paramétrisations B-Splines et NURBS des exemples traités sont considérées comme connues ; pour aller directement de la CAO à une représentation adaptée à une analyse par l'AIG se référer par exemple à [3].

### 1.1.1 Bases de l'analyse isogéométrique

#### 1.1.1.1 Vecteurs noeuds et B-Splines

Les fonctions B-Splines sont définies à l'aide d'un vecteur-noeud  $\Xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+p+1}\}$ . Ce dernier est constitué de coordonnées paramétriques  $\xi_i$  rangées dans l'ordre croissant,  $p$  étant le degré polynomial de la B-Spline et  $n$  le nombre de fonctions associées. Les noeuds  $\xi_i$  divisent l'espace paramétrique en éléments (ou "knot-span" en terminologie IG) et l'intervalle  $[\xi_1; \xi_{n+p+1}]$  forme le patch isogéométrique. Par ailleurs, le vecteur-noeud est dit uniforme quand tous les noeuds sont uniformément espacés. Si le premier et le dernier noeud ont une multiplicité de  $p+1$ , alors le vecteur-noeud est dit ouvert. Dans ce cas, les fonctions sont interpolantes aux bords du patch IG ce qui facilite l'application des conditions aux limites. C'est pour cette raison que dans l'utilisation courante de l'AIG et dans la suite de nos travaux, seuls des vecteurs noeuds ouverts sont utilisés.

La  $i$ -ème fonction de base B-Spline de degré  $p$  est définie par  $N_{i,p}$  de façon récursive en utilisant la formule de Cox-de Boor [42] :

$$N_{i,0}(\xi) = \begin{cases} 1 & \text{si } \xi_i \leq \xi < \xi_{i+1} \text{ pour } p = 0, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.1)$$

$$N_{i,p} = \frac{\xi - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} N_{i,p-1}(\xi) + \frac{\xi_{i+p+1} - \xi}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+1}} N_{i+1,p-1}(\xi) \text{ pour } p = 1 : n.$$

La Figure 1.1 montre l'allure des fonctions de forme d'ordre 0, 1 et 2.

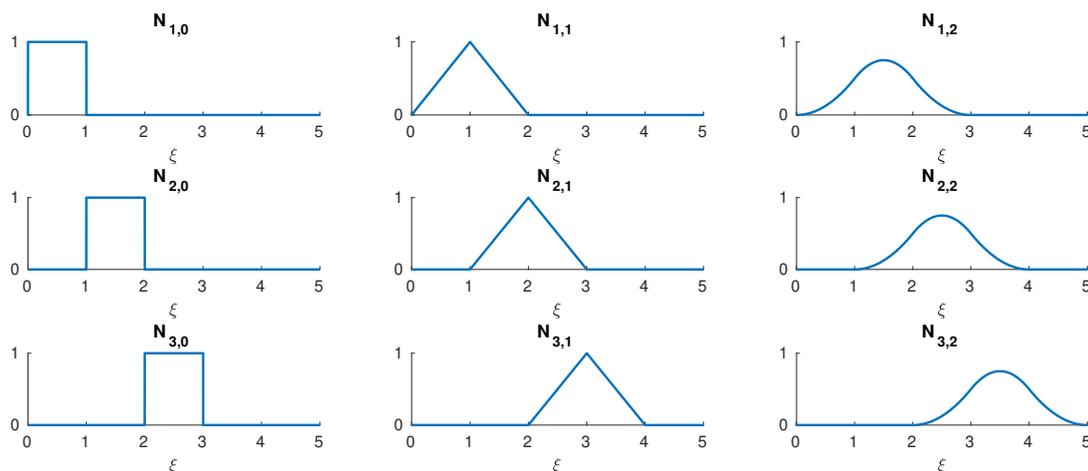


FIGURE 1.1 – Exemple de fonctions de forme de degré 0, 1, 2 (de gauche à droite).

Les cas étudiés sont principalement de degré  $p$  supérieur ou égal à 2 afin que les fonctions de forme se différencient de celles des éléments finis classiques. En général, une fonction de degré  $p$

aura  $p - 1$  dérivées continues aux différents noeuds. Par ailleurs, si un noeud  $\xi_i$  a une multiplicité  $m_i$ , alors le nombre de dérivées continues diminue de  $m_i$ .

Cette dépendance de la multiplicité d'un noeud à la continuité est mise en évidence sur la Figure 1.2 où se trouvent les courbes de degré 4 pour le vecteur  $\Xi = \{0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5\}$  avec différents niveaux de continuité aux bords des éléments [44].

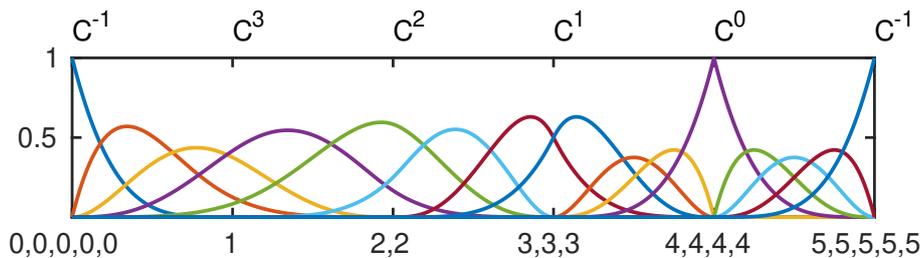


FIGURE 1.2 – Fonction de forme de degré 4.

Les courbes B-Splines,  $\mathcal{C}^{BS}$  peuvent ainsi être construites comme suit :

$$\mathcal{C}^{BS} = \sum_{i=1}^n N_{i,p}(\xi) P_i = \mathbf{P}^{BS^T} \mathbf{N}(\xi), \quad (1.2)$$

où  $\mathbf{P}^{BS} = \begin{bmatrix} x_1^1 \dots x_1^d \\ \dots \\ x_n^1 \dots x_n^d \end{bmatrix}$  est une matrice qui comprend les positions des points de contrôle et

$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 \\ \dots \\ N_n \end{bmatrix}$  est un vecteur de fonctions de forme B-Spline. Ces notations sont en adéquation

avec [21, 148] :  $d$  est le nombre de dimensions spatiales et  $\mathbf{P}^{BS}$  est une matrice de taille  $n \times d$ . L'interpolation linéaire par morceaux entre les points de contrôle forme le maillage de contrôle. Sur la Figure 1.3, un exemple de courbe B-Spline est donné. Celle-ci est formée à l'aide de 7 points de contrôle (cercles noirs), le maillage de contrôle de cette courbe est l'interpolation linéaire entre chacun de ces points.

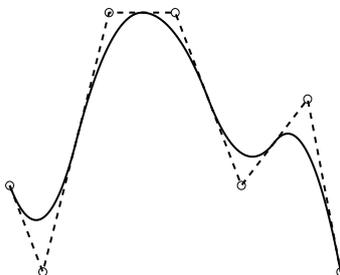


FIGURE 1.3 – Courbe B-Spline (ligne continue noire) associé à 7 points de contrôle (cercles noirs). Le maillage de contrôle, interpolation linéaire entre les points de contrôle, est tracé en pointillés noirs.

Pour les espaces multi-dimensionnels, les fonctions de forme B-Splines sont déterminées par

produit tensoriel de fonctions 1D, ce qui donne en dimension 3 :

$$N_A = N_{i,p}(\xi) \times N_{j,q}(\eta) \times N_{k,r}(\zeta), \quad (1.3)$$

pour le point de contrôle  $P_A$  qui correspond au  $i^{\text{ème}}$ ,  $j^{\text{ème}}$ ,  $k^{\text{ème}}$  point de contrôle dans chaque direction.

### 1.1.1.2 Fonctions Non-Uniform Rational B-Splines

L'ensemble des fonctions NURBS :  $\mathbf{R}^{AIG} = \{R_A^{AIG}\}_{A=1}^{n_A}$  est défini à partir des fonctions B-Splines  $\{N_A\}_{A=1}^{n_A}$ . Pour ce faire, il faut introduire les poids  $\{w_A^{AIG}\}_{A=1}^{n_A}$  associés à chacun des points de contrôle  $\mathbf{P}^{AIG} = \{P_A^{AIG}\}_{A=1}^{n_A}$ . Les fonctions rationnelles s'écrivent ainsi :

$$R_A^{AIG} = \frac{N_A w_A^{AIG}}{W^{AIG}}, \quad \text{avec} \quad W^{AIG} = \sum_{A=1}^{n_A} N_A w_A^{AIG}. \quad (1.4)$$

De la même façon que pour la définition des entités B-Splines (1.2), les objets NURBS sont définis de telle sorte que :

$$\mathcal{V}^{AIG} = \sum_{A=1}^{n_A} R_A^{AIG} P_A^{AIG} = \mathbf{P}^{AIG^T} \mathbf{R}^{AIG}. \quad (1.5)$$

Un exemple de surface NURBS, associée aux points de contrôle (points bleus), et dont le maillage de contrôle est en pointillés bleus, est donné sur la Figure 1.4. Les fonctions NURBS permettent de décrire exactement la géométrie d'une section conique. Les positions optimales et les poids des points de contrôle peuvent être déterminés en utilisant des logiciels CAO appropriés comme par exemple Rhino [81, 142].

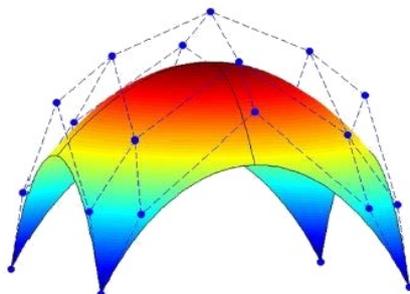


FIGURE 1.4 – Surface NURBS et points de contrôle [82].

### 1.1.1.3 Méthodes de raffinement

Grâce à l'analyse isogéométrique, il est facile de raffiner globalement le maillage tout en conservant la géométrie de départ. La supériorité de l'approche par rapport aux EF traditionnels s'explique en majeure partie grâce à cette propriété.

Il existe deux techniques de raffinement qui ne modifient pas la géométrie et la paramétrisation initiales :

- L'élévation de degré : le degré des fonctions de forme utilisé pour décrire la géométrie est augmenté ce qui entraîne, afin de conserver la régularité de l'espace initial, l'augmentation de la multiplicité de chaque nœud. Cette technique de raffinement s'apparente à celle du  $p$ -raffinement éléments finis permettant l'élévation de degré de fonctions  $\mathcal{C}^0$ . Un exemple d'élévation d'ordre est donné par le passage de la Figure 1.5a à la Figure 1.5b ;

- L'insertion de nœud : un ou plusieurs nœuds sont insérés dans le vecteur nœud initial. La continuité au niveau du nœud inséré est  $\mathcal{C}^{p-1}$  s'il est n'inséré qu'une seule fois. Cette technique de raffinement s'apparente à celle du  $h$ -raffinement éléments finis si le nœud est inséré suffisamment de fois de sorte que la régularité des fonctions soit  $\mathcal{C}^0$  en ce nœud. L'influence de ce raffinement sur les fonctions de forme B-Splines est illustré par le passage de la Figure 1.5b à la Figure 1.5c où le nœud  $\bar{\xi} = 0.5$  est inséré dans le vecteur nœud initial.

Une type de raffinement supplémentaire émerge de ces deux précédentes techniques et est couramment appelée le  $k$ -raffinement. Il consiste en l'élévation de degré de  $p$  à  $q$  sur l'ensemble de la géométrie (grossière), puis en l'insertion d'un nœud interne  $\bar{\xi}$  une seule fois qui aura ainsi  $q - 1$  dérivées continues. Ce raffinement est illustré par le passage direct entre la Figure 1.5a et la Figure 1.5c. Ce type de raffinement n'a aucune équivalence en éléments finis : il permet d'augmenter la régularité de l'espace d'approximation.

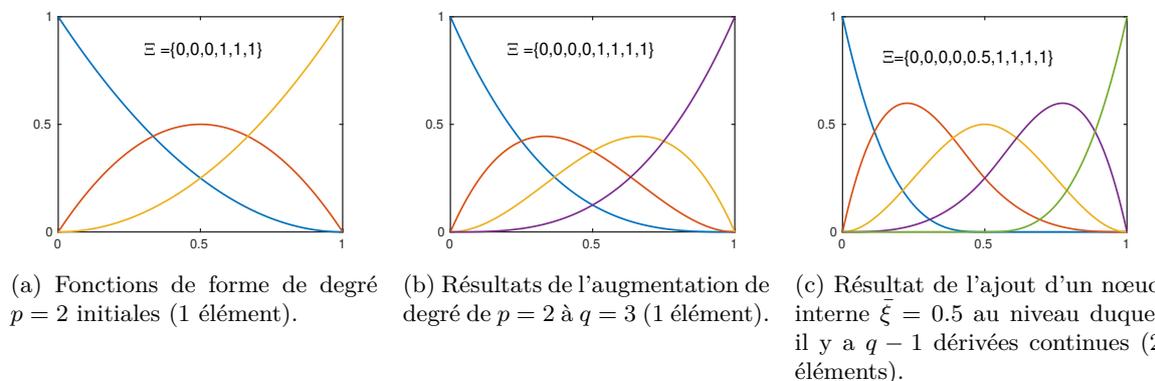


FIGURE 1.5 – Influence de la succession d'une élévation de degré et de l'ajout d'un nœud  $\bar{\xi}$  ( $k$ -raffinement) sur les fonctions de forme B-Splines associées au vecteur-nœud  $[0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1]$ .

**Remarque 1** Les fonctions de base multi-dimensionnelles sont définies par un produit tensoriel pour des géométries de dimension supérieure à deux. Ainsi il n'est pas possible de raffiner un seul élément de l'espace paramétrique sans propager ce raffinement à l'ensemble du maillage. Des techniques se basant sur les fonctions B-Splines mais qui ne sont pas définies par produit tensoriel dans l'espace considéré ont été développées. Parmi elles on trouve les B-Splines hiérarchiques [54, 76, 145, 151], les LRB-Splines [49] ou encore les T-Splines [36, 57].

### 1.1.2 Analyse isogométrique versus méthode des éléments finis

L'idée principale de l'analyse isogométrique est de modéliser exactement la géométrie avec des fonctions qui servent à approximer la solution. La Figure 1.6 montre la différence majeure entre les deux méthodes : pour la MEF la base d'approximation donne la géométrie tandis qu'avec l'AIG la base d'approximation découle directement de la géométrie.

Même si la philosophie du calcul reste similaire à une étude éléments finis, des modifications conséquentes sont à prévoir dans la routine même du code en particulier car les points de contrôle analogues aux nœuds ne sont pas forcément interpolants et les fonctions de forme NURBS sont définies de façon globale (support élargi). Afin de mettre en parallèle l'AIG et la MEF, les caractéristiques principales de ces deux méthodes sont résumées dans le tableau de la Figure 1.6.

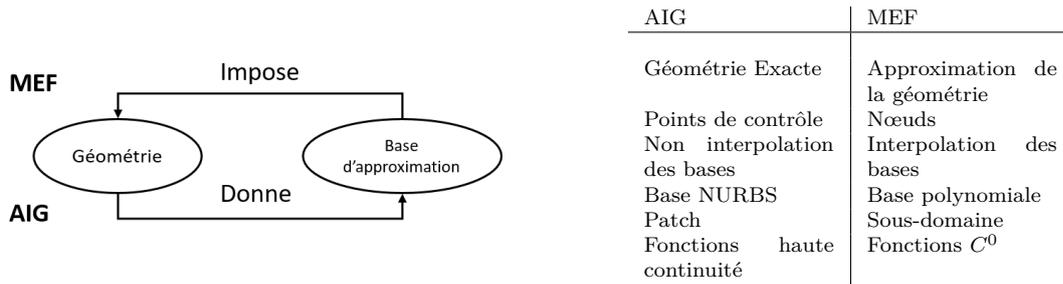


FIGURE 1.6 – Différences entre l’AIG et la MEF.

La Figure 1.7 résume la démarche de l’analyse isogéométrique en mettant en évidence les différents espaces à considérer lors de l’utilisation de B-splines ou NURBS : les espaces indiciel, paramétrique, physique et l’élément parent.

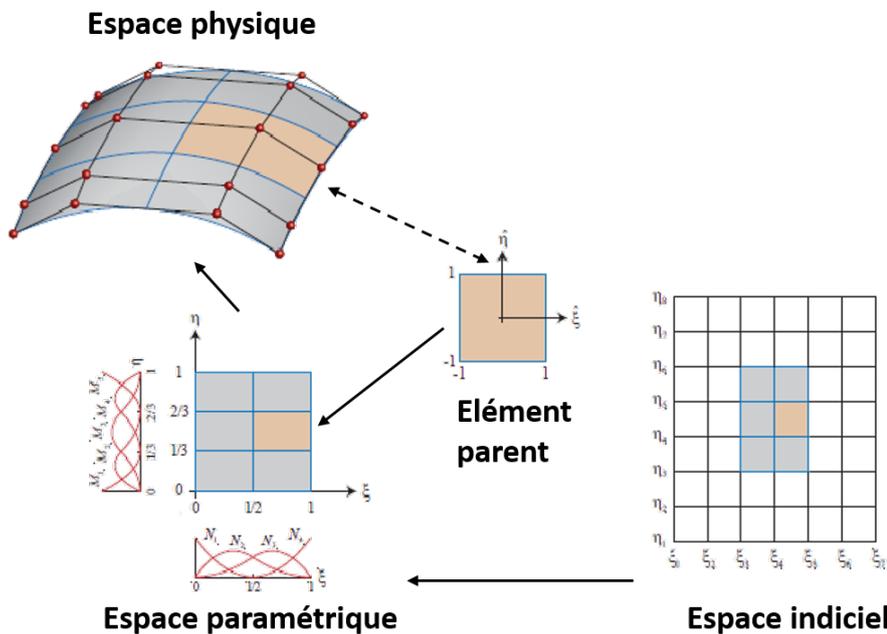


FIGURE 1.7 – Les différents espaces intervenant dans l’AIG pour un maillage constitué de 2x3 éléments quadratiques (inspiré de [82]). L’espace indiciel est l’espace de définition des vecteurs nœuds tandis que les fonctions B-Splines sont définies dans l’espace paramétrique localisé sur l’ensemble du patch. L’intégration est réalisée sur un élément parent puis transmise dans le domaine physique.

### 1.1.3 Exemple d’une résolution isogéométrique

Afin d’expliquer rapidement le principe de l’analyse isogéométrique, on étudie une poutre circulaire avec deux éléments dans la direction de l’arc et seulement un élément dans l’autre direction. Cet exemple est utilisé dans la suite du manuscrit pour expliquer notre approche pour relier l’AIG et la MEF.

La paramétrisation NURBS de la géométrie est basée sur deux vecteurs nœuds d’ordre 2  $\xi = [0000.5111]$  et  $\eta = [000111]$ , ainsi qu’un ensemble de points de contrôle  $\mathbf{P}^{AIG}$  qui sont représentés par des cercles sur la Figure 1.8. Ces points de contrôle associés aux fonctions de

forme NURBS permettent de définir la géométrie (voir la Figure 1.8).

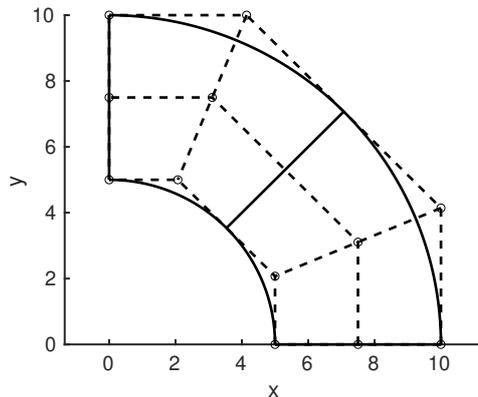


FIGURE 1.8 – Points de contrôle NURBS et géométrie associée de la poutre circulaire. Les points de contrôle (cercles noirs) forment le maillage de contrôle en pointillés. Une fois associés aux fonctions de forme NURBS, ils créent la géométrie physique en noir.

La méthode de résolution IG est similaire à celle des éléments finis. Cependant, comme il est montré sur la Figure 1.7, la définition des fonctions de forme se faisant dans le domaine paramétrique qui recouvre tout le domaine et pas seulement un élément, la quadrature de Gauss est faite dans l'espace parent ce qui ajoute une transformation entre l'espace paramétrique et l'espace parent. L'assemblage des opérateurs se fait alors en utilisant la table de connectivité NURBS, communément appelé IEN (Internal entry number), qui est directement établie à l'aide des vecteurs nœuds et de l'ordre des polynômes. Cette table associe à un élément le numéro des fonctions globales IG non-nulles sur celui-ci.

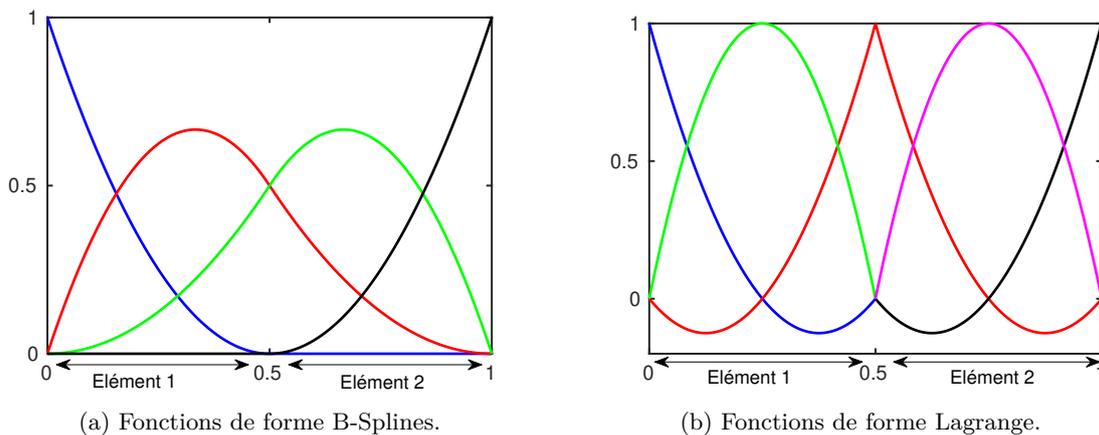


FIGURE 1.9 – Fonctions de forme quadratiques uni-dimensionnelles B-Splines (a) et Lagrange (b) pour un maillage à deux éléments. Les figures sont réalisées dans l'espace paramétrique ( $\xi \in [0; 1]$ ).

Les fonctions de forme B-Splines (resp. Lagrange) uni-dimensionnelles pour cet exemple à deux éléments dans la direction radiale sont tracées sur la Figure 1.9a (resp. 1.9b) et permettent de mettre en évidence le caractère non-élémentaire des fonctions B-Splines. En effet, quatre fonctions B-Splines sont définies sur les deux éléments tandis que pour une modélisation EF, trois polynômes de Lagrange sont créés localement et utilisés sur chacun des éléments ce qui

donne ici cinq fonctions Lagrange globales pour deux éléments.

**Remarque 2** Bien que dans la cadre d'une implémentation standard l'AIG apparaisse intéressante vis-à-vis de la MEF en terme de ratio entre précision et coût calcul, il est à noter que de nombreux travaux consistant à réduire d'avantage ce coût de calcul ont vu le jour depuis l'avènement de cette technologie. En fait, il apparaît que prendre  $p + 1$  points de Gauss pour un élément AIG de degré  $p$  n'est pas nécessaire pour calculer l'opérateur de rigidité compte tenu de la régularité supérieure des fonctions splines. De ce fait, des nouvelles règles d'intégration plus ou moins liées au patch AIG entier peuvent être considérées [6, 84, 147]. Dans la même idée, lorsqu'on monte vers de hauts degrés, on peut préférer implémenter des méthodes de collocation AIG [5, 146] pour plus d'efficacité. Enfin, il est apparu tout récemment dans la cadre des méthodes Galerkin standards qu'une revisite des procédures d'assemblage classiques élément par élément peut donner à l'AIG toute sa puissance en terme de coût de calcul [28].

## 1.2 Lien entre l'analyse isogéométrique et la méthode des éléments finis

Malgré un fort intérêt de l'AIG dans la communauté scientifique, son implémentation dans des codes éléments finis industriels reste encore assez limitée. On peut citer quelques bibliothèques EF qui permettent son implémentation telles que LS-Dyna [16, 37, 74, 75], Abaqus [51, 55, 101] ou Radioss [117] mais cela reste peu. En particulier, quelques travaux ont été initiés afin de rapprocher l'AIG de la MEF. Ceux-ci sont majoritairement basés sur les travaux de Borden *et al.* [21], que nous allons reprendre sur le développement présenté dans la partie II.

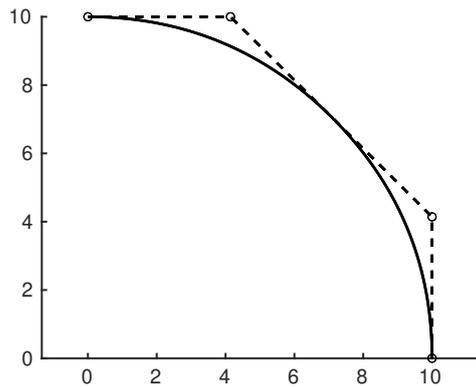
### 1.2.1 Décomposition de Bézier

L'obtention d'une structure  $C^0$  à partir d'un maillage régulier B-Spline se fait par répétition des nœuds internes  $\xi_i$  du vecteur nœud  $\Xi$  jusqu'à ce qu'ils atteignent une multiplicité  $p$ . En effet, comme il a été décrit dans la présentation du  $h$ -raffinement (voir 1.1.1.3), l'ajout d'un nœud fait diminuer la continuité à l'endroit où se trouve ce nœud. Afin de conserver la géométrie B-Spline initiale, les positions des points de contrôle sont recalculées automatiquement. Sur la Figure 1.10, une courbe quadratique B-Spline est utilisée pour illustrer le principe de la décomposition. Après répétition de plusieurs nœuds, la géométrie reste inchangée mais est décrite par un ensemble de fonctions Bernstein  $C^0$ .

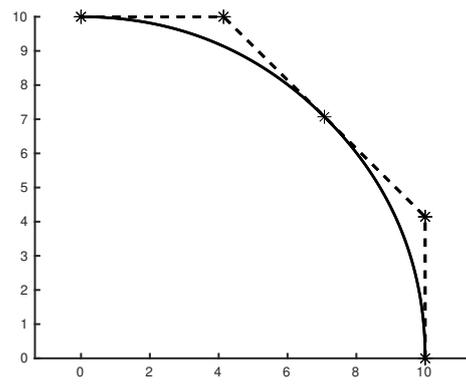
Il est à noter que la géométrie générée n'est pas, à ce stade, celle d'une poutre circulaire car aucune fonction rationnelle n'est utilisée. C'est une simple approximation par des fonctions polynomiales. Dans la suite, le passage de fonctions Bernstein (voir la Figure 1.10d) à des fonctions B-Splines (voir la Figure 1.10c) est expliqué. L'avantage des fonctions Bernstein est qu'elles disposent d'une structure élémentaire similaire à celle des éléments finis (voir Figure 1.10d en rapport avec 1.9b).

### 1.2.2 Fonctions de Bernstein

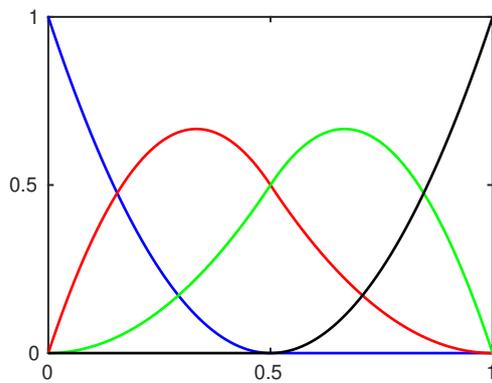
La transformation de Bézier repose sur la définition des courbes de Bézier [27] et des fonctions de Bernstein. Une courbe de Bézier d'ordre  $p$  est une combinaison linéaire de  $p + 1$  fonctions de Bernstein  $\mathbf{B}(\tilde{\xi}) = \{B_{i,p}(\tilde{\xi})\}_{i=1}^{p+1}$  associées à des points de contrôle  $\mathbf{P}^{BER} = \{P_{i,p}\}_{i=1}^{p+1}$ . Les fonctions de Bernstein sont directement définies dans l'élément de référence car chaque élément Bernstein a sa propre paramétrisation.



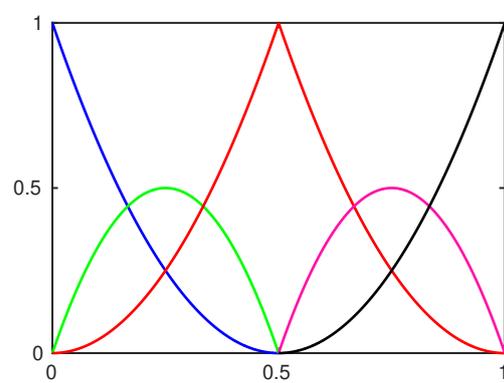
(a) Maillage de contrôle et géométrie construits à partir de fonctions B-Splines  $C^1$ .



(b) Maillage de contrôle et géométrie construits à partir de fonctions Bernstein  $C^0$ .



(c) Fonctions de forme B-Spline.



(d) Fonctions de forme Bernstein.

FIGURE 1.10 – Décomposition de Bézier d'une courbe B-Spline à deux éléments. Pour la discrétisation B-Spline, il y a quatre points de contrôle associés à quatre fonctions globales B-Splines. Pour la discrétisation Bernstein, un point de contrôle est ajouté avec la décomposition de Bézier et chaque élément possède trois fonctions de forme Bernstein locales.

Les polynômes de Bernstein sont construits par récurrence pour  $\tilde{\xi} \in [-1, 1]$  :

$$\begin{cases} B_{i,p}(\tilde{\xi}) = \frac{1}{2}(1 - \tilde{\xi})B_{i,p-1}(\tilde{\xi}) + \frac{1}{2}(1 + \tilde{\xi})B_{i-1,p-1}, \\ B_{1,0} \equiv 1, \\ B_{i,p}(\tilde{\xi}) \equiv 0 \quad \text{si } i < 1 \text{ ou } i > p + 1. \end{cases} \quad (1.6)$$

De la même manière que pour les fonctions B-Splines, les fonctions Bernstein multi-dimensionnelles sont construites par produit tensoriel entre fonctions uni-dimensionnelles. Les fonctions Bernstein pour un élément 2D quadratique à 9 nœuds avec  $\tilde{\xi}$  et  $\tilde{\eta}$  sur  $[-1, 1]$  sont données à titre indicatif dans le tableau 1.1.

TABLE 1.1 – Fonctions de forme quadratiques de Bernstein pour  $\tilde{\xi}$  et  $\tilde{\eta} \in [-1, 1]$ .

1	$(1 - \tilde{\eta})^2(1 - \tilde{\xi}^2)/16$
2	$(1 - \tilde{\eta})^2(1 - \tilde{\xi}^2)/8$
3	$(1 - \tilde{\eta})^2(1 + \tilde{\xi})^2/16$
4	$(1 - \tilde{\eta}^2)(1 - \tilde{\xi})^2/8$
5	$(1 - \tilde{\eta}^2)(1 - \tilde{\xi}^2)/4$
6	$(1 - \tilde{\eta}^2)(1 + \tilde{\xi})^2/8$
7	$(1 + \tilde{\eta})^2(1 - \tilde{\xi})^2/16$
8	$(1 + \tilde{\eta})^2(1 - \tilde{\xi}^2)/8$
9	$(1 + \tilde{\eta})^2(1 + \tilde{\xi})^2/16$

Dans la suite, nous utilisons les notations  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{P}^{BER}$  pour parler des fonctions et des points de contrôle d'un maillage Bernstein multi-dimensionnel composé de plusieurs éléments.

### 1.2.3 Opérateur d'extraction de Bézier

Pour chaque nouveau nœud  $\tilde{\xi}_j$  ajouté, un terme  $\alpha_i^j$  (avec  $i = 1, 2, \dots, n + j$ ) est créé de la façon suivante :

$$\alpha_i^j = \begin{cases} 1 & \text{si } 1 \leq i \leq k - p, \\ \frac{\tilde{\xi} - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} & \text{si } k - p + 1 \leq i \leq k, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.7)$$

Ce paramètre  $\alpha_i^j$  permet la création de l'opérateur d'extraction de Bézier défini en 1D comme suit :

$$\mathbf{C}^j = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 1 - \alpha_2 & 0 & \dots & & & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 1 - \alpha_3 & 0 & \dots & & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 & 1 - \alpha_4 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & \\ 0 & \dots & & & 0 & \alpha_{n+j-1} & 1 - \alpha_{n+j} \end{bmatrix}. \quad (1.8)$$

Une fois l'ensemble des nœuds inséré, l'opérateur  $\mathbf{C}$  permet de faire le lien entre les fonctions B-Splines et les fonctions de Bernstein comme suit :

$$\mathbf{N} = \mathbf{C}\mathbf{B}. \quad (1.9)$$

Il est important de noter que la création de cet opérateur dépend uniquement du vecteur nœud. Afin de déterminer la position des points de contrôle de Bernstein, l'égalité entre l'expression des courbes de Bernstein et B-Splines (1.5) est utilisée. Il est ainsi montré que  $\mathbf{P}^{BER} = \mathbf{C}^T \mathbf{P}^{BS}$ .

Plus de détails et d'exemples sur la construction de cet extracteur sont donnés dans [21].

**Remarque 3** *L'extracteur de Bézier peut aussi être défini de façon élémentaire afin de faire le lien entre les fonctions Bernstein élémentaires  $\mathbf{B}^e$  et celles B-Splines élémentaires  $\mathbf{N}^e$ . En pratique, ce sont les opérateurs élémentaires qui sont construits en premier. Ils peuvent être assemblés dans la suite si un opérateur global est nécessaire.*

Initialement introduit pour des fonctions B-Splines et NURBS [21], le concept a été généralisé pour diverses splines tels que les T-Splines [149], les NURBS et B-Splines hiérarchiques [54, 76, 145], les T-Splines hiérarchiques [36, 57] et les LR B-Splines [49].

**Bilan** : L'AIG est une technique numérique performante grâce à son lien direct avec la CAO et de par la plus grande régularité des fonctions splines qui sont utilisées. Ses avantages amènent aussi des inconvénients car ils vont avec une structure de données qui limite l'implémentation massive de l'AIG dans les codes industriels. Les premiers travaux, basés sur l'extraction de Bézier, pour lier l'AIG et la MEF serviront de base pour la construction de l'opérateur permettant une implémentation non-intrusive de l'AIG dans un code EF présentée dans le chapitre 4.